

Câu 1: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đường thẳng đi qua trọng tâm của tam giác ABC và song song với BC cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại M, N . Mặt phẳng $(A'MN)$ chia khối lăng trụ thành hai phần. Tỉ số thể tích của phần bé và phần lớn là

- A. $\frac{4}{23}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{4}{9}$. D. $\frac{4}{27}$.

Câu 2: Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng S , diện tích đáy bằng diện tích một mặt cầu có bán kính a . Khi đó thể tích của khối trụ tính theo S và a là

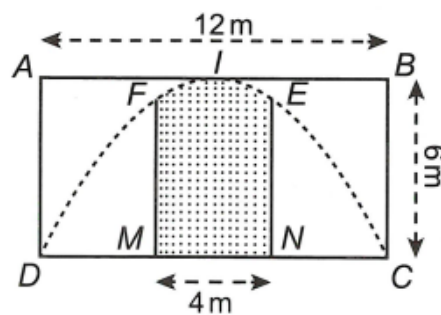
- A. Sa . B. $\frac{1}{2}Sa$. C. $\frac{1}{3}Sa$. D. $\frac{1}{4}Sa$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 5 = 0$ có bán kính bằng

- A. $\sqrt{5}$. B. 3. C. $\sqrt{19}$. D. 9.

Câu 4: Một công ty quảng cáo muốn làm một bức tranh trang trí như phần $MNEIF$ được tô đậm trong hình vẽ bên dưới ở chính giữa của một bức tường hình chữ nhật $ABCD$ có $BC = 6m$, $CD = 12m$.

Biết $MN = 4m$; cung EIF có hình parabol với đỉnh I là trung điểm của cạnh AB và đi qua hai điểm C, D . Kinh phí làm bức tranh là $1.200.000$ đồng/ m^2 . Hỏi công ty đó cần bao nhiêu tiền để làm bức tranh?



- A. 34266666 đồng. B. 13866666 đồng.
C. 14933333 đồng. D. 27733333 đồng.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{5} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-4}{1}$. Trong các mặt phẳng sau đây mặt phẳng nào song song với đường thẳng d ?

- A. $5x - 3y + z + 2 = 0$. B. $x + y - 2z + 9 = 0$.
C. $5x - 3y + z - 2 = 0$. D. $x + 3y + 4z - 9 = 0$.

Câu 6: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , tập hợp điểm M biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - i + 1| = 2$ là

- A. Đường tròn tâm $I(1; -1)$, bán kính $R = 2$. B. Hình tròn tâm $I(1; -1)$, bán kính $R = 4$.
C. Đường tròn tâm $I(-1; 1)$, bán kính $R = 4$. D. Đường tròn tâm $I(-1; 1)$, bán kính $R = 2$.

Câu 7: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 9x - m$ có hai cực trị tại x_1, x_2 thỏa $|x_1 - x_2| \leq 2$?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 5.

Câu 8: Mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $A(1; 0; 0), B(2; -1; 3), C(-1; 2; 1)$ nhận vectơ nào sau đây làm vectơ pháp tuyến?

- A. $\vec{n}_1(7; 7; -4)$. B. $\vec{n}_2(1; -1; 3)$. C. $\vec{n}_3(1; 1; 0)$. D. $\vec{n}_4(7; -7; 0)$.

Câu 9: Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\int \frac{dx}{x^2} = \frac{-1}{x} + C.$

B. $\int dx = x + C.$

C. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C.$

D. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C.$

Câu 10: Dãy số nào sau đây là dãy tăng?

A. $u_n = (-1)^{n+1} \sin \frac{\pi}{n}.$ B. $u_n = \frac{2n+3}{3n+2}.$ C. $u_n = \frac{1}{n+\sqrt{n+1}}.$ D. $u_n = (-1)^{2n} (3^n + 1).$

Câu 11: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x + 3 - \frac{1}{x+2}$ trên nửa khoảng $[-4; -2)$?

A. $\min_{[-4; -2)} y = 6.$ B. $\min_{[-4; -2)} y = 7.$ C. $\min_{[-4; -2)} y = 4.$ D. $\min_{[-4; -2)} y = 5.$

Câu 12: Cho một khối chóp tam giác có đáy là tam giác vuông và độ dài hai cạnh góc vuông lần lượt là $4a$ và $3a$, chiều cao của khối chóp là $4a$. Thể tích (tính theo a) của khối chóp đó là

A. $V = 24a^3.$ B. $V = 48a^3.$ C. $V = 16a^3.$ D. $V = 8a^3.$

Câu 13: Có bao nhiêu cách xếp 4 người Việt Nam, 5 người Pháp và 2 người Mỹ ngồi lên một chiếc ghế dài gồm 11 vị trí?. Biết những người cùng quốc tịch phải ngồi gần nhau.

A. 5760. B. 45602. C. 1640. D. 34560.

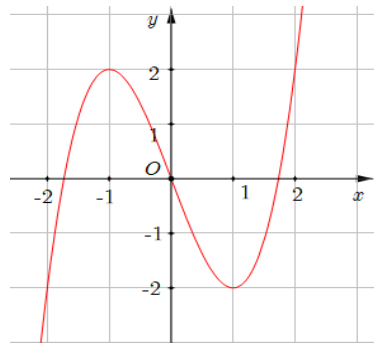
Câu 14: Cho hàm số $y = f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$. Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. 4. B. 5. C. 3. D. 7.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (1-x)^2(x+1)x$ với mọi x . Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0; 1).$ B. $(-1; 0).$ C. $(-1; 1).$ D. $(1; +\infty).$

Câu 16: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong hình bên. Điểm cực tiêu của hàm số là



A. $y = -2.$ B. $x = 1.$ C. $(1; -2).$ D. $x = 0.$

Câu 17: Cho các mệnh đề sau:

Mọi số thực không phải là số thuần ảo. Mọi số thuần ảo không phải là số thực.
Phần thực của số phức là một số thực. Phần ảo của số phức là một số thuần ảo.
Số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là

A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 18: Với a là số thực dương tùy ý khác 1, $\log_a 2a$ bằng

- A. $1 + \log_2 a$. B. $1 - \log_a 2$. C. $1 + \frac{1}{\log_2 a}$. D. 2 .

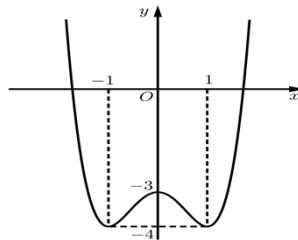
Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			2		-3		$+\infty$
	$-\infty$						

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 2)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(3; +\infty)$. D. $(-3; +\infty)$.
- Câu 20:** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x+1) > 0$ là
- A. $(0; +\infty)$. B. $(-1; +\infty)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-\infty; 0)$.
- Câu 21:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích của khối chóp đã cho tính theo cạnh a là
- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3}{6}$. D. $\frac{a^3}{2}$.
- Câu 22:** Số nghiệm thực của phương trình $3^{x^2-2} = 81$ là
- A. 2 . B. 1 . C. 0 . D. 3 .
- Câu 23:** Khối bát diện đều là khối đa diện đều loại
- A. $\{4; 3\}$. B. $\{5; 3\}$. C. $\{3; 4\}$. D. $\{3; 3\}$.
- Câu 24:** Cho a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $3\log_2 a - \log_4 b = 1$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?
- A. $a^3 = 2\sqrt{b}$. B. $a^3 b^2 = 2$. C. $a^3 = 2b^2$. D. $a^3 \sqrt{b} = 2$.
- Câu 25:** Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a\sqrt{3}$ và $BC = 2a$. Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB thì đường gấp khúc BCA tạo thành một hình nón tròn xoay. Thể tích của khối nón tròn xoay tạo nên bởi hình nón tròn xoay nói trên là
- A. $\pi a^3 \sqrt{3}$. B. $\frac{2\pi a^3}{3}$. C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. D. $2\pi a^3$.
- Câu 26:** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 4 \\ z = -3 - t \end{cases}$ có một vector chỉ phương là
- A. $\vec{n}_2 = (1; 4; -3)$. B. $\vec{u}_4 = (2; 0; -1)$. C. $\vec{n}_1 = (1; 0; -3)$. D. $\vec{u}_3 = (2; 4; -1)$.
- Câu 27:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 0; 1)$, $B(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(\beta): x - y - 2z = 0$. Mặt phẳng (α) đi qua A, B và vuông góc với (β) có phương trình là
- A. $(\alpha): x + 3y + 2z + 1 = 0$. B. $(\alpha): x + 3y + 2z - 1 = 0$.
C. $(\alpha): x - 3y + 2z + 1 = 0$. D. $(\alpha): x - 3y + 2z - 1 = 0$.

- Câu 28:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (1; 3; -2)$ và $\vec{v} = (2; 1; 0)$. Tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng
A. 3. **B.** $\sqrt{70}$. **C.** 5. **D.** 25.
- Câu 29:** Một cấp số cộng có 11 số hạng. Số hạng chính giữa bằng 15. Tổng các số hạng đó bằng
A. 115. **B.** 165. **C.** 195. **D.** 120.
- Câu 30:** Nếu $\int_1^2 f(x) dx = 2$ thì $I = \int_1^2 [3f(x) - 2] dx$ bằng
A. $I = 4$. **B.** $I = 3$. **C.** $I = 2$. **D.** $I = 1$.
- Câu 31:** Cho hàm số $f(x)$ thỏa $2f(1) - f(0) = 2$ và $\int_0^1 (x+1)f'(x) dx = 10$. Tính $\int_0^1 f(x) dx$
A. $I = -8$. **B.** $I = -12$. **C.** $I = 8$. **D.** $I = 1$.
- Câu 32:** Giá trị $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos x)^n \sin x dx$ bằng
A. $\frac{1}{n-1}$. **B.** $\frac{1}{2n}$. **C.** $-\frac{1}{n+1}$. **D.** $\frac{1}{n+1}$.
- Câu 33:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1; 2; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 4 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là
A. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -2-2t \\ z = -3+t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = t \\ y = -2t \\ z = 4+t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 1-t \\ y = -2+2t \\ z = 1+3t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = -1+t \\ y = 2+2t \\ z = 3+t \end{cases}$
- Câu 34:** Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x$, các đường thẳng $x = 0$, $x = \ln 3$ và trục hoành. Thể tích khối tròn xoay sinh bởi (H) khi quay quanh trục hoành là
A. 2π . **B.** 4π . **C.** 4. **D.** π .
- Câu 35:** Tập xác định của hàm số $y = (1 - 2x)^{\frac{1}{3}}$ là
A. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$. **D.** $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$.
- Câu 36:** Hàm số nào sau đây đồng biến trên tập số thực $\mathbb{R}$?
A. $y = 5^{-x}$. **B.** $y = \pi^x$. **C.** $y = \left(\frac{3}{4}\right)^x$. **D.** $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.
- Câu 37:** Đồ thị của hàm số nào sau đây có dạng như đường cong hình bên



- A.** $y = \frac{x-2}{x+1}$. **B.** $y = x^4 + 2x^2 - 3$. **C.** $y = x^4 - 3x^2 - 3$. **D.** $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

Câu 46: Trên mặt phẳng Oxy , ta xét đa giác $ABCD$ với các điểm $A(1;4), B(5;4), C(1;0), D(-3;0)$. Gọi S là tập hợp tất cả các điểm $M(x;y)$ với $x, y \in \mathbb{Z}$ nằm bên trong (kể cả trên cạnh) của đa giác $ABCD$. Lấy ngẫu nhiên một điểm $M(x;y) \in S$. Tính xác suất để $2x + y > 2$.

- A. $\frac{15}{25}$. B. $\frac{14}{25}$. C. $\frac{11}{25}$. D. $\frac{16}{25}$.

Câu 47: Cho hai số phức phân biệt $z_1; z_2$ thỏa mãn điều kiện $\frac{z_1 + z_2}{z_1 - z_2}$ là số ảo.

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $z_1 = -z_2$. B. $|z_1| = 1; |z_2| = 1$. C. $|z_1| = |z_2|$. D. $z_1 = \overline{z_2}$.

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B với $BC = a$. Biết $SA = a\sqrt{2}$; hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm đoạn AB và khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB bằng $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

- A. $\frac{5\sqrt{5}\pi a^3}{6}$. B. $\frac{3\sqrt{5}\pi a^3}{8}$. C. $\frac{3\sqrt{3}\pi a^3}{2}$. D. $\frac{3\sqrt{5}\pi a^3}{2}$.

Câu 49: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ và $x \leq 93$ thỏa mãn điều kiện $4(2^{3y} + 6y) \leq x + 8\log_2(x+7) - 9$?

- A. 106. B. 69. C. 2. D. 92.

Câu 50: Cho 2 số thực x, a với $x > a$ và $x > 0$. Biết $\int_a^x \frac{f(t)}{t^2} dt + 6 = 2\sqrt{x}$. Tìm a .

- A. 29. B. 9. C. 19. D. 5.

HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.A	3.C	4.D	5.D	6.D	7.B	8.C	9.D	10.D
11.B	12.D	13.D	14.C	15.B	16.B	17.B	18.C	19.C	20.C
21.A	22.A	23.C	24.A	25.C	26.B	27.D	28.C	29.B	30.A
31.A	32.D	33.B	34.B	35.D	36.B	37.D	38.A	39.A	40.A
41.B	42.C	43.A	44.A	45.A	46.D	47.C	48.A	49.B	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI.

Câu 1: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đường thẳng đi qua trọng tâm của tam giác ABC và song song với BC cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại M, N . Mặt phẳng $(A'MN)$ chia khối lăng trụ thành hai phần. Tỉ số thể tích của phần bé và phần lớn là

A. $\frac{4}{23}$.

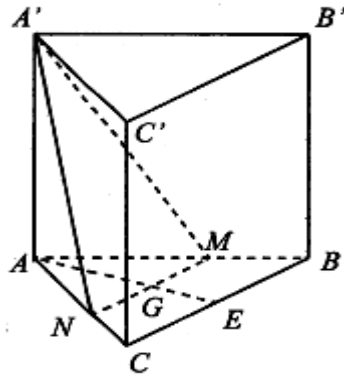
B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{4}{9}$.

D. $\frac{4}{27}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Gọi E là trung điểm của $BC \Rightarrow \frac{AG}{AE} = \frac{2}{3}$

Đường thẳng d đi qua G và song song BC , cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại M, N .

$$\Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{AG}{AE} = \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} AM = \frac{2}{3}AB \\ AN = \frac{2}{3}AC \end{cases} \Rightarrow S_{\triangle AMN} = \frac{4}{9}S_{\triangle ABC} \quad (1)$$

Ta có $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot AA'$ và $V_{A'.AMN} = \frac{1}{3}S_{\triangle AMN} \cdot AA' \quad (2)$

Từ (1) và (2)

$$V_{A'.AMN} = \frac{4}{27}V_{ABC.A'B'C'} \Rightarrow \frac{V_{A'.AMN}}{V_{BmnC.A'B'C'}} = \frac{4}{23}.$$

Câu 2: Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng S , diện tích đáy bằng diện tích một mặt cầu có bán kính a . Khi đó thể tích của khối trụ tính theo S và a là

A. Sa .

B. $\frac{1}{2}Sa$.

C. $\frac{1}{3}Sa$.

D. $\frac{1}{4}Sa$.

Lời giải

Chọn A

Gọi r là bán kính đáy của hình trụ, h là chiều cao của hình trụ.

Theo bài ra ta có:

$$\begin{cases} S = 2\pi rh \\ \pi r^2 = 4\pi a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r = 2a \\ h = \frac{S}{4\pi a} \end{cases} \Rightarrow V = \pi r^2 h = Sa.$$

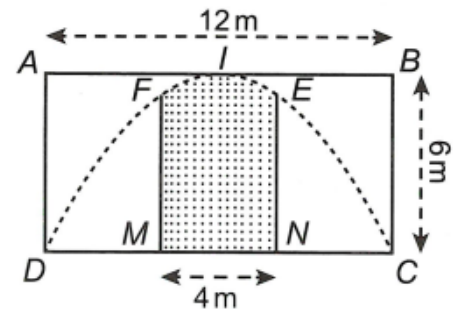
- Câu 3:** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 5 = 0$ có bán kính bằng
A. $\sqrt{5}$. **B.** 3. **C.** $\sqrt{19}$. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

$$R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 3^2 + 5} = \sqrt{19}.$$

- Câu 4:** Một công ty quảng cáo muốn làm một bức tranh trang trí như phần $MNEIF$ được tô đậm trong hình vẽ bên dưới ở chính giữa của một bức tường hình chữ nhật $ABCD$ có $BC = 6m$, $CD = 12m$.
 Biết $MN = 4m$; cung EIF có hình parabol với đỉnh I là trung điểm của cạnh AB và đi qua hai điểm C, D . Kinh phí làm bức tranh là $1.200.000$ đồng/ m^2 . Hỏi công ty đó cần bao nhiêu tiền để làm bức tranh?



- A.** 34266666 đồng. **B.** 13866666 đồng.
C. 14933333 đồng. **D.** 27733333 đồng.

Lời giải

Chọn D

Gọi O là trung điểm cạnh MN và trùng với gốc tọa độ $\Rightarrow M(-2;0); N(2;0)$.

Phương trình parabol đỉnh $I(0;6)$ và đi qua hai điểm $D(-6;0); C(6;0)$ là $(P): y = -\frac{1}{2}x^2 + 6$.

Diện tích giới hạn bởi $(P): y = -\frac{1}{2}x^2 + 6; y = 0; x = -2; x = 2$.

$$\text{Khi đó: } S = \int_{-2}^2 \left| -\frac{1}{2}x^2 + 6 \right| dx = \frac{208}{9} m^2.$$

Vậy công ty đó cần bao nhiêu tiền để làm bức tranh $\frac{208}{9} \cdot 1.200.000 = 27733333$ đồng.

- Câu 5:** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{5} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-4}{1}$. Trong các mặt phẳng sau đây mặt phẳng nào song song với đường thẳng d ?
A. $5x - 3y + z + 2 = 0$. **B.** $x + y - 2z + 9 = 0$.
C. $5x - 3y + z - 2 = 0$. **D.** $x + 3y + 4z - 9 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng $d: \frac{x}{5} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-4}{1}$ có vector chỉ phương $\vec{u} = (5; -3; 1)$.

Vector pháp tuyến của mặt phẳng là vector chỉ phương của đường thẳng nên mặt phẳng vuông góc với đường thẳng d .

Vector pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n}_1 = (1; 1; -2)$. Ta thấy $\vec{n}_1 \cdot \vec{u} = 5 \cdot 1 - 3 \cdot 1 + 1 \cdot (-2) = 0$. Tuy nhiên, điểm $M(0; -1; 4) \in d$ thuộc mặt phẳng nên đường thẳng d nằm trong mặt phẳng này. Vector pháp tuyến của mặt phẳng là vector chỉ phương của đường thẳng nên mặt phẳng vuông góc với đường thẳng d .

Vector pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n}_2 = (1; 3; 4)$. Ta thấy $\vec{n}_2 \cdot \vec{u} = 5 \cdot 1 - 3 \cdot 3 + 1 \cdot 4 = 0$ và điểm $M(0; -1; 4) \in d$ không thuộc mặt phẳng nên đường thẳng d song song với mặt phẳng này.

Câu 6: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, tập hợp điểm M biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - i + 1| = 2$ là

A. Đường tròn tâm $I(1; -1)$, bán kính $R = 2$.

B. Hình tròn tâm $I(1; -1)$, bán kính $R = 4$.

C. Đường tròn tâm $I(-1; 1)$, bán kính $R = 4$.

D. Đường tròn tâm $I(-1; 1)$, bán kính $R = 2$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có:

$$|(x + yi) - i + 1| = 2 \Leftrightarrow |(x + 1) + (y - 1)i| = 2 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 4.$$

Vậy, tập hợp điểm M biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - i + 1| = 2$ là đường tròn tâm $I(-1; 1)$, bán kính $R = 2$.

Câu 7: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3(m + 1)x^2 + 9x - m$ có hai cực trị tại x_1, x_2 thỏa $|x_1 - x_2| \leq 2$?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 5.

Lời giải

Chọn B

$$y = x^3 - 3(m + 1)x^2 + 9x - m \Rightarrow y' = 3x^2 - 6(m + 1)x + 9.$$

Hàm số có 2 điểm cực trị khi và chỉ khi

$$\Delta' = 9(m + 1)^2 - 27 > 0 \Leftrightarrow 9m^2 + 18m - 18 > 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 - \sqrt{3} \\ m > -1 + \sqrt{3} \end{cases}.$$

$$\begin{aligned} |x_1 - x_2| \leq 2 &\Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 \leq 4 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 \leq 4 \\ &\Leftrightarrow 4(m + 1)^2 - 4 \cdot 3 \leq 4 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 1. \end{aligned}$$

$$\text{Kết hợp với điều kiện ta được } \begin{cases} -3 \leq m < -1 - \sqrt{3} \\ -1 + \sqrt{3} < m \leq 1 \end{cases}.$$

Vậy có 3 giá trị nguyên tham số m để hàm số $y = x^3 - 3(m + 1)x^2 + 9x - m$ có hai cực trị tại x_1, x_2 thỏa $|x_1 - x_2| \leq 2$ là $-3, -2, 1$.

Câu 8: Mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $A(1; 0; 0), B(2; -1; 3), C(-1; 2; 1)$ nhận vector nào sau đây làm vector pháp tuyến?

A. $\vec{n}_1(7; 7; -4)$.

B. $\vec{n}_2(1; -1; 3)$.

C. $\vec{n}_3(1; 1; 0)$.

D. $\vec{n}_4(7; -7; 0)$.

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{AB} = (1; -1; 3), \overrightarrow{AC} = (-2; 2; 1) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-7; -7; 0) = -7(1; 1; 0).$$

Vậy, mặt phẳng (P) có một vec tơ pháp tuyến là $\vec{n}_3(1; 1; 0)$.

Câu 9: Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\int \frac{dx}{x^2} = \frac{-1}{x} + C$.

B. $\int dx = x + C$.

C. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C$.

D. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$.

Lời giải

Chọn D

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C.$$

Câu 10: Dãy số nào sau đây là dãy tăng?

A. $u_n = (-1)^{n+1} \sin \frac{\pi}{n}$.

B. $u_n = \frac{2n+3}{3n+2}$.

C. $u_n = \frac{1}{n + \sqrt{n+1}}$.

D. $u_n = (-1)^{2n} (3^n + 1)$.

Lời giải

Chọn D

$$u_n = (-1)^{n+1} \sin \frac{\pi}{n} \text{ có } u_1 = 0; u_2 = -1 < u_1 \text{ nên } u_n \text{ không là dãy số tăng.}$$

$$u_n = \frac{2n+3}{3n+2} \text{ có } u_1 = 1; u_2 = \frac{7}{8} < u_1 \text{ nên } u_n \text{ không là dãy số tăng.}$$

$$u_n = \frac{1}{n + \sqrt{n+1}} \text{ có } u_1 = -1 + \sqrt{2}; u_2 = 2 - \sqrt{3} < u_1 \text{ nên } u_n \text{ không là dãy số tăng.}$$

Câu 11: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x + 3 - \frac{1}{x+2}$ trên nửa khoảng $[-4; -2)$?

A. $\min_{[-4; -2)} y = 6$.

B. $\min_{[-4; -2)} y = 7$.

C. $\min_{[-4; -2)} y = 4$.

D. $\min_{[-4; -2)} y = 5$.

Lời giải

Chọn B

$$y' = -1 + \frac{1}{(x+2)^2}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \notin [-4; -2) \\ x = -3 \in [-4; -2) \end{cases}$$

x	-4	-3	-2
y'	-	0	+
y			

Vậy $\min_{[-4;-2]} y = 7$.

Câu 12: Cho một khối chóp tam giác có đáy là tam giác vuông và độ dài hai cạnh góc vuông lần lượt là $4a$ và $3a$, chiều cao của khối chóp là $4a$. Thể tích (tính theo a) của khối chóp đó là

- A.** $V = 24a^3$. **B.** $V = 48a^3$. **C.** $V = 16a^3$. **D.** $V = 8a^3$.

Lời giải

Chọn D

$$V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 4a \cdot 3a \right) \cdot 4a = 8a^3.$$

Câu 13: Có bao nhiêu cách xếp 4 người Việt Nam, 5 người Pháp và 2 người Mỹ ngồi lên một chiếc ghế dài gồm 11 vị trí?. Biết những người cùng quốc tịch phải ngồi gần nhau.

- A.** 5760. **B.** 45602. **C.** 1640. **D.** 34560.

Lời giải

Chọn D

Xếp 4 người Việt Nam có $4!$ cách.

Xếp 5 người Pháp có $5!$ cách.

Xếp 2 người Mỹ có $2!$ cách.

Xếp vị trí cho người Việt Nam, Pháp, Mỹ có $3!$ cách.

Vậy có $4! \cdot 5! \cdot 2! \cdot 3! = 34560$ cách.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$. Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

- A.** 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 7.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x) = -3x^2 + 6x$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng Biến thiên

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
y'		-	0	+	0	-
y	$+\infty$				0	$-\infty$

Nhìn vào bảng biên thiên ta có:

Phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt khi $-4 < m < 0$.

Suy ra $m = \{-3; -2; -1\}$. Vậy có 3 giá trị của m .

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (1-x)^2(x+1)x$ với mọi x . Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0;1)$.

B. $(-1;0)$.

C. $(-1;1)$.

D. $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

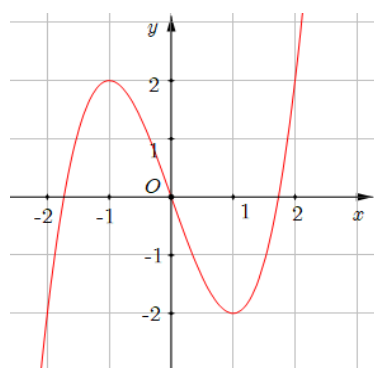
$$f'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \end{cases} \text{ (không tính nghiệm kép)}$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	

Nhìn vào bảng xét dấu $f'(x)$ ta có, hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 16: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong hình bên. Điểm cực tiểu của hàm số là



A. $y = -2$.

B. $x = 1$.

C. $(1; -2)$.

D. $x = 0$.

Lời giải

Chọn B

Lí thuyết.

Câu 17: Cho các mệnh đề sau:

Mọi số thực không phải là số thuần ảo.

Mọi số thuần ảo không phải là số thực.

Phần thực của số phức là một số thực.

Phần ảo của số phức là một số thuần ảo.

Số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Mệnh đề 2 sai, vì số thuần ảo $0.i = 0$ là số thực.

Mệnh đề 4 sai, vì phần ảo của số phức là số thực.

Câu 18: Với a là số thực dương tùy ý khác 1, $\log_a 2a$ bằng

- A.** $1 + \log_2 a$. **B.** $1 - \log_a 2$. **C.** $1 + \frac{1}{\log_2 a}$. **D.** 2 .

Chon C

Ta có $\log_a 2a = \log_a 2 + \log_a a = 1 + \log_a 2 = 1 + \frac{1}{\log_2 a}$.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0
y	$-\infty$	2	-3	$+\infty$

A. $(0; 2)$. **B.** $(-\infty; 1)$. **C.** $(3; +\infty)$. **D.** $(-3; +\infty)$.

Chon C

Câu 20: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x+1) > 0$ là

- A.** $(0; +\infty)$. **B.** $(-1; +\infty)$. **C.** $(-1; 0)$. **D.** $(-\infty; 0)$.

Chon C

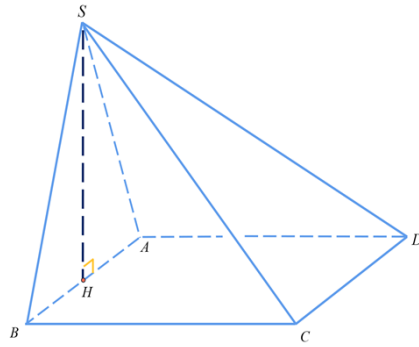
$$\text{Ta có } \log_{\frac{1}{3}}(x+1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ x+1 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < 0.$$

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích của khối chóp đã cho tính theo cạnh a là

- A.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ **C.** $\frac{a^3}{6}$ **D.** $\frac{a^3}{2}$

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm AB , $SH \perp (ABCD)$ và $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$\text{Thể tích khối chóp } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

Câu 22: Số nghiệm thực của phương trình $3^{x^2-2} = 81$ là

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

$$3^{x^2-2} = 81 \Leftrightarrow 3^{x^2-2} = 3^4 \Leftrightarrow x^2 - 2 = 4 \Leftrightarrow x^2 = 6 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{6}.$$

Vậy phương trình có 2 nghiệm thực.

Câu 23: Khối bát diện đều là khối đa diện đều loại

A. $\{4;3\}$.

B. $\{5;3\}$.

C. $\{3;4\}$.

D. $\{3;3\}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 24: Cho a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $3\log_2 a - \log_4 b = 1$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. $a^3 = 2\sqrt{b}$.

B. $a^3b^2 = 2$.

C. $a^3 = 2b^2$.

D. $a^3\sqrt{b} = 2$.

Lời giải

Chọn A

$$3\log_2 a - \log_4 b = 1 \Leftrightarrow \log_2 a^3 = \log_2 2 + \frac{1}{2}\log_2 b \Leftrightarrow \log_2 a^3 = \log_2 2b^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow a^3 = 2\sqrt{b}.$$

Câu 25: Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a\sqrt{3}$ và $BC = 2a$. Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB thì đường gấp khúc BCA tạo thành một hình nón tròn xoay. Thể tích của khối nón tròn xoay tạo nên bởi hình nón tròn xoay nói trên là

A. $\pi a^3\sqrt{3}$.

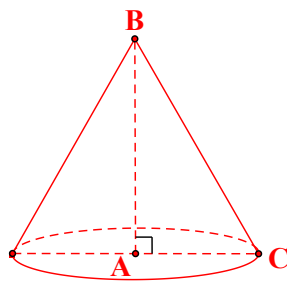
B. $\frac{2\pi a^3}{3}$.

C. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $2\pi a^3$.

Lời giải

Chọn C



Hình nón tạo thành có chiều cao $AB = a\sqrt{3}$ và đường sinh $BC = 2a$ nên nó có bán kính đáy là $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{(2a)^2 - (a\sqrt{3})^2} = a$.

Thể tích khối nón tạo thành là: $V = \frac{1}{3}\pi AC^2 \cdot AB = \frac{1}{3}\pi a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

- Câu 26:** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 4 \\ z = -3 - t \end{cases}$ có một vector chỉ phương là
- A.** $\vec{n}_2 = (1; 4; -3)$. **B.** $\vec{u}_4 = (2; 0; -1)$. **C.** $\vec{n}_1 = (1; 0; -3)$. **D.** $\vec{u}_3 = (2; 4; -1)$.

Chọn B

Đường thẳng (d) có một vector chỉ phương là $\vec{u}_4 = (2; 0; -1)$.

- Câu 27:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 0; 1)$, $B(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(\beta): x - y - 2z = 0$. Mặt phẳng (α) đi qua A , B và vuông góc với (β) có phương trình là
- A.** $(\alpha): x + 3y + 2z + 1 = 0$. **B.** $(\alpha): x + 3y + 2z - 1 = 0$.
C. $(\alpha): x - 3y + 2z + 1 = 0$. **D.** $(\alpha): x - 3y + 2z - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (3; 1; 0)$, vector pháp tuyến của mặt phẳng (β) là $\vec{n}_\beta = (1; -1; -2)$.

Suy ra $[\overrightarrow{AB}, \vec{n}_\beta] = (-2; 6; -4)$, khi đó mặt phẳng $(\alpha): \begin{cases} \text{qua } A(-1; 0; 1) \\ \text{VTPT } \vec{n}_\alpha = (-2; 6; -4) \end{cases}$ có dạng:

$$(\alpha): x - 3y + 2z - 1 = 0.$$

- Câu 28:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (1; 3; -2)$ và $\vec{v} = (2; 1; 0)$. Tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng
- A.** 3. **B.** $\sqrt{70}$. **C.** 5. **D.** 25.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1 \cdot 2 + 3 \cdot 1 + (-2) \cdot 0 = 5$.

- Câu 29:** Một cấp số cộng có 11 số hạng. Số hạng chính giữa bằng 15. Tổng các số hạng đó bằng
- A.** 115. **B.** 165. **C.** 195. **D.** 120.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_6 = 15 \Rightarrow u_1 + 5d = 15$.

$$\text{Mặt khác } S_{11} = \frac{11(2u_1 + 10d)}{2} = 11(u_1 + 5d) = 11.15 = 165.$$

- Câu 30:** Nếu $\int_1^2 f(x) dx = 2$ thì $I = \int_1^2 [3f(x) - 2] dx$ bằng
- A.** $I = 4$. **B.** $I = 3$. **C.** $I = 2$. **D.** $I = 1$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } I = \int_1^2 [3f(x) - 2] dx = 3 \int_1^2 f(x) dx - \int_1^2 2 dx = 3.2 - 2 = 4.$$

- Câu 31:** Cho hàm số $f(x)$ thỏa $2f(1) - f(0) = 2$ và $\int_0^1 (x+1)f'(x) dx = 10$. Tính $\int_0^1 f(x) dx$
- A.** $I = -8$. **B.** $I = -12$. **C.** $I = 8$. **D.** $I = 1$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x+1 \\ dv = f'(x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f(x) \end{cases} \Rightarrow \int_0^1 (x+1)f'(x) dx = (x+1)f(x)|_0^1 - \int_0^1 f(x) dx = 10.$$

$$2f(1) - f(0) - \int_0^1 f(x) dx = 10 \Rightarrow \int_0^1 f(x) dx = -8.$$

- Câu 32:** Giá trị $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos x)^n \sin x dx$ bằng
- A.** $\frac{1}{n-1}$. **B.** $\frac{1}{2n}$. **C.** $-\frac{1}{n+1}$. **D.** $\frac{1}{n+1}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos x)^n \sin x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos x)^n d(1 - \cos x) = \frac{1}{n+1} (1 - \cos x)^{n+1} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{n+1}.$$

- Câu 33:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1; 2; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 4 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

- A.** $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -2-2t \\ z = -3+t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = t \\ y = -2t \\ z = 4+t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 1-t \\ y = -2+2t \\ z = 1+3t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = -1+t \\ y = 2+2t \\ z = 3+t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Gọi d là đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) .

Suy ra đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -2; 1)$ và có phương trình tham số là:

$$\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

Lấy điểm $N \in d$ ta có
$$\begin{cases} x_N = -1 + 1 = 0 \\ y_N = 2 - 2 \cdot 1 = 0 \\ z_N = 3 + 1 = 4. \end{cases}$$

Vậy đường thẳng d cũng có phương trình tham số là:
$$\begin{cases} x = t \\ y = -2t \\ z = 4 + t. \end{cases}$$

Câu 34: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x$, các đường thẳng $x = 0$, $x = \ln 3$ và trục hoành. Thể tích khối tròn xoay sinh bởi (H) khi quay quanh trục hoành là

A. 2π .

B. 4π .

C. 4.

D. π .

Lời giải

Chọn B

$$V = \pi \int_0^{\ln 3} e^{2x} dx = \pi \frac{1}{2} e^{2x} \Big|_0^{\ln 3} = 4\pi.$$

Câu 35: Tập xác định của hàm số $y = (1 - 2x)^{\frac{1}{3}}$ là

A. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

B. $\mathbb{R}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

D. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = (1 - 2x)^{\frac{1}{3}}$ xác định khi $1 - 2x > 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2}$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 36: Hàm số nào sau đây đồng biến trên tập số thực $\mathbb{R}$?

A. $y = 5^{-x}$.

B. $y = \pi^x$.

C. $y = \left(\frac{3}{4}\right)^x$.

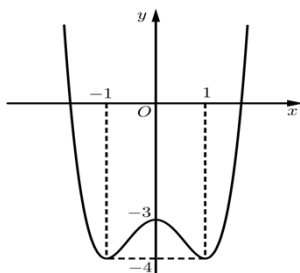
D. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = \pi^x$ có cơ số $\pi > 1$ nên đồng biến trên tập số thực $\mathbb{R}$.

Câu 37: Đồ thị của hàm số nào sau đây có dạng như đường cong hình bên



- A. $y = \frac{x-2}{x+1}$. B. $y = x^4 + 2x^2 - 3$. C. $y = x^4 - 3x^2 - 3$. **D. $y = x^4 - 2x^2 - 3$.**

Lời giải

Chọn D

Đường cong đã cho có dạng của đồ thị hàm bậc bốn trùng phương nên loại hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$.

Hàm số có 3 điểm cực trị $x = -1; x = 0; x = 1$ nên loại các hàm số

$$y = x^4 + 2x^2 - 3, y = x^4 - 3x^2 - 3.$$

Ta thấy hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ có đồ thị giống như đường cong đã cho.

Câu 38: Số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{-2x+1}{\sqrt{4x^2-x+5}}$ là

- A. 2.** B. 1. C. 3. D. 0.

Lời giải

Chọn A

Vì $4x^2 - x + 5 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Hàm số đã cho liên tục trên tập $\mathbb{R}$ nên đồ thị không có tiệm cận đứng.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x+1}{\sqrt{4x^2-x+5}} = -1; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x+1}{\sqrt{4x^2-x+5}} = 1.$$

Vậy đồ thị hàm số có đường tiệm cận, đó là hai đường tiệm cận ngang.

Câu 39: Đồ thị của hàm số $y = 3x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 12x + 1$ có điểm cực tiểu là $M(x_1; y_1)$. Tính $S = x_1 + y_1$.

- A. $S = -11$.** B. $S = 6$. C. $S = -5$. D. $S = 5$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } y' = 12x^3 - 12x^2 - 12x + 12; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$+$

Đồ thị của hàm số $y = 3x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 12x + 1$ có điểm cực tiểu là $M(-1; -10)$.

Khi đó $S = -1 - 10 = -11$.

Câu 40: Môđun của số phức $z = 5 + 2i - (1 + i)^2$ là

A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z = 5 + 2i - (1 + i)^2 = 5 \in \mathbb{R}$.

Vậy $|z| = 5$.

Câu 41: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy gọi A là điểm biểu diễn cho số phức z và B là điểm biểu diễn cho số phức $-\bar{z}$. Chọn mệnh đề đúng của các mệnh đề sau:

A. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = -x$.

B. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục tung.

C. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục hoành.

D. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = x$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R}) \Rightarrow -\bar{z} = -a + bi$.

$\Rightarrow A(a; b), B(-a; b)$ đối xứng với nhau qua trục tung.

Câu 42: Hình lập phương có đường chéo của một mặt bên bằng 4cm . Thể tích khối lập phương đó là

A. 8cm^3 .

B. $2\sqrt{2}\text{cm}^3$.

C. $16\sqrt{2}\text{cm}^3$.

D. $8\sqrt{2}\text{cm}^3$.

Lời giải

Chọn C

Độ dài cạnh hình lập phương là $\frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}\text{cm}$

Vậy thể tích khối lập phương đó là: $V = (2\sqrt{2})^3 = 16\sqrt{2}\text{cm}^3$.

Câu 43: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	1	2	5	$+\infty$		
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-

Hàm số $y = 3f(x+3) - x^3 + 12x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2; +\infty)$.

B. $(1; 5)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(-\infty; -1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$y = 3f(x+3) - x^3 + 12x \Rightarrow y' = 3f'(x+3) - 3x^2 + 12$$

$$y' = 3f'(x+3) - 3(x^2 + 6x + 9) + 18(x+3) - 15$$

$$= 3f'(x+3) - 3(x+3)^2 + 18(x+3) - 15.$$

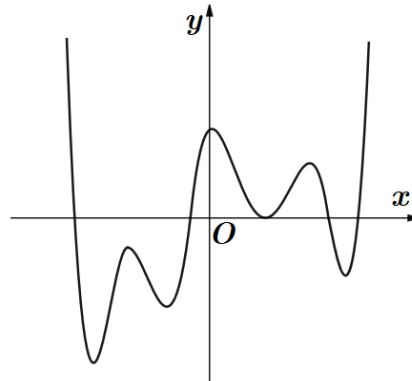
$$\text{Đặt } t = x+3 \Rightarrow y' = 3f'(t) - 3t^2 + 18t - 15$$

	$-\infty$		-1		1		2		5		$+\infty$
$f'(t)$		+	0	-	0	+	0	+	0	-	
$-3t^2+18t-15$		-		-	0	+		+	0	-	
y'				-	0	+		+	0	-	

Từ bảng xét dấu ta thấy, hàm số nghịch biến khi

$$\begin{cases} -1 < t < 1 \\ t > 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x+3 < 1 \\ x+3 > 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 < x < -2 \\ x > 2 \end{cases}$$

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ (chỉ cắt trục hoành tại 5 điểm phân biệt và có 7 điểm cực trị).



Biết đồ thị của $f'(x)$ không tiếp xúc với trục hoành. Phương trình $f(x)2023^{f'(x)} + f'(x)2024^{f'(x)} = f(x) + f'(x)$ có ít nhất bao nhiêu nghiệm thực phân biệt.

A. 11.

B. 12.

C. 10.

D. 13.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } f(x)2023^{f'(x)} + f'(x)2024^{f'(x)} = f(x) + f'(x)$$

$$\Leftrightarrow f(x)(2023^{f'(x)} - 1) + f'(x)(2024^{f'(x)} - 1) = 0.$$

Dễ thấy nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ hoặc $f(x) = 0$ thỏa phương trình ban đầu.

Từ đồ thị hàm số $f(x)$ ta thấy được phương trình $f(x) = 0$ có 5 nghiệm phân biệt, phương trình $f'(x) = 0$ có 7 nghiệm phân biệt. Do $f(x) = 0$ có một nghiệm bội chẵn nên tổng số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x) = 0$ và $f'(x) = 0$ là 11.

Nên phương trình $f(x)2023^{f'(x)} + f'(x)2024^{f'(x)} = f(x) + f'(x)$ có ít nhất 11 nghiệm.

Câu 45: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 8 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 4z - 3 = 0$. Giả sử $M \in (P)$ và $N \in (S)$ sao cho $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với vectơ $\vec{u} = (0; 1; -1)$ và khoảng cách giữa M và N nhỏ nhất. Tính MN .

A. $MN = 2\sqrt{2}$.

B. $MN = 2$.

C. $MN = \sqrt{3}$.

D. $MN = 3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } (S): \begin{cases} I(1; 1; -2) \\ R = 3 \end{cases} \Rightarrow d(I, (P)) = 5.$$

Do $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với vectơ $\vec{u} = (0; 1; -1)$ nên $\sin(MN, (P)) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}_{(P)}|}{|\vec{u}| |\vec{n}_{(P)}|} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Gọi N' là hình chiếu của N trên (P) , khi đó tam giác NMN' vuông tại N'

$$\Rightarrow MN = \frac{NN'}{\sin(MN, (P))}.$$

Vậy để khoảng cách giữa M và N nhỏ nhất THÌ NN' nhỏ nhất.

$$\text{Ta có } NN'_{\min} = d(I, (P)) - R = 2 \Rightarrow MN_{\min} = 2\sqrt{2}.$$

Đẳng thức xảy ra khi I, N', N thẳng và N nằm giữa I và N' .

Câu 46: Trên mặt phẳng Oxy , ta xét đa giác $ABCD$ với các điểm $A(1; 4), B(5; 4), C(1; 0), D(-3; 0)$. Gọi S là tập hợp tất cả các điểm $M(x; y)$ với $x, y \in \mathbb{Z}$ nằm bên trong (kể cả trên cạnh) của đa giác $ABCD$. Lấy ngẫu nhiên một điểm $M(x; y) \in S$. Tính xác suất để $2x + y > 2$.

A. $\frac{15}{25}$.

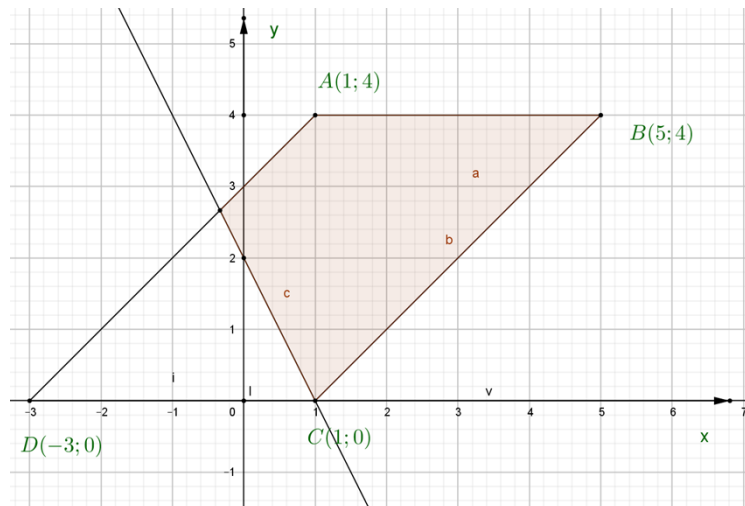
B. $\frac{14}{25}$.

C. $\frac{11}{25}$.

D. $\frac{16}{25}$.

Lời giải

Chọn D



Đa giác $ABCD$ giới hạn bởi miền D :

$$\begin{cases} y \geq 0 \\ y \leq 4 \\ x - y + 3 \geq 0 \\ x - y - 1 \leq 0 \end{cases}$$

Với mỗi $x \in \mathbb{Z}$ ta chọn số nguyên $y \in \mathbb{Z}$ nằm trong miền đa giác $ABCD$.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 25$.

Đặt Q : “Chọn điểm M có tọa độ nguyên nằm trong hoặc trên miền tứ giác mà có tọa độ nguyên thỏa mãn $2x + y > 2$ ”.

Ta có $n(Q) = 1 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 16$.

$$p(Q) = \frac{n(Q)}{n(\Omega)} = \frac{16}{25}.$$

Câu 47: Cho hai số phức phân biệt $z_1; z_2$ thỏa mãn điều kiện $\frac{z_1 + z_2}{z_1 - z_2}$ là số ảo.

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $z_1 = -z_2$.

B. $|z_1| = 1; |z_2| = 1$.

C. $|z_1| = |z_2|$.

D. $z_1 = \overline{z_2}$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử $z_1 = a_1 + b_1i, z_2 = a_2 + b_2i, (a_1, a_2, b_1, b_2 \in \mathbb{R}, a_1 \neq a_2, b_1 \neq b_2)$.

$$z_1 + z_2 = a_1 + a_2 + (b_1 + b_2)i; z_1 - z_2 = a_1 - a_2 + (b_1 - b_2)i$$

$$\frac{z_1 + z_2}{z_1 - z_2} = \frac{(z_1 + z_2)\overline{(z_1 - z_2)}}{|z_1 - z_2|^2} = \frac{(a_1 + a_2)(a_1 - a_2)(b_1 + b_2)(b_1 - b_2)}{|z_1 - z_2|^2} + mi. \text{ Do } \frac{z_1 + z_2}{z_1 - z_2} \text{ là số ảo ta có}$$

$$(a_1 + a_2)(a_1 - a_2) + (b_1 + b_2)(b_1 - b_2) = 0 \Leftrightarrow a_1^2 - a_2^2 = -b_1^2 + b_2^2 \Leftrightarrow a_1^2 + b_1^2 = a_2^2 + b_2^2 \Rightarrow |z_1| = |z_2|.$$

.

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B với $BC = a$. Biết $SA = a\sqrt{2}$; hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm đoạn AB và khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB bằng $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{5\sqrt{5}\pi a^3}{6}$.

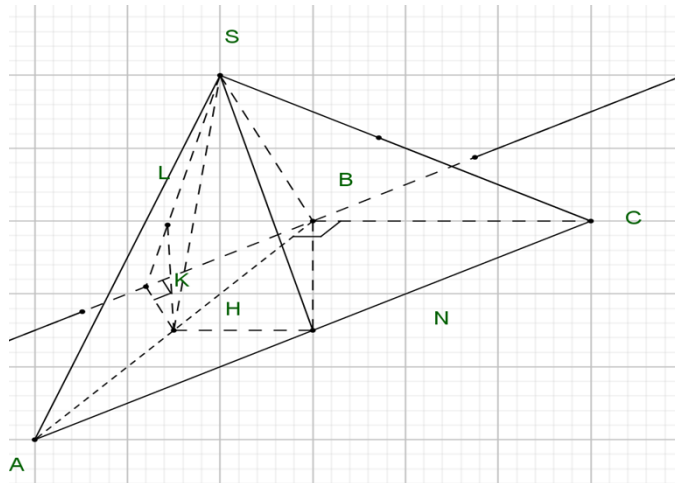
B. $\frac{3\sqrt{5}\pi a^3}{8}$.

C. $\frac{3\sqrt{3}\pi a^3}{2}$.

D. $\frac{3\sqrt{5}\pi a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp AB$. Gọi N là trung điểm của AC .

Trong mặt phẳng (ABC) kẻ $Bt \parallel AC, HK \perp Bt, H \in Bt$.

Trong mặt phẳng (HSK) kẻ $HL \perp SK, L \in SK$.

$$\Rightarrow d(H, (S, Bt)) = HL = \frac{1}{2}d(A, (S, Bt)) = \frac{1}{2}d(AC, SB) = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

Đặt $AB = 2x, (x > 0)$.

Ta có tam giác SHA vuông tại $H \Rightarrow SH^2 = SA^2 - AH^2 = 2a^2 - x^2$.

Tam giác SHK vuông tại H

$$\Rightarrow \frac{1}{HL^2} = \frac{1}{HK^2} + \frac{1}{SH^2} = \frac{4}{d^2(B, AC)} + \frac{1}{SH^2} = 4\left(\frac{1}{AB^2} + \frac{1}{BC^2}\right) + \frac{1}{SH^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x^2} + \frac{1}{2a^2 - x^2} = \frac{2}{a^2} \Rightarrow x = a \Rightarrow SH = a.$$

Do $SH = a = \frac{1}{2}AB \Rightarrow \triangle SAB$ vuông cân tại $S \Rightarrow HA = HB = HS = a$.

Ta có $HN \perp (SAB) \Rightarrow NA = NB = NS(1)$.

Do tam giác ABC vuông tại B , N là trung điểm của $AC \Rightarrow NA = NB = NC(2)$.

Từ (1),(2) $\Rightarrow N$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC \Rightarrow R = NC = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{5\sqrt{5}a^3\pi}{6}$.

Câu 49: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ và $x \leq 93$ thỏa mãn điều kiện $4(2^{3y} + 6y) \leq x + 8\log_2(x+7) - 9$?

A. 106.

B. 69.

C. 2.

D. 92.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$4(2^{3y} + 6y) \leq x + 8\log_2(x+7) - 9 \Leftrightarrow 2^{3y+2} + 8(3y+2) \leq 2^{\log_2(x+7)} + 8\log_2(x+7). (*)$$

Xét hàm số $f(t) = 2^t + 8t$, ta có $f'(t) = 2^t \ln 2 + 8 > 0, \forall t$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến.

$$\text{Khi đó } (*) \Leftrightarrow f(3y+2) \leq f(\log_2(x+7)) \Leftrightarrow 3y+2 \leq \log_2(x+7) \Leftrightarrow y \leq \frac{\log_2(x+7)-2}{3}.$$

$$\text{Vì } y \in \mathbb{Z}^+ \text{ nên } \frac{\log_2(x+7)-2}{3} \geq 1 \Leftrightarrow x \geq 25.$$

$$\text{Mặt khác } x \leq 93 \text{ suy ra } y \leq \frac{\log_2(x+7)-2}{3} \leq \frac{\log_2(93+7)-2}{3} \approx 1,548.$$

Do đó ứng với mỗi $25 \leq x \leq 93$ luôn xác định được duy nhất giá trị $y = 1$.

Vậy có 69 cặp số nguyên dương $(x; y)$.

Câu 50: Cho 2 số thực x, a với $x > a$ và $x > 0$. Biết $\int_a^x \frac{f(t)}{t^2} dt + 6 = 2\sqrt{x}$. Tìm a .

A. 29.

B. 9.

C. 19.

D. 5.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \int_a^x \frac{f(t)}{t^2} dt + 6 = 2\sqrt{x} \text{ nên } \frac{f(x)}{x^2} = \frac{1}{\sqrt{x}} \Leftrightarrow f(x) = x\sqrt{x}.$$

$$\text{Do đó } \int_a^x \frac{f(t)}{t^2} dt = \int_a^x \frac{t\sqrt{t}}{t^2} dt = \int_a^x t^{-\frac{1}{2}} dt = 2t^{\frac{1}{2}} \Big|_a^x = 2\sqrt{x} - 2\sqrt{a}.$$

$$\text{Suy ra } 2\sqrt{x} - 2\sqrt{a} + 6 = 2\sqrt{x} \Leftrightarrow \sqrt{a} = 3 \Leftrightarrow a = 9.$$

HẾT