

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

Mã đề thi: 002

Câu 1: Số phức liên hợp của số phức $z = a - bi$ là số phức

- A. $\bar{z} = a - bi$. B. $\bar{z} = a + bi$. C. $\bar{z} = -a - bi$. D. $\bar{z} = b - ai$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3), B(-2; 1; 5)$. Phương trình mặt cầu tâm A bán kính AB là:

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 14$. B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 14$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 30$. D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 30$.

Câu 3: Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$?

- A. $M(4; -1)$. B. $N(1; 0)$. C. $P(0; 3)$. D. $Q(1; 4)$.

Câu 4: Thể tích V của khối cầu có bán kính $R = a$ là:

A. $V = \frac{\pi}{3} a^3$. B. $V = \frac{2\pi}{3} a^3$. C. $V = 3\pi a^3$. D. $V = \frac{4}{3} \pi a^3$.

Câu 5: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{3x}$ là:

A. $\int f(x) dx = 3e^{3x} + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} e^{3x} + C$.

C. $\int f(x) dx = e^{3x} + C$. D. $\int f(x) dx = e^{3x} \ln 3 + C$.

Câu 6: Hàm số $y = 2x^4 - 4x^2 + 2022$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 7: Tập nghiệm của bất phương trình $5^x > 10$ là:

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-\infty; \log_5 10)$. D. $(\log_5 10; +\infty)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a . $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $V = \frac{a^3}{3}$. B. $V = \frac{2a^3}{3}$. C. $V = a^3$. D. $V = 3a^3$.

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y = (1-x)^{\frac{1}{3}}$ là:

- A. $(-\infty; -1]$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(-\infty; +\infty) \setminus \{1\}$.

Câu 10: Nghiệm của phương trình $\log_3(x+2) = 2$ là:

- A. $x=0$. B. $x=2$. C. $x=4$. D. $x=7$.

Câu 11: Nếu $\int_{-1}^2 f(x)dx = -8$ và $\int_{-1}^2 g(x)dx = 3$ thì $I = \int_{-1}^2 [f(x) + g(x)]dx$ bằng

- A. $I=11$. B. $I=-5$. C. $I=5$. D. $I=2$.

Câu 12: Cho số phức $z = -4 + 3i$, khi đó số phức $2z$ bằng

- A. $-8 + 6i$. B. $8 - 6i$. C. $-4 + 6i$. D. $-8 + 3i$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x - 2y + 4 = 0$. Vectơ nào là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

- A. $\vec{n} = (1; -2; 4)$. B. $\vec{n} = (1; 0; -2)$. C. $\vec{n} = (0; -2; 4)$. D. $\vec{n} = (1; -2; 0)$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ \vec{a} biểu diễn qua các vectơ đơn vị là $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$.

Tọa độ của vectơ \vec{a} là:

- A. $(1; 2; -3)$. B. $(2; -3; 1)$. C. $(2; 3; -1)$. D. $(1; -3; 2)$.

Câu 15: Cho số phức $z = 4 - 5i$. Điểm biểu diễn của số phức \bar{z} có tọa độ là:

- A. $(4; 5)$. B. $(-4; 5)$. C. $(5; -4)$. D. $(-4; -5)$.

Câu 16: Đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{3x+3}$ có tiệm cận ngang và tiệm cận đứng lần lượt là:

- A. $y=1; x=-\frac{1}{3}$. B. $y=-1; x=1$. C. $y=1; x=-1$. D. $y=-\frac{1}{3}; x=1$.

Câu 17: Cho $\log_2 9 = a$ khi đó $\log_2 18$ bằng

- A. $2+2a$. B. $1+a$. C. $a+2$. D. $1+2a$.

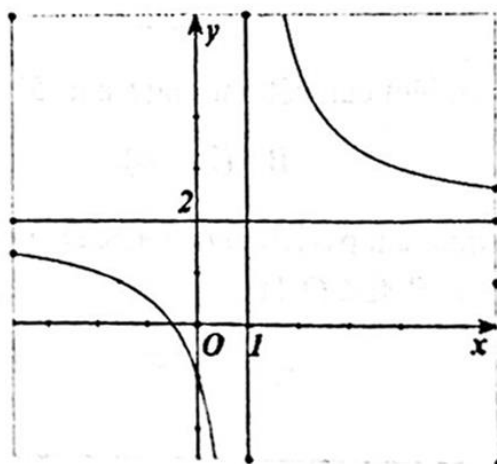
Câu 18: Đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

A. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

B. $y = \frac{x+2}{x-2}$.

C. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

D. $y = \frac{2x-3}{x-1}$.



Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(\Delta): \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 - 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ chỉ phương của (Δ) ?

- A. $\vec{u} = (2; 3; -1)$. B. $\vec{u} = (2; -3; -1)$. C. $\vec{u} = (2; 3; 1)$. D. $\vec{u} = (2; -3; 1)$.

Câu 20: Với n, k là các số nguyên thỏa mãn $1 \leq k \leq n$, công thức nào dưới đây đúng?

- A. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. B. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. C. $C_n^k = \frac{(n-k)!}{n!}$. D. $C_n^k = \frac{n!}{k!}$.

Câu 21: Thể tích của một khối lập phương có cạnh bằng $1m$ là:

- A. $V = 3m$. B. $V = 1m^3$. C. $V = \frac{1}{3}m^3$. D. $V = 1m^2$.

Câu 22: Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(3x)$.

- A. $y' = \frac{1}{x \ln 4}$. B. $y' = \frac{3}{x \ln 2}$. C. $y' = \frac{1}{x \ln 2}$. D. $y' = \frac{3}{x \ln 4}$.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	3	$+\infty$	
y'		$+$	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	$+\infty$	4	$-\infty$	

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ và $(3; +\infty)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

Câu 24: Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy $r = 5$ và chiều cao $h = 5\sqrt{2}$.

- A. $V = 50\pi$. B. $V = 125\sqrt{2}\pi$. C. $V = 125\pi$. D. $V = 25\sqrt{2}\pi$.

Câu 25: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} sao cho $\int_1^3 f(x) dx = 3$. Tính $I = \int_1^3 [2 - f(x)] dx$.

- A. $I = 1$. B. $I = -1$. C. $I = 7$. D. $I = 6$.

Câu 26: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 123$ và $u_3 - u_5 = 84$. Số 11 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng đã cho?

A. 17.

B. 16.

C. 18.

D. 19.

Câu 27: Họ nguyên hàm của hàm số: $y = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$ là:

A. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + \ln|x| + C.$

B. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + \ln x + C.$

C. $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 + \ln x + C.$

D. $F(x) = 2x - 3 - \frac{1}{x^2} + C.$

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

y	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
y'		+	-	+
y	$-\infty$		$f(x_2)$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho có một điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.

B. Hàm số đã cho không có cực trị.

C. Hàm số đã cho có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

D. Hàm số đã cho có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

Câu 29: Cho hàm số $f(x) = \sqrt{2x+14} + \sqrt{5-x}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x = -7$.

B. Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng $2\sqrt{6}$.

C. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 1$.

D. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng $2\sqrt{3}$.

Câu 30: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó?

A. $y = \frac{x-2}{x+2}$.

B. $y = \frac{-x+2}{x+2}$.

C. $y = \frac{x-2}{-x+2}$.

D. $y = \frac{x+2}{-x+2}$.

Câu 31: Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a^2 = 9bc$. Tính $S = 2\log_3 a - \log_3 b - \log_3 c$.

A. $S = 2\log_3\left(\frac{a}{bc}\right)$.

B. $S = 1$.

C. $S = -2\log_3\left(\frac{a}{bc}\right)$.

D. $S = 2$.

Câu 32: Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt ABC và ABD là các tam giác đều. Góc giữa AB và CD có số đo bằng

A. 120° .

B. 60° .

C. 90° .

D. 30° .

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[1;6]$ sao cho $\int_1^3 f(x)dx = 3, \int_3^6 f(x)dx = -4$. Tính

$I = \int_{\frac{1}{2}}^3 f(2x)dx.$

A. $I = 7$.

B. $I = -\frac{1}{2}$.

C. $I = -1$.

D. $I = -\frac{7}{2}$.

Câu 34: Phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $H(3, 3, 3)$ và nhận \overline{OH} làm vectơ pháp tuyến là:

- A. (P): $x+y+z=9$. B. (P): $x-y+z=9$. C. (P): $x+y-z=9$. D. (P): $x-y-z=9$.

Câu 35: Cho số phức z thỏa mãn $z(1+i)=3-5i$. Tính môđun của z .

- A. $|z|=\sqrt{17}$. B. $|z|=16$. C. $|z|=17$. D. $|z|=4$.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AD=2a$, $SA=a$. Khoảng cách từ A đến (SCD) bằng

- A. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$. D. $\frac{3a}{\sqrt{7}}$.

Câu 37: Từ một đội văn nghệ có 5 nam và 8 nữ, cần lập một nhóm 4 người hát tốp ca một cách ngẫu nhiên. Xác suất để trong 4 người được chọn có ít nhất 3 nam bằng

- A. $\frac{70}{143}$. B. $\frac{73}{143}$. C. $\frac{16}{143}$. D. $\frac{17}{143}$.

Câu 38: Phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua $A(4, -1, 1)$, $B(3, 1, -1)$ và song song với trục Ox là:

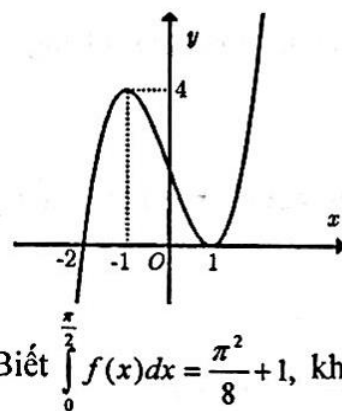
- A. $y+z+2=0$. B. $y-z-2=0$. C. $y+z=0$. D. $y-z=0$.

Câu 39: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương (x, y) thỏa điều kiện $\log(x+3^y) \leq 1$.

- A. 8. B. 9. C. 10. D. 11.

Câu 40: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'(f(x)-2)=0$ là:

- A. 2. B. 3. C. 6. D. 5.



Câu 41: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\cos x+1, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = \frac{\pi^2}{8}+1$, khi

đó $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng

- A. $\frac{\pi}{2}$. B. $\frac{\pi}{2}+1$. C. $\frac{\pi}{2}-1$. D. 1.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A , $AB=a$, $BC=2a$ và SB vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 43: Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2mz + m^2 - 2m = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị thực của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0|=2$?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

SỞ GD&ĐT QUẢNG BÌNH
ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2022
Bài thi: TOÁN

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

- Câu 1:** Số phức liên hợp của số phức $z = a - bi$ là số phức
A. $\bar{z} = a - bi$. **B.** $\bar{z} = a + bi$. **C.** $\bar{z} = -a - bi$. **D.** $\bar{z} = b - ai$.
- Câu 2:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(-2;1;5)$. Phương trình mặt cầu tâm A bán kính AB là
A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 14$. **B.** $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 14$.
C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 30$. **D.** $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 30$.
- Câu 3:** Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$?
A. $M(4;-1)$. **B.** $N(1;0)$. **C.** $P(0;3)$. **D.** $Q(1;4)$.
- Câu 4:** Thể tích V của khối cầu có bán kính $R = a$ là
A. $V = \frac{\pi}{3} a^3$. **B.** $V = \frac{2\pi}{3} a^3$. **C.** $V = 3\pi a^3$. **D.** $V = \frac{4}{3} \pi a^3$.
- Câu 5:** Nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{3x}$ là
A. $\int f(x) dx = 3e^{3x} + C$. **B.** $\int f(x) dx = \frac{1}{3} e^{3x} + C$.
C. $\int f(x) dx = e^{3x} + C$. **D.** $\int f(x) dx = e^{3x} \ln 3 + C$.
- Câu 6:** Hàm số $y = 2x^4 - 4x^2 + 2022$ có bao nhiêu điểm cực trị?
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.
- Câu 7:** Tập nghiệm của bất phương trình $5^x > 10$ là
A. $(-\infty; 2)$. **B.** $(2; +\infty)$. **C.** $(-\infty; \log_5 10)$. **D.** $(\log_5 10; +\infty)$.
- Câu 8:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là
A. $V = \frac{a^3}{3}$. **B.** $V = \frac{2a^3}{3}$. **C.** $V = a^3$. **D.** $V = 3a^3$.
- Câu 9:** Tập xác định của hàm số $y = (1-x)^{\frac{1}{3}}$ là
A. $(-\infty; -1]$. **B.** $(-\infty; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 1)$. **D.** $(-\infty; +\infty) \setminus \{1\}$.
- Câu 10:** Nghiệm của phương trình $\log_2(x+2) = 2$ là
A. $x = 0$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 4$. **D.** $x = 7$.
- Câu 11:** Nếu $\int_{-1}^2 f(x) dx = -8$ và $\int_{-1}^2 g(x) dx = 3$ thì $I = \int_{-1}^2 [f(x) + g(x)] dx$ bằng
A. $I = 11$. **B.** $I = -5$. **C.** $I = 5$. **D.** $I = 2$.

Câu 12: Cho số phức $z = -4 + 3i$, khi đó số phức $2z$ bằng

- A. $-8 + 6i$. B. $8 - 6i$. C. $-4 + 6i$. D. $-8 + 3i$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 4 = 0$. Vectơ nào là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n} = (1; -2; 4)$. B. $\vec{n} = (1; 0; -2)$. C. $\vec{n} = (0; -2; 4)$. D. $\vec{n} = (1; -2; 0)$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ \vec{a} biểu diễn qua các vectơ đơn vị là $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$. Tọa độ của vectơ \vec{a} là

- A. $(1; 2; -3)$. B. $(2; -3; 1)$. C. $(2; 3; -1)$. D. $(1; -3; 2)$.

Câu 15: Cho số phức $z = 4 - 5i$. Điểm biểu diễn của số phức \bar{z} có tọa độ là:

- A. $(4; 5)$. B. $(-4; 5)$. C. $(5; -4)$. D. $(-4; -5)$.

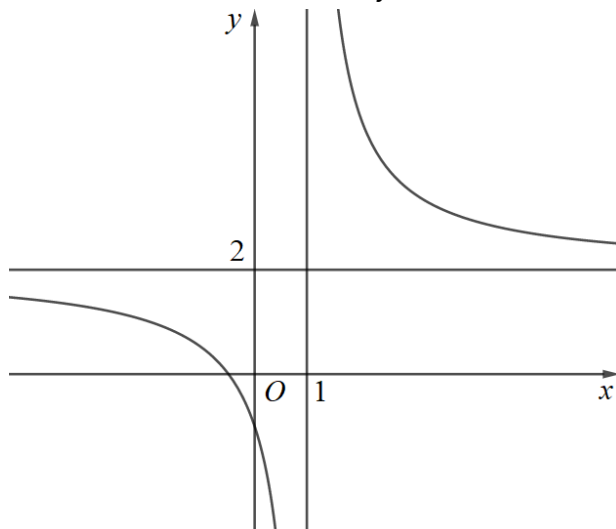
Câu 16: Đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{3x+3}$ có tiệm cận ngang và tiệm cận đứng lần lượt là

- A. $y = 1; x = -\frac{1}{3}$. B. $y = -1; x = 1$. C. $y = 1; x = -1$. D. $y = -\frac{1}{3}; x = 1$.

Câu 17: Cho $\log_2 9 = a$ khi đó $\log_2 18$ bằng

- A. $2 + 2a$. B. $1 + a$. C. $a + 2$. D. $1 + 2a$.

Câu 18: Đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



- A. $y = \frac{x+1}{x-1}$. B. $y = \frac{x+2}{x-2}$. C. $y = \frac{2x+1}{x-1}$. D. $y = \frac{2x-3}{x-1}$.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(\Delta): \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 - 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Vectơ nào

dưới đây là một vectơ chỉ phương của (Δ) ?

- A. $\vec{u} = (2; 3; -1)$. B. $\vec{u} = (2; -3; -1)$. C. $\vec{u} = (2; 3; 1)$. D. $\vec{u} = (2; -3; 1)$.

Câu 20: Với n, k là các số nguyên thỏa mãn $1 \leq k \leq n$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. B. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. C. $C_n^k = \frac{(n-k)!}{n!}$. D. $C_n^k = \frac{n!}{k!}$.

Câu 21: Thể tích của một khối lập phương có cạnh bằng 1m là

A. $V = 3\text{m}$. B. $V = 1\text{m}^3$. C. $V = \frac{1}{3}\text{m}^3$. D. $V = 1\text{m}^2$.

Câu 22: Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(3x)$

A. $y' = \frac{1}{x \ln 4}$. B. $y' = \frac{3}{x \ln 2}$. C. $y' = \frac{1}{x \ln 2}$. D. $y' = \frac{3}{x \ln 4}$.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+		+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$		4	$-\infty$

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -\frac{1}{2})$ và $(3; +\infty)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\frac{1}{2}; +\infty)$.

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

Câu 24: Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy $r = 5$ và chiều cao $h = 5\sqrt{2}$.

A. $V = 50\pi$. B. $V = 125\sqrt{2}\pi$. C. $V = 125\pi$. D. $V = 25\sqrt{2}\pi$.

Câu 25: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} sao cho $\int_1^2 f(x) dx = 3$. Tính $I = \int_1^2 [2 - f(x)] dx$.

A. $I = 1$. B. $I = -1$. C. $I = 7$. D. $I = 6$.

Câu 26: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 123$ và $u_3 - u_{15} = 84$. Số 11 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng đã cho?

A. 17. B. 16. C. 18. D. 19.

Câu 27: Họ nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$ là

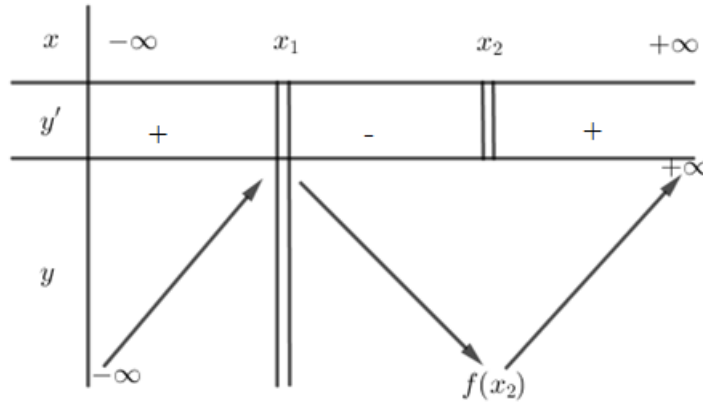
A. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + \ln|x| + C$.

B. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + \ln x + C$.

C. $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 + \ln x + C$.

D. $F(x) = 2x - 3 - \frac{1}{x^2} + C$.

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đã cho có một điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.
- B. Hàm số đã cho không có cực trị.
- C. Hàm số đã cho có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.
- D. Hàm số đã cho có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

Câu 29: Cho hàm số $f(x) = \sqrt{2x+14} + \sqrt{5-x}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x = -7$.
- B. Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng $2\sqrt{6}$.
- C. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 1$.
- D. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng $2\sqrt{3}$.

Câu 30: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó?

- A. $y = \frac{x-2}{x+2}$.
- B. $y = \frac{-x+2}{x+2}$.
- C. $y = \frac{x-2}{-x+2}$.
- D. $y = \frac{x+2}{-x+2}$.

Câu 31: Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a^2 = 9bc$. Tính $S = 2\log_3 a - \log_3 b - \log_3 c$.

- A. $S = 2\log_3\left(\frac{a}{bc}\right)$.
- B. $S = 1$.
- C. $S = -2\log_3\left(\frac{a}{bc}\right)$.
- D. $S = 2$.

Câu 32: Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt ABC và ABD là các tam giác đều. Góc giữa AB và CD có số đo bằng

- A. 120° .
- B. 60° .
- C. 90° .
- D. 30° .

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[1; 6]$ sao cho $\int_1^3 f(x) dx = 3, \int_3^6 f(x) dx = -4$. Tính

$$I = \int_{\frac{1}{2}}^3 f(2x) dx.$$

- A. $I = 7$.
- B. $I = -\frac{1}{2}$.
- C. $I = -1$.
- D. $I = -\frac{7}{2}$.

Câu 34: Phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $H(3; 3; 3)$ và nhận \overline{OH} làm vectơ pháp tuyến là

- A. $(P): x + y + z = 9$.
- B. $(P): x - y + z = 9$.
- C. $(P): x + y - z = 9$.
- D. $(P): x - y - z = 9$.

Câu 35: Cho số phức z thỏa mãn $z(1+i) = 3-5i$. Tính môđun của z .

- A. $|z| = \sqrt{17}$. B. $|z| = 16$. C. $|z| = 17$. D. $|z| = 4$.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AD = 2a$, $SA = a$. Khoảng cách từ A đến (SCD) bằng

- A. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$. D. $\frac{3a}{\sqrt{7}}$.

Câu 37: Từ một đội văn nghệ có 5 nam và 8 nữ, cần lập một nhóm 4 người hát tốp ca một cách ngẫu nhiên. Xác suất để trong 4 người được **chọn có ít nhất 3 nam bằng**

- A. $\frac{70}{143}$. B. $\frac{73}{143}$. C. $\frac{16}{143}$. D. $\frac{17}{143}$.

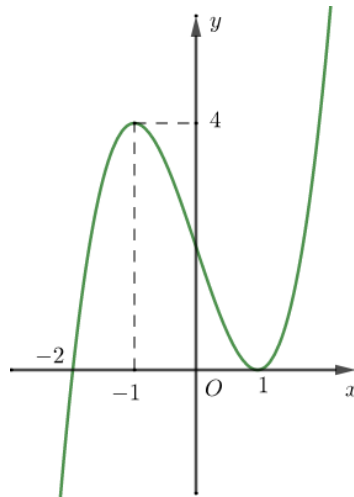
Câu 38: Phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua $A(4;2;1)$, $B(3;1;2)$ và song song với trục Ox là

- A. $y+z+2=0$. B. $y-z-2=0$. C. $y+z-3=0$. D. $y-z=0$.

Câu 39: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa điều kiện $\log(x+3^y) \leq 1$?

- A. 8. B. 9. C. 10. D. 11.

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'(f(x)-2) = 0$ là



- A. 2. B. 3. C. 6. D. 5.

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \cos x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \frac{\pi^2}{8} + 1$. Khi

đó $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng

- A. $\frac{\pi}{2}$. B. $\frac{\pi}{2} + 1$. C. $\frac{\pi}{2} - 1$. D. 1.

- Câu 42:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A , $AB = a, BC = 2a$ và SB vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng
- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.
- Câu 43:** Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2mz + m^2 - 2m = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị thực của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 2$?
- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.
- Câu 44:** Cho số phức z thỏa mãn $(z+1-i)(\bar{z}+1+i) = 5$ và $P = |z-2i|^2 - |z+1|^2$. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của P bằng
- A. -9. B. 11. C. 2. D. 20.
- Câu 45:** Cho hàm số $f(x) = -4x^3 + ax^2 + bx + c$ có đồ thị cắt trục hoành tại ba điểm có hoành độ là $-3; -1; 1$. $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và $g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị đi qua ba điểm cực trị của hàm số $F(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = F(x)$ và $y = g(x)$ bằng
- A. $\frac{128}{15}$. B. $\frac{64}{15}$. C. 16. D. 64.
- Câu 46:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x + 3y - 2z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-4}{1}$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1; 2; 1)$ mặt phẳng (P) và đường thẳng d lần lượt tại B, C sao cho C là trung điểm của AB là
- A. $\frac{x-1}{-8} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{1}$. B. $\frac{x+15}{8} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+1}{1}$.
C. $\frac{x-1}{8} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{1}$. D. $\frac{x+15}{8} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+1}{1}$.
- Câu 47:** Cho hình nón đỉnh S , đường cao SO , A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho tam giác SAB đều; khoảng cách từ O đến (SAB) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ và $\widehat{SAO} = 30^\circ$. Diện tích xung quanh của hình nón theo a bằng
- A. $\sqrt{3}\pi a^2$. B. $\frac{3\sqrt{3}\pi}{2} a^2$. C. $6\sqrt{3}\pi a^2$. D. $\frac{5\sqrt{3}\pi}{2} a^2$.
- Câu 48:** Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có không quá 20 số nguyên b thỏa mãn $2^a + 4.6^b < 2^{a+b+2} + 3^b$?
- A. 33. B. 32. C. 31. D. 30.
- Câu 49:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 12$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 11 = 0$. Xét điểm M

di động trên (P) , các điểm A, B, C phân biệt di động trên (S) sao cho MA, MB, MC là các tiếp tuyến của (S) . Mặt phẳng (ABC) luôn đi qua điểm cố định nào dưới đây?

- A. $E(0;3;-1)$. B. $F\left(\frac{1}{4}; \frac{-1}{2}; \frac{-1}{2}\right)$. C. $G(0;-1;3)$. D. $H\left(\frac{3}{2}; 0; 2\right)$.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + x - 6$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = f(x^3 - 3x^2 - 9x + m)$ có đúng 6 điểm cực trị?

- A. 7. B. 8. C. 9. D. 10.

-----Hết-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	A	B	D	B	C	D	A	C	B	B	A	D	C	A	C	B	C	D	A	B	C	C	B	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	A	A	D	B	D	C	B	A	A	C	D	C	A	C	B	B	D	C	A	D	A	D	A	B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Số phức liên hợp của số phức $z = a - bi$ là số phức

- A. $\bar{z} = a - bi$. B. $\bar{z} = a + bi$. C. $\bar{z} = -a - bi$. D. $\bar{z} = b - ai$.

Lời giải

Chọn B

Số phức liên hợp của số phức $z = a - bi$ là số phức $\bar{z} = a + bi$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(-2;1;5)$. Phương trình mặt cầu tâm A bán kính AB là

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 14$. B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 14$.
 C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 30$. D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 30$.

Lời giải

Chọn A

Ta có bán kính $R = AB = \sqrt{14}$.

Phương trình mặt cầu là $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 14$.

Câu 3: Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$?

- A. $M(4;-1)$. B. $N(1;0)$. C. $P(0;3)$. D. $Q(1;4)$.

Lời giải

Chọn B

Thay tọa độ điểm $N(1;0)$ vào hàm số $y = x^3 - 3x + 2$, ta được $1^3 - 3 \cdot 1 + 2 = 0$ (thỏa mãn).

Vậy $N(1;0)$ thuộc đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.

Câu 4: Thể tích V của khối cầu có bán kính $R = a$ là

- A. $V = \frac{\pi}{3} a^3$. B. $V = \frac{2\pi}{3} a^3$. C. $V = 3\pi a^3$. D. $V = \frac{4}{3} \pi a^3$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích V của khối cầu có bán kính $R = a$ là $V = \frac{4}{3}\pi a^3$.

Câu 5: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{3x}$ là

A. $\int f(x)dx = 3e^{3x} + C$.

B. $\int f(x)dx = \frac{1}{3}e^{3x} + C$.

C. $\int f(x)dx = e^{3x} + C$. D. $\int f(x)dx = e^{3x} \ln 3 + C$.

Lời giải

Chọn B

Nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{3x}$ là $\int f(x)dx = \int e^{3x}dx = \frac{1}{3}e^{3x} + C$.

Câu 6: Hàm số $y = 2x^4 - 4x^2 + 2022$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } y' = 8x^3 - 8x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}.$$

Nhận thấy các nghiệm của phương trình $y' = 0$ đều là nghiệm đơn, do đó hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Câu 7: Tập nghiệm của bất phương trình $5^x > 10$ là

A. $(-\infty; 2)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(-\infty; \log_5 10)$.

D. $(\log_5 10; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $5^x > 10 \Leftrightarrow x > \log_5 10$, do đó tập nghiệm của bất phương trình là $S = (\log_5 10; +\infty)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V = \frac{a^3}{3}$.

B. $V = \frac{2a^3}{3}$.

C. $V = a^3$.

D. $V = 3a^3$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}a.a^2 = \frac{a^3}{3}$.

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y = (1-x)^{\frac{1}{3}}$ là

A. $(-\infty; -1]$.

B. $(-\infty; +\infty)$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(-\infty; +\infty) \setminus \{1\}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định khi và chỉ khi $1-x > 0 \Leftrightarrow x < 1$, do đó tập xác định của hàm số là $(-\infty; 1)$.

Câu 10: Nghiệm của phương trình $\log_2(x+2) = 2$ là

- A. $x = 0$. B. $x = 2$. C. $x = 4$. D. $x = 7$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_2(x+2) = 2 \Leftrightarrow x+2 = 2^2 \Leftrightarrow x = 2$.

Câu 11: Nếu $\int_{-1}^2 f(x) dx = -8$ và $\int_{-1}^2 g(x) dx = 3$ thì $I = \int_{-1}^2 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

- A. $I = 11$. B. $I = -5$. C. $I = 5$. D. $I = 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $I = \int_{-1}^2 [f(x) + g(x)] dx = \int_{-1}^2 f(x) dx + \int_{-1}^2 g(x) dx = -8 + 3 = -5$.

Câu 12: Cho số phức $z = -4 + 3i$, khi đó số phức $2z$ bằng

- A. $-8 + 6i$. B. $8 - 6i$. C. $-4 + 6i$. D. $-8 + 3i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2z = -8 + 6i$.

Câu 13: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 4 = 0$. Vectơ nào là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n} = (1; -2; 4)$. B. $\vec{n} = (1; 0; -2)$. C. $\vec{n} = (0; -2; 4)$. D. $\vec{n} = (1; -2; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng $(P): x - 2y + 4 = 0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -2; 0)$.

Câu 14: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho vectơ \vec{a} biểu diễn qua các vectơ đơn vị là $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$. Tọa độ của vectơ \vec{a} là

- A. $(1; 2; -3)$. B. $(2; -3; 1)$. C. $(2; 3; -1)$. D. $(1; -3; 2)$.

Lời giải

Chọn C

$\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k} \Rightarrow \vec{a} = (2; 3; -1)$.

Câu 15: Cho số phức $z = 4 - 5i$. Điểm biểu diễn của số phức \bar{z} có tọa độ là:

- A. $(4; 5)$. B. $(-4; 5)$. C. $(5; -4)$. D. $(-4; -5)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z = 4 - 5i \Rightarrow \bar{z} = 4 + 5i \Rightarrow$ điểm biểu diễn của số phức \bar{z} có tọa độ là $(4; 5)$.

Câu 16: Đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{3x+3}$ có tiệm cận ngang và tiệm cận đứng lần lượt là

- A. $y = 1; x = -\frac{1}{3}$. B. $y = -1; x = 1$. **C. $y = 1; x = -1$.** D. $y = -\frac{1}{3}; x = 1$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x-1}{3x+3} = 1$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 1$.

$\lim_{x \rightarrow -1^{\pm}} \frac{3x-1}{3x+3} = \pm\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -1$.

Câu 17: Cho $\log_2 9 = a$ khi đó $\log_2 18$ bằng

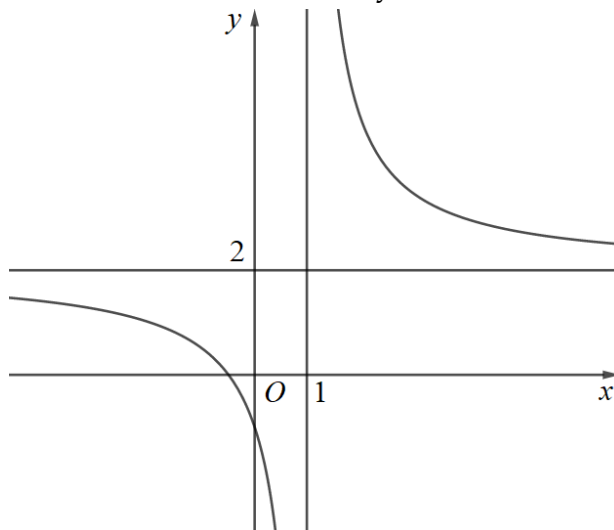
- A. $2 + 2a$. **B. $1 + a$.** C. $a + 2$. D. $1 + 2a$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_2 18 = \log_2 9 + \log_2 2 = a + 1$.

Câu 18: Đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



- A. $y = \frac{x+1}{x-1}$. B. $y = \frac{x+2}{x-2}$. **C. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.** D. $y = \frac{2x-3}{x-1}$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang nên loại A và B.

Đồ thị giao với trục Oy tại điểm có tung độ âm nên **Chọn C**

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(\Delta): \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 - 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Vectơ nào

dưới đây là một vectơ chỉ phương của (Δ) ?

- A. $\vec{u} = (2; 3; -1)$. B. $\vec{u} = (2; -3; -1)$. C. $\vec{u} = (2; 3; 1)$. **D. $\vec{u} = (2; -3; 1)$.**

Lời giải

Chọn D

Câu 20: Với n, k là các số nguyên thỏa mãn $1 \leq k \leq n$, công thức nào dưới đây đúng?

- A. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.** B. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. C. $C_n^k = \frac{(n-k)!}{n!}$. D. $C_n^k = \frac{n!}{k!}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 21: Thể tích của một khối lập phương có cạnh bằng 1m là

- A. $V = 3m$. **B. $V = 1m^3$.** C. $V = \frac{1}{3}m^3$. D. $V = 1m^2$.

Lời giải

Chọn B

Theo lý thuyết, thể tích của khối lập phương cạnh bằng 1m là $V = 1^3 = 1m^3$.

Câu 22: Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(3x)$

- A. $y' = \frac{1}{x \ln 4}$. B. $y' = \frac{3}{x \ln 2}$. **C. $y' = \frac{1}{x \ln 2}$.** D. $y' = \frac{3}{x \ln 4}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = [\log_2(3x)]' = \frac{(3x)'}{3x \ln 2} = \frac{3}{3x \ln 2} = \frac{1}{x \ln 2}$.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	3	$+\infty$			
$f'(x)$		+	+	0	-		
$f(x)$			$+\infty$		4		$-\infty$

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -\frac{1}{2})$ và $(3; +\infty)$.**

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

Câu 24: Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy $r = 5$ và chiều cao $h = 5\sqrt{2}$.

A. $V = 50\pi$.

B. $V = 125\sqrt{2}\pi$.

C. $V = 125\pi$.

D. $V = 25\sqrt{2}\pi$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 5^2 \cdot 5\sqrt{2} = 125\sqrt{2}\pi$.

Câu 25: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} sao cho $\int_1^2 f(x) dx = 3$. Tính $I = \int_1^2 [2 - f(x)] dx$.

A. $I = 1$.

B. $I = -1$.

C. $I = 7$.

D. $I = 6$.

Lời giải

Chọn B

Theo lý thuyết, ta có:

$$I = \int_1^2 [2 - f(x)] dx = \int_1^2 2 dx - \int_1^2 f(x) dx = 2x \Big|_1^2 - 3 = 2 - 3 = -1.$$

Câu 26: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 123$ và $u_3 - u_{15} = 84$. Số 11 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng đã cho?

A. 17.

B. 16.

C. 18.

D. 19.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_3 - u_{15} = 84 \Leftrightarrow u_1 + 2d - (u_1 + 14d) = 84 \Leftrightarrow d = -7$.

Giả sử 11 là số hạng thứ n của cấp số cộng

Suy ra $11 = 123 - 7(n-1) \Rightarrow n = 17$

Câu 27: Họ nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$ là

A. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + \ln|x| + C$.

B. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + \ln x + C$.

C. $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 + \ln x + C$.

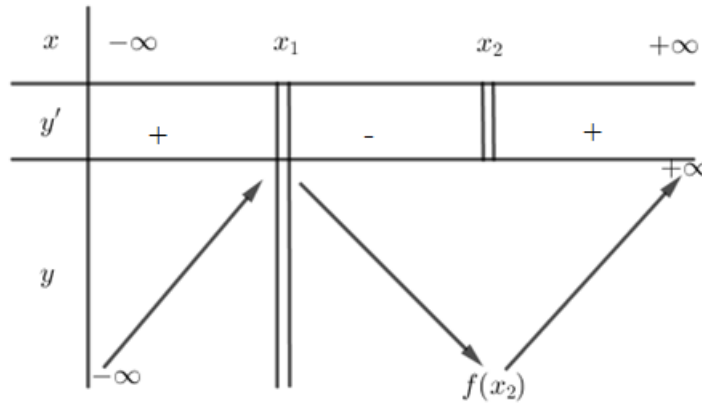
D. $F(x) = 2x - 3 - \frac{1}{x^2} + C$.

Lời giải

Chọn A

Họ nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$ là $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + \ln|x| + C$.

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Hàm số đã cho có một điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.
- B. Hàm số đã cho không có cực trị.
- C. Hàm số đã cho có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.
- D. Hàm số đã cho có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có một điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.

Câu 29: Cho hàm số $f(x) = \sqrt{2x+14} + \sqrt{5-x}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x = -7$.
- B. Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng $2\sqrt{6}$.
- C. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 1$.
- D.** Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $-7 \leq x \leq 5$.

Ta có $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+14}} - \frac{1}{2\sqrt{5-x}} = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Suy ra $\min_{x \in [-7; 5]} f(x) = \min \{f(-7); f(1); f(5)\} = \min \{2\sqrt{3}; 6; 2\sqrt{6}\} = 2\sqrt{3}$.

Vậy hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng $2\sqrt{3}$.

Câu 30: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó?

- A. $y = \frac{x-2}{x+2}$.
- B.** $y = \frac{-x+2}{x+2}$.
- C. $y = \frac{x-2}{-x+2}$.
- D. $y = \frac{x+2}{-x+2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y = \frac{-x+2}{x+2} \Rightarrow y' = \frac{-4}{(x+2)^2} < 0$ nên hàm số $y = \frac{-x+2}{x+2}$ nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó.

Câu 31: Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a^2 = 9bc$. Tính $S = 2 \log_3 a - \log_3 b - \log_3 c$.

- A. $S = 2 \log_3 \left(\frac{a}{bc} \right)$. B. $S = 1$. C. $S = -2 \log_3 \left(\frac{a}{bc} \right)$. **D. $S = 2$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có: $S = 2 \log_3 a - \log_3 b - \log_3 c$

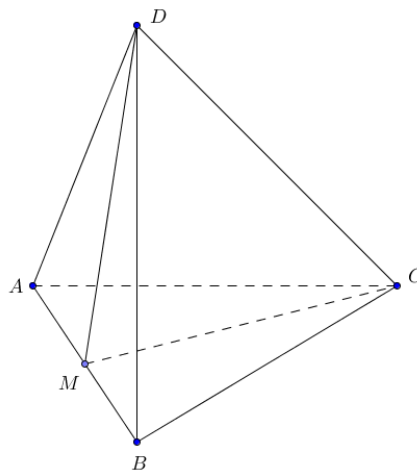
$$\begin{aligned} S &= \log_3 a^2 - \log_3 b - \log_3 c = \log_3 9bc - \log_3 b - \log_3 c \\ &= \log_3 \frac{9bc}{bc} = \log_3 9 = 2 \end{aligned}$$

Câu 32: Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt ABC và ABD là các tam giác đều. Góc giữa AB và CD có số đo bằng

- A. 120° . B. 60° . **C. 90° .** D. 30° .

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm của AB .

Vì $\triangle ABC, \triangle ABD$ đều nên

$$\begin{cases} AB \perp CM \\ AB \perp DM \end{cases} \Rightarrow AB \perp (CDM) \Rightarrow AB \perp CD \Rightarrow (AB, CD) = 90^\circ$$

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[1; 6]$ sao cho $\int_1^3 f(x) dx = 3, \int_3^6 f(x) dx = -4$. Tính

$$I = \int_{\frac{1}{2}}^3 f(2x) dx.$$

A. $I = 7$.

B. $I = -\frac{1}{2}$.

C. $I = -1$.

D. $I = -\frac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Xét $I = \int_{\frac{1}{2}}^3 f(2x) dx$:

Đặt $t = 2x \Rightarrow dt = 2dx$

$$I = \int_1^6 f(t) \cdot \frac{dt}{2} = \frac{1}{2} \int_1^6 f(t) dt = \frac{1}{2} \int_1^6 f(x) dx = \frac{1}{2} \left(\int_1^3 f(x) dx + \int_3^6 f(x) dx \right) = \frac{1}{2} \cdot (3 - 4) = -\frac{1}{2}$$

Câu 34: Phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $H(3;3;3)$ và nhận \overline{OH} làm vecto pháp tuyến là

A. $(P): x + y + z = 9$. B. $(P): x - y + z = 9$. C. $(P): x + y - z = 9$. D. $(P): x - y - z = 9$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $H(3;3;3)$ và nhận \overline{OH} làm vecto pháp tuyến là

$$3(x-3) + 3(y-3) + 3(z-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow x + y + z = 9$$

Câu 35: Cho số phức z thỏa mãn $z(1+i) = 3-5i$. Tính môđun của z .

A. $|z| = \sqrt{17}$.

B. $|z| = 16$.

C. $|z| = 17$.

D. $|z| = 4$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } z(1+i) = 3-5i \Rightarrow z = \frac{3-5i}{1+i} = \frac{(3-5i)(1-i)}{1^2+1^2} = \frac{-2-8i}{2} = -1-4i.$$

$$\text{Vậy môđun của } z \text{ là } |z| = \sqrt{(-1)^2 + (-4)^2} = \sqrt{17}.$$

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AD = 2a$, $SA = a$. Khoảng cách từ A đến (SCD) bằng

A. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

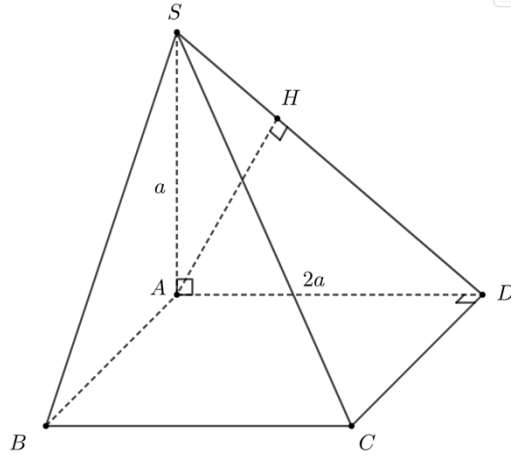
B. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.

D. $\frac{3a}{\sqrt{7}}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $CD \perp AD$ ($ABCD$ là hình chữ nhật), $CD \perp SA$ ($SA \perp (ABCD)$) $\Rightarrow CD \perp (SAD)$.

Kẻ $AH \perp SD$ ($H \in SD$), do $CD \perp (SAD)$ và $AH \subset (SAD) \Rightarrow AH \perp CD$.

Vậy $AH \perp (SCD)$ nên $d(A, (SCD)) = AH$.

Trong ΔSAD vuông tại A , đường cao AH có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2}$

$$\Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{(2a)^2} \Rightarrow d(A, (SCD)) = AH = \frac{2a}{\sqrt{5}}.$$

Câu 37: Từ một đội văn nghệ có 5 nam và 8 nữ, cần lập một nhóm 4 người hát tốp ca một cách ngẫu nhiên. Xác suất để trong 4 người được **chọn có ít nhất 3 nam bằng**

A. $\frac{70}{143}$.

B. $\frac{73}{143}$.

C. $\frac{16}{143}$.

D. $\frac{17}{143}$.

Lời giải

Chọn D

Không gian mẫu là tất cả các cách chọn 4 người từ đội văn nghệ 13 người.

Suy ra số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{13}^4 = 715$.

Gọi A là biến cố "trong 4 người được **chọn có ít nhất 3 nam**":

+ Chọn 3 nam, 1 nữ có $C_5^3 C_8^1 = 80$ cách chọn.

+ Chọn 4 nam có $C_5^4 = 5$ cách chọn.

Số phần tử của biến cố A là $n(A) = 80 + 5$.

Xác suất cần tính là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{85}{715} = \frac{17}{143}$.

Câu 38: Phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua $A(4;2;1)$, $B(3;1;2)$ và song song với trục Ox là

A. $y+z+2=0$.

B. $y-z-2=0$.

C. $y+z-3=0$.

D. $y-z=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; -1; 1)$, $\overrightarrow{u_{Ox}} = \vec{i} = (1; 0; 0)$.

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm, suy ra $\overrightarrow{n_{(P)}} = [\overrightarrow{AB}, \vec{i}] = (0; 1; 1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(4; 2; 1)$, có vecto pháp tuyến $\overrightarrow{n_{(P)}} = (0; 1; 1)$ nên có phương trình là $y - 2 + z - 1 = 0 \Leftrightarrow y + z - 3 = 0$.

Câu 39: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa điều kiện $\log(x + 3^y) \leq 1$?

A. 8.

B. 9.

C. 10.

D. 11.

Lời giải

Chọn A

ĐK: $x + 3^y > 0$

Ta có $\log(x + 3^y) \leq 1 \Leftrightarrow x + 3^y \leq 10$.

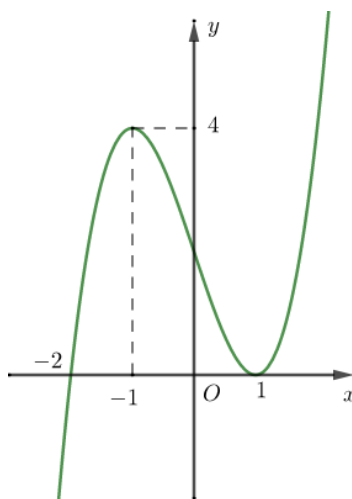
Vì $(x; y)$ nguyên dương, suy ra $3^y \leq 10 - x \leq 9 \Leftrightarrow 1 \leq y \leq 2$.

TH1: Với $y = 1$, suy ra $x \leq 10 - 3^y \Leftrightarrow x \leq 7$. Do x nguyên dương nên có 7 cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn điều kiện.

TH2: Với $y = 2$, suy ra $x \leq 10 - 3^y \Leftrightarrow x \leq 1$. Do x nguyên dương nên có 1 cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn điều kiện.

Vậy có 8 cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn điều kiện.

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'(f(x) - 2) = 0$ là



A. 2.

B. 3.

C. 6.

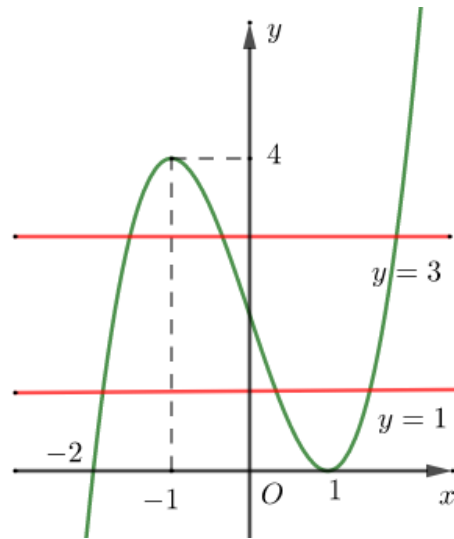
D. 5.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta thấy $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$.

$$\text{Suy ra } f'(f(x)-2)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)-2=1 \\ f(x)-2=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)=3 \\ f(x)=1 \end{cases}.$$



Dựa vào đồ thị như hình vẽ ta thấy:

Phương trình $f(x)=3$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

Phương trình $f(x)=1$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

Vậy phương trình $f'(f(x)-2)=0$ có 6 nghiệm thực phân biệt.

Câu 41: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\cos x+1, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = \frac{\pi^2}{8}+1$. Khi

đó $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng

A. $\frac{\pi}{2}$.

B. $\frac{\pi}{2}+1$.

C. $\frac{\pi}{2}-1$.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f(x)=\int f'(x)dx = \int (\cos x+1)dx = \sin x+x+C$.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = \frac{\pi^2}{8}+1 \Leftrightarrow \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x+x+C)dx = \left(-\cos x + \frac{x^2}{2} + Cx\right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi^2}{8}+1$$

$$\Leftrightarrow \frac{\pi^2}{8} + \frac{\pi}{2}C + 1 = \frac{\pi^2}{8} + 1 \Leftrightarrow C = 0.$$

$$\text{Vậy } f(x) = \sin x + x \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2} + 1.$$

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A , $AB=a, BC=2a$ và SB vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

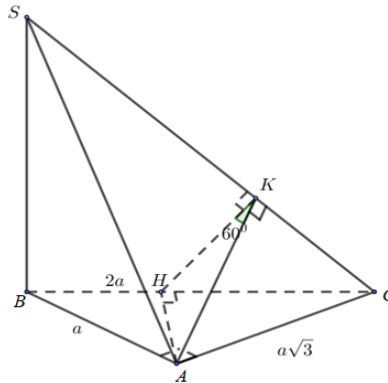
B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Trong ΔABC kẻ $AH \perp BC$. Ta có: $\begin{cases} AH \perp BC \\ SB \perp AH \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp SC(1)$.

Trong ΔSAC kẻ $AK \perp SC$ (2).

Từ (1),(2) $\Rightarrow SC \perp (AKH) \Rightarrow SC \perp HK$.

Góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) là \widehat{AKH} nên $\widehat{AKH} = 60^\circ$.

Ta có: $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = a\sqrt{3}$,

$$AC^2 = CH \cdot BC \Rightarrow CH = \frac{AC^2}{BC} = \frac{3a^2}{2a} = \frac{3a}{2},$$

$$\Rightarrow AH = \sqrt{AC^2 - CH^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Trong ΔAKH vuông tại H có $HK = AH \cdot \cot 60^\circ = \frac{a}{2}$, $CK = \sqrt{CH^2 - HK^2} = a\sqrt{2}$.

$$\Delta SBC \sim \Delta HKC (g.g) \text{ nên } \frac{SB}{HK} = \frac{BC}{KC} = \frac{2a}{a\sqrt{2}} = \sqrt{2} \Rightarrow SB = HK \cdot \sqrt{2} = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Thể tích hình chóp } S.ABC \text{ là } V = \frac{1}{3} SB \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot \sqrt{3} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}.$$

Câu 43: Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2mz + m^2 - 2m = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị thực của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 2$?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\Delta' = m^2 - (m^2 - 2m) = 2m$.

- Trường hợp 1: $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 0$ thì $|z_0| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} z_0 = 2 \\ z_0 = -2 \end{cases}$.

+ Thế $z_0 = 2$ vào phương trình đã cho ta được:

$$4 - 4m + m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow m^2 - 6m + 4 = 0 \Leftrightarrow m = 3 \pm \sqrt{5} \text{ (thỏa).}$$

+ Thế $z_0 = -2$ vào phương trình đã cho ta được:

$$4 + 4m + m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m + 4 = 0 \text{ (vô nghiệm).}$$

- Trường hợp 2: $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m < 0$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm $z_{1,2} = m \pm \sqrt{-2m}i$.

$$\text{Theo giả thiết } |z_0| = 2 \Leftrightarrow \sqrt{m^2 + (-2m)} = 2 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 + \sqrt{5} (L) \\ m = 1 - \sqrt{5} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } m \in \{1 - \sqrt{5}; 3 \pm \sqrt{5}\}.$$

Câu 44: Cho số phức z thỏa mãn $(z+1-i)(\bar{z}+1+i) = 5$ và $P = |z-2i|^2 - |z+1|^2$. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của P bằng

A. -9.

B. 11.

C. 2.

D. 20.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta

có

$$(z+1-i)(\bar{z}+1+i) = 5 \Leftrightarrow (z+1-i)(\overline{z+1-i}) = 5 \Leftrightarrow |z+1-i|^2 = 5 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-1)^2 = 5.$$

$$P = |z-2i|^2 - |z+1|^2 = x^2 + (y-2)^2 - (x+1)^2 - y^2 = -2x - 4y + 3 = -2(x+1) - 4(y-1) + 1$$

$$\Leftrightarrow 1 - P = 2(x+1) + 4(y-1).$$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhia-côpski ta được:

$$|2(x+1) + 4(y-1)| \leq \sqrt{2^2 + 4^2} \cdot \sqrt{(x+1)^2 + (y-1)^2}$$

$$\Leftrightarrow |1 - P| \leq 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 10 \Leftrightarrow -10 \leq P - 1 \leq 10 \Leftrightarrow -9 \leq P \leq 11.$$

$$P_{\max} = 11$$

đạt

được

khi

$$\begin{cases} 11 = -2x - 4y + 3 \\ \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{4} \\ (x+1)^2 + (y-1)^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 4y = -8 \\ 4x - 2y = -6 \\ (x+1)^2 + (y-1)^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow z = -2 - i.$$

$$P_{\min} = -9 \text{ đạt được khi } \begin{cases} -9 = -2x - 4y + 3 \\ \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{4} \\ (x+1)^2 + (y-1)^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 4y = 12 \\ 4x - 2y = -6 \\ (x+1)^2 + (y-1)^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow z = 3i.$$

$$\text{Vậy } P_{\max} + P_{\min} = 2.$$

Câu 45: Cho hàm số $f(x) = -4x^3 + ax^2 + bx + c$ có đồ thị cắt trục hoành tại ba điểm có hoành độ là $-3; -1; 1$. $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và $g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ

thì đi qua ba điểm cực trị của hàm số $F(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = F(x)$ và $y = g(x)$ bằng

A. $\frac{128}{15}$.

B. $\frac{64}{15}$.

C. 16.

D. 64.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x) = -4x^3 + ax^2 + bx + c$ có đồ thị cắt trục hoành tại ba điểm có hoành độ là

$$-3; -1; 1 \text{ suy ra } \begin{cases} 9a - 3b + c = -84 \\ a - b + c = -1 \\ a + b + c = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -12 \\ b = 4 \\ c = 12 \end{cases} \Rightarrow f(x) = -4x^3 - 12x^2 + 4x + 12$$

$$F(x) = \int f(x) dx = -x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 12x + C$$

Giả sử $g(x) = mx^2 + nx + p$, đồ thị $g(x)$ đi qua các điểm cực trị của hàm số $F(x)$ là $(-3; C+9), (-1; C-7); (1; C+9)$ nên ta có

$$\begin{cases} 9m - 3n + p = C + 9 \\ m - n + p = C - 7 \\ m + n + p = C + 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 4 \\ n = 8 \\ p = C - 3 \end{cases} \Rightarrow g(x) = 4x^2 + 8x + C - 3$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = F(x)$ và $y = g(x)$ bằng

$$S = \int_{-3}^1 |F(x) - g(x)| dx = \int_{-3}^1 |-x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 4x + 3| dx = \frac{128}{15}.$$

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x + 3y - 2z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-4}{1}$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1; 2; 1)$ mặt phẳng (P) và đường thẳng d lần lượt tại B, C sao cho C là trung điểm của AB là

A. $\frac{x-1}{-8} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{1}$. **B.** $\frac{x+15}{8} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+1}{1}$.

C. $\frac{x-1}{8} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{1}$. **D.** $\frac{x+15}{8} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+1}{1}$.

Lời giải

Chọn D

$$B \in (P) \Rightarrow B(-3y + 2z - 1; y; z), C \in d \Rightarrow C(1 + 2t; -1 - t; 4 + t)$$

$$C \text{ là trung điểm của } AB \text{ suy ra } \begin{cases} -3y + 2z = 2 + 4t \\ y + 2 = -2 - 2t \\ z + 1 = 8 + 2t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 4 \\ z = -1 \\ t = -4 \end{cases} \Rightarrow C(-7; 3; 0)$$

$$\overrightarrow{AC}(8; -1; 1) \text{ là vectơ chỉ phương của } \Delta \text{ nên PTCT của } \Delta \text{ là } \frac{x-1}{8} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{1}$$

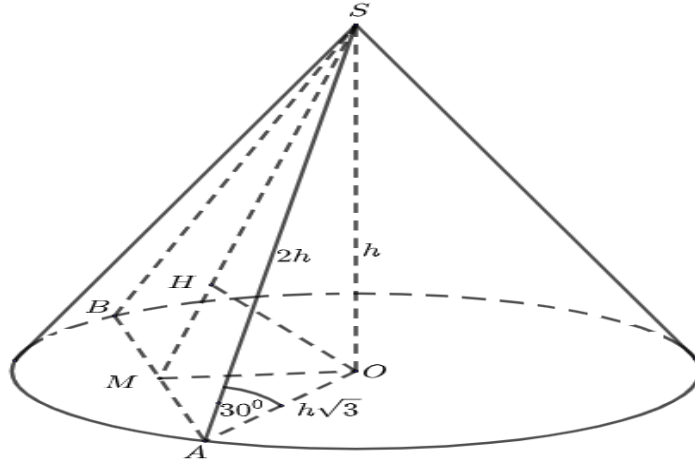
Để thấy điểm $M(-15; 4; -1) \in \Delta$ nên ta **Chọn D**

Câu 47: Cho hình nón đỉnh S , đường cao SO , A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho tam giác SAB đều; khoảng cách từ O đến (SAB) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ và $\widehat{SAO} = 30^\circ$. Diện tích xung quanh của hình nón theo a bằng

- A.** $\sqrt{3}\pi a^2$. **B.** $\frac{3\sqrt{3}\pi}{2}a^2$. **C.** $6\sqrt{3}\pi a^2$. **D.** $\frac{5\sqrt{3}\pi}{2}a^2$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm AB , gọi H là hình chiếu của O lên SM thì $SH \perp (SAB)$ nên $d(O, (SAB)) = OH$. Vậy $OH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Gọi $SO = h$, do $\widehat{SAO} = 30^\circ$ nên $SA = 2h, OA = h\sqrt{3}$. Mặt khác $\triangle ABC$ đều nên $SM = h\sqrt{3}$ và $AM = h \Rightarrow MO^2 = 3h^2 - h^2 = 2h^2$.
 $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{SO^2} = \frac{1}{2h^2} + \frac{1}{h^2} = \frac{3}{2h^2}$. Vậy $\frac{2h^2}{3} = \frac{a^2}{3} \Rightarrow h = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow SA = a\sqrt{2}, r = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.
 $S_{xq} = \pi r l = \pi a^2 \sqrt{3}$.

Câu 48: Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có không quá 20 số nguyên b thỏa mãn $2^a + 4 \cdot 6^b < 2^{a+b+2} + 3^b$?

- A.** 33. **B.** 32. **C.** 31. **D.** 30.

Lời giải

Chọn D

$$2^a + 4 \cdot 6^b < 2^{a+b+2} + 3^b \Leftrightarrow 2^a(1 - 4 \cdot 2^b) + 3^b(4 \cdot 2^b - 1) < 0 \Leftrightarrow (2^a - 3^b)(1 - 4 \cdot 2^b) < 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^a - 3^b < 0 \\ 1 - 4 \cdot 2^b > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^a < 3^b \\ 1 > 4 \cdot 2^b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b < -2 \\ 2^a < 3^b < 3^{-2} \end{cases} \text{ (MT do } a \in \mathbb{Z}_+^*)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^a - 3^b > 0 \\ 1 - 4 \cdot 2^b < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^a > 3^b \\ 1 < 4 \cdot 2^b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b > -2 \\ b < a \log_3 2 \end{cases}$$

$$\text{Để ứng với mỗi } a \text{ có không quá 20 số nguyên } b \Leftrightarrow a \log_3 2 < 19 \Leftrightarrow a \leq \frac{18}{\log_3 2} \approx 30.1.$$

Vậy có 30 số nguyên dương a thỏa mãn.

Câu 49: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu

$(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 12$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 11 = 0$. Xét điểm M di động trên (P) , các điểm A, B, C phân biệt di động trên (S) sao cho MA, MB, MC là các tiếp tuyến của (S) . Mặt phẳng (ABC) luôn đi qua điểm cố định nào dưới đây?

- A.** $E(0;3;-1)$. **B.** $F\left(\frac{1}{4}; \frac{-1}{2}; \frac{-1}{2}\right)$. **C.** $G(0;-1;3)$. **D.** $H\left(\frac{3}{2}; 0; 2\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 12$ có tâm $I(1;1;1)$

Gọi $M(a;b;c)$ do $M \in (P): x - 2y + 2z + 11 = 0 \Leftrightarrow a - 2b + 2c + 11 = 0$

$$\Rightarrow IM^2 = (a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2$$

Do AM là tiếp tuyến của (S) nên $AM^2 = IM^2 - R^2 = (a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 - 12$.

Khi đó ta có mặt cầu tâm M qua A, B, C có phương trình là:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = (a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 - 12$$

$$\text{Khi đó } (ABC): \begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = (a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 - 12 & (1) \\ (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 12 & (2) \end{cases}$$

Khai triển (1), (2) và lấy (1) trừ (2) ta có được:

$$(ABC): (a-1)x + (b-1)y + (c-1)z - a - b - c - 9 = 0$$

Với điểm $E(0;3;-1)$ ta có $3(b-1) - (c-1) - a - b - c - 9 = 0 \Leftrightarrow a - 2b + 2c + 11 = 0$.

Nên (ABC) luôn qua điểm $E(0;3;-1)$.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + x - 6$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = f(x^3 - 3x^2 - 9x + m)$ có đúng 6 điểm cực trị?

- A.** 7. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 10.

Lời giải

Chọn D

$$y = f(x^3 - 3x^2 - 9x + m) \Rightarrow y' = (3x^2 - 6x - 9)f'(x^3 - 3x^2 - 9x + m)$$

$$\text{Ta có } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 6x - 9 = 0 \\ x^3 - 3x^2 - 9x + m = 2 \\ x^3 - 3x^2 - 9x + m = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \\ x^3 - 3x^2 - 9x = 2 - m \\ x^3 - 3x^2 - 9x = -3 - m \end{cases} (*)$$

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$

$$\text{Ta có } f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$		5		-27		$+\infty$

Đề (*) có 6 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3x^2 - 9x = 2 - m \\ x^3 - 3x^2 - 9x = -3 - m \end{cases}$ có 4 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 - m \geq 5 \\ -27 < -3 - m < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -3 \\ -8 < m < 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -8 < m \leq -3 \\ 24 \leq m < 29 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3 - m \leq -27 \\ 5 > 2 - m > -27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 24 \\ 3 < m < 29 \end{cases}$$

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-7; \dots; -3; 24; \dots; 28\}$