Chuyên đề 3:
DÃY SỐ - CẤP SỐ CỘNG - CẤP SỐ NHÂN

VẤN ĐỀ 1
PHƯƠNG PHÁP QUY NẠP TOÁN HỌC

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

BÀI TOÁN

Chứng minh mệnh đề $P(n)$ đúng với mọi n là số tự nhiên và $n \geq p$. ($p \in N^*$)

Thực hiện 3 bước sau

- **Bước 1**. Chứng minh mệnh đề $P(n)$ đúng với $n = p$.

(Bằng cách thế $n = p$ vào mệnh đề $P(n)$ và thường nhận thấy ngay sự đúng đắn của nó.)

- **Bước 2**. Giả sử mệnh đề $P(n)$ đúng với $n = k$ ($k > p$).

(Nghĩa là thế $n = k$ vào mệnh đề $P(n)$ và giả sử mệnh đề $P(k)$ này là đúng)

- **Bước 3**. Chứng minh mệnh đề $P(n)$ đúng với $n = k+1$.

(Nghĩa là thế $n = k+1$ vào mệnh đề $P(n)$ và dựa vào giả thiết $P(k)$ đúng để chứng minh mệnh đề $P(k+1)$ là đúng)

Khi đó ta kết luận được mệnh đề $P(n)$ đúng với mọi n là số tự nhiên và $n \geq p$.

△Ghi chú

....

....

....

B. BÀI TOÁN MẪU

Chứng minh $\forall n \in Z^+$: $n^3 - n$ chia hết cho 3.

Bài giải

- Nhắc lại: $Z^+ = \{1; 2; 3; 4; ...\}$ là tập hợp các số tự nhiên lớn hơn hay bằng 1 và còn được kí hiệu N^*
- Xét mệnh đề $P(n)$ với nội dung: "$n^3 - n$ chia hết cho 3 đúng với mọi n là số tự nhiên và $n \geq 1$".
- Chứng minh $P(n)$ đúng như sau:

Bước 1. Trước hết, chứng minh mệnh đề $P(n)$ đúng với n = 1.

Thế n = 1 vào biểu thức $n^3 - n$ ta được $n^3 - n = 1^3 - 1 = 0$. Rõ ràng số 0 chia hết cho 3.
Như vậy mệnh đề $P(n)$ đúng với n = 1.

Vấn đề $P(n)$ có đúng với n = 2, n = 3, n = 4, ... không?

Muốn vậy, phải thế từng giá trị n = 2, n = 3, n = 4, ... vào biểu thức $n^3 - n$ và điều này là không tưởng! Cho nên ta làm tiếp bước thứ 2 như sau.

Bước 2. Giả sử mệnh đề $P(n)$ đúng với n = k (k > 1).

Nghĩa là giả sử biểu thức $P(k) = k^3 - k$ chia hết cho 3.

Nói lại cho rõ ở bước này: Thế lần lượt n = 2, n = 3, n = 4,... đến n = k vào biểu thức $n^3 - n$ và giả sử các biểu thức được thế đó đều chia hết cho 3.

Bước 3. Bây giờ chứng minh mệnh đề $P(n)$ cũng đúng với $n = k+1$.

Thế $n = k+1$ vào biểu thức $n^3 - n$ ta được: $P(k+1) = (k+1)^3 - (k+1)$ và dựa vào giả thiết: " $P(k) = k^3 - k$ chia hết cho 3" để chứng minh " $P(k+1)$ cũng chia hết cho 3" .

Ta có: $P(k+1) = (k+1)^3 - (k+1) = (k^3 + 3k^2 + 3k + 1) - (k+1) = k^3 + 3k^2 + 2k.$

Biến đổi biểu thức $P(k+1) = k^3 + 3k^2 + 2k$ sao cho xuất hiện $P(k) = k^3 - k$ bằng cách biến đổi:

$P(k+1) = k^3 + 3k^2 + 2k = (k^3 - k) + 3k^2 + 3k = (k^3 - k) + 3(k^2 + k)$

Theo giả thiết của **bước 2** thì $(k^3 - k)$ chia hết cho 3, đồng thời dễ dàng thấy $3(k^2 + k)$ cũng chia hết cho 3 nên $P(k+1)$ chia hết cho 3.

Như vậy: " Nếu $P(n)$ đúng với n = k thì suy ra $P(n)$ đúng với n = k + 1" (*)

Ở bước 1 ta có $P(n)$ đúng với n = 1 nên từ (*) suy ra $P(n)$ đúng với n = 1 + 1 = 2

Bây giờ ta đã có $P(n)$ đúng với n = 2 và cũng từ (*) suy ra $P(n)$ đúng với n = 2 + 1 = 3

Bây giờ ta đã có $P(n)$ đúng với n = 3 và cũng từ (*) suy ra $P(n)$ đúng với n = 3 + 1 = 4.

....

Với cách lập luận tuần tự như trên ta kết luận được $P(n)$ đúng $\forall n \in Z^+$.

Tên gọi

Ba bước chứng minh trên là tinh thần của "Nguyên lí quy nạp" với tên gọi: **Bước 1** là bước cơ sở, **Bước 2** là giả thiết quy nạp và **Bước 3** là bước quy nạp.

Cách chứng minh trên gọi là cách **chứng minh bằng phương pháp quy nạp**.

C. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Chứng minh: $1 + 2 + 3 + ... + n = \frac{n(n+1)}{2}$ (*) với mọi $n \in \mathbb{N}^*$

Lời giải

....
....
....
....
....
....
....
....
....

Ví dụ 2. Chứng minh $\forall n \in Z^+ : n^3 + 11n$ chia hết cho 6.

Lời giải

....
....
....
....
....
....
....
....
....

Ví dụ 3. Chứng minh $\forall n \in Z^+ : 2^2 + 4^2 + 6^2 + \ ... \ + (2n)^2 = \dfrac{2n(n+1)(2n+1)}{3}$.

Lời giải

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

D. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1. Cho $\forall n \in Z^+$. Chứng minh:

a/. $1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ (*).

b/. $1 + 3 + 5 + ... + (2n-1) = n^2$.

Bài 2. Chứng minh:

a/. $\forall n \in Z^+ :\ n^3 + 3n^2 + 5n$ chia hết cho 3.

b/. $\forall n \in Z^+ :\ 4^n + 15n - 1$ chia hết cho 9.

c/. $\forall n \in Z^+ :\ 13^n - 1$ chia hết cho 6.

VẤN ĐỀ 2
DÃY SỐ

BÀI TOÁN

Cho hàm số $u(n) = n^2 + 1$, với n là số nguyên dương.

Tính các giá trị $u(1),\ u(2),\ u(3),\ u(4),\ u(5), ..., u(n),\ u(n+1),\ u(n+2), ...$ của hàm số đã cho.

Bài giải

- Thế tuần tự $n = 1,\ n = 2,\ n = 3, ...$ vào biểu thức $u(n) = n^2 + 1$ ta có:

$u(1) = 2,\ u(2) = 5,\ u(3) = 10,\ u(4) = 17,\ u(5) = 26$,...,

$u(n) = n^2 + 1,\ u(n+1) = (n+1)^2 + 1,\ u(n+2) = (n+2)^2 + 1, ...$

- Các giá trị cần tính của bài toán theo thứ tự là:

$2;\ 5;\ 10;\ 17;\ 26; ...;\ n^2 + 1;\ (n+1)^2 + 1;\ (n+2)^2 + 1$; ... (*)

TÊN GỌI VÀ KÍ HIỆU

- (*) là hình thức liệt kê liên tiếp các số theo một quy tắc nào đó. (Cụ thể ở đây là quy tắc $u(n) = n^2 + 1$).
- Hàm số $u(n)$ gọi là một dãy số và kí hiệu là (u_n).

Nói cách khác: Dãy số là một hàm số xác định trên tập hợp các số nguyên dương.

- Các giá trị $u(1),\ u(2),\ u(3),\ ...,\ u(n), ...$ được kí hiệu là $u_1,\ u_2,\ u_3,\ ...,\ u_n,\ ...$ và gọi là số hạng thứ 1, thứ 2, thứ 3, ..., thứ n , ... (kể từ trái qua phải). u_n còn gọi là số hạng tổng quát của dãy số (u_n).

Nói cách khác: Các số hạng $u_1,\ u_2,\ u_3,\ ...$ được xác định bằng cách thế $n = 1,\ n = 2,\ n = 3,\ ...$ tuần tự vào số hạng tổng quát u_n.

△ **Lưu ý:** Phân biệt hai khái niệm: Dãy số và số hạng tổng quát của dãy số, trong đó kí hiệu dãy số "có dấu ngoặc" và kí hiệu số hạng tổng quát "không có dấu ngoặc" .
Ví dụ: Các dãy số (u_n), (x_n), (a_n) có số hạng tổng quát lần lượt là u_n, x_n, a_n.

DẠNG 1.
XÁC ĐỊNH SỐ HẠNG CỦA MỘT DÃY SỐ

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Các số hạng $u_1, u_2, u_3, u_4, ...$ của dãy số (u_n) được xác định bằng cách thế $n=1$, $n=2$, $n=3$, $n=4$, ... tuần tự vào số hạng tổng quát u_n.

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cho dãy số (u_n) với số hạng tổng quát $u_n = \dfrac{2n+1}{n+2}$.

1. Tìm 4 số hạng đầu tiên của dãy số (u_n).

2. Số $\dfrac{105}{54}$ là số hạng thứ mấy của dãy số (u_n)?

Lời giải

....

....

....

....

Ví dụ 2. Cho dãy số (a_n) biết $a_0 = 1$ và $a_n = \dfrac{1}{a_{n-1}+2}$. Tính $A = a_3 + a_5$.

Lời giải

....

....

....

....

....

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1. Cho $\forall n \in Z^+$. Chứng minh:

a/. $1+2+3+...+n = \dfrac{n(n+1)}{2}$.

b/. $1+3+5+...+(2n-1) = n^2$.

Bài 2. Cho dãy số (x_n) biết số hạng tổng quát $x_n = \dfrac{2n}{n^2+1}$.

1/. Tính $M = x_1 + x_3 + x_5$.

2/. Số $\dfrac{50}{101}$ là số hạng thứ mấy của dãy đã cho?

Bài 3. Tìm 4 số hạng đầu tiên của các dãy số (u_n) biết số hạng tổng quát:

1/. $u_n = \dfrac{1+n}{\sqrt{n^2+1}}$ 2/. $u_n = \dfrac{2^n-1}{2^n+1}$ 3/. $u_n = (-1)^n\sqrt{4^n}$

4/. $u_n = \dfrac{1+(-1)^n}{n}$ 5/. $u_n = \sin^2\dfrac{n\pi}{4} + \cos\dfrac{2n\pi}{3}$.

Bài 4. Cho dãy số (x_n) biết $x_1 = 3$ và $x_{n+1} = \sqrt{1+x_n^2}$, $\forall n \geq 2$. Tính $M = x_2^2 + x_4^2$.

Bài 5. Cho dãy số (a_n) xác định bởi $a_1 = -1$ và $a_{n+1} = a_n + 3$, $\forall n \geq 2$. Tìm số hạng thứ 3 và 5 của các dãy số (a_n).

Bài 6. Cho dãy số (u_n) biết $u_1 = 1$, $u_2 = -2$ và $u_n = u_{n-1} - 2u_{n-2}$, $\forall n \geq 3$. Tìm x biết x thỏa phương trình $x^2 + (u_3+u_4)x + u_1 - u_2 = 0$.

DẠNG 2

DÃY SỐ TĂNG , DÃY SỐ GIẢM

BÀI TOÁN 1

Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $u_n = 2n + 1$. Liệt kê các số hạng của dãy số (u_n).

Bài giải

Thế tuần tự $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, ... vào số hạng tổng quát $u_n = 2n + 1$ ta được:
$u_1 = 3$, $u_2 = 5$, $u_3 = 7$, $u_4 = 9$, $u_5 = 11$, ...

BÀI TOÁN 2

Cho dãy số (a_n) được xác định bởi $a_n = \dfrac{1}{n}$. Liệt kê các số hạng của dãy số (a_n).

Bài giải

Thế tuần tự $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, ... vào số hạng tổng quát $a_n = \dfrac{1}{n}$ ta được:

$a_1 = 1$, $a_2 = \dfrac{1}{2}$ $a_3 = \dfrac{1}{3}$, $a_4 = \dfrac{1}{4}$, $a_5 = \dfrac{1}{5}$, ...

BÀI TOÁN 3

Cho dãy số (x_n) được xác định bởi $x_n = n^3 - 6n^2$. Liệt kê các số hạng của dãy số (x_n).

Bài giải

Thế tuần tự $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, ... vào số hạng tổng quát $n^3 - 6n^2$ ta được:
$x_1 = -5$, $x_2 = -16$, $x_3 = -27$, $x_4 = -32$, $x_5 = -25$, ...

Nhận xét và Tên gọi

Bài toán 1. Nhận thấy: $u_1 < u_2 < u_3 < u_4 < u_5 < ... < u_k < u_{k+1} < ...$

Ta gọi (u_n) là một dãy số tăng.

Bài toán 2. Nhận thấy: $a_1 > a_2 > a_3 > a_4 > a_5 > ... > a_k > a_{k+1} > ...$

Ta gọi (a_n) là một dãy số giảm.

Bài toán 3. Nhận thấy: $x_3 > x_4 < x_5$

Ta gọi (x_n) là một dãy số không tăng và không giảm.

Định nghĩa.

- Dãy số (u_n) được gọi là **dãy số tăng** nếu $u_n < u_{n+1}$, $\forall n \in N^*$.
- Dãy số (u_n) được gọi là **dãy số giảm** nếu $u_n > u_{n+1}$, $\forall n \in N^*$.
- Dãy số tăng và dãy số giảm gọi chung là dãy số đơn điệu

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Cách 1. Với $n \in N^*$, tính hiệu số: $u_{n+1} - u_n$

- Nếu $u_{n+1} - u_n > 0$ thì (u_n) là dãy số tăng.
- Nếu $u_{n+1} - u_n < 0$ thì (u_n) là dãy số giảm.

Cách 2. Nếu $u_n > 0$, $\forall n \in N^*$ thì tính thương số $\frac{u_{n+1}}{u_n}$

- Nếu $\frac{u_{n+1}}{u_n} > 1$ thì (u_n) là dãy số tăng.
- Nếu $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$ thì (u_n) là dãy số giảm.

Xét tính tăng, giảm hay xét tính đơn điệu của dãy số là xem dãy số đó tăng hay giảm hay không tăng, không giảm.

Chứng minh dãy số (u_n) không tăng, không giảm, ta chỉ cần tính cụ thể 3 số hạng nào đó của dãy số để kết luận. (Xem bài toán 3 ở trên)

△Ghi chú

....

....

....

....

....

....

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Xét tính tăng, giảm của dãy số $\left(u_n\right)$ có số hạng tổng quát là $u_n = \dfrac{n-2}{n+1}$.

Lời giải

....
....
....
....
....
....

Ví dụ 2. Xét tính đơn điệu của dãy số $\left(u_n\right)$, với $u_n = \sqrt{n+2} + 2\sqrt{n}$.

Lời giải

....
....
....
....
....
....

Ví dụ 3. Xét tính tăng, giảm của dãy số $\left(u_n\right)$ có $u_n = \dfrac{n}{3^n}$.

Lời giải

....
....
....
....
....
....

Ví dụ 4. Xét tính tăng, giảm của dãy số $\left(u_n\right)$ với $u_n = \left(-1\right)^n.\left(2^n+1\right)$.

Lời giải

....
....
....
....
....
....

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

Xét tính tăng, giảm của dãy số (u_n) với:

1/. $u_n = \frac{4}{n} - 5$

2/. $u_n = n^3 + 2n$

3/. $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$

4/. $u_n = \frac{n+1}{3^n}$

5/. $u_n = 3n + \sin^2 n$

6/. $u_n = (-1)^n \left(\frac{2^n + 3}{n+1} \right)$

7/ $u_n = \frac{n}{5^n}$

8/ $\begin{cases} u_n = 1 \\ u_n = 2u_{n-1} + 1 \end{cases} (n \geq 2)$

9) $\begin{cases} u_n = 3 \\ u_n = 4u_{n-1} - 1 \end{cases} (n \geq 2)$

10) $u_n = \frac{3n-1}{3n+7}$

11) $u_n = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \ldots + \frac{1}{n.(n+1)}$

12) $u_n = \frac{1^2 + 3^2 + 5^2 + \ldots + (2n-1)^2}{2^2 + 4^2 + 6^2 + \ldots + (2n)^2}$

DẠNG 2
DÃY SỐ BỊ CHẶN

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Cho dãy số (u_n)

- Nếu tồn tại một số thực M sao cho $u_n \le M$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ thì (u_n) gọi là dãy số ***bị chặn trên***.

- Nếu tồn tại một số thực m sao cho $u_n \ge m$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ thì (u_n) gọi là dãy số ***bị chặn dưới***.

- Nếu tồn tại hai số thực m và M sao cho $m \le u_n \le M$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ thì (u_n) gọi là dãy số ***bị chặn.***

- *Xét tính bị chặn* của một dãy số là xem dãy số đó có chặn trên, hay chặn dưới, hay bị chặn không?

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Xét tính bị chặn của dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{3}{n+1}$.

Lời giải

....
....
....
....
....
....

Ví dụ 2. Xét tính bị chặn của dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{2n+6}{n+1}$.

Lời giải

....
....
....
....
....
....

Ví dụ 3. Xét tính bị chặn của dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{1}{n^2+1} + \sin n$.

Lời giải

....
....
....
....
....
....

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

Xét tính bị chặn của dãy số (u_n) với:

1/. $u_n = \frac{4}{n} - 5$ 2/. $u_n = \frac{n+4}{n+2}$ 3/. $u_n = \frac{5}{n^2+1} + \frac{n+2}{n+1} + \cos n$

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Nội dung	Lời giải
Câu 1: Cho $S_n = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + ... + \frac{1}{n(n+1)}, \forall n = 1,2,3...$ Kết quả nào sau đây đúng? **A.** $S_n = \frac{n-1}{n}$. **B.** $S_n = \frac{n}{n+1}$. **C.** $S_n = \frac{n+1}{n+2}$. **D.** $S_n = \frac{n+2}{n+3}$.	
Câu 2: Cho $S_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + ... + \frac{1}{(2n-1).(2n+1)}, \forall n = 1,2,3...$ Kết quả nào sau đây đúng? **A.** $S_n = \frac{n-1}{2n-1}$. **B.** $S_n = \frac{n}{2n+1}$. **C.** $S_n = \frac{n+1}{2n+3}$. **D.** $S_n = \frac{n+2}{2n+5}$.	
Câu 3: Cho $S = 1.1! + 2.2! + 3.3! ... + 2007.2007!$. Kết quả nào sau đây đúng? **A.** $S = 2.2007!$. **B.** $S = 2008! - 1$. **C.** $S = 2008!$. **D.** $S = 2008! + 1$.	
Câu 4: Cho dãy số (u_n), với $u_1 = 6, u_n = u_{n-1} + 5$. Khi đó, u_n bằng **A.** $5n+1$. **B.** $5(n+1)$. **C.** $5^n + 1$. **D.** 5^{n+1}.	
Câu 5: Cho dãy số (u_n), với $u_n = 5^{n+1}$. Khi đó, u_{n-1} bằng **A.** 5^{n-1}. **B.** 5^n. **C.** 5.5^{n+1}. **D.** $\frac{5^{n+1}}{5}$.	

Câu 6: Cho dãy số (u_n), với $u_n=\left(\dfrac{n-1}{n+1}\right)^{2n+3}$, $\forall n=1,2,3\ldots$ Khi đó, u_{n+1} bằng **A.** $\left(\dfrac{n-1}{n+1}\right)^{2(n+1)+3}$. **B.** $\left(\dfrac{n-1}{n+1}\right)^{2(n-1)+3}$. **C.** $\left(\dfrac{n}{n+2}\right)^{2n+3}$. **D.** $\left(\dfrac{n}{n+2}\right)^{2n+5}$.	
Câu 7: Cho dãy số (u_n), với $u_n=\dfrac{2n-1}{2n+5}, \forall n=1,2,3\ldots$ Khi đó (u_n) là dãy số **A.** tăng. **B.** giảm. **C.** không tăng. **D.** không giảm.	
Câu 8: Cho dãy số (u_n), với $u_n=\dfrac{3n-1}{3n+7}, \forall n=1,2,3\ldots$ Khi đó (u_n) là dãy số **A.** bị chặn trên và không bị chặn dưới. **B.** bị chặn dưới và không bị chặn trên. **C.** bị chặn trên và bị chặn dưới. **D.** không bị chặn trên và không bị chặn dưới.	
Câu 9: Cho dãy số (u_n), với $u_n=(-1)^n$. Khi đó (u_n) là dãy số **A.** tăng. **B.** giảm. **C.** bị chặn trên và bị chặn dưới. **D.** không bị chặn trên và không bị chặn dưới.	
Câu 10: Cho dãy số (u_n), với $u_n=(-1)^n.5^{2n+5}$. Khi đó (u_n) là dãy số **A.** bị chặn trên và không bị chặn dưới. **B.** bị chặn dưới và không bị chặn trên. **C.** bị chặn trên và bị chặn dưới. **D.** không bị chặn trên và không bị chặn dưới.	
Câu 11: Cho dãy số (u_n), với $u_n=\left(\dfrac{1}{5}\right)^{2n+3}$. Khi đó (u_n) là dãy số **A.** tăng. **B.** giảm. **C.** bị chặn trên . **D.** bị chặn trên dưới.	

VẤN ĐỀ 3
CẤP SỐ CỘNG

BÀI TOÁN

Liệt kê các số hạng của dãy số (u_n) với $u_n = 2n + 4$.

Bài giải

Ta có: $u_1 = 6,\ u_2 = 8,\ u_3 = 10,\ u_4 = 12,\ u_5 = 14,\ ....\ , u_n = 2n + 4,\ u_{n+1} = 2(n+1) + 4 = 2n + 6$.

Nhận xét và tên gọi

- Nhận thấy: $u_2 = u_1 + 2,\ u_3 = u_2 + 2,\ u_4 = u_3 + 2,\ u_5 = u_4 + 2,\ ...., u_{n+1} = u_n + 2$
- Nghĩa là số **hạng đứng sau** bằng số **hạng đứng ngay trước nó** cộng với **hằng số 2**.
- Ta gọi dãy số (u_n) như trên là một **cấp số cộng**, hằng số 2 gọi là **công sai**.

Định nghĩa.

- Dãy số (u_n) (hữu hạn hoặc vô hạn) gọi là **cấp số cộng** nếu có tính chất $u_{n+1} = u_n + d$, $\forall n \in N^*$ (Với d là hằng số).
- Kí hiệu: $\div$ đặt trước một dãy số để chỉ rằng nó là một cấp số cộng.

Ví dụ: $\div u_1, u_2, u_3, ...\ , u_n$ hay $\div (u_n)$

- Hằng số d gọi là **công sai**.
- Nếu hằng số $d = 0$ thì cấp số cộng là một **dãy số không đổi**.

△Ghi chú

....

....

....

DẠNG 1.
XÉT DÃY SỐ (u_n) CÓ LÀ MỘT CẤP SỐ CỘNG KHÔNG?

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- **Cách 1**. Tính hiệu số $u_{n+1} - u_n$
  - Nếu $u_{n+1} - u_n$ bằng hằng số thì (u_n) là một cấp số cộng.
  - Nếu $u_{n+1} - u_n$ phụ thuộc vào n thì (u_n) không là một cấp số cộng.

- **Cách 2**. Tính tổng số $u_{n+1} + u_{n-1}$.

- Nếu $u_{n+1}+u_{n-1}$ bằng 2un thì (u_n) là một cấp số cộng.
- Nếu $u_{n+1}+u_{n-1}$ không bằng 2un thì (u_n) không là một cấp số cộng.

Cách 3. Cách khác tốt hơn để chứng minh (u_n) không là một cấp số cộng.

Tính cụ thể 3 số hạng liên tiếp, ví dụ tính u_1, u_2, u_3.
- Nếu $u_2-u_1 \neq u_3-u_2$ thì (u_n) không là một cấp số cộng.
- Nếu $u_1+u_3 \neq 2u_2$ thì (u_n) không là một cấp số cộng.

△**Chú ý**.
- Ba số a, b, c là một cấp số cộng khi và chỉ khi $a+c=2b$.
- (u_n) là một cấp số cộng khi và chỉ khi $u_{n-1}+u_{n+1}=2u_n, \forall n \geq 2$.

△**Ghi chú**

....
....
....

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Trong các dãy số (u_n) dãy nào là cấp số cộng?

1/. $u_n=\dfrac{n}{2}-1$ 2/. $u_n=(-1)^n+3n$

Lời giải

....
....
....
....
....
....
....
....
....

Ví dụ 2. Trong các dãy số (u_n) dãy nào là cấp số cộng?

1/. $u_n=\dfrac{7-3n}{2}$ 2/. $u_n=\dfrac{n-1}{2n+1}$

Lời giải

....

....
....
....
....
....
....
....
....

Ví dụ 3. Tìm x để 3 số $u_1 = 10 - x,\ u_2 = 2x^2 + 3,\ u_3 = 5 - 4x$ là một cấp số cộng.

Lời giải

....
....
....
....
....
....

DẠNG 2.
TÌM SỐ HẠNG THỨ *k* VÀ CÔNG SAI *d* CỦA MỘT CẤP SỐ CỘNG

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Tìm số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng (u_n) bằng công thức:

$$\boxed{u_n = u_1 + (n-1)d}$$

- Tìm số hạng thứ k bằng công thức: $\boxed{u_k = u_1 + (k-1)d}$

△Ghi chú

....
....
....

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cho cấp số cộng (u_n) biết $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_1 + u_6 = 17 \end{cases}$.

1/. Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng (u_n).

2/. Tìm số hạng thứ 100 của cấp số cộng (u_n).

Lời giải

....
....
....
....
....
....
....

Ví dụ 2. Tìm số hạng thứ 10 của cấp số cộng (u_n) biết $\begin{cases} u_2 - u_6 + u_4 = -7 \\ u_8 - 2u_7 = 2u_4 \end{cases}$.

Lời giải

....
....
....
....
....
....
....

Ví dụ 3. Tìm một cấp số cộng có 5 số hạng biết tổng số hạng đầu và số hạng thứ 3 là 28 và tổng số hạng thứ 3 và số hạng cuối là 40.

Lời giải

....
....
....
....
....
....
....

Ví dụ 4. Cho một cấp số cộng có 18 số hạng, số hạng cuối là – 11 và công sai là –1. Tìm số hạng đầu.

Lời giải

....
....
....
....
....
....
....

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1 Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng (u_n) biết:

1/. $\begin{cases} u_7 - u_3 = 8 \\ u_2.u_7 = 75 \end{cases}$ 2/. $\begin{cases} u_6 = 8 \\ u_4^2 + u_2^2 = 16 \end{cases}$ 3/. $\begin{cases} u_2.u_5 = 52 \\ u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = 34 \end{cases}$ 4/. $\begin{cases} u_7 + u_{15} = 60 \\ u_4^2 + u_{12}^2 = 1170 \end{cases}$

Bài 2 Cho một cấp số cộng có số hạng đầu là 8, số hạng cuối là – 55 và công sai là – 7. Cấp số cộng này có bao nhiêu số hạng.

Bài 3 Cho một cấp số cộng có số hạng thứ 6 là – 5 và công sai là 3. Số hạng nào có giá trị là 7?

DẠNG 3.

TỔNG n SỐ HẠNG ĐẦU CỦA MỘT CẤP SỐ CỘNG

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Tổng n số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) được cho bởi công thức

$$\boxed{S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{n\left[2u_1 + (n-1)d\right]}{2}}$$

△Ghi chú

....

....

....

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng (u_n) biết $\begin{cases} 5u_1 + 10u_5 = 0 \\ S_4 = 14 \end{cases}$.

Lời giải

....

....

....

....

....

....

....

Ví dụ 2. Chu vi của một đa giác là 158 *cm* , số đo các cạnh của nó lập thành một cấp số cộng với công sai bằng 3 *cm*. Biết cạnh lớn nhất là 44 *cm*, tìm số cạnh của đa giác đó.

Lời giải

....

....

....

....

....

....

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1 Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng (u_n) biết $\begin{cases} S_4 = 18 \\ S_6 = 45 \end{cases}$.

Bài 2 Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng (u_n) biết $S_n = 5n^2 + 3n$.

Bài 3 Cho cấp số cộng (u_n) biết $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_1 + u_6 = 17 \end{cases}$. Tính S_7.

Bài 4 Cho cấp số cộng – 9; – 6; – 3; ... có tổng là 66. Tìm số hạng cuối cùng của cấp số cộng đó.

Bài 5 Tính tổng $S = 100^2 - 99^2 + 98^2 - 97^2 + 96^2 - 95^2 + ... + 2^2 - 1^2$.

Bài 6 Một tam giác có 3 góc lập thành một cấp số cộng. Góc nhỏ nhất là 20^0. Tìm 3 góc của tam giác đó.

Bài 7 Một tứ giác lồi có 4 góc lập thành một cấp số cộng, góc lớn nhất là 126^0. Tìm 4 góc của tứ giác lồi đó.

Bài 8 Một tam giác vuông có 3 góc lập thành một cấp số cộng. Tìm 3 góc của tam giác đó.

Bài 9 Một tam giác có 3 cạnh lập thành một cấp số cộng. Tính 3 cạnh của tam giác đó, biết chu vi của nó bằng 24 cm.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Nội dung	Lời giải
Câu 1: Cho cấp số cộng có các số hạng lần lượt là $-4; 1; 6; x$. Khi đó giá trị của x bằng **A.** 7. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 12.	
Câu 2: Cho cấp số cộng có các số hạng lần lượt là $-7; x; 11; y$. Khi đó giá trị của x và y là **A.** $x = 1; y = 21$. **B.** $x = 2; y = 20$. **C.** $x = 3; y - 19$. **D.** $x = 4; y = 18$.	
Câu 3: Cho cấp số cộng có các số hạng lần lượt là $5; 9; 13; 17; ...$ Khi đó u_n bằng **A.** $5n + 1$. **B.** $5n - 1$. **C.** $4n + 1$. **D.** $4n - 1$.	

Câu 4: Cho cấp số cộng có các số hạng lần lượt là $4;7;10;13;...$ Gọi S_n là tổng của n số hạng đầu tiên của dãy số cộng đó $(n>1)$. Khi đó S_n bằng **A.** $3n+1$. **B.** $\left(\frac{3n}{2}\right).n$. **C.** $\left(\frac{3n+1}{2}\right).n$. **D.** $\left(\frac{3n+2}{2}\right).n$.	
Câu 5: Trong các dãy số được cho dưới đây, dãy số nào là cấp số cộng? **A.** $u_n=7-3n$. **B.** $u_n=7-3^n$. **C.** $u_n=\frac{7}{3n}$. **D.** $u_n=7.3^n$.	
Câu 6: Gọi $S=1-2+3-4+5+...+(2n-1)-2n, \forall n\geq 1, n\in\mathbb{N}$. Khi đó giá trị của S bằng **A.** 0. **B.** -1. **C.** n. **D.** $-n$.	
Câu 7: Một cấp số cộng có 13 số hạng, số hạng đầu là 2 và tổng của 13 số hạng đầu của cấp số cộng đó bằng 260. Khi đó, giá trị của u_{13} bằng **A.** 40. **B.** 38. **C.** 36. **D.** 20.	
Câu 8: Một cấp số cộng có 6 số hạng. Biết rằng tổng của số hạng đầu và số hạng cuối bằng 17; tổng của số hạng thứ hai và số hạng thứ tư bằng 14. Khi đó, công sai của cấp số cộng đã cho có giá trị bằng **A.** 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.	
Câu 9: Một cấp số cộng có 7 số hạng. Biết rằng tổng của số hạng đầu và số hạng cuối bằng 30, còn tổng của số hạng thứ ba và số hạng thứ sáu bằng 35. Khi đó, số hạng thứ bảy của cấp số cộng đó có giá trị bằng **A.** 25. **B.** 30. **C.** 35. **D.** 40.	
Câu 10: Một cấp số cộng có 12 số hạng. Biết rằng tổng của 12 số hạng đó bằng 144 và số hạng thứ mười hai bằng 23. Khi đó, công sai của cấp số cộng đã cho bằng **A.** 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.	

Câu 11: Một cấp số cộng có 15 số hạng. Biết rằng tổng của 15 số hạng đó băng 225, và số hạng thứ mười lăm bằng 29. Khi đó, số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho bằng **A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.	
Câu 12: Một cấp số cộng có 10 số hạng. Biết rằng tổng của 10 số hạng đó bằng 175, và công sai $d=3$. Khi đó, số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho bằng **A.** 0. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 6 .	
Câu 13: Cho một cấp số cộng có 20 số hạng. Đẳng thức nào sau đây là **sai**? **A.** $u_1+u_{20}=u_2+u_{19}$. **B.** $u_1+u_{20}=u_5+u_{16}$. **C.** $u_1+u_{20}=u_8+u_{13}$. **D.** $u_1+u_{20}=u_9+u_{11}$.	
Câu 14: Trong một cấp số cộng có n số hạng $\left(n>k>55\right)$. Đẳng thức nào sau đây là **sai**? **A.** $u_1+u_n=u_2+u_{n-1}$. **B.** $u_1+u_n=u_5+u_{n-4}$. **C.** $u_1+u_n=u_{55}+u_{n-55}$. **D.** $u_1+u_n=u_k+u_{n-k+1}$.	

VẤN ĐỀ 4
CẤP SỐ NHÂN

BÀI TOÁN

Liệt kê các số hạng của dãy số $\left(u_n\right)$ với $u_n=\dfrac{1}{2^n}$.

Bài giải

Ta có: $u_1=\dfrac{1}{2},\ \ u_2=\dfrac{1}{4},\ \ u_3=\dfrac{1}{8},\ \ u_4=\dfrac{1}{16},\ \ u_5=\dfrac{1}{25},\ ...,u_n=\dfrac{1}{2^n},\ u_{n+1}=\dfrac{1}{2^{n+1}}$

Nhận xét và tên gọi

- Nhận thấy: $u_2=\dfrac{1}{2}u_1,\ \ u_3=\dfrac{1}{2}u_2,\ \ u_4=\dfrac{1}{2}u_3,\ \ u_5=\dfrac{1}{2}u_4,\ ...\ ,u_{n+1}=\dfrac{1}{2}u_n$.
- Nghĩa là số **hạng đứng sau** bằng số **hạng đứng ngay trước nó** nhân với **hằng số** $\dfrac{1}{2}$.
- Ta gọi dãy số $\left(u_n\right)$ ở trên là một **cấp số nhân**, hằng số $\dfrac{1}{2}$ gọi là **công bội**.

Định nghĩa.

- Dãy số (u_n) (hữu hạn hoặc vô hạn) gọi là cấp số nhân nếu có tính chất $u_{n+1} = u_n . q$, $\forall n \in N^*$. (Với q là hằng số).
- Kí hiệu: $\div$ đặt trước một dãy số để chỉ rằng nó là một cấp số nhân.

Ví dụ: $\div u_1, u_2, u_3, ... , u_n$ hay $\div (u_n)$.

- Hằng số q gọi là **công bội**.
- Nếu hằng số $q = 0$ hay $q = 1$ thì cấp số nhân là một **dãy số không đổi**.

△Ghi chú

....

....

....

DẠNG 1.
XÉT DÃY SỐ (u_n) CÓ LÀ MỘT CẤP SỐ NHÂN KHÔNG?

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Tính tỉ số $\frac{u_{n+1}}{u_n}$
  - Nếu $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ bằng hằng số thì (u_n) là một cấp số nhân.
  - Nếu $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ phụ thuộc vào n thì (u_n) không là một cấp số nhân.

- **Cách khác để chứng minh (u_n) không là một cấp số nhân.**
  - Tính cụ thể 3 số hạng liên tiếp, ví dụ tính u_1, u_2, u_3.
  - Nếu $u_1 u_3 \neq u_2^2$ thì (u_n) không là một cấp số nhân.

△ **Chú ý.**

- Ba số a, b, c là một cấp số nhân khi và chỉ khi $a.c = b^2$.
- (u_n) là một cấp số nhân khi và chỉ khi $u_{n-1}.u_{n+1} = u_n^2$, $\forall n \geq 2$.

△Ghi chú

....

....

....

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Trong các dãy số (u_n), dãy nào là cấp số nhân?

1/. $u_n = 3^{n-1}$ 2/. $u_n = 3n+5$

Lời giải

....

....

....

....

....

....

....

....

Ví dụ 2. Tìm x để 3 số $u_1 = 2-x,\ u_2 = 2x,\ u_3 = 3+x$ là một cấp số nhân.

Lời giải

....

....

....

....

....

....

Ví dụ 3. Tìm 2 số $a,\ b$ biết $1,\ a,\ b$ là cấp số nhân và $1,\ a+8,\ b$ là cấp số cộng.

Lời giải

....

....

....

....

....

....

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1 Trong các dãy số (u_n), dãy nào là cấp số nhân?

1/. $u_n = 2^{2n+3}$ 2/. $u_n = \dfrac{n-1}{n+1}$

Bài 2 Tìm 2 số x và y biết $x+6y,\ 5x+2y,\ 8x+y$ là cấp số cộng và $x-1,\ y+2,\ x-3y$ là cấp số nhân.

DẠNG 2.

TÌM SỐ HẠNG THỨ k VÀ CÔNG BỘI q CỦA MỘT CẤP SỐ NHÂN

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân (u_n) bằng công thức $\boxed{u_n = u_1.q^{n-1}}$.
- Tìm số hạng thứ k bằng công thức $\boxed{u_k = u_1.q^{k-1}}$.

△Ghi chú

....

....

....

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cho cấp số nhân (u_n) biết $\begin{cases} u_4 - u_2 = 25 \\ u_3 - u_1 = 50 \end{cases}$.

1/. Tìm số hạng đầu và công bội của cấp số nhân (u_n).

2/. Tìm số hạng thứ 8 của cấp số nhân (u_n).

Lời giải

....

....

....

....

....

....

....

....

Ví dụ 2. Tìm số hạng thứ 10 của cấp số nhân (u_n) biết $\begin{cases} u_4 - u_2 = 72 \\ u_5 - u_3 = 144 \end{cases}$.

Lời giải

....

....

....

....

....

....

....

Ví dụ 3. Cho một cấp số nhân có 5 số hạng biết 2 số hạng đầu là số dương, tích số hạng đầu và số hạng thứ 3 là, tích số hạng thứ 3 và số hạng cuối là $\frac{1}{16}$. Tìm cấp số nhân này.

Lời giải

....

....

....

....

....

....

....

....

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1 Tìm số hạng đầu và công bội của cấp số nhân (u_n) biết:

1/. $\begin{cases} u_2 + u_5 - u_4 = 10 \\ u_3 + u_6 - u_5 = 20 \end{cases}$ 2/. $\begin{cases} u_3 + u_5 = 90 \\ u_2 - u_6 = 240 \end{cases}$

Bài 2 Tìm 5 số lập thành một cấp số nhân có công bội bằng $\frac{1}{4}$ số thứ nhất và tổng 2 số đầu là 24.

Bài 3 Tìm 3 số lập thành một cấp số nhân có tổng là 63 và tích là 1728.

DẠNG 3.

TỔNG n SỐ HẠNG ĐẦU CỦA MỘT CẤP SỐ NHÂN

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Tổng n số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) được cho bởi công thức $\boxed{S_n = \frac{1-q^n}{1-q}.u_1}$ $(q \neq 1)$

- $\boxed{Vd:}$ Tính tổng $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + ... + \frac{1}{2^{10}}$

△Ghi chú

....

....

....

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cho một cấp số nhân (u_n) gồm 6 số hạng biết $\begin{cases} u_2 - u_4 + u_5 = 66 \\ u_3 - u_5 + u_6 = -132 \end{cases}$. Tính tổng các số hạng của cấp số nhân này.

Lời giải

....

....

....

....

....

....

....

....

Ví dụ 2. Viết 5 số xen giữa hai số 1 và 729 để được một cấp số nhân có 7 số hạng. Tính tổng các số hạng của cấp số nhân này.

Lời giải

....

....

....

....

....

....

....

....

Ví dụ 3. Một tứ giác lồi có các góc lập thành một cấp số nhân. Tính số đo góc nhỏ nhất của tứ giác đó, biết góc nhỏ nhất bằng $\frac{1}{9}$ góc lớn nhất.

Lời giải

....

....

....

....

....

....

....

....

Ví dụ 4. Bốn góc A, B, C, D theo thứ tự của một tứ giác lồi $ABCD$ lập thành một cấp số nhân, góc C gấp 4 lần góc A. Tìm 4 góc đó.

Lời giải

....
....
....
....
....
....
....
....

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1 Viết 6 số xen giữa hai số –2 và 256 để được một cấp số nhân có 8 số hạng. Tính tổng các số hạng của cấp số nhân này.

Bài 2 Cho một cấp số nhân (u_n) gồm 5 số hạng biết $\begin{cases} u_3 = 3 \\ u_5 = 27 \end{cases}$. Tính tổng các số hạng của cấp số nhân này.

Bài 3 Cho một cấp số nhân (u_n) gồm 7 số hạng biết $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 65 \\ u_1 + u_7 = 325 \end{cases}$. Tính tổng các số hạng của cấp số nhân này.

Bài 4 Cho một cấp số nhân gồm 4 số hạng biết tổng của số hạng đầu và cuối là 27, tích của hai số hạng còn lại là 72. Tính tổng các số hạng của cấp số nhân này.

Bài 5 Bốn góc của một tứ giác lồi lập thành một cấp số nhân, góc lớn nhất gấp 8 lần góc nhỏ nhất. Tìm 4 góc đó.

Bài 6 Tìm một cấp số nhân có 6 số hạng, biết tổng 5 số hạng đầu là 31 và tổng 5 số hạng sau là 62.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Nội dung	Lời giải
Câu 1: Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là $\frac{5}{4}$ Khi đó giá trị của x bằng **A.** 14. **B.** 32. **C.** 64. **D.** 68.	
Câu 2: Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là $x;12;y;192$. Khi đó, giá trị của x và y là **A.** $x=1; y=144$. **B.** $x=2; y=72$. **C.** $x=3; y=48$. **D.** $x=4; y=36$.	

Câu 3: Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là $3;9;27;81;...$ Khi đó u_n bằng **A.** 3^{n-1}. **B.** 3^n. **C.** 3^{n+1}. **D.** $3+3^n$.	
Câu 4: Cho cấp số cộng có các số hạng lần lượt là $1;4;16;64;...$ Gọi S_n là tổng của n số hạng đầu tiên của dãy số cộng đó $(n>1)$. Khi đó, giá trị của S_n bằng **A.** 4^{n-1}. **B.** $\left(\frac{1+4^{n-1}}{2}\right).n$. **C.** $\left(\frac{4^n-1}{4-1}\right)$. **D.** $4.\left(\frac{4^n-1}{4-1}\right)$.	
Câu 5: Trong các dãy số được cho dưới đây, dãy số nào là cấp số nhân? **A.** $u_n=7-3n$. **B.** $u_n=7-3^n$. **C.** $u_n=\frac{7}{3n}$ **D.** $u_n=7.3^n$.	
Câu 6: Cho $S=-2+4-8+16-32+...+(-2)^{n-1}+(-2)^n$, $\forall n\in\mathbb{N}^*$. Khi đó giá trị của S bằng **A.** $2n$. **B.** 2^n. **C.** $\frac{-2(1-2^n)}{1-2}$. **D.** $-2\left(\frac{1-(-2)^n}{1-(-2)}\right)$.	
Câu 7: Một cấp số nhân có 6 số hạng, số hạng đầu là 2 và số hạng thứ sáu bằng 486. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng **A.** 3. **B.** –3. **C.** 2. **D.** –2.	
Câu 8: Một cấp số nhân có 4 số hạng, số hạng đầu là 3 và số hạng thứ tư là 192. Tổng các số hạng của cấp số nhân đó bằng **A.** 390. **B.** 255. **C.** 256. **D.** –256.	
Câu 9: Cho một cấp số nhân có 15 số hạng. Đẳng thức nào sau đây là **sai**? **A.** $u_1.u_{15}=u_2.u_{14}$. **B.** $u_1.u_{15}=u_5.u_{11}$. **C.** $u_1.u_{15}=u_6.u_9$. **D.** $u_1.u_{15}=u_{12}.u_4$.	
Câu 10: Cho một cấp số nhân có n số hạng $(n>k>55)$. Đẳng thức nào sau đây là **sai**? **A.** $u_1.u_n=u_2.u_{n-1}$. **B.** $u_1.u_n=u_5.u_{n-4}$. **C.** $u_1.u_n=u_{55}.u_{n-55}$. **D.** $u_1.u_n=u_k.u_{n-k+1}$.	

Câu 11: Một tam giác có các góc lập thành một cấp số nhân với công bội $q=2$. Khi đó số đo các góc của tam giác ấy tương ứng bằng **A.** $30^0;60^0;90^0$ **B.** $\frac{\pi}{5};\frac{2\pi}{5};\frac{4\pi}{5}$. **C.** $\frac{\pi}{6};\frac{2\pi}{6};\frac{4\pi}{6}$. **D.** $\frac{\pi}{7};\frac{2\pi}{7};\frac{4\pi}{7}$.	
Câu 12: Một tam giác ABC có độ dài ba cạnh là a,b,c lập thành một cấp số cộng (các số hạng được lấy theo thứ tự đó) thì **A.** $\sin A,\sin B,\sin C$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng . **B.** $\cos A,\cos B,\cos C$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng. **C.** $\tan A,\tan B,\tan C$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng. **D.** $\cot A,\cot B,\cot C$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng.	
Câu 13: Một cửa hàng kinh doanh, ban đầu bán mặt hàng A với giá 100 (đơn vị nghìn đồng). Sau đó, cửa hàng tăng giá mặt hàng A lên 10%. Nhưng sau một thời gian, cửa hàng lại tiếp tục tăng giá mặt hàng đó lên 10%. Hỏi giá của mặt hàng A của cửa hàng sau hai lần tăng giá là bao nhiêu? **A.** 120. **B.** 121. **C.** 122. **D.** 200.	
Câu 14: Một người đem 100.000.000 đồng đi gửi tiết kiệm với kì hạn 6 tháng, mỗi tháng lãi suất là $0,7\%$ số tiền người đó có. Hỏi sau khi hết kì hạn người đó được lĩnh về bao nhiêu tiền? **A.** $10^8.(0,07)^5$ (đồng). **B.** $10^8.(0,07)^6$ (đồng). **C.** $10^8.(1,07)^5$ (đồng). **D.** $10^8.(1,07)^6$ (đồng).	
Câu 15: Cho cấp số nhân có 10 số hạng với công bội $q\neq 0$ và $u_1\neq 0$. Đẳng thức nào sau đây là đúng? **A.** $u_7=u_4.q^3$. **B.** $u_7=u_4.q^4$. **C.** $u_7=u_4.q^5$. **D.** $u_7=u_4.q^6$.	
Câu 16: Cho cấp số nhân (u_n) với công bội $q\neq 0$ và $u_1\neq 0$. Với $1<k<m$, đẳng thức nào dưới đây là đúng? **A.** $u_m=u_k.q^k$. **B.** $u_m=u_k.q^m$. **C.** $u_m=u_k.q^{m-k}$. **D.** $u_m=u_k.q^{m+k}$.	
Câu 17: Một cấp số nhân có số hạng thứ hai bằng 4 và số hạng thứ sáu bằng 64, thì số hạng tổng quát của cấp số nhân đó có thể tính theo công thức nào dưới đây? **A.** $u_n=2^{n-1}$. **B.** $u_n=2^n$. **C.** $u_n=2^{n+1}$. **D.** $u_n=2n$.	

Câu 18: Một cấp số nhân có ba số hạng là a,b,c (theo thứ tự đó), trong đó các số hạng đều khác 0 và công bội $q \neq 0$. Khi đó, đẳng thức nào dưới đây là đúng? **A.** $\frac{1}{a^2}=\frac{1}{bc}$. **B.** $\frac{1}{b^2}=\frac{1}{ac}$. **C.** $\frac{1}{c^2}=\frac{1}{ba}$. **D.** $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{2}{c}$.	
Câu 19: Một chiếc đồng hồ đánh chuông, số tiếng chuông được đánh bằng số giờ mà đồng hồ chỉ tại thời điểm đánh chuông. Hỏi một ngày đồng hồ đó đánh bao nhiêu tiếng chuông, nếu nó chỉ đánh chuông vào giờ (mỗi ngày 24 tiếng)? **A.** 78. **B.** 156. **C.** 300. **D.** 48.	
Câu 20: Một tứ giác có các góc tạo thành một cấp số nhân có công bội $q=3$. Khi đó số đo của các góc của tứ diện đó là **A.** $\frac{\pi}{20};\frac{3\pi}{20};\frac{9\pi}{20};\frac{27\pi}{20}$. **B.** $\frac{\pi}{40};\frac{3\pi}{40};\frac{9\pi}{40};\frac{27\pi}{40}$. **C.** $30^0;60^0;90^0;180^0$. **D.** $\frac{\pi}{15};\frac{3\pi}{15};\frac{9\pi}{15};\frac{18\pi}{15}$.	
Câu 21: Cho dãy số (u_n) với $u_n=3^n$. Tính u_{n+1}? **A.** $u_{n+1}=3^n+3$. **B.** $u_{n+1}=3.3^n$. **C.** $u_{n+1}=3^n+1$. **D.** $u_{n+1}=3(n+1)$.	
Câu 22: Cho cấp số cộng (u_n): 2, a, 6, b. Tích ab bằng? **A.** 32. **B.** 40. **C.** 12. **D.** 22.	
Câu 23: Trong các dãy số sau đây dãy số nào là cấp số nhân? **A.** Dãy số $-2,\ 2,\ -2,\ 2,\ \ldots,\ -2,\ 2,\ -2,\ 2,\ \ldots$ **B.** Dãy số (u_n), xác định bởi công thức $u_n=3^n+1$ với $n\in\mathbb{N}^*$. **C.** Dãy số (u_n), xác định bởi hệ: $\begin{cases} u_1=1 \\ u_n=u_{n-1}+2\ (n\in\mathbb{N}^*:n\geq 2) \end{cases}$. **D.** Dãy số các số tự nhiên $1,\ 2,\ 3,\ \ldots$.	
Câu 24: Cho một cấp số cộng có $u_4=2$, $u_2=4$. Hỏi u_1 bằng bao nhiêu? **A.** $u_1=6$. **B.** $u_1=1$. **C.** $u_1=5$. **D.** $u_1=-1$.	

Câu 25: Cho cấp số nhân $x, 12, y, 192$. Tìm x và y. **A.** $x=3, y=48$ hoặc $x=4, y=36$. **B.** $x=-3, y=-48$ hoặc $x=2, y=72$. **C.** $x=3, y=48$ hoặc $x=-3, y=-48$. **D.** $x=3, y=-48$ hoặc $x=-3, y=48$.	
Câu 26: Trong các dãy số được cho dưới đây, dãy số nào là cấp số nhân? **A.** Dãy số (u_n), với $u_n=7-3n$. **B.** Dãy số (v_n), với $v_n=7-3^n$. **C.** Dãy số (w_n), với $w_n=7.3^n$. **D.** Dãy số (t_n), với $t_n=\dfrac{7}{3n}$.	
Câu 27: Trong các dãy số cho bởi công thức truy hồi sau, hãy chọn dãy số là cấp số nhân. **A.** $\begin{cases} u_1=2 \\ u_{n+1}=u_n^2 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} u_1=-1 \\ u_{n+1}=3u_n \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} u_1=-3 \\ u_{n+1}=u_n+1 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} u_1=3 \\ u_{n+1}=2^n.u_n \end{cases}$.	