

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
Mã đề thi: 101

MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề
(Đề thi có 06 trang, gồm 50 câu)

Họ, tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

Chữ ký của cán bộ coi thi 1:; Chữ ký của cán bộ coi thi 2:

Câu 1. Cho khối lăng trụ có thể tích bằng $55a^3$ và có chiều cao bằng $5a$. Diện tích đáy của khối lăng trụ đó bằng

- A. $11a^2$. B. $11a$. C. $\frac{11a^2}{5}$. D. $33a^2$.

Câu 2. Nghiệm của phương trình $2^x = \frac{1}{5}$ là

- A. $x = \log_5 2$. B. $x = \log_2 5$. C. $x = -\log_2 5$. D. $x = \log_{1/5} 2$.

Câu 3. Đạo hàm của hàm số $y = 2024^x$ là

- A. $2024^x \ln 2024$. B. $\frac{2024^x}{\ln 2024}$. C. 2024^x . D. $\frac{1}{2024^x}$.

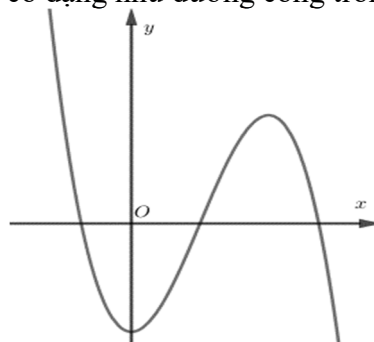
Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên \mathbb{R} , có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	3	-2	$+\infty$	

Số điểm cực đại của hàm số là

- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 5. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới



- A. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$. B. $y = x^4 - x^2 - 2$. C. $y = x^3 - 3x^2 - 2$. D. $y = -x^4 + x^2 - 2$.

Câu 6. Biết $\int_1^7 f(x) dx = 4$ và $\int_1^7 g(x) dx = -2$. Tính $I = \int_1^7 [2f(x) - g(x)] dx$.

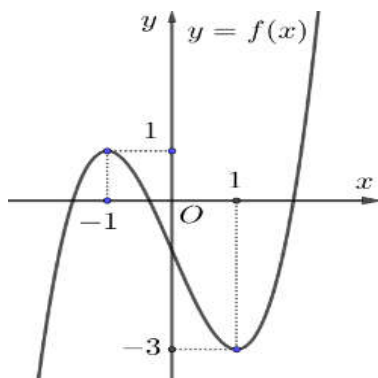
- A. $I = 12$. B. $I = 10$. C. $I = 6$. D. $I = 2$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 1 = 0$. Tọa độ tâm của mặt cầu (S) là

- A. $I(-4; -1; 0)$. B. $I(-4; 1; 0)$. C. $I(4; -1; -\frac{1}{2})$. D. $I(4; -1; 0)$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} . Biết đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ là đường cong như hình vẽ bên dưới đây

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A. Hàm số nghịch biến trên $(-3;1)$. B. Hàm số nghịch biến trên $(1;+\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên $(-3;1)$. D. Hàm số nghịch biến trên $(-1;1)$.

Câu 18. Cho a là số thực dương và khác 1, b là số thực dương thỏa mãn $\log_a b = 3$. Giá trị $\log_a b^2$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. 2. C. 9. D. 6.

Câu 19. Đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số nào sau đây?

- A. $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{2 + x}$. B. $y = \frac{2 + 2x^2}{1 + x}$. C. $y = \frac{2x - 2}{x + 2}$. D. $y = \frac{2 + x}{2 - x}$.

Câu 20. Một khối lập phương có thể tích bằng 64. Cạnh của khối lập phương đó bằng

- A. 12. B. 4. C. 6. D. 8.

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{-2}$ và

$d': \frac{x+1}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{2}$. Vị trí tương đối của d và d' là

- A. chéo nhau. B. trùng nhau. C. cắt nhau. D. song song.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	0	-1	$+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 1 = 0$ là

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

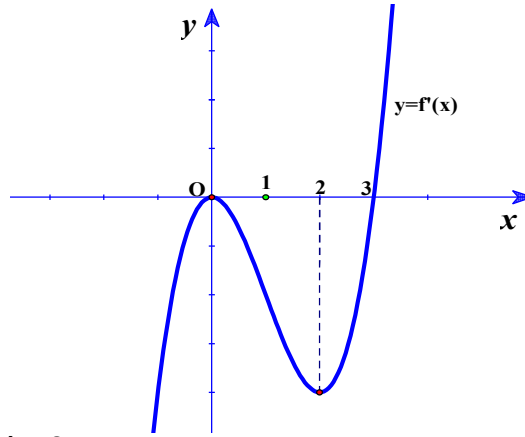
Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có một nguyên hàm là hàm số $y = F(x)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\int f(3x) dx = F(3x) + C$. B. $\int f(3x) dx = 3F(x) + C$.
 C. $\int f(3x) dx = 9F(3x) + C$. D. $\int 3 \cdot f(3x) dx = F(3x) + C$.

Câu 24. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng $2a$. Độ dài cạnh bên của hình chóp bằng bao nhiêu để góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° ?

- A. $4a\sqrt{3}$. B. $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. D. $2a\sqrt{3}$.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(2; +\infty)$.
- B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 3)$.
- C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
- D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$.

Câu 26. Cho khối trụ có chiều cao $h = 2a$ và bán kính đường tròn đáy $r = a\sqrt{5}$. Thể tích V của khối trụ là

- A. $V = 10\pi a^2$.
- B. $V = \frac{10\pi a^3}{3}$.
- C. $V = 10\pi a^3$.
- D. $V = 4\sqrt{5}\pi a^3$.

Câu 27. Trên giá sách có 4 quyển sách Toán khác nhau, 6 quyển sách Hoá khác nhau. Có bao nhiêu cách chọn 3 quyển sách có đủ cả hai môn?

- A. 192.
- B. 24.
- C. 96.
- D. 45.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA \perp (ABCD)$. Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.
- B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.
- C. $\frac{a}{2}$.
- D. $a\sqrt{2}$.

Câu 29. Một hộp đựng 25 thẻ được đánh số từ 1 đến 25. Lấy ngẫu nhiên một thẻ trong hộp, xác suất để lấy được thẻ có số ghi trên thẻ là một số nguyên tố bằng

- A. $\frac{9}{25}$.
- B. $\frac{8}{25}$.
- C. $\frac{2}{5}$.
- D. $\frac{11}{25}$.

Câu 30. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Giá trị của u_4 bằng

- A. 10.
- B. 18.
- C. 54.
- D. 162.

Câu 31. Cho hình nón có chiều cao bằng bán kính của đường tròn đáy. Góc ở đỉnh của hình nón đó bằng

- A. 30° .
- B. 60° .
- C. 90° .
- D. 45° .

Câu 32. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x + 5$ trên đoạn $[0; 2]$ là

- A. 9.
- B. 3.
- C. 7.
- D. 6.

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng chứa điểm $A(1; 2; 2)$ và đường thẳng

$$d: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{1} \text{ có phương trình là}$$

- A. $2x + y - z - 2 = 0$.
- B. $3x - y - z + 1 = 0$.
- C. $z - 2 = 0$.
- D. $x + y - z - 1 = 0$.

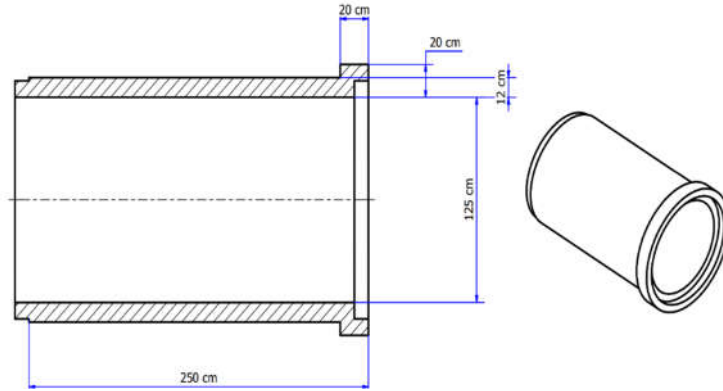
Câu 34. Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f(0) = -2015$, $\int_0^1 f'(x) dx = 2024$ thì

- A. $f(1) = -4039$.
- B. $f(1) = -9$.
- C. $f(1) = 9$.
- D. $f(1) = 4039$.

Câu 35. Cho hai số phức $z = 3 + 2i$ và $w = 9 + 10i$. Số phức $z - w$ có điểm biểu diễn là M . Độ dài đoạn thẳng OM nhận giá trị là

- A. 100.
- B. 10.
- C. $12\sqrt{2}$.
- D. $10\sqrt{2}$.

- Câu 36.** Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 a - 3\log_2 b = 3$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
A. $a = 8b$. **B.** $a = 2b^3$. **C.** $a = 8b^2$. **D.** $a = (2b)^3$.
- Câu 37.** Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$, $z_2 = 3 - 3i$. Tính $|z_1 + \overline{z_2}|$.
A. $\sqrt{29}$. **B.** $\sqrt{21}$. **C.** $\sqrt{41}$. **D.** $\sqrt{34}$.
- Câu 38.** Cho số phức z_0 có phần ảo âm, là nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 2 = 0$. Phần thực của số phức $w = iz_0$ là
A. -2 . **B.** 1 . **C.** -1 . **D.** 2 .
- Câu 39.** Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2 - 2az + b^2 + 3 = 0$ (a, b là các tham số thực). Có bao nhiêu cặp số thực $(a; b)$ sao cho phương trình đó có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 - 2iz_2 = 4 - 6i$?
A. 4 . **B.** 1 . **C.** 2 . **D.** 3 .
- Câu 40.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$ và điểm $A(2; 1; 0)$. Ba mặt phẳng thay đổi đi qua A và đôi một vuông góc với nhau, cắt khối cầu (S) tương ứng theo ba thiết diện là ba hình tròn. Tổng diện tích của ba hình tròn bằng
A. 22π . **B.** 21π . **C.** 18π . **D.** 15π .
- Câu 41.** Cho hàm số $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị (C) và $g(x) = x^2 - 2x - 3$ có đồ thị là (P) . Biết đồ thị (C) tiếp xúc với (P) tại điểm M và cắt (P) tại điểm N , với M, N có hoành độ lần lượt là m, n ($0 < m < n$). Biết $\int_m^n f''(x) dx = 3$ và độ dài $MN = \sqrt{10}$, khi đó $\int_m^n f(x) dx$ bằng
A. $\frac{1}{12}$. **B.** $-\frac{7}{4}$. **C.** $-\frac{1}{12}$. **D.** $\frac{7}{4}$.
- Câu 42.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-20; 20]$ sao cho hàm số $y = f(x) = \frac{\cos^2 x - 2 \cos x + m}{\cos x - m}$ nghịch biến trên $\left(0; \frac{\pi}{3}\right)$?
A. 22 . **B.** 20 . **C.** 21 . **D.** 19 .
- Câu 43.** Cho số thực $a > 1, b > 1$ thỏa mãn $(\log_a b + \log_b a + 2)(\log_a b - \log_{ab} b) \log_b a - 2 \log_b a = 2$. Giá trị $\log_b(ab)$ bằng
A. 3 . **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** 2 .
- Câu 44.** Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng $4a$, góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng α với $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{6}}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng
A. $V = \frac{48\sqrt{6}a^3}{3}$. **B.** $V = 32a^3$. **C.** $V = 96a^3$. **D.** $V = 48\sqrt{6}a^3$.
- Câu 45.** Mỗi chiếc cống bê tông cốt thép hình trụ dùng để thoát nước gồm thân cống, đầu cống và đuôi cống (trong hình vẽ minh họa), được sản xuất bằng bê tông và thép (các chất phụ gia không đáng kể). Tổng độ dài phần thân cống và đầu cống bằng 250cm , độ dày của thành cống là 12cm , đường kính trong 125cm . Đầu cống có độ dài phần ngoài (phần rộng hơn) là 20cm , dày 20cm . Phần đuôi cống có thể tích bằng phần lõm vào ở miệng cống (phần hình chữ nhật nhỏ không có gạch sọc). Khi sản xuất mỗi chiếc cống như thế nhà đầu tư cần đúng $1,3\text{m}^3$ bê tông. Phần cốt thép cần để sản xuất một chiếc cống đó có thể tích là V . Giá trị của V gần với giá trị nào sau đây nhất?

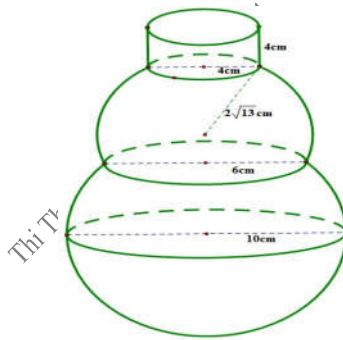


- A. $121585cm^3$. B. $70111cm^3$. C. $112585cm^3$. D. $71011cm^3$.

Câu 46. Cho hai số phức z_1, z_2 thoả mãn $z_1^2 - z_1.z_2 + z_2^2 = 0$ và $\frac{1}{|z_2| + z_2}$ có phần thực bằng $\frac{1}{4}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |2z_1 - 3z_2 - 6 - 8i|$. Tích $M.m$ bằng

- A. 128. B. 84. C. 28. D. 72.

Câu 47. Bạn An là người có sở thích tái chế đồ cũ. Để tận dụng đồ dùng trong nhà bạn dùng hai hình cầu có bán kính lần lượt là $R = 10cm$ và $r = 2\sqrt{13}cm$ và một phần của mặt trụ để làm hồ lô đựng nước như hình vẽ dưới đây. Biết giao của hai mặt cầu là đường tròn có bán kính $r_1 = 6cm$ và cổ của hồ lô là một hình trụ có bán kính đáy bằng $r_2 = 4cm$, chiều cao bằng $4cm$. Giả sử độ dày của hồ lô không đáng kể. Hồ lô đựng được tối đa V lít nước. Giá trị của V gần giá trị nào sau đây nhất?



- A. 5,8 lít. B. 5,6 lít. C. 5,4 lít. D. 6,0 lít.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(4;4;3); B(1;1;1); C(4;0;4)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 8$. Gọi M là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho $MA = 2MB$. Khi độ dài MC là lớn nhất thì tọa độ điểm M là $(a;b;c)$. Giá trị $a+b+2c$ bằng

- A. $2 - \sqrt{7}$. B. $4 - \sqrt{7}$. C. $3 - \sqrt{7}$. D. $-\sqrt{7}$.

Câu 49. Cho các số thực x, y, z thoả mãn $\log_4 \frac{x+y+z}{x^2+y^2+z^2+2} = x(x-16) + y(y-16) + z(z-16)$. Biết rằng biểu thức $P = \frac{2x+3y+2z+5}{x+y+z+4}$ đạt giá trị lớn nhất bằng M , giá trị nhỏ nhất bằng m . Giá trị của $M+m$ là

- A. $\frac{491}{214}$. B. $\frac{209}{59}$. C. $\frac{378}{107}$. D. $\frac{207}{59}$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x) = x + \sqrt{x^2+4}$ và hàm số $g(x) = f(|3x^2+m|).f(x^3-12)$, m là tham số thực. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-5;1]$ bằng 4. Tổng giá trị các phần tử của S bằng.

- A. 20. B. -42. C. 2. D. -4.

----- HẾT -----

CAU	101	102	103	104	105	106	107	108
1	A	B	C	C	B	A	C	D
2	C	A	D	A	B	B	D	C
3	A	C	C	C	D	B	B	A
4	B	D	C	D	D	D	D	A
5	A	D	C	C	B	C	C	A
6	B	C	D	A	A	A	D	D
7	D	B	B	C	D	B	B	D
8	A	C	C	C	B	B	B	A
9	C	B	A	C	C	D	D	B
10	B	D	A	C	D	A	B	B
11	A	B	B	A	A	B	A	B
12	B	D	B	C	C	D	C	C
13	C	A	D	A	A	D	A	A
14	B	D	B	D	B	D	B	D
15	A	C	B	C	C	C	A	C
16	C	B	B	D	A	C	C	B
17	D	A	B	A	C	C	C	A
18	D	D	B	B	B	A	D	A
19	D	B	A	B	A	A	B	A
20	B	C	A	D	C	A	B	B
21	D	A	D	D	C	A	D	C
22	B	B	A	B	C	D	C	C
23	D	B	D	B	B	C	D	A
24	B	C	C	A	C	D	C	D
25	D	A	A	B	A	C	A	D
26	C	C	D	A	A	C	C	C
27	C	A	C	B	D	B	A	B
28	D	D	A	D	A	A	A	A
29	A	A	B	A	A	D	B	D
30	C	A	C	D	D	A	A	C
31	C	D	B	B	D	B	A	B
32	C	C	B	C	C	B	D	C
33	A	C	D	D	B	C	C	B
34	C	A	D	B	B	B	D	D
35	B	C	C	A	B	A	D	C
36	D	B	A	D	B	C	A	B
37	A	B	A	D	D	D	B	D
38	B	D	D	B	C	D	B	B
39	A	D	A	C	C	C	A	A
40	A	A	D	A	C	B	B	B
41	B	C	C	B	D	A	D	A
42	A	C	B	A	D	C	A	B
43	C	D	A	C	C	A	D	D
44	C	B	B	B	A	D	A	D
45	B	A	C	D	B	D	C	D
46	D	C	D	B	D	D	B	C
47	B	A	B	A	A	C	B	A
48	D	D	C	D	B	A	C	C
49	C	B	D	C	A	B	D	C
50	D	B	A	D	B	B	C	B

ĐỀ THI THỬ SỞ THANH HÓA LẦN 2
NĂM HỌC 2023 - 2024

Môn: TOÁN – LỚP 12

Câu 1. [MĐ1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 1 = 0$.

Toạ độ tâm của mặt cầu (S) là

- A.** $I\left(4; -1; -\frac{1}{2}\right)$. **B.** $I(4; -1; 0)$. **C.** $I(-4; 1; 0)$. **D.** $I(-4; -1; 0)$.

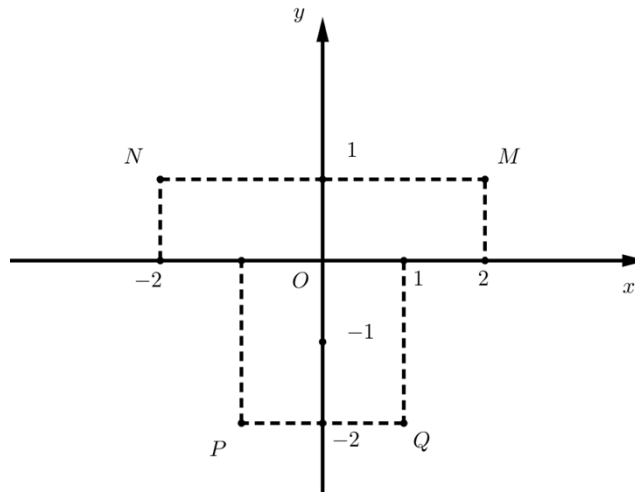
Câu 2. [MĐ1] Đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số nào sau đây?

- A.** $y = \frac{2+x}{2-x}$. **B.** $y = \frac{2x-2}{x+2}$. **C.** $y = \frac{x^2-3x+2}{2+x}$. **D.** $y = \frac{2+2x^2}{1+x}$.

Câu 3. [MĐ1] Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.** $\int \cos x dx = \sin x + C$. **B.** $\int e^x dx = e^x + C$.
C. $\int x^2 dx = 2x + C$. **D.** $\int \sin x dx = -\cos x + C$.

Câu 4. [MĐ1] Cho số phức $z = 1 - 2i$, điểm nào trong hình vẽ dưới đây là điểm biểu diễn của số phức z ?



- A.** M . **B.** N . **C.** P . **D.** Q .

Câu 5: [MĐ2] Biết $\int_1^7 f(x) dx = 4$ và $\int_1^7 g(x) dx = -2$. Tính $I = \int_1^7 [2f(x) - g(x)] dx$.

- A.** $I = 2$. **B.** $I = 12$. **C.** $I = 6$. **D.** $I = 10$.

Câu 6: [MĐ1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 3), B(3; -2; 4), C(2; 4; -1)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- A.** $G\left(2; \frac{8}{3}; -2\right)$. **B.** $G\left(-2; \frac{8}{3}; \frac{7}{3}\right)$. **C.** $G(2; 0; 2)$. **D.** $G(-2; 0; 2)$.

Câu 7: [MĐ1] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên \mathbb{R} , có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	3	-2	$+\infty$	

Số điểm cực đại của đồ thị hàm số là

- A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 8: [MĐ1] Đạo hàm của hàm số $y = 2024^x$ là

- A. $\frac{1}{2024^x}$. B. $\frac{2024^x}{\ln 2024}$. C. $2024^x \ln 2024$. D. 2024^x .

Câu 9: [MĐ1] Một khối lập phương có thể tích bằng 64. Cạnh của khối lập phương đó bằng

- A. 6. B. 4. C. 8. D. 12.

Câu 10: [MĐ1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 2 = 0$?

- A. $\vec{n}_3 = (-2; -1; -2)$. B. $\vec{n}_4 = (2; -1; -2)$. C. $\vec{n}_1 = (-2; 1; 2)$. D. $\vec{n}_2 = (2; -1; 2)$.

Câu 11: [MĐ1] Tập xác định của hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. \mathbb{R} . C. $(0; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Câu 12: [MĐ1] Nghiệm của phương trình $2^x = \frac{1}{5}$ là

- A. $x = \log_{\frac{1}{5}} 2$. B. $x = \log_2 5$. C. $x = \log_5 2$. D. $x = -\log_2 5$.

Câu 13: Cho a là số thực dương và khác 1, b là số thực dương thỏa mãn $\log_a b = 3$. Giá trị $\log_a b^2$ bằng

- A. 6. B. 9. C. 2. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 14: Cho khối lăng trụ có thể tích bằng $55a^3$ và có chiều cao bằng $5a$. Diện tích đáy của khối lăng trụ đó bằng

- A. $\frac{11a^2}{5}$. B. $33a^2$. C. $11a$. D. $11a^2$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(2; -1; -3)$ đến mặt phẳng $(\alpha): 2x - y - 2z - 1 = 0$ là

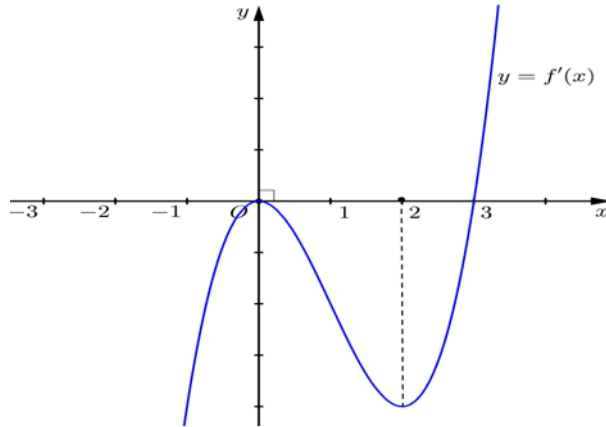
- A. $\frac{8}{3}$. B. 10. C. $\frac{10}{3}$. D. $\frac{12}{3}$.

Câu 16: Hàm số $y = \log_2(3x - 1)$ có tập xác định là

- A. $D = \left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$. B. $D = \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. C. $D = \left(-\infty; \frac{1}{3}\right]$. D. $D = \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Câu 17: [MĐ2] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} . Biết đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ là đường cong như hình vẽ bên dưới đây

- Câu 32. [MĐ2]** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Giá trị của u_4 bằng
A. 162. **B.** 18. **C.** 54. **D.** 10.
- Câu 33. [MĐ2]** Cho khối trụ có chiều cao $h = 2a$ và bán kính đường tròn đáy $r = a\sqrt{5}$. Thể tích V của khối trụ là
A. $4\sqrt{5}\pi a^3$. **B.** $\frac{10\pi a^3}{3}$. **C.** $10\pi a^3$. **D.** $10\pi a^2$.
- Câu 34. [MĐ3]** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x + 5$ trên đoạn $[0; 2]$ là
A. 7. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 9.
- Câu 35. [MĐ2]** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



- Khẳng định nào sau đây đúng?
A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
C. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$.
D. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 3)$.
- Câu 36. [MĐ2]** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $2a$. Độ dài cạnh bên của hình chóp bằng bao nhiêu để góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° ?
A. $2a\sqrt{3}$. **B.** $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $4a\sqrt{3}$.
- Câu 37. [MĐ2]** Cho hai số phức $z = 3 + 2i$ và $w = 9 + 10i$. Số phức $z - w$ có điểm biểu diễn là M . Độ dài của đoạn thẳng OM nhận giá trị là
A. $10\sqrt{2}$. **B.** 10. **C.** 100. **D.** $12\sqrt{2}$.
- Câu 38. [MĐ2]** Cho số phức z_0 có phần ảo âm, là nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 2 = 0$. Phần thực của số phức $w = iz_0$ là
A. -2. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 1.
- Câu 39. [MĐ3]** Cho hàm số $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị (C) và $g(x) = x^2 - 2x - 3$ có đồ thị là (P) . Biết đồ thị (C) tiếp xúc với (P) tại điểm M và cắt (P) tại điểm N , với M, N có hoành độ lần lượt là m, n ($0 < m < n$). Biết $\int_m^n f''(x) = 3$ và độ dài $MN = \sqrt{10}$, khi đó $\int_m^n f(x)$ bằng

- A. $\frac{7}{4}$. B. $-\frac{1}{12}$. C. $\frac{1}{12}$. D. $-\frac{7}{4}$.

Câu 40. [MĐ3] Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng $4a$, góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng α với $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{6}}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng.

- A. $V = 96a^3$. B. $V = 32a^3$. C. $V = \frac{48\sqrt{6}a^3}{3}$. D. $48\sqrt{6}a^3$.

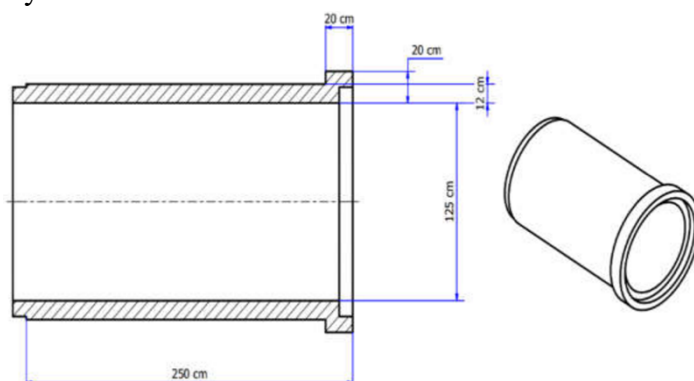
Câu 41. [MĐ3] Cho số thực $a > 1, b > 1$ thỏa mãn $(\log_a b + \log_b a + 2)(\log_a b - \log_{ab} b) \log_b a - 2 \log_b a = 2$ Giá trị $\log_b(ab)$ bằng

- A. 2. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{3}{2}$. D. 3.

Câu 42. [MĐ3] Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2 - 2az + b^2 + 3$ (a, b là các tham số thực). Có bao nhiêu cặp số thực (a, b) sao cho phương trình đó có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 - 2iz_2 = 4 - 6i$?

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Câu 43. [MĐ3] Mỗi chiếc cống bê tông cốt thép hình trụ dùng để thoát nước gồm thân cống, đầu cống và đuôi cống (trong hình vẽ minh họa), được sản xuất bằng bê tông và thép (các chất phụ gia không đáng kể). Tổng độ dài phần thân cống và đầu cống bằng 250 cm, độ dày của thành cống là 12 cm, đường kính trong 125 cm. Đầu cống có độ dài phần ngoài (phần rộng hơn) là 20 cm, dày 20 cm. Phần đuôi cống có thể tích bằng phần lõm vào ở miệng cống (phần hình chữ nhật nhỏ không có gạch sọc). Khi sản xuất mỗi chiếc cống như thế nhà đầu tư cần đúng $1,3 \text{ m}^3$ bê tông. Phần cốt thép cần để sản xuất một chiếc cống đó có thể tích là V . Giá trị của V gần với giá trị nào sau đây nhất?



- A. 121585 cm^3 . B. 112585 cm^3 . C. 71011 cm^3 . D. 70111 cm^3 .

Câu 44. [MĐ3] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$ và điểm $A(2;1;0)$. Ba mặt phẳng thay đổi đi qua A và đôi một vuông góc với nhau, cắt khối cầu (S) tương ứng theo ba thiết diện là ba hình tròn. Tổng diện tích của ba hình tròn bằng

- A. 22π . B. 21π . C. 18π . D. 15π .

Câu 45. [MĐ4] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-20; 20]$ sao cho hàm số

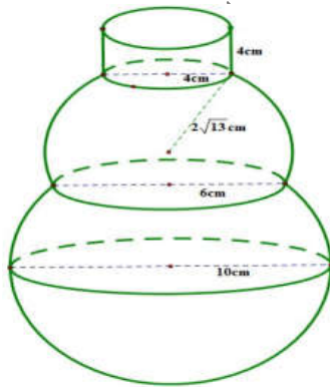
$$f(x) = \frac{\cos^2 x - 2 \cos x + m}{\cos x - m} \text{ nghịch biến trên khoảng } \left(0; \frac{\pi}{3}\right).$$

- A. 22. B. 21. C. 20. D. 19.

Câu 46. [MĐ4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(4; 4; 3)$, $B(1; 1; 1)$, $C(4; 0; 4)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 8$. Gọi M là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho $MA = 2MB$. Khi đó độ dài MC lớn nhất thì tọa độ điểm M là $(a; b; c)$. Giá trị $a + b + 2c$ bằng

- A. $2 - \sqrt{7}$. B. $4 - \sqrt{7}$. C. $3 - \sqrt{7}$. D. $-\sqrt{7}$.

Câu 47. Bạn An là người có sở thích tái chế đồ cũ. Để tận dụng đồ dùng trong nhà bạn dùng hai hình cầu có bán kính lần lượt là $R = 10 \text{ cm}$ và $r = 2\sqrt{13} \text{ cm}$ và một phần của mặt trụ để làm hồ lô đựng nước như hình vẽ bên dưới đây. Biết giao của hai mặt cầu là đường tròn bán kính $r_1 = 6 \text{ cm}$ và cổ của hồ lô là một hình trụ có bán kính đáy bằng $r_2 = 4 \text{ cm}$, chiều cao bằng 4 cm . Giả sử độ dày của hồ lô không đáng kể. Hồ lô đựng được V lít nước. Giá trị của V gần giá trị nào sau đây nhất?



- A. 5,6 lít. B. 5,4 lít. C. 5,8 lít. D. 6,0 lít.

Câu 48. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $z_1^2 - z_1 z_2 + z_2^2 = 0$ và $\frac{1}{|z_2| + z_2}$ có phần thực bằng $\frac{1}{4}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |2z_1 - 3z_2 - 6 - 8i|$. Tích $M.m$ bằng

- A. 128. B. 28. C. 84. D. 72.

Câu 49. [MĐ4] Cho các số thực x, y thỏa mãn $\log_4 \frac{x + y + z}{x^2 + y^2 + z^2 + 2} = x(x - 16) + y(y - 16) + z(z - 16)$.

Biết rằng biểu thức $P = \frac{2x + 3y + 2z + 5}{x + y + z + 4}$ đạt giá trị lớn nhất bằng M , giá trị nhỏ nhất bằng m .

Giá trị của $M + m$ là

- A. $\frac{208}{59}$. B. $\frac{378}{107}$. C. $\frac{207}{59}$. D. $\frac{209}{59}$.

Câu 50. [MĐ4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(4; 4; 3); B(1; 1; 1); C(4; 0; 4)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 8$. Gọi M là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho $MA = 2MB$. Khi độ dài MC lớn nhất thì tọa độ điểm M là $(a; b; c)$. Giá trị $a + b + 2c$ bằng

- A. 1. B. 2. C. $4 - \sqrt{7}$. D. 3.

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	A	C	D	D	C	B	C	B	D	B	D	A	D	C	B	A	D	B	C	A	B	B	C	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	A	D	A	A	D	C	C	A	C	C	B	D	D	A	C	C	D	A	A	B	A	D	B	C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. [MĐ1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 1 = 0$.

Toạ độ tâm của mặt cầu (S) là

- A. $I\left(4; -1; -\frac{1}{2}\right)$. B. $I(4; -1; 0)$. C. $I(-4; 1; 0)$. D. $I(-4; -1; 0)$.

Lời giải

Chọn B

Toạ độ tâm của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 1 = 0$ là $I(4; -1; 0)$.

Câu 2. [MĐ1] Đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số nào sau đây?

- A. $y = \frac{2+x}{2-x}$. B. $y = \frac{2x-2}{x+2}$. C. $y = \frac{x^2-3x+2}{2+x}$. D. $y = \frac{2+2x^2}{1+x}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2+x}{2-x} = -\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 2$.

Câu 3. [MĐ1] Khẳng định nào sau đây **sai**?

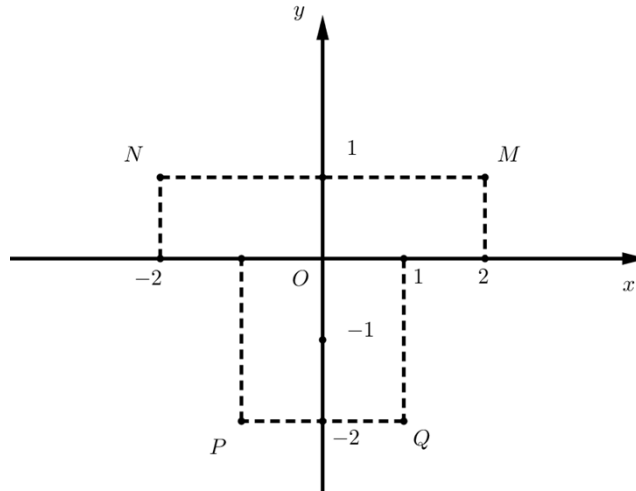
- A. $\int \cos x dx = \sin x + C$. B. $\int e^x dx = e^x + C$.
C. $\int x^2 dx = 2x + C$. D. $\int \sin x dx = -\cos x + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int x^2 dx = \frac{1}{3}x^3 + C$.

Câu 4. [MĐ1] Cho số phức $z = 1 - 2i$, điểm nào trong hình vẽ dưới đây là điểm biểu diễn của số phức z ?



- A. M . B. N . C. P . D. Q .

Lời giải

Chọn D

Câu 9: [MĐ2] Biết $\int_1^7 f(x)dx = 4$ và $\int_1^7 g(x)dx = -2$. Tính $I = \int_1^7 [2f(x) - g(x)] dx$.

- A. $I = 2$. B. $I = 12$. C. $I = 6$. D. $I = 10$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $I = \int_1^7 [2f(x) - g(x)] dx = 2 \int_1^7 f(x) dx - \int_1^7 g(x) dx = 10$.

Câu 10: [MĐ1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 3), B(3; -2; 4), C(2; 4; -1)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- A. $G\left(2; \frac{8}{3}; -2\right)$. B. $G\left(-2; \frac{8}{3}; \frac{7}{3}\right)$. C. $G(2; 0; 2)$. D. $G(-2; 0; 2)$.

Lời giải

Chọn C

Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là: $G(2; 0; 2)$.

Câu 11: [MĐ1] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên \mathbb{R} , có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	3	-2	$+\infty$	

Số điểm cực đại của đồ thị hàm số là

- A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Lời giải

Chọn B

Câu 12: [MĐ1] Đạo hàm của hàm số $y = 2024^x$ là

- A. $\frac{1}{2024^x}$. B. $\frac{2024^x}{\ln 2024}$. C. $2024^x \ln 2024$. D. 2024^x .

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = (2024^x)' = 2024^x \ln 2024$.

Câu 9: [MĐ1] Một khối lập phương có thể tích bằng 64. Cạnh của khối lập phương đó bằng

- A. 6. B. 4. C. 8. D. 12.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối lập phương cạnh a là: $V = 64 \Leftrightarrow a^3 = 64 \Leftrightarrow a = 4$.

Vậy cạnh của khối lập phương đó là: $a = 4$.

Câu 10: [MĐ1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 2 = 0$?

- A. $\vec{n}_3 = (-2; -1; -2)$. B. $\vec{n}_4 = (2; -1; -2)$. C. $\vec{n}_1 = (-2; 1; 2)$. D. $\vec{n}_2 = (2; -1; 2)$.

Lời giải

Chọn D

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là: $\vec{n}_2 = (2; -1; 2)$.

Câu 11: [MĐ1] Tập xác định của hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. \mathbb{R} . C. $(0; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định của hàm số là: $D = \mathbb{R}$.

Câu 12: [MĐ1] Nghiệm của phương trình $2^x = \frac{1}{5}$ là

- A. $x = \log_{\frac{1}{5}} 2$. B. $x = \log_2 5$. C. $x = \log_5 2$. D. $x = -\log_2 5$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $2^x = \frac{1}{5} \Leftrightarrow x = \log_2 \frac{1}{5} \Leftrightarrow x = -\log_2 5$.

Câu 13: Cho a là số thực dương và khác 1, b là số thực dương thỏa mãn $\log_a b = 3$. Giá trị $\log_a b^2$ bằng

- A. 6. B. 9. C. 2. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_a b^2 = 2 \log_a b = 2 \cdot 3 = 6$.

Câu 14: Cho khối lăng trụ có thể tích bằng $55a^3$ và có chiều cao bằng $5a$. Diện tích đáy của khối lăng trụ đó bằng

- A. $\frac{11a^2}{5}$. B. $33a^2$. C. $11a$. D. $11a^2$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích đáy của khối lăng trụ là: $B = \frac{V}{h} = \frac{55a^3}{5a} = 11a^2$.

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(2; -1; -3)$ đến mặt phẳng $(\alpha): 2x - y - 2z - 1 = 0$ là

- A. $\frac{8}{3}$. B. 10. C. $\frac{10}{3}$. D. $\frac{12}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (α) là:

$$d(A, (\alpha)) = \frac{|2 \cdot 2 + (-1) \cdot (-1) + (-3) \cdot (-2) - 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2}} = \frac{10}{3}.$$

Câu 16. Hàm số $y = \log_2(3x - 1)$ có tập xác định là

- A. $D = \left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$. B. $D = \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. C. $D = \left(-\infty; \frac{1}{3}\right]$. D. $D = \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

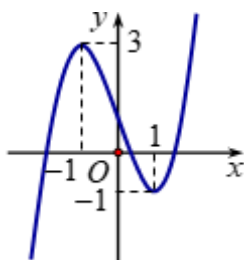
Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định của hàm số $y = \log_2(3x - 1)$ là: $3x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{3}$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D = \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Câu 17. [MĐ2] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} . Biết đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ là đường cong như hình vẽ bên dưới đây



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \ (a < -1) \\ x = b \ (0 < b < 1) \\ x = c \ (c > 1) \end{cases}$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	a	b	c	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	+

Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số có 3 điểm cực trị

Câu 18. [MĐ2] Nếu $\int_1^3 [3 - 2f(x)] dx = 4$ thì $\int_3^1 f(x) dx$ bằng

- A. 2. B. -2. C. 1. D. -1.

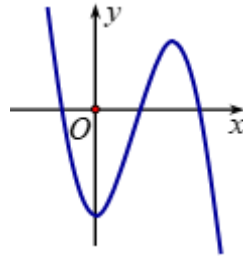
Lời giải

Chọn D

$$\int_1^3 [3 - 2f(x)] dx = 4 \Leftrightarrow \int_1^3 3 dx - 2 \int_1^3 f(x) dx = 4$$

$$\Leftrightarrow 3x \Big|_1^3 - 2 \int_1^3 f(x) dx = 4 \Leftrightarrow \int_1^3 f(x) dx = 1 \Rightarrow \int_3^1 f(x) dx = -1.$$

Câu 19. [MĐ1] Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới



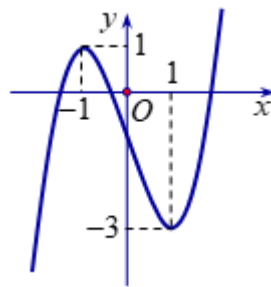
- A. $y = -x^4 + x^2 - 2$. B. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$. C. $y = x^3 - 3x^2 - 2$. D. $y = x^4 - x^2 - 2$.

Lời giải

Chọn B

Từ hình dạng đồ thị hàm số ta thấy đây là hàm số bậc ba và có hệ số $a < 0$.

Câu 20. [MĐ2] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A. Hàm số nghịch biến trên $(-3; 1)$. B. Hàm số nghịch biến trên $(1; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên $(-1; 1)$. D. Hàm số đồng biến trên $(-3; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số nghịch biến thì đồ thị là một đường đi xuống từ trái qua phải nên từ đồ thị hàm số ta thấy hàm số nghịch biến trên $(-1; 1)$.

Câu 21. [MĐ2] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có một nguyên hàm là hàm số $y = F(x)$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int 3f(3x)dx = F(3x) + C.$

B. $\int f(3x)dx = 9F(3x) + C.$

C. $\int f(3x)dx = 3F(x) + C.$

D. $\int f(3x)dx = F(3x) + C.$

Lời giải

Chọn A

Đặt $3x = t \Rightarrow dx = \frac{1}{3}dt \Rightarrow \int 3f(3x)dx = 3 \cdot \frac{1}{3} \int f(t)dt = F(t) + C = F(3x) + C.$

Câu 22. [MĐ1] Cho hình nón có chiều cao bằng bán kính của đường tròn đáy. Góc ở đỉnh của hình nón bằng

A. 45°

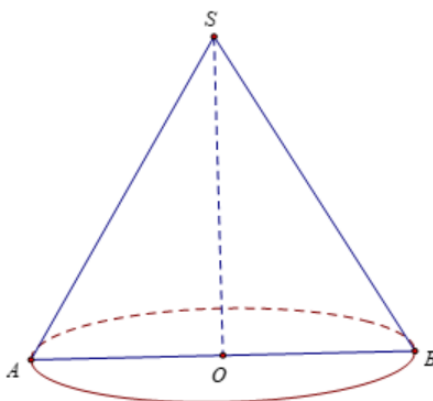
B. 90°

C. 30°

D. 60°

Lời giải

Chọn B



Hình nón có chiều cao bằng bán kính của đường tròn đáy suy ra $SO = \frac{1}{2}AB$

$\Rightarrow \Delta SAB$ vuông tại S . Vậy góc ở đỉnh của hình nón bằng 90° .

Câu 23. [MĐ1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$+$
y		0		$+\infty$

Graph showing the function values: $-\infty$ at $x = -\infty$, 0 at $x = 0$, -1 at $x = 1$, and $+\infty$ at $x = +\infty$.

Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 1 = 0$ là

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $2f(x)+1=0 \Leftrightarrow f(x)=-\frac{1}{2}$.

Từ bảng biến thiên suy ra đường thẳng $y=-\frac{1}{2}$ cắt đồ thị $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt suy ra phương trình $2f(x)+1=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 24. [MĐ2] Cho hai số phức $z_1 = 2 - i, z_2 = 3 - 3i$. Tính $|z_1 + \overline{z_2}|$

A. $\sqrt{41}$.

B. $\sqrt{21}$.

C. $\sqrt{29}$.

D. $\sqrt{34}$.

Lời giải

Chọn C

$$z_2 = 3 - 3i \Rightarrow \overline{z_2} = 3 + 3i$$

Vậy: $|z_1 + \overline{z_2}| = |2 - i + 3 + 3i| = |5 + 2i| = \sqrt{29}$.

Câu 25. [MĐ2] Một hộp đựng 25 thẻ được đánh số từ 1 đến 25. Lấy ngẫu nhiên một thẻ trong hộp, xác suất để lấy được thẻ có ghi trên thẻ là một số nguyên tố bằng

A. $\frac{9}{25}$.

B. $\frac{8}{25}$.

C. $\frac{2}{5}$.

D. $\frac{11}{25}$.

Lời giải

Chọn A

Số cách lấy ngẫu nhiên một thẻ trong hộp đựng 25 thẻ là: $n(\Omega) = 25$.

Gọi biến cố A: “lấy được thẻ có ghi trên thẻ là một số nguyên tố”.

Ta có: $A = \{2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23\} \Rightarrow n(A) = 9$

Vậy xác suất: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{9}{25}$.

Câu 26. [MĐ2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA \perp (ABCD)$. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC)

A. $\frac{a}{2}$.

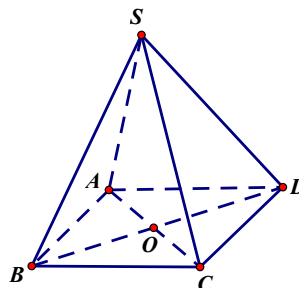
B. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

C. $a\sqrt{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi $\{O\} = AC \cap BD$.

Ta có $\begin{cases} BO \perp AC \\ BO \perp SA \end{cases} \Rightarrow BO \perp (SAC) \Rightarrow d(B; (SAC)) = BO = \frac{2a\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2}$

Câu 27. [MĐ2] Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 a - 3\log_2 b = 3$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.** $a = (2b)^3$. **B.** $a = 8b$. **C.** $a = 8b^2$. **D.** $a = 2b^3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_2 a - 3\log_2 b = 3 \Leftrightarrow \log_2 a = 3 + 3\log_2 b \Leftrightarrow \log_2 a = 3(1 + \log_2 b)$
 $\Leftrightarrow \log_2 a = 3\log_2 2b \Leftrightarrow \log_2 a = \log_2 (2b)^3 \Rightarrow a = (2b)^3$.

Câu 28. [MĐ3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng chứa điểm $A(1; 2; 2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{1}$ có phương trình là

- A.** $z - 2 = 0$. **B.** $x + y - z - 1 = 0$. **C.** $3x - y - z + 1 = 0$. **D.** $2x + y - z - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d đi qua $B(2; 0; 2)$ và có vtcp $\vec{u} = (1; -1; 1)$.

Gọi mặt phẳng cần tìm là (P) và có vtpt là \vec{n} . Từ $\begin{cases} A, B \in (P) \Rightarrow \vec{n} \perp \overline{AB} = (1; -2; 0) \\ d \subset (P) \Rightarrow \vec{n} \perp \vec{u} \end{cases}$

Do đó mặt phẳng (P) đi qua $A(1; 2; 2)$, nhận $\vec{n} = [\vec{u}, \overline{AB}] = (2; 1; -1)$

Vậy mặt phẳng (P) có phương trình $2x + y - z - 2 = 0$.

Câu 29. [MĐ2] Trên kệ sách có 4 quyển sách Toán khác nhau, 6 quyển sách Hóa khác nhau. Có bao nhiêu cách chọn 3 quyển sách có đủ hai môn?

- A.** 96. **B.** 45. **C.** 192. **D.** 24.

Lời giải

Chọn A

TH1: Chọn 1 quyển sách Toán và 2 quyển sách Hóa có $C_4^1 \cdot C_6^2 = 36$ cách chọn.

TH2: Chọn 2 quyển sách Toán và 1 quyển sách Hóa có $C_4^2 \cdot C_6^1 = 60$ cách chọn.

Vậy có $36 + 60 = 96$ cách chọn.

Câu 30. [MĐ2] Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f(0) = -2015$,

$\int_0^1 f(x) dx = 2024$ thì

- A.** $f(1) = 9$. **B.** $f(1) = -4039$. **C.** $f(1) = 4039$. **D.** $f(1) = -9$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_0^1 f(x) dx = f(1) - f(0) \Rightarrow f(1) = \int_0^1 f(x) dx + f(0) = 2024 - 2015 = 9$.

Câu 31. [MĐ2] Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{-2}$ và

$d': \frac{x+1}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{2}$. Vị trí tương đối của d và d' là

- A. chéo nhau. B. cắt nhau. C. trùng nhau. D. song song.

Lời giải

Chọn D

Ta có vector chỉ phương của d và d' lần lượt là $\vec{u}_d = (1; 2; -2)$; $\vec{u}_{d'} = (-1; -2; 2)$.

Ta thấy $\vec{u}_d = -1\vec{u}_{d'}$ và $M(1; -2; 1) \in d$ nhưng $M(1; -2; 1) \notin d'$.

Vậy d và d' song song nhau.

Câu 32. [MĐ2] Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Giá trị của u_4 bằng

- A. 162. B. 18. C. 54. D. 10.

Lời giải

Chọn C

Theo bài ra ta có: $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{6}{2} = 3$.

Khi đó: $u_4 = u_1 \cdot q^3 = 2 \cdot 3^3 = 54$.

Câu 33. [MĐ2] Cho khối trụ có chiều cao $h = 2a$ và bán kính đường tròn đáy $r = a\sqrt{5}$. Thể tích V của khối trụ là

- A. $4\sqrt{5}\pi a^3$. B. $\frac{10\pi a^3}{3}$. C. $10\pi a^3$. D. $10\pi a^2$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích V của khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi \cdot (a\sqrt{5})^2 \cdot 2a = 10\pi a^3$.

Câu 34. [MĐ3] Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x + 5$ trên đoạn $[0; 2]$ là

- A. 7. B. 6. C. 3. D. 9.

Lời giải

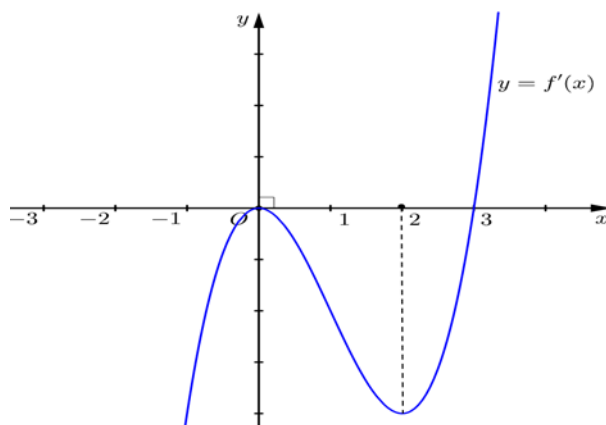
Chọn A

Ta có $y' = -3x^2 + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \in [0; 2] \\ x = -1 \notin [0; 2] \end{cases}$

Mà $y(0) = 5$; $y(1) = 7$; $y(2) = 3$.

Vậy $\max_{[0; 2]} y = 7$ tại $x = 1$.

Câu 35. [MĐ2] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
- B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
- C. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$.
- D. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 3)$.

Lời giải

Chọn C

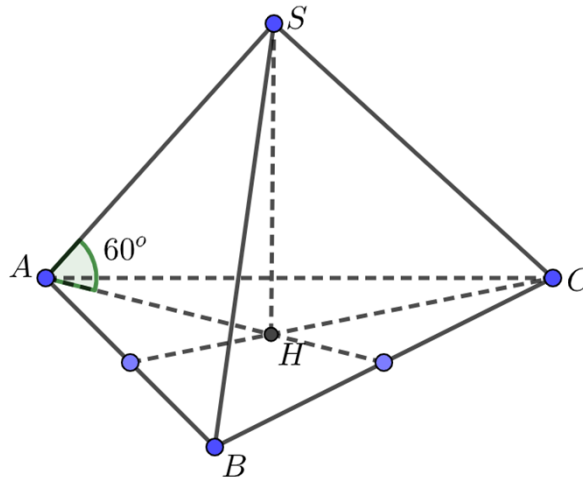
Từ đồ thị, dễ thấy $f'(x) < 0, \forall x \in (0; 3)$, do đó hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$.

Câu 36. [MĐ2] Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $2a$. Độ dài cạnh bên của hình chóp bằng bao nhiêu để góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° ?

- A. $2a\sqrt{3}$.
- B. $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$.
- C. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.
- D. $4a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C



Thao giả thiết, $(\widehat{SA, (ABC)}) = 60^\circ \Rightarrow \widehat{SAH} = 60^\circ$.

Xét tam giác SAH có $AH = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Ta có $SA = \frac{AH}{\cos 60^\circ} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 37. [MĐ2] Cho hai số phức $z = 3 + 2i$ và $w = 9 + 10i$. Số phức $z - w$ có điểm biểu diễn là M . Độ dài của đoạn thẳng OM nhận giá trị là

- A. $10\sqrt{2}$.
- B. 10.
- C. 100.
- D. $12\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z - w = -6 - 8i$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là $M(-6; -8)$.

Khi đó $OM = \sqrt{36 + 64} = 10$.

Câu 41. [MĐ2] Cho số phức z_0 có phần ảo âm, là nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 2 = 0$. Phần thực của số phức $w = iz_0$ là

- A. -2. B. 2. C. -1. D. 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z^2 + 2z + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -1 + i \\ z_2 = -1 - i \end{cases}$. Vì z_0 có phần ảo âm nên $z_0 = -1 - i$.

Khi đó $w = iz_0 = i(-1 - i) = 1 - i$. Vậy phần thực của số phức $w = iz_0$ là 1.

Câu 42. [MĐ3] Cho hàm số $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị (C) và $g(x) = x^2 - 2x - 3$ có đồ thị là (P) . Biết đồ thị (C) tiếp xúc với (P) tại điểm M và cắt (P) tại điểm N , với M, N có hoành độ lần lượt là $m, n (0 < m < n)$. Biết $\int_m^n f''(x) = 3$ và độ dài $MN = \sqrt{10}$, khi đó $\int_m^n f(x)$ bằng

- A. $\frac{7}{4}$. B. $-\frac{1}{12}$. C. $\frac{1}{12}$. D. $-\frac{7}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = n \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow f(x) - g(x) = (x - m)^2(x - n).$$

Đạo hàm 2 vế ta được:

$$f'(x) - g'(x) = 2(x - m)(x - n) + (x - m)^2.$$

Mà $g'(x) = 2x - 2$

Khi đó ta có

$$\text{Với } x = n \Rightarrow f'(n) = (n - m)^2 + 2n - 2$$

$$\text{Với } x = m \Rightarrow f'(m) = 2m - 2$$

Mặt khác

$$\int_m^n f''(x) = 3 \Leftrightarrow f'(x) \Big|_m^n = f'(n) - f'(m) = 3$$

$$\Leftrightarrow (n - m)^2 + 2n - 2 - 2m + 2 = 3$$

$$\Leftrightarrow (n - m)^2 + 2(n - m) - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n - m = 1(N) \\ n - m = -3(L) \end{cases} \Leftrightarrow n = 1 + m$$

Nên tọa độ $M(m; m^2 - 2m - 3), N(n; n^2 - 2n - 3)$ Với $n = 1 + m \Rightarrow N(1 + m; m^2 - 4)$.

$$\text{Mà } MN = \sqrt{10} \Leftrightarrow \sqrt{1^2 + (2m - 1)^2} = \sqrt{10} \Leftrightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1(L) \\ m = 2(TM) \end{cases} \Rightarrow n = 3$$

Ta có:

$$f(x) - g(x) = (x - m)^2(x - n) \Leftrightarrow (x^3 + bx^2 + cx + d) - (x^2 - 2x - 3) = (x - 2)^2(x - 3)$$

$$\Leftrightarrow x^3 + (b - 1)x^2 + (c + 2)x + d + 3 = x^3 - 7x + 16x - 12$$

Đồng nhất thức ta có: $f(x) = x^3 - 6x^2 + 14x - 15$

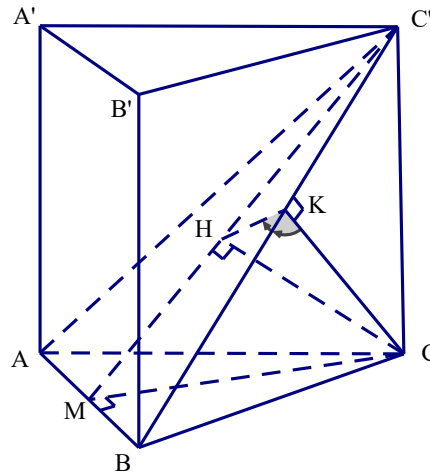
Vậy $\int_m^n f(x) = -\frac{7}{4}$

Câu 43. [MĐ3] Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng $4a$, góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng α với $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{6}}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng.

- A.** $V = 96a^3$. **B.** $V = 32a^3$. **C.** $V = \frac{48\sqrt{6}a^3}{3}$. **D.** $48\sqrt{6}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $d(C, (ABC')) = AH = 4a$.

Mặt khác $((ABC), (BCC'B')) = \widehat{CKH} = \alpha$

Đặt $AB = x(x > 0), AA' = y(y > 0)$.

Xét tam giác $\triangle CMC'$ ta có: $\frac{1}{CH^2} = \frac{1}{CC'^2} + \frac{1}{CM^2} \Leftrightarrow \frac{1}{16a^2} = \frac{4}{3x^2} + \frac{1}{y^2}$ (1).

Mặt khác $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{6}} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}} = \frac{CH}{CK} \Rightarrow CK = \frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{5}} a$

$\Rightarrow \frac{1}{CK^2} = \frac{1}{CB^2} + \frac{1}{CC'^2} \Leftrightarrow \frac{5}{96a^2} = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}$ (2).

Từ (1) và (2) ta có: $\begin{cases} \frac{4}{3x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{1}{16a^2} \\ \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{5}{96a^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x^2} = \frac{1}{32a^2} \\ \frac{1}{y^2} = \frac{1}{48a^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4\sqrt{2}a \\ y = 4\sqrt{3}a \end{cases}$

Khi đó thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

$$V_{ABC.A'B'C'} = \frac{(4\sqrt{2}a)^2 \cdot \sqrt{3} \cdot 4a\sqrt{3}}{4} = 96a^3.$$

Câu 41. [MĐ3] Cho số thực $a > 1, b > 1$ thỏa mãn

$(\log_a b + \log_b a + 2)(\log_a b - \log_{ab} b) \log_b a - 2 \log_b a = 2$ Giá trị $\log_b(ab)$ bằng

- A.** 2. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = \log_b a (t > 0)$.

$$(\log_a b + \log_b a + 2)(\log_a b - \log_{ab} b) \log_b a - 2 \log_b a = 2.$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{t} + t + 2\right) \left(\frac{1}{t} - \frac{1}{1+t}\right) t - 2t = 2$$

$$\Leftrightarrow (t+1)^2 \frac{1}{t(t+1)} - 2t = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{t+1}{t} - 2t = 2 \Leftrightarrow -2t^2 - t + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 (l) \\ t = \frac{1}{2} (n) \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \log_b(ab) = 1 + \log_b a = 1 + t = \frac{3}{2}$$

Câu 42. [MĐ3] Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2 - 2az + b^2 + 3$ (a, b là các tham số thực). Có bao nhiêu cặp số thực $(a; b)$ sao cho phương trình đó có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 - 2iz_2 = 4 - 6i$?

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\Delta' = a^2 - b^2 - 3$.

TH1: $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow a^2 - b^2 \geq 3$: PT có 2 nghiệm thực

$$\text{Do đó: } z_1 - 2iz_2 = 4 - 6i \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 4 \\ z_2 = 3 \end{cases}$$

$$\text{Theo định lý Vi-et ta có: } \begin{cases} z_1 + z_2 = 2a \\ z_1 \cdot z_2 = b^2 + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 7 \\ b^2 + 3 = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{7}{2} \\ b = \pm 3 \end{cases} \text{ (thỏa đk } a^2 - b^2 \geq 3)$$

TH2: $\Delta' < 0 \Leftrightarrow a^2 - b^2 < 3$: PT có 2 nghiệm không thực

Giả sử: $z_1 = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$ thì $z_2 = x - yi$

$$\text{Khi đó: } z_1 - 2iz_2 = 4 - 6i \Leftrightarrow x + yi - 2i(x - yi) = 4 - 6i$$

$$\Leftrightarrow x - 2y + (y - 2x)i = 4 - 6i$$

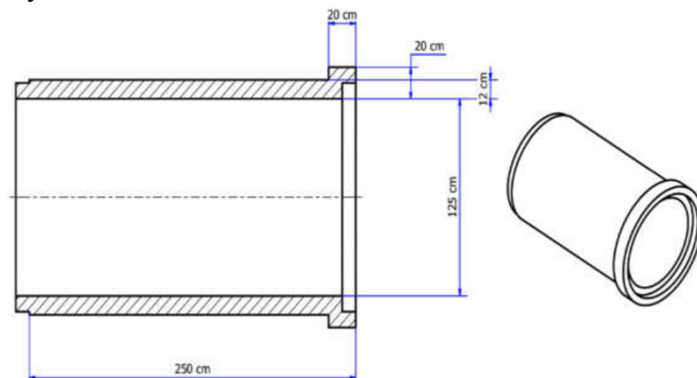
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 4 \\ -2x + y = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{8}{3} \\ y = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

Theo định lý Vi-et ta có: $\begin{cases} z_1 + z_2 = 2a \\ z_1 \cdot z_2 = b^2 + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = \frac{16}{3} \\ b^2 + 3 = \frac{68}{9} \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{8}{3} \\ b = \pm \frac{\sqrt{41}}{3} \end{cases} \text{ (thỏa đk } a^2 - b^2 < 3).$$

Vậy có tất cả 4 cặp số thực $(a; b)$ là: $\left(\frac{7}{2}; -3\right)$, $\left(\frac{7}{2}; +3\right)$, $\left(\frac{8}{3}; -\frac{\sqrt{41}}{3}\right)$ và $\left(\frac{8}{3}; \frac{\sqrt{41}}{3}\right)$.

Câu 43. [MĐ3] Mỗi chiếc cống bê tông cốt thép hình trụ dùng để thoát nước gồm thân cống, đầu cống và đuôi cống (trong hình vẽ minh họa), được sản xuất bằng bê tông và thép (các chất phụ gia không đáng kể). Tổng độ dài phần thân cống và đầu cống bằng 250 cm, độ dày của thành cống là 12 cm, đường kính trong 125 cm. Đầu cống có độ dài phần ngoài (phần rộng hơn) là 20 cm, dày 20 cm. Phần đuôi cống có thể tích bằng phần lõm vào ở miệng cống (phần hình chữ nhật nhỏ không có gạch sọc). Khi sản xuất mỗi chiếc cống như thế nhà đầu tư cần đúng $1,3 \text{ m}^3$ bê tông. Phần cốt thép cần để sản xuất một chiếc cống đó có thể tích là V . Giá trị của V gần với giá trị nào sau đây nhất?



A. 121585 cm^3 .

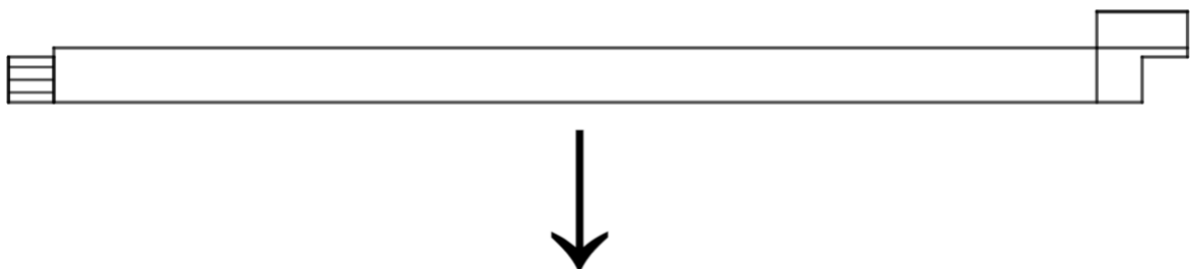
B. 112585 cm^3 .

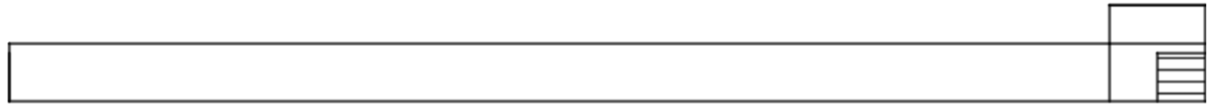
C. 71011 cm^3 .

D. 70111 cm^3 .

Lời giải

Chọn D





Vì phần đuôi ống có thể tích bằng phần lõm vào ở miệng ống nên ta tách phần gạch sọc đuôi ống gắn vào phần đầu ống còn khuyết để tính toán.

Ta cần tích 2 phần diện tích V_1 và V_2 như hình vẽ dưới:



Ta xét 2 phần thể tích ruột riêng biệt.

Phần đầu tiên ứng với hình chữ nhật lớn có chiều dài là 230cm và chiều rộng là 12cm .

Phần số hai ứng với hình vuông có cạnh là 20cm

$$\Rightarrow \begin{cases} V_{h1} = \pi \cdot r^2 \cdot h_1 = \pi \cdot \left(\frac{125}{2}\right)^2 \cdot 230 = 898437,5\pi \\ V_{h2} = \pi \cdot r^2 \cdot h_2 = \pi \cdot \left(\frac{125}{2}\right)^2 \cdot 20 = 78125\pi \end{cases}, \text{ đơn vị } \text{cm}^3$$

Vậy phần thể tích V_1 và V_2 tương ứng:

$$\Rightarrow \begin{cases} V_1 = \pi \cdot r_1^2 \cdot h_1 - V_{h1} = \pi \cdot \left(\frac{149}{2}\right)^2 \cdot 230 - 898437,5\pi = 378120\pi \\ V_2 = \pi \cdot r_2^2 \cdot h_2 - V_{h2} = \pi \cdot \left(\frac{165}{2}\right)^2 \cdot 20 - 78125\pi = 58000\pi \end{cases}, \text{ đơn vị } \text{cm}^3$$

Để tính V_{ct} cốt thép ta lấy V_t tổng trừ đi V_{bt} bê tông

$$V_t = V_1 + V_2 = 436120\pi (\text{cm}^3)$$

$$V_{bt} = 1,3\text{m}^3 = 1300000\text{cm}^3$$

$$\Rightarrow V_{ct} = V_t - V_{bt} \approx 70111,4 (\text{cm}^3)$$

- Câu 44. [MĐ3]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$ và điểm $A(2;1;0)$. Ba mặt phẳng thay đổi đi qua A và đôi một vuông góc với nhau, cắt khối cầu (S) tương ứng theo ba thiết diện là ba hình tròn. Tổng diện tích của ba hình tròn bằng
- A.** 22π . **B.** 21π . **C.** 18π . **D.** 15π .

Lời giải

Chọn D

Xét hệ trục tọa độ có tâm $A(2;1;0)$ ta có:
$$\begin{cases} x = X + 2 \\ y = Y + 1 \\ z = Z \end{cases}, \text{ khi đó ta có phương trình mặt cầu là:}$$

$$(S): (X+1)^2 + Y^2 + (Z+2)^2 = 9.$$

Khi đó ba mặt phẳng (AXY) , (AYZ) , (AXZ) cắt mặt cầu (S) theo ba đường tròn lần lượt là (C_1) , (C_2) và (C_3) . Ta xét:

$$\begin{cases} (C_1): (X+1)^2 + Y^2 = 5 \\ (C_2): Y^2 + (Z+2)^2 = 8 \\ (C_3): (X+1)^2 + (Z+2)^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r_1 = \sqrt{5} \\ r_2 = 2\sqrt{2} \\ r_3 = 3 \end{cases}$$

Vậy tổng diện tích ba đường tròn là:

$$S = S_{(C_1)} + S_{(C_2)} + S_{(C_3)} = \pi(\sqrt{5})^2 + \pi(2\sqrt{2})^2 + \pi \cdot 3^2 = 22\pi.$$

Câu 45. [MĐ4] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-20; 20]$ sao cho hàm số

$$f(x) = \frac{\cos^2 x - 2\cos x + m}{\cos x - m} \text{ nghịch biến trên khoảng } \left(0; \frac{\pi}{3}\right).$$

A. 22.

B. 21.

C. 20.

D. 19.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt } t = \cos x, \text{ vì } x \in \left(0; \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow t \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$$

Vì trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{3}\right)$ hàm số $t = \cos x$ nghịch biến nên hàm số $f(t) = \frac{t^2 - 2t + m}{t - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{t^2 - 2mt + m}{(t - m)^2}$$

$$\text{YCBT} \Leftrightarrow \begin{cases} t^2 - 2mt + m \geq 0, \forall t \in \left(\frac{1}{2}; 1\right) \\ m \notin \left(\frac{1}{2}; 1\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{t^2}{2t-1} \geq m, \forall t \in \left(\frac{1}{2}; 1\right) \\ m \leq \frac{1}{2} \\ m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 1 \\ m \leq \frac{1}{2} \\ m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{2}$$

Vì $m \in [-20; 20]$ và m nguyên nên chọn $m = \{-20; \dots; 0; 1\}$. Có 22 số nguyên.

Câu 46. [MĐ4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(4; 4; 3)$, $B(1; 1; 1)$, $C(4; 0; 4)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 8$. Gọi M là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho $MA = 2MB$. Khi đó độ dài MC lớn nhất thì tọa độ điểm M là $(a; b; c)$. Giá trị $a + b + 2c$ bằng

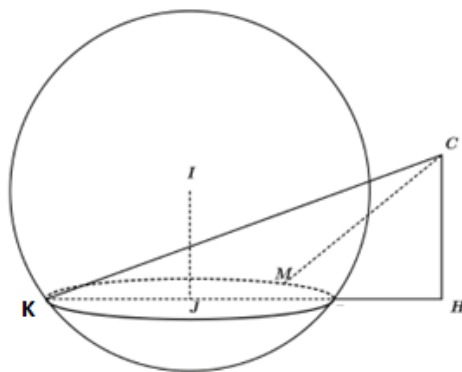
A. $2 - \sqrt{7}$.

B. $4 - \sqrt{7}$.

C. $3 - \sqrt{7}$.

D. $-\sqrt{7}$.

Lời giải



Mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;3)$ và bán kính $R = 2\sqrt{2}$.

Gọi $M(x; y; z)$

Ta có $M(x; y; z) \in (S) : x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 8 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 6z + 9 = 8 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 6z + 1 = 0$ (1)

Lại có $MA = 2MB \Leftrightarrow MA^2 = 4MB^2$

$$\Leftrightarrow (x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 4[(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2]$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - \frac{2}{3}z - \frac{29}{3} = 0 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $z-2=0$, gọi là mặt phẳng (P) .

Như vậy M nằm trên đường tròn (C) là giao tuyến của (P) và (S) ; đường tròn này có tâm J , với J là hình chiếu của I lên (P) .

Suy ra $J(0;0;2)$ và $IJ = d[I; (P)] = 1$

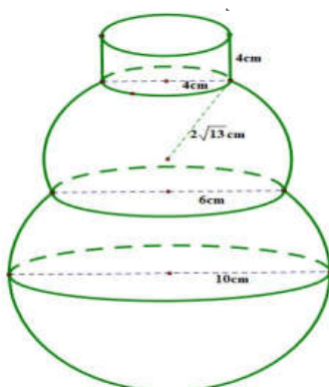
Do đó $JA = \sqrt{AI^2 - IJ^2} = \sqrt{7}$.

Gọi H là hình chiếu của C lên (P) , khi đó $H(4;0;2)$

Nhận xét: $MC_{\max} \Leftrightarrow M \equiv K$. Ta có $\frac{JK}{JH} = \frac{\sqrt{7}}{4} \Leftrightarrow \frac{KJ}{JH} = \frac{\sqrt{7}}{4} \Rightarrow K(-\sqrt{7}; 0; 2)$

Vậy $a+b+2c = -\sqrt{7} + 4$

- Câu 47.** Bạn An là người có sở thích tái chế đồ cũ. Để tận dụng đồ dùng trong nhà bạn dùng hai hình cầu có bán kính lần lượt là $R = 10 \text{ cm}$ và $r = 2\sqrt{13} \text{ cm}$ và một phần của mặt trụ để làm hồ lô đựng nước như hình vẽ bên dưới đây. Biết giao của hai mặt cầu là đường tròn bán kính $r_1 = 6 \text{ cm}$ và cổ của hồ lô là một hình trụ có bán kính đáy bằng $r_2 = 4 \text{ cm}$, chiều cao bằng 4 cm . Giả sử độ dày của hồ lô không đáng kể. Hồ lô đựng được V lít nước. Giá trị của V gần giá trị nào sau đây nhất?



A. 5,6 lít.

B. 5,4 lít.

C. 5,8 lít.

D. 6,0 lít.

Lời giải

Chọn A

- * Thể tích khối cầu bán kính $R = 10 \text{ cm}$ là $V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4000\pi}{3}$.
 - * Thể tích khối cầu bán kính $r = 2\sqrt{13} \text{ cm}$ là $V_2 = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{416\sqrt{13}\pi}{3}$.
 - * Thể tích khối trụ bán kính $r_2 = 4 \text{ cm}, h = 4 \text{ cm}$ là $V_3 = \pi r_2^2 h = 64\pi$.
 - * Xét chỏm cầu của hình cầu bán kính $R = 10 \text{ cm}$ nằm trong hình cầu bán kính $r = 2\sqrt{13} \text{ cm}$.
 - + Chiều cao: $h_1 = R - \sqrt{R^2 - r_1^2} = 10 - 8 = 2$.
 - + Thể tích: $V_4 = \pi h_1^2 \left(R - \frac{h_1}{3} \right) = \pi \cdot 4 \left(10 - \frac{2}{3} \right) = \frac{112\pi}{3}$
 - * Xét chỏm cầu của hình cầu bán kính $r = 2\sqrt{13} \text{ cm}$ nằm trong hình cầu bán kính $R = 10 \text{ cm}$.
 - + Chiều cao: $h_2 = r - \sqrt{r^2 - r_1^2} = 2\sqrt{13} - 4$.
 - + Thể tích: $V_5 = \pi h_2^2 \left(r - \frac{h_2}{3} \right) = \pi \cdot (2\sqrt{13} - 4)^2 \left(2\sqrt{13} - \frac{2\sqrt{13} - 4}{3} \right)$.
 - * Xét chỏm cầu của hình cầu bán kính $r = 2\sqrt{13} \text{ cm}$ nằm trong hình trụ.
 - + Chiều cao: $h_3 = r - \sqrt{r^2 - r_2^2} = 2\sqrt{13} - 6$.
 - + Thể tích: $V_6 = \pi h_3^2 \left(r - \frac{h_3}{3} \right) = \pi \cdot (2\sqrt{13} - 6)^2 \left(2\sqrt{13} - \frac{2\sqrt{13} - 6}{3} \right)$.
- Thể tích của khối hồ lô là $V = V_1 + V_2 + V_3 - V_4 - V_5 - V_6 = \frac{5360\pi}{3} \approx 5613 \text{ cm}^3$.

- Câu 48.** Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $z_1^2 - z_1 z_2 + z_2^2 = 0$ và $\frac{1}{|z_2| + z_2}$ có phần thực bằng $\frac{1}{4}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |2z_1 - 3z_2 - 6 - 8i|$. Tích $M.m$ bằng
- A.** 128. **B.** 28. **C.** 84. **D.** 72.

Lời giải

Chọn D

Gọi $z = a + bi; (a, b \in \mathbb{R}, a^2 + b^2 \neq 0)$.

$$\frac{1}{|z_2| + z_2} = \frac{1}{(a + \sqrt{a^2 + b^2}) + bi} = \frac{(a + \sqrt{a^2 + b^2}) - bi}{(a + \sqrt{a^2 + b^2})^2 + b^2}.$$

Theo bài ra, ta có :

$$\frac{a + \sqrt{a^2 + b^2}}{(a + \sqrt{a^2 + b^2})^2 + b^2} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 2a + 2\sqrt{a^2 + b^2} = a^2 + b^2 + a\sqrt{a^2 + b^2} \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 4 \Rightarrow |z_2| = 2.$$

$$z_1^2 - z_1 z_2 + z_2^2 = 0 \Leftrightarrow z_1 = \frac{1 \pm i\sqrt{3}}{2} z_2 \Rightarrow \begin{cases} |z_1| = \left| \frac{1 \pm i\sqrt{3}}{2} z_2 \right| = \left| \frac{1 \pm i\sqrt{3}}{2} \right| |z_2| = 2 \\ |z_1 - z_2| = \left| \frac{1 \pm i\sqrt{3}}{2} z_2 - z_2 \right| = |z_2| = 2 \end{cases}.$$

$$4 = |z_1 - z_2|^2 = |z_1|^2 + |z_2|^2 - (z_1 \bar{z}_2 + \bar{z}_1 z_2) \Rightarrow z_1 \bar{z}_2 + \bar{z}_1 z_2 = 4.$$

$$|2z_1 - 3z_2|^2 = 4|z_1|^2 + 9|z_2|^2 - 6(z_1 \bar{z}_2 + \bar{z}_1 z_2) = 28 \Rightarrow |2z_1 - 3z_2| = 2\sqrt{7}.$$

$$|2z_1 - 3z_2 - 6 - 8i| \geq ||2z_1 - 3z_2| - |6 + 8i|| = 10 - 2\sqrt{7} = m.$$

$$|2z_1 - 3z_2 - 6 - 8i| \leq |2z_1 - 3z_2| + |6 + 8i| = 10 + 2\sqrt{7} = M.$$

Vậy $M.m = 72$.

Câu 49. [MD4] Cho các số thực x, y thỏa mãn $\log_4 \frac{x+y+z}{x^2+y^2+z^2+2} = x(x-16) + y(y-16) + z(z-16)$.

Biết rằng biểu thức $P = \frac{2x+3y+2z+5}{x+y+z+4}$ đạt giá trị lớn nhất bằng M , giá trị nhỏ nhất bằng m .

. Giá trị của $M+m$ là

A. $\frac{208}{59}$.

B. $\frac{378}{107}$.

C. $\frac{207}{59}$.

D. $\frac{209}{59}$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định $x+y+z > 0$.

Theo đề

$$\log_4 \frac{x+y+z}{x^2+y^2+z^2+2} = x(x-16) + y(y-16) + z(z-16)$$

$$\Leftrightarrow \log_4(x+y+z) - \log_4(x^2+y^2+z^2+2) = x(x-16) + y(y-16) + z(z-16)$$

$$\Leftrightarrow \log_4(x+y+z) + 16(x+y+z) = x^2+y^2+z^2 + \log_4(x^2+y^2+z^2+2)$$

$$\Leftrightarrow \log_4(x+y+z) + 16(x+y+z) + 2 = x^2+y^2+z^2 + 2 + \log_4(x^2+y^2+z^2+2)$$

$$\Leftrightarrow \log_4[16(x+y+z)] + 16(x+y+z) = \log_4(x^2+y^2+z^2+2) + (x^2+y^2+z^2+2)$$

Xét hàm số $f(t) = \log_4 t + t$ với $t > 0$

Ta có $f'(t) = \frac{1}{t \ln 4} + 1 > 0$ với mọi $t > 0$ suy ra hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$

$$\text{Mà } f[16(x+y+z)] = f(x^2+y^2+z^2+2) \Leftrightarrow 16(x+y+z) = x^2+y^2+z^2+2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 16x + y^2 - 16y + z^2 - 16z + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 16x + 64 + y^2 - 16y + 64 + z^2 - 16z + 64 - 190 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-8)^2 + (y-8)^2 + (z-8)^2 = 190$$

Đây là phương trình mặt cầu tâm $I(8;8;8)$ và bán kính $R = \sqrt{190}$ (1)

$$P = \frac{2x+3y+2z+5}{x+y+z+4} \Leftrightarrow P(x+y+z+4) = 2x+3y+2z+5 \Leftrightarrow Px + Py + Pz + 4P = 2x+3y+2z+5$$

$$\Leftrightarrow (P-2)x + (P-3)y + (P-2)z + 4P - 5 = 0$$

Đây là phương trình mặt phẳng (α) (2)

Từ (1), (2) suy ra 2 phương trình có nghiệm khi và chỉ khi

$$d(I;(\alpha)) \leq R \Leftrightarrow \frac{|8(P-2)+8(P-3)+8(P-2)+4P-5|}{\sqrt{(P-2)^2+(P-3)^2+(P-2)^2}} \leq \sqrt{190}$$

$$\Leftrightarrow |28P-61| \leq \sqrt{190(3P^2-14P+17)} \Leftrightarrow (28P-61)^2 \leq 190(3P^2-14P+17)$$

$$\Leftrightarrow 214P^2 - 756P + 491 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 214P^2 - 756P + 491 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{378-\sqrt{37810}}{214} \leq P \leq \frac{378+\sqrt{37810}}{214}$$

Suy ra $m = \frac{378-\sqrt{37810}}{214}$ và $M = \frac{378+\sqrt{37810}}{214}$

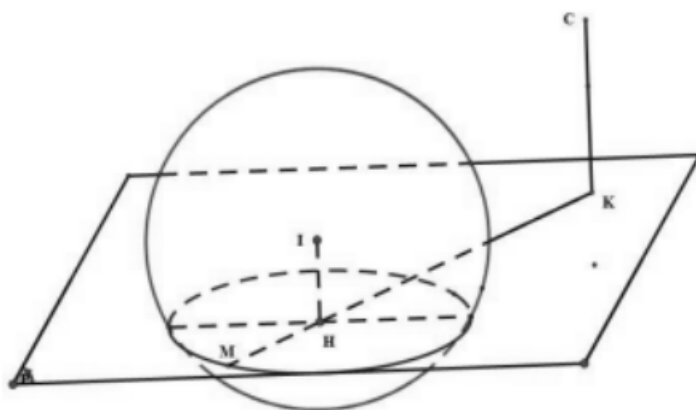
Vậy $m+M = \frac{378}{107}$.

Câu 50. [MD4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(4;4;3); B(1;1;1); C(4;0;4)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 8$. Gọi M là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho $MA = 2MB$. Khi độ dài MC lớn nhất thì tọa độ điểm M là $(a;b;c)$. Giá trị $a+b+2c$ bằng

- A. 1. B. 2. C. $4-\sqrt{7}$. D. 3.

Lời giải

Chọn C



Từ phương trình mặt cầu (S) suy ra mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;3)$ và bán kính $R = 2\sqrt{2}$

Gọi $M(x; y; z)$ thuộc mặt cầu (S) sao cho $MA = 2MB$.

Theo giả thiết, ta có:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 8 \\ (x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 4[(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2] \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 8 \\ x^2 + y^2 + z^2 - \frac{2z}{3} - \frac{29}{3} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 8 \\ z-2 = 0 \end{cases}$$

Suy ra điểm M nằm trên mặt phẳng $(P): z-2 = 0$.

Mặt khác $d(I;(P)) = \frac{|3-2|}{1} = 1 < R$ nên quỹ tích điểm M là đường tròn có tâm là hình

chiếu của I lên (P) và có bán kính $r = \sqrt{R^2 - 1} = \sqrt{7}$.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của các điểm I, C lên mặt phẳng (P)

Suy ra $H(0;0;2)$, $K(4;0;2)$ có $CK = 2$ và $KH = 4$

Khi đó: $MC = \sqrt{CK^2 + KM^2} = \sqrt{4 + KM^2}$, nên MC lớn nhất khi KM lớn nhất.

$$KM \leq KH + HM \leq 4 + \sqrt{7}$$

(Dấu = xảy ra khi \overline{HK} và \overline{HM} ngược hướng)

$$\text{Ta có } \overline{KM} = \frac{KH+r}{KH} \overline{KH} \Leftrightarrow \overline{KM} = \frac{4+\sqrt{7}}{4} \overline{KH}$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} x-4 = \frac{4+\sqrt{7}}{4} \cdot (-4) \\ y = \frac{4+\sqrt{7}}{4} \cdot 0 \\ z-2 = \frac{4+\sqrt{7}}{4} \cdot 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{7} \\ y = 0 \\ z = 2 \end{cases}$$

Suy ra $M(-\sqrt{7};0;2)$ nên $a = -\sqrt{7}$, $b = 0$ và $c = 2$

Vậy $a+b+2c = 4 - \sqrt{7}$.

-----**HẾT**-----