

Câu 1: Asian cup 2019 đội Việt Nam nằm ở bảng D gồm các đội Iran, Iraq và Yemen thi đấu theo thể thức mỗi đội gặp nhau một lần. Hỏi khi kết thúc vòng đấu bảng ở bảng D có bao nhiêu trận đấu.

- A. 6. B. 8. C. 7. D. 5.

Câu 2: Có bao nhiêu cách xếp ba bạn học sinh nam hai bạn học sinh nữ và một cô giáo vào một hàng gồm sáu ghế sao cho cô giáo ngồi giữa hai bạn học sinh nữ (cô giáo và hai bạn học sinh nữ ngồi liền kề).

- A. 48. B. 126 C. 144. D. 84.

Câu 3: Cho cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 1$, công sai $d = 2$. Tìm u_{19} .

- A. $u_{19} = 37$. B. $u_{19} = 36$. C. $u_{19} = 20$. D. $u_{19} = 19$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm liên tục trên khoảng $(a; b)$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào sai?

- A. Nếu hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$ thì $f'(x) > 0 \forall x \in (a; b)$.
B. Nếu $f'(x)$ không đổi dấu trên khoảng $(a; b)$ thì $f(x)$ không có cực trị trên khoảng $(a; b)$.
C. Nếu hàm số $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$.
D. Nếu hàm số $f'(x) < 0$ với mọi $x \in (a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$.

Câu 5: Trong các hàm số sau hàm số nào không có cực trị?

- A. $y = x^3 - 3x^2 + 15x + 1$. B. $y = -x^3 - 3x^2 + 15x + 1$.
C. $y = x^3 - 3x^2 - 15x + 1$. D. $y = x^3 - 3x^2 + 2019$.

Câu 6: Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Câu 7: Đường thẳng $y = 2x + 1$ và đồ thị (C) hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 11x + 1$ có bao nhiêu điểm chung?

- A. 2. B. 3. C. 1 D. 0.

Câu 8: Gọi m và M lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ trên đoạn $[0; 5]$. Tính giá trị $P = M + m$.

- A. $P = -12$. B. $P = -22$. C. $P = 15$. D. $P = 10$.

Câu 9: Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

Câu 10: Giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$ là

- A. -20. B. 7. C. -25. D. 3.

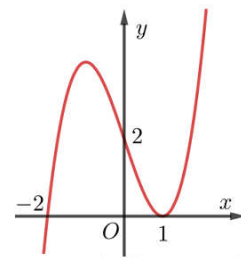
Câu 11: Đồ thị của hàm số nào sau đây có tiệm cận ngang ?

- A. $y = \frac{\sqrt{16-x^2}}{x}$. B. $y = \frac{\sqrt{4x-15}}{3x+1}$. C. $y = \frac{x^2+1}{x}$. D. $y = \sqrt{x^2-2019}$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:

Hỏi hàm số $y = f(|x|)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 5.



Câu 13: Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$ là:

- A. $D = (1; +\infty)$. B. $D = \mathbb{R}$. C. $D = (-\infty; 1)$. D. $D = (0; +\infty)$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x) = \lg(x + \sqrt{x^2 + 2019})$. Tính $f'(x)$.

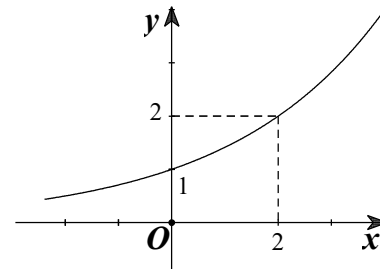
- A. $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+2019} \cdot \ln 10}$. B. $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+2019}}$. C. $f'(x) = \frac{\ln 10}{\sqrt{x^2+2019}}$. D. $f'(x) = \frac{2019}{\sqrt{x^2+2019} \cdot \ln 10}$.

Câu 15: Trong các hàm số sau hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$ B. $y = e^{-x}$. C. $y = \frac{1}{\pi^x}$. D. $y = \ln x^2$.

Câu 16: Hình vẽ bên là của đồ thị hàm số nào trong các hàm số sau:

- A. $y = (\sqrt{2})^x$. B. $y = 2^x$.
C. $y = (\sqrt{2})^{-x}$. D. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.



Câu 17: Bất phương trình $\log_2(4-x) \leq 3$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A. 8. B. 7. C. 10. D. 11.

Câu 18: Số $2^{2^{19}} + 1$ có bao nhiêu chữ số trong hệ đếm thập phân?

- A. 157827. B. 157826. C. 315654. D. 315653..

Câu 19: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \ln(x^2 - 2x + 3)$ trên đoạn $[0; 2]$. Tính giá trị biểu thức $A = e^M + e^m$.

- A. $A = 5$. B. $A = 6$. C. $A = 3$. D. $A = 8$

Câu 20: Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 5% một quý theo hình thức lãi kép (sau 3 tháng sẽ tính lãi và cộng vào gốc). Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 50 triệu đồng với kì hạn và lãi suất như trước đó. Tính tổng số tiền người đó nhận được sau 1 năm (tính từ lần gửi đầu tiên)?

A. 179,676 triệu đồng. B. 177,676 triệu đồng

C. 178,676 triệu đồng. D. 176,676 triệu đồng

Câu 21: Trong các hàm số sau, hàm số nào có một nguyên hàm là hàm số $F(x) = \ln|x|$?

A. $f(x) = x$. B. $f(x) = \frac{1}{x}$. C. $f(x) = \frac{x^3}{2}$. D. $f(x) = |x|$.

Câu 22: Cho $f(x)$, $g(x)$ là các hàm số xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\int f(x)g(x)dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$. B. $\int 2f(x)dx = 2 \int f(x)dx$.
C. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$. D. $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$.

Câu 23: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^x$.

A. $\int f(x)dx = 3^x + C$. B. $\int f(x)dx = 3^x \ln 3 + C$.
C. $\int f(x)dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C$. D. $\int f(x)dx = \frac{3^{x+1}}{x+1} + C$.

Câu 24: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^2 2x$.

A. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}x - \frac{\sin 4x}{8} + C$. B. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}x + \frac{\sin 4x}{8} + C$.
C. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}x - \frac{\sin 4x}{2} + C$. D. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}x + \frac{\sin 4x}{2} + C$.

Câu 25: Cho $I = \int_0^2 f(x)dx = 3$. Khi đó $J = \int_0^2 [4f(x) - 3]dx$ bằng:

A. 2. B. 6. C. 8. D. 4.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 10]$ và $\int_0^{10} f(x)dx = 7$ và $\int_2^6 f(x)dx = 3$. Tính

$$P = \int_0^2 f(x)dx + \int_6^{10} f(x)dx.$$

A. $P = 7$. B. $P = -4$. C. $P = 4$. D. $P = 10$.

Câu 27: $I = \int_1^e \frac{1}{x+3}dx = \ln(e+a) - 2\ln 2$. Tìm a ?

A. $a = 12$. B. $a = 2$. C. $a = 7$. D. $a = 3$.

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $SA = 2a$, SA vuông góc với đáy. Tính sin của góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) .

A. $\frac{\sqrt{10}}{5}$. B. $\frac{\sqrt{15}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{\sqrt{10}}{10}$.

Câu 29: Tính thể tích khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $SB = 2a$, SB vuông góc với đáy. Tính sin của góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) .

A. $\frac{\sqrt{15}}{10}$.

B. $\frac{\sqrt{85}}{10}$.

C. $\frac{\sqrt{15}}{5}$.

D. $\frac{\sqrt{10}}{10}$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với đáy. Mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với SC chia khối chóp thành hai phần. Tính tỷ số thể tích của hai phần đó.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Câu 32: Cho khối bát diện đều $SABCD S'$ có cạnh bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối đa diện có các đỉnh là trung điểm của các cạnh $SA, SB, SC, SD, S'A, S'B, S'C, S'D$.

A. a^3 .

B. $\frac{4a^3}{3}$.

C. $8a^3$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

Câu 33: Một cái trục lăn sơn nước có dạng một hình trụ. Đường kính của đường tròn đáy là 5 cm, chiều dài lăn là 23 cm (hình dưới). Sau khi lăn tròn 15 vòng thì trục lăn tạo nên sân phẳng một diện tích là



A. $3450\pi \text{ cm}^2$.

B. $1725\pi \text{ cm}^2$.

C. 1725 cm^2 .

D. $862,5\pi \text{ cm}^2$.

Câu 34: Tính thể tích khối cầu nội tiếp tứ diện đều có cạnh bằng $2\sqrt{6}$.

A. $\frac{4}{3}\pi$.

B. 4π .

C. 36π .

D. 12π .

Câu 35: Trong với hệ $Oxyz$ cho $A(1;2;3), B(3;-2;-1)$. Tìm tọa độ véc tơ $\overrightarrow{AB}$.

A. $\overrightarrow{AB} = (2; -4; -4)$.

B. $\overrightarrow{AB} = (-2; 4; 4)$.

C. $\overrightarrow{AB} = (1; -2; -2)$.

D. $\overrightarrow{AB} = (4; 0; 2)$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, $A(-3; 4; 2)$, $B(-5; 6; 2)$, $C(-10; 17; -7)$. Viết phương trình mặt cầu tâm C bán kính AB .

A. $(x+10)^2 + (y-17)^2 + (z-7)^2 = 8$.

B. $(x+10)^2 + (y-17)^2 + (z+7)^2 = 8$.

C. $(x-10)^2 + (y-17)^2 + (z+7)^2 = 8$.

D. $(x+10)^2 + (y+17)^2 + (z+7)^2 = 8$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(3; 0; 0)$,

$D(0; 3; 0)$, $D'(0; 3; -3)$. Toạ độ trọng tâm tam giác $A'B'C$ là

- A. $(1; 1; -2)$. B. $(2; 1; -2)$. C. $(1; 2; -1)$. D. $(2; 1; -1)$.

Câu 38: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;0)$; $B(2;1;1)$; $C(0;3;-1)$. Xét 4 khẳng định sau:

I. $BC = 2AB$. II. Điểm B thuộc đoạn AC .

III. ABC là một tam giác. IV. A, B, C thẳng hàng.

Trong 4 khẳng định trên có bao nhiêu khẳng định đúng?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 39: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A(2;1;-3)$, $B(0;-2;5)$ và $C(1;1;3)$. Diện tích hình bình hành $ABCD$ là

- A. $2\sqrt{87}$. B. $\frac{\sqrt{349}}{2}$. C. $\sqrt{349}$. D. $\sqrt{87}$.

Câu 40: Trong không gian với hệ $Oxyz$ cho bốn điểm $A(1;2;3)$, $B(2;0;4)$, $C(3;5;-2)$, $D(10;-7;3)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng cách đều tất cả các điểm A, B, C, D .

- A. Vô số. B. 3. C. 4. D. 7.

Câu 41: Tất cả giá trị của thực của m để phương trình $mx - \sqrt{x-3} = m+1$ có hai nghiệm thực phân biệt là $[a;b]$. Tính giá trị $P = a+b$.

- A. $P = \frac{1+\sqrt{3}}{4}$. B. $P = \frac{2+\sqrt{3}}{4}$. C. $P = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$. D. $P = \frac{3+\sqrt{3}}{4}$.

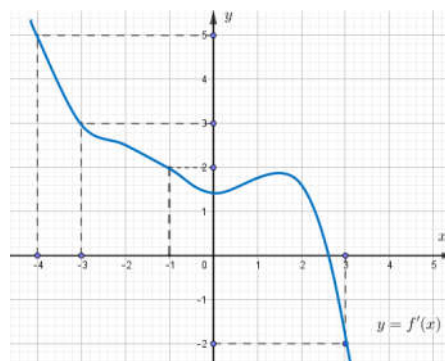
Câu 42: Có bao nhiêu giá trị nguyên có bốn chữ số của m để phương trình $2017^{\sin^2 x} + 2018^{\cos^2 x} = m \cdot 2019^{\cos^2 x}$ có nghiệm?

- A. 1019. B. 1018. C. 2018. D. 2019.

Câu 43: Từ các chữ số 4,5,6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 12 chữ số sao cho trong mỗi số đó hai chữ số bất kỳ đứng cạnh nhau hơn kém nhau đúng một đơn vị.

- A. 128. B. 64. C. 32. D. 256.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Trên đoạn $[-4;3]$, hàm số $g(x) = 2f(x) + (1-x)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm



A. $x_0 = -4$.

B. $x_0 = -1$.

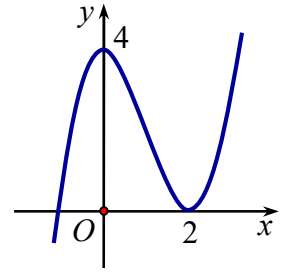
C. $x_0 = 3$.

D. $x_0 = -3$.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Đặt $g(x) = f(\sqrt{x^2 + x + 2})$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$. B. $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

C. $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(\frac{-1}{2}; 0)$. D. $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.



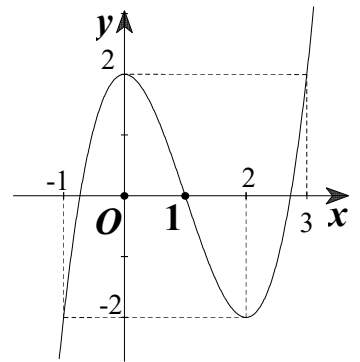
Câu 46: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$, (trong đó a, b, c, d, e là những số thực) và có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hỏi phương trình $f(x) = e$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.



Câu 47: Tìm các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_{0,02}(\log_2(3^x + 1)) > \log_{0,02} m$ có nghiệm với mọi $x \in (-\infty; 0)$.

A. $m > 9$.

B. $m < 2$.

C. $0 < m < 1$.

D. $m \geq 1$.

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{BSA} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ$, $SA = 3, SB = 2, SC = 6$. Tính sin của góc giữa SC và mặt phẳng (SAB) .

A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{6}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{30}}{6}$.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC đều, đường cao SH với H nằm trong ΔABC và $2SH = BC$, (SBC) tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° . Biết có một điểm O nằm trên đường cao SH sao cho $d(O; AB) = d(O; AC) = d(O; (SBC)) = 1$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $\frac{256\pi}{81}$.

B. $\frac{125\pi}{162}$.

C. $\frac{500\pi}{81}$.

D. $\frac{343\pi}{48}$.

Câu 50: Cho tứ diện đều $ABCD$ có một đường cao AA_1 . Gọi I là trung điểm AA_1 . Mặt phẳng (BCI) chia tứ diện $ABCD$ thành hai tứ diện. Tính tỉ số thể tích của hai mặt khối cầu ngoại tiếp hai tứ diện đó.

A. $\frac{43\sqrt{43}}{51\sqrt{51}}$.

B. $\frac{1}{8}$.

C. $\sqrt{\frac{43}{51}}$.

D. $\sqrt{\frac{48}{153}}$.

ĐÁP ÁN

ĐÁP ÁN

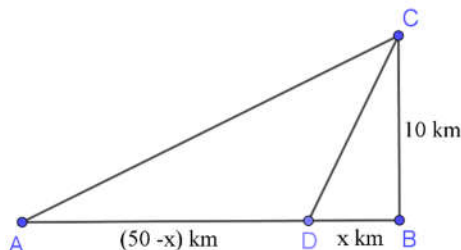
Câu 12. Cô An đang ở khách sạn A bên bờ biển, cô cần đi du lịch đến hòn đảo C . Biết rằng khoảng cách từ đảo C đến bờ biển là 10 km , khoảng cách từ khách sạn A đến điểm B trên bờ gần đảo C là 50 km . Từ khách sạn A , cô An có thể đi đường thủy hoặc đi đường bộ rồi đi đường thủy để đến hòn đảo C (như hình vẽ bên). Biết rằng chi phí đi đường thủy là 5 USD/km , chi phí đi đường bộ là 3 USD/km . Hỏi cô An phải đi đường bộ một khoảng bao nhiêu km để chi phí là nhỏ nhất.

A. $\frac{15}{2}(\text{km})$.

B. $\frac{85}{2}(\text{km})$.

C. $50(\text{km})$.

D. $10\sqrt{26}(\text{km})$.



Lời giải

Chọn B.

Gọi AD là quãng đường cô An đi đường bộ.

Đặt $DB = x(\text{km}) (0 \leq x \leq 50) \Rightarrow AD = 50 - x(\text{km})$.

Chi phí của cô An: $f(x) = (50 - x)3 + \sqrt{x^2 + 10^2} \cdot 5$ (USD)

$f(x)$ liên tục trên $[0; 50]$.

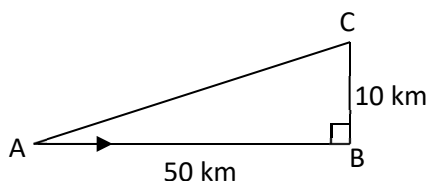
$$\text{Ta có } f'(x) = -3 + 5 \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + 100}} = \frac{-3\sqrt{x^2 + 100} + 5x}{\sqrt{x^2 + 100}}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -3\sqrt{x^2 + 100} + 5x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 9(x^2 + 100) = 25x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 = \frac{9 \cdot 100}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x = \frac{15}{2} \end{cases}$$

$$\text{Ta có } f(0) = 200; f(50) = 50\sqrt{26}; f\left(\frac{15}{2}\right) = 190$$

Để chi phí ít nhất thì $x = \frac{15}{2}$.

Vậy cô An phải đi đường bộ một khoảng: $AD = 50 - \frac{15}{2} = \frac{85}{2}(\text{km})$ để chi phí ít nhất.



Tập tất cả các giá trị của m để phương trình $mx - \sqrt{x - 3} = m + 1$ có hai nghiệm thực phân biệt là $[a; b)$.
Tính giá trị $P = a + b$.

A. $P = \frac{1+\sqrt{3}}{4}..$

B. $P = \frac{\sqrt{3}-1}{4}..$

C. $P = \frac{\sqrt{3}+1}{2}..$

D. $P = \frac{3+\sqrt{3}}{4}.$

Lời giải

Chọn D.

Ta có phương trình $mx - \sqrt{x-3} = m+1$ (1) xác định với $x \in [3; +\infty)$

$$(1) \Leftrightarrow m(x-1) = \sqrt{x-3} + 1 \text{ với } x \in [3; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{\sqrt{x-3} + 1}{x-1} \text{ với } x \in [3; +\infty)$$

Xét hàm số $y = f(x) = \frac{\sqrt{x-3} + 1}{x-1}$ với $x \in [3; +\infty)$.

$$f'(x) = \frac{5-x-2\sqrt{x-3}}{2\sqrt{x-3}(x-1)^2} \text{ với } x \in (3; +\infty)$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{x-3} = 5-x \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \leq x \leq 5 \\ 4(x-3) = (5-x)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 \leq x \leq 5 \\ x^2 - 14x + 37 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \leq x \leq 5 \\ x = 7 - 2\sqrt{3} \Leftrightarrow 7 - 2\sqrt{3} \\ x = 7 + 2\sqrt{3} \end{cases}$$

x	3	$7-2\sqrt{3}$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1+\sqrt{3}}{4}$	0

Dựa vào đồ thị ta thấy với $\frac{1}{2} \leq m < \frac{1+\sqrt{3}}{4}$ thì đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số

$y = f(x) = \frac{\sqrt{x-3} + 1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt nên phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

Câu 18: Số $2^{2^{19}} + 1$ có bao nhiêu chữ số trong hệ đếm thập phân?

A. 157827.

B. 157826.

C. 315654.

D. 315653..

Lời giải

Chọn A.

Ta có $F = 2^{2^{19}} + 1 \Rightarrow \log(F) = \log(2^{2^{19}} + 1)$.

$$\text{Do } \log(2^{2^{19}}) < \log(2^{2^{19}} + 1) < \log(2^{2^{19}} \cdot 2) \Rightarrow 157826.44 < \log(2^{2^{19}} + 1) < 157826.72$$

$$\Rightarrow \left[\log(2^{2^{19}} + 1) \right] = 157826.$$

Vậy số $F = 2^{2^{19}} + 1$ có 157827 chữ số.

Câu 20:

Lời giải

Chọn D

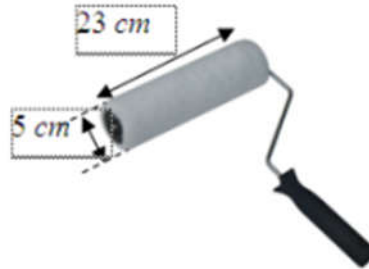
Số tiền 100 triệu đồng lần đầu tiên, kì hạn 3 tháng, $r = 5\%$. Sau 6 tháng, cả vốn lẫn lãi là:

$$T_1 = A_1 \cdot (1 + r)^n = 100 \cdot 10^6 \cdot (1 + 5\%)^2$$

Sau đó, gửi thêm 50 triệu trong 6 tháng tiếp theo, kì hạn 3 tháng, $r = 5\%$. Tổng số tiền người đó nhận được sau 1 năm:

$$T_2 = T_1 \cdot (1 + 5\%)^2 = (100 \cdot 10^6 (1 + 5\%)^2 + 50 \cdot 10^6) \cdot (1 + 5\%)^2 = 176675625 \approx 176676000$$

Câu 33: Một cái trục lăn sơn nước có dạng một hình trụ. Đường kính của đường tròn đáy là 5 cm, chiều dài lăn là 23 cm (hình dưới). Sau khi lăn tròn 15 vòng thì trục lăn tạo nên sân phẳng một diện tích là



A. $3450\pi \text{ cm}^2$.

B. $1725\pi \text{ cm}^2$.

C. 1725 cm^2 .

D. $862,5\pi \text{ cm}^2$.

Lời giải

Chọn B.

Diện tích xung quanh hình trụ $S_{xq} = 2\pi r l = 2\pi \frac{5}{2} \cdot 23 = 115\pi$.

Vậy sân phẳng có diện tích $115\pi \cdot 15 = 1725\pi \text{ cm}^2$.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(3; 0; 0)$, $D(0; 3; 0)$, $D'(0; 3; -3)$. Tọa độ trọng tâm tam giác $A'B'C$ là

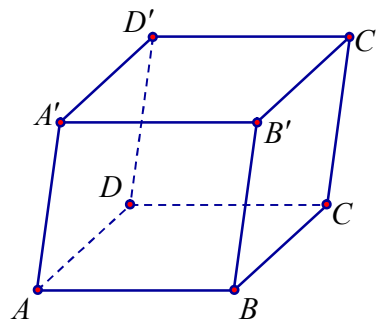
A. $(1; 1; -2)$.

B. $(2; 1; -2)$.

C. $(1; 2; -1)$.

D. $(2; 1; -1)$.

Lời giải

Chọn B.

Cách 1 : Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; 0; 0)$. Gọi $C(x; y; z) \Rightarrow \overrightarrow{DC} = (x; y - 3; z)$

$ABCD$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow (x; y; z) = (3; 3; 0) \Rightarrow C(3; 3; 0)$

Ta có $\overrightarrow{AD} = (0; 3; 0)$. Gọi $A'(x'; y'; z') \Rightarrow \overrightarrow{A'D'} = (-x'; 3 - y'; -3 - z')$

$ADD'A'$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{A'D'} \Rightarrow (x'; y'; z') = (0; 0; -3) \Rightarrow A'(0; 0; -3)$

Gọi $B'(x_0; y_0; z_0) \Rightarrow \overrightarrow{A'B'} = (x_0; y_0; z_0 + 3)$

$ABB'A'$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'} \Rightarrow (x_0; y_0; z_0) = (3; 0; -3) \Rightarrow B'(3; 0; -3)$

$$G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{0+3+3}{3} = 2 \\ y_G = \frac{0+0+3}{3} = 1 \\ z_G = \frac{-3-3+0}{3} = -2 \end{cases} \Rightarrow G(2; 1; -2).$$

Cách 2: Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng BD' . Ta có $I\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right)$. Gọi $G(a; b; c)$ là trọng tâm tam giác $A'B'C$

$$\text{Ta có : } \overrightarrow{DI} = 3\overrightarrow{IG} \text{ với } \begin{cases} \overrightarrow{DI} = \left(\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right) \\ \overrightarrow{IG} = \left(a - \frac{3}{2}; b - \frac{3}{2}; c + \frac{3}{2}\right) \end{cases}. \text{ Do đó : } \begin{cases} \frac{3}{2} = 3\left(a - \frac{3}{2}\right) \\ -\frac{3}{2} = 3\left(b - \frac{3}{2}\right) \\ -\frac{3}{2} = 3\left(c + \frac{3}{2}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = -2 \end{cases}.$$

Vậy $G(2; 1; -2)$.

Câu 38: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 0)$; $B(2; 1; 1)$; $C(0; 3; -1)$. Xét 4 khẳng định sau:

I. $BC = 2AB$.

II. Điểm B thuộc đoạn AC .

III. ABC là một tam giác.

IV. A, B, C thẳng hàng.

Trong 4 khẳng định trên có bao nhiêu khẳng định đúng?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\overrightarrow{AB}(1; -1; 1)$; $\overrightarrow{AC}(-1; 1; -1)$.

$\Rightarrow |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{3}$; $|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{3}$; $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{AC} \Rightarrow A$ là trung điểm của BC

Vậy khẳng định (I); (IV) đúng. Khẳng định (II); (III) sai.

Câu 41: Tất cả giá trị của thực của m để phương trình $mx - \sqrt{x-3} = m+1$ có hai nghiệm thực phân biệt là $[a; b)$.

Tính giá trị $P = a + b$.

A. $P = \frac{1+\sqrt{3}}{4}$.

B. $P = \frac{2+\sqrt{3}}{4}$.

C. $P = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$.

D. $P = \frac{3+\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có phương trình $mx - \sqrt{x-3} = m+1$ (1) xác định với $x \in [3; +\infty)$

$$(1) \Leftrightarrow m(x-1) = \sqrt{x-3} + 1 \text{ với } x \in [3; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{\sqrt{x-3} + 1}{x-1} \text{ với } x \in [3; +\infty)$$

Xét hàm số $y = f(x) = \frac{\sqrt{x-3} + 1}{x-1}$ với $x \in [3; +\infty)$.

$$f'(x) = \frac{5-x-2\sqrt{x-3}}{2\sqrt{x-3}(x-1)^2} \text{ với } x \in (3; +\infty)$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{x-3} = 5-x \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \leq x \leq 5 \\ 4(x-3) = (5-x)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 \leq x \leq 5 \\ x^2 - 14x + 37 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \leq x \leq 5 \\ \begin{cases} x = 7 - 2\sqrt{3} \Leftrightarrow 7 - 2\sqrt{3} \\ x = 7 + 2\sqrt{3} \end{cases} \end{cases}$$

x	3	$7 - 2\sqrt{3}$	$+\infty$
$f'(x)$		+	0
$f(x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1+\sqrt{3}}{4}$	0

Dựa vào đồ thị ta thấy với $\frac{1}{2} \leq m < \frac{1+\sqrt{3}}{4}$ thì đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số

$y = f(x) = \frac{\sqrt{x-3}+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt nên phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

[
]

Câu 42: Có bao nhiêu giá trị nguyên có bốn chữ số của m để phương trình $2017^{\sin^2 x} + 2018^{\cos^2 x} = m \cdot 2019^{\cos^2 x}$ có nghiệm?

A. 1019.

B. 1018.

C. 2018.

D. 2019.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Phương trình tương đương: $2017 \left(\frac{1}{2017 \cdot 2019} \right)^{\cos^2 x} + \left(\frac{2018}{2019} \right)^{\cos^2 x} = m$.

Đặt $t = \cos^2 x$ với $t \in [0; 1]$ ta được $2017 \left(\frac{1}{2017 \cdot 2019} \right)^t + \left(\frac{2018}{2019} \right)^t = m$.

Xét $f(t) = 2017 \left(\frac{1}{2017 \cdot 2019} \right)^t + \left(\frac{2018}{2019} \right)^t$ với $t \in [0; 1]$.

Hàm số $f(t)$ nghịch biến trên $D = [0; 1]$.

$\max_D f(t) = f(0) = 2018$ và $\min_D f(t) = f(1) = 1$.

Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow \min_D f(t) \leq m \leq \max_D f(t)$ hay $m \in [1; 2018]$.

Vậy có 1019 giá trị nguyên m để phương trình có nghiệm.

[
]

Câu 43: Từ các chữ số 4,5,6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 12 chữ số sao cho trong mỗi số đó hai chữ số bất kỳ đứng cạnh nhau hơn kém nhau đúng một đơn vị.

A. 128.

B. 64.

C. 32.

D. 256.

Hướng dẫn

Vì số có 12 chữ số và trong số đó hai chữ số bất kỳ đứng cạnh nhau hơn kém nhau một đơn vị nên số lần xuất hiện chữ số 5 là 6 lần.

+ Đánh thứ tự các chữ số trong số có 12 chữ số là: 1,2,3,4,...,12. Ta có

TH1 chữ số 5 ở vị trí chẵn, 6 vị trí còn lại mỗi vị trí có 2 cách chọn.

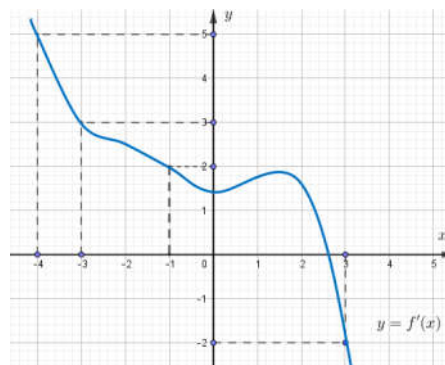
TH2 chữ số 5 ở vị trí lẻ, 6 vị trí còn lại mỗi vị trí có 2 cách chọn.

Vậy có $2 \cdot 2^6 = 128$.

[
]

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Trên đoạn $[-4; 3]$, hàm số

$g(x) = 2f(x) + (1-x)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm



A. $x_0 = -4$.

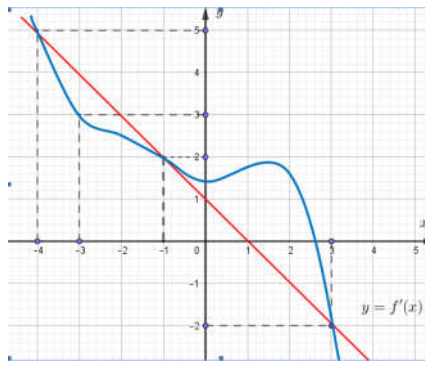
B. $x_0 = -1$.

C. $x_0 = 3$.

D. $x_0 = -3$.

Lời giải

Chọn B.



Ta có

$$g'(x) = 2f'(x) - 2(1-x).$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2f'(x) - 2(1-x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 1-x.$$

Dựa vào hình vẽ ta có: $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = -1 \\ x = 3 \end{cases}.$

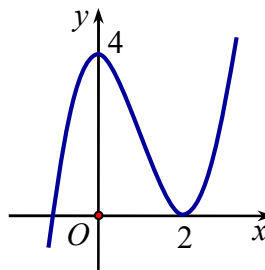
Và ta có bảng biến thiên

x	-4	-1	3
g'		$-$	$+$
g		$\searrow$	$\nearrow$

Suy ra hàm số $g(x) = 2f(x) + (1-x)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm $x_0 = -1$.

[
]

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Đặt $g(x) = f(\sqrt{x^2 + x + 2})$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau



A. $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

B. $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

C. $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(\frac{-1}{2};0)$.

D. $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn C.

Hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$; $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$, có đồ thị như hình vẽ.

Do đó $x = 0 \Rightarrow d = 4$; $x = 2 \Rightarrow 8a + 4b + 2c + d = 0$; $f'(2) = 0 \Rightarrow 12a + 4b + c = 0$; $f'(0) = 0 \Rightarrow c = 0$.

Tìm được $a = 1; b = -3; c = 0; d = 4$ và hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$.

Ta có $g(x) = f(\sqrt{x^2 + x + 2}) = (\sqrt{x^2 + x + 2})^3 - 3(x^2 + x + 2) + 4$

$$\Rightarrow g'(x) = \frac{3}{2}(2x+1)\sqrt{x^2 + x + 2} - 3(2x+1) = 3(2x+1)\left(\frac{1}{2}\sqrt{x^2 + x + 2} - 1\right); g'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Bảng xét dấu của $g(x)$:

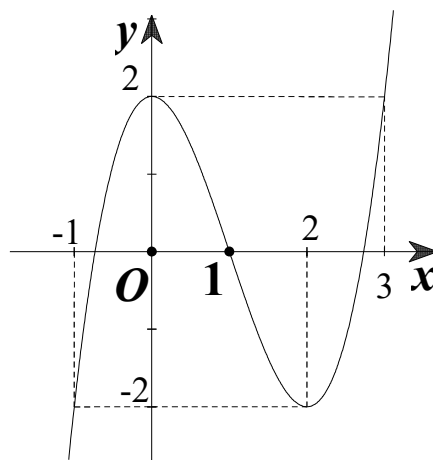
x	$-\infty$	-2	$-1/2$	1	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$		$\frac{7\sqrt{7}-10}{8}$		$+\infty$	

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$
 4 4

Vậy $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{-1}{2}; 0\right)$.

[
]

Câu 46: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$, (trong đó a, b, c, d, e là những số thực) và có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hỏi phương trình $f(x) = e$ có bao nhiêu nghiệm?



A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Hướng dẫn

Từ đồ thị $y = f'(x) \Rightarrow f'(x) = x^3 - 3x^2 + 2 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{4}x^4 - x^3 + 2x + e \Rightarrow f(x) = e$ có 4 nghiệm phân biệt.

[
]

Câu 47: Tìm các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_{0,02}(\log_2(3^x + 1)) > \log_{0,02} m$ có nghiệm với mọi $x \in (-\infty; 0)$.

A. $m > 9$.

B. $m < 2$.

C. $0 < m < 1$.

D. $m \geq 1$.

Lời giải

Chọn D.

$$\log_{0,02}(\log_2(3^x + 1)) > \log_{0,02} m$$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

ĐK tham số m : $m > 0$

Ta có: $\log_{0,02}(\log_2(3^x + 1)) > \log_{0,02} m \Leftrightarrow \log_2(3^x + 1) < m$

Xét hàm số $f(x) = \log_2(3^x + 1)$, $\forall x \in (-\infty; 0)$ có $f' = \frac{3^x \cdot \ln 3}{(3^x + 1) \ln 2} > 0$, $\forall x \in (-\infty; 0)$

Bảng biến thiên $f(x)$:

x	$-\infty$	0
f'		+
f		1

Khi đó với yêu cầu bài toán thì $m \geq 1$.

[
]

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{BSA} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ$, $SA = 3$, $SB = 2$, $SC = 6$. Tính sin của góc giữa SC và mặt phẳng (SAB) .

A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{30}}{6}$.

Hướng dẫn

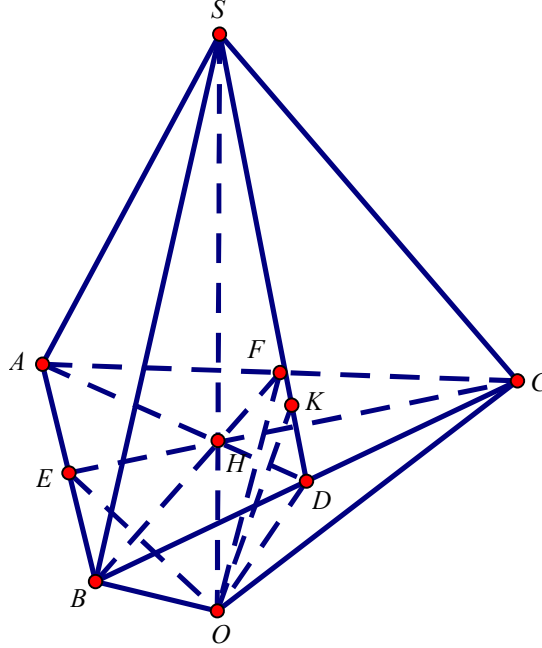
Dựng tứ diện đều có cạnh bằng 6. $\Rightarrow$ Đáp án.

[
]

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC đều, đường cao SH với H nằm trong ΔABC và $2SH=BC$, (SBC) tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° . Biết có một điểm O nằm trên đường cao SH sao cho $d(O; AB) = d(O; AC) = d(O; (SBC)) = 1$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho. **A.** $\frac{256\pi}{81}$
B. $\frac{125\pi}{162}$. **C.** $\frac{500\pi}{81}$. **D.** $\frac{343\pi}{48}$

Lời giải

Chọn D.



Giả sử E, F là chân đường vuông góc hạ từ O xuống AB, AC . Khi đó ta có $HE \perp AB, HF \perp AC$. Do $OE = OF = 1$ nên $HE = HF$. Do đó AH là phân giác của góc $\widehat{BAC}$.

Khi đó $AH \cap BC = D$ là trung điểm của BC .

Do $BC \perp AD \Rightarrow BC \perp (SAD)$. Kẻ $OK \perp SD$ thì $OK \perp (SBC)$. Do đó $OK = 1$ và $\widehat{SDA} = 60^\circ$.

Đặt $AB = BC = CA = 2a$ ($a > 0$) thì $SH = a, HD = a \cdot \cot 60^\circ = \frac{a}{\sqrt{3}}$.

Do đó $AD = a\sqrt{3} = 3HD$ nên H là tâm tam giác đều $ABC \Rightarrow S.ABC$ là hình chóp tam giác đều và E, F là trung điểm AB, AC .

Mặt khác trong tam giác SOK có: $SO = \frac{OK}{\sin 30^\circ} = 2$. Do ΔDEF đều có $OH \perp (DFE)$ nên $OE = OF = OD = 1 \Rightarrow K \equiv D$.

Khi đó ΔDSO vuông tại D và có $DH \perp SO$. Từ đó $DH^2 = HS \cdot HO \Leftrightarrow \frac{a^2}{3} = a(2-a) \Leftrightarrow a = \frac{3}{2}$
 $\Rightarrow AB = 3, SH = \frac{3}{2}$.

Gọi R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ thì $R = \frac{SA^2}{2SH} = \frac{7}{4}$.

$V_{m/c} = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{7}{4}\right)^3 = \frac{343}{48}\pi$.

[
]

Câu 50: Cho tứ diện đều $ABCD$ có một đường cao AA_1 . Gọi I là trung điểm AA_1 . Mặt phẳng (BCI) chia tứ diện $ABCD$ thành hai tứ diện. Tính tỉ số thể tích của hai mặt khối cầu ngoại tiếp hai tứ diện đó.

A. $\frac{43\sqrt{43}}{51\sqrt{51}}$.

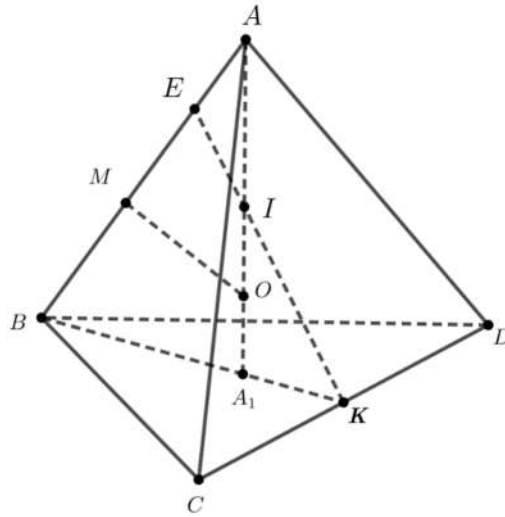
B. $\frac{1}{8}$.

C. $\sqrt{\frac{43}{51}}$

D. $\sqrt{\frac{48}{153}}$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi cạnh của tứ diện đều là a . Gọi K là trung điểm của CD và $E = IK \cap AB$. Qua A_1 kẻ đường thẳng song song với IK cắt AB tại J .

Ta có: $\frac{BJ}{BE} = \frac{BA_1}{BK} = \frac{2}{3}$ và $\frac{AE}{EJ} = \frac{AI}{IA_1} = 1$ nên suy ra $AE = \frac{1}{4}AB = \frac{a}{4}$ và $BE = \frac{3a}{4}$.

Gọi M là trung điểm của BE , trong mặt phẳng (ABK) dựng đường trung trực của BE cắt AA_1 tại O . Ta dễ dàng chứng minh được O là tâm của mặt cầu ngoại tiếp $EBCD$.

Ta có: $BA_1 = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, $AA_1 = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Đặt $BE = x$.

Tam giác ABA_1 đồng dạng với tam giác AOM nên suy ra

$$\frac{AM}{AA_1} = \frac{OM}{BH} \Rightarrow OM = \frac{AM \cdot BH}{AA_1} = \left(a - \frac{x}{2}\right) \sqrt{\frac{1}{2}}.$$

Gọi R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp $EBCD$ ta suy ra:

$$R = OB = \sqrt{OM^2 + MB^2} = \sqrt{\frac{x^2}{4} + \frac{1}{2} \left(a - \frac{x}{2}\right)^2}.$$

Với $x = \frac{3a}{4}$ ta có: $R = \sqrt{\frac{9a^2}{64} + \frac{1}{2} \left(a - \frac{3a}{8}\right)^2} = a\sqrt{\frac{43}{128}}.$

Tương tự với $x = \frac{a}{4}$ ta có bán kính R' của mặt cầu ngoại tiếp $EACD$ là

$$R' = \sqrt{\frac{a^2}{64} + \frac{1}{2} \left(a - \frac{a}{4} \right)^2} = a \sqrt{\frac{51}{128}}.$$

$$\text{Do đó } \frac{R}{R'} = \sqrt{\frac{43}{51}} \Rightarrow \frac{V}{V'} = \frac{R^3}{R'^3}.$$