

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề thi có 06 trang)

Mã đề thi 117

Họ, tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 x < 2$ là

- A. $(-\infty; 9)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(9; +\infty)$. D. $(0; 9)$.

Câu 2: Đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 - 2x - 2$ cắt trục tung tại điểm nào sau đây?

- A. $M(0; -1)$. B. $N(-1; 0)$. C. $P(-2; 0)$. D. $Q(0; -2)$.

Câu 3: Phần ảo của số phức $z = 3 - 4i$ bằng

- A. -4 . B. $-4i$. C. 3 . D. 4 .

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, vector $\vec{n} = (1; -1; -3)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng nào sau đây?

- A. $x + y - 3z - 3 = 0$. B. $x - 3z - 3 = 0$. C. $x - y - 3z - 3 = 0$. D. $x - y + 3z - 3 = 0$.

Câu 5: Với mọi số thực a dương, $\log_2 \frac{a^2}{4}$ bằng

- A. $2(\log_2 a - 1)$. B. $\log_2 a - 1$. C. $\log_2 a - 2$. D. $2\log_2 a - 1$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (1; 1; 0)$ và $\vec{v} = (2; 0; -1)$. Tính độ dài $|\vec{u} + 2\vec{v}|$.

- A. $\sqrt{30}$. B. 2 . C. $2\sqrt{2}$. D. $\sqrt{22}$.

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y = (x + 2)^{\frac{3}{4}}$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $(-2; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $[-2; +\infty)$.

Câu 8: Đường thẳng $x = 2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số nào sau đây?

- A. $y = \frac{-2x+3}{-x+1}$. B. $y = \frac{x-2}{x+2}$. C. $y = \frac{2x+1}{x+1}$. D. $y = \frac{x}{x-2}$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-2}{-3}$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A. Điểm $N(1; -3; 2)$. B. Điểm $Q(1; -3; -2)$.
C. Điểm $P(1; 3; 2)$. D. Điểm $M(-1; 3; 2)$.

Câu 10: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x - 6x^2$ là

- A. $\cos x - 12x + C$. B. $-\sin x - 2x^3 + C$. C. $-\cos x - 2x^3 + C$. D. $\sin x - 12x + C$.

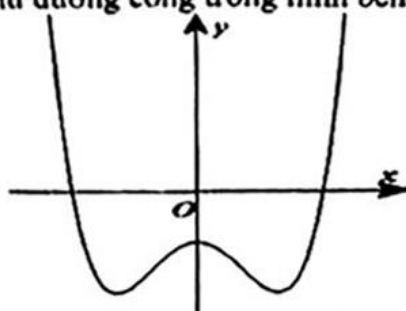
Câu 11: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 5$ và chiều cao $h = 6$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 180. B. 30. C. 10. D. 15.

Câu 12: Phương trình $\log(4x+1) = \log(2x+5)$

- A. $x = 1$. B. $x = 3$. C. $x = 2$. D. $x = -1$.

Câu 13: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



- A. $y = x^3 - 2x^2 - 1$. B. $y = x^4 - 2x^2 - 1$. C. $y = \frac{2x+1}{x-1}$ D. $y = -x^2 + 2x - 1$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	-2	-3	-2	$-\infty$

Giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho là

- A. $y_{CT} = -1$. B. $y_{CT} = 0$. C. $y_{CT} = -3$. D. $y_{CT} = -2$.

Câu 15: Diện tích S của mặt cầu bán kính r được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $S = 2\pi r^2$. B. $S = \pi r^2$. C. $S = \frac{4}{3}\pi r^2$. D. $S = 4\pi r^2$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-6)^2 + z^2 = 4$. Tâm mặt cầu (S) có tọa độ là:

- A. $(2; -6; 0)$. B. $(-2; 6; 0)$. C. $(1; -3; 0)$. D. $(-1; 3; 0)$.

Câu 17: Nếu $\int_0^1 f(x)dx = 3$ và $\int_0^3 f(x)dx = -2$ thì $\int_1^3 f(x)dx$ bằng

- A. -6 . B. -5 . C. 5 . D. 1 .

Câu 18: Cho hai số phức $z_1 = 2 - 3i$, $z_2 = 4 + i$. Số phức $z = z_1 - z_2$ bằng

- A. $-2 - 4i$. B. $2 - 2i$. C. $6 + 2i$. D. $2 - 4i$.

Câu 19: Với n là số nguyên dương bất kỳ, $n \geq 3$, công thức nào sau đây đúng?

- A. $A_n^3 = \frac{(n-3)!}{n!}$. B. $A_n^3 = \frac{n!}{3!(n-3)!}$. C. $A_n^3 = \frac{n!}{(n-3)!}$. D. $A_n^3 = \frac{3!(n-3)!}{n!}$.

Câu 20: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = -3 + 2i$ có tọa độ là

- A. $(-3; 2)$. B. $(3; 2)$. C. $(2; 3)$. D. $(2; -3)$.

Câu 21: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	0	$+\infty$		

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(-1; 3)$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(0; +\infty)$.

Cho tam giác ABC đều cạnh $2a$. Gọi M là trung điểm của BC . Khi quay tam giác ABC xung quanh trục AM thì đường gấp khúc ABC tạo thành một hình nón. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.

- A. $S_{xq} = 2\pi a^2$. B. $S_{xq} = 6\pi a^2$. C. $S_{xq} = 4\pi a^2$. D. $S_{xq} = 8\pi a^2$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 4 = 0$ và đi qua điểm $M(1;1;0)$. Mặt phẳng nào dưới đây tiếp xúc với mặt cầu (S) tại M ?

- A. $2x + 3y + z - 5 = 0$. B. $2x + 3y + z + 5 = 0$. C. $3y + z - 3 = 0$. D. $3y + z - 2 = 0$.

Câu 24: Nếu $\int_0^1 [f(x) + 2x] dx = 2$ thì $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 4.

Câu 25: Trên đoạn $[0;2]$, hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm nào sau đây?

- A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $x = 0$. D. $x = 9$.

Câu 26: Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 25 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn là

- A. $\frac{13}{25}$. B. $\frac{12}{25}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{313}{625}$.

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 5$. Giá trị của u_4 bằng

- A. 12. B. 17. C. 22. D. 250.

Câu 28: Thể tích của khối chóp có đáy là tam giác đều cạnh a và chiều cao $4a$ bằng:

- A. $\frac{4}{3}a^3$. B. $4a^3$. C. $a^3\sqrt{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 29: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$. Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng

- A. $\sqrt{2}a$. B. $\sqrt{3}a$. C. $2\sqrt{2}a$. D. $2a$.

Câu 30: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x+3}$ là

- A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2}e^{2x+3} + C$. B. $\int f(x) dx = 2e^{2x+3} + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{1}{3}e^{2x+3} + C$. D. $\int f(x) dx = e^{2x+3} + C$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4;-3;2)$. Hình chiếu vuông góc của A lên các trục tọa độ Ox , Oy , Oz theo thứ tự là M , N , P . Phương trình mặt phẳng (MNP) là:

- A. $3x - 4y + 6z - 12 = 0$. B. $\frac{x}{4} - \frac{y}{3} + \frac{z}{2} + 1 = 0$.
C. $2x - 3y + 4z - 1 = 0$. D. $4x - 3y + 2z - 5 = 0$.

Câu 32: Cho số phức z thỏa mãn $(1-3i)z + 1 + 7i = 0$. Tổng phần thực và phần ảo của z bằng

- A. -6. B. 3. C. -3. D. 1.

Câu 33: Đạo hàm của hàm số $y = \ln(x^2 - 2x + 1)$ bằng

- A. $y' = 2x - 2$. B. $y' = \frac{1}{x^2 - 2x + 1}$. C. $y' = \frac{1}{x - 1}$. D. $y' = \frac{2}{x - 1}$.

Câu 34: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = -x^3 + x + 1$. B. $y = x^3 + x + 1$. C. $y = \frac{x-3}{x+2}$. D. $y = x^4 + x^2$.

Câu 35: Cho $\log_2 3 = a$. Tính $P = \log_2 6$ theo a .

- A. $P = 2 + a$. B. $P = 1 + a$. C. $P = \frac{1}{3}(1 + a)$. D. $P = 3(1 + a)$.

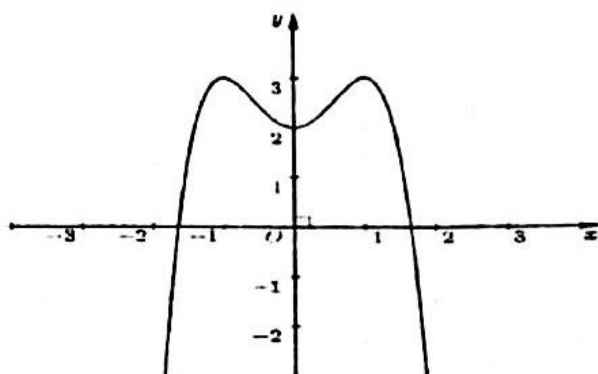
Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{6}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng

- A. 90° . B. 45° . C. 60° . D. 30° .

Câu 37: Tính tích phân $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2 - 1} dx$ bằng cách đặt $u = x^2 - 1$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $I = \frac{1}{2} \int_1^2 \sqrt{u} du$ B. $I = 2 \int_0^3 \sqrt{u} du$ C. $I = \int_0^3 \sqrt{u} du$ D. $I = \int_1^2 \sqrt{u} du$

Câu 38: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là



- A. 2. B. -1. C. 0. D. 1.

Câu 39: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(2^{x^2} - 4^x)[\log_3(x + 25) - 3] \leq 0$?

- A. 24. B. 26. C. 25. D. Vô số.

Câu 40: Tìm số giá trị nguyên của tham số thực m để tồn tại các số thực x, y thỏa mãn $e^{x^2 + y^2 - m} + e^{x + y + xy - m} = x^2 + y^2 + x + y + xy - 2m + 2$.

- A. 9. B. 7. C. 6. D. 8.

Câu 41: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z - 3 - 2i| = |\bar{z} - 1|$, $|z_1 - z_2| = 2\sqrt{2}$ và số phức w thỏa mãn $|w - 2 - 4i| = 1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z_2 - 2 - 3i| + |z_1 - w|$ bằng:

- A. $\sqrt{10}$. B. $\sqrt{17} - 1$. C. 4. D. $\sqrt{26}$.

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	+	0	-	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	-4	0	-2	-4	0	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f[f(|x+1|) - 2] = m$ có 10 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-3; 3]$.

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - y + z + 3 = 0$, $(Q): x + 2y - 2z - 5 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$. Gọi M là điểm di động trên (S) và N là điểm di động trên (P) sao cho MN luôn vuông góc với (Q) . Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng MN bằng

- A. $3 + 5\sqrt{3}$. B. 28. C. $9 + 5\sqrt{3}$. D. 14.

Câu 44: Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 6z + m = 0$ (m là tham số thực). Gọi m_0 là một giá trị nguyên của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 \cdot \overline{z_1} = z_2 \cdot \overline{z_2}$. Trong khoảng $(0; 20)$ có bao nhiêu giá trị nguyên m_0 ?

- A. 11. B. 13. C. 12. D. 10.

Câu 45: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , cạnh $BC = 2a$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Biết tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi có $\widehat{B'BC}$ nhọn, mặt phẳng $(BB'C'C)$ vuông góc với (ABC) , góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và (ABC) bằng 45° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

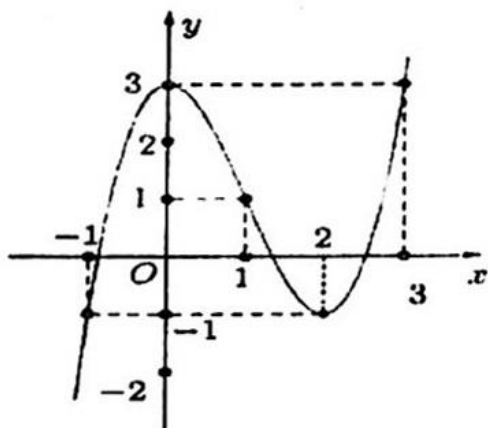
- A. $\frac{6a^3}{\sqrt{7}}$. B. $\frac{a^3}{\sqrt{7}}$. C. $\frac{3a^3}{\sqrt{7}}$. D. $\frac{a^3}{3\sqrt{7}}$.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(5) = 1$ và $\int_0^1 xf(5x)dx = 1$, khi đó

$$\int_0^5 x^2 f'(x) dx \text{ bằng}$$

- A. -25. B. $\frac{123}{5}$. C. 23. D. 15.

Câu 47: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $|f(x^4 - 2x^2)| = 2$ là

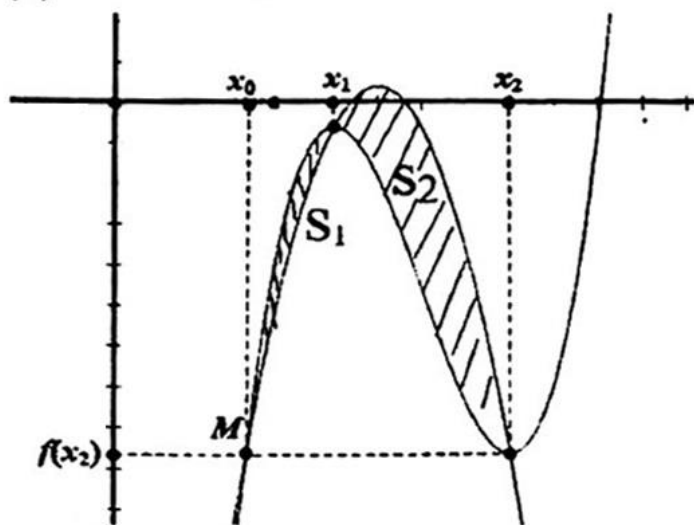


- A. 7. B. 8. C. 10. D. 9.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, từ điểm $A(1; 1; 0)$ ta kẻ các tiếp tuyến đến mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 1; 1)$, bán kính $R = 1$. Gọi $M(a; b; c)$ là một trong các tiếp điểm ứng với các tiếp tuyến trên. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $T = |2a - b + 2c|$

- A. $\frac{3 + \sqrt{41}}{15}$. B. $\frac{3 + 2\sqrt{41}}{5}$. C. $\frac{3 + \sqrt{41}}{5}$. D. $\frac{3 + 2\sqrt{41}}{15}$.

Câu 49: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong ở hình bên dưới. Gọi x_1, x_2 lần lượt là hai điểm cực trị thỏa mãn $x_2 = x_1 + 2$ và $f(x_1) - 3f(x_2) = 0$ và đồ thị luôn đi qua $M(x_0; f(x_0))$ trong đó $x_0 = x_1 - 1$; $g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm $y = f(x)$ và điểm M . Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ (S_1 và S_2 lần lượt là diện tích hai hình phẳng được tạo bởi đồ thị hai hàm $f(x), g(x)$ như hình vẽ).



A. $\frac{5}{32}$.

B. $\frac{4}{29}$.

C. $\frac{7}{33}$.

D. $\frac{6}{35}$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;3)$, $B(6;5;5)$. Xét khối nón (N) ngoại tiếp mặt cầu đường kính AB có B là tâm đường tròn đáy khối nón. Gọi S là đỉnh của khối nón (N) . Khi thể tích của khối nón (N) nhỏ nhất thì mặt phẳng qua đỉnh S và song song với mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có phương trình $2x + by + cz + d = 0$. Tính $T = b + c + d$.

A. $T = 24$.

B. $T = 12$.

C. $T = 36$.

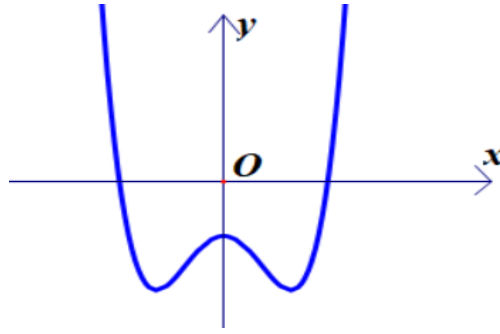
D. $T = 18$.

— HẾT —

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

SỞ GIÁO DỤC ĐÀO TẠO LAI CHÂU
KỲ THI THỬ TN THPT NĂM HỌC 2021 – 2022

- Câu 1:** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 x < 2$ là
A. $(-\infty; 9)$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $(9; +\infty)$. **D.** $(0; 9)$.
- Câu 2:** Đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 - 2x - 2$ cắt trục tung tại điểm nào sau đây?
A. $M(0; -1)$. **B.** $N(-1; 0)$. **C.** $P(-2; 0)$. **D.** $Q(0; -2)$.
- Câu 3:** Phần ảo của số phức $z = 3 - 4i$ bằng
A. -4 . **B.** $-4i$. **C.** 3 . **D.** 4 .
- Câu 4:** Trong không gian $Oxyz$, vector $\vec{n} = (1; -1; -3)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng nào sau đây?
A. $x + y - 3z - 3 = 0$. **B.** $x - 3z - 3 = 0$. **C.** $x - y - 3z - 3 = 0$. **D.** $x - y + 3z - 3 = 0$.
- Câu 5:** Với mọi số thực a dương, $\log_2 \frac{a^2}{4}$ bằng
A. $2(\log_2 a - 1)$. **B.** $\log_2 a - 1$. **C.** $\log_2 a - 2$. **D.** $2\log_2 a - 1$.
- Câu 6:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (1; 1; 0)$ và $\vec{v} = (2; 0; -1)$. Tính độ dài $|\vec{u} + 2\vec{v}|$.
A. $\sqrt{30}$. **B.** 2 . **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{22}$.
- Câu 7:** Tập xác định của hàm số $y = (x + 2)^{\frac{3}{4}}$ là
A. $\mathbb{R}$. **B.** $(-2; +\infty)$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $[-2; +\infty)$.
- Câu 8:** Đường thẳng $x = 2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số nào sau đây?
A. $y = \frac{-2x + 3}{-x + 1}$. **B.** $y = \frac{x - 2}{x + 2}$. **C.** $y = \frac{2x + 1}{x + 1}$. **D.** $y = \frac{x}{x - 2}$.
- Câu 9:** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-2}{-3}$ đi qua điểm nào dưới đây?
A. Điểm $N(1; -3; 2)$. **B.** Điểm $Q(1; -3; -2)$. **C.** Điểm $P(1; 3; 2)$. **D.** Điểm $M(-1; 3; 2)$.
- Câu 10:** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x - 6x^2$ là
A. $\cos x - 12x + C$. **B.** $-\sin x - 2x^3 + C$. **C.** $-\cos x - 2x^3 + C$. **D.** $\sin x - 12x + C$.
- Câu 11:** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 5$ và chiều cao $h = 6$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng
A. 180 . **B.** 30 . **C.** 10 . **D.** 15 .
- Câu 12:** Phương trình $\log(4x + 1) = \log(2x + 5)$ có nghiệm là
A. $x = 1$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = -1$.
- Câu 13:** Hàm số nào dưới đây có đồ thị là đường cong như hình vẽ sau?



- A. $y = x^3 - 2x^2 - 1$. B. $y = x^4 - 2x^2 - 1$. C. $y = \frac{2x+1}{x-1}$. D. $y = -x^2 + 2x - 1$.

Câu 14: Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$			-2		-2		-3		

Giá trị cực tiểu y_{ct} của hàm số đã cho là

- A. $y_{ct} = -1$. B. $y_{ct} = 0$. C. $y_{ct} = -3$. D. $y_{ct} = -2$.

Câu 15: Diện tích S của mặt cầu bán kính r được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $S = 2\pi r^2$. B. $S = \pi r^2$. C. $S = \frac{4}{3}\pi r^2$. D. $S = 4\pi r^2$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-6)^2 + z^2 = 4$. Tâm mặt cầu (S) có tọa độ là

- A. $(2; -6; 0)$. B. $(-2; 6; 0)$. C. $(1; -3; 0)$. D. $(-1; 3; 0)$.

Câu 17: Nếu $\int_0^1 f(x)dx = 3$, $\int_1^3 f(x)dx = -2$ thì $\int_0^3 f(x)dx$ bằng

- A. -6 . B. -5 . C. 5 . D. 1 .

Câu 18: Cho hai số phức $z_1 = 2 - 3i$, $z_2 = 4 + i$. Số phức $z = z_1 - z_2$ bằng

- A. $-2 - 4i$. B. $2 - 2i$. C. $6 + 2i$. D. $2 - 4i$.

Câu 19: Với n là số nguyên dương bất kì, $n \geq 3$ công thức nào sau đây đúng?

- A. $A_n^3 = \frac{(n-3)!}{n!}$. B. $A_n^3 = \frac{n!}{3!(n-3)!}$. C. $A_n^3 = \frac{n!}{(n-3)!}$. D. $A_n^3 = \frac{3!(n-3)!}{n!}$.

Câu 20: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 3 + 2i$ có tọa độ là

- A. $(-3; 2)$. B. $(3; 2)$. C. $(2; 3)$. D. $(2; -3)$.

Câu 21: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	0	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(-1; 3)$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 22: Trong không gian, cho tam giác ABC đều cạnh $2a$. Gọi M là trung điểm của BC . Khi quay tam giác ABC quanh trục AM thì đường gấp khúc ABC tạo thành một hình nón. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.

- A. $S_{xq} = 2\pi a^2$. B. $S_{xq} = 6\pi a^2$. C. $S_{xq} = 4\pi a^2$. D. $S_{xq} = 8\pi a^2$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 4 = 0$ và đi qua điểm $M(1; 1; 0)$. Mặt phẳng nào dưới đây tiếp xúc với mặt cầu (S) tại M ?

- A. $2x + 3y + z - 5 = 0$. B. $2x + 3y + z + 5 = 0$.
C. $3y + z - 3 = 0$. D. $3y + z - 2 = 0$.

Câu 24: Nếu $\int_0^1 [f(x) + 2x] dx = 2$ thì $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 4.

Câu 25: Trên đoạn $[0; 2]$, hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm nào sau đây?

- A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $x = 0$. D. $x = 9$.

Câu 26: Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 25 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn là

- A. $\frac{13}{25}$. B. $\frac{12}{25}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{313}{625}$.

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 5$. Giá trị của u_4 bằng

- A. 12. B. 17. C. 22. D. 250.

Câu 28: Thể tích của khối chóp có đáy là tam giác đều cạnh a và chiều cao $4a$ bằng:

- A. $\frac{4}{3}a^3$. B. $4a^3$. C. $a^3\sqrt{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 29: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$. Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng

- A. $\sqrt{2}a$. B. $\sqrt{3}a$. C. $2\sqrt{2}a$. D. $2a$.

Câu 30: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x+3}$ là

- A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2}e^{2x+3} + C$. B. $\int f(x) dx = 2e^{2x+3} + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{1}{3}e^{2x+3} + C$. D. $\int f(x) dx = e^{2x+3} + C$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4; -3; 2)$. Hình chiếu vuông góc của A lên các trục tọa độ Ox , Oy , Oz theo thứ tự là M , N , P . Phương trình mặt phẳng (MNP) là

- A. $3x - 4y + 6z - 12 = 0$. B. $\frac{x}{4} - \frac{y}{3} + \frac{z}{2} + 1 = 0$.
C. $2x - 3y + 4z - 1 = 0$. D. $4x - 3y + 2z - 5 = 0$.

Câu 32: Cho số phức z thỏa mãn $(1 - 3i)z + 1 + 7i = 0$. Tổng phần thực và phần ảo của z bằng

- A. -6 . B. 3 . C. -3 . D. 1 .

Câu 33: Đạo hàm của hàm số $y = \ln(x^2 - 2x + 1)$ bằng

- A. $y' = 2x - 2$. B. $y' = \frac{1}{x^2 - 2x + 1}$. C. $y' = \frac{1}{x - 1}$. D. $y' = \frac{2}{x - 1}$.

Câu 34: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = -x^3 + x + 1$. B. $y = x^3 + x + 1$. C. $y = \frac{x - 3}{x + 2}$. D. $y = x^4 + x^2$.

Câu 35: Cho $\log_2 3 = a$. Tính $P = \log_8 6$ theo a .

- A. $P = 2 + a$. B. $P = 1 + a$. C. $p = \frac{1}{3}(1 + a)$. D. $P = 3(1 + a)$.

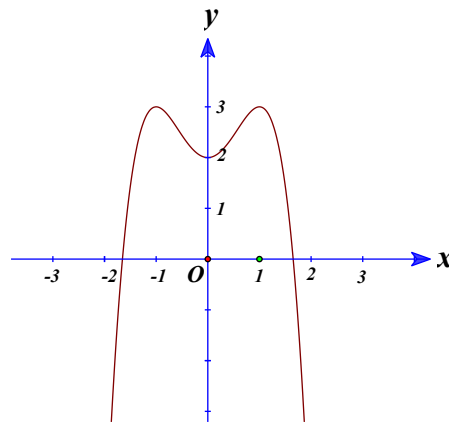
Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{6}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng

- A. 90° . B. 45° . C. 60° . D. 30° .

Câu 37: Tính tích phân $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2 - 1} dx$ bằng cách đặt $u = x^2 - 1$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $I = \frac{1}{2} \int_1^2 \sqrt{u} du$. B. $I = 2 \int_0^3 \sqrt{u} du$. C. $I = \int_0^3 \sqrt{u} du$. D. $I = \int_1^2 \sqrt{u} du$.

Câu 38: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là



- A. 2 . B. -1 . C. 0 . D. 1 .

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên của x thỏa mãn $(2^{x^2} - 4^x)[\log_3(x + 25) - 3] \leq 0$?

- A. 24 . B. 26 . C. 25 . D. Vô số.

Câu 40: Tìm số giá trị nguyên của tham số thực m để tồn tại các số thực x, y thỏa mãn $e^{x^2+y^2-m} + e^{x+y+xy-m} = x^2 + y^2 + x + y + xy - 2m + 2$.

A. 9. B. 7. C. 6. D. 8.

Câu 41: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z - 3 - 2i| = |z - 1|, |z_1 - z_2| = 2\sqrt{2}$ và số phức w thỏa mãn $|w - 2 - 4i| = 1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z_2 - 2 - 3i| + |z_1 - w|$ bằng:

A. $\sqrt{10}$. B. $\sqrt{17} - 1$. C. 4. D. $\sqrt{26}$.

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	-4		0	-2	-4	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f[f(|x+1|-2)] = m$ có 10 nghiệm thuộc đoạn $[-3; 3]$

A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 43: Có bao nhiêu số nguyên thỏa mãn $(2^{x^2} - 4^x)(\log_3(x + 25) - 3) \leq 0$?

A. 24. B. Vô số. C. 25. D. 26.

Câu 44: Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 6z + m = 0$ (m là tham số thực). Gọi m_0 là một giá trị nguyên của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 \cdot \overline{z_1} = z_2 \cdot \overline{z_2}$. Trong khoảng $(0; 20)$ có bao nhiêu giá trị nguyên m_0 ?

A. 11. B. 13. C. 12. D. 10.

Câu 45: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , cạnh $BC = 2a$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Biết tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi có $\widehat{B'BC}$ nhọn, mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với (ABC) , góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và (ABC) bằng 45° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

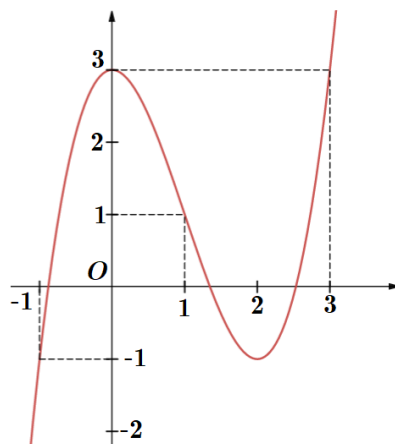
A. $\frac{6a^3}{\sqrt{7}}$. B. $\frac{a^3}{\sqrt{7}}$. C. $\frac{3a^3}{\sqrt{7}}$. D. $\frac{a^3}{3\sqrt{7}}$.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(5) = 1$ và $\int_0^1 xf(5x)dx = 1$. Tính

$$\int_0^5 x^2 f'(x) dx$$

A. -25. B. $\frac{123}{5}$. C. 23. D. 15.

Câu 47: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



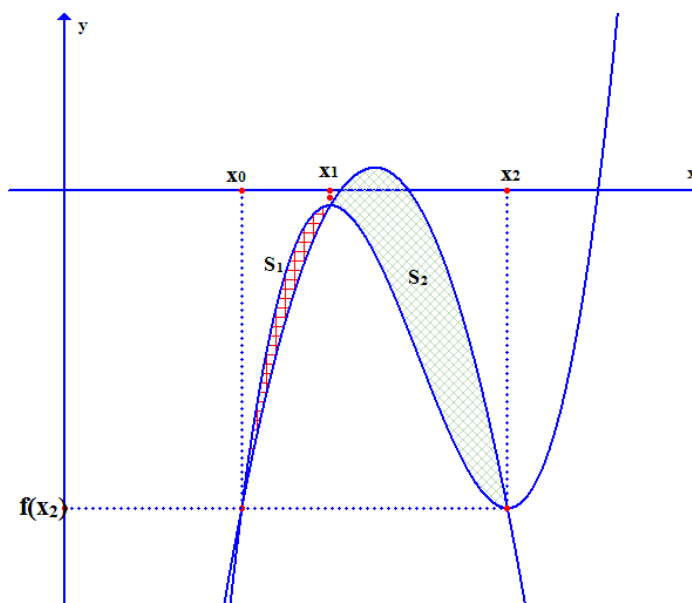
Số nghiệm thực của phương trình $|f(x^4 - 2x^2)| = 2$ là

- A. 7. B. 8. C. 10. D. 9.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, từ điểm $A(1;1;0)$ ta kẻ các tiếp tuyến đến mặt cầu (S) có tâm $I(-1;1;1)$, bán kính $R=1$. Gọi $M(a;b;c)$ là một trong các tiếp điểm ứng với các tiếp tuyến trên. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |2a - b + 2c|$

- A. $\frac{3+\sqrt{41}}{15}$. B. $\frac{3+2\sqrt{41}}{5}$. C. $\frac{3+\sqrt{41}}{5}$. D. $\frac{3+2\sqrt{41}}{15}$.

Câu 49: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong ở hình bên dưới. Gọi x_1, x_2 lần lượt là hai điểm cực trị thỏa mãn $x_2 = x_1 + 2$ và $f(x_1) - 3f(x_2) = 0$ và đồ thị luôn đi qua điểm $M(x_0; f(x_0))$ trong đó $x_0 = x_1 - 1$; $g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị đi qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và điểm M . Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ (S_1 và S_2 lần lượt là diện tích hai hình phẳng được tạo bởi đồ thị hai hàm số $f(x), g(x)$ như hình vẽ).



- A. $\frac{5}{32}$. B. $\frac{4}{29}$. C. $\frac{7}{33}$. D. $\frac{6}{35}$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;3), B(6;5;5)$. Xét khối nón (N) ngoại tiếp mặt cầu đường kính AB có B là tâm đường tròn đáy của khối nón. Gọi S là đỉnh của khối nón (N) . Khi thể tích của khối nón (N) nhỏ nhất thì mặt phẳng qua đỉnh S và song song với mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có phương trình $2x + by + cz + d = 0$. Tính $T = b + c + d$.

A. $T = 24$. **B.** $T = 12$. **C.** $T = 36$. **D.** $T = 18$.

----- **HẾT** -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.D	3.A	4.C	5.A	6.A	7.B	8.D	9.A	10.C
11.B	12.C	13.B	14.C	15.D	16.B	17.D	18.A	19.C	20.B
21.B	22.A	23.C	24.A	25.A	26.B	27.B	28.D	29.B	30.A
31.A	32.D	33.D	34.B	35.C	36.C	37.C	38.A	39.B	40.A
41.B	42.D	43.D	44.D	45.C	46.A	47.B	48.B	49.A	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 x < 2$ là

- A.** $(-\infty; 9)$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $(9; +\infty)$. **D.** $(0; 9)$.

Lời giải

Chọn A

$$\log_3 x < 2 \Leftrightarrow x < 3^2 = 9.$$

Câu 2: Đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 - 2x - 2$ cắt trục tung tại điểm nào sau đây?

- A.** $M(0; -1)$. **B.** $N(-1; 0)$. **C.** $P(-2; 0)$. **D.** $Q(0; -2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $x = 0 \Rightarrow y = -2$. Vậy, đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 - 2x - 2$ cắt trục tung tại điểm $Q(0; -2)$.

Câu 3: Phần ảo của số phức $z = 3 - 4i$ bằng

- A.** -4 . **B.** $-4i$. **C.** 3 . **D.** 4 .

Lời giải

Chọn A

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, vector $\vec{n} = (1; -1; -3)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng nào sau đây?

- A.** $x + y - 3z - 3 = 0$. **B.** $x - 3z - 3 = 0$.
C. $x - y - 3z - 3 = 0$. **D.** $x - y + 3z - 3 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Câu 5: Với mọi số thực a dương, $\log_2 \frac{a^2}{4}$ bằng

- A.** $2(\log_2 a - 1)$. **B.** $\log_2 a - 1$. **C.** $\log_2 a - 2$. **D.** $2\log_2 a - 1$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \log_2 \frac{a^2}{4} = \log_2 a^2 - \log_2 4 = 2\log_2 a - 2 = 2(\log_2 a - 1).$$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (1; 1; 0)$ và $\vec{v} = (2; 0; -1)$. Tính độ dài $|\vec{u} + 2\vec{v}|$.

- A.** $\sqrt{30}$. **B.** 2 . **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{22}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{u} + 2\vec{v} = (5; 1; -2)$.

Vậy $|\vec{u} + 2\vec{v}| = \sqrt{5^2 + 1^2 + (-2)^2} = \sqrt{30}$.

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y = (x+2)^{\frac{3}{4}}$ là

A. $\mathbb{R}$.

B. $(-2; +\infty)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $[-2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x+2 > 0 \Leftrightarrow x > -2$.

Tập xác định của hàm số $y = (x+2)^{\frac{3}{4}}$ là $D = (-2; +\infty)$.

Câu 8: Đường thẳng $x = 2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số nào sau đây?

A. $y = \frac{-2x+3}{-x+1}$.

B. $y = \frac{x-2}{x+2}$.

C. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

D. $y = \frac{x}{x-2}$.

Lời giải

Chọn D

Xét phương án **A**: Do $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-2x+3}{-x+1} = -\infty$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$.

Xét phương án **B**: Do $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x-2}{x+2} = -\infty$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = -2$.

Xét phương án **C**: Do $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x+1}{x+1} = -\infty$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = -1$.

Xét phương án **D**: Do $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x}{x-2} = +\infty$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 2$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-2}{-3}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. Điểm $N(1; -3; 2)$.

B. Điểm $Q(1; -3; -2)$.

C. Điểm $P(1; 3; 2)$.

D. Điểm $M(-1; 3; 2)$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng Δ đi qua điểm $N(1; -3; 2)$.

Câu 10: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x - 6x^2$ là

A. $\cos x - 12x + C$.

B. $-\sin x - 2x^3 + C$.

C. $-\cos x - 2x^3 + C$.

D. $\sin x - 12x + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int f(x) dx = \int (\sin x - 6x^2) dx = -\cos x - 2x^3 + C$.

Câu 11: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 5$ và chiều cao $h = 6$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 180.

B. 30.

C. 10.

D. 15.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối lăng trụ đã cho là $V = B.h = 5.6 = 30$.

Câu 12: Phương trình $\log(4x+1) = \log(2x+5)$ có nghiệm là

A. $x = 1$.

B. $x = 3$.

C. $x = 2$.

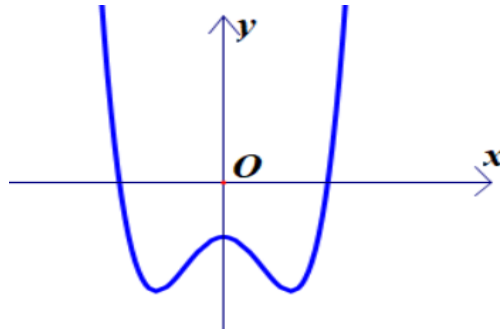
D. $x = -1$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \log(4x+1) = \log(2x+5) \Leftrightarrow \begin{cases} 4x+1 > 0 \\ 4x+1 = 2x+5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{4} \\ 2x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{4} \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2.$$

Câu 13: Hàm số nào dưới đây có đồ thị là đường cong như hình vẽ sau?



A. $y = x^3 - 2x^2 - 1$.

B. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

C. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

D. $y = -x^2 + 2x - 1$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số ta **Chọn B**

Câu 14: Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$			-2		-2		-3		

Giá trị cực tiểu y_{ct} của hàm số đã cho là

A. $y_{ct} = -1$.

B. $y_{ct} = 0$.

C. $y_{ct} = -3$.

D. $y_{ct} = -2$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta suy ra $y_{ct} = -3$.

Câu 15: Diện tích S của mặt cầu bán kính r được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = 2\pi r^2$.

B. $S = \pi r^2$.

C. $S = \frac{4}{3}\pi r^2$.

D. $S = 4\pi r^2$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích mặt cầu cần tìm là $S = 4\pi r^2$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-6)^2 + z^2 = 4$. Tâm mặt cầu (S) có tọa độ là

- A. $(2; -6; 0)$. B. $(-2; 6; 0)$. C. $(1; -3; 0)$. D. $(-1; 3; 0)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm là $I(-2; 6; 0)$.

Câu 17: Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 3$, $\int_1^3 f(x) dx = -2$ thì $\int_0^3 f(x) dx$ bằng

- A. -6 . B. -5 . C. 5 . D. 1 .

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_0^3 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx = 3 - 2 = 1$.

Câu 18: Cho hai số phức $z_1 = 2 - 3i$, $z_2 = 4 + i$. Số phức $z = z_1 - z_2$ bằng

- A. $-2 - 4i$. B. $2 - 2i$. C. $6 + 2i$. D. $2 - 4i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z = z_1 - z_2 = 2 - 3i - 4 - i = -2 - 4i$.

Câu 19: Với n là số nguyên dương bất kì, $n \geq 3$ công thức nào sau đây đúng?

- A. $A_n^3 = \frac{(n-3)!}{n!}$. B. $A_n^3 = \frac{n!}{3!(n-3)!}$. C. $A_n^3 = \frac{n!}{(n-3)!}$. D. $A_n^3 = \frac{3!(n-3)!}{n!}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 20: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 3 + 2i$ có tọa độ là

- A. $(-3; 2)$. B. $(3; 2)$. C. $(2; 3)$. D. $(2; -3)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 21: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	0	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(-\infty; 2)$.

B. $(-1; 3)$.

C. $(-1; +\infty)$.

D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Từ BBT suy ra hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.

Câu 22: Trong không gian, cho tam giác ABC đều cạnh $2a$. Gọi M là trung điểm của BC . Khi quay tam giác ABC quanh trục AM thì đường gấp khúc ABC tạo thành một hình nón. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.

A. $S_{xq} = 2\pi a^2$.

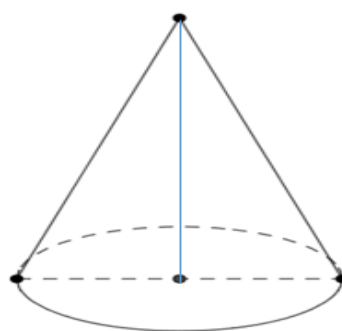
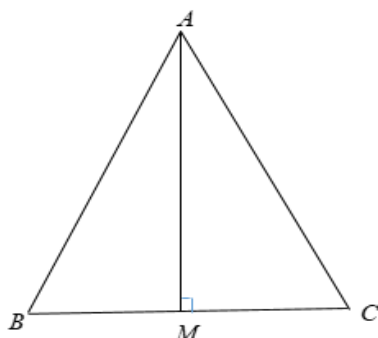
B. $S_{xq} = 6\pi a^2$.

C. $S_{xq} = 4\pi a^2$.

D. $S_{xq} = 8\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A



Hình nón có độ dài đường sinh $l = AB = 2a$ và bán kính đáy $r = MB = a$.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi r l = 2\pi a^2$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 4 = 0$ và đi qua điểm $M(1; 1; 0)$. Mặt phẳng nào dưới đây tiếp xúc với mặt cầu (S) tại M ?

A. $2x + 3y + z - 5 = 0$.

B. $2x + 3y + z + 5 = 0$.

C. $3y + z - 3 = 0$.

D. $3y + z - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn C

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 4 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 10.$$

Suy ra mặt cầu (S) tâm $I(1; -2; -1)$, bán kính $R = \sqrt{10}$.

Ta có $\overrightarrow{IM} = (0; 3; 1)$.

Gọi (P) là mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại $M \Rightarrow (P)$ đi qua M và có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{IM} = (0; 3; 1)$.

Vậy phương trình $(P): 0.(x-1) + 3.(y-1) + 1.(z-0) = 0 \Leftrightarrow 3y + z - 3 = 0$.

Câu 24: Nếu $\int_0^1 [f(x) + 2x] dx = 2$ thì $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

$$\int_0^1 [f(x) + 2x] dx = 2 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx + \int_0^1 2x dx = 2 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx + 1 = 2 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx = 1.$$

Câu 25: Trên đoạn $[0; 2]$, hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm nào sau đây?

A. $x = 2$.

B. $x = 1$.

C. $x = 0$.

D. $x = 9$.

Lời giải

Chọn A

$$f'(x) = 4x^3 - 4x; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [0; 2] \\ x = 1 \in [0; 2] \\ x = -1 \notin [0; 2] \end{cases}.$$

$$f(0) = 1; f(1) = 0; f(2) = 9 \Rightarrow \underset{[0;2]}{Max} f(x) = 9 \Leftrightarrow x = 2.$$

Câu 26: Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 25 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn là

A. $\frac{13}{25}$.

B. $\frac{12}{25}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{313}{625}$.

Lời giải

Chọn A

$$n(\Omega) = C_{25}^2.$$

Trong 25 số nguyên dương đầu tiên có 12 số chẵn và 13 số lẻ.

Gọi A là biến cố: “chọn được hai số có tổng là một số chẵn”.

TH1: Chọn được hai số cùng chẵn: có C_{12}^2 cách.

TH2: Chọn được hai số cùng lẻ: có C_{13}^2 cách.

$$\Rightarrow n(A) = C_{12}^2 + C_{13}^2$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{C_{12}^2 + C_{13}^2}{C_{25}^2} = \frac{12}{25}.$$

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 5$. Giá trị của u_4 bằng

A. 12.

B. 17.

C. 22.

D. 250.

Lời giải

Chọn B

$$u_4 = u_1 + 3d = 2 + 3.5 = 17.$$

Câu 28: Thể tích của khối chóp có đáy là tam giác đều cạnh a và chiều cao $4a$ bằng:

A. $\frac{4}{3}a^3$.

B. $4a^3$.

C. $a^3\sqrt{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Đáy là tam giác đều cạnh } a \text{ nên có diện tích: } S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot 4a = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}.$$

Câu 29: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$. Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng

A. $\sqrt{2}a$.

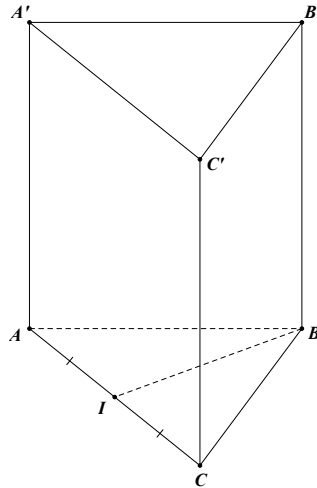
B. $\sqrt{3}a$.

C. $2\sqrt{2}a$.

D. $2a$.

Lời giải

Chọn B



Gọi I là trung điểm AC .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} BI \perp AC \\ BI \perp AA' \text{ (do } AA' \perp (ABC), BI \subset (ABC)) \\ (ACC'A') : AC \cap AA' = A \end{cases}$$

$$\Rightarrow BI \perp (ACC'A')$$

$$\Rightarrow d(B; (ACC'A')) = BI = \frac{2a \cdot \sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}a.$$

Câu 30: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x+3}$ là

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} e^{2x+3} + C$.

B. $\int f(x) dx = 2e^{2x+3} + C$.

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} e^{2x+3} + C$.

D. $\int f(x) dx = e^{2x+3} + C$.

Lời giải

Chọn A

$$\int f(x) dx = \int e^{2x+3} dx = \frac{1}{2} e^{2x+3} + C.$$

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4; -3; 2)$. Hình chiếu vuông góc của A lên các trục tọa độ Ox , Oy , Oz theo thứ tự là M , N , P . Phương trình mặt phẳng (MNP) là

A. $3x - 4y + 6z - 12 = 0$.

B. $\frac{x}{4} - \frac{y}{3} + \frac{z}{2} + 1 = 0$.

C. $2x - 3y + 4z - 1 = 0$.

D. $4x - 3y + 2z - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn A

(MNP) qua $M(4;0;0)$, $N(0;-3;0)$ và $P(0;0;2)$

$$\Rightarrow (MNP): \frac{x}{4} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{2} = 1 \Leftrightarrow (MNP): 3x - 4y + 6z - 12 = 0.$$

Câu 32: Cho số phức z thỏa mãn $(1-3i)z + 1 + 7i = 0$. Tổng phần thực và phần ảo của z bằng

A. -6 .

B. 3 .

C. -3 .

D. 1 .

Lời giải

Chọn D

$$(1-3i)z + 1 + 7i = 0 \Leftrightarrow z = \frac{-1-7i}{1-3i} \Leftrightarrow z = 2-i.$$

Vậy tổng phần thực và phần ảo của z là $2 + (-1) = 1$.

Câu 33: Đạo hàm của hàm số $y = \ln(x^2 - 2x + 1)$ bằng

A. $y' = 2x - 2$.

B. $y' = \frac{1}{x^2 - 2x + 1}$.

C. $y' = \frac{1}{x-1}$.

D. $y' = \frac{2}{x-1}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } y' = \frac{(x^2 - 2x + 1)'}{x^2 - 2x + 1} = \frac{2x - 2}{x^2 - 2x + 1} = \frac{2(x-1)}{(x-1)^2} = \frac{2}{x-1}.$$

Câu 34: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = -x^3 + x + 1$.

B. $y = x^3 + x + 1$.

C. $y = \frac{x-3}{x+2}$.

D. $y = x^4 + x^2$.

Lời giải

Chọn B

Xét phương án B, vì $y' = (x^3 + x + 1)' = 3x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 35: Cho $\log_2 3 = a$. Tính $P = \log_8 6$ theo a .

A. $P = 2 + a$.

B. $P = 1 + a$.

C. $P = \frac{1}{3}(1+a)$.

D. $P = 3(1+a)$.

Lời giải

Chọn C

$$P = \log_8 6 = \log_{2^3} 3.2 = \frac{1}{3}(\log_2 3 + 1) = \frac{1}{3}(a+1).$$

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{6}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng

A. 90° .

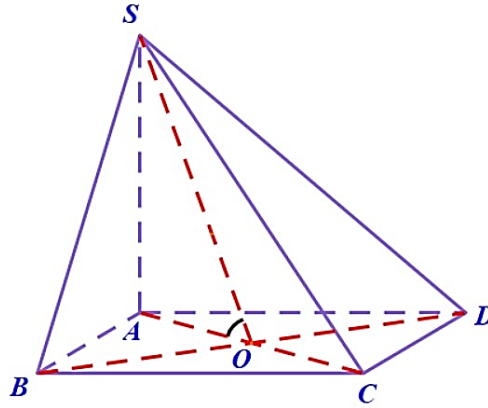
B. 45° .

C. 60° .

D. 30° .

Lời giải

Chọn C



Ta có $(SBD) \cap (ABCD) = BD$.

$$\text{Mà } \begin{cases} BD \perp SA \\ BD \perp AO \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAO).$$

Khi đó $\widehat{((SBD), (ABCD))} = \widehat{SOA}$.

$$\text{Ta có } \tan \widehat{SOA} = \frac{SA}{AO} = \frac{a\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{2}}{2}2a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SOA} = 60^\circ.$$

Câu 37: Tính tích phân $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2-1} dx$ bằng cách đặt $u = x^2 - 1$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $I = \frac{1}{2} \int_1^2 \sqrt{u} du$. **B.** $I = 2 \int_0^3 \sqrt{u} du$. **C.** $I = \int_0^3 \sqrt{u} du$. **D.** $I = \int_1^2 \sqrt{u} du$.

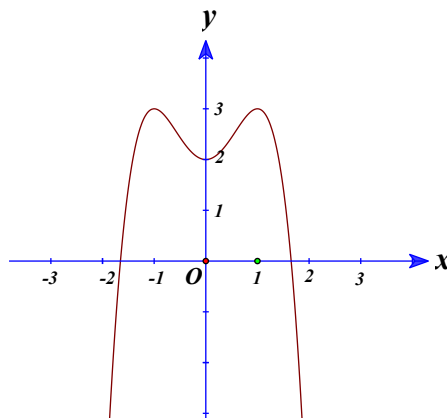
Lời giải

Chọn C

Đặt $u = x^2 - 1 \Rightarrow du = 2x dx$.

Đổi cận: $\begin{bmatrix} x & 1 & 2 \\ u & 0 & 3 \end{bmatrix}$. Vậy $I = \int_0^3 \sqrt{u} du$.

Câu 38: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là



A. 2.

B. -1.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên của x thỏa mãn $(2^{x^2} - 4^x)[\log_3(x+25) - 3] \leq 0$?

A. 24.

B. 26.

C. 25.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } (2^{x^2} - 4^x)[\log_3(x+25) - 3] \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} 2^{x^2} - 4^x \geq 0 \\ \log_3(x+25) - 3 \leq 0 \end{cases} & (I) \\ \begin{cases} 2^{x^2} - 4^x \leq 0 \\ \log_3(x+25) - 3 \geq 0 \end{cases} & (II) \end{cases}.$$

Giải hệ (I)

$$\begin{cases} 2^{x^2} - 4^x \geq 0 \\ \log_3(x+25) - 3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x^2} \geq 2^{2x} \\ x+25 > 0 \\ x+25 \leq 3^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \vee x \geq 2 \\ x > -25 \\ x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -25 < x \leq 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Giải hệ (II)

$$\begin{cases} 2^{x^2} - 4^x \leq 0 \\ \log_3(x+25) - 3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x^2} \leq 2^{2x} \\ x+25 > 0 \\ x+25 \geq 3^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ x > -25 \\ x \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2.$$

Vậy có 26 số nguyên x thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 40: Tìm số giá trị nguyên của tham số thực m để tồn tại các số thực x, y thỏa mãn $e^{x^2+y^2-m} + e^{x+y+xy-m} = x^2 + y^2 + x + y + xy - 2m + 2$.

A. 9.

B. 7.

C. 6.

D. 8.

Lời giải

Chọn A

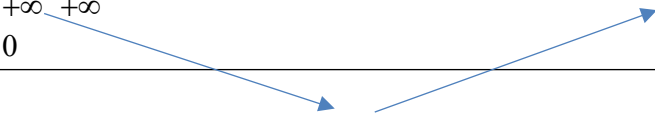
Đặt $\begin{cases} u = x^2 + y^2 - m \\ v = x + y + xy - m \end{cases}$. Khi đó, ta có:

$$\begin{aligned} e^{x^2+y^2-m} + e^{x+y+xy-m} &= x^2 + y^2 + x + y + xy - 2m + 2 \\ \Leftrightarrow e^u + e^v &= u + v + 2 \Leftrightarrow (e^u - u - 1) + (e^v - v - 1) = 0 \quad (1) \end{aligned}$$

Xét hàm số: $f(t) = e^t - t - 1$ có $f'(t) = e^t - 1$. Cho $f'(t) = 0 \Leftrightarrow e^t - 1 = 0 \Leftrightarrow t = 0$.

Bảng biến thiên

t	$-\infty \quad 0 \quad +\infty$
$f'(t)$	$- \quad 0 \quad +$
$f(t)$	$+\infty \quad +\infty$ 0



Từ đây suy ra $f(t) \geq 0, \forall t \in \mathbb{R}$ hay $e^t - t - 1 \geq 0, \forall t \in \mathbb{R}$.

$$\text{Do đó, (1)} \Leftrightarrow \begin{cases} e^u - u - 1 = 0 \\ e^v - v - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow u = v = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = m \\ x + y + xy = m \end{cases}$$

Suy ra

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 = x + y + xy &\Leftrightarrow (x + y)^2 - 2xy = x + y + xy \Leftrightarrow (x + y)^2 = x + y + 3xy \leq (x + y) + \frac{3}{4}(x + y)^2 \\ \Rightarrow \frac{1}{4}(x + y)^2 - (x + y) &\leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x + y \leq 4. \end{aligned}$$

Mà $m = x + y + xy \Rightarrow 0 \leq m \leq 4 + \frac{4^2}{4} = 8$. Vậy có 9 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 41: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z - 3 - 2i| = |z - 1|, |z_1 - z_2| = 2\sqrt{2}$ và số phức w thỏa mãn $|w - 2 - 4i| = 1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z_2 - 2 - 3i| + |z_1 - w|$ bằng:

A. $\sqrt{10}$.

B. $\sqrt{17} - 1$.

C. 4.

D. $\sqrt{26}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$

$$\text{Ta có } |z - 3 - 2i| = |z - 1| \Leftrightarrow |(x - 3) + (y - 2)i| = |(x - 1) + yi| \Leftrightarrow x + y - 3 = 0$$

$\Rightarrow$ tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $\Delta: x + y - 3 = 0$.

$$\text{Gọi } A(a; 3 - a), B(b; 3 - b) \in \Delta, \text{ với } b > a \text{ thì } |z_1 - z_2| = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow AB = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow b - a = 2$$

$$\text{Suy ra } A(a; 3 - a), B(a + 2; 1 - a)$$

Mặt khác $|w - 2 - 4i| = 1 \Rightarrow$ tập hợp điểm M biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I(2; 4)$, bán kính $R = 1$.

$$\text{Khi đó } P = |z_2 - 2 - 3i| + |z_1 - w| = BJ + AM, \text{ với } J(2; 3)$$

$$\Leftrightarrow P = BJ + AM \geq BJ + AI - R = \sqrt{a^2 + (a + 2)^2} + \sqrt{(a - 2)^2 + (a + 1)^2} - 1$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = \sqrt{2a^2 + 4a + 4} + \sqrt{2a^2 - 2a + 5} - 1$$

Ta có $f'(x) = \frac{2a+2}{\sqrt{2a^2+4a+4}} + \frac{2a-1}{\sqrt{2a^2-2a+5}}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow a = -\frac{2}{5}$

Bảng biến thiên

a	$-\infty$	$-\frac{2}{5}$	$+\infty$
$f'(a)$		$- \quad 0 \quad +$	
$f(a)$	$+\infty$	$\searrow \quad \swarrow$	$+\infty$
		$\sqrt{17}-1$	

Suy ra $\min_{\mathbb{R}} f(a) = f\left(-\frac{2}{5}\right) = \sqrt{17}-1$.

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$
		-4		-2		0	

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f[f(|x+1|-2)] = m$ có 10 nghiệm thuộc đoạn $[-3;3]$

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Đặt $u = f(|x+1|-2)$

Với $x > -1$, $f(|x+1|-2) = f(x-1)$; khi đó đồ thị $f(x-1)$ có được bằng cách tịnh tiến đồ thị $f(x)$ sang phải 1 đơn vị và ta có bảng biến thiên của hàm $f(u)$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(u)$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$\nearrow$
	-2		-4		-2		0

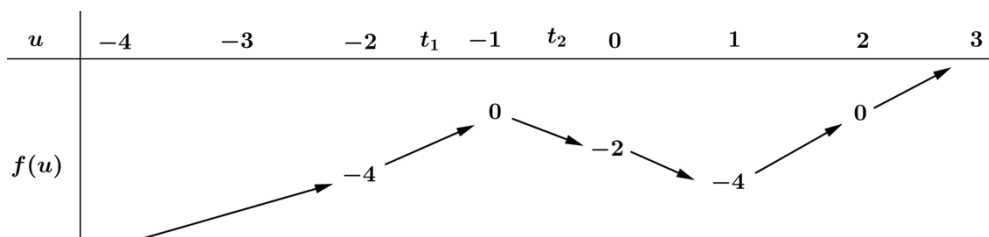
Khi đó dựa vào bảng biến thiên, ta có với $x \in [-3;3]$ thì $u \in [-4;0]$

❖ Với $u = -4$, ta có 2 nghiệm $x \in [-3;3]$

❖ Với $u = 0$, ta có 3 nghiệm $x \in [-3;3]$

❖ Với $u = (-4; -2)$, ta có 4 nghiệm $x \in [-3; 3]$

❖ Với $u = (-2; 0)$, ta có 5 nghiệm $x \in [-3; 3]$



Khi đó phương trình $f[f(|x+1|-2)] = m$ trở thành $f(u) = m$ có 10 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $u \in [-2; 0) \Leftrightarrow -2 < m < 0 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m = -1$.

Vậy có 1 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 43: Có bao nhiêu số nguyên thỏa mãn $(2^{x^2} - 4^x)(\log_3(x+25) - 3) \leq 0$?

A. 24.

B. Vô số.

C. 25.

D. 26.

Lời giải

Chọn D

+) Ta có điều kiện xác định là $x > -25$.

+) Xét $\log_3(x+25) - 3 = 0 \Rightarrow x = 2$ thỏa mãn bất phương trình.

+) Xét $\log_3(x+25) - 3 < 0 \Rightarrow x < 2$

Khi đó bất phương trình:

$$(2^{x^2} - 4^x)(\log_3(x+25) - 3) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 2^{x^2} - 4^x \geq 0 \Leftrightarrow 2^{x^2} \geq 2^{2x}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq 2 \end{cases}$$

Suy ra $x \in (-25; 0]$

+) Xét $\log_3(x+25) - 3 > 0 \Rightarrow x > 2$

Khi đó bất phương trình:

$$(2^{x^2} - 4^x)(\log_3(x+25) - 3) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 2^{x^2} - 4^x \leq 0 \Leftrightarrow 2^{x^2} \leq 2^{2x}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x \leq 0 \Rightarrow x \in [0; 2]$$

(loại)

Vậy các giá trị nguyên thỏa mãn là

$$x \in \{-24, -23, -22, \dots, 0, 2\}.$$

Câu 44: Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 6z + m = 0$ (m là tham số thực). Gọi m_0 là một giá trị nguyên của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 \cdot \overline{z_1} = z_2 \cdot \overline{z_2}$. Trong khoảng $(0; 20)$ có bao nhiêu giá trị nguyên m_0 ?

A. 11.

B. 13.

C. 12.

D. 10.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\Delta' = 9 - m$

- **TH1:** $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 9 - m > 0 \Leftrightarrow m < 9$ (1)

Khi đó phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt $\begin{cases} z = z_1 \\ z = z_2 \end{cases}$

Do đó: $z_1 \cdot \overline{z_1} = z_2 \cdot \overline{z_2} \Leftrightarrow z_1^2 = z_2^2 \Leftrightarrow z_1 = -z_2$ (Do $z_1 \neq z_2$)

$\Rightarrow z_1 + z_2 = 0 \Leftrightarrow 6 = 0$ (Vô lý) $\Rightarrow$ Loại

- **TH2:** $\Delta' < 0 \Leftrightarrow 9 - m < 0 \Leftrightarrow m > 9$ (2)

Khi đó phương trình đã cho có hai nghiệm phức z_1 và z_2 là hai số phức liên hợp của nhau

$$\Rightarrow |z_1| = |z_2|$$

Do đó: $z_1 \cdot \overline{z_1} = z_2 \cdot \overline{z_2} \Leftrightarrow |z_1|^2 = |z_2|^2$ luôn đúng

$\Rightarrow m > 9$ (Thỏa mãn)

Mà $m \in (0; 20)$ và $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{10; 11; \dots; 19\}$

Vậy có 10 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 45: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , cạnh $BC = 2a$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Biết tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi có $\widehat{B'BC}$ nhọn, mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với (ABC) , góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và (ABC) bằng 45° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{6a^3}{\sqrt{7}}$.

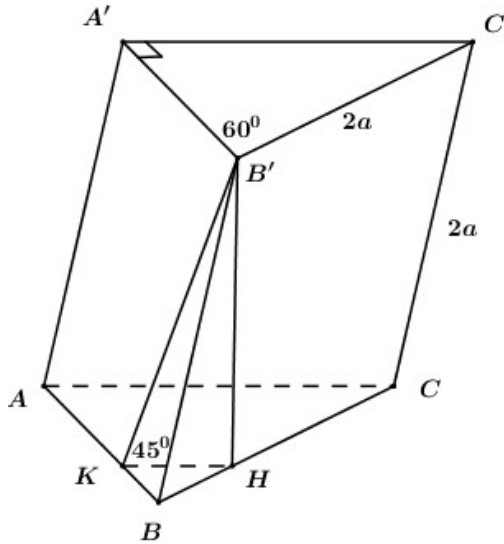
B. $\frac{a^3}{\sqrt{7}}$.

C. $\frac{3a^3}{\sqrt{7}}$.

D. $\frac{a^3}{3\sqrt{7}}$.

Lời giải

Chọn C



Trong mặt phẳng $(BCC'B')$ kẻ $B'H \perp BC$ ta có $H \in BC$ do $\widehat{B'BC}$ nhọn.

Trong (ABC) kẻ $HK \parallel AC \Rightarrow HK \perp AB$ ta có $\begin{cases} AB \perp HK \\ AB \perp B'H \end{cases} \Rightarrow AB \perp (B'HK) \Rightarrow AB \perp B'K$.

Ta có góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và (ABC) bằng $\widehat{B'HK} = 45^\circ$. Suy ra tam giác $B'HK$ vuông cân tại H . Đặt $x = B'H = HK$

Xét tam giác vuông $B'HB$ ta có $BH = \sqrt{BB'^2 - B'H^2} = \sqrt{4a^2 - x^2}$.

Xét tam giác vuông ABC ta có $AC = BC \cdot \sin(60^\circ) = a\sqrt{3}$ và $AB = BC \cdot \cos(60^\circ) = a$.

Áp dụng định lý Talét ta có $\frac{BH}{BC} = \frac{HK}{AC} \Rightarrow \frac{\sqrt{4a^2 - x^2}}{2a} = \frac{x}{a\sqrt{3}}$.

$$\Leftrightarrow 3(4a^2 - x^2) = 4x^2 \Leftrightarrow 12a^2 - 3x^2 = 4x^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{12a^2}{7} \Leftrightarrow x = \frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$$

Mặt khác ta có diện tích tam giác ABC bằng $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} a \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Vậy thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $V = S \cdot B'H = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{3a^3}{\sqrt{7}}$.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(5)=1$ và $\int_0^1 xf(5x)dx=1$. Tính

$$\int_0^5 x^2 f'(x) dx$$

A. -25.

B. $\frac{123}{5}$.

C. 23.

D. 15.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = 5x \Rightarrow dt = 5dx$. Đổi cận $\begin{cases} x=0 \Rightarrow t=0 \\ x=1 \Rightarrow t=5 \end{cases}$.

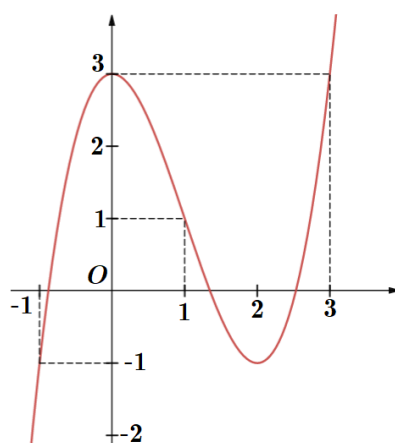
Gọi $I = \int_0^1 xf(5x)dx$. Khi đó $I = \int_0^5 \frac{t}{5} \cdot f(t) \frac{dt}{5} = \frac{1}{25} \int_0^5 t \cdot f(t) dt$.

Theo giả thiết $I = 1$, suy ra $\int_0^5 t \cdot f(t) dt = 25$. Từ đó $\int_0^5 x \cdot f(x) dx = 25$.

Đặt $\begin{cases} u = x^2 \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2x dx \\ v = f(x) \end{cases}$.

Ta có $\int_0^5 x^2 f'(x) dx = [x^2 \cdot f(x)]_0^5 - \int_0^5 2x \cdot f(x) dx = 25 \cdot f(5) - 2 \int_0^5 x \cdot f(x) dx = -25$.

Câu 47: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Số nghiệm thực của phương trình $|f(x^4 - 2x^2)| = 2$ là

A. 7.

B. 8.

C. 10.

D. 9.

Lời giải

Chọn B

$$|f(x^4 - 2x^2)| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x^4 - 2x^2) = -2 \\ f(x^4 - 2x^2) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^4 - 2x^2 = a & (a < -1) \\ x^4 - 2x^2 = b & (-1 < b < 0) \\ x^4 - 2x^2 = c & (0 < c < 1) \\ x^4 - 2x^2 = d & (2 < d < 3) \end{cases} (*)$$

Xét hàm số $g(x) = x^4 - 2x^2 \Rightarrow g'(x) = 4x^3 - 4x$

Ta có $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$.

Bảng biến thiên của $g(x)$:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$								$+\infty$
		$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	

Kết hợp với bảng biến thiên của $g(x)$ ta thấy được (*) có 8 nghiệm thực phân biệt.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, từ điểm $A(1;1;0)$ ta kẻ các tiếp tuyến đến mặt cầu (S) có tâm $I(-1;1;1)$, bán kính $R=1$. Gọi $M(a;b;c)$ là một trong các tiếp điểm ứng với các tiếp tuyến trên. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T=|2a-b+2c|$

A. $\frac{3+\sqrt{41}}{15}$.

B. $\frac{3+2\sqrt{41}}{5}$.

C. $\frac{3+\sqrt{41}}{5}$.

D. $\frac{3+2\sqrt{41}}{15}$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

Do AM là tiếp tuyến của mặt cầu (S) nên $AM \perp IM$ nên tam giác IAM vuông tại M

Nên $MA = \sqrt{IA^2 - R^2} = 2 \Rightarrow M$ thuộc mặt cầu tâm A bán kính là 2.

Khi đó M thuộc đường tròn giao tuyến (C) của mặt cầu tâm I bán kính $R=1$ và mặt cầu tâm A bán kính $R=2$.

$$(C) \subset (P): \begin{cases} (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1 \\ (x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow (C) \subset (P): 2x - z + 2 = 0$$

$$\text{Ta có } IA: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 1 \\ z = t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}), \text{ gọi } E \text{ là tâm đường tròn giao tuyến, khi đó:}$$

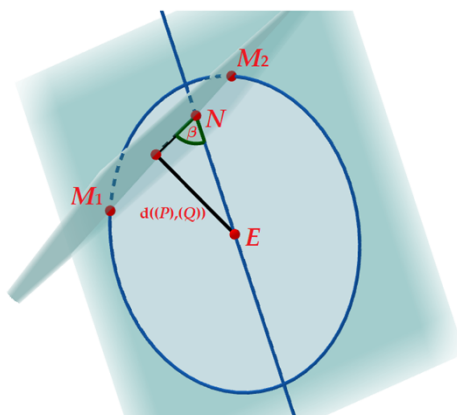
$$E = IA \cap (P) \Rightarrow I\left(-\frac{3}{5}; 1; \frac{4}{5}\right) \Rightarrow r = EM = \frac{MA \cdot MI}{IA} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

Xét mặt phẳng $(Q): 2x - y + 2z - \alpha = 0$

$$\cos \beta = \cos((P), (Q)) = \frac{|2 \cdot 2 + 0 \cdot (-1) + (-1) \cdot 2|}{\sqrt{2^2 + 0^2 + (-1)^2} \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = \frac{2}{3\sqrt{5}} \Rightarrow \sin \beta = \frac{\sqrt{41}}{3\sqrt{5}}$$

Gọi (G) là mặt phẳng qua E và vuông góc với (P) và (Q) , $d = (G) \cap (P)$ và $N = d \cap (Q)$

$$\text{Khi đó } \sin \beta = \frac{d(E, (Q))}{EN} \Leftrightarrow d(E, (Q)) = EN \sin \beta$$



$$\text{Để tồn tại } M \in (C) \cap (P) \Leftrightarrow d(E, (Q)) = EN \sin \beta \leq r \sin \beta$$

$$\Leftrightarrow \frac{\left| 2 \cdot \frac{-3}{5} - 1 + 2 \cdot \frac{4}{5} - \alpha \right|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} \leq \frac{2\sqrt{41}}{15} \Leftrightarrow \left| \frac{3}{5} - \alpha \right| \leq \frac{2\sqrt{41}}{5} \Leftrightarrow \frac{3}{5} - \frac{2\sqrt{41}}{5} \leq \alpha \leq \frac{3}{5} + \frac{2\sqrt{41}}{5}$$

$$\Rightarrow 0 \leq T \leq \frac{3 + 2\sqrt{41}}{5}.$$

Cách 2

Nên $MA = \sqrt{IA^2 - R^2} = 2 \Rightarrow M$ thuộc mặt cầu tâm A bán kính là 2.

Khi đó M thuộc đường tròn giao tuyến (C) của mặt cầu tâm I bán kính $R = 1$ và mặt cầu tâm A bán kính $R = 2$.

$$(C) \subset (P): \begin{cases} (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1 \\ (x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow (C) \subset (P): 2x - z + 2 = 0$$

Ta có $IA: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 1 \\ z = t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$, gọi E là tâm đường tròn giao tuyến, khi đó:

$$E = IA \cap (P) \Rightarrow I\left(\frac{-3}{5}; 1; \frac{4}{5}\right) \Rightarrow r = EM = \frac{MA \cdot MI}{IA} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow M \text{ thuộc mặt cầu tâm } I\left(\frac{-3}{5}; 1; \frac{4}{5}\right) \text{ bán kính } R = \frac{2}{\sqrt{5}} \text{ hay}$$

$$\left(a + \frac{3}{5}\right)^2 + (b-1)^2 + \left(c - \frac{4}{5}\right)^2 = \frac{4}{5}$$

$$\text{Do } M \in (P) \Rightarrow 2a - c + 2 = 0 \Leftrightarrow c = 2a - 2$$

$$\text{Khi đó ta có được } \begin{cases} \left(a + \frac{3}{5}\right)^2 + (b-1)^2 + \left(2a + \frac{6}{5}\right)^2 = \frac{4}{5} \\ T = |6a - b + 4| \end{cases}$$

$$\left(a + \frac{3}{5}\right)^2 + (b-1)^2 + \left(2a + \frac{6}{5}\right)^2 = \frac{4}{5} \Leftrightarrow \left(\sqrt{5}a + \frac{3}{\sqrt{5}}\right)^2 + (b-1)^2 = \frac{4}{5}$$

$$\text{Ta có } 6a - b + 4 = \frac{6}{\sqrt{5}}\left(\sqrt{5}a + \frac{3}{\sqrt{5}}\right) - (b-1) - \frac{3}{5}$$

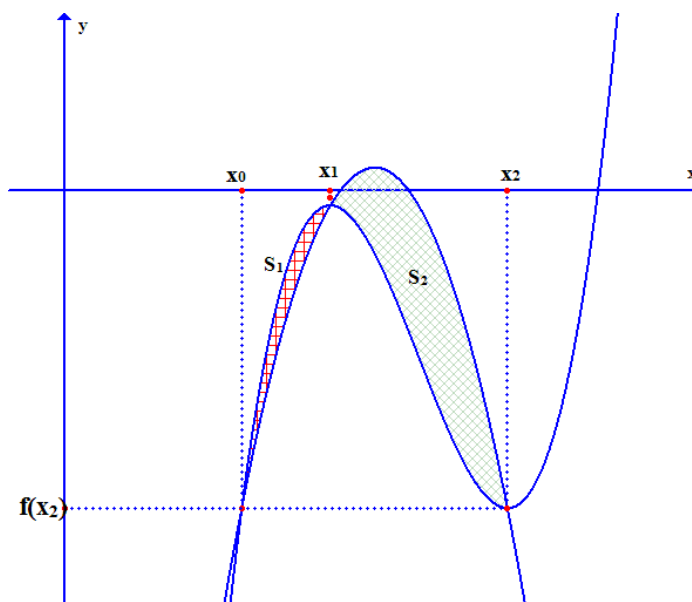
Áp dụng bất đẳng thức bunhiacopski:

$$\left| \frac{6}{\sqrt{5}}\left(\sqrt{5}a + \frac{3}{\sqrt{5}}\right) - (b-1) \right| \leq \sqrt{\left[\left(\sqrt{5}a + \frac{3}{\sqrt{5}}\right)^2 + (b-1)^2\right] \left[\left(\frac{6}{\sqrt{5}}\right)^2 + (-1)^2\right]} + \frac{2\sqrt{41}}{5}$$

$$\frac{-2\sqrt{41}}{5} \leq \frac{6}{\sqrt{5}}\left(\sqrt{5}a + \frac{3}{\sqrt{5}}\right) - (b-1) \leq \frac{2\sqrt{41}}{5}$$

$$\Leftrightarrow \frac{-2\sqrt{41}}{5} - \frac{3}{5} \leq 6a - b + 4 \leq \frac{2\sqrt{41}}{5} - \frac{3}{5} \Rightarrow |6a - b + 4| \leq \frac{3}{5} + \frac{2\sqrt{41}}{5}.$$

Câu 49: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong ở hình bên dưới. Gọi x_1, x_2 lần lượt là hai điểm cực trị thỏa mãn $x_2 = x_1 + 2$ và $f(x_1) - 3f(x_2) = 0$ và đồ thị luôn đi qua điểm $M(x_0; f(x_0))$ trong đó $x_0 = x_1 - 1$; $g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị đi qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và điểm M . Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ (S_1 và S_2 lần lượt là diện tích hai hình phẳng được tạo bởi đồ thị hai hàm số $f(x), g(x)$ như hình vẽ).



A. $\frac{5}{32}$.

B. $\frac{4}{29}$.

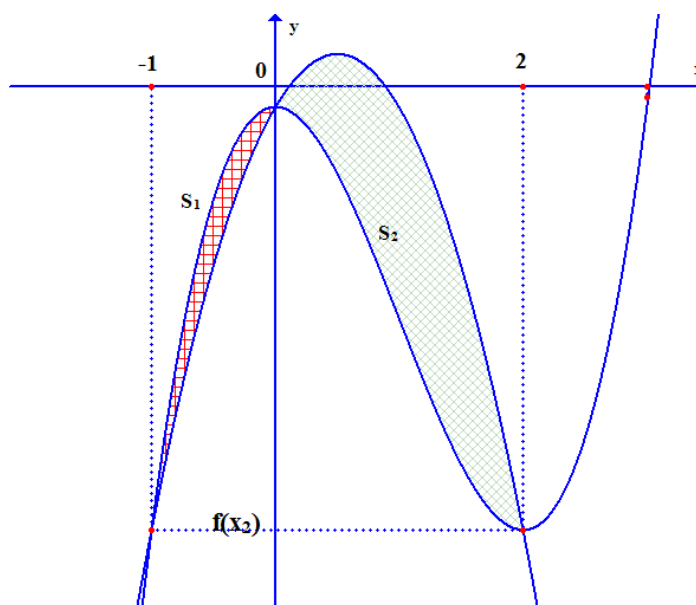
C. $\frac{7}{33}$.

D. $\frac{6}{35}$.

Lời giải

Chọn A

Nhận xét: Diện tích hình phẳng không thay đổi khi ta tịnh tiến đồ thị hàm số sang trái theo trục Ox một đoạn x_1 , ta sẽ được đồ thị mới như sau.



Đặt bán kính của đường tròn đáy của hình nón là $BC = x$, chiều cao của hình nón $SB = y (x > 0, y > 2r)$.

$$\text{Ta có: } S_{SCD} = \frac{1}{2}(SC + SD + CD)r = \frac{1}{2}SB.CD \Leftrightarrow (SC + BC)r = SB.BC$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x^2 + y^2} + x)r = xy \Rightarrow x^2 = \frac{r^2 y}{y - 2r}.$$

$$\text{Thể tích khối nón: } V = \frac{1}{3}\pi x^2 y = \frac{1}{3}\pi r^2 \frac{y^2}{y - 2r}.$$

$$\text{Xét } \frac{y^2}{y - 2r} = \frac{y^2 - 4r^2 + 4r^2}{y - 2r} = y + 2r + \frac{4r^2}{y - 2r} = y - 2r + \frac{4r^2}{y - 2r} + 4r \geq 2\sqrt{y - 2r \frac{4r^2}{y - 2r}} + 4r = 8r$$

$$\Rightarrow \text{Min} V = \frac{8\pi r^3}{3} \text{ khi } y - 2r = \frac{4r^2}{y - 2r} \Leftrightarrow y = 4r \Leftrightarrow \overrightarrow{BS} = 4\overrightarrow{BI} \Rightarrow S(-2; -3; 1).$$

Mặt phẳng (P) đi qua $S(-2; -3; 1)$ và song song với mặt phẳng chứa đường tròn đáy của hình nón nên (P) vuông góc với $AB \Rightarrow \vec{n}_p = \overrightarrow{AB} = (4; 4; 2) = 2(2; 2; 1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $2(x + 2) + 2(y + 3) + z - 1 = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y + z + 9 = 0$.

$$\Rightarrow T = b + c + d = 12.$$