

Câu 1. (4,0 điểm)

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.
- b) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+9)(4-x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Xét tính đơn điệu của hàm số $y = f(x^2)$.

Câu 2. (4,0 điểm)

- a) Giải phương trình $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 55 = 0$.
- b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^4 + x^2 y^2 + xy(2x^2 + 1) = 11 \\ x^3 y + x^2 + x^2 y^2 + 2xy = 11 \end{cases} \quad x, y \in \mathbb{R}.$$

Câu 3. (4,0 điểm)

- a) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $[f'(x) - f(x)]e^x = 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = \frac{1}{2}$. Tính $\int_0^1 f(x)dx$.
- b) Một nhóm học sinh gồm 7 bạn nam và 3 bạn nữ được xếp thành một hàng ngang. Tính xác suất để không có hai bạn nữ nào đứng cạnh nhau.

Câu 4. (4,0 điểm)

- a) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông tại B , $AB = a\sqrt{2}$, $BC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm của BC . Góc giữa cạnh bên AA' và mặt đáy bằng 60° . Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' , BC .
- b) Trong mặt phẳng Oxy , cho hình vuông $ABCD$ có tâm I . Biết $E(2;3)$, $F(-2;1)$ lần lượt là trung điểm của BC , ID và điểm A có tung độ dương. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

Câu 5. (4,0 điểm)

- a) Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ thay đổi luôn nội tiếp mặt cầu tâm I có bán kính bằng 1. Tính giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.ABC$.
- b) Cho x, y là hai số thực thay đổi sao cho $x^2 + 4y^2 + 1 = 2x + 8y$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{10y - 2x - 14}{2y + x + 1}$.

----- **HẾT** -----