



PHƯƠNG TRÌNH - HỆ PHƯƠNG TRÌNH

SBÀI 1.

ĐẠI CƯƠNG VỀ PHƯƠNG TRÌNH

A - LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa.

Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có tập xác định lần lượt là D_f và D_g . Đặt $D = D_f \cap D_g$.

Mệnh đề chứa biến " $f(x) = g(x)$ " được gọi là *phương trình một ẩn*.

✦ x được gọi là *ẩn số* (hay *ẩn*) và D gọi là tập xác định của phương trình.

✦ $x_0 \in D$ gọi là một *nghiệm* của phương trình $f(x) = g(x)$ nếu " $f(x_0) = g(x_0)$ " là mệnh đề đúng.

Chú ý:

Các nghiệm của phương trình $f(x) = g(x)$ là các hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$.

2. Điều kiện của một phương trình

Khi giải phương trình (1), ta cần lưu ý với điều kiện đối với ẩn số x để $f(x)$ và $g(x)$ có nghĩa (tức là mọi phép toán đều thực hiện được). Ta cũng nói đó là điều kiện xác định của phương trình (hay gọi tắt là điều kiện của phương trình).

3. Phương trình nhiều ẩn

Ngoài các phương trình một ẩn, ta còn gặp những phương trình có nhiều ẩn số, chẳng hạn

$$3x + 2y = x^2 - 2xy + 8, \quad (2)$$

$$4x^2 - xy + 2z = 3z^2 + 2xz + y^2. \quad (3)$$

Phương trình (2) là phương trình hai ẩn (x và y), còn (3) là phương trình ba ẩn (x, y và z).

Khi $x = 2, y = 1$ thì hai vế của phương trình (2) có giá trị bằng nhau, ta nói cặp $(x; y) = (2; 1)$ là một nghiệm của phương trình (2).

Tương tự, bộ ba số $(x; y; z) = (-1; 1; 2)$ là một nghiệm của phương trình (3).

4. Phương trình chứa tham số

Trong một phương trình (một hoặc nhiều ẩn), ngoài các chữ đóng vai trò ẩn số còn có thể có các chữ khác được xem như những hằng số và được gọi là **tham số**.

5. Phương trình tương đương, phương trình hệ quả.

5.1. Phương trình tương đương:

Hai phương trình $f_1(x) = g_1(x)$ và $f_2(x) = g_2(x)$ được gọi là tương đương nếu chúng có cùng tập nghiệm.

Kí hiệu là $f_1(x) = g_1(x) \Leftrightarrow f_2(x) = g_2(x)$.

Nhận xét: Phép biến đổi không làm thay đổi tập nghiệm của phương trình gọi là *phép biến đổi tương đương*.

Ví dụ 1. Tìm m để cặp phương trình sau tương đương.

a). $(x+1)^2 = 0$ (1) và $ax^2 - (2a+1)x + a = 0$ (2)

b). $x^2 - 9 = 0$ (1) và $2x^2 + (m-5)x - 3(m+1) = 0$ (2)

Lời giải

.....

.....

.....

[illegible]

5.2. Phương trình hệ quả:

Định nghĩa: Nếu mọi nghiệm của phương trình $f_1(x) = g_1(x)$ đều là nghiệm của phương trình $f_2(x) = g_2(x)$ thì phương trình $f_2(x) = g_2(x)$ được gọi là phương trình hệ quả của phương trình $f_1(x) = g_1(x)$.

Kí hiệu là

$$\boxed{f_1(x) = g_1(x) \Rightarrow f_2(x) = g_2(x)}$$

Nhận xét: phương trình hệ quả có thể có thêm nghiệm không phải là nghiệm của phương trình ban đầu. Ta gọi đó là **nghiệm ngoại lai**.

📖 Ví dụ 2. Giải các phương trình sau $1 + \frac{1}{x-3} = \frac{5}{x^2 - x - 6}$

Lời giải

[illegible]

5.3. Các định lý:

Định lý 1: Cho phương trình $f(x) = g(x)$ có tập xác định D ; $y = h(x)$ là hàm số **xác định** trên D . Khi đó trên D , phương trình đã cho tương đương với phương trình sau

✦ $f(x) + h(x) = g(x) + h(x)$

✦ $f(x).h(x) = g(x).h(x)$ nếu $h(x) \neq 0$ với mọi $x \in D$

Định lý 2: Khi bình phương hai vế của một phương trình, ta được phương trình hệ quả của phương trình đã cho. $f(x) = g(x) \Rightarrow f^2(x) = g^2(x)$.

Lưu ý: Khi giải phương trình ta cần chú ý

- Đặt điều kiện xác định(đkxđ) của phương trình và khi tìm được nghiệm của phương trình phải đối chiếu với điều kiện xác định.
- Nếu hai vế của phương trình **luôn cùng dấu** thì bình phương hai vế của nó ta thu được phương trình tương đương.
- Khi biến đổi phương trình thu được phương trình hệ quả thì khi tìm được nghiệm của phương trình hệ quả phải thử lại phương trình ban đầu để loại bỏ nghiệm ngoại lai.

B. CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI.

DẠNG TOÁN 1: TÌM ĐIỀU KIỆN XÁC ĐỊNH CỦA PHƯƠNG TRÌNH.

1. Phương pháp.

Điều kiện xác định của phương trình bao gồm các điều kiện để giá trị của $f(x)$, $g(x)$ cùng được xác định và các điều kiện khác (nếu có yêu cầu trong đề bài)

Điều kiện để biểu thức

- ① $\sqrt{f(x)}$ xác định là $f(x) \geq 0$. ② $\frac{1}{f(x)}$ xác định là $f(x) \neq 0$. ③ $\frac{1}{\sqrt{f(x)}}$ xác định là $f(x) > 0$.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 1. Tìm điều kiện xác định của phương trình sau:

a). $x + \frac{5}{x^2 - 4} = 1$

b). $1 + \sqrt{3 - x} = \sqrt{x - 2}$

c). $1 + \sqrt{2x - 3} = \sqrt{3x - 2}$

d). $\sqrt{4 - 2x} = \frac{x + 1}{x^3 - 3x + 2}$

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 2. Tìm điều kiện xác định của phương trình sau rồi suy ra tập nghiệm của nó:

a). $4x + \sqrt{4x - 3} = 2\sqrt{3 - 4x} + 3$.

b). $\sqrt{-x^2 + 6x - 9} + x^3 = 27$.

c). $\sqrt{x} + \sqrt{x - 2} = \sqrt{-3 - x}$.

d). $\sqrt{(x - 3)^2 (5 - 3x)} + 2x = \sqrt{3x - 5} + 4$.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

3. Bài tập luyện tập.

Bài 1. Tìm điều kiện xác định của phương trình sau:

a). $\frac{5}{x^2 - x - 1} = \sqrt[3]{x}$

b). $1 + \sqrt{x - 2} = \sqrt{x - 1}$

c). $1 + \sqrt{2x - 4} = \sqrt{2 - 4x}$

d). $\sqrt{2x - 6} = \frac{x + 1}{x^2 - 3x + 2}$

Lời giải

Bài 2. Tìm điều kiện xác định của phương trình sau rồi suy ra tập nghiệm của nó:

a). $4x + 2\sqrt{4x - 3} = 2\sqrt{4x - 3} + 3.$

b). $\sqrt{-x^2 + x - 1} + x = 1.$

c). $\sqrt{2x} + \sqrt{x - 2} = \sqrt{2 - x} + 2.$

d). $\sqrt{x^3 - 4x^2 + 5x - 2} + x = \sqrt{2 - x}.$

Lời giải

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 1. Điều kiện xác định của phương trình $\frac{2x}{x^2+1} - 5 = \frac{3}{x^2+1}$ là

- A. $x \neq 1$. B. $x \neq -1$. C. $x \neq \pm 1$. D. $x \in \mathbb{R}$.

Lời giải.

Câu 2. Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x-1} + \sqrt{x-2} = \sqrt{x-3}$ là

- A. $x > 3$. B. $x \geq 2$. C. $x \geq 1$. D. $x \geq 3$.

Lời giải.

Câu 3. Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x-2} + \frac{x^2+5}{\sqrt{7-x}} = 0$ là

- A. $x \geq 2$. B. $x < 7$. C. $2 \leq x \leq 7$. D. $2 \leq x < 7$.

Lời giải.

Câu 4. Điều kiện xác định của phương trình $\frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{x^2-1} = 0$ là

- A. $x \geq 0$. B. $x > 0$. C. $x > 0$ và $x^2-1 \geq 0$. D. $x \geq 0$ và $x^2-1 > 0$.

Lời giải.

Câu 5. Điều kiện xác định của phương trình $\frac{x^2}{\sqrt{x-2}} = \frac{8}{\sqrt{x-2}}$ là

- A. $x \neq 2$. B. $x \geq 2$. C. $x < 2$. D. $x > 2$.

Lời giải.

Câu 6. Điều kiện xác định của phương trình $\frac{1}{x^2-4} = \sqrt{x+3}$ là:

- A. $x \geq -3$ và $x \neq \pm 2$. B. $x \neq \pm 2$. C. $x > -3$ và $x \neq \pm 2$. D. $x \geq -3$.

Lời giải.

Câu 7. Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x^2-4} = \frac{1}{x-2}$ là

- A. $x \geq 2$ hoặc $x \leq -2$. B. $x \geq 2$ hoặc $x < -2$. C. $x > 2$ hoặc $x < -2$. D. $x > 2$ hoặc $x \leq -2$.

Lời giải.

Câu 8. Điều kiện xác định của phương trình $x + \frac{1}{\sqrt{2x+4}} = \frac{\sqrt{3-2x}}{x}$ là

- A. $x > -2$ và $x \neq 0$. B. $x > -2$, $x \neq 0$ và $x \leq \frac{3}{2}$. C. $x > -2$ và $x < \frac{3}{2}$. D. $x \neq -2$ và $x \neq 0$.

Lời giải.

Câu 9. Điều kiện xác định của phương trình $x + 2 - \frac{1}{\sqrt{x+2}} = \frac{\sqrt{4-3x}}{x+1}$ là

- A. $x > -2$ và $x \neq -1$. B. $x > -2$ và $x < \frac{4}{3}$. C. $x \in \left(-2; \frac{4}{3}\right] \setminus \{-1\}$. D. $x \neq -2$ và $x \neq -1$.

Lời giải.

Câu 10. Điều kiện xác định của phương trình $\frac{\sqrt{2x+1}}{x^2+3x} = 0$ là

- A. $x \geq -\frac{1}{2}$. B. $x \geq -\frac{1}{2}$ và $x \neq -3$. C. $x \geq -\frac{1}{2}$ và $x \neq 0$. D. $x \neq 0$.

Lời giải.

1. Phương pháp.

- Cộng (hoặc trừ) cả hai vế của phương trình mà không làm thay đổi điều kiện xác định của phương trình ta thu được phương trình tương đương phương trình đã cho.
- Nhân (chia) vào hai vế với một biểu thức khác không và không làm thay đổi điều kiện xác định của phương trình ta thu được phương trình tương đương với phương trình đã cho.
- Bình phương hai vế của phương trình ta thu được phương trình hệ quả của phương trình đã cho. Sau đó ta thử lại nghiệm của phương trình.
- Bình phương hai vế của phương trình (hai vế luôn cùng dấu) ta luôn thu được phương trình tương đương với phương trình đã cho.

 Bài tập 3. Giải các phương trình sau

a). $1 + \frac{1}{x-3} = \frac{5}{x^2 - x - 6}$

$$\text{b). } \frac{x^2}{\sqrt{x-2}} = \frac{1}{\sqrt{x-2}} - \sqrt{x-2}$$

c). $\sqrt{x+3}(x^4-3x^2+2)=0$

d). $\sqrt{\sqrt{x}-1}(x^2-x-2)=0$

Lời giải

b). $\sqrt{x^2 - 3x + 4} = 8 - 3x$.

d). $|2x+1| = x-1$

Lời giải

[illegible]

 **Bài tập 5.** Tìm nghiệm $(x; y)$ với x là số nguyên dương của phương trình sau

$$\sqrt{20-8x} + \sqrt{6x^2 - y^2} = y\sqrt{7-4x}$$

Lời giải

[illegible]

Bài tập 6. Tìm m để cặp phương trình sau tương đương

a). $mx^2 - 2(m-1)x + m - 2 = 0$ (1) và $(m-2)x^2 - 3x + m^2 - 15 = 0$ (2)

b). $2x^2 + mx - 2 = 0$ (3) và $2x^3 + (m+4)x^2 + 2(m-1)x - 4 = 0$ (4)

Lời giải

3. Bài tập tự luyện.

Bài 3. Giải các phương trình sau

a). $1 + \frac{1}{2-x} = \frac{6}{4-x^2}$

b). $\frac{2x}{\sqrt{3-x}} = \frac{1}{\sqrt{3-x}} - \sqrt{3-x}$

c). $\sqrt{x+1}(x^2-16)=0$

d). $\frac{\sqrt{3-x}}{x^2-2x-3}=0$

Lời giải

Bài 4. Giải các phương trình sau

a). $\sqrt{x-2} = \sqrt{x^2-8}$ b). $\sqrt{3x^2-x-9} = x-1$. c). $|2x+3| = |2x-3|$ d). $|2x-1| = 3x-4$

Lời giải

Bài 5. Tìm m để cặp phương trình sau tương đương

a). $3x+2=0$ (1) và $(m+3)x-m+4=0$ (2)
 b). $x+2=0$ (1) và $m(x^2+3x+2)+m^2x+2=0$ (2)
 c). $x^2+mx-1=0$ (1) và $(m-1)x^2+2(m-2)x+m-3=0$ (2)
 d). $(2m-2)x^2-(2m+1)x+m^2+m-17=0$ (3) và $(2-m)x^2+3x+15-m^2=0$ (4)

Lời giải

This image shows a full page of primary-ruled paper. It features two vertical columns of horizontal dashed lines, designed for handwriting practice. The left column contains 10 rows of lines, and the right column also contains 10 rows. There are no margins or other markings on the page.

D. Cả A, B, C đều đúng.

.....

.....

.....

D. $x^2 - 4x + 4 = 0$.

Câu 13. Phương trình nào sau đây tương đương với phương trình $x^2 - 3x = 0$?

A. $x^2 + \sqrt{x-2} = 3x + \sqrt{x-2}$.

B. $x^2 + \frac{1}{x-3} = 3x + \frac{1}{x-3}$.

C. $x^2\sqrt{x-3} = 3x\sqrt{x-3}$.

D. $x^2 + \sqrt{x^2+1} = 3x + \sqrt{x^2+1}$.

Lời giải.

Câu 14. Cho phương trình $(x^2 + 1)(x - 1)(x + 1) = 0$. Phương trình nào sau đây **tương** đương với phương trình đã cho ?

A. $x - 1 = 0$.

B. $x + 1 = 0$.

C. $x^2 + 1 = 0$.

D. $(x - 1)(x + 1) = 0$.

Lời giải.

Câu 15. Phương trình nào sau đây không tương đương với phương trình $x + \frac{1}{x} = 1$?

A. $x^2 + \sqrt{x} = -1$.

B. $|2x-1| + \sqrt{2x+1} = 0$.

C. $x\sqrt{x-5} = 0$.

D. $7 + \sqrt{6x-1} = -18$.

Lời giải.

Câu 16. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $3x + \sqrt{x-2} = x^2 \Leftrightarrow 3x = x^2 - \sqrt{x-2}$.

B. $\sqrt{x-1} = 3x \Leftrightarrow x-1 = 9x^2$.

C. $3x + \sqrt{x-2} = x^2 + \sqrt{x-2} \Leftrightarrow 3x = x^2$.

D. $\frac{2x-3}{\sqrt{x-1}} = \sqrt{x-1} \Leftrightarrow 2x-3 = (x-1)^2$.

Lời giải.

Câu 17. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\sqrt{x-1} = 2\sqrt{1-x} \Leftrightarrow x-1=0.$

B. $x^2+1=0 \Leftrightarrow \frac{x-1}{\sqrt{x-1}}=0.$

C. $|x-2|=|x+1| \Leftrightarrow (x-2)^2=(x+1)^2.$

D. $x^2=1 \Leftrightarrow x=1.$

Lời giải.

Câu 18. Chọn cặp phương trình tương đương trong các cặp phương trình sau:

A. $x+\sqrt{x-1}=1+\sqrt{x-1}$ và $x=1.$

B. $x+\sqrt{x-2}=1+\sqrt{x-2}$ và $x=1.$

C. $\sqrt{x}(x+2)=\sqrt{x}$ và $x+2=1.$

D. $x(x+2)=x$ và $x+2=1.$

Lời giải.

Câu 19. Chọn cặp phương trình tương đương trong các cặp phương trình sau:

A. $2x+\sqrt{x-3}=1+\sqrt{x-3}$ và $2x=1.$

B. $\frac{x\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}}=0$ và $x=0.$

C. $\sqrt{x+1}=2-x$ và $x+1=(2-x)^2.$

D. $x+\sqrt{x-2}=1+\sqrt{x-2}$ và $x=1.$

Lời giải.

Câu 20. Chọn cặp phương trình không tương đương trong các cặp phương trình sau:

A. $x+1 = x^2 - 2x$ và $x+2 = (x-1)^2$.

B. $3x\sqrt{x+1} = 8\sqrt{3-x}$ và $6x\sqrt{x+1} = 16\sqrt{3-x}$.

C. $x\sqrt{3-2x} + x^2 = x^2 + x$ và $x\sqrt{3-2x} = x$.

D. $\sqrt{x+2} = 2x$ và $x = \frac{5}{3}$.

Lời giải.

Câu 21. Tìm giá trị thực của tham số m để cặp phương trình sau tương đương:

$2x^2 + mx - 2 = 0$ (1) và $2x^3 + (m+4)x^2 + 2(m-1)x - 4 = 0$ (2).

A. $m = 2$.

B. $m = 3$.

C. $m = \frac{1}{2}$.

D. $m = -2$.

Lời giải.

Câu 22. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để cặp phương trình sau tương đương:

$$mx^2 - 2(m-1)x + m - 2 = 0 \quad (1) \quad \text{và} \quad (m-2)x^2 - 3x + m^2 - 15 = 0 \quad (2).$$

A. $m = -5$.

B. $m = -5; m = 4$.

C. $m = 4$.

D. $m = 5$.

Lời giải.

Câu 23. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\sqrt{x-2} = 1 \Rightarrow x-2 = 1$.

B. $\frac{x(x-1)}{x-1} = 1 \Rightarrow x = 1$.

C. $|3x-2| = x-3 \Rightarrow 8x^2 - 4x - 5 = 0$.

D. $\sqrt{x-3} = \sqrt{9-2x} \Rightarrow 3x-12 = 0$.

Lời giải.

Câu 24. Cho phương trình $2x^2 - x = 0$. Trong các phương trình sau đây, phương trình nào không phải là hệ quả của phương trình đã cho?

B. $4x^3 - x = 0$.

C. $(2x^2 - x)^2 + (x - 5)^2 = 0.$

D. $2x^3 + x^2 - x = 0$.

Lời giải.

Câu 25. Cho hai phương trình: $x(x-2)=3(x-2)$ (1) và $\frac{x(x-2)}{x-2}=3$ (2). Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** Phương trình (1) là hệ quả của phương trình (2).
B. Phương trình (1) và (2) là hai phương trình tương đương.
C. Phương trình (2) là hệ quả của phương trình (1).
D. Cả A, B, C đều sai.

Lời giải.

Câu 26. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 2x} = \sqrt{2x - x^2}$ là:

A. $S = \{0\}$.

B. $S = \emptyset$.

C. $S = \{0; 2\}$.

D. $S = \{2\}$.

Lời giải.

Câu 27. Phương trình $x(x^2 - 1)\sqrt{x - 1} = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Câu 28. Phương trình $\sqrt{-x^2 + 6x - 9} + x^3 = 27$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Câu 29. Phương trình $\sqrt{(x-3)^2(5-3x)} + 2x = \sqrt{3x-5} + 4$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Câu 30. Phương trình $x + \sqrt{x-1} = \sqrt{1-x}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 31. Phương trình $\sqrt{2x} + \sqrt{x-2} = \sqrt{2-x} + 2$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 32. Phương trình $\sqrt{x^3 - 4x^2 + 5x - 2} + x = \sqrt{2-x}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 33. Phương trình $x + \frac{1}{x-1} = \frac{2x-1}{x-1}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 34. Phương trình $(x^2 - 3x + 2)\sqrt{x-3} = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Câu 35. Phương trình $(x^2 - x - 2)\sqrt{x+1} = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

SBÀI 2.

HƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT VÀ BẬC HAI MỘT ẨN

A. LÝ THUYẾT.

I. Phương trình bậc nhất một ẩn.

1. Định nghĩa.

Phương trình bậc nhất một ẩn là phương trình có dạng $ax + b = 0$ (1) với $a, b \in \mathbb{R}$ và $a \neq 0$

2. Giải và biện luận phương trình $ax + b = 0$ (1).

✦ Nếu $a \neq 0$: (1) $\Leftrightarrow x = -\frac{b}{a}$ do đó phương trình có nghiệm duy nhất $x = -\frac{b}{a}$.

✦ Nếu $a = 0$: phương trình (1) trở thành $0x + b = 0$

✧ Trường hợp 1: Với $b = 0$ phương trình nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

✧ Trường hợp 2: Với $b \neq 0$ phương trình vô nghiệm.

3. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1: Giải và biện luận phương trình sau với m là tham số.

a). $(m-1)x + 2 - m = 0$

b). $m(mx-1) = 9x+3$

c). $(m+1)^2 x = (3m+7)x + 2 + m$

d). $\frac{(2m-1)x+2}{x-2} = m+1$

Lời giải

[illegible]

III. Định lý Vi-ét và ứng dụng.

1). Định lý Vi-ét.

Hai số x_1 và x_2 là các nghiệm của phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ khi và chỉ khi chúng thỏa mãn hệ thức $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ và $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$.

2) Ứng dụng.

➤ Nhẩm nghiệm của phương trình bậc hai.

➤ Phân tích thành nhân tử:

✧ Nếu đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ có hai nghiệm x_1 và x_2 thì nó có thể phân tích thành nhân tử $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

➤ Tìm hai số khi biết tổng và tích của chúng:

✧ Nếu hai số có tổng là S và tích là P thì chúng là nghiệm của phương trình $x^2 - Sx + P = 0$.

➤ Xét dấu của các nghiệm phương trình bậc hai:

Cho phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ (*), kí hiệu $S = -\frac{b}{a}$, $P = \frac{c}{a}$ khi đó

✧ Phương trình (*) có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi $P < 0$

✧ Phương trình (*) có hai nghiệm dương khi và chỉ khi $\begin{cases} \Delta \geq 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases}$

✧ Phương trình (*) có hai nghiệm âm khi và chỉ khi $\begin{cases} \Delta \geq 0 \\ P > 0 \\ S < 0 \end{cases}$

3. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 3. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $-x^2 + 3x + 1 = 0$. Tính giá trị của các biểu thức thỏa

a). $A = x_1^2 + x_2^2$;

b). $B = x_1^3(x_1 - 1) + x_2^3(x_2 - 1)$;

c). $C = \left| \frac{1}{x_1^2} - \frac{1}{x_2^2} \right|$.

Lời giải

Ví dụ 4. Tìm m để phương trình $3x^2 + 4(m-1)x + m^2 - 4m + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$.

Lời giải

B. CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI.

1. Phương pháp.

👉 Phương trình $ax+b=0$ có nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ a=b=0 \end{cases}$

🌟 Phương trình $ax+b=0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b \neq 0 \end{cases}$

🌟 Phương trình $ax+b=0$ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow a \neq 0$

 Bài tập 1. Giải và biện luận phương trình sau với a, b là tham số.

a). $a^2(x-a) = b^2(x-b)$

b). $b(ax - b + 2) = 2(ax + 1)$

24 *Lớp Toán Thầy-Diệp Tuấn*

Bài tập 2. Tìm m để phương trình sau có nghiệm duy nhất.

a). $(m^2 - m)x = 2x + m^2 - 1$

b). $m(4mx - 3m + 2) = x(m + 1)$

Lời giải

Bài tập 3. Tìm m để đồ thị hai hàm số sau không cắt nhau $y = (m + 1)x^2 + 3m^2x + m$ và $y = (m + 1)x^2 + 12x + 2$.

Lời giải

3. Bài tập luyện tập.

Bài 1. Giải và biện luận phương trình sau với m là tham số.

a). $(2m - 4)x + 2 - m = 0$

b). $(m + 1)x = (3m^2 - 1)x + m - 1$

Lời giải

 **Bài 2.** Giải và biện luận các phương trình sau:

a). $\frac{x+a-b}{a} - \frac{x+b-a}{b} = \frac{b^2-a^2}{ab}$ (1)

b). $\frac{ax-1}{x-1} + \frac{2}{x+1} = \frac{a(x^2+1)}{x^2-1}$ (2)

Lời giải

Bài 3. Tìm m để phương trình sau vô nghiệm.

a). $(m^2 - m)x = 2x + m^2 - 1$

b). $m^2(x - m) = x - 3m + 2$

Lời giải

Bài 4. Tìm điều kiện của a, b để phương trình sau có nghiệm .

a). $a(bx - a + 2) = (a + b - 1)x + 1$

b). $\frac{2x - a}{a} - b = \frac{2x - b}{b} - a \quad (a, b \neq 0)$

Lời giải

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 1. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $(m^2 - 4)x = 3m + 6$ vô nghiệm.

A. $m = 1$.

B. $m = 2$.

C. $m = \pm 2$.

D. $m = -2$.

Lời giải.

Câu 2. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $mx - m = 0$ vô nghiệm.

A. $m \in \emptyset$.

B. $m = \{0\}$.

C. $m \in \mathbb{R}^+$.

D. $m \in \mathbb{R}$.

Lời giải.

Câu 3. Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $(m^2 - 5m + 6)x = m^2 - 2m$ vô nghiệm.

A. $m = 1$.

B. $m = 2$.

C. $m = 3$.

D. $m = 6$.

Lời giải.

Câu 4. Cho phương trình $(m+1)^2 x + 1 = (7m-5)x + m$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình đã cho vô nghiệm.

A. $m = 1$.

B. $m = 2; m = 3$.

C. $m = 2$.

D. $m = 3$.

Lời giải.

Câu 5. Cho hai hàm số $y = (m+1)x^2 + 3m^2x + m$ và $y = (m+1)x^2 + 12x + 2$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hai hàm số đã cho không cắt nhau.

A. $m = 2$.

B. $m = -2$.

C. $m = \pm 2$.

D. $m = 1$.

Lời giải.

Câu 6. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $(2m-4)x = m-2$ có nghiệm duy nhất.

A. $m = -1$.

B. $m = 2$.

C. $m \neq -1$.

D. $m \neq 2$.

Lời giải.

Câu 7. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;10]$ để phương trình $(m^2 - 9)x = 3m(m - 3)$ có nghiệm duy nhất ?

- A. 2. B. 19. C. 20. D. 21.

Lời giải.

Câu 8. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-5;10]$ để phương trình $(m+1)x = (3m^2 - 1)x + m - 1$ có nghiệm duy nhất. Tổng các phần tử trong S bằng:

- A. 15. B. 16. C. 39. D. 40.

Lời giải.

Câu 9. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $(m^2 + m)x = m + 1$ có nghiệm duy nhất $x = 1$.

- A. $m = -1$. B. $m \neq 0$. C. $m \neq -1$. D. $m = 1$.

Lời giải.

Câu 10. Cho hai hàm số $y = (m+1)^2 x - 2$ và $y = (3m+7)x + m$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hai hàm số đã cho cắt nhau.

- A. $m \neq -2$. B. $m \neq -3$. C. $m \neq -2; m \neq 3$. D. $m = -2; m = 3$.

Lời giải.

Câu 11. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $(m^2 - 1)x = m - 1$ có nghiệm đúng với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

- A. $m = 1$. B. $m = \pm 1$. C. $m = -1$. D. $m = 0$.

Lời giải.

Câu 12. Cho phương trình $m^2x + 6 = 4x + 3m$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm.

- A. $m = 2$. B. $m \neq -2$. C. $m \neq -2$ và $m \neq 2$. D. $m \in \mathbb{R}$.

Lời giải.

Câu 13. Cho phương trình $(m^2 - 3m + 2)x + m^2 + 4m + 5 = 0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm đúng với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

- A. $m = -2$. B. $m = -5$. C. $m = 1$. D. Không tồn tại.

Lời giải.

Câu 14. Cho phương trình $(m^2 - 2m)x = m^2 - 3m + 2$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm.

- A. $m = 0$. B. $m = 2$. C. $m \neq 0$; $m \neq 2$. D. $m \neq 0$.

Lời giải.

Câu 15. Cho hai hàm số $y = (m+1)x + 1$ và $y = (3m^2 - 1)x + m$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hai hàm số đã cho trùng nhau.

- A. $m = 1$; $m = -\frac{2}{3}$. B. $m \neq 1$ và $m \neq -\frac{2}{3}$. C. $m = 1$. D. $m = -\frac{2}{3}$.

Lời giải.

DẠNG TOÁN 2: GIẢI VÀ BIỆN LUẬN PHƯƠNG TRÌNH DẠNG $ax^2 + bx + c = 0$.

③ Trường hợp 3: $\Delta < 0$ phương trình vô nghiệm.

 Bài tập 4. Giải và biện luận phương trình sau với a, b là tham số $ax^2 - 2(a+b)x + a + 2b = 0$

Lời giải

[illegible]

 **Bài tập 5.** Tìm m để phương trình $mx^2 + x + m + 1 = 0$

a). Có nghiệm kép.

b). Có hai nghiệm phân biệt.

Lời giải

[illegible]

3. Bài tập luyện tập

 Bài 5. Tìm m để phương trình $x^2 - 3mx + (2m^2 - m - 1) = 0$ có nghiệm kép tìm nghiệm kép đó

Lời giải

 Bài 6. Cho phương trình: $mx^2 - 2mx + m + 1 = 0$

a). Giải phương trình đã cho khi $m = -2$.

b). Tìm m để phương trình đã cho có nghiệm

Lời giải

Bài 7. Giải và biện luận phương trình

a). $(m-2)x^2 - 2(m+1)x + m-5 = 0$

b). $(m-2)x^2 - (2m-1)x + m+2 = 0$

Lời giải

[illegible]

 **Bài 8.** Tùy thuộc vào giá trị của tham số m , hãy tìm hoành độ giao điểm của đường thẳng $d: y = 2x + m$ và Parabol (P): $y = (m - 1)x^2 + 2mx + 3m - 1$.

Lời giải

[illegible]

4. Câu hỏi trắc nghiệm

Câu 16. Cho hai hàm số $y = (m+1)x+1$ và $y = (3m^2-1)x+m$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hai hàm số đã cho trùng nhau.

- A.** $m = 1$; $m = -\frac{2}{3}$. **B.** $m \neq 1$ và $m \neq -\frac{2}{3}$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = -\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Câu 17. Phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi:

A. $a = 0$.

B. $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta = 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a = 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$.

C. $a = b = c = 0$.

D. $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta = 0 \end{cases}$.

Lời giải.

Câu 18. Số -1 là nghiệm của phương trình nào trong các phương trình sau?

A. $x^2 + 4x + 2 = 0$.

B. $2x^2 - 5x - 7 = 0$.

C. $-3x^2 + 5x - 2 = 0$.

D. $x^3 - 1 = 0$.

Lời giải.

Câu 19. Nghiệm của phương trình $x^2 - 7x + 12 = 0$ có thể xem là hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số nào sau đây?

A. $y = x^2$ và $y = -7x + 12$.

B. $y = x^2$ và $y = -7x - 12$.

C. $y = x^2$ và $y = 7x + 12$.

D. $y = x^2$ và $y = 7x - 12$.

Lời giải.

Câu 20. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m thuộc đoạn $[-10; 10]$ để phương trình $x^2 - x + m = 0$ vô nghiệm?

A. 9.

B. 10.

C. 20.

D. 21.

Lời giải.

Câu 21. Phương trình $(m+1)x^2 - 2mx + m - 2 = 0$ vô nghiệm khi:

A. $m \leq -2$.

B. $m < -2$.

C. $m > 2$.

D. $m \geq 2$.

Lời giải.

Câu 22. Số nguyên k nhỏ nhất thỏa mãn phương trình $2x(kx - 4) - x^2 + 6 = 0$ vô nghiệm là?

A. $k = -1$.

B. $k = 1$.

C. $k = 2$.

D. $k = 3$.

Lời giải.

Câu 23. Phương trình $(m-2)x^2 + 2x - 1 = 0$ có nghiệm kép khi:

A. $m = 1; m = 2$.

B. $m = 1$.

C. $m = 2$.

D. $m = -1$.

Lời giải.

Câu 24. Phương trình $mx^2 + 6 = 4x + 3m$ có nghiệm duy nhất khi:

A. $m \in \emptyset$.

B. $m = 0$.

C. $m \in \mathbb{R}$.

D. $m \neq 0$.

Lời giải.

Câu 25. Phương trình $mx^2 - 2(m+1)x + m+1 = 0$ có nghiệm duy nhất khi:

A. $m = 0$.

B. $m = -1$.

C. $m = 0; m = -1$.

D. $m = 1$.

Lời giải.

Câu 26. Phương trình $(m+1)x^2 - 6(m+1)x + 2m+3 = 0$ có nghiệm kép khi:

A. $m = -1$.

B. $m = -1; m = -\frac{6}{7}$

C. $m = -\frac{6}{7}$.

D. $m = \frac{6}{7}$.

Lời giải.

Câu 27. Phương trình $2(x^2 - 1) = x(mx + 1)$ có nghiệm duy nhất khi:

A. $m = \frac{17}{8}$.

B. $m = 2$.

C. $m = 2; m = \frac{17}{8}$.

D. $m = -1$.

Lời giải.

Câu 28. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $(m-2)x^2 - 2x + 1 - 2m = 0$ có nghiệm duy nhất. Tổng của các phần tử trong S bằng:

A. $\frac{5}{2}$.

B. 3.

C. $\frac{7}{2}$.

D. $\frac{9}{2}$.

Lời giải.

Câu 29. Phương trình $(m-1)x^2 + 6x - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khi:

- A. $m > -8$. B. $m > -\frac{5}{4}$. C. $m > -8; m \neq 1$. D. $m > -\frac{5}{4}; m \neq 1$.

Lời giải.

Câu 30. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m thuộc đoạn $[-5;5]$ để phương trình $mx^2 - 2(m+2)x + m - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

- A. 5. B. 6. C. 9. D. 10.

Lời giải.

Câu 31. Phương trình $(m^2 + 2)x^2 + (m - 2)x - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khi:

- A. $0 < m < 2$. B. $m > 2$. C. $m \in \mathbb{R}$. D. $m \leq 2$.

Lời giải.

Câu 32. Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = 2x + m$ tiếp xúc với parabol $(P): y = (m-1)x^2 + 2mx + 3m - 1$.

- A. $m = 1$. B. $m = -1$. C. $m = 0$. D. $m = 2$.

Lời giải.

Câu 33. Phương trình $x^2 + m = 0$ có nghiệm khi:

A. $m > 0$.

B. $m < 0$.

C. $m \leq 0$.

D. $m \geq 0$.

Lời giải.

Câu 34. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-20; 20]$ để phương trình $x^2 - 2mx + 144 = 0$ có nghiệm. Tổng của các phần tử trong S bằng:

A. 21.

B. 18.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

Câu 35. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hai đồ thị hàm số $y = -x^2 - 2x + 3$ và $y = x^2 - m$ có điểm chung.

A. $m = -\frac{7}{2}$.

B. $m < -\frac{7}{2}$.

C. $m > -\frac{7}{2}$.

D. $m \geq -\frac{7}{2}$.

Lời giải.

Câu 36. Phương trình $(m-1)x^2 + 3x - 1 = 0$ có nghiệm khi:

A. $m \geq -\frac{5}{4}$.

B. $m \leq -\frac{5}{4}$.

C. $m = -\frac{5}{4}$.

D. $m = \frac{5}{4}$.

Lời giải.

Câu 37. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;10]$ để phương trình $mx^2 - mx + 1 = 0$ có nghiệm.

- A. 17. B. 18. C. 20. D. 21.

Lời giải.

Câu 38. Biết rằng phương trình $x^2 - 4x + m + 1 = 0$ có một nghiệm bằng 3. Nghiệm còn lại của phương trình bằng:

- A. -1. B. 1. C. 2. D. 4.

Lời giải.

Câu 39. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $3x^2 - (m+2)x + m - 1 = 0$ có một nghiệm gấp đôi nghiệm còn lại.

- A. $m \in \left\{ \frac{5}{2}; 7 \right\}$. B. $m \in \left\{ -2; -\frac{1}{2} \right\}$. C. $m \in \left\{ 0; \frac{2}{5} \right\}$. D. $m \in \left\{ -\frac{3}{4}; 1 \right\}$.

Lời giải.

Câu 40. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $3x^2 - 2(m+1)x + 3m - 5 = 0$ có một nghiệm gấp ba nghiệm còn lại.

A. $m = 7$.

B. $m = 3$.

C. $m = 3; m = 7$.

D. $m \in \emptyset$.

Lời giải.

Câu 41. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $(x-1)(x^2 - 4mx - 4) = 0$ ba nghiệm phân biệt.

A. $m \in \mathbb{R}$.

B. $m \neq 0$.

C. $m \neq \frac{3}{4}$.

D. $m \neq -\frac{3}{4}$.

Lời giải.

DẠNG TOÁN 3: MỘT SỐ ỨNG DỤNG CỦA ĐỊNH LÝ VI-ÉT.

Loại 1: Nhầm nghiệm phương trình bậc hai, phân tích thành nhân tử.

Lời giải

d). $Q(x; y) = 2x^2 - 2y^2 - 3xy + x - 2y$.

Lời giải

Bài tập 8. Phân tích đa thức $f(x) = x^4 - 2mx^2 - x + m^2 - m$ thành tích của hai tam thức bậc hai ẩn x .

Lời giải

Loại 2: Bài toán liên quan đến biểu thức đối xứng hai nghiệm x_1, x_2 của phương trình bậc hai.

Bài tập 9. Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2 = 0$ với m là tham số. Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ sao cho

- a). $x_1^3 + x_2^3 = 2x_1x_2(x_1 + x_2)$
- b). $|x_1^4 - x_2^4| = 16m^2 + 64m$
- c). $A = x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) - 6$ đạt giá trị nhỏ nhất
- d). $B = \sqrt{2(x_1^2 + x_2^2) + 16} - 3x_1x_2$ đạt giá trị lớn nhất

Lời giải

[illegible]

Bài tập 10. Cho phương trình $x^2 - mx + m - 1 = 0$ với m là tham số.

a). Chứng minh rằng phương trình luôn có nghiệm với mọi m

b). Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Tìm hệ thức liên hệ giữa x_1, x_2 không phụ thuộc vào m

c). Tìm giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của biểu thức $A = \frac{2x_1x_2 + 3}{x_1^2 + x_2^2 + 2(x_1x_2 + 1)}$

Lời giải

[illegible]

Chú ý: Để tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{2m+1}{m^2+2}$ ta làm như sau

Lời giải

3. Bài tập luyện tập.

Bài 9. Phân tích đa thức sau thành nhân tử

a). $f(x) = 2x^2 - 5x + 3$

b). $g(x) = 2x^4 - 14x^2 - 36$

c). $P(x; y) = 3x^2 - 5xy - 2y^2$.

d). $Q(x; y) = x^2 - 2y^2 - xy - 3y - 1$.

Lời giải

Bài 10. Phân tích đa thức $f(x) = 2x^3 + (m+1)x^2 + 2mx + m^2 + m$ (biến x với tham số m) thành tích một đa thức bậc hai và một bậc nhất.

Lời giải

Bài 11. Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3 = 0$ với m là tham số.

Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ sao cho

a). $x_1 + x_2 = 2x_1x_2$

b). $A = 2(x_1^2 + x_2^2) - x_1x_2$ đạt giá trị lớn nhất

c). $B = \frac{x_1x_2}{x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2}$ đạt giá trị nhỏ nhất

Lời giải

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 42. Phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) có hai nghiệm phân biệt cùng dấu khi và chỉ khi:

A. $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} \Delta \geq 0 \\ P > 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} \Delta > 0 \\ S < 0 \end{cases}$

Lời giải.

Câu 43. Phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) có hai nghiệm âm phân biệt khi và chỉ khi:

A. $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0. \\ S > 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0. \\ S < 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \end{cases}$

Lời giải.

Câu 44. Phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) có hai nghiệm dương phân biệt khi và chỉ khi:

A. $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0. \\ S > 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0. \\ S < 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \end{cases}$

Lời giải.

Câu 45. Phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi:

A. $\begin{cases} \Delta > 0 \\ S < 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \end{cases}$

C. $P < 0.$

D. $P > 0.$

Lời giải.

Câu 46. Phương trình $x^2 - mx + 1 = 0$ có hai nghiệm âm phân biệt khi:

- A. $m < -2$. B. $m > 2$. C. $m \geq -2$. D. $m \neq 0$.

Lời giải.

Câu 47. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-5; 5]$ để phương trình

$$x^2 + 4mx + m^2 = 0 \text{ có hai nghiệm âm phân biệt?}$$

- A. 5. B. 6. C. 10. D. 11.

Lời giải.

Câu 48. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $mx^2 + x + m = 0$ có hai nghiệm âm phân biệt là:

- A. $m \in \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$. B. $m \in \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. C. $m \in (0; 2)$. D. $m \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải.

Câu 49. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2; 6]$ để phương trình

$$x^2 + 4mx + m^2 = 0 \text{ có hai nghiệm dương phân biệt. Tổng các phần tử trong } S \text{ bằng:}$$

- A. -3. B. 2. C. 18. D. 21.

Lời giải.

Câu 50. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình

$$x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 1 = 0 \text{ có hai nghiệm dương phân biệt là:}$$

- A. $m \in (-1; 1)$. B. $m \in (1; +\infty)$. C. $m \in \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. $m \in (-\infty; -1)$.

Lời giải.

Câu 51. Phương trình $(m-1)x^2 + 3x - 1 = 0$ có hai nghiệm trái dấu khi:

- A. $m > 1$. B. $m < 1$. C. $m \geq 1$. D. $m \leq 1$.

Lời giải.

Câu 52. Giả sử phương trình $x^2 - (2m+1)x + m^2 + 2 = 0$ (m là tham số) có hai nghiệm là x_1, x_2 .

Tính giá trị biểu thức $P = 3x_1x_2 - 5(x_1 + x_2)$ theo m .

- A. $P = 3m^2 - 10m + 6$. B. $P = 3m^2 + 10m - 5$.
C. $P = 3m^2 - 10m + 1$. D. $P = 3m^2 + 10m + 1$.

Lời giải.

A. $P = -m + 9$. **B.** $P = 5m + 9$. **C.** $P = m + 9$. **D.** $P = -5m + 9$.

[illegible]

A. $T = \frac{4a^2 + 2}{3}$. **B.** $T = \sqrt{4a^2 + 2}$. **C.** $T = \frac{\sqrt{a^2 + 8}}{2}$. **D.** $T = \frac{\sqrt{a^2 + 8}}{4}$.

[illegible]

A. $\sqrt{4q+1}$. **B.** $\sqrt{4q-1}$. **C.** $-\sqrt{4q+1}$. **D.** $q+1$.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 56. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - (2m+1)x + m^2 + 1 = 0$ (m là tham số).

Tìm giá trị nguyên của m sao cho biểu thức $P = \frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2}$ có giá trị nguyên.

A. $m = -2$.

B. $m = -1$.

C. $m = 1$.

D. $m = 2$.

Lời giải.

Câu 57. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2 = 0$ (m là tham số).

Tìm m để biểu thức $P = x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) - 6$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $m = \frac{1}{2}$.

B. $m = 1$.

C. $m = 2$.

D. $m = -12$.

Lời giải.

Câu 58. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $2x^2 + 2mx + m^2 - 2 = 0$ (m là tham số). Tìm giá trị lớn nhất $P_{\max}$ của biểu thức $P = |2x_1x_2 + x_1 + x_2 - 4|$.

A. $x^2 + ax + b = 0$

B. $P_{\max} = 2$.

C. $P_{\max} = \frac{25}{4}$.

D. $P_{\max} = \frac{9}{4}$.

Lời giải.

Câu 59. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 2(m-1)x + 2m^2 - 3m + 1 = 0$ (m là tham số). Tìm giá trị lớn nhất $P_{\max}$ của biểu thức $P = |x_1 + x_2 + x_1x_2|$.

A. $P_{\max} = \frac{1}{4}$.

B. $P_{\max} = 1$.

C. $P_{\max} = \frac{9}{8}$.

D. $P_{\max} = \frac{9}{16}$.

Lời giải.

Câu 60. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - mx + m - 1 = 0$ (m là tham số). Tìm m để biểu thức $P = \frac{2x_1x_2 + 3}{x_1^2 + x_2^2 + 2(x_1x_2 + 1)}$ đạt giá trị lớn nhất.

- D.** $m = \frac{5}{2}$.

[illegible]

D. $P_{\min} = 1$.

[illegible]

Bước 1: Giả sử hai phương trình có nghiệm chung là x_0 thì
$$\begin{cases} ax_0^2 + bx_0 + c = 0 \\ a'x_0^2 + b'x_0 + c' = 0 \end{cases}$$

Bước 2: Thế giá trị của tham số tìm được vào hai phương trình để kiểm tra và kết luận.

Bài tập 11. Tìm tất cả các giá trị của a để hai phương trình $x^2 + ax + 1 = 0$ và $x^2 + x + a = 0$ có nghiệm chung

[illegible]

Lời giải

[illegible]

Bài toán 2: Chứng minh trong các phương trình bậc hai có ít nhất một phương trình có nghiệm

1. Phương pháp.

Để giải quyết bài toán này chúng ta sẽ đi chứng minh tổng các biệt thức Delta là một số không âm.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 13. Cho các số dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $a + 2b + 3c = 1$. Chứng minh rằng có ít nhất một trong hai phương trình sau có nghiệm

$$4x^2 - 4(2a + 1)x + 4a^2 + 192abc + 1 = 0$$

$$4x^2 - 4(2b + 1)x + 4b^2 + 96abc + 1 = 0$$

Lời giải

Bài tập 14. Cho các số a, b, c thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 6$. Chứng minh rằng có ít nhất một trong ba phương trình sau có nghiệm

$$x^2 + ax + 1 = 0$$

$$x^2 + bx + 1 = 0$$

$$x^2 + cx + 1 = 0$$

Lời giải

Bài toán 3: Chứng minh bất đẳng thức có chứa các hệ số của phương trình bậc hai với nghiệm của nó có điều kiện.

1. Phương pháp.

Để làm xuất hiện điều kiện ràng buộc đối với hệ số phương trình bậc hai ta thường dựa trên Nếu phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ có nghiệm thực thì $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow b^2 \geq 4ac$.

Sử dụng định lí Viét và điều kiện nghiệm của đề bài đã cho để suy ra ràng buộc của hệ số a, b, c

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 15. Cho phương trình $x^2 - bx + c = 0$ có hai nghiệm thực dương x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 \leq 1$. Chứng minh rằng:

a). $c \leq \frac{1}{4}$.

b). $b(c+1) \geq 5c$.

Lời giải

Bài tập 16. Cho phương trình $x^2 - bx + c = 0$ có hai nghiệm thực dương x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 \geq 1$.

a). Chứng minh rằng: $b^2 - 2c \geq \frac{1}{2}$.

b). Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = 2bc - b^3 - 3b + 1$.

Lời giải.

3. Bài tập luyện tập.

Lời giải.

Lời giải.

Lời giải.

Bài 15. Cho phương trình $x^2 + bx + c = 0$ có hai nghiệm thực dương x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 \geq 1$.

a). Chứng minh rằng: $b^2 \geq 4$.

b). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{3b^2 - 4c + b + 2}{b^2 + 1}$.

Lời giải.

Bài 16. Giả sử phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ có hai nghiệm thuộc $[0; 3]$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $Q = \frac{18a^2 - 9ab + b^2}{9a^2 - 3ab + ac}$

Lời giải.

Bài 17. Cho phương trình bậc hai $ax^2 - x + c = 0$ có hai nghiệm thực dương x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 \leq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{a^2 - c}{a^2c - a^3}$.

Lời giải.

Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 62. Nếu $m \neq 0$ và $n \neq 0$ là các nghiệm của phương trình $x^2 + mx + n = 0$ thì tổng $m + n$ bằng:

A. $-\frac{1}{2}$.

B. -1 .

C. $\frac{1}{2}$.

D. 1 .

Lời giải.

Câu 63. Giả sử các nghiệm của phương trình $x^2 + px + q = 0$ là lập phương các nghiệm của phương trình $x^2 + mx + n = 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $p + q = m^3$.

B. $p = m^3 + 3mn$.

C. $p = m^3 - 3mn$.

D. $\left(\frac{m}{n}\right)^3 = \frac{p}{q}$.

Lời giải.

Câu 64. Cho hai phương trình $x^2 - 2mx + 1 = 0$ và $x^2 - 2x + m = 0$. Có hai giá trị của m để phương trình này có một nghiệm là nghịch đảo của một nghiệm của phương trình kia. Tính tổng S của hai giá trị m đó.

A. $S = -\frac{5}{4}$.

B. $S = 1$.

C. $S = -\frac{1}{4}$.

D. $S = \frac{1}{4}$.

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 65. Cho hai phương trình $x^2 - mx + 2 = 0$ và $x^2 + 2x - m = 0$. Có bao nhiêu giá trị của m để một nghiệm của phương trình này và một nghiệm của phương trình kia có tổng là 3?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 66. Cho a, b, c, d là các số thực khác 0. Biết c và d là hai nghiệm của phương trình $x^2 + ax + b = 0$ và a, b là hai nghiệm của phương trình $x^2 + cx + d = 0$. Tính giá trị của biểu thức $S = a + b + c + d$.

A. $S = -2$.

B. $S = 0$.

C. $S = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$.

D. $S = 2$.

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

SBÀI 3. MỘT SỐ PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ BẬC NHẤT VÀ BẬC HAI

A-LÝ THUYẾT

1. Phương trình chứa ẩn trong dấu giá trị tuyệt đối.

Để giải phương trình chứa ẩn trong dấu giá trị tuyệt đối ta dùng các cách sau khử dấu giá trị tuyệt đối.

① Định nghĩa của giá trị tuyệt đối

$$|f(x)| = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) \geq 0 \\ -f(x) = g(x) \\ f(x) < 0 \end{cases}$$

② Hoặc bình phương hai vế

$$|f(x)| = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f^2(x) = g^2(x) \end{cases}$$

③ Hoặc dùng tính chất của GTTĐ

$$|f(x)| = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x) \end{cases}$$

Ví dụ 1. Giải phương trình $|x-3| = 2x+1$. (3)

Lời giải

2. Phương trình chứa ẩn dưới dấu căn

Để giải các phương trình chứa ẩn dưới dấu căn bậc hai, ta thường bình phương hai vế để đưa về một phương trình hệ quả không chứa ẩn dưới dấu căn.

$$\sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = [g(x)]^2 \\ g(x) \geq 0 \end{cases}$$

Ví dụ 2. Giải phương trình $\sqrt{2x-3} = x-2$. (4)

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

B-PHÂN DẠNG VÀ BÀI TẬP MINH HỌA.

DẠNG TOÁN 1. Phương trình chứa ẩn trong giá trị tuyệt đối.

1. Phương pháp

Để giải phương trình chứa ẩn trong dấu giá trị tuyệt đối(GTTĐ) ta tìm cách để khử dấu GTTĐ, bằng cách:

Phương pháp 1. Dùng định nghĩa của GTTĐ $|f(x)| = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) \geq 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} -f(x) = g(x) \\ f(x) < 0 \end{cases}$

Phương pháp 2. Dùng tính chất của GTTĐ $|f(x)| = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x) \end{cases}$

Nhận xét:

- ☞ Nếu đa thức $f(x), g(x)$ có bậc quá lớn (từ bậc hai trở lên) thì ta dùng định nghĩa hoặc tính chất.
- ☞ Nếu phương trình không có dạng cơ bản.

Phương pháp 3. Bình phương hai vế $|f(x)| = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f^2(x) = g^2(x) \end{cases}$

Nhận xét:

- ☞ Nếu đa thức $f(x), g(x)$ có bậc một thì ta dùng phương pháp bình phương hai vế

Phương pháp 4. Đặt ẩn phụ.

Nhận xét:

- ☞ Có nhiều đa thức chứa trị tuyệt đối giống nhau thì ta dùng phương pháp đặt ẩn phụ.
- ☞ **Đặt biệt** phương trình dạng $|f(x)| = |g(x)|$ ta có thể giải bằng cách biến đổi tương đương

như sau $|f(x)| = |g(x)| \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x) \end{cases}$ hoặc $|f(x)| = |g(x)| \Leftrightarrow f^2(x) = g^2(x)$

- ☞ Nếu phương trình chứa nhiều trị tuyệt đối $|f(x)| + |g(x)| = c$, thì ta lập bảng xét dấu, xét nhiều khoảng.

d). $|2x-5|+|2x^2-7x+5|=0$

d). $|x^2 - x| + |2x - 4| = 3 \quad (*)$

[illegible]

Bài tập 3. Giải và biện luận các phương trình sau

a). $|mx + 2m| = |mx + x + 1| \quad (*)$

b). $|mx + 2x - 1| = |x - 1|$ (**)

Lời giải

[illegible]

Bài tập 4. Tìm m để phương trình $|x^2 + x| = |mx^2 - (m+1)x - 2m - 1|$ có ba nghiệm phân biệt.

Lời giải

[illegible]

3. Bài tập luyện tập.

 **Bài 1.** Giải các phương trình sau

a). $|3x - 2| = x^2 + 2x + 3$

b). $|x^3 - 1| = |x^2 - 3x + 2|$

c). $|x^2 - 1| + |x| = 1$

d). $|x + 1| + |x - 1| = 1 + |1 - x^2|$

e). $|3 - 2x| - |x| = 5(|2 + 3x| + x - 2)$.

Lời giải

 **Bài 2.** Giải các phương trình sau

a). $(2x - 1)^2 - 3|2x - 1| - 4 = 0$

b). $\frac{x^4 - 6x^2 + 4}{x^2} = \left| \frac{x^2 - 2}{x} \right|$

Lời giải

 **Bài 3.** Cho phương trình $x^2 - 2x - 2|x - 1| + m + 3 = 0$

- a). Giải phương trình khi $m = -2$
b). Tìm m để phương trình sau có nghiệm

Lời giải

 **Bài 4.** Giải và biện luận các phương trình sau

- a). $|mx + 2m| = |x + 1|$ b). $|mx + 2x| = |mx - 1|$

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 1. Tập nghiệm S của phương trình $|3x - 2| = 3 - 2x$ là:

A. $S = \{-1; 1\}$. B. $S = \{-1\}$. C. $S = \{1\}$. D. $S = \{0\}$.

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 2. Phương trình $|2x - 4| - 2x + 4 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 3. Tập nghiệm S của phương trình $|2x - 1| = x - 3$ là:

A. $S = \left\{\frac{4}{3}\right\}$. B. $S = \emptyset$. C. $S = \left\{-2; \frac{4}{3}\right\}$. D. $S = \{-2\}$.

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 4. Tổng các nghiệm của phương trình $|x^2 + 5x + 4| = x + 4$ bằng:

A. -12. B. -6. C. 6. D. 12.

Lời giải.

Câu 5. Gọi x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) là hai nghiệm của phương trình $|x^2 - 4x - 5| = 4x - 17$. Tính giá trị biểu thức $P = x_1^2 + x_2$.

A. $P = 16$.

B. $P = 58$.

C. $P = 28$.

D. $P = 22$.

Lời giải.

Câu 6. Tập nghiệm S của phương trình $|x - 2| = |3x - 5|$ là:

A. $S = \left\{ \frac{3}{2}; \frac{7}{4} \right\}$.

B. $S = \left\{ -\frac{3}{2}; \frac{7}{4} \right\}$.

C. $S = \left\{ -\frac{7}{4}; -\frac{3}{2} \right\}$.

D. $S = \left\{ -\frac{7}{4}; \frac{3}{2} \right\}$.

Lời giải.

Câu 7. Tổng các nghiệm của phương trình $|x + 2| = 2|x - 2|$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. 6.

D. $\frac{20}{3}$.

Lời giải.

Câu 8. Phương trình $|2x+1| = |x^2-3x-4|$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

Câu 9. Phương trình $|2x-4| + |x-1| = 0$ có bao nhiêu nghiệm ?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. Vô số.

Lời giải.

Câu 10. Tổng các nghiệm của phương trình $|2x-5| + |2x^2-7x+5| = 0$ bằng:

A. 6.

B. $\frac{5}{2}$.

C. $\frac{7}{2}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Câu 11. Phương trình $(x+1)^2 - 3|x+1| + 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

Câu 12. Tổng các nghiệm của phương trình $4x(x-1)=|2x-1|+1$ bằng:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. -2.

Lời giải.

Câu 13. Với giá trị nào của a thì phương trình $3|x|+2ax=-1$ có nghiệm duy nhất?

A. $a > \frac{3}{2}$.

B. $a < \frac{-3}{2}$.

C. $a \neq \frac{3}{2} \wedge a \neq \frac{-3}{2}$.

D. $a < \frac{-3}{2} \vee a > \frac{3}{2}$.

Lời giải.

Câu 14. Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $|x|+1=x^2+m$ có nghiệm duy nhất.

A. $m=0$.

B. $m=1$.

C. $m=-1$.

D. Không có m .

Lời giải.

Câu 15. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-5;5]$ để phương trình $|mx + 2x - 1| = |x - 1|$ có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. 8.

B. 9.

C. 10.

D. 11.

Lời giải.

DẠNG TOÁN 2: PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MẪU

1. Phương pháp.

Để giải phương trình chứa ẩn ở mẫu ta thường

- Quy đồng mẫu số (chú ý cần đặt điều kiện mẫu số khác không).
- Đặt ẩn phụ.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 5. Giải các phương trình sau

a). $\frac{2x+1}{3x+2} = \frac{x+1}{x-2}$

c). $\frac{x+3}{(x+1)^2} = \frac{4x-2}{(2x-1)^2}$

b). $1 + \frac{2}{x-2} = \frac{10}{x+3} - \frac{50}{(2-x)(x+3)}$

d). $\frac{x+1}{x+2} + \frac{x-1}{x-2} = \frac{2x+1}{x+1}$

Lời giải

[illegible]

 Bài tập 6. Giải các phương trình sau

a). $\frac{4}{2x+1} + \frac{3}{2x+2} = \frac{2}{2x+3} + \frac{1}{2x+4}$.

$$\text{b). } \frac{1}{x^2+5x+4} + \frac{1}{x^2+11x+28} + \frac{1}{x^2+17x+70} = \frac{3}{4x-2}$$

c). $1 + \frac{4}{(2-x)^2} = \frac{5}{x^2}$

Lời giải

[illegible]

[illegible]

Bài tập 7. Giải và biện luận phương trình sau với m là tham số.

$$\text{a). } \frac{x-m}{x+1} = 2 \quad (1)$$

b). $\frac{x^2 + mx + 2}{x^2 - 1} = 1 \quad (2)$

c). $\frac{x^2 + mx + 2}{3 - x} = 2m + 6 \quad (3)$

$$\text{d). } \frac{|3x + mx + 2|}{|x + 1|} = m \quad (4)$$

Lời giải

[illegible]

[illegible]

$$\frac{a}{x-a} - \frac{b}{x-b} = \frac{a^2 - b^2}{x^2 - (a+b)x + ab} \quad (*)$$

b). Có nghiệm

[illegible]

a). $\frac{13}{2x^2 + x - 21} + \frac{1}{2x + 7} = \frac{6}{x^2 - 9}$

$$\text{b). } \frac{4}{2x^3+3x^2-8x-12} + \frac{1}{2x+3} = \frac{1}{x^2-4} + \frac{4}{2x^2+7x+6}$$

c). $\frac{x+1}{x-1} + \frac{x-2}{x+2} + \frac{x-3}{x+3} + \frac{x+4}{x-4} = 4$

 Bài 6. Giải phương trình

a). $\frac{2x}{3x^2-5x+2} + \frac{13x}{3x^2+x+2} = 6$

b). $\frac{x^4+3x^2+1}{x^3+x^2-x} = 3$

c). $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2} = 15$

Lời giải

 Bài 7. Giải phương trình

a). $\left(\frac{x+1}{x-2}\right)^2 + \frac{x+1}{x-3} = 12\left(\frac{x-2}{x-3}\right)^2$

b). $\frac{2(x+1)}{3x^2+x} + \frac{13(x+1)}{3x^2+7x+6} = 6$

[illegible][illegible][illegible]

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 16. Tập nghiệm S của phương trình $2x + \frac{3}{x-1} = \frac{3x}{x-1}$ là:

A. $S = \left\{1; \frac{3}{2}\right\}$.

B. $S = \{1\}$.

C. $S = \left\{\frac{3}{2}\right\}$.

D. $S = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải.

Câu 17. Tập nghiệm của phương trình $\frac{x^2 - 5x}{\sqrt{x-2}} = -\frac{4}{\sqrt{x-2}}$ là:

A. $S = \{1; 4\}$.

B. $S = \{1\}$.

C. $S = \emptyset$.

D. $S = \{4\}$.

Lời giải.

Câu 18. Phương trình $\frac{2x^2 - 10x}{x^2 - 5x} = x - 3$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Câu 19. Gọi x_0 là nghiệm của phương trình $1 - \frac{2}{x-2} = \frac{10}{x+3} - \frac{50}{(2-x)(x+3)}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $x_0 \in (-5; -3)$.

B. $x_0 \in [-3; -1]$.

C. $x_0 \in (-1; 4)$.

D. $x_0 \in [4; +\infty)$.

Lời giải.

Câu 20. Tập nghiệm S của phương trình $\frac{(m^2 + 1)x - 1}{x + 1} = 1$ trong trường hợp $m \neq 0$ là:

- A. $S = \left\{ \frac{m+1}{m^2} \right\}$. B. $S = \emptyset$. C. $S = \mathbb{R}$. D. $S = \left\{ \frac{2}{m^2} \right\}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 21. Tập nghiệm S của phương trình $\frac{(2m^2 + 3)x + 6m}{x} = 3$ khi $m \neq 0$ là:

- A. $S = \emptyset$. B. $S = \left\{ -\frac{3}{m} \right\}$. C. $S = \mathbb{R}$. D. $S = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 22. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình $\frac{x^2 + mx + 2}{x^2 - 1} = 1$ vô nghiệm?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 23. Phương trình $\frac{2mx - 1}{x + 1} = 3$ có nghiệm duy nhất khi:

- A. $m \neq \frac{3}{2}$. B. $m \neq 0$. C. $m \neq 0$ và $m \neq \frac{3}{2}$. D. $m \neq -\frac{1}{2}$ và $m \neq \frac{3}{2}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 24. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-3;5]$ để phương trình $\frac{x-m}{x+1} = \frac{x-2}{x-1}$ có nghiệm. Tổng các phần tử trong tập S bằng:

A. -1. B. 8. C. 9. D. 10.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 25. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[1;20]$ để phương trình $\frac{x+1}{x-2} + \frac{m}{4-x^2} = \frac{x+3}{x+2}$ có nghiệm.

A. 4. B. 18. C. 19. D. 20.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

DẠNG TOÁN 3: PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN TRONG CĂN BẬC HAI.

1. Phương pháp.

Để giải phương trình chứa ẩn dưới dấu căn ta tìm cách để khử dấu căn, bằng cách:

① Nâng lũy thừa hai vế $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) \geq 0 \text{ (hay } g(x) \geq 0) \end{cases}$

$$\sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = [g(x)]^2 \\ g(x) \geq 0 \end{cases}$$

② Phân tích thành tích.

③ Đặt ẩn phụ.

2. Bài tập minh họa.

Loại 1: Bình phương hai vế của phương trình.

Bài tập 9. Giải các phương trình sau

a). $\sqrt{x^2 + 2x + 4} = \sqrt{2 - x}$

b). $x - \sqrt{2x - 5} = 4$

c). $\sqrt{x-2} - 3\sqrt{x^2-4} = 0$

d). $\sqrt{x+4} - \sqrt{1-x} = \sqrt{1-2x}$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

 **Bài tập 10.** Giải các phương trình sau

a). $x = \sqrt{\sqrt{3x^2 + 1} - 1}$

b). $\sqrt{2x-1} + x^2 - 3x + 1 = 0$

Lời giải

Bài tập 11. Tìm m để phương trình $\sqrt{x^2 + mx + 2} = 2x + 1$ có hai nghiệm phân biệt.

Lời giải

Loại 2: Phân tích thành tích bằng cách nhân liên hợp.

1. Phương pháp

Để trục căn thức ta nhân với các đại lượng liên hợp;

$$\sqrt{A} - \sqrt{B} = \frac{(\sqrt{A} - \sqrt{B})(\sqrt{A} + \sqrt{B})}{\sqrt{A} + \sqrt{B}} = \frac{A - B}{\sqrt{A} + \sqrt{B}}$$

$$\sqrt[3]{A} - \sqrt[3]{B} = \frac{(\sqrt[3]{A} - \sqrt[3]{B})((\sqrt[3]{A})^2 + \sqrt[3]{A}\sqrt[3]{B} + (\sqrt[3]{B})^2)}{(\sqrt[3]{A})^2 + \sqrt[3]{A}\sqrt[3]{B} + (\sqrt[3]{B})^2} = \frac{A - B}{(\sqrt[3]{A})^2 + \sqrt[3]{A}\sqrt[3]{B} + (\sqrt[3]{B})^2}$$

Với A, B không đồng thời bằng không.

2. Bài tập minh họa.

f). $(3x+1)\sqrt{x^2+3} = 3x^2 + 2x + 3$

[illegible]

Loại 3: Đặt ẩn phụ

1. Phương pháp.

Phương trình có dạng	Đặt ẩn phụ
① $\sqrt{ax+b}, x, x^2, \dots$	$t = \sqrt{ax+b}, t \geq 0$
② $\sqrt{ax^2+bx+c}, ax^2+bx, \dots$	$t = \sqrt{ax^2+bx+c}, t \geq 0$
③ $\sqrt[3]{ax+b}, ax+b, \dots$	$t = \sqrt[3]{ax+b}$
④ $\begin{cases} \sqrt{f(x)} \pm \sqrt{g(x)} \\ \sqrt{f(x)} \cdot \sqrt{g(x)} \end{cases}, f(x)+g(x)=C$	$t = \sqrt{f(x)} \pm \sqrt{g(x)}$
⑤ $\sqrt{f(x)} \pm \frac{A}{\sqrt{f(x)}}, f(x) + \frac{A^2}{f(x)}$	$t = \sqrt{f(x)} \pm \frac{A}{\sqrt{f(x)}}$
⑥ $\sqrt[n]{f(x)}, \sqrt[n]{f(x)}$	$t = \sqrt[s]{f(x)}$ với $s = BCNN(m; n)$

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 13. Giải các phương trình sau

a). $x^2 + \sqrt{x^2+11} = 31$

b). $(x+5)(2-x) = 3\sqrt{x^2+3x}$

c). $\frac{x^2+x+1}{\sqrt{x^2-x+1}} = 3\sqrt{x}$

Bài tập 14. Giải các phương trình sau

a). $\sqrt{4x-1} + 4x^2 - 6x + 1 = 0$

b). $\sqrt{3x^2 - 2x + 9} + \sqrt{3x^2 - 2x + 2} = 7$

c) $3\sqrt{x} + 8 = 9x + \frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$

d). $\frac{2x^2 + 8x + 1}{2x + 1} = 5\sqrt{x}$

Lời giải

Nhận xét:

Phương trình có chứa $af(x) \pm \frac{1}{bf(x)}$ và $a^2f^2(x) + \frac{1}{b^2f^2(x)}$ thì ta đặt ẩn phụ là

$$t = af(x) \pm \frac{1}{bf(x)}$$

Bài tập 15. Giải các phương trình sau

a). $\sqrt{x - \sqrt{x^2 - 1}} + \sqrt{x + \sqrt{x^2 - 1}} = 2.$

b). $3x^2 + 21x + 18 + 2\sqrt{x^2 + 7x + 7} = 2.$

Lời giải

 **Bài tập 16.** Giải các phương trình sau

a). $2x^2 - 6x - 1 = \sqrt{4x + 5}$.

b). $x + \sqrt{5 + \sqrt{x - 1}} = 6$.

Lời giải

 **Bài tập 17.** Tìm m để phương trình sau có nghiệm

a). $(2x - 1)^2 + m = \sqrt{x^2 - x + 1}$ (1)

b). $3\sqrt{x - 1} + m\sqrt{x + 1} = 2\sqrt[4]{x^2 - 1}$ (2)

Lời giải

Lưu ý: Khi giải bài toán bằng cách đặt ẩn phụ, đối với loại toán không chứa tham số thì có thể không nêu điều kiện (hoặc điều kiện "lỏng") của ẩn phụ vì sau khi tìm được nghiệm ẩn phụ rồi chúng ta phải thay lại để giải. Nhưng với bài toán chứa tham số thì chúng ta ***cần phải*** nêu điều kiện "chặt" đối với ẩn phụ.

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 26. Tập nghiệm S của phương trình $\sqrt{2x-3} = x-3$ là:

- A.** $S = \{6; 2\}$. **B.** $S = \{2\}$. **C.** $S = \{6\}$. **D.** $S = \emptyset$.

Lời giải.

Câu 27. Tập nghiệm S của phương trình $\sqrt{x^2 - 4} = x - 2$ là:

- A.** $S = \{0; 2\}$. **B.** $S = \{2\}$. **C.** $S = \{0\}$. **D.** $S = \emptyset$.

Lời giải.

Câu 28. Tổng các nghiệm của phương trình $(x-2)\sqrt{2x+7} = x^2 - 4$ bằng:

A. 0 .

B. 1 .

C. 2 .

D. 3 .

Lời giải.

Câu 29. Phương trình $\frac{x^2 - 4x - 2}{\sqrt{x-2}} = \sqrt{x-2}$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 1 .

B. 2 .

C. 3 .

D. 5 .

Lời giải.

Câu 30. Phương trình $\sqrt{2-x} + \frac{4}{\sqrt{2-x}+3} = 2$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 0 .

B. 1 .

C. 2 .

D. 3 .

Lời giải.

Câu 31. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\left(\frac{x^2}{x-1}\right)^2 + \frac{2x^2}{x-1} + m = 0$ có đúng bốn nghiệm?
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải.

Câu 32. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 2m\left(x + \frac{1}{x}\right) + 1 = 0$ có nghiệm.
A. $m \in \left(-\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right)$. **B.** $m \in \left[\frac{3}{4}; +\infty\right)$.
C. $m \in \left(-\infty; -\frac{3}{4}\right]$. **D.** $m \in \left(-\infty; -\frac{3}{4}\right] \cup \left[\frac{3}{4}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Câu 33. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2 + \frac{4}{x^2} - 4\left(x - \frac{2}{x}\right) + m - 1 = 0$ có đúng hai nghiệm lớn hơn 1.

A. $m < -8$.

B. $-8 < m < 1$.

C. $0 < m < 1$.

D. $m \leq -8$.

Lời giải.

Câu 34. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $(x^2 + 2x + 4)^2 - 2m(x^2 + 2x + 4) + 4m - 1 = 0$ có đúng hai nghiệm.

A. $m \in (3; 4)$.

B. $m \in (-\infty; 2 - \sqrt{3}) \cup (2 + \sqrt{3}; +\infty)$.

C. $m \in (4; +\infty) \cup \{2 + \sqrt{3}\}$.

D. $m \in \mathbb{R}$.

Lời giải.

$$x^2 + 2mx + 2m|x + m| + m^2 + 3 - 2m = 0 \text{ có nghiệm.}$$

- Lời giải.**

Lời giải

Trong lời giải trên ta thấy khó nhất là biến đổi phương trình ban đầu thành

$$-27(x+3) - 3\sqrt{x+3} + 3x^2 + 31x + 80 = 0$$

để sau khi đặt ẩn phụ $t = \sqrt{x+3}$ thì phương trình ẩn t có $\Delta = (18x+93)^2$ (là bình phương của một nhị thức).

Nếu ta tách không hợp lý thì Δ không là bình phương của một nhị thức hoặc là một hằng số, trong trường hợp đó việc giải phương trình theo hướng trên là không thể thực hiện được.

Vậy làm thế nào để tách được phương trình mà thỏa mãn các điều kiện trên và việc tách ra như thế có là duy nhất? Để trả lời được câu hỏi này ta thực hiện theo các bước như sau:

Bước 1: Viết (1) $\Leftrightarrow m(x+3) - 3\sqrt{x+3} + 3x^2 + (4-m)x - 1 - 3m = 0 \quad (m \neq 0)$

Bước 2: Đặt $t = \sqrt{x+3} \quad (t \geq 0)$ pt trở thành $mt^2 - 3t + 3x^2 + (4-m)x - 1 - 3m = 0$

$$\text{Có } \Delta_t = -12mx^2 - 4m(4-m)x + 12m^2 + 4m + 9 = f(x)$$

Bước 3: Tìm m sao cho $\begin{cases} -12m > 0 \\ \Delta'_f = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -12m > 0 \\ \Delta'_f = 4m(m+27)(m^2+m+1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -27$

Đến đây việc giải pt như đã trình bày ở trên

Bài tập 19. Giải phương trình $\sqrt{60-24x-5x^2} = x^2 + 5x - 10$

Lời giải

Bài tập 20. Giải phương trình $(x+3)\sqrt{(4-x)(12+x)} = 28-x$

Lời giải

b). $(x+3)\sqrt{(4-x)(12+x)} = 28-x.$

a). $\sqrt{3x^2+6x+7}+\sqrt{5x^2+10x+14}=4-2x-x^2$. b). $\sqrt{x+\sqrt{2x-5}-2}+\sqrt{x-3\sqrt{2x-5}+2}=2\sqrt{2}$

Tel: 0935.660.880

[illegible]

DẠNG 4. Đưa về hệ phương trình

Bài tập 23. Giải phương trình

a). $(x+1)^2 - 2\sqrt{2x(x^2+1)} = 0$ **b).** $10\sqrt{x^3+1} = 3(x^2+2)$ **c).** $4 + \sqrt{x+1} = 3\sqrt{x^2-1} + 2\sqrt{x-1}$

Lời giải

[illegible]

 Bài tập 24. Giải các phương trình sau

a). $\sqrt{4x^2 + 5x + 1} - 2\sqrt{x^2 - x + 1} = 9x - 3.$

b). $\sqrt{x^3 + x^2 - 1} + \sqrt{x^3 + x^2 + 2} = 3.$

Lời giải

f). $x^2 + \sqrt{x+7} = 7$

[illegible]

d). $\sqrt[3]{x+6} + x^2 = 7 - \sqrt{x-1}$

[illegible]

 **Bài 12.** Giải các phương trình sau

a). $\sqrt{x^2 + x + 2} = x^2 + x$

c). $13x + 2(3x + 2)\sqrt{x + 3} + 42 = 0$

e). $\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1} - \sqrt{3-x}} = x - \frac{1}{2}$

g). $x^2 + 2x\sqrt{x - \frac{1}{x}} = 3x + 1$

b). $(2x - 1)^2 = \sqrt{x^2 - x + 1}$

d). $x^2 - 2x - 22 - \sqrt{-x^2 + 2x + 24} = 0$

f). $\sqrt{4x-1} + 4x^2 - 6x + 1 = 0$

h). $x^2 + \sqrt[3]{x^4 - x^2} = 2x + 1$

Lời giải

Bài 13. Giải các phương trình sau

a). $4x^2 + 22 + \sqrt{3x-2} = 21x$

b). $x(1-5\sqrt{x+3})=3(x^2-4)$

c). $51\sqrt{x-2} = 3x^2 - 58x + 110$

d). $x^2 + x\sqrt{3x-1} + 2 = 6x$

Lời giải

 **Bài 14.** Tìm m để phương trình $x^3 - (2m+5)x^2 + (m^2+6m+7)x - 3m^2 - 3 = 0$ (*) có ba nghiệm dương phân biệt.

Lời giải

 Bài 15. Cho phương trình $(m+1)x^4 - 4x^2 + 1 = 0$ (*). Tìm m để

- b). Phương trình (*) có bốn nghiệm phân biệt**

Lời giải

 **Bài 16.** Cho phương trình $x^4 + 4x^3 - 3x^2 - 14x + m = 0$

- a). Giải phương trình khi $m = 6$
b). Tìm m để phương trình có nghiệm.

Lời giải

 **Bài 17.** Tìm m để phương trình : $(x^2 - 1)(x + 3)(x + 5) = m$ có nghiệm.

Lời giải

 **Bài 18.** Tìm m để phương trình : $x^4 - 4x^3 + 8x = m$ có bốn nghiệm phân biệt.

Lời giải

SBÀI 4.

HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT NHIỀU ẨN

A-LÝ THUYẾT

I. Phương trình bậc nhất hai ẩn.

1. **Định nghĩa:** phương trình bậc nhất hai ẩn x, y có dạng tổng quát là

$$ax + by = c \quad (1)$$

trong đó a, b, c là các hệ số, với điều kiện a và b không đồng thời bằng 0.

2. Nhận xét:

➤ Khi $a = b = 0$ ta có phương trình $0x + 0y = c$.

✦ Nếu $c \neq 0$ thì phương trình này vô nghiệm.

✦ Nếu $c = 0$ thì mọi cặp số $(x_0; y_0)$ đều là nghiệm.

➤ Khi $b \neq 0$, phương trình $ax + by = c$ trở thành $y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b} \quad (2)$

✦ Cặp số $(x_0; y_0)$ là một nghiệm của phương trình (1) khi và chỉ khi điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc đường thẳng (2).

➤ Tổng quát, người ta chứng minh được rằng phương trình bậc nhất hai ẩn luôn luôn có vô số nghiệm. Biểu diễn hình học tập nghiệm của phương trình của phương trình (1) là một đường thẳng trong mặt phẳng tọa độ Oxy .

II. Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn.

1. **Định nghĩa:** Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn là hệ phương trình có dạng

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \quad (a_1^2 + b_1^2 \neq 0, a_2^2 + b_2^2 \neq 0)$$

➤ Trong đó x, y là hai ẩn; các chữ số còn lại là hệ số.

➤ Nếu cặp số $(x_0; y_0)$ đồng thời là nghiệm của cả hai phương trình của hệ thì $(x_0; y_0)$ được gọi là một nghiệm của hệ phương trình (3).

➤ Giải hệ phương trình (3) là tìm tập nghiệm của nó.

2. Giải và biện luận hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn:

Để giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn ta có thể dùng các cách giải đã biết ở chương trình lớp 9 như:

➤ Phương pháp thế.

➤ Phương pháp cộng đại số.

➤ Phương pháp đặt ẩn phụ.

Trong chương trình lớp 10, để biện luận số nghiệm của hệ phương trình bậc nhất hai ẩn ta sử dụng định thức **Cramer**.

Bước 1. Tính các định thức: $D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1b_2 - a_2b_1$

$$D_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} = c_1b_2 - c_2b_1.$$

$$D_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} = a_1c_2 - a_2c_1.$$

Bước 2.

Xét định thức		Kết quả
$D \neq 0$		Hệ có nghiệm duy nhất $\left(x = \frac{D_x}{D}; y = \frac{D_y}{D} \right)$
$D = 0$	$D_x \neq 0$ hoặc $D_y \neq 0$	Hệ vô nghiệm

$$D_x = D_y = 0$$

Hệ có vô số nghiệm

3. Ví dụ minh họa.

 **Ví dụ 1.** Giải các hệ phương trình sau:

a)
$$\begin{cases} 5x - 4y = 3 \\ 7x - 9y = 8 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} \sqrt{2}x + 4y = -1 \\ 2x + 4\sqrt{2}y = 5 \end{cases}$$

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

 **Ví dụ 2.** Giải các hệ phương trình sau:

a)
$$\begin{cases} \frac{6}{x} + \frac{5}{y} = 3 \\ \frac{9}{x} - \frac{10}{y} = 1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} \frac{6}{x-2y} + \frac{2}{x+2y} = 3 \\ \frac{3}{x-2y} + \frac{4}{x+2y} = -1 \end{cases}$$

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	


Ví dụ 4. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 2 \\ x - 3y + z = 5 \\ x - 5y = 1 \end{cases}$$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

IV. Hệ phương trình gồm một phương trình bậc nhất và bậc 2.

1. Phương pháp.

- Sử dụng phương pháp thế
- ✦ Từ phương trình bậc nhất rút một ẩn theo ẩn kia.
 - ✦ Thế vào phương trình bậc hai để đưa về phương trình bậc hai một ẩn.
 - ✦ Số nghiệm của hệ tùy theo số nghiệm của phương trình bậc hai này.

2. Ví dụ minh họa.


Ví dụ 5. Giải các hệ phương trình sau

a).

$$\begin{cases} y + x^2 = 4x \\ 2x + y - 5 = 0 \end{cases}$$

b).

$$\begin{cases} 3x - 4y + 1 = 0 \\ xy = 3(x + y) - 9 \end{cases}$$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....


Ví dụ 6. Giải các hệ phương trình sau

$$\text{b). } \begin{cases} x(x+y+1)-3=0 \\ (x+y)^2-\frac{5}{x^2}+1=0 \end{cases}$$

[illegible]

$$\text{b). } \begin{cases} x^2y + xy^2 = 30 \\ x^3 + y^3 = 35 \end{cases}.$$

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. Hệ đối xứng loại 2

Định nghĩa: Hệ phương trình đối xứng loại 2 là hệ phương trình có dạng: (II)

$$\begin{cases} f(x, y) = 0 & (1) \\ f(y, x) = 0 & (2) \end{cases}$$

(Có nghĩa là khi hoán vị giữa x và y thì (1) biến thành (2) và ngược lại).

Cách giải

✧ Trừ (1) và (2) vế theo vế ta được: (II) $\Leftrightarrow \begin{cases} f(x, y) - f(y, x) = 0 & (3) \\ f(x, y) = 0 \end{cases}$

✧ Biến đổi (3) về phương trình tích: (3) $\Leftrightarrow (x - y) \cdot g(x, y) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ g(x, y) = 0 \end{cases}$

✧ Như vậy (II) $\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} f(x, y) = 0 \\ x = y \end{cases} \\ \begin{cases} f(x, y) = 0 \\ g(x, y) = 0 \end{cases} \end{cases}$

✧ Giải các hệ phương trình trên ta tìm được nghiệm của hệ (II).

Nhận xét: Hệ phương trình đối xứng loại 1, 2 nếu có nghiệm là $(x_0; y_0)$ thì $(y_0; x_0)$ cũng là một nghiệm của nó.

Ví dụ 8. Giải các hệ phương trình sau

a). $\begin{cases} x^3 + 2x = y \\ y^3 + 2y = x \end{cases}$

b). $\begin{cases} y^2 = x^3 - 3x^2 + 2x \\ x^2 = y^3 - 3y^2 + 2y \end{cases}$

c). $\begin{cases} 3x = \frac{x^2 + 2}{y^2} \\ 3y = \frac{y^2 + 2}{x^2} \end{cases}$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

 Ví dụ 9. Tìm m để hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = m + 6 \\ 2x + xy + 2y = m \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

Lời giải

 **Bài tập 2.** Giải các hệ phương trình sau:

a). $\begin{cases} (x+3)(y-5) = xy \\ (x-2)(y+5) = xy \end{cases}$

b). $\begin{cases} |x - y| = \sqrt{2} \\ 2x - y = -1 \end{cases}$

c).
$$\begin{cases} \frac{3(x+y)}{x-y} = -7 \\ \frac{5x-y}{y-x} = \frac{5}{3} \end{cases}$$

Lời giải

 Bài tập 3. Giải các hệ phương trình sau:

$$\text{a). } \begin{cases} \frac{6x-3}{y-1} - \frac{2y}{x+1} = 5 \\ \frac{4x-2}{y-1} - \frac{4y}{x+1} = 2 \end{cases}$$

$$\text{b). } \begin{cases} 2|x-6|+3|y+1|=5 \\ 5|x-6|-4|y+1|=1 \end{cases}$$

Lời giải

[illegible]

 Bài tập 4. Giải các hệ phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} 3x + y - z = 1 \\ 2x - y + 2z = 5 \\ x - 2y - 3z = 0 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x + 3y + 2z = 8 \\ 2x + y + z = 6 \\ 3x + y + z = 6 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} x - 3y + 2z = -7 \\ -2x + 4y + 3z = 8 \\ 3x + y - z = 5 \end{cases}$$

Lời giải

[illegible]

3. Bài tập rèn luyện.

 **Bài 1.** Giải các hệ phương trình sau

a).
$$\begin{cases} x + 5y = 7 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases}$$

c).
$$\begin{cases} 2|x + y| - |x - y| = 9 \\ 3|x + y| + 2|x - y| = 17 \end{cases}$$

b).
$$\begin{cases} \frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y} = \frac{5}{8} \\ \frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y} = \frac{3}{8} \end{cases}$$

d).
$$\begin{cases} 4|x + y| + 3|x - y| = 8 \\ 3|x + y| - 5|x - y| = 6 \end{cases}$$

Lời giải

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 1. Cặp số $(x; y)$ nào sau đây không là nghiệm của phương trình $2x - 3y = 5$?

- A. $(x; y) = \left(\frac{5}{2}; 0\right)$. B. $(x; y) = (1; -1)$. C. $(x; y) = \left(0; \frac{5}{3}\right)$. D. $(x; y) = (-2; -3)$.

Lời giải

.....

Câu 2. Phương trình $3x + 2y - 5 = 0$ nhận cặp số nào sau đây là nghiệm

- A. $(2; -3)$. B. $(-1; -1)$. C. $(3; 2)$. D. $(1; 1)$.

Lời giải

.....

Câu 3. Tìm nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y + 3 = 0 \\ -x + 4y = 2 \end{cases}$.

- A. $(x; y) = (2; 1)$. B. $(x; y) = \left(\frac{10}{7}; \frac{1}{7}\right)$. C. $(x; y) = \left(-\frac{10}{7}; \frac{1}{7}\right)$. D. $(x; y) = (-2; -1)$.

Lời giải

.....

Câu 4. Bộ $(x; y; z) = (2; -1; 1)$ là nghiệm của hệ phương trình nào sau đây?

- A. $\begin{cases} x + 3y - 2z = -3 \\ 2x - y + z = 6 \\ 5x - 2y - 3z = 9 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 2x - y - z = 1 \\ 2x + 6y - 4z = -6 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$ C. $\begin{cases} 3x - y - z = 1 \\ x + y + z = 2 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x + y + z = -2 \\ 2x - y + z = 6 \\ 10x - 4y - z = 2 \end{cases}$

Lời giải

.....

Câu 5. Hệ phương trình $\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 13 \\ \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = 12 \end{cases}$ có nghiệm là

A. $x = \frac{1}{2}; y = -\frac{1}{3}$. B. $x = -\frac{1}{2}; y = \frac{1}{3}$. C. $x = \frac{1}{2}; y = \frac{1}{3}$. D. $x = \frac{1}{2}; y = \frac{1}{3}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 6. Hệ phương trình nào dưới đây vô nghiệm?

A. $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x - 3y = 1 \\ -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}y = 1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x - 3y = 1 \\ -\frac{1}{3}x + y = -\frac{1}{3} \end{cases}$ D. $\begin{cases} x - 3y = 2 \\ x + y = 5 \end{cases}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 7. Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x + y + z = 11 \\ 2x - y + z = 5 \\ 3x + 2y + z = 24 \end{cases}$ là:

A. $(x; y; z) = (5; 3; 3)$. B. $(x; y; z) = (4; 5; 2)$. C. $(x; y; z) = (2; 4; 5)$. D. $(x; y; z) = (3; 5; 3)$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 8. Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x+2y=1 \\ y+2z=2 \\ z+2x=3 \end{cases}$ là:

A. $\begin{cases} x=0 \\ y=1. \\ z=1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=1 \\ y=1. \\ z=0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=1 \\ y=1. \\ z=1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=1 \\ y=0. \\ z=1 \end{cases}$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 9. Bộ $(x; y; z) = (2; -1; 1)$ là nghiệm của hệ phương trình nào sau đây ?

A. $\begin{cases} x+3y-2z=-3 \\ 2x-y+z=6 \\ 5x-2y-3z=9 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 2x-y-z=1 \\ 2x+6y-4z=-6. \\ x+2y=5 \end{cases}$ C. $\begin{cases} 3x-y-z=1 \\ x+y+z=2. \\ x-y-z=0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x+y+z=-2 \\ 2x-y+z=6 \\ 10x-4y-z=2 \end{cases}$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 10. Bộ $(x; y; z) = (1; 0; 1)$ là nghiệm của hệ phương trình nào sau đây ?

A. $\begin{cases} 2x+3y+6z-10=0 \\ x+y+z=-5 \\ y+4z=-17 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x+7y-z=-2 \\ -5x+y+z=1. \\ x-y+2z=0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} 2x-y-z=1 \\ x+y+z=2. \\ -x+y-z=-2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x+2y+z=-2 \\ x-y+z=4 \\ -x-4y-z=5 \end{cases}$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 11. Gọi $(x_0; y_0; z_0)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 3x+y-3z=1 \\ x-y+2z=2 \\ -x+2y+2z=3 \end{cases}$

Tính giá trị của biểu thức $P = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2$.

A. $P = 1$.

B. $P = 2$.

C. $P = 3$.

D. $P = 14$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 12. Gọi $(x_0; y_0; z_0)$ là nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y + z = 11 \\ 2x - y + z = 5 \\ 3x + 2y + z = 24 \end{cases}$$

Tính giá trị của biểu thức $P = x_0 y_0 z_0$.

A. $P = -40$.

B. $P = 40$.

C. $P = 1200$.

D. $P = -1200$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 13. Hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + xy = 7 \\ x^2 + y^2 - xy = 3 \end{cases}$$
 có tất cả các nghiệm là

A. $(x; y) = (-1; -2); (x; y) = (-2; -1); (x; y) = (-1; 2); (x; y) = (2; -1)$.

B. $(x; y) = (-1; -2); (x; y) = (-2; -1)$.

C. $(x; y) = (1; 2); (x; y) = (2; 1)$.

D. $(x; y) = (-1; -2); (x; y) = (-2; -1); (x; y) = (1; 2); (x; y) = (2; 1)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 14. Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} \frac{4}{x-2} + \frac{1}{y} = 5 \\ \frac{5}{x-2} - \frac{2}{y} = 3 \end{cases}$ là

A. $(x; y) = (3; 11)$. B. $(x; y) = (-3; 1)$. C. $(x; y) = (13; 1)$. D. $(x; y) = (3; 1)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 15. Hệ phương trình $\begin{cases} x^2 = 3x - y \\ y^2 = 3y - x \end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 16. Hệ phương trình $\begin{cases} (2x+y)^2 - 5(4x^2 - y^2) + 6(4x^2 - 4xy + y^2) = 0 \\ 2x + y + \frac{1}{2x-y} = 3 \end{cases}$ có một nghiệm $(x_0; y_0)$.

Khi đó $P = x_0 + y_0^2$ có giá trị là

- ## D. 2.

[illegible]

D. $T = 4$.

[illegible]

Câu 18. Các nghiệm của hệ $\begin{cases} xy - 3x - 2y = 16 \\ x^2 + y^2 - 2x - 4y = 33 \end{cases}$ là

- A.** $(x; y) = (-3 - \sqrt{3}; -2 + \sqrt{3})$; $(x; y) = (-3 + \sqrt{3}; -2 - \sqrt{3})$. **B.** $(x; y) = (-3; -2)$; $(x; y) = (3; 2)$
C. $(x; y) = (-3 - \sqrt{3}; -3 + \sqrt{3})$; $(x; y) = (-2 - \sqrt{3}; -2 + \sqrt{3})$. **D.** $(x; y) = (-3; 3)$; $(x; y) = (2; 2)$.

Lời giải

[illegible]

Câu 19. Cho $(x; y)$ với x, y nguyên là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} xy + y^2 + x = 7y & (1) \\ \frac{x^2}{y} + x = 12 & (2) \end{cases} \text{ thì tích } xy \text{ bằng}$$

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

[illegible]

Tel: 0935.660.880

 **Bài tập 7.** Tìm m để hệ vô nghiệm $\begin{cases} 2m^2x + 3(m-1)y = 3 \\ m(x+y) - y = 2 \end{cases}$

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

 **Bài tập 8.** Tìm giá trị của b sao cho $\forall a$ thì hệ phương trình $\begin{cases} x + 2ay = b \\ ax + (1-a)y = b^2 \end{cases}$ có nghiệm.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

 **Bài tập 9.** Tùy vào m hãy tìm giá trị lớn nhất nhỏ nhất của biểu thức sau:

$$P(x; y) = (x + 2my + 1)^2 + (mx + 2y)^2$$

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

3. Bài tập luyện tập.

Bài 1. Giải và biện luận các hệ phương trình sau:

a).
$$\begin{cases} mx + 2y = 2m \\ x + y = 3 \end{cases}$$

b).
$$\begin{cases} (m+1)x - 2y = m-1 \\ m^2x - y = m^2 + 2m \end{cases}$$

Lời giải

Bài 2. Tìm m để hệ phương trình
$$\begin{cases} (m+1)x + 8y = 4m \\ mx + (m+3)y = 3m-1 \end{cases}$$
 có nghiệm duy nhất

Lời giải

Bài 3. Tìm m để hệ phương trình $\begin{cases} -4x + my = m + 1 \\ (m + 6)x + 2y = m + 3 \end{cases}$ có vô số nghiệm:

Lời giải

Bài 4. Tùy theo giá trị của m , hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

$$P(x; y) = (mx + 2y - 2m)^2 + (x + y - 3)^2$$

Lời giải

Bài 5. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} (2m + 1)x - 3y = 3m - 2 \\ (m + 3)x - (m + 1)y = 2m \end{cases}$

- Tìm m để hệ có nghiệm.
- Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $x \geq 2y$.
- Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ sao cho $P = x^2 + 3y^2$ nhỏ nhất.

Lời giải

Bài 6. Giải và biện luận hệ:
$$\begin{cases} m\sqrt{x+1} + \sqrt{y} = m+1 \\ \sqrt{x+1} + m\sqrt{y} = 2 \end{cases}$$

Lời giải

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 20. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + my = 1 \\ mx + y = 1 \end{cases} (I)$, m là tham số. Mệnh đề nào **sai**?

A. Hệ (I) có nghiệm duy nhất $\forall m \neq \pm 1$.

B. Khi $m = 1$ thì hệ (I) có vô số nghiệm.

C. Khi $m = -1$ thì hệ (I) vô nghiệm.

D. Hệ (I) có vô số nghiệm.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 21. Tìm điều kiện của tham số m để hệ phương trình $\begin{cases} mx - y = m \\ -x + my = -1 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

A. $m = \pm 1$.

B. $m \neq -1$.

C. $m \neq 1$.

D. $m \neq \pm 1$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 22. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = m - 1 \\ 3x + y = 4m + 1 \end{cases}$. Giá trị m thuộc khoảng nào sau đây để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$ thỏa mãn $2x_0 - 3y_0 = 1$?

A. $m \in (5; 9)$.

B. $m \in (-5; 1)$.

C. $m \in (0; 3)$.

D. $m \in (-4; 1)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 23. Có bao nhiêu giá trị m nguyên dương để hệ phương trình $\begin{cases} mx - y = 3 \\ 2x + my = 9 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ sao cho biểu thức $A = 3x - y$ nhận giá trị nguyên

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 24. Tìm giá trị thực của tham số m để hệ phương trình $\begin{cases} 2x + 3y + 4 = 0 \\ 3x + y - 1 = 0 \\ 2mx + 5y - m = 0 \end{cases}$ có duy nhất một nghiệm.

A. $m = \frac{10}{3}$. B. $m = 10$. C. $m = -10$. D. $m = -\frac{10}{3}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 25. Tìm giá trị thực của tham số m để hệ phương trình $\begin{cases} mx + y = 1 \\ my + z = 1 \\ x + mz = 1 \end{cases}$ vô nghiệm.

A. $m = -1$. B. $m = 0$. C. $m = 1$. D. $m = 1$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 26. Khi hệ phương trình
$$\begin{cases} x + 2my - z = 1 \\ 2x - my - 2z = 2 \\ x - (m + 4)y - z = 1 \end{cases}$$
 có nghiệm $(x; y; z)$ với $\begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq -\frac{4}{3} \end{cases}$, giá trị $T = 2017x - 2018y - 2017z$ là

A. $T = -2017$. B. $T = 2018$. C. $T = 2017$. D. $T = -2018$.

Lời giải

Câu 27. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x^2y + xy^2 = 4m^2 - 2m \end{cases}$$
. Tìm tất cả các giá trị của m để hệ trên có nghiệm.

A. $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$. B. $[1; +\infty)$. C. $[0; 2]$. D. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right]$.

Lời giải

Câu 28. Hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + xy = 3 \\ y^2 + xy = m^2 - 4 \end{cases}$$
 có nghiệm khi

A. $\begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \end{cases}$. B. $m > 1$. C. $m < -1$. D. $m \neq \pm 1$.

Lời giải

Câu 29. Một đoàn xe tải chở 290 tấn xi măng cho một công trình xây đập thủy điện. Đoàn xe có 57 chiếc gồm ba loại, xe chở 3 tấn, xe chở 5 tấn và xe chở 7,5 tấn. Nếu dùng tất cả xe 7,5 tấn chở ba chuyến thì được số xi măng bằng tổng số xi măng do xe 5 tấn chở ba chuyến và xe 3 tấn chở hai chuyến. Hỏi số xe mỗi loại ?

- A. 18 xe chở 3 tấn, 19 xe chở 5 tấn và 20 xe chở 7,5 tấn.
- B. 20 xe chở 3 tấn, 19 xe chở 5 tấn và 18 xe chở 7,5 tấn.
- C. 19 xe chở 3 tấn, 20 xe chở 5 tấn và 18 xe chở 7,5 tấn.
- D. 20 xe chở 3 tấn, 18 xe chở 5 tấn và 19 xe chở 7,5 tấn.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 30. Có ba lớp học sinh 10A, 10B, 10C gồm 128 em cùng tham gia lao động trồng cây. Mỗi em lớp 10A trồng được 3 cây bạch đàn và 4 cây bàng. Mỗi em lớp 10B trồng được 2 cây bạch đàn và 5 cây bàng. Mỗi em lớp 10C trồng được 6 cây bạch đàn. Cả ba lớp trồng được là 476 cây bạch đàn và 375 cây bàng. Hỏi mỗi lớp có bao nhiêu học sinh ?

- A. 10A có 40 em, lớp 10B có 43 em, lớp 10C có 45 em.
- B. 10A có 45 em, lớp 10B có 43 em, lớp 10C có 40 em.
- C. 10A có 45 em, lớp 10B có 40 em, lớp 10C có 43 em.
- D. 10A có 43 em, lớp 10B có 40 em, lớp 10C có 45 em.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 31. Hai bạn Vân và Lan đi mua trái cây. Vân mua 10 quả quýt, 7 quả cam với giá tiền là 17800. Lan mua 12 quả quýt, 6 quả cam hết 18000. Hỏi giá tiền mỗi quả quýt, quả cam là bao nhiêu?

- A. Quýt 1400, cam 800.
- B. Quýt 700, cam 200.
- C. Quýt 800, cam 1400.
- D. Quýt 600, cam 800.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 32. Một xe hơi khởi hành từ Krông Năng đi đến Nha Trang cách nhau 175km. Khi về xe tăng vận tốc trung bình hơn vận tốc trung bình lúc đi là 20 km/giờ. Biết rằng thời gian dùng để đi và về là 6 giờ; vận tốc trung bình lúc đi là

A. 60 km/giờ. B. 45 km/giờ. C. 55 km/giờ. D. 50 km/giờ.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	