

Thời gian: 180 phút (không kể thời gian phát đề)

ĐỀ:

Bài 1 (2 điểm).

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$.
- 2) Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) biết hệ số góc của tiếp tuyến bằng - 3.

Bài 2 (1 điểm).

- 1) Cho $\tan x = 2$. Chứng minh $\sin^2 x - 2\sin 2x - 3\cos^2 x = -\frac{7}{5}$.
- 2) Giải bất phương trình $\log_9 4 \cdot \log_2 (9^x - 6) > x$

Bài 3 (1 điểm).

- 1) Tính môđun của số phức $w = z + \bar{z}$ biết $\frac{z}{2-3i} = 5 + i$
- 2) Trong một chiếc hộp có chứa 10 quả cầu có kích thước như nhau được đánh số từ 1 đến 10. Lấy ngẫu nhiên ra ba quả cầu trong hộp đó. Tính xác suất để các số ghi trên 3 quả cầu lấy được là độ dài ba cạnh của một tam giác vuông.

Bài 4 (1 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{x+2}{e^{2x}} dx$.

Bài 5 (1 điểm). Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm A(-3;-1;2), đường thẳng d $\begin{cases} x = -3 \\ y = -6 + 5t \\ z = 2 - t \end{cases}$ và mặt phẳng (P) $x + 2y - 2z + 4 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (P). Tìm tọa độ của điểm M thuộc đường thẳng (d) sao cho khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) bằng độ dài đoạn MA.

Bài 6 (1 điểm). Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, tam giác SAC cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, SB hợp với đáy một góc 30° . Gọi M là trung điểm của đoạn BC. Tính thể tích khối chóp S.ABM và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB, AM theo a.

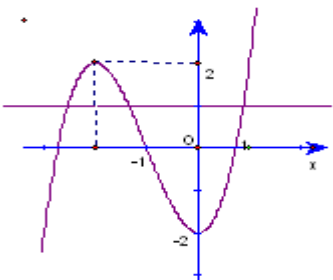
Bài 7 (1 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 2AD$, đỉnh D(-1;1) và điểm M(5;5) nằm trên cạnh AB sao cho $AM = 3MB$. Tìm tọa độ các đỉnh A,B,C của hình chữ nhật, biết đỉnh A có hoành độ âm.

Bài 8 (1 điểm). Giải phương trình $4x^2 + 1 = \sqrt{3x^2 - 2x - 1} + 2x\sqrt{x^2 + 2x + 2}$

Bài 9 (1 điểm). Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $a^4 + b^4 + \frac{1}{ab} \leq ab + 2$ Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $M = \frac{2}{1+a^2} + \frac{2}{1+b^2} - \frac{3}{1+2ab}$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài	BÀI GIẢI	BIỂU ĐIỂM																					
1.1	a) Hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ • TXĐ: $D = \mathbb{R}$ + Các giới hạn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$. • Sự biến thiên: $y' = 3x^2 + 6x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0; (y = -2) \\ x = -2; (y = 2) \end{cases}$ + Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-2</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td></td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>2</td><td></td><td>-2</td><td></td><td>$+\infty$</td><td></td></tr></table> Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$ + Hàm số đạt cực đại tại $x = -2; y_{CD} = 2$, đạt cực tiểu tại $x = 0; y_{CT} = -2$ • Đồ thị: 	x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	y'		$+$	0	$-$	0	$+$		y	$-\infty$	2		-2		$+\infty$		0,25 0,25 0,25
	x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$																		
	y'		$+$	0	$-$	0	$+$																
	y	$-\infty$	2		-2		$+\infty$																
1.2	Ta có $y' = 3x^2 + 6x$. Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm Ta có $3x_0^2 + 6x_0 + 3 = 0 \Leftrightarrow x_0 = -1 (y_0 = 0)$. PTTT: $y = -3x - 3$	0,25 0,25+0,25 0,25																					
2.1	$\tan x = 2 \Rightarrow \sin x = 2 \cos x$ $\cos^2 x = \frac{1}{1 + \tan^2 x} = \frac{1}{5}$ $\sin^2 x - 2 \sin 2x - 3 \cos^2 x = 4 \cos^2 x - 8 \cos^2 x - 3 \cos^2 x = -7 \cos^2 x = \frac{-7}{5}$ (đpcm)	0,25 0,25																					
2.2	ĐK: $9^x > 6$ $\log_9 4 \cdot \log_2 (9^x - 6) > x$ $\Leftrightarrow \log_3 (9^x - 6) > x \Leftrightarrow (3^x)^2 - 3^x - 6 > 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 3^x < -2(VN) \\ 3^x > 3 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1(n)$	0,25 0,25																					
3.1	Ta có $\frac{z}{2-3i} = 5+i \Rightarrow z = (5+i)(2-3i) = 13-13i$ Do đó $z^2 + \bar{z} = 13-325i \Rightarrow z^2 + \bar{z} = 13\sqrt{626}$	0,25 0,25																					
	Không gian mẫu $n(\Omega) = C_{10}^3 = 120$	0,25																					

3.2	Gọi A là biến cố cần tính xác suất Gọi $a \leq b < c$ là ba số ghi trên ba quả cầu chọn được và ba số đó lập thành ba cạnh của tam giác vuông ($c^2 = a^2 + b^2$) Ta có các bộ (a;b;c) là : (3;4;5); (6;8;10). Do đó $n(A) = 2$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2}{120} = \frac{1}{60}$	0,25
4	Đặt $\begin{cases} u = x + 2 \\ dv = e^{-2x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{-e^{-2x}}{2} \end{cases}$ $I = -\frac{1}{2}(x+2)e^{-2x} \Big _0^1 + \frac{1}{2} \int_0^1 e^{-2x} dx = \frac{-3}{2e^2} + 1 - \frac{1}{4}e^{-2x} \Big _0^1 = \frac{1}{4} \left(\frac{-7}{e^2} + 5 \right)$	0,25 0,25+0,25 + 0,25
5	VTCP (d) : $\vec{u} = (0; 5; -1)$; VTPT (P): $\vec{n} = (1; 2; -2)$ VTPT (Q): $[\vec{u}; \vec{n}] = -(8; 1; 5)$ PT (Q): $8(x + 3) + y + 6 + 5(z - 2) = 0 \Leftrightarrow 8x + y + 5z + 20 = 0$ Ta có $M \in d \Rightarrow M(-3; -6 + 5t; 2 - t)$ $d_{(M, (P))} = MA \Leftrightarrow \frac{ (-3) + 2(-6 + 5t) - 2(2 - t) + 4 }{\sqrt{1 + 4 + 4}} = \sqrt{0 + (5t - 5)^2 + t^2}$ $\Leftrightarrow t = 0, t = 1 \Rightarrow M(-3; -6; 2), M(-3; -1; 1)$	0,25 0,25 0,25 0,25
6	Gọi H là trung điểm AC Ta có $SH \perp (ABC)$, $\widehat{SBH} = 30^\circ$ $\Rightarrow SH = \frac{a}{2}, S_{ABM} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{8} \Rightarrow V_{S.ABM} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{48}$ Kẻ Bt//AM $\Rightarrow AM \parallel (SBt) \Rightarrow d_{(AM, SB)} = d_{(AM, (SBt))}$ Gọi I là hình chiếu của H lên Bt, $J = HI \cap AM$ Gọi L là hình chiếu của H lên SI $\frac{d_{(J, (SBt))}}{d_{(H, (SBt))}} = \frac{2}{3} \Rightarrow d_{(J, (SBt))} = \frac{2}{3} d_{(H, (SBt))} = \frac{2}{3} HL$ $HL = \frac{3a}{2\sqrt{13}} \Rightarrow d_{(AM, SB)} = \frac{a\sqrt{13}}{13}$	0,25 0,25 0,25 0,25
7	Đặt $AD = x > 0 \Rightarrow AB = 2x, AM = \frac{3x}{2}$ Ta có $AD^2 + AM^2 = MD^2 \Leftrightarrow x^2 + \frac{9x^2}{4} = 6^2 + 4^2 \Leftrightarrow x^2 = 16 \Leftrightarrow x = 4$ Gọi $A(x; y)$, ta có $\begin{cases} \overline{AD} \cdot \overline{AM} = 0 \\ AD = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)(x-5) + (y-1)(y-5) = 0 \\ (x+1)^2 + (y-1)^2 = 16 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - 4x - 6y = 0 \\ 3x + 2y - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{7-3x}{2} \\ 13x^2 - 22x - 35 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow A(-1; 5)$	0,25 0,25

	Lại có $\overline{AM} = 3\overline{MB}$, suy ra $B(7;5)$. Gọi I là trung điểm BD, suy ra $I(3;3)$ Do I là trung điểm AC nên ta có $C(7;1)$ Vậy $A(-1;5), B(7;5), C(7;1)$.	0,25 0,25
8	ĐK : $\begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq -\frac{1}{3} \end{cases}$ $PT \Leftrightarrow 8x^2 + 2 - 2\sqrt{3x^2 - 2x - 1} - 4x\sqrt{x^2 + 2x + 2} = 0$ $\Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 1 - 2\sqrt{3x^2 - 2x - 1} + 1 + x^2 + 2x + 2 - 4x\sqrt{x^2 + 2x + 2} + 4x^2 = 0$ $\Leftrightarrow (\sqrt{3x^2 - 2x - 1} - 1)^2 + (2x - \sqrt{x^2 + 2x + 2})^2 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{3x^2 - 2x - 1} = 1 \\ 2x = \sqrt{x^2 + 2x + 2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 2x - 1 = 1 \\ x \geq 0 \\ 4x^2 = x^2 + 2x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1 + \sqrt{7}}{3}$	0,25 0,25 + 0,25 0,25
9	Đặt $t = ab \Rightarrow t > 0$ Theo đề cho: $a^4 + b^4 + \frac{1}{ab} \leq ab + 2 \Rightarrow ab + 2 \geq 2a^2b^2 + \frac{1}{ab}$ $\Rightarrow t + 2 \geq 2t^2 + \frac{1}{t} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq t \leq 1$ Với $a > 0, b > 0, ab \leq 1$ ta có : $\frac{1}{1+a^2} + \frac{1}{1+b^2} \leq \frac{2}{1+ab} (*) \Leftrightarrow \frac{(a-b)^2(ab-1)}{(1+a^2)(1+b^2)(1+ab)} \leq 0$ (đúng) Do đó $M \leq \frac{4}{1+ab} - \frac{3}{1+2ab}$ Xét hàm số $g(t) = \frac{4}{1+t} - \frac{3}{1+2t}, \frac{1}{2} \leq t \leq 1 \Rightarrow \max_{\left[\frac{1}{2}, 1\right]} g(t) = g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{7}{6}$ Vậy giá trị lớn nhất của M là $\frac{7}{6}$ khi $a = b = \frac{1}{\sqrt{2}}$	0,25 0,25 0,25 0,25

Nếu học sinh làm cách khác đúng cho điểm tương ứng .