

LƯ' SĨ PHÁP

Giáo Viên Trường THPT Tuy Phong

HÌNH HỌC 12



CHƯƠNG I KHỐI ĐA DIỆN VÀ THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

0939989966 - 0916620899

LỜI NÓI ĐẦU

Quý đọc giả, quý thầy cô và các em học sinh thân mến!

Nhằm giúp các em học sinh có tài liệu tự học môn Toán, tôi biên soạn cuốn bài tập Hình Học 12.

Nội dung của cuốn tài liệu bám sát chương trình chuẩn và chương trình nâng cao về môn Toán đã được Bộ Giáo dục và Đào tạo quy định.

Bài tập Hình học 12 gồm 2 phần

Phần 1. Phần tự luận

Ở phần này tôi trình bày đầy đủ lí thuyết và bài tập có hướng dẫn giải ở từng bài học. Với mong muốn các em nắm được phương pháp giải bài tập trước khi chuyển sang giải Toán trắc nghiệm.

Phần 2. Phần trắc nghiệm

Ở phần này tôi trình bày tóm tắt các lý thuyết cần nắm, kỹ năng làm bài trắc nghiệm, hướng dẫn sử dụng máy tính cầm tay cần thiết trong quá trình làm bài trắc nghiệm.

Cuốn tài liệu được xây dựng sẽ còn có những khiếm khuyết. Rất mong nhận được sự góp ý, đóng góp của quý đồng nghiệp và các em học sinh để lần sau cuốn bài tập hoàn chỉnh hơn.

Mọi góp ý xin gọi về số 0939 98 99 66 – 0916 620 899

Email: lsp02071980@gmail.com

Chân thành cảm ơn.

Lư Sĩ Pháp

GV_ Trường THPT Tuy Phong

MỤC LỤC

Phần tự luận.....	Trang 1 – 36
Phần trắc nghiệm.....	Trang 37 – 59
Đáp án trắc nghiệm.....	Trang 60 – 61

CHUYÊN ĐỀ

HÌNH HỌC KHÔNG GIAN

I. QUAN HỆ SONG SONG

1. Hai đường thẳng song song

a) Định nghĩa: Hai đường thẳng được gọi là song song nếu chúng đồng phẳng và không có điểm chung.

$$\Leftrightarrow a // b \Leftrightarrow \begin{cases} a, b \subset (\alpha) \\ a \cap b = \emptyset \end{cases}$$

b) Tính chất

Định lí. (về giao tuyến ba mặt phẳng)

Nếu ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song với nhau.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (\alpha) \not\subset (\beta) \not\subset (\gamma) \\ (\alpha) \cap (\beta) = a \\ (\alpha) \cap (\gamma) = b \\ (\beta) \cap (\gamma) = c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a, b, c \text{ đồng quy} \\ a // b // c \end{cases}$$

Hệ quả: Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (\alpha) \not\subset (\beta) \\ (\alpha) \cap (\beta) = d \text{ (nếu có)} \\ a \subset (\alpha), b \subset (\beta) \\ a // b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d // a // b \\ d \equiv a (d \subset a) \end{cases}$$

Định lí. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \not\subset b \\ a // c, b // c \end{cases} \Rightarrow a // b$$

2. Đường thẳng song song với mặt phẳng

a) Định nghĩa: Một đường thẳng và một mặt phẳng gọi là song song với nhau nếu chúng không có điểm chung. $\Leftrightarrow d // (\alpha) \Leftrightarrow d \cap (\alpha) = \emptyset$

b) Các tính chất

Định lí 1. Nếu đường thẳng d không nằm trong mặt phẳng (α) và d song song với đường thẳng d' nằm

$$\text{trong } (\alpha) \text{ thì } d \text{ song song với } (\alpha). \quad \Leftrightarrow \begin{cases} d \not\subset (\alpha) \\ d // d' \\ d' \subset (\alpha) \end{cases} \Rightarrow d // (\alpha)$$

Định lí 2. Cho đường thẳng d song song với mặt phẳng (α) . Nếu mặt phẳng (β) chứa d và cắt (α) theo

$$\text{giao tuyến } d' \text{ thì } d' \text{ song song với } d: \quad \Leftrightarrow \begin{cases} d // (\alpha) \\ (\beta) \supset d \\ (\beta) \cap (\alpha) = d' \end{cases} \Rightarrow d // d'$$

Hệ quả 1. Nếu một đường thẳng song song với một mặt phẳng thì nó song song với một đường thẳng nào đó trong mặt phẳng.

Hệ quả 2. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với đường thẳng đó.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (\alpha) // d \\ (\beta) // d \\ (\alpha) \cap (\beta) = d' \end{cases} \Rightarrow d // d'$$

Định lí 3. Cho hai đường thẳng chéo nhau. Có duy nhất một mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia.

3. Hai mặt phẳng song song

a) **Định nghĩa:** Hai mặt phẳng gọi là song song nếu chúng không có điểm chung.

$$\Leftrightarrow (\alpha) // (\beta) \Leftrightarrow (\alpha) \cap (\beta) = \emptyset$$

b) Các tính chất

Định lí. Nếu mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng cắt nhau a, b và a, b cùng song với mặt phẳng (β) thì

$$(\alpha) \text{ song song với } (\beta). \quad \Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} a \subset (\alpha), b \subset (\alpha) \\ a \cap b = M \\ a // (\beta), b // (\beta) \end{array} \right\} \Rightarrow (\alpha) // (\beta)$$

Hệ quả. Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.

$$\Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} (\alpha) \not\subset (\beta) \\ (\alpha) // (\gamma) \\ (\beta) // (\gamma) \end{array} \right\} \Rightarrow (\alpha) // (\beta)$$

Định lí. Cho hai mặt phẳng song. Nếu một mặt phẳng cắt mặt phẳng này thì cũng cắt mặt phẳng kia và hai

$$\text{giao tuyến song song với nhau.} \quad \Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} (\alpha) // (\beta) \\ (\gamma) \cap (\alpha) = a \\ (\gamma) \cap (\beta) = b \end{array} \right\} \Rightarrow a // b$$

4. Chứng minh quan hệ song song

a) Chứng minh hai đường thẳng song song

Có thể sử dụng 1 trong các cách sau:

- Chứng minh 2 đường thẳng đó đồng phẳng, rồi áp dụng phương pháp chứng minh song song trong hình học phẳng (như tính chất đường trung bình, định lí Talét đảo, ...)
- Chứng minh 2 đường thẳng đó cùng song song với đường thẳng thứ ba.
- Áp dụng các định lí về giao tuyến song song.

b) Chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng

Để chứng minh $d // (\alpha)$, ta chứng minh d không nằm trong (α) và song song với một đường thẳng d' nào đó nằm trong (α) .

c) Chứng minh hai mặt phẳng song song

Chứng minh mặt phẳng này chứa hai đường thẳng cắt nhau lần lượt song song với hai đường thẳng trong mặt phẳng kia.

II. QUAN HỆ VUÔNG GÓC

1. Hai đường thẳng vuông góc

a) **Định nghĩa:** Hai đường thẳng được gọi là vuông góc nếu góc giữa chúng bằng 90°

$$\Leftrightarrow a \perp b \Leftrightarrow \widehat{(a, b)} = 90^\circ$$

b) Tính chất

- Giả sử $\vec{u}$ là VTCP của a , $\vec{v}$ là VTCP của b . Khi đó $a \perp b \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.
- $\left\{ \begin{array}{l} b // c \\ a \perp c \end{array} \right\} \Rightarrow a \perp b$

2. Đường thẳng và mặt phẳng vuông góc

a) **Định nghĩa:** Đường thẳng d được gọi là vuông góc với mặt phẳng (α) nếu d vuông góc với mọi đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α) . $\Leftrightarrow d \perp (\alpha) \Leftrightarrow d \perp a, \forall a \subset (\alpha)$

b) Tính chất

- Điều kiện để đường thẳng vuông góc mặt phẳng: Nếu một đường thẳng vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau cùng thuộc một mặt phẳng thì nó vuông góc với mặt phẳng ấy.

$$\left\{ \begin{array}{l} a, b \subset (\alpha), a \cap b = O \\ d \perp a, d \perp b \end{array} \right\} \Rightarrow d \perp (\alpha)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a // b \\ (\alpha) \perp a \end{array} \right\} \Rightarrow (\alpha) \perp b$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a \neq b \\ a \perp (\alpha), b \perp (\alpha) \end{array} \right\} \Rightarrow a // b$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (\alpha) // (\beta) \\ a \perp (\alpha) \end{array} \right\} \Rightarrow a \perp (\beta)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (\alpha) \not\equiv (\beta) \\ (\alpha) \perp a, (\beta) \perp a \end{array} \right\} \Rightarrow (\alpha) // (\beta)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a // (\alpha) \\ b \perp (\alpha) \end{array} \right\} \Rightarrow b \perp a$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a \not\subset (\alpha) \\ a \perp b, (\alpha) \perp b \end{array} \right\} \Rightarrow a // (\alpha)$$

➤ Mặt phẳng trung trực của một đoạn thẳng là mặt phẳng vuông góc với đoạn thẳng tại trung điểm của nó.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng là tập hợp các điểm cách đều hai đầu mút của đoạn thẳng đó.

➤ Định lý ba đường vuông góc

Cho $a \not\subset (P), b \subset (P), a'$ là hình chiếu của a trên (P) . Khi đó $b \perp a \Leftrightarrow b \perp a'$

3. Hai mặt phẳng vuông góc

a) Định nghĩa: Hai mặt phẳng gọi là vuông góc với nhau nếu góc hai mặt phẳng đó là góc vuông.

$$(\alpha) \perp (\beta) \Leftrightarrow (\widehat{(\alpha), (\beta)}) = 90^\circ$$

b) Tính chất

➤ Điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc với nhau là mặt phẳng này chứa một đường thẳng vuông góc

với mặt kia.

$$\left\{ \begin{array}{l} (\alpha) \supset a \\ a \perp (\beta) \end{array} \right\} \Rightarrow (\alpha) \perp (\beta)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (\alpha) \perp (\beta), (\alpha) \cap (\beta) = c \\ a \subset (\alpha), a \perp c \end{array} \right\} \Rightarrow a \perp (\beta)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (\alpha) \cap (\beta) = d \\ (\alpha) \perp (\gamma) \\ (\beta) \perp (\gamma) \end{array} \right\} \Rightarrow d \perp (\gamma)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (\alpha) \perp (\beta) \\ A \in (\alpha) \\ a \ni A, a \perp (\beta) \end{array} \right\} \Rightarrow a \subset (\alpha)$$

III. GÓC – KHOẢNG CÁCH

1. Góc

a) Góc giữa hai đường thẳng: Góc giữa hai đường thẳng a và b trong không gian là góc giữa hai đường thẳng a' và b' cùng đi qua một điểm và lần lượt song song với a và b .

$$\left\{ \begin{array}{l} a' // a \\ b' // b \end{array} \right\} \Rightarrow (\widehat{a'; b'}) = (\widehat{a; b}). \text{ Lưu ý: } 0^\circ \leq (\widehat{a; b}) \leq 90^\circ$$

b) Góc giữa đường thẳng với mặt phẳng:

➤ Nếu $d \perp (\alpha)$ thì $(\widehat{d, (\alpha)}) = 90^\circ$.

➤ Nếu $d \not\perp (P)$ thì $(\widehat{d, (\alpha)}) = (\widehat{d, d'})$ với d' là hình chiếu của d trên (α) .

Lưu ý: $0^\circ \leq (\widehat{d, (\alpha)}) \leq 90^\circ$

c) Góc giữa hai mặt phẳng: Góc giữa hai mặt phẳng là góc giữa hai đường thẳng lần lượt

vuông góc với hai mặt phẳng.

$$\left\{ \begin{array}{l} a \perp (\alpha) \\ b \perp (\beta) \end{array} \right\} \Rightarrow (\widehat{(\alpha), (\beta)}) = (\widehat{a, b})$$

Hoặc là góc giữa 2 đường thẳng nằm trong 2 mặt phẳng cùng vuông góc với giao tuyến tại 1 điểm

Cách xác định góc giữa hai mặt phẳng cắt nhau

- Khi hai mặt phẳng (α) và (β) cắt nhau theo một giao tuyến là Δ , để tính góc giữa chúng, ta chỉ việc xét một mặt phẳng (γ) vuông góc với Δ , lần lượt cắt (α) và (β) theo các giao tuyến a, b .
Lúc đó góc $((\alpha), (\beta)) = (a, b)$

$$\text{Nghĩa là: } \left. \begin{array}{l} (\alpha) \cap (\beta) = \Delta \\ (\gamma) \perp \Delta \\ (\gamma) \cap (\alpha) = a \\ (\gamma) \cap (\beta) = b \end{array} \right\} \Rightarrow ((\alpha), (\beta)) = (a, b)$$

- Giả sử $(P) \cap (Q) = c$. Từ $I \in c$, dựng : $\left. \begin{array}{l} a \subset (\alpha), a \perp c \\ b \subset (\beta), b \perp c \end{array} \right\} \Rightarrow ((\alpha), (\beta)) = (\widehat{a, b})$

Lưu ý: $0^\circ \leq ((\alpha), (\beta)) \leq 90^\circ$

d) Diện tích hình chiếu của một đa giác

Gọi S là diện tích của đa giác H trong (α) , S' là diện tích của hình chiếu H' của H

trên (β) , $\varphi = ((\alpha), (\beta))$. Khi đó: $S' = S \cdot \cos \varphi$

2. Khoảng cách

- a) **Khoảng cách từ một điểm đến đường thẳng (mặt phẳng)** bằng độ dài đoạn vuông góc vẽ từ điểm đó đến đường thẳng (mặt phẳng).
b) **Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song** bằng khoảng cách từ một điểm bất kì trên đường thẳng đến mặt phẳng.
c) **Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song** bằng khoảng cách từ một điểm bất kì trên mặt phẳng này đến mặt phẳng kia.
d) **Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau** bằng:
➤ Độ dài đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng đó.
➤ Khoảng cách giữa một trong hai đường thẳng với mặt phẳng chứa đường thẳng kia và song song với đường thẳng thứ nhất.
➤ Khoảng cách giữa hai mặt phẳng, mà mỗi mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia.

IV. MỘT SỐ CÔNG THỨC TRONG HÌNH HỌC PHẪNG

1. Hệ thức lượng trong tam giác:

- a) Cho ΔABC vuông tại A , có đường cao AH .

$$\sphericalangle AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$\sphericalangle AB^2 = BC \cdot BH$$

$$\sphericalangle AC^2 = BC \cdot CH$$

$$\sphericalangle \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$$

$$\sphericalangle AB = BC \cdot \sin C = BC \cdot \cos B$$

$$\sphericalangle AB = AC \cdot \tan C = AC \cdot \cot B$$

- b) Cho ΔABC có độ dài ba cạnh là a, b, c ; độ dài các trung tuyến là m_a, m_b, m_c ; bán kính đường tròn ngoại tiếp R ; bán kính đường tròn nội tiếp r ; nửa chu vi p .

• Định lí cosin:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A; b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B; c^2 = a^2 + b^2 - 2ac \cos C$$

• Định lí sin: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

• Công thức độ dài trung tuyến:

$$m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}; m_b^2 = \frac{c^2 + a^2}{2} - \frac{b^2}{4}; m_c^2 = \frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{c^2}{4}$$

2. Các công thức tính diện tích:

- a) Tam giác:

$$\sphericalangle S = \frac{1}{2} a \cdot h_a = \frac{1}{2} b \cdot h_b = \frac{1}{2} c \cdot h_c$$

$$\text{✎ } S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ca \sin B = \frac{1}{2}ab \sin C$$

$$\text{✎ } S = \frac{abc}{4R}$$

$$\text{✎ } S = pr$$

$$\text{✎ } S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$\text{✎ } \triangle ABC \text{ vuông tại } A: S = \frac{1}{2}.AB.AC = \frac{1}{2}.BC.AH$$

$$\text{✎ } \triangle ABC \text{ đều, cạnh } a: S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}, \text{ đường cao } AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

b) Hình vuông: $S = a^2$ (a : cạnh hình vuông)

c) Hình chữ nhật: $S = a.b$ (a, b : hai kích thước)

d) Hình bình hành: $S = \text{đáy} \times \text{cao} = AB.AD.\widehat{\sin BAD}$

e) Hình thoi: $S = AB.AD.\widehat{\sin BAD} = \frac{1}{2}AC.BD$

f) Hình thang: $S = \frac{1}{2}(a+b).h$ (a, b : hai đáy, h : chiều cao)

g) Tứ giác có hai đường chéo vuông góc: $S = \frac{1}{2}AC.BD$

KHỐI ĐA DIỆN VÀ THỂ TÍCH

§1. KHÁI NIỆM VỀ KHỐI ĐA DIỆN

I. Khái niệm về hình đa diện

- ♦ Hình đa diện (gọi tắt là đa diện) là hình được tạo bởi một số hữu hạn các đa giác thỏa mãn hai tính chất:
 - a) Hai đa giác phân biệt chỉ có thể hoặc không có điểm chung, hoặc có một đỉnh chung, hoặc có một cạnh chung.
 - b) Mỗi cạnh của đa giác nào cũng là cạnh chung của đúng hai đa giác.
- ♦ Mỗi đa giác như thế gọi là một mặt của hình đa diện. Các đỉnh, cạnh của các đa giác ấy theo thứ tự được gọi là các đỉnh, cạnh của hình đa diện.
- ♦ Mỗi hình đa diện chia không gian thành hai phần: Phần bên trong và phần bên ngoài

II. Khái niệm về khối đa diện

- ♦ Khối đa diện là phần không gian được giới hạn bởi một hình đa diện, kể cả hình đa diện đó
- ♦ Những điểm không thuộc khối đa diện được gọi là điểm ngoài của khối đa diện. Tập hợp các điểm ngoài được gọi là miền ngoài của khối đa diện.
- ♦ Những điểm thuộc khối đa diện nhưng không thuộc hình đa diện tương ứng với khối đa diện ấy được gọi là điểm trong của khối đa diện. Tập hợp các điểm trong được gọi là miền trong của khối đa diện.
- ♦ Mỗi khối đa diện được hoàn toàn xác định theo hình đa diện tương ứng với nó và đảo lại.

III. Hai hình bằng nhau

1. Phép dời hình trong không gian

- ♦ Trong không gian, quy tắc đặt tương ứng mỗi điểm M với điểm M' xác định duy nhất được gọi là phép biến hình trong không gian.
- ♦ Phép biến hình trong không gian được gọi phép dời hình nếu nó bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm tùy ý.
- ♦ Phép tịnh tiến, phép đối xứng tâm, phép đối xứng trục, phép đối xứng qua mặt phẳng.
- ♦ Thực hiện liên tiếp các phép dời hình sẽ được một phép dời hình.
- ♦ Phép dời hình biến đa diện (H) thành đa diện (H') , biến đỉnh, cạnh, mặt của (H) thành đỉnh, cạnh, mặt tương ứng của (H') .

2. Hai hình bằng nhau

- ♦ Hai hình được gọi bằng nhau nếu có một phép dời hình biến hình này thành hình kia.

IV. Phân chia và lắp ghép các khối đa diện

- ♦ Nếu một khối đa diện (H) là hợp của hai khối đa diện (H_1) , (H_2) sao cho (H_1) và (H_2) không có điểm trong nào chung thì ta nói có thể chia được khối đa diện (H) thành hai khối đa diện (H_1) và (H_2) , hay có thể lắp ghép được hai khối (H_1) và (H_2) với nhau để được khối đa diện (H) .

2. KHỐI ĐA DIỆN LỖI VÀ KHỐI ĐA DIỆN ĐỀU

I. Khối đa diện lỗi

Khối đa diện (H) được gọi là khối đa diện lỗi nếu đoạn thẳng nối hai điểm bất kỳ của (H) luôn thuộc (H) . Khi đó đa diện xác định (H) được gọi là đa diện lỗi.

II. Khối đa diện đều

1. Định nghĩa

Khối đa diện đều là khối đa diện lỗi có tính chất sau đây:

- a. Mỗi mặt của nó là một đa giác đều p cạnh.
- b. Mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của đúng q mặt.

Khối đa diện đều như vậy được gọi là khối đa diện đều loại $\{p; q\}$.

2. Bảng tóm tắt của năm loại khối đa diện đều

Khối đa diện loại $\{p; q\}$ có D đỉnh, C cạnh, M mặt thì $p.M = q.D = 2C$ hoặc theo Euler: $D + M = 2 + C$

Khối đa diện	Loại	Số đỉnh	Số cạnh	Số mặt	Thể tích
Tứ diện đều	$\{3; 3\}$	4	6	4	$V = \frac{\sqrt{2}}{12} a^3$
Lập phương	$\{4; 3\}$	8	12	6	$V = a^3$
Bát diện đều	$\{3; 4\}$	6	12	8	$V = \frac{\sqrt{2}}{3} a^3$
Mười hai mặt đều	$\{5; 3\}$	20	30	12	$V = \frac{15 + 7\sqrt{5}}{4} a^3$
Hai mươi mặt đều	$\{3; 5\}$	12	30	20	$V = \frac{15 + 5\sqrt{5}}{12} a^3$

§3. KHÁI NIỆM VỀ THỂ TÍCH CỦA KHỐI ĐA DIỆN

1. Thể tích của khối hộp chữ nhật: $V = a.b.c$, với a, b, c là ba kích thước của khối hộp chữ nhật.

2. Thể tích của khối lập phương: $V = a^3$, với a cạnh của hình lập phương

3. Thể tích của khối chóp: $V = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} . h$, với $S_{\text{đáy}}$ là diện tích đáy, h là chiều cao của khối chóp

4. Thể tích của khối lăng trụ: $V = S_{\text{đáy}} . h$, với $S_{\text{đáy}}$ là diện tích đáy, h là chiều cao của khối lăng trụ

5. Một số phương pháp tính thể tích khối đa diện**a) Tính thể tích bằng công thức**

- Tính các yếu tố cần thiết: độ dài cạnh, diện tích đáy, chiều cao, ...
- Sử dụng công thức để tính thể tích.

b) Tính thể tích bằng cách chia nhỏ

Ta chia khối đa diện thành nhiều khối đa diện nhỏ mà có thể dễ dàng tính được thể tích của chúng. Sau đó, cộng các kết quả ta được thể tích của khối đa diện cần tính.

c) Tính thể tích bằng cách bổ sung

Ta có thể ghép thêm vào khối đa diện một khối đa diện khác sao cho khối đa diện thêm vào và khối đa diện mới tạo thành có thể dễ tính được thể tích.

d) Tính thể tích bằng công thức tỉ số thể tích

Ta có thể vận dụng tính chất sau:

Cho ba tia Ox, Oy, Oz không đồng phẳng. Với bất kì các điểm A, A' trên Ox ; B, B' trên Oy ; C, C' trên Oz , ta đều có:

$$\frac{V_{OABC}}{V_{OA'B'C'}} = \frac{OA}{OA'} \cdot \frac{OB}{OB'} \cdot \frac{OC}{OC'}$$

BÀI TẬP

Bài 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt bên SBC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $\widehat{BAC} = 120^\circ$, tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ theo a .

HD & Giải

Ta có:

❖ $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AB, SA \perp AC$

❖ Xét hai tam giác vuông SAB và SAC , có: $\begin{cases} SA \text{ chung} \\ SB = SC \end{cases}$

$\Rightarrow \Delta SAB = \Delta SAC \Rightarrow AB = AC$

❖ Áp dụng định lý cosin trong tam giác cân BAC , có:

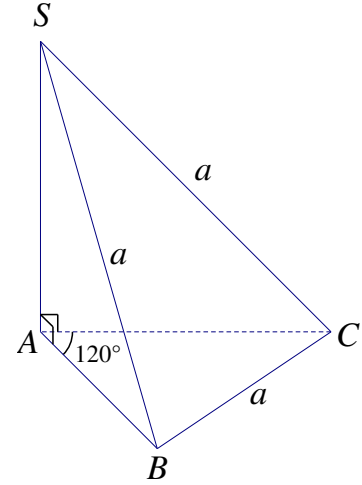
$$a^2 = BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC \cos \widehat{BAC}$$

$$= 2AB^2 (1 - \cos 120^\circ) = 3AB^2 \Rightarrow AB = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

❖ Tam giác vuông SAB có: $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$

❖ Diện tích: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB.AC \sin \widehat{BAC} = \frac{1}{2} AB^2 \sin 120^\circ = \frac{a^2\sqrt{3}}{12}$

❖ Thể tích: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{12} = \frac{a^3\sqrt{2}}{36}$



Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

HD & Giải

Gọi O là giao điểm của AC và BD

❖ $ABCD$ là hình vuông nên $AO \perp BD$ tại O

❖ $\begin{cases} (SBD) \cap (ABCD) = BD \\ BD \perp (SAC) \text{ (do } BD \perp SC, BD \perp SA) \\ (SAC) \cap (SBD) = SO \\ (SAC) \cap (ABCD) = AC \end{cases}$

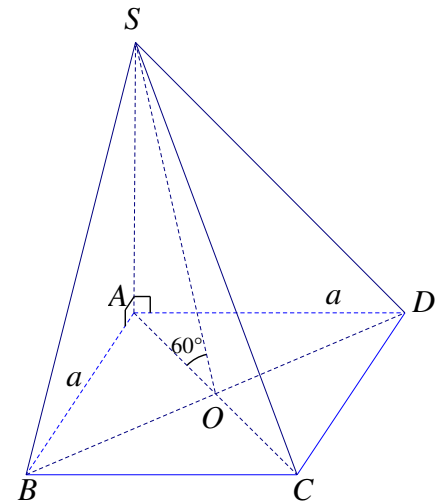
$\Rightarrow \widehat{((SBD), (ABCD))} = \widehat{(SO, AC)} = \widehat{SOA} = 60^\circ$

❖ Tam giác vuông SAO , có:

$SA = OA \cdot \tan \widehat{SOA} = \frac{AC}{2} \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$

❖ Diện tích: $S_{ABCD} = a^2$

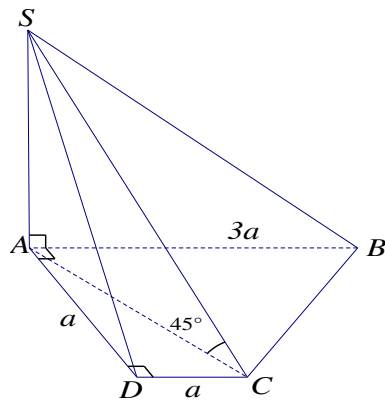
❖ Thể tích: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$



Bài 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D với

$AD = CD = a, AB = 3a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và cạnh bên SC tạo với mặt đáy một góc 45° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

HD\Giải



Ta có:

❖ $SA \perp (ABCD) \Rightarrow AC$ là hình chiếu của SC trên $(ABCD)$

Nên $(\widehat{SC, (ABCD)}) = (\widehat{SC, AC}) = \widehat{SCA} = 45^\circ$

❖ Tam giác ACD vuông cân tại D nên $AC = a\sqrt{2}$

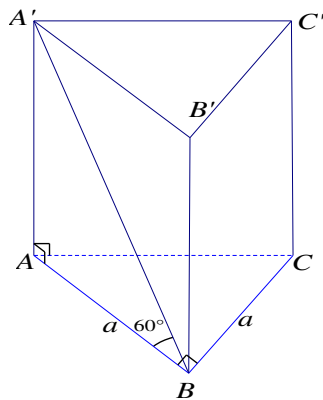
❖ Tam giác SAC vuông cân tại A nên $SA = a\sqrt{2}$

❖ Diện tích: $S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AB + DC) \cdot AD = \frac{1}{2}(3a + a)a = 2a^2$

❖ Thể tích: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot 2a^2 = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$

Bài 4. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BA = BC = a$. Góc giữa đường thẳng $A'B$ với mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a .

HD\Giải



Ta có:

❖ $AA' \perp (ABC) \Rightarrow AB$ là hình chiếu của $A'B$ trên (ABC)

Nên $(\widehat{A'B, (ABC)}) = (\widehat{A'B, AB}) = \widehat{A'BA} = 60^\circ$

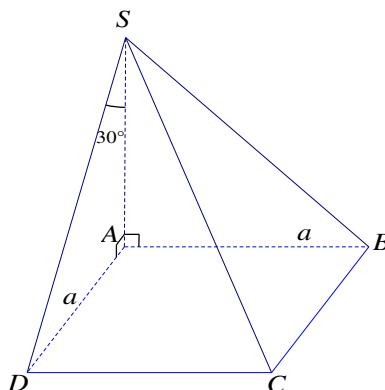
❖ Tam giác vuông $A'AB$, có: $AA' = AB \tan \widehat{A'BA} = a \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$

❖ Diện tích: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot BC = \frac{a^2}{2}$

❖ Thể tích: $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{\Delta ABC} = a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

Bài 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Đường thẳng SD tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

HD\Giải



Ta có:

❖ $AD \perp (SAB)$ (do $AD \perp AB, AD \perp SA$) $\Rightarrow SA$ là hình chiếu của SD trên (SAB) . Nên $(\widehat{SD, (SAB)}) = (\widehat{SD, SA}) = \widehat{DSA} = 30^\circ$

❖ Tam giác vuông SAD , có: $SA = AD \cot \widehat{DSA} = a \cot 30^\circ = a\sqrt{3}$

❖ Diện tích: $S_{ABCD} = a^2$

❖ Thể tích: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Bài 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $SC = 2a\sqrt{5}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm M của AB . Góc giữa đường thẳng SC và (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

HD\Giải

Ta có:

$$\begin{cases} SM \perp (ABC) \\ SM \cap (ABC) = C \end{cases} \Rightarrow MC \text{ là hình chiếu của } SC \text{ trên } (ABC)$$

$$\text{Suy ra: } (\widehat{SC, (ABC)}) = (\widehat{SC, MC}) = \widehat{SCM} = 60^\circ$$

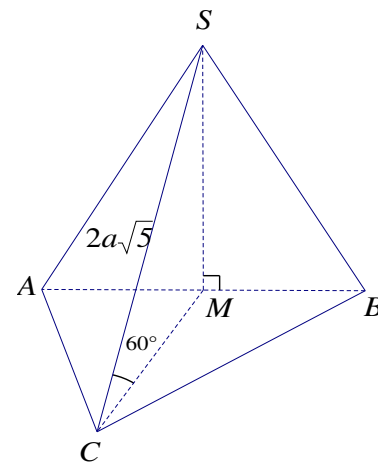
$$\begin{aligned} \text{❖ Tam giác } SMC \text{ vuông tại } M, \text{ có: } SM &= SC \cdot \sin 60^\circ = a\sqrt{15}, \\ MC &= SC \cdot \cos 60^\circ = a\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\text{❖ Tam giác } ABC \text{ vuông cân tại } A \text{ nên } AB = AC \Rightarrow AM = \frac{AC}{2}$$

❖ Xét tam giác vuông MAC, ta có:

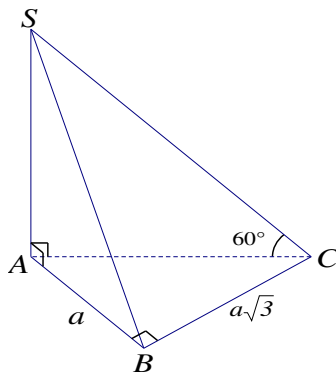
$$AC^2 + AM^2 = MC^2 \Leftrightarrow AC^2 + \left(\frac{AC}{2}\right)^2 = 5a^2 \Rightarrow AC = 2a$$

$$\text{❖ Diện tích } S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC^2 = 2a^2. \text{ Vậy thể tích: } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SM \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{2a^3 \sqrt{15}}{3}$$



Bài 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết góc giữa SC và (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

HD\&Giải



Ta có:

$$\text{❖ } \Delta ABC \text{ vuông tại } B \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$$

❖ $SA \perp (ABC)$ nên AC là hình chiếu của SC lên (ABC) .

Do đó góc giữa SC và (ABC) là $\widehat{SCA} = 60^\circ$

$$\text{❖ } \Delta ABC \text{ vuông tại } B \Rightarrow AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2a$$

$$\text{❖ } \Delta SAC \text{ vuông tại } A \Rightarrow SA = AC \cdot \tan 60^\circ = 2a\sqrt{3}$$

$$\text{❖ Thể tích khối chóp } S.ABC \text{ là: } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = a^3$$

Bài 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy; góc giữa (SBC) và (ABC) bằng 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a

HD\&Giải

Gọi I là trung điểm BC . Ta có:

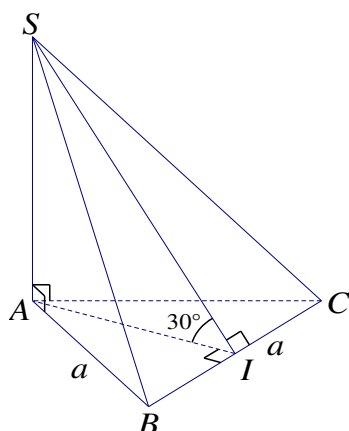
$$\begin{cases} (ABC) \cap (SBC) = BC \\ \text{❖ } \begin{cases} AI \subset (ABC), AI \perp BC \\ SI \subset (SBC), SI \perp BC \end{cases} \end{cases}$$

Do đó, góc giữa (SBC) và (ABC) là $\widehat{SIA} = 30^\circ$

$$\text{❖ } \Delta ABC \text{ đều cạnh } a \Rightarrow S_{ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \text{ và } AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

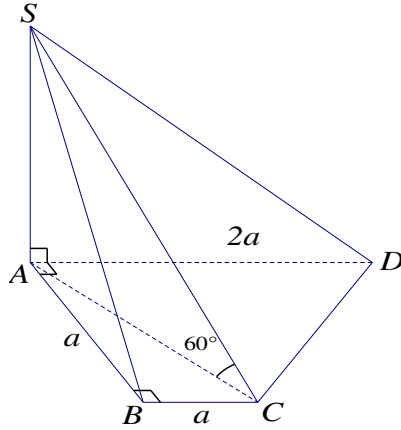
$$\text{❖ } \Delta SAI \text{ vuông tại } A \Rightarrow SA = AI \cdot \tan 30^\circ = \frac{a}{2}$$

$$\text{❖ Thể tích khối chóp } S.ABC \text{ là: } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{24}$$



Bài 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B ; biết $AB = BC = a$, $AD = 2a$, hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy, góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

HD\&Giải



Ta có:

$$\begin{cases} (SAB) \cap (SAC) = SA \\ \diamond \begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAC) \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD) \end{cases}$$

$\Rightarrow AC$ là hình chiếu của SC lên $(ABCD)$.

Do đó, góc giữa SC và $(ABCD)$ là $\widehat{SCA} = 60^\circ$

$$\diamond \Delta ABC \text{ vuông cân tại } B \Rightarrow AC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}$$

$$\diamond \Delta SAC \text{ vuông tại } A \Rightarrow SA = AC \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{6}$$

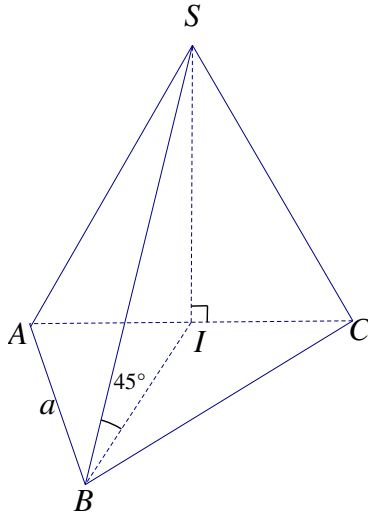
$\diamond ABCD$ là hình thang vuông tại A và B

$$\Rightarrow S_{ABCD} = \frac{(BC + AD)AB}{2} = \frac{3a^2}{2}$$

$$\diamond \text{ Thể tích khối chóp } S.ABCD \text{ là: } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{6}}{2}$$

Bài 10. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$. Gọi I là trung điểm AC , tam giác SAC cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy; biết góc giữa SB và mặt phẳng đáy bằng 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

HD\&Giải



Ta có:

$$\begin{cases} (SAC) \perp (ABC) \\ \diamond \begin{cases} (SAC) \cap (ABC) = AC \Rightarrow SI \perp (ABC) \\ SI \subset (SAC), SI \perp AC \end{cases} \end{cases}$$

BI là hình chiếu của SB lên (ABC) .

Do đó, góc giữa SB và (ABC) là $\widehat{SBI} = 45^\circ$

$$\diamond \Delta ABC \text{ vuông cân tại } B \Rightarrow AC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}$$

$$\text{và } BI = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

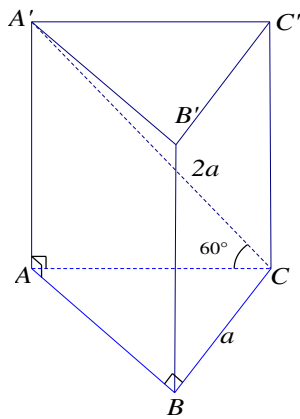
$$\diamond \Delta SBI \text{ vuông tại } I \Rightarrow SI = BI \cdot \tan 45^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\diamond \Delta ABC \text{ vuông cân tại } B \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} AB^2 = \frac{a^2}{2}$$

$$\diamond \text{ Thể tích khối chóp } S.ABC \text{ là: } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SI \cdot S_{ABC} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$$

Bài 11. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $\widehat{ACA'} = 60^\circ$, $A'C = 2a$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a .

HD\&Giải



- ❖ Tam giác ACA' vuông tại $A \Rightarrow AA' = A'C \cdot \sin 60^\circ = a\sqrt{3}$
- ❖ Tam giác ACA' vuông tại $A \Rightarrow AC = A'C \cdot \cos 60^\circ = a$
- ❖ Tam giác ABC vuông cân tại $B \Rightarrow AB = BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$
- ❖ Diện tích tam giác ABC : $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{a^2}{4}$
- ❖ Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là: $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Bài 12. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là một tam giác đều cạnh a . Biết hình chiếu vuông góc của A' trên mp(ABC) là trung điểm của BC và góc giữa cạnh bên với đáy là 60°

- a) Tính thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a .
- b) Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và ($ACC'A'$)

HD&Giải

- a) Tính thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a .

❖ Gọi H là trung điểm của $BC \Rightarrow A'H \perp (ABC) \Rightarrow$ Góc giữa cạnh bên với đáy bằng góc $\widehat{A'AH}$ bằng 60°

❖ Tam giác ABC đều cạnh $a \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$; $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

❖ Tam giác $AA'H$ vuông ở $H \Rightarrow \tan(\widehat{AA'H}) = \frac{A'H}{AH}$

$$\Rightarrow A'H = AH \cdot \tan(\widehat{AA'H}) = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{3a}{2}$$

❖ Vậy thể tích $V_{ABC.A'B'C'} = A'H \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{3a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$

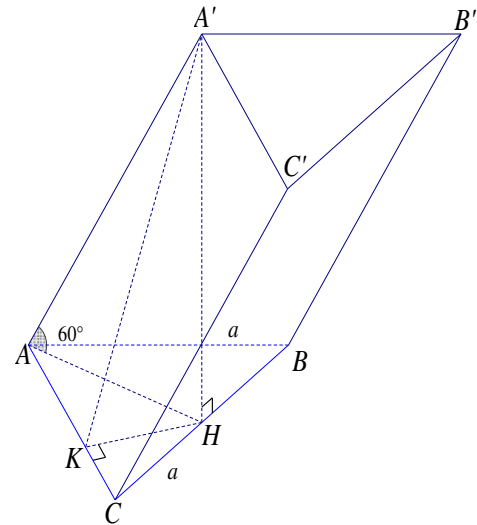
- b) Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và ($ACC'A'$)

❖ Kẻ HK vuông góc AC tại $K \Rightarrow A'K \perp AC$

$\Rightarrow$ Góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và ($ACC'A'$) là $\varphi = \widehat{A'KH}$

❖ Tính được $HK = \frac{a\sqrt{3}}{4} \Rightarrow A'K = \frac{a\sqrt{39}}{4}$

$$\Rightarrow \cos \varphi = \frac{KH}{A'K} = \frac{\sqrt{13}}{13}$$



Bài 13. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ đáy là hình vuông cạnh a và cạnh bên tạo với đáy một góc 60° .

- a) Tính thể tích của khối hình chóp đều theo a .
- b) Tính diện tích xung quanh của hình nón ngoại tiếp hình chóp

HD&Giải

- a) Tính thể tích của hình chóp đều.

❖ Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Vì hình chóp $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$

Do đó hình chiếu của đường thẳng SD trên mp($ABCD$) là OD

$$\Rightarrow \widehat{(SD, (ABCD))} = \widehat{(SD, DO)} = \widehat{SDO} = 60^\circ$$

❖ Thể tích: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot AB^2$

Mà $AB = a$ và $SO = OD$. $\tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Suy ra: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} AB^2 \cdot SO = \frac{a^3 \sqrt{6}}{6}$

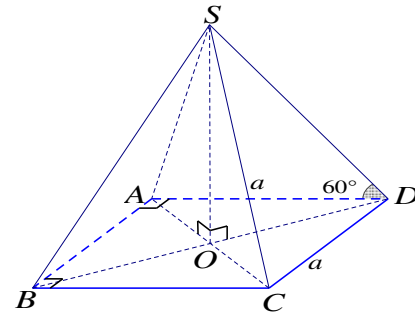
b) Tính diện tích xung quanh của hình nón ngoại tiếp hình chóp

❖ Hình nón ngoại tiếp hình chóp có đỉnh S . Đáy là đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$

$$\Rightarrow \text{Bán kính đáy hình nón là } r = OA = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

❖ Đường sinh $l = SA = AC = a\sqrt{2}$

Diện tích xung quanh hình nón là: $S_{xq} = \pi a^2$



Bài 14. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy $\triangle ABC$

vuông tại A $AC = b$, $\widehat{C} = 60^\circ$. Đường chéo BC' tạo với $(AA'C'C)$ một góc là 30° .

a) Tính AC'

b) Tính $V_{ABC.A'B'C'}$

HD\&Giải

a) Tính AC'

❖ $BA \perp AC$ ($\triangle ABC$ vuông tại A) và $BA \perp AA'$ (Tính chất của hình lăng trụ đứng) $\Rightarrow BA \perp (AA'C'C)$

$\Rightarrow AC'$ là hình chiếu của BC' trên $(AA'C'C)$

$$\Rightarrow \widehat{BC'A} = (\widehat{BC', (AA'C'C)}) = 30^\circ$$

❖ $BA \perp (AA'C'C) \Rightarrow BA \perp AC' \Rightarrow \triangle ABC'$ vuông tại A

$$\Rightarrow AC' = AB \cdot \cot \widehat{BC'A}$$

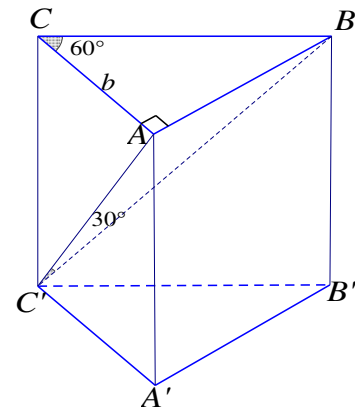
$$\text{mà } \triangle ABC \text{ vuông tại } A \Rightarrow AB = AC \cdot \tan \widehat{C} = b\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow AC' = b\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3b$$

b) Tính $V_{ABC.A'B'C'}$

$$\text{❖ } V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot CC'$$

$$= \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sqrt{AC'^2 - AC^2} = \frac{1}{2} b \cdot \sqrt{3}b \cdot \sqrt{9b^2 - b^2} = b^3 \sqrt{6}$$



Bài 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D ; $AB = AD = 2a$, $CD = a$; góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 60° . Gọi I là trung điểm cạnh AD . Biết hai mặt phẳng (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a

HD\&Giải

Ta có

$$\text{❖ } \begin{cases} (SBI) \perp (ABCD) \\ (SCI) \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SI \perp (ABCD). \text{ Kè } IK \perp BC, (K \in BC) \Rightarrow BC \perp (SKI). \\ (SBI) \cap (SCI) = SI$$

$$\begin{cases} (SBC) \cap (ADBC) = BC \\ BC \perp (SKI) \\ (SKI) \cap (SBC) = SK \\ (SKI) \cap (ABCD) = KI \end{cases} \Rightarrow \left(\widehat{(SBC), (ABCD)} \right) = \left(\widehat{SK, KI} \right) = \widehat{SKI} = 60^\circ$$

$$\text{❖ Diện tích hình thang: } S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AB + CD) \cdot AD = 3a^2$$

$$\begin{aligned} \text{❖ } S_{\triangle ABI} + S_{\triangle DCI} &= \frac{1}{2} IA \cdot AB + \frac{1}{2} ID \cdot DC \\ &= a^2 + \frac{a^2}{2} = \frac{3a^2}{2} \Rightarrow S_{\triangle IBC} = \frac{3a^2}{2} \end{aligned}$$

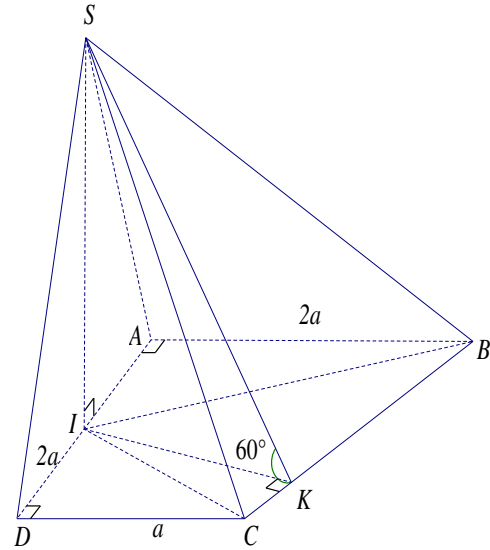
$$\text{❖ } BC = \sqrt{(AB - CD)^2 + AD^2} = a\sqrt{5}$$

$$\text{❖ } S_{\triangle IBC} = \frac{1}{2} IK \cdot BC = \frac{3a^2}{2} \Rightarrow IK = \frac{2S_{\triangle IBC}}{BC} = \frac{3a\sqrt{5}}{5}$$

$$\text{❖ } \triangle SIK \text{ vuông tại } I, \text{ có: } SI = IK \tan \widehat{SKI} = \frac{3a\sqrt{15}}{5}$$

❖ Thể tích khối chóp $S.ABCD$:

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SI \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a\sqrt{15}}{5} \cdot 3a^2 = \frac{3a^3\sqrt{15}}{5}$$



Bài 16. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, góc giữa đường thẳng BB' và mặt phẳng (ABC) bằng 60° ; tam giác ABC vuông tại C và $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của điểm B' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Tính thể tích khối tứ diện $A'ABC$ theo a

HD & Giải

Gọi D là trung điểm AC , G là trọng tâm của tam giác ABC

Ta có:

$$\text{❖ } B'G \perp (ABC) \Rightarrow \widehat{B'BG} = 60^\circ$$

$$\text{❖ } \triangle BGB' \text{ có: } B'G = BB' \sin \widehat{B'BG} = \frac{a\sqrt{3}}{2},$$

$$BG = BB' \cos \widehat{B'BG} = \frac{a}{2} \Rightarrow BD = \frac{3a}{4}$$

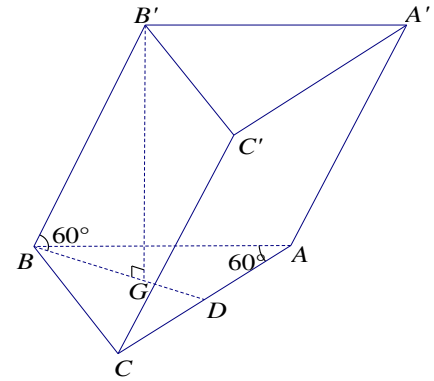
$$\text{❖ Tam giác } ABC \text{ có: } BC = \frac{AB\sqrt{3}}{2}, AC = \frac{AB}{2} \Rightarrow CD = \frac{AB}{4}$$

❖ Tam giác vuông BCD có:

$$BD^2 = BC^2 + CD^2 \Leftrightarrow \frac{9a^2}{16} = \frac{3AB^2}{4} + \frac{AB^2}{16} \Rightarrow AB = \frac{3a\sqrt{13}}{13}$$

$$AC = \frac{3a\sqrt{13}}{26} \Rightarrow S_{\triangle ACB} = \frac{9a^2\sqrt{3}}{104}$$

$$\text{❖ Thể tích khối tứ diện: } V_{A'ABC} = V_{B'ABC} = \frac{1}{3} B'G \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{9a^3}{208}$$



Bài 17. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $AA' = 2a$, $A'C = 3a$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng $A'C'$, I là giao điểm của AM và $A'C$.

a) Tính theo a thể tích khối tứ diện $IABC$

b) Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (IBC) theo a

HD & Giải

a) Hạ $IH \perp AC (H \in AC) \Rightarrow IH \perp (ABC)$; IH là đường cao của tứ diện $IABC$

Ta có:

$$\diamond IH \parallel AA' \Rightarrow \frac{IH}{AA'} = \frac{CI}{CA'} = \frac{2}{3} \Rightarrow IH = \frac{2}{3} AA' = \frac{4a}{3}$$

$$\diamond AC = \sqrt{A'C^2 - A'A^2} = a\sqrt{5}, BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 2a$$

$$\diamond \text{Diện tích tam giác } ABC: S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = a^2$$

$$\diamond \text{Thể tích khối tứ diện } IABC: V_{IABC} = \frac{1}{3} IH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{4a^3}{9}$$

b) Ta có:

$$\diamond BC \perp AB, BC \perp AA' \Rightarrow BC \perp (ABB'A')$$

$$\diamond (IBC) \perp (ABB'A'); (IBC) \cap (ABB'A') = A'B,$$

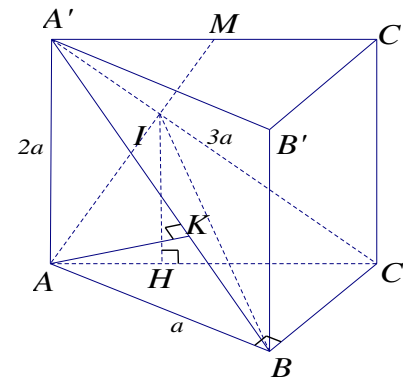
hạ $AK \perp A'B (K \in A'B)$ (1)

$$\diamond \text{Vì } BC \perp (ABB'A') \text{ nên } AK \perp BC \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2) suy ra: $AK \perp (IBC)$

$\diamond$ Khoảng cách từ điểm A đến mp(IBC) là AK

$$\diamond AK = \frac{2S_{\Delta A'B}}{A'B} = \frac{AA' \cdot AB}{\sqrt{A'A^2 + AB^2}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$$



Bài 18. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = a, SA = a\sqrt{2}$. Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB và CD .

a) Chứng minh rằng đường thẳng MN vuông góc với đường thẳng SP .

b) Tính theo a thể tích khối chóp tứ diện $AMNP$.

HD\>Giải

a) Ta có: Tam giác SCD cân nên $SP \perp CD$

$$\diamond \begin{cases} MN \parallel CD (\parallel AB) \\ SP \perp CD \end{cases} \Rightarrow MN \perp SP$$

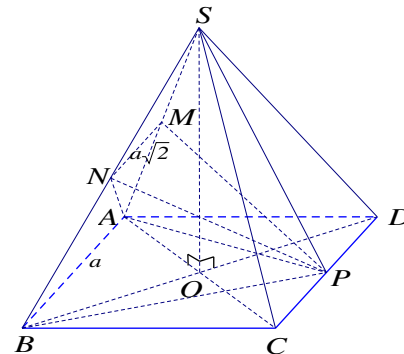
b) Gọi O là tâm của đáy $ABCD$

Ta có:

$$\diamond SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

$\diamond$ Thể tích khối tứ diện $AMNP$:

$$V_{AMNP} = \frac{1}{4} V_{ABSP} = \frac{1}{8} V_{S.ABCD} = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{3} SO \cdot AB^2 = \frac{a^3 \sqrt{6}}{48}$$



Bài 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và AD ; H là giao điểm của CN và DM . Biết SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và

$$SH = a\sqrt{3}.$$

a) Tính thể tích khối chóp $S.CDMN$ theo a .

b) Khoảng cách giữa hai đường thẳng DM và SC theo a .

HD\>Giải

a) Tính thể tích khối chóp $S.CDMN$

Ta có:

Bài 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA = a$; hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là H thuộc đoạn AC , $AH = \frac{AC}{4}$. Gọi CM là đường cao của tam giác SAC .

- a) Chứng minh M là trung điểm của SA
b) Tính thể tích khối tứ diện $SMBC$ theo a .

HD & Giải

a) Chứng minh M là trung điểm của SA

Ta có:

❖ Tứ giác $ABCD$ là hình vuông cạnh a , nên $AC = a\sqrt{2}$

❖ $AH = \frac{AC}{4} = \frac{a\sqrt{2}}{4}$ và $HC = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$

❖ $SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp AC$, $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{14}}{4}$

❖ Trong tam giác SCH có $SC = \sqrt{SH^2 + HC^2} = a\sqrt{2} = AC$

Do đó tam giác SAC cân tại C . Suy ra M là trung điểm SA

b) Tính thể tích khối tứ diện $SMBC$ theo a .

❖ CM là đường trung tuyến thuộc cạnh SA của tam giác SAC

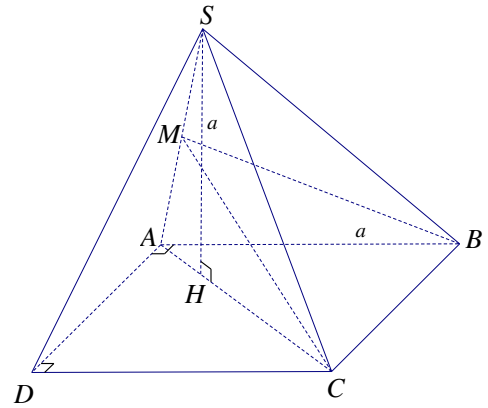
nên $S_{SCM} = S_{AMC} \Rightarrow S_{SCM} = \frac{1}{2} S_{SCA}$

❖ $V_{BSCM} = \frac{1}{2} V_{BSAC}$ mà $V_{BSAC} = V_{SABC}$ và $V_{BSCM} = V_{SBCM}$

nên $V_{SBCM} = \frac{1}{2} V_{SABC}$

❖ $V_{SABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} a^2 \cdot \frac{a\sqrt{14}}{4} = \frac{a^3 \sqrt{14}}{24}$

Vậy: $V_{SBCM} = \frac{1}{2} V_{SABC} = \frac{a^3 \sqrt{14}}{48}$



Bài 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ hình vuông cạnh a , mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = SB$, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

HD & Giải

Gọi I là trung điểm AB . Ta có:

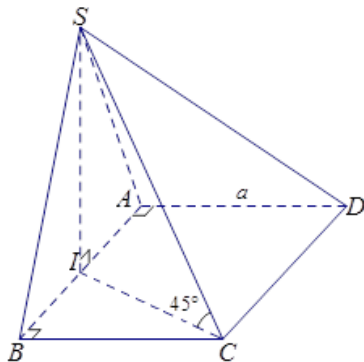
❖ $SA = SB \Rightarrow SI \perp AB$

❖ $(SAB) \perp (ABCD)$ và $(SAB) \cap (ABCD) = AB$ nên $SI \perp (ABCD)$

❖ $(\widehat{SC, (ABCD)}) = \widehat{SCI} = 45^\circ \Rightarrow$ tam giác SCI vuông cân tại I .

Do đó: $SI = IC = \sqrt{IB^2 + BC^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$

❖ Thể tích khối chóp $S.ABCD$: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SI \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{5}}{6}$



Bài 23. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = BC = 2a$; hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Gọi M là trung điểm của AB ; mặt phẳng qua SM và song song với BC , cắt AC tại N . Biết góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 60°

- a) Tính thể tích khối chóp $S.BCNM$ theo a
b) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SN theo a .

HD & Giải

a) Tính thể tích khối chóp $S.BCMN$ theo a

Ta có:

- ❖ $\begin{cases} (SAB) \perp (ABC) \\ (SAC) \perp (ABC) \\ (SAB) \cap (SAC) = SA \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABC)$. Suy ra SA là chiều cao của hình chóp $S.BCMN$
- ❖ $\begin{cases} SA \perp (ABC) \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp SB$. Suy ra: $\widehat{SBA}$ là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC)
- ❖ $\widehat{SBA} = 60^\circ \Rightarrow SA = AB \tan \widehat{SBA} = 2a\sqrt{3}$
- ❖ Mặt phẳng qua SM và song song với BC , cắt AC tại $N \Rightarrow MN \parallel BC$ và N là trung điểm của AC
- Suy ra: $\widehat{SBA}$ là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC)
- ❖ $\widehat{SBA} = 60^\circ \Rightarrow SA = AB \tan \widehat{SBA} = 2a\sqrt{3}$
- ❖ Mặt phẳng qua SM và song song với BC , cắt AC tại $N \Rightarrow MN \parallel BC$ và N là trung điểm của AC
- ❖ Tứ giác $BCMN$ là hình thang vuông, có hai đáy $BC = 2a, MN = \frac{1}{2}BC = a$; chiều cao $BM = a$

Do đó: $S_{BCMN} = \frac{1}{2}(BC + MN).BM = \frac{3a^2}{2}$

❖ Thể tích khối chóp $S.BCMN$: $V_{S.BCMN} = \frac{1}{3}SA.S_{BCMN} = a^3\sqrt{3}$

b) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SN theo a

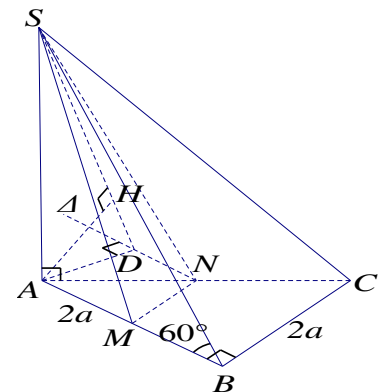
Qua N , kẻ đường thẳng Δ song song với AB .

- ❖ Hạ $AD \perp \Delta (D \in \Delta)$, $ND \parallel AB \Rightarrow AB \parallel (SDN)$
- ❖ $d(AB, SN) = d(AB, (SDN)) = d(A, (SDN))$
- ❖ $(SAD) \perp (SDN) (SA \perp ND, ND \perp AD)$ và $(SAD) \cap (SAN) = SD$.

Hạ $AH \perp SD (H \in SD) \Rightarrow AH \perp (SDN)$

❖ Tam giác SAD vuông tại A , có $AH \perp SD$ và $AD = MN = a$

Vậy: $d(AB, SN) = AH = \frac{SA \cdot AD}{\sqrt{SA^2 + AD^2}} = \frac{2a\sqrt{39}}{13}$



Bài 24. Cho hình lăng trụ $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, AD = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của điểm A_1 trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với giao điểm của AC và BD . Góc giữa hai mặt phẳng (ADD_1A_1) và $(ABCD)$ bằng 60° .

- a) Tính thể tích khối lăng trụ đã cho theo a
- b) Tính khoảng cách từ điểm B_1 đến mặt phẳng (A_1BD) theo a .

HD & Giải

a) Tính thể tích khối lăng trụ đã cho theo a

Gọi O là giao điểm của AC và BD . Ta có:

❖ $A_1O \perp (ABCD) \Rightarrow A_1O$ là chiều cao của hình lăng trụ

Gọi E là trung điểm của AD

❖ $\begin{cases} A_1O \perp (ABCD) \\ OE \perp AD \end{cases} \Rightarrow A_1E \perp AD$

Suy ra $\widehat{A_1EO}$ là góc giữa hai mặt phẳng (ADD_1A_1) và $(ABCD) \Rightarrow \widehat{A_1EO} = 60^\circ$

$$\diamond A_1O = OE \tan \widehat{A_1OE} = \frac{AB}{2} \tan \widehat{A_1OE} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\diamond \text{Diện tích đáy: } S_{ABCD} = AB \cdot AD = a^2\sqrt{3}$$

$$\diamond \text{Thể tích: } V_{ABCD.A_1B_1C_1D_1} = A_1O \cdot S_{ABCD} = \frac{3a^3}{2}$$

b) Tính khoảng cách từ điểm B_1 đến mặt phẳng

(A_1BD) theo a . Ta có:

$$\diamond B_1C // A_1D \Rightarrow B_1C // (A_1BD)$$

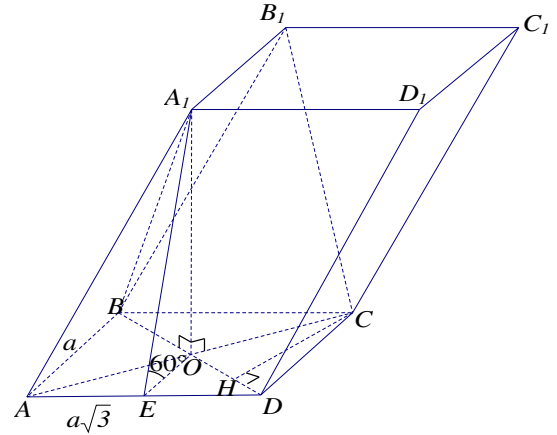
$$\Rightarrow d(B_1, (A_1BD)) = d(C, (A_1BD))$$

$$\diamond (CDB) \perp (A_1BD) \text{ và } (CDB) \cap (A_1BD) = BD.$$

$$\text{Hạ } CH \perp BD (H \in BD) \Rightarrow CH \perp (A_1BD)$$

$$\diamond \text{Tam giác } BCD \text{ vuông tại } C, \text{ có } CH \perp BD \text{ và } CD = a, BC = a\sqrt{3}$$

$$\text{Vậy: } d(B_1, (A_1BD)) = CH = \frac{CD \cdot CB}{\sqrt{CD^2 + CB^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$



Bài 25. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BA = 3a, BC = 4a$; mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Biết $SB = 2a\sqrt{3}$ và $\widehat{SBC} = 30^\circ$

a) Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a

b) Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) theo a .

HD & Giải

a) Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a . Ta có:

$$\diamond (SBC) \cap (ABC) = BC, (ABC) \perp (SBC);$$

Hạ $SH \perp BC \Rightarrow SH \perp (ABC) \Rightarrow SH$ là chiều cao của hình chóp.

$$\diamond SH = SB \sin \widehat{SBC} = 2a\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = a\sqrt{3}$$

$$\diamond \text{Diện tích: } S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot 4a = 6a^2$$

$$\diamond \text{Thể tích: } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot 6a^2 = 2a^3\sqrt{3}$$

b) Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) theo a .

Gọi D, K lần lượt là hình chiếu của H lên cạnh AC và SD .

Ta có: $HD \perp AC (D \in AC), HK \perp SD (K \in SD)$

$$\diamond \begin{cases} SH \perp AC \\ HD \perp AC \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SHD) \Rightarrow AC \perp HK$$

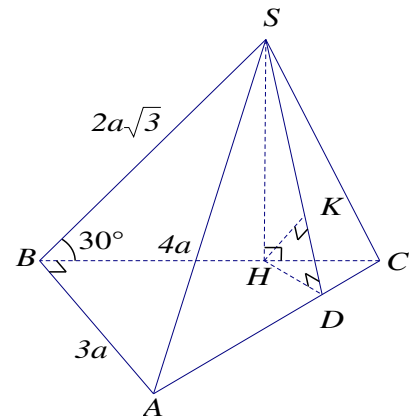
Suy ra: $HK \perp (SAC) \Rightarrow HK = d(H, (SAC))$

$$\diamond BH = SB \cos \widehat{SBC} = 2a\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3a \Rightarrow BC = 4HC$$

$$\Rightarrow d(B, (SAC)) = 4 \cdot d(H, (SAC)) = 4HK$$

$$\diamond \text{Tam giác } ABC \text{ vuông tại } B, \text{ có } AC = \sqrt{BA^2 + BC^2} = 5a$$

$$HC = BC - BH = 4a - 3a = a.$$



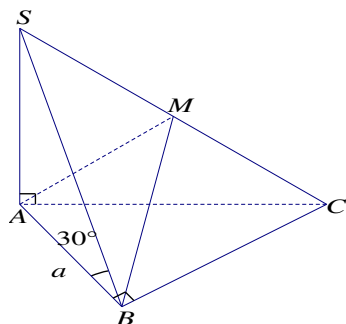
$$\diamond \Delta CBA \sim \Delta CDH \Rightarrow DH = \frac{BA \cdot HC}{AC} = \frac{3a}{5}$$

$$\diamond \text{ Tam giác } SHD \text{ vuông tại } H, \text{ có } HK = \frac{SH \cdot HD}{\sqrt{SH^2 + HD^2}} = \frac{3a\sqrt{7}}{14}$$

$$\text{Vậy: } \Rightarrow d(B, (SAC)) = 4HK = \frac{6a\sqrt{7}}{7}$$

Bài 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$. SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 30° . Gọi M là trung điểm của cạnh SC . Tính thể tích khối chóp $S.ABM$ theo a

HD & Giải



Ta có:

$$\diamond \begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ (SAB) \perp BC (BC \perp AB, BC \perp SA) \\ (SAB) \cap (SBC) = SB \\ (SAB) \cap (ABC) = AB \end{cases}$$

$$\Rightarrow \widehat{((ABC), (ABC))} = \widehat{(SB, AB)} = \widehat{SBA} = 30^\circ$$

$$\diamond \text{ Tam giác } ABC \text{ vuông cân tại } B, \text{ có } BC = AB = a$$

$$\diamond \text{ Tam giác } SAB \text{ vuông tại } A, \text{ có } SA = AB \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$\diamond \text{ Thể tích: } V_{S.ABM} = \frac{1}{2} V_{S.ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} SA \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{6} SA \cdot AB \cdot BC = \frac{a^3 \sqrt{3}}{36}$$

Bài 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $HA = 2HB$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính theo a

a) Thể tích khối chóp $S.ABC$

b) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC

HD & Giải

a) Thể tích khối chóp $S.ABC$

Ta có:

$$\diamond SH \perp (ABC) \Rightarrow HC \text{ là hình chiếu của } SC \text{ lên } (ABC) \Rightarrow \widehat{(SC, (ABC))} = \widehat{(SC, HC)} = \widehat{SCH} = 60^\circ$$

$\diamond SH$ là chiều cao của hình chóp.

$$\diamond \text{ Gọi } D \text{ là trung điểm của cạnh } AB \Rightarrow CD \perp AB \Rightarrow BD = \frac{a}{2}; CD = \frac{a\sqrt{3}}{2}; AH = 2BH \Rightarrow BH = \frac{1}{3} BA = \frac{a}{3}$$

$$\text{Do đó: } HD = BD - BH = \frac{a}{2} - \frac{a}{3} = \frac{a}{6}.$$

$$\diamond \text{ Tam giác } CHD \text{ vuông tại } D, \text{ có: } HC = \sqrt{HD^2 + CD^2} = \frac{a\sqrt{7}}{3}$$

$$\diamond \text{ Tam giác } SHC \text{ vuông tại } H, \text{ có: } SH = HC \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{21}}{3}$$

$$\diamond \text{ Diện tích tam giác đều } ABC: S_{\Delta ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$\diamond \text{ Thể tích: } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{21}}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^3 \sqrt{7}}{12}$$

b) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC
Qua A , kẻ $Ax \parallel BC$. Gọi N, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của H trên Ax và SN . Ta có

$$\begin{cases} BC \parallel AN \\ AN \subset (SAN) \end{cases} \Rightarrow BC \parallel (SAN)$$

$$\Rightarrow d(SA, BC) = d(B, (SAN)) \text{ (hay } = d(C, (SAN)))$$

$$\diamond BA = \frac{3}{2} HA \Rightarrow d(B, (SAN)) = \frac{3}{2} d(H, (SAN))$$

$$\diamond Ax \perp HN, Ax \perp SH \Rightarrow Ax \perp (SHN) \Rightarrow Ax \perp HK$$

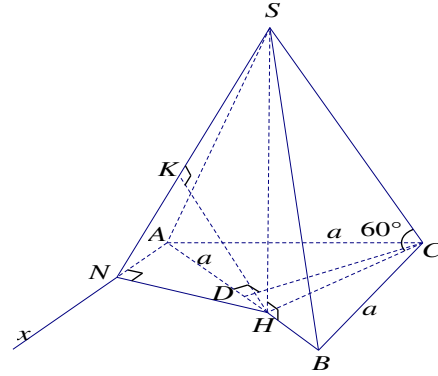
$$\diamond \text{Vậy: } HK \perp SN, HK \perp AN \Rightarrow HK \perp (SAN)$$

$$\Rightarrow d(H, (SAN)) = HK.$$

$$\diamond AH = \frac{2a}{3}. \text{ Tam giác } AHN \text{ vuông tại } N, \text{ có } \widehat{HAN} = \widehat{ABC} = 60^\circ \Rightarrow HN = AH \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$\diamond \text{ Tam giác } SHN \text{ vuông tại } H, \text{ có: } HK = \frac{SH \cdot HN}{\sqrt{SH^2 + HN^2}} = \frac{a\sqrt{42}}{12}$$

$$\text{Vậy } d(B, (SAN)) = \frac{3}{2} d(H, (SAN)) = \frac{a\sqrt{42}}{8}$$



Bài 28. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ với $SA = 2a, AB = a$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên cạnh SC .

a) Chứng minh SC vuông góc với mặt phẳng (ABH)

b) Tính thể tích của khối chóp $S.ABH$ theo a

Hướng Giải

Hình chóp tam giác đều $S.ABC$, Gọi O là tâm của tam giác $ABC \Rightarrow SO \perp (ABC)$

a) Chứng minh SC vuông góc với mặt phẳng (ABH)

Gọi D là trung điểm của AB . Ta có:

$$\begin{cases} CD \perp AB \\ SO \perp AB \text{ (do } SO \perp (ABC)) \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SCD)$$

$$\begin{cases} AH \perp SC \\ AB \perp SC \text{ (do } AB \perp (SCD)) \end{cases} \Rightarrow SC \perp (ABH)$$

b) Tính thể tích của khối chóp $S.ABH$ theo a

$$\diamond SH \perp (ABH) \Rightarrow SH \text{ là chiều cao của hình chóp } S.ABH$$

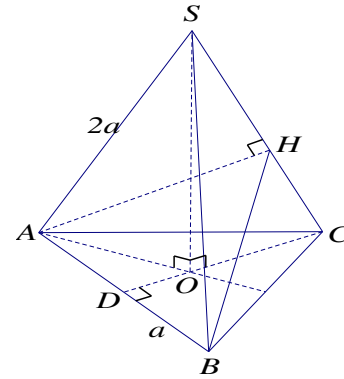
$$\diamond \text{ Thể tích: } V_{S.ABH} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta ABH}$$

$$\diamond CD \text{ là đường cao trong tam giác đều } ABC \text{ nên } CD = \frac{a\sqrt{3}}{2}; OC = \frac{2}{3} CD = \frac{a\sqrt{3}}{3}; \text{ trong tam giác vuông}$$

$$SOC, \text{ có: } SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{33}}{3}$$

$$\diamond \Delta SOC \sim \Delta DHC \text{ (hai tam giác vuông có cùng chung góc C)}$$

$$\Rightarrow \frac{DH}{SO} = \frac{DC}{SC} \Rightarrow DH = \frac{DC \cdot SO}{SC} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{33}}{3}}{2a} = \frac{a\sqrt{11}}{4}$$



❖ Tam giác DCH vuông tại H , có: $HC = \sqrt{CD^2 - DH^2} = \frac{a}{4} \Rightarrow SH = SC - HC = \frac{7a}{4}$

❖ Diện tích: $S_{\Delta ABH} = \frac{1}{2} AB \cdot DH = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a\sqrt{11}}{4} = \frac{a^2\sqrt{11}}{8}$

Vậy thể tích: $V_{S.ABH} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta ABH} = \frac{7a^3\sqrt{11}}{96}$

Lưu ý: Để tính thể tích $V_{S.ABH}$ ta cũng có thể dựa vào công thức tỉ số thể tích:

$$\frac{V_{S.ABH}}{V_{S.ABC}} = \frac{SH}{SC} = \frac{\frac{7a}{4}}{2a} = \frac{7}{8}, \quad V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{a^3\sqrt{11}}{12}$$

Bài 29. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, tam giác $A'AC$ vuông cân, $A'C = a$. Tính theo a

a) Thể tích của khối tứ diện $ABB'C'$

b) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (BCD')

HD & Giải

Hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ nên $AA' \perp (ABCD)$

a) Thể tích của khối tứ diện $ABB'C'$

Ta có:

❖ $AA' \perp (ABCD) \Rightarrow AA' \perp AC$; tam giác $A'AC$ vuông cân tại A nên $AA' = AC = \frac{A'C}{\sqrt{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

Tam giác ABC vuông tại B nên $AB = \frac{AC}{\sqrt{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{a}{2}$

❖ $B'C' \perp AB, B'C' \perp BB' \Rightarrow B'C' \perp (ABB') \Rightarrow B'C'$ là đường cao tứ diện $ABB'C'$ và $B'C' = AB = \frac{a}{2}$

❖ Thể tích: $V_{ABB'C'} = \frac{1}{3} B'C' \cdot S_{\Delta ABB'} = \frac{1}{3} B'C' \cdot \frac{1}{2} AB \cdot BB' = \frac{1}{6} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{a^3\sqrt{2}}{48}$

b) Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (BCD')

Ta có:

❖ $(ABA') \perp (A'BC)$ (hiển nhiên $(ABA') \perp (D'BC)$)

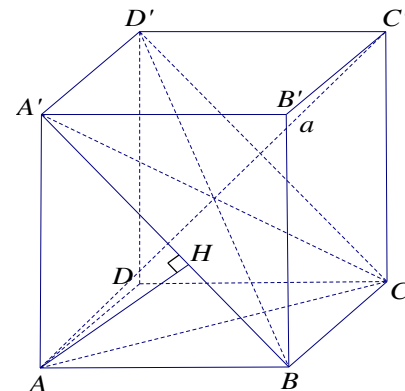
$(ABA') \cap (A'BC) = A'B$. Từ A , kẻ $AH \perp A'B$

Như vậy: $\begin{cases} AH \perp BC \\ AH \perp A'B \end{cases} \Rightarrow AH \perp (A'BC)$, hiển nhiên

$AH \perp (D'BC) \Rightarrow d(A, (D'BC)) = AH$

❖ Tam giác $A'AB$ vuông tại A , có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AA'^2} = \frac{6}{a^2}$

Vậy: $d(A, (D'BC)) = AH = \frac{a\sqrt{6}}{6}$



Bài 30. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a\sqrt{2}$, $SA = SB = SC$. Góc giữa SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính theo a

a) Thể tích của khối tứ diện $S.ABC$

b) Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$

HD & Giải

a) Thể tích của khối tứ diện $S.ABC$

❖ Gọi H là trung điểm $BC \Rightarrow HA = HB = HC$ (do tam giác ABC vuông cân tại A)

❖ Giả thiết: $SA = SB = SC \Rightarrow SH \perp BC$ và

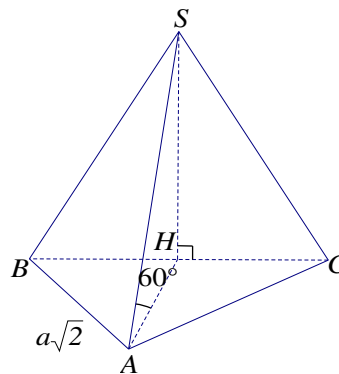
$$\Delta SHA = \Delta SHB = \Delta SHC \Rightarrow SH \perp (ABC) \text{ và } \widehat{SHA} = 60^\circ$$

❖ ΔABC vuông cân tại A : $AC = AB = a\sqrt{2} \Rightarrow BC = 2a \Rightarrow AH = a$

❖ ΔSHA vuông: $SH = AH \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$

❖ Thể tích: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$

b) Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$



❖ Gọi O, R lần lượt là tâm, bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC \Rightarrow O$ thuộc đường thẳng $SH \Rightarrow O$ thuộc mặt phẳng $(SBC) \Rightarrow R$ là bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔSBC

❖ ΔSHA ta có: $SA = \frac{SH}{\sin 60^\circ} = 2a \Rightarrow \Delta SBC$ đều

❖ $R = \frac{2a}{2 \sin 60^\circ} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$

Bài 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $\widehat{ABC} = 30^\circ$, SBC là tam giác đều cạnh a và mặt bên SBC vuông góc với đáy. Tính theo a

a) Thể tích khối chóp $S.ABC$

b) Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB)

HD & Giải

a) Thể tích khối chóp $S.ABC$

❖ Gọi H là trung điểm $BC \Rightarrow SH \perp BC$ (do tam giác SBC đều)

$$\left\{ \begin{array}{l} (SBC) \perp (ABC) \\ (SBC) \cap (ABC) = BC \Rightarrow SH \perp (ABC) \\ BC \perp SH \end{array} \right.$$

❖ Ta có: $BC = a \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; tam giác ABC vuông tại A có:

$$AC = BC \sin 30^\circ = \frac{a}{2}, AB = BC \cos 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

❖ Thể tích: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{6} SH \cdot AB \cdot AC = \frac{a^3}{16}$

b) Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB)

❖ Tam giác ABC vuông tại A và H là trung điểm BC nên

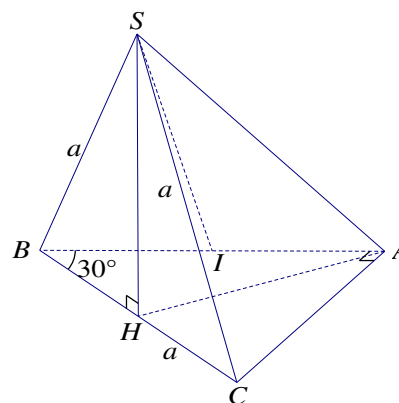
$$HA = HB = HC \Rightarrow \Delta SBH = \Delta SHA \Rightarrow SB = SA = a$$

❖ Gọi I là trung điểm $AB \Rightarrow SI \perp AB$ (do ΔSAB cân)

❖ Tam giác vuông SBI có:

$$SI = \sqrt{SB^2 - BI^2} = \sqrt{SB^2 - \frac{AB^2}{4}} = \frac{a\sqrt{13}}{4}$$

$$\text{❖ } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} d(C, (SAB)) \cdot S_{\Delta ABC} \Rightarrow d(C, (SAB)) = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{\Delta SAB}} = \frac{6V_{S.ABC}}{SI \cdot AB} = \frac{a\sqrt{39}}{13}$$



Bài 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính theo a

a) Thể tích khối chóp $S.ABCD$

b) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD)

HD & Giải

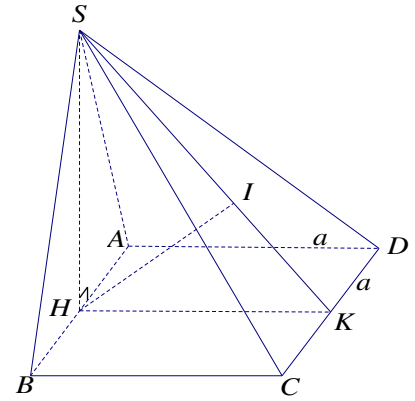
a) Thể tích khối chóp $S.ABCD$

❖ Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow SH \perp AB$ (do $\triangle SAB$ đều)

$$\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \Rightarrow SH \perp (ABCD) \\ AB \perp SH \end{cases}$$

❖ Tam giác SAB đều nên $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$$\text{❖ } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$$



b) Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD)

$$\begin{cases} AB \parallel CD \\ CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow AB \parallel (SCD) \text{ và } H \in AB \quad \text{❖ } d(A, (SCD)) = d(H, (SCD))$$

Gọi K là trung điểm CD và I là hình chiếu vuông góc của H lên SK .

$$\begin{cases} HK \perp CD \\ SH \perp CD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SHK) \Rightarrow CD \perp HI (HI \subset (SHK)) \quad \text{❖ } \begin{cases} HI \perp SK \\ HI \perp CD \end{cases} \Rightarrow HI \perp (SCD)$$

$$\text{❖ } d(A, (SCD)) = HI = \frac{SH \cdot HK}{\sqrt{SH^2 + HK^2}} = \frac{a\sqrt{21}}{7}$$

Bài 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, $\widehat{BAD} = 120^\circ$, M là trung điểm của cạnh BC và $\widehat{SMA} = 45^\circ$. Tính theo a

a) Thể tích khối chóp $S.ABCD$

b) Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SBC)

HD & Giải

a) Thể tích khối chóp $S.ABCD$

$$\text{❖ } ABCD \text{ là hình thoi và } \widehat{BAD} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{ABC} = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABC \text{ đều} \Rightarrow AM \perp BC \text{ và } AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{❖ Diện tích: } S_{ABCD} = 2S_{\triangle ABC} = 2 \cdot \frac{1}{2} AM \cdot BC = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{❖ Tam giác } SAM \text{ vuông tại } A \text{ có } \widehat{SMA} = 45^\circ \Rightarrow \triangle SAM \text{ vuông cân tại } A \Rightarrow SA = AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{❖ Thể tích: } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3}{4}$$

b) Tính khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SBC)

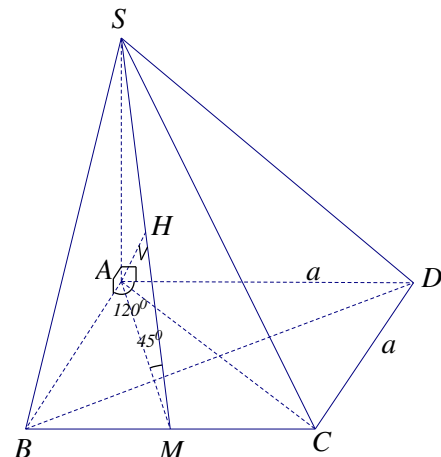
$$\begin{cases} AD \parallel BC \\ BC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow AD \parallel (SBC)$$

$$\Rightarrow d(D, (SBC)) = d(A, (SBC))$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên SM

$$\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp AH$$

$$\begin{cases} AH \perp BC \\ AH \perp SM \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH$$



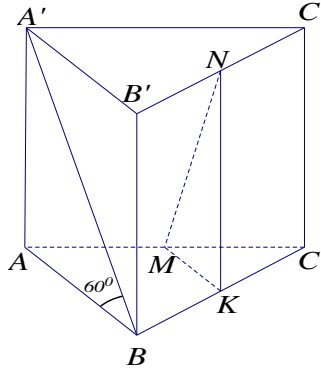
❖ Tam giác SAM vuông cân tại A nên $AH = \frac{\sqrt{2}}{2} AM = \frac{a\sqrt{6}}{4}$

Vậy: $d(D, (SBC)) = \frac{a\sqrt{6}}{4}$

Bài 34. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$ và đường thẳng $A'B$ tạo với đáy một góc bằng 60° . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh AC và $B'C'$. Tính theo a

- a) Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$
b) Độ dài đoạn thẳng MN

HD\&Giải



- a) Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

❖ $AA' \perp (ABC) \Rightarrow (\widehat{A'B, (ABC)}) = \widehat{A'BA} = 60^\circ$

❖ $\Delta A'AB$ có: $AA' = AB \tan \widehat{A'BA} = a \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$

❖ Thể tích: $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{3a^3}{4}$

- b) Độ dài đoạn thẳng MN

Gọi K là trung điểm $BC \Rightarrow NK \perp (ABC) \Rightarrow NK \perp MK$

❖ ΔMNK vuông tại K , có $MK = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$, $NK = AA' = a\sqrt{3}$

❖ $MN = \sqrt{MK^2 + NK^2} = \frac{a\sqrt{13}}{2}$

Bài 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SD = \frac{3a}{2}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh AB . Tính theo a

- a) Thể tích khối chóp $S.ABCD$
b) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD)

HD\&Giải

- a) Thể tích khối chóp $S.ABCD$

❖ Gọi H là trung điểm của AB , suy ra: $SH \perp (ABCD)$

❖ Xét tam giác SAD vuông tại D , có:

$$SH = \sqrt{SD^2 - DH^2} = \sqrt{SD^2 - (AH^2 + AD^2)} = \sqrt{\left(\frac{3a}{2}\right)^2 - \left(\left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2\right)} = a$$

❖ Diện tích: $S_{ABCD} = AB^2 = a^2$. Thể tích: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3}{3}$

- b) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD)

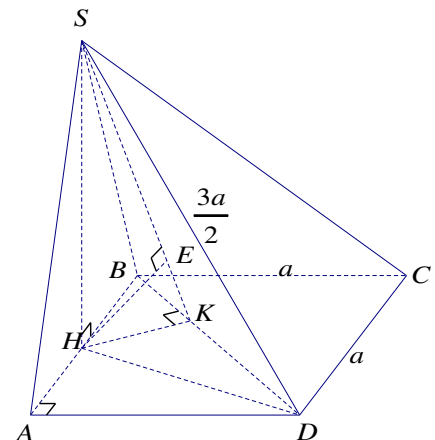
❖ Gọi K là hình chiếu vuông góc của H trên BD và E là hình chiếu vuông góc của H trên SK .

❖ Ta có: $\begin{cases} DB \perp HK \\ BD \perp SH \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SHK).$

Mà $HE \subset (SHK) \Rightarrow HE \perp DB$ Lại có: $HE \perp SK$.

Do đó: $HE \perp (SBD) \Rightarrow HE = d(H, (SBD))$

❖ H là trung điểm của AB nên $d(A, (SBD)) = 2d(H, (SBD)) = 2HE$



❖ Xét tam giác vuông HBK , có: $HK = HB \cdot \sin \widehat{KBH} = \frac{a}{2} \cdot \sin 45^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{4}$

❖ Xét tam giác vuông SHK , có: $SK = \sqrt{SH^2 + HK^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2} = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$

Và $HE \cdot SK = SH \cdot HK \Rightarrow HE = \frac{SH \cdot HK}{SK} = \frac{a \cdot \frac{a\sqrt{2}}{4}}{\frac{3a\sqrt{2}}{4}} = \frac{a}{3}$. Vậy: $d(A, (SBD)) = 2HE = \frac{2a}{3}$

Bài 36. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh AB , góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt đáy bằng 60° . Tính theo a

a) Thể tích khối trụ $ABC.A'B'C'$

b) Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng $(ACC'A')$

HD & Giải

a) Thể tích khối trụ $ABC.A'B'C'$

Gọi H là trung điểm của AB . Suy ra: $A'H \perp (ABC)$

❖ $\begin{cases} A'H \perp (ABC) \\ A'C \cap (ABC) = C \end{cases} \Rightarrow \widehat{(A'C, (ABC))} = \widehat{(A'C, HC)} = \widehat{(A'CH)} = 60^\circ$

❖ Xét tam giác vuông $A'HC$, có:

$A'H = CH \cdot \tan \widehat{A'CH} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}$

❖ Diện tích: $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy Thể tích khối trụ là $V_{ABC.A'B'C'} = A'H \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$

b) Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng $(ACC'A')$

Gọi I là hình chiếu vuông góc của H trên AC ; K là hình chiếu vuông góc của H trên $A'I$

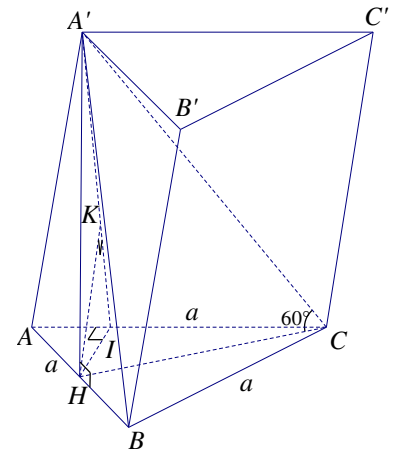
❖ Ta có: $\begin{cases} AC \perp A'H \\ AC \perp HI \end{cases} \Rightarrow AC \perp (A'HI) \Rightarrow AC \perp HK$

❖ Như vậy: $\begin{cases} HK \perp A'I \\ HK \perp AC \end{cases} \Rightarrow HK \perp (A'ACC') \Rightarrow HK = d(H, (ACC'A'))$

❖ Xét tam giác vuông AHI , có: $HI = AH \cdot \sin \widehat{IAH} = \frac{a}{2} \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

❖ Xét tam giác vuông $A'HI$, có: $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HI^2} + \frac{1}{HA^2} = \frac{1}{\frac{3a^2}{16}} + \frac{1}{\frac{9a^2}{4}} = \frac{52}{9a^2} \Rightarrow HK = \frac{3a\sqrt{13}}{26}$

❖ Do $d(B, (ACC'A')) = 2d(H, (ACC'A')) = 2HK = \frac{3a\sqrt{13}}{13}$



Bài 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , mặt bên SBC là tam giác đều cạnh a và mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính theo a

- a) Thể tích khối chóp $S.ABC$
b) Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA, BC

HD\&Giải

- a) Thể tích khối chóp $S.ABC$

Gọi H là trung điểm BC . Tam giác SBC đều nên $SH \perp BC$ và $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

❖ Ta có: $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SH \perp BC \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABC)$

❖ $\triangle ABC$ vuông cân tại A , nên $AH = \frac{BC}{2} = \frac{a}{2}$. Diện tích: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot a = \frac{a^2}{4}$

❖ Thể tích khối chóp là: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$

- b) Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA, BC

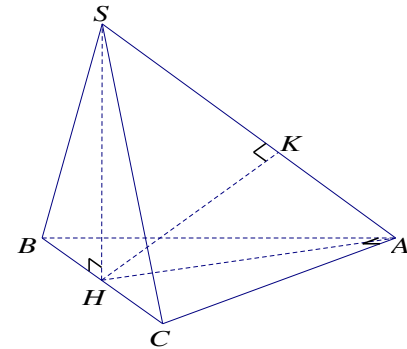
Gọi K là hình chiếu vuông góc của H trên SA , suy ra $HK \perp SA$

❖ Ta có: $BC \perp (SHA) \Rightarrow BC \perp HK \Rightarrow HK$ là đường vuông góc chung của BC và SA

❖ Do đó: $d(SA, BC) = HK$. Xét tam giác vuông SHA , có:

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{AH^2} = \frac{16}{3a^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

Vậy: $d(SA, BC) = HK = \frac{a\sqrt{3}}{4}$



Bài 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, SC tạo đáy một góc bằng 45° . Tính theo a

- a) Thể tích khối chóp $S.ABCD$
b) Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD)

HD\&Giải

- a) Thể tích khối chóp $S.ABCD$

❖ Ta có:

$$\begin{cases} SC \cap (ABCD) = C \\ SA \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow (\widehat{SC, (ABCD)}) = (\widehat{SC, AC}) = (\widehat{SCA}) = 45^\circ$$

❖ $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên $AC = a\sqrt{2}$. Tam giác vuông SAC , có $SA = AC \cdot \tan \widehat{SCA} = a\sqrt{2}$

❖ Thể tích khối chóp là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

- b) Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD)

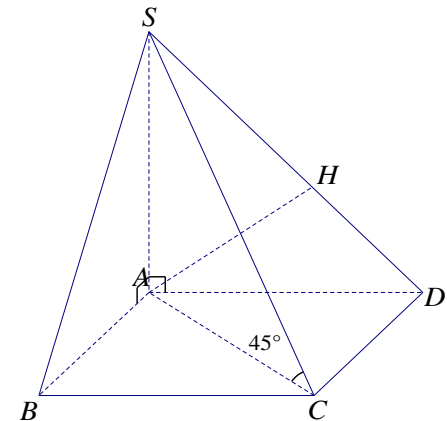
❖ $AB \parallel CD \Rightarrow d(B, (SCD)) = d(A, (SCD))$

❖ Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SD , có: $\Rightarrow AH \perp SD$

❖ Do $CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AH$. Suy ra: $AH \perp (SCD)$

❖ $d(A, (SCD)) = AH$. Xét tam giác vuông SAH , có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{3}{2a^2}$

Vậy: $d(B, (SCD)) = d(A, (SCD)) = AH = \frac{a\sqrt{6}}{3}$



Bài 39. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên đều bằng $2a$, đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a, AC = a\sqrt{3}$ và hình chiếu vuông góc của đỉnh A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh BC . Tính theo a

a) Thể tích khối chóp $A'.ABC$

b) Côsin của góc giữa hai đường thẳng $AA', B'C'$

HD\&Giải

a) Thể tích khối chóp $A'.ABC$

Gọi H là trung điểm của BC . Ta có: $\diamond A'H \perp (ABC)$;

$\diamond \triangle ABC$ vuông tại A , có: $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + 3a^2} = 2a$ và $AH = \frac{1}{2}BC = a$

$\diamond \triangle A'HA$ vuông tại H , có:

$$A'H^2 = A'A^2 - AH^2 = 3a^2 \Rightarrow A'H = a\sqrt{3}$$

$$\diamond \text{Diện tích: } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB.AC = \frac{1}{2}.a.a\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$$

$$\diamond \text{Thể tích: } V_{A'.ABC} = \frac{1}{3}A'H.S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}.a\sqrt{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{2}$$

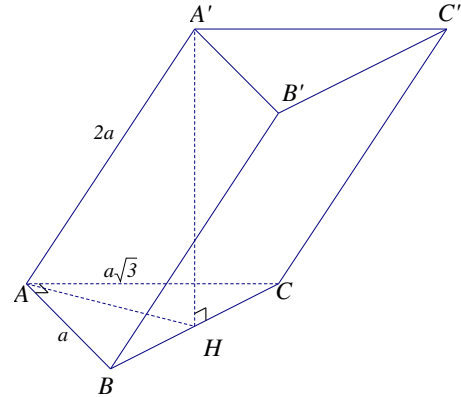
b) Côsin của góc giữa hai đường thẳng $AA', B'C'$

Ta có:

$$\diamond \begin{cases} AA' // BB' \\ BB' // BH \end{cases} \Rightarrow \widehat{(AA', B'C')} = \widehat{(BB', BH)} = \widehat{B'BH} = \varphi$$

$\diamond \triangle A'B'H$ vuông tại A' có: $HB' = \sqrt{A'B'^2 + A'H^2} = 2a \Rightarrow \triangle BB'H$ cân tại B'

$$\diamond \triangle BB'H \text{ có: } HB'^2 = BH^2 + BB'^2 - 2BH.BB' \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = \frac{a}{2.2a} = \frac{1}{4}$$



Bài 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA = a, SB = a\sqrt{3}$ và mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC . Tính theo a

a) Thể tích khối chóp $S.BMDN$

b) Côsin của góc giữa hai đường thẳng SM, DN

HD\&Giải

a) Thể tích khối chóp $S.BMDN$

Gọi H là hình chiếu của S lên AB . Ta có:

$$\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \Rightarrow SH \perp (ABCD) \\ SH \perp AB \end{cases}$$

$\Rightarrow SH$ là chiều cao của hình chóp

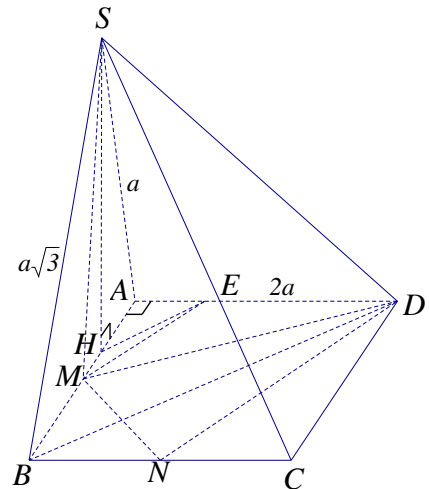
$S.BMDN$

$\diamond SA^2 + SB^2 = a^2 + 3a^2 = AB^2 \Rightarrow \triangle SAB$ vuông tại S . Do đó:

$$SM = \frac{AB}{2} = a = AB = MA$$

$$\diamond \triangle SAM \text{ đều} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\diamond \text{Diện tích: } S_{BMDN} = S_{BMD} + S_{BND} = \frac{1}{2}S_{BAD} + \frac{1}{2}S_{BCD} = \frac{1}{2}S_{ABCD} = 2a^2$$



$$\diamond \text{ Thể tích: } V_{S.BMDN} = \frac{1}{3} SH.S_{BMDN} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$$

b) Côsin của góc giữa hai đường thẳng SM, DN

Ta kẻ $ME // ND (E \in AD)$

Ta có:

$$\diamond \begin{cases} ME // ND \\ SM \cap ME = M \end{cases} \Rightarrow (\widehat{SM, ND}) = (\widehat{SM, ME}) = \widehat{SME} = \varphi$$

$$\diamond \Delta AME \sim \Delta CDN \Rightarrow \frac{AM}{CD} = \frac{AE}{CN} \Rightarrow AE = \frac{AM.CN}{CD} = \frac{a^2}{2a} = \frac{a}{2}$$

$$\diamond SH \perp AE \Rightarrow SA \perp AE \text{ (định lí ba đường vuông góc)}. SE = \sqrt{SA^2 + AE^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

$$\diamond \Delta AME \text{ vuông tại } A, \text{ có: } ME = \sqrt{AM^2 + AE^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2} = SE$$

$\diamond$ Áp dụng định lý côsin trong tam giác AME , có:

$$SE^2 = SM^2 + ME^2 - 2SM.ME \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = \frac{SM}{2ME} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{5}}{2}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

Bài 41. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông, $AB = BC = a$, cạnh bên

$AA' = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Tính theo a

a) Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

b) Khoảng cách giữa hai đường thẳng $AM, B'C$

HD & Giải

a) Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Ta có:

$\diamond ABC$ là tam giác vuông và $AB = BC = a \Rightarrow \Delta ABC$ vuông cân tại B .

$$\diamond \text{ Diện tích: } S_{ABC} = \frac{1}{2} BA.BC = \frac{a^2}{2}$$

$$\diamond \text{ Thể tích: } V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{ABC} = a\sqrt{2} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$$

b) Khoảng cách giữa hai đường thẳng $AM, B'C$

Gọi E là trung điểm của BB' .

$\diamond$ Khi đó mặt phẳng (AME) song song với $B'C$ nên khoảng cách giữa hai đường thẳng $AM, B'C$ bằng khoảng cách giữa $B'C$ đến mặt phẳng (AME)

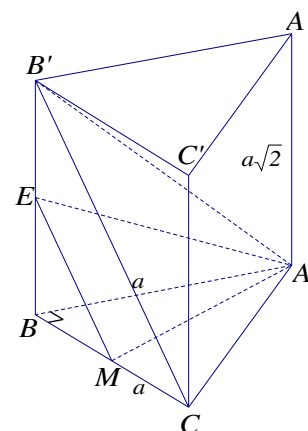
$$\diamond \text{ Hơn nữa } d(B'C; (AME)) = d(C; (AME)) = d(B; (AME))$$

Gọi h là khoảng cách từ B đến mp (AME) .

$\diamond$ Do tứ diện $BAME$ có BA, BM, BE đôi một vuông góc nên

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{BA^2} + \frac{1}{BM^2} + \frac{1}{BE^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{4}{a^2} + \frac{2}{a^2} = \frac{7}{a^2} \Rightarrow h = \frac{a\sqrt{7}}{7}$$

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$ là $\frac{a\sqrt{7}}{7}$



Bài 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $\widehat{BAD} = \widehat{ABC} = 90^\circ$, $AB = BC = a, AD = 2a$, SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD .

a) Chứng minh rằng $BCNM$ là hình chữ nhật

b) Tính thể tích của khối chóp $S.BCNM$ theo a

HD & Giải

a) Chứng minh rằng $BCNM$ là hình chữ nhật

❖ MN là đường trung bình của tam giác SAD

$$\Rightarrow \begin{cases} MN \parallel AD \\ MN = \frac{1}{2} AD = a \end{cases} \Rightarrow MN \parallel BC \text{ và } MN = BC = a$$

$\Rightarrow BCNM$ là hình bình hành (1)

$$\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp BM \quad (2)$$

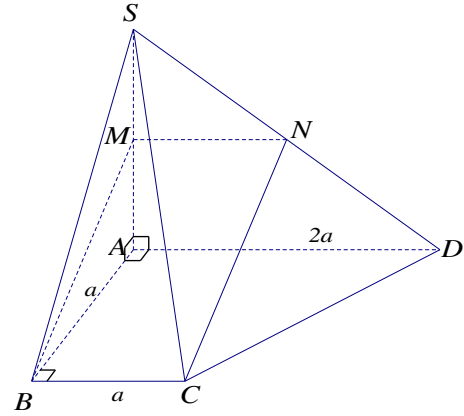
❖ Từ (1) và (2) suy ra $BCNM$ là hình chữ nhật

b) Tính thể tích của khối chóp $S.BCNM$ theo a

$$\text{❖ } S_{BCNM} = 2S_{\triangle BCM} \Rightarrow V_{S.BCNM} = 2V_{S.BCM}$$

$$\text{❖ } V_{S.BCM} = V_{C.SBM} = \frac{1}{3} CB \cdot S_{\triangle SBM} = \frac{1}{6} CB \cdot S_{\triangle SAB} = \frac{1}{6} CB \cdot \frac{1}{2} SA \cdot AB = \frac{1}{12} \cdot a \cdot a \cdot 2a = \frac{a^3}{6}$$

$$\text{❖ Vậy thể tích khối chóp là } V_{S.BCNM} = \frac{a^3}{3}$$



Bài 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SC, CD .

a) Chứng minh rằng AM vuông góc với BP

b) Tính thể tích của khối tứ diện $CMNP$ theo a

HD & Giải

a) Chứng minh rằng AM vuông góc với BP

Gọi H là trung điểm AD . Tam giác SAD đều $\Rightarrow SH \perp AD$

$$\begin{cases} (SAD) \perp (ABCD) \\ (SAD) \cap (ABCD) = AD \Rightarrow SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp BP \quad (1) \\ SH \perp AD \end{cases}$$

❖ Hình vuông $ABCD$, P là trung điểm của BC và H là trung điểm $AD \Rightarrow \triangle CDH = \triangle BCP \Rightarrow \widehat{B_1} = \widehat{C_1}$

$$\text{Mà: } \widehat{B_1} + \widehat{P} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{C_1} + \widehat{P} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{I} = 90^\circ$$

Hay $CH \perp BP$ (2)

❖ Từ (1) và (2) suy ra $BP \perp (SCH)$

$$\begin{cases} MN \parallel SC \\ AN \parallel CH \\ NM \cap AN = N \\ MN, AN \subset (AMN) \end{cases} \Rightarrow (AMN) \parallel (SCH)$$

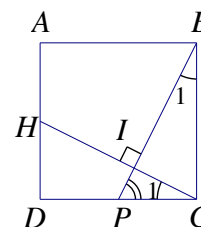
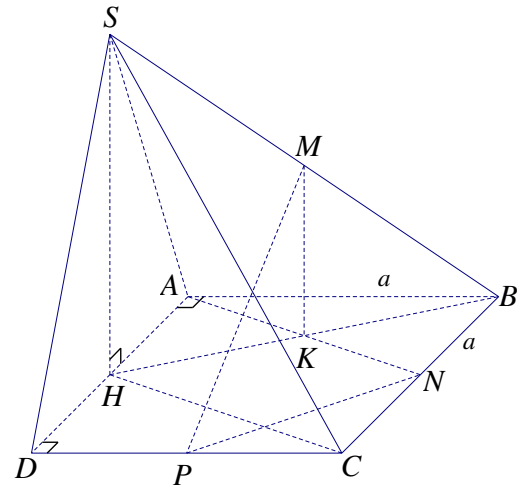
❖ Suy ra: $BP \perp (AMN) \Rightarrow BP \perp AM$

b) Tính thể tích của khối tứ diện $CMNP$ theo a

Gọi K là giao điểm của AN và $BH \Rightarrow K$ là trung điểm BH

$$\begin{cases} MK \parallel SH \\ SH \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow MK \perp (ABCD)$$

$$\text{❖ } V_{CMNP} = V_{M.CNP} = \frac{1}{3} MK \cdot S_{\triangle CNP}$$



$$\diamond \Delta SAD \text{ đều} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow MK = \frac{1}{2}SH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

$$\diamond S_{\Delta CNP} = \frac{1}{2}CN.CP = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^2}{8}$$

$$\text{Vậy: } V_{CMNP} = V_{M.CNP} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a^2}{8} = \frac{a^3\sqrt{3}}{96}$$

Bài 44. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Gọi E là điểm đối xứng của D qua trung điểm của SA , M là trung điểm của AE , N là trung điểm của BC .

- a) Chứng minh rằng MN vuông góc với BD
b) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và AC theo a

HD&Giải

- a) Chứng minh rằng MN vuông góc với BD

$$\diamond \text{Gọi } O \text{ là giao điểm của } AC \text{ và } BD. \text{ Hình chóp tứ giác đều } S.ABCD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$$

$$\diamond \text{Gọi } P \text{ là trung điểm của } SA. \text{ Trong tam giác } EAD \text{ có: } \begin{cases} MP \parallel AD \\ MP = \frac{1}{2}AD = \frac{a}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} MP \parallel NC \\ MP = NC \end{cases}$$

$\Rightarrow MNCP$ là hình bình hành

$$\diamond \begin{cases} MN \parallel CP \\ CP \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow MN \parallel (SAC) \quad (1)$$

$$\diamond \begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SO \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \quad (2)$$

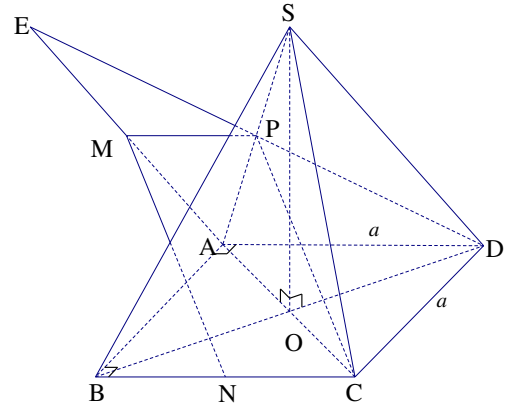
$\diamond$ Từ (1) và (2) suy ra $BD \perp MN$

- b) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và AC theo a

$$\diamond MN \parallel (SAC) \Rightarrow d(MN, AC) = d(N, (SAC))$$

$$\diamond NB = \frac{BC}{2} \Rightarrow d(N, (SAC)) = \frac{1}{2}d(B, (SAC)) = \frac{1}{4}BD = \frac{a\sqrt{2}}{4}$$

$$\diamond \text{Vậy: } d(MN, AC) = \frac{a\sqrt{2}}{4}$$



Bài 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $\widehat{BAD} = \widehat{ABC} = 90^\circ$, $AB = BC = a, AD = 2a$,

SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi H là hình chiếu của A trên SB .

- a) Chứng minh rằng tam giác SCD vuông
b) Tính khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SCD) theo a

HD&Giải

a) Chứng minh rằng tam giác SCD vuông

Gọi I là trung điểm của AD

❖ $IA = IC = ID = a \Rightarrow \Delta ACD$ vuông tại C hay $AC \perp CD$ (1)

❖ $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp CD$ (2)

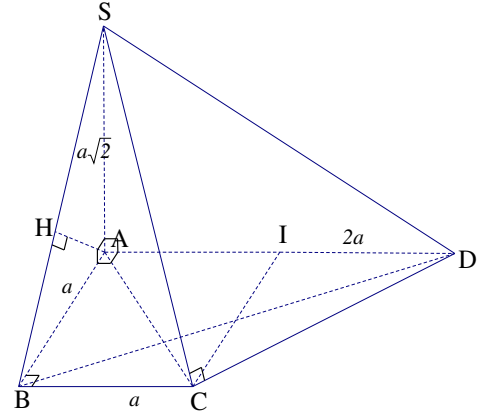
❖ Từ (1) và (2) suy ra $CD \perp SC$ hay ΔSCD vuông tại C

b) Tính khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SCD) theo a

❖ Trong tam giác SAB ta có:

$$SH \cdot SB = SA^2 \Rightarrow SH = \frac{SA^2}{SB} \Rightarrow \frac{SH}{SB} = \frac{SA^2}{SB^2}$$

❖ ΔSAB vuông tại A , có $SB^2 = SA^2 + AB^2 = 3a^2$



$$\text{Do đó: } \frac{SH}{SB} = \frac{2a^2}{3a^2} = \frac{2}{3}$$

❖ Gọi d_1 và d_2 lần lượt là khoảng cách từ B và H đến mặt phẳng (SCD) . Khi đó: $d_1 \parallel d_2$ nên

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{SH}{SB} = \frac{2}{3} \Rightarrow d_2 = \frac{2}{3} d_1$$

$$\text{❖ } V_{B.SCD} = \frac{1}{3} d_1 S_{\Delta SCD} \Rightarrow d_1 = \frac{3V_{B.SCD}}{S_{\Delta SCD}} = \frac{SA \cdot S_{\Delta BCD}}{S_{\Delta SCD}} \quad \text{❖ } S_{\Delta BCD} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{a^2}{2};$$

$$S_{\Delta SCD} = \frac{1}{2} SC \cdot CD = \frac{1}{2} \sqrt{SA^2 + AC^2} \cdot \sqrt{IC^2 + ID^2} = \frac{1}{2} \sqrt{SA^2 + AB^2 + BC^2} \cdot \sqrt{IC^2 + ID^2} = a^2 \sqrt{2}$$

$$\text{❖ Suy ra: } d_1 = \frac{a\sqrt{2} \cdot \frac{a^2}{2}}{a^2 \sqrt{2}} = \frac{a}{2}. \text{ Vậy khoảng cách từ điểm } H \text{ đến mặt phẳng } (SCD) \text{ là: } d_2 = \frac{2}{3} d_1 = \frac{a}{3}$$

Bài 46. Cho hình trụ có các đáy là hai hình tròn tâm O và O' , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a . Trên đường tròn tâm O lấy điểm A , trên đường tròn tâm O' lấy điểm B sao cho $AB = 2a$. Tính thể tích của khối tứ diện $OO'AB$ theo a

HD & Giải

Kẻ đường sinh AA' . Gọi D là điểm đối xứng của A' qua O' và H là hình chiếu của B trên đường thẳng $A'D$

❖ Để tính thể tích của khối tứ diện $OO'AB$, ta tính thể tích khối chóp $B.AOO'$

$$\text{❖ } \begin{cases} BH \perp A'O \\ BH \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BH \perp (AOO'A') \text{ hay}$$

$BH \perp (AOO') \Rightarrow BH$ là chiều cao hình chóp $B.AOO'$.

$$\text{❖ } V_{B.AOO'} = \frac{1}{3} BH \cdot S_{\Delta AOO'}$$

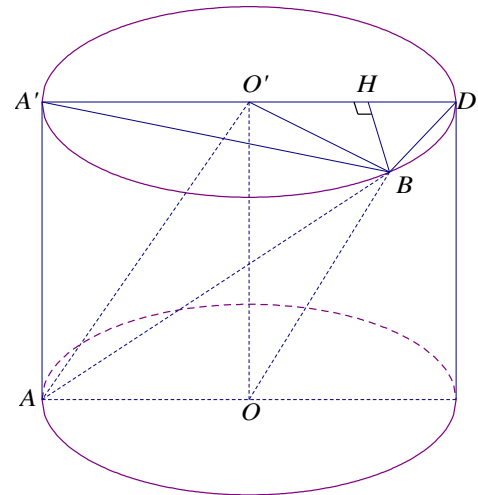
$$\text{❖ } \Delta AOO' \text{ vuông cân. } S_{\Delta AOO'} = \frac{1}{2} AA' \cdot AO' = \frac{a^2}{2}$$

$$\text{❖ } \Delta A'AB \text{ vuông, có: } A'B = \sqrt{AB^2 - AA'^2} = a\sqrt{3}$$

$$\text{❖ } \Delta A'BD \text{ vuông, có: } BD = \sqrt{A'D^2 - A'B^2} = a$$

$$BD = BO' = DO' = a \Rightarrow \Delta BDO' \text{ đều} \Rightarrow BH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Vậy: } V_{B.AOO'} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$$



Bài 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a, AD = a\sqrt{2}$, $SA = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SC ; I là giao điểm của BM và AC .

- a) Chứng minh rằng mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (SMB)
b) Tính thể tích của khối tứ diện $ANIB$ theo a

HD\>Giải

- a) Chứng minh rằng mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (SMB)

❖ $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BM$ (1)

❖ $AD = a\sqrt{2} \Rightarrow AM = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. $\frac{AM}{AB} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ và $\frac{BA}{BC} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{BA}{BC} \Rightarrow \triangle ABM$ đồng dạng với $\triangle BCA \Rightarrow \widehat{ABM} = \widehat{BCA}$

❖ $\widehat{BCA} + \widehat{BAC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{ABM} + \widehat{BAC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{AIB} = 90^\circ$ hay $BM \perp AC$ (2)

❖ Từ (1) và (2) suy ra $BM \perp (SAC) \Rightarrow (SMB) \perp (SAC)$

- b) Tính thể tích của khối tứ diện $ANIB$ theo a

❖ Gọi H là trung điểm $AC \Rightarrow NH$ là đường trung bình của $\triangle SAC \Rightarrow NH \parallel SA$ và $SA \perp (ABCD) \Rightarrow NH \perp (ABCD)$ hay

$NH \perp (ABI)$. NH là chiều cao hình chóp $N.ABI$

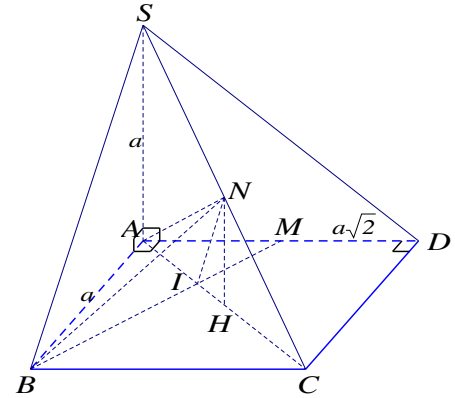
❖ $V_{N.ABI} = \frac{1}{3} NH.S_{\triangle ABI}$; $NH = \frac{SA}{2} = \frac{a}{2}$

❖ $\triangle ABM$, có: $\frac{1}{AI^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AM^2} \Rightarrow AI = \frac{a\sqrt{3}}{3}$,

❖ $\triangle ABI$, có $BI^2 = AB^2 - AI^2 = a^2 - \frac{3a^2}{9} \Rightarrow BI = \frac{a\sqrt{6}}{3}$

❖ $S_{\triangle ABI} = \frac{1}{2} BI.AI = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{a^2\sqrt{2}}{6}$

Vậy $V_{N.ABI} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{2}}{6} = \frac{a^3\sqrt{2}}{36}$



Bài 48. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA = 2a$ và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Gọi M và N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các đường thẳng SB và SC . Tính thể tích của khối chóp $A.BCNM$ theo a

HD\>Giải

❖ Gọi K là trung điểm $BC \Rightarrow BC \perp AK$ và $BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAK)$

❖ Trong tam giác SAK , kẻ $AH \perp SK$. $\begin{cases} AH \perp SK \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC)$ hay $AH \perp (BCNM) \Rightarrow AH$ là chiều cao của hình chóp $A.BCNM$

$$\diamond V_{A.BCNM} = \frac{1}{3} AH \cdot S_{BCNM}$$

$$\begin{aligned} \diamond \text{ Xét tam giác } SAK \text{ có: } \frac{1}{AH^2} &= \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AK^2} \\ &= \frac{1}{(2a)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{19}{12a^2} \Rightarrow AH = \frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}} \end{aligned}$$

$\diamond$ Hai tam giác SMN và SBC có chung góc $\hat{S}$ nên tỉ số diện tích của chúng bằng tỉ số các cạnh bên. $S_{\Delta SMN} = \frac{1}{2} SM \cdot SN \sin \hat{S}$,

$$S_{\Delta SBC} = \frac{1}{2} SB \cdot SC \sin \hat{S} \Rightarrow \frac{S_{\Delta SMN}}{S_{\Delta SBC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC}$$

$$\diamond \text{ Xét tam giác } SAB: SA^2 = SM \cdot SB \Rightarrow \frac{SM}{SB} = \frac{SA^2}{SB^2} = \frac{SA^2}{SA^2 + AB^2} = \frac{4}{5}$$

$$\diamond \text{ Xét tam giác } SAC: SA^2 = SC \cdot SN \Rightarrow \frac{SN}{SC} = \frac{SA^2}{SC^2} = \frac{SA^2}{SA^2 + AC^2} = \frac{4}{5}$$

$$\text{Suy ra: } \frac{S_{\Delta SMN}}{S_{\Delta SBC}} = \frac{16}{25} \Rightarrow S_{BCNM} = \frac{9}{25} S_{\Delta SBC}$$

$$\diamond \text{ Xét tam giác } SAK \text{ có: } SK = \sqrt{SA^2 + AK^2} = \sqrt{4a^2 + \frac{3a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{19}}{2}$$

$$\diamond S_{\Delta SBC} = \frac{1}{2} SK \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{19}}{2} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{19}}{4} \Rightarrow S_{BCNM} = \frac{9}{25} \cdot \frac{a^2\sqrt{19}}{4} = \frac{9a^2\sqrt{19}}{100}$$

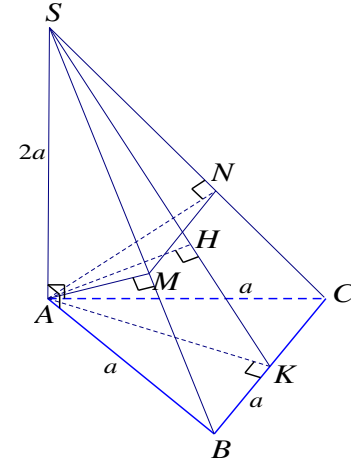
$$\text{Vậy thể tích khối chóp là } V_{A.BCNM} = \frac{1}{3} \frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}} \cdot \frac{9a^2\sqrt{19}}{100} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{50}$$

Cách khác: Áp dụng công thức tỉ số thể tích, ta có:

$$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{16}{25} \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{16}{25} V_{S.ABC}$$

$$\Rightarrow V_{A..BCNM} = \frac{9}{25} \cdot V_{S.ABC} \cdot \text{Mà } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp là } V_{A..BCNM} = \frac{9}{25} \cdot \frac{a^3\sqrt{3}}{6} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{50}$$



Bài 49. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC vuông tại C có $AB = 2a, \widehat{CAB} = 30^\circ$; $SA = 2a$ và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Gọi H và K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các đường thẳng SB và SC .

- Tính thể tích của khối chóp $H.ABC$ theo a
- Chứng minh rằng $AH \perp SB$ và $SB \perp (AHK)$
- Tính thể tích của khối chóp $S.AHK$ theo a

HD\>Giải

a) Tính thể tích của khối chóp $H.ABC$ theo a

Cách 1.

❖ Trong mặt phẳng (SAC) , kẻ HI song song với $SA \Rightarrow HI \perp (ABC)$

$$\text{Vậy } V_{H.ABC} = \frac{1}{3} HI \cdot S_{\Delta ABC}$$

Ta có:

$$\text{❖ } AC = AB \cos 30^\circ = a\sqrt{3} \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin 30^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$$

$$\text{❖ } \frac{HI}{SA} = \frac{HC}{SC} = \frac{HC \cdot SC}{SC^2} = \frac{AC^2}{SC^2} = \frac{AC^2}{SA^2 + AC^2} = \frac{3a^2}{7a^2} = \frac{3}{7} \Rightarrow HI = \frac{6a}{7}$$

$$\text{Vậy: } V_{H.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{6a}{7} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{7}$$

$$\text{Cách 2. } V_{H.ABC} = V_{B.AHC} = \frac{1}{3} BC \cdot S_{\Delta AHC}$$

b) Chứng minh rằng $AH \perp SB$ và $SB \perp (AHK)$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AH \perp SC \\ AH \perp CB \text{ (do } BC \perp (SAC)) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp SB$$

$$\text{❖ } \begin{cases} SB \perp AH \\ SB \perp AK \end{cases} \Rightarrow SB \perp (AHK)$$

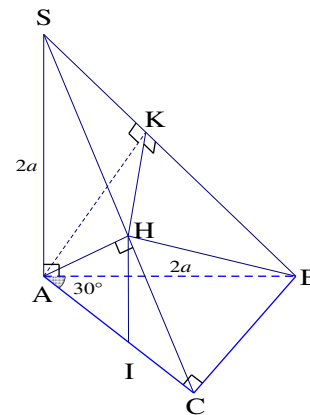
c) Tính thể tích của khối chóp $S.AHK$ theo a

Cách 1.

$$\text{❖ } \frac{V_{S.AHK}}{V_{S.ACB}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SH}{SC} \cdot \frac{SK}{SB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{SH}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{SH \cdot SC}{SC^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{SA^2}{SA^2 + AC^2} = \frac{2}{7}$$

$$\text{❖ } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3} \cdot \text{Vậy } V_{S.AHK} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3} \cdot \frac{2}{7} = \frac{2a^3 \sqrt{3}}{21}$$

$$\text{Cách 2: } V_{S.AHK} = \frac{1}{3} SK \cdot S_{\Delta AHK}$$



Bài 50. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$, mặt phẳng $(A'B'C')$ tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

HD\>Giải

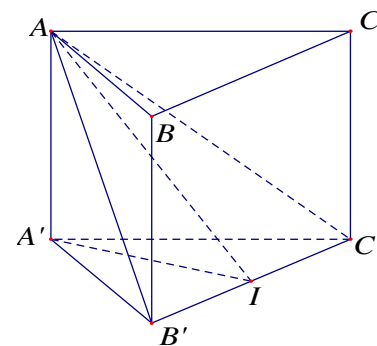
Gọi I là trung điểm của $B'C'$. Suy ra:

$$((AB'C'), (A'B'C')) = (A'I, IA) = \widehat{A'IA} = 60^\circ$$

Ta có: $A'B'I$ là nửa tam giác đều nên

$$A'I = \frac{a}{2}, B'I = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow B'C' = a\sqrt{3} \Rightarrow S_{\Delta A'B'C'} = \frac{1}{2} A'I \cdot B'C' = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$\text{Ta lại có: } AA' = A'I \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \text{Vậy } V = AA' \cdot S_{\Delta A'B'C'} = \frac{3a^3}{8}.$$



Bài 51. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB .

HD\>Giải

Dựng điểm E sao cho $ACBE$ là hình bình hành,

Khi đó: $AC \parallel EB \Rightarrow AC \parallel (SBE)$.

$$\Rightarrow d(AC, SB) = d(AC, (SBE)) = d(A, (SBE)).$$

Kẻ $AI \perp EB (I \in EB)$,

kẻ $AH \perp SI (H \in SI) \Rightarrow d(A, (SBE)) = AH$.

$$\text{Tam giác } ABE \text{ vuông tại } A \Rightarrow \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AE^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{5}{4a^2}$$

Xét $\triangle SAI$, ta có:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{5}{4a^2} = \frac{9}{4a^2} \Rightarrow AH = \frac{2}{3}a.$$

$$\text{Vậy: } h = d(AC, SB) = \frac{2a}{3}.$$

Cách 2. Vẽ hình hộp chữ nhật có ba cạnh liên tiếp AB, AD, AS (

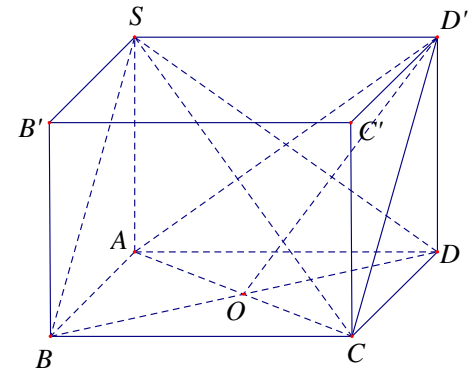
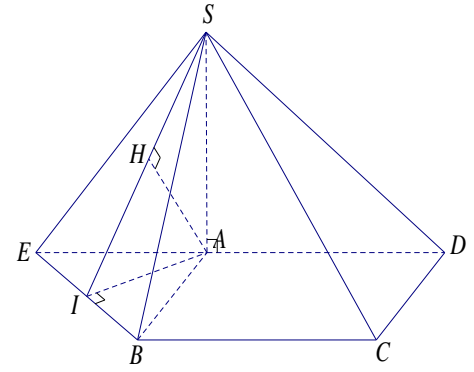
như hình vẽ) thì $SB \parallel (ACD')$.

$$\Rightarrow d(SB, AC) = d(SB, (ACD')) = d(B, (ACD')) = d(D, (ACD')) = l$$

(vì B, D là hai điểm đối xứng nhau qua O).

Do DA, DC, DD' đôi một vuông góc suy ra

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{DA^2} + \frac{1}{DC^2} + \frac{1}{DD'^2} = \frac{9}{4a^2} \Rightarrow h = \frac{2a}{3}.$$



CHƯƠNG I. KHỐI ĐA DIỆN PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h . Tính thể tích V của khối trụ đã cho.

- A. $V = B^2.h$. B. $V = \frac{1}{6}B.h$. C. $V = B.h$. D. $V = \frac{1}{3}B.h$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B ; biết $AB = BC = a$, $AD = 2a$, hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy, góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng 60° . Thể tích khối V của chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{\sqrt{6}}{3}a^3$. B. $V = \frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{6}}{2}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{6}}{6}a^3$.

Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 12 và G là trọng tâm của tam giác BCD . Tính thể tích V của khối chóp $A.GBC$.

- A. $V = 6$. B. $V = 4$. C. $V = 3$. D. $V = 5$.

Câu 4: Cho khối hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$, trong đó $ABCD$ là hình thoi có hai đường chéo $AC = a$, $BD = a\sqrt{3}$ và có đường chéo của hình hộp $AC' = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối hộp đã cho.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. D. $V = a^3\sqrt{5}$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $\widehat{ABC} = 30^\circ$, SBC là tam giác đều cạnh a và mặt bên SBC vuông góc với đáy. Đường cao h hạ từ đỉnh C trong tam giác SAB theo a là.

- A. $h = \frac{a\sqrt{13}}{4}$. B. $h = \frac{a\sqrt{13}}{2}$. C. $h = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. D. $h = \frac{2a\sqrt{13}}{3}$.

Câu 6: Cho hình lăng trụ tam giác đều. Nếu ta tăng chiều dài của cạnh đáy lên gấp hai lần thì thể tích của khối lăng trụ thu được bằng bao nhiêu lần thể tích khối lăng trụ ban đầu?

- A. 4 lần. B. 8 lần. C. 2 lần. D. $\frac{1}{4}$ lần.

Câu 7: Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 4 mặt phẳng. B. 1 mặt phẳng. C. 2 mặt phẳng. D. 3 mặt phẳng.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, SC tạo đáy một góc bằng 45° . Khoảng cách h từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) tính theo a là.

- A. $h = \frac{a\sqrt{3}}{6}$. B. $h = \frac{a\sqrt{6}}{6}$. C. $h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. D. $h = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết góc giữa SC và (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối V của chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3}{2}$. B. $V = \frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$. C. $V = a^3$. D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Câu 10: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ đáy là hình vuông cạnh a và cạnh bên tạo với đáy một góc 60° . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón ngoại tiếp hình chóp.

- A. $S_{xq} = \frac{\sqrt{2}}{2}\pi a^2$. B. $S_{xq} = \pi a^2$. C. $S_{xq} = 2\pi a^2$. D. $S_{xq} = \sqrt{2}\pi a^2$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $HA = 2HB$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính khoảng cách h giữa hai đường thẳng SA và BC .

$$\text{A. } h = \frac{a\sqrt{42}}{8}. \quad \text{B. } h = \frac{a\sqrt{42}}{4}. \quad \text{C. } h = \frac{a\sqrt{42}}{6}. \quad \text{D. } h = \frac{a\sqrt{42}}{2}.$$

Câu 12: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh AB , góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt đáy bằng 60° . Thể tích V khối trụ $ABC.A'B'C'$ theo a là.

$$\text{A. } V = \frac{3\sqrt{3}}{8}a^3. \quad \text{B. } V = \frac{3\sqrt{3}}{4}a^3. \quad \text{C. } V = \frac{\sqrt{3}}{8}a^3. \quad \text{D. } V = \frac{3}{8}a^3.$$

Câu 13: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Biết $AB = a, AC = a\sqrt{3}$ và mặt bên $BB'C'C$ là hình vuông. Khoảng cách h giữa hai đường thẳng AA' và BC' tính theo a là.

$$\text{A. } h = \frac{a\sqrt{3}}{3}. \quad \text{B. } h = \frac{3}{2}a. \quad \text{C. } h = \frac{a\sqrt{2}}{2}. \quad \text{D. } h = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hai mặt bên (SAB) và (SAC) vuông góc với mặt đáy. Cạnh bên SB tạo với mặt đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

$$\text{A. } V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}. \quad \text{B. } V = \frac{a^3}{4}. \quad \text{C. } V = a^3. \quad \text{D. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$. Gọi I là trung điểm AC , tam giác SAC cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy; biết góc giữa SB và mặt phẳng đáy bằng 45° . Thể tích V khối chóp $S.ABC$ theo a là.

$$\text{A. } V = \frac{2\sqrt{2}}{3}a^3. \quad \text{B. } V = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3. \quad \text{C. } V = \frac{\sqrt{2}}{6}a^3. \quad \text{D. } V = \frac{\sqrt{12}}{12}a^3.$$

Câu 16: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh AB , góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt đáy bằng 60° . Khoảng cách h từ điểm B đến mặt phẳng $(ACC'A')$ tính theo a là.

$$\text{A. } h = \frac{3a\sqrt{39}}{13}. \quad \text{B. } h = \frac{3a\sqrt{13}}{13}. \quad \text{C. } h = \frac{a\sqrt{13}}{39}. \quad \text{D. } h = \frac{a\sqrt{13}}{13}.$$

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ hình vuông cạnh a , mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = SB$, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng 45° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a là.

$$\text{A. } V = \frac{\sqrt{5}}{5}a^3. \quad \text{B. } V = \frac{\sqrt{5}}{5}a^3. \quad \text{C. } V = \frac{\sqrt{6}}{5}a^3. \quad \text{D. } V = \frac{\sqrt{5}}{6}a^3.$$

Câu 18: Cho hình lăng trụ tam giác đều. Nếu ta tăng chiều cao của lăng trụ lên gấp hai lần thì thể tích của khối lăng trụ thu được bằng bao nhiêu lần thể tích khối lăng trụ ban đầu?

$$\text{A. 6 lần.} \quad \text{B. } \frac{1}{2} \text{ lần.} \quad \text{C. 4 lần.} \quad \text{D. 2 lần.}$$

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, $\widehat{BAD} = 120^\circ$, M là trung điểm của cạnh BC và $\widehat{SMA} = 45^\circ$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a là.

$$\text{A. } V = \frac{2}{3}a^3. \quad \text{B. } V = \frac{a^3}{12}. \quad \text{C. } V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3. \quad \text{D. } V = \frac{a^3}{4}.$$

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , mặt bên SBC là tam giác đều cạnh a và mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách h giữa hai đường thẳng SA, BC

tính theo a là:

A. $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $h = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. C. $h = \frac{a\sqrt{3}}{8}$. D. $h = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AC = 2a$, $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt đáy là trung điểm của AC và $SH = a\sqrt{2}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ được tính theo a là.

A. $V = \frac{\sqrt{6}}{3}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{2}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{6}}{6}a^3$. D. $V = \frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 22: Số đỉnh của một hình bát diện đều là.

A. 8. B. 10. C. 6. D. 12.

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích của khối chóp $S.ABCD$ theo a là $V = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. Góc α giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SAB) là bao nhiêu độ?

A. $\alpha = 90^\circ$. B. $\alpha = 30^\circ$. C. $\alpha = 60^\circ$. D. $\alpha = 45^\circ$.

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SD = \frac{a\sqrt{13}}{2}$. Hình chiếu của S lên $(ABCD)$ là trung điểm H của AB . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $V = \frac{2a^3}{3}$. D. $V = \frac{a^3}{6}$.

Câu 25: Thể tích V của khối bát diện đều cạnh a là.

A. $V = \frac{\sqrt{2}}{3}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{2}}{6}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{3}}{2}a^3$. D. $V = 8a^3$.

Câu 26: Nếu một hình chóp đều có chiều cao và cạnh đáy cùng tăng lên n lần thì thể tích V của nó tăng lên.

A. n^2 lần. B. $2n^2$ lần. C. n^3 lần. D. $2n^3$ lần.

Câu 27: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 30° . Hình chiếu của đỉnh A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm của cạnh BC . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 28: Một khối chóp tam giác có các cạnh đáy bằng 6, 8, 10. Một cạnh bên có độ dài bằng 4 và tạo với đáy một góc 60° . Thể tích V của khối chóp đó là.

A. $V = 8\sqrt{3}$. B. $V = 16\sqrt{3}$. C. $V = \frac{16\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{16\sqrt{3}}{2}$.

Câu 29: Một hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy bằng một góc α . Thể tích V của khối chóp là.

A. $V = \frac{a^3 \tan \alpha}{12}$. B. $V = \frac{a^3 \cot \alpha}{12}$. C. $V = \frac{a^3 \cot \alpha}{8}$. D. $V = \frac{a^3 \tan \alpha}{24}$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AC = 2a$, $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt đáy là trung điểm của AC và $SH = a\sqrt{2}$. Khoảng cách h từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) được tính theo a là.

A. $h = \frac{2a\sqrt{66}}{11}$. B. $h = \frac{2a\sqrt{33}}{11}$. C. $h = \frac{2a\sqrt{55}}{11}$. D. $h = \frac{2a\sqrt{11}}{11}$.

Câu 31: Cho hình tứ diện đều cạnh bằng 2. Chiều cao h của khối tứ diện là.

- A. $h = 2\sqrt{3}$. B. $h = 2\sqrt{6}$. C. $h = \sqrt{6}$. D. $h = \frac{2\sqrt{6}}{3}$.

Câu 32: Cho khối chóp tam giác $S.ABC$, đáy ABC là tam giác vuông cân $AB = AC$, cạnh bên $SA = 3a$ tạo với mặt phẳng đáy một góc 30° . Biết thể tích của khối chóp bằng a^3 , tính độ dài cạnh AB .

- A. $AB = a$. B. $AB = 2a$. C. $AB = a\sqrt{3}$. D. $AB = a\sqrt{2}$.

Câu 33: Số cạnh của hình mười hai mặt đều là.

- A. 20. B. 12. C. 30. D. 16.

Câu 34: Cho khối chóp có đáy n -giác. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng ?

- A. Số cạnh của khối chóp bằng $n+1$. B. Số đỉnh của khối chóp bằng $2n+1$.
C. Số mặt của khối chóp bằng $2n$. D. Số mặt khối chóp bằng số đỉnh của nó.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$. SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 30° . Gọi M là trung điểm của cạnh SC . Thể tích V của khối chóp $S.ABM$ theo a là.

- A. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{12}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{3}}{18}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{3}}{36}a^3$.

Câu 36: _

- A. $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{13}}$. B. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{4}$. C. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{39}}{4}$. D. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{13}$.

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SD = \frac{3a}{2}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh AB . Khoảng cách h từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) theo a là.

- A. $h = \frac{a\sqrt{2}}{3}$. B. $h = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$. C. $h = \frac{a\sqrt{2}}{4}$. D. $h = \frac{2a}{3}$.

Câu 38: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Hình chiếu của đỉnh A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

- A. $V = 4a^3\sqrt{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $V = 2a^3\sqrt{3}$.

Câu 39: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh AC , đường thẳng $A'B$ tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 45° . Thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ được tính theo a là.

- A. $V = a^3$. B. $V = \frac{1}{2}a^3$. C. $V = 2a^3$. D. $V = 2\sqrt{2}a^3$.

Câu 40: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ đáy là hình vuông cạnh a và biết thể tích khối chóp là $V = \frac{\sqrt{6}}{6}a^3$.

Tìm α là góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy.

- A. $\alpha = 90^\circ$. B. $\alpha = 30^\circ$. C. $\alpha = 45^\circ$. D. $\alpha = 60^\circ$.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Đường thẳng SD tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a là.

- A. $V = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{2}}{3}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{5}}{5}a^3$. D. $V = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^3$.

Câu 42: Thể tích V của một khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là.

- A. $V = \frac{1}{6}B.h$. B. $V = \frac{1}{3}B^3.h$. C. $V = \frac{1}{3}B.h$. D. $V = B.h$.

Câu 43: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a\sqrt{2}$, $SA = SB = SC$. Góc giữa SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Thể tích V của khối tứ diện $S.ABC$ theo a là.

- A. $V = \frac{\sqrt{3}}{2}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. D. $V = \frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt bên SBC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ theo a là.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{36}$.

Câu 45: Số đỉnh của hình mười hai mặt đều là.

- A. 12. B. 20. C. 15. D. 30.

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy; góc giữa (SBC) và (ABC) bằng 30° . Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ theo a là.

- A. $V = \frac{\sqrt{3}}{24}a^3$. B. $V = \frac{3\sqrt{3}}{24}a^3$. C. $V = \frac{2\sqrt{3}}{15}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

Câu 47: Khi chiều cao của một hình chóp đều tăng lên n lần nhưng mỗi cạnh đáy giảm đi n lần thì thể tích V của nó.

- A. Tăng lên $(n-1)$ lần. B. Không thay đổi. C. Tăng lên n lần. D. Giảm đi n lần.

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a là.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 49: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

- A. $V = 3a^3$. B. $V = a^3$. C. $V = \frac{a^3}{3}$. D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 50: Thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC' = a\sqrt{3}$.

- A. $V = \frac{3\sqrt{6}}{4}a^3$. B. $V = 3\sqrt{3}a^3$. C. $V = \frac{1}{3}a^3$. D. $V = a^3$.

Câu 51: Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có $AB = a$. Thể tích của khối chóp bằng $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. Tính khoảng cách h từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) .

- A. $h = \frac{2a}{3}$. B. $h = \frac{a\sqrt{2}}{3}$. C. $h = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$. D. $h = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 52: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ đáy là hình vuông cạnh a và cạnh bên tạo với đáy một góc 60° . Thể tích V của khối hình chóp đều theo a là.

- A. $V = \frac{\sqrt{6}}{4}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{6}}{3}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{6}}{6}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{6}}{2}a^3$.

Câu 53: Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích là V . Trên các đoạn SA, SB, SC lấy lần lượt các điểm A', B', C'

sao cho $SA = 2SA'$, $SB = 3SB'$, $SC = 4SC'$. Tính thể tích V' của hình chóp $S.A'B'C'$ theo V .

- A. $V' = \frac{V}{3}$. B. $V' = \frac{V}{12}$. C. $V' = \frac{V}{72}$. D. $V' = \frac{V}{24}$.

Câu 54: Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB , AC và AD đôi một vuông góc với nhau; $AB = 6a$, $AC = 7a$ và $AD = 4a$. Gọi M , N , P tương ứng là trung điểm các cạnh BC , CD , DB . Thể tích V của tứ diện $AMNP$ là.

- A. $V = 7a^3$. B. $V = \frac{28}{3}a^3$. C. $V = 14a^3$. D. $V = \frac{7}{2}a^3$.

Câu 55: Nếu ba kích thước của một khối hình hộp chữ nhật tăng lên k lần thì thể tích của nó tăng lên.

- A. k^2 lần. B. $3k^3$ lần. C. k lần. D. k^3 lần.

Câu 56: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BA = 3a$, $BC = 4a$; mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Biết $SB = 2a\sqrt{3}$ và $\widehat{SBC} = 30^\circ$. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ theo a là.

- A. $V = 2\sqrt{3}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{2}a^3$. C. $V = 3\sqrt{2}a^3$. D. $V = 2\sqrt{5}a^3$.

Câu 57: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 2a$, $AD = a$. Hình chiếu của S lên $(ABCD)$ là trung điểm H của AB , SC tạo với mặt đáy một góc 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{2a^3}{3}$. B. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$. D. $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 58: Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt bên SBC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Khoảng cách h từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) theo a là.

- A. $h = \frac{a}{12}$. B. $h = \frac{a}{6}$. C. $h = \frac{a\sqrt{2}}{6}$. D. $h = \frac{a}{4}$.

Câu 59: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $HA = 2HB$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ theo a là.

- A. $V = \frac{\sqrt{7}}{12}a^3$. B. $V = \frac{3\sqrt{2}}{7}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{7}}{7}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{3}}{12}a^3$.

Câu 60: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $\widehat{ABC} = 30^\circ$, SBC là tam giác đều cạnh a và mặt bên SBC vuông góc với đáy. Thể tích khối V của chóp $S.ABC$ theo a là.

- A. $V = \frac{a^3}{4}$. B. $V = \frac{a^3}{32}$. C. $V = \frac{a^3}{8}$. D. $V = \frac{a^3}{16}$.

Câu 61: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $SC = 2a\sqrt{5}$. Hình chiếu vuông của S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm M của AB . Góc giữa đường thẳng SC và (ABC) bằng 60° . Diện tích S của tam giác ABC tính theo a là.

- A. $S = \frac{a^2}{2}$. B. $S = 2\sqrt{15}a^2$. C. $S = 2a^2$. D. $S = a^2$.

Câu 62: Một hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$ và cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy bằng một góc 60° . Thể tích V của khối chóp là.

- A. $V = \frac{3a^3}{8}$. B. $V = \frac{3a^3}{2}$. C. $V = \frac{3a^3}{12}$. D. $V = \frac{3a^3}{4}$.

Câu 63: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , mặt bên SBC là tam giác đều

cạnh a và mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách h từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) tính theo a là.

A. $h = \frac{a\sqrt{7}}{21}$. B. $h = \frac{a\sqrt{21}}{3}$. C. $h = \frac{a\sqrt{21}}{21}$. D. $h = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 64: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a tâm O . Tính thể tích V khối tứ diện $A'ABC$.

A. $V = \frac{a^3}{8}$. B. $V = \frac{a^3}{12}$. C. $V = \frac{a^3}{6}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 65: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với đáy. Góc giữa SB và mặt đáy bằng 60° . Tính khoảng cách d giữa AC và SB theo a .

A. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $d = \frac{a\sqrt{15}}{15}$. C. $d = \frac{a\sqrt{15}}{5}$. D. $d = \frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 66: Tổng diện tích các mặt của một hình lập phương bằng 150. Tính thể tích V của khối lập phương đó.

A. $V = 125$. B. $V = 145$. C. $V = 25$. D. $V = 625$.

Câu 67: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$ và đường thẳng $A'B$ tạo với đáy một góc bằng 60° . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh AC và $B'C'$. Độ dài đoạn thẳng MN theo a là.

A. $MN = \frac{a\sqrt{13}}{4}$. B. $MN = \frac{a\sqrt{13}}{2}$. C. $MN = \frac{a\sqrt{13}}{6}$. D. $MN = \frac{a\sqrt{13}}{3}$.

Câu 68: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, $\widehat{BAD} = 120^\circ$, M là trung điểm của cạnh BC và $\widehat{SMA} = 45^\circ$. Khoảng cách h từ điểm D đến mặt phẳng (SBC) theo a là.

A. $h = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. B. $h = \frac{a\sqrt{6}}{4}$. C. $h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. D. $h = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 69: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$ và đường thẳng $A'B$ tạo với đáy một góc bằng 60° . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh AC và $B'C'$. Thể tích V khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a là.

A. $V = \frac{3a^3}{4}$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. C. $V = \frac{3}{8}a^3$. D. $V = \frac{3a^3}{2}$.

Câu 70: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , các mặt phẳng (SAB) , (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy, còn cạnh bên SC tạo với mặt đáy một góc 30° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là.

A. $V = \frac{\sqrt{6}}{9}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{6}}{3}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{9}}{9}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{6}}{6}a^3$.

Câu 71: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có SAC là tam giác đều cạnh a . Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 72: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách h từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) theo a là.

A. $h = \frac{a\sqrt{14}}{7}$. B. $h = \frac{2a\sqrt{21}}{7}$. C. $h = \frac{a\sqrt{21}}{7}$. D. $h = \frac{a\sqrt{7}}{21}$.

Câu 73: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh AB , góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt đáy bằng 60° .

Chiều cao h của khối trụ tính theo a là.

- A. $h = \frac{3a}{2}$. B. $h = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $h = a\sqrt{3}$. D. $h = \frac{3a}{4}$.

Câu 74: Xét khối tứ diện $ABCD$ có cạnh $AB = x$ và các cạnh còn lại đều bằng $2\sqrt{3}$. Tìm x để thể tích khối tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất.

- A. $x = 2\sqrt{3}$. B. $x = \sqrt{14}$. C. $x = 3\sqrt{2}$. D. $x = \sqrt{6}$.

Câu 75: Số cạnh của một hình bát diện đều là.

- A. 16. B. 10. C. 12. D. 8.

Câu 76: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , mặt bên SBC là tam giác đều cạnh a và mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích V khối chóp $S.ABC$ tính theo a là.

- A. $V = \frac{3\sqrt{3}}{8}a^3$. B. $V = \frac{3\sqrt{3}}{4}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{3}}{24}a^3$. D. $V = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^3$.

Câu 77: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{3}{4}a^3$. Khoảng cách h từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) là.

- A. $h = \frac{2}{3}a$. B. $h = \frac{4}{3}a$. C. $h = \frac{3}{4}a$. D. $h = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 78: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **Đúng** ?

Số các đỉnh hoặc số mặt của bất kì hình đa diện nào cũng:

- A. Lớn hơn hoặc bằng 5. B. Lớn hơn 5.
C. Lớn hơn hoặc bằng 4. D. Lớn hơn 4.

Câu 79: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BA = BC = a$.

Biết thể tích của khối trụ là $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. Tìm α là góc hợp giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng (ABC) .

- A. $\alpha \approx 36^\circ 47'$. B. $\alpha = 60^\circ$. C. $\alpha = 45^\circ$. D. $\alpha = 30^\circ$.

Câu 80: Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

- A. $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{2}$. B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. D. $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{6}$.

Câu 81: Một hình chóp tam giác đều có cạnh bên bằng b và cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy một góc α . Thể tích V của hình chóp là.

- A. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}b^3 \cos \alpha \sin^2 \alpha$. B. $V = \frac{3}{4}b^3 \cos \alpha \sin^2 \alpha$.
C. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}b^3 \cos^2 \alpha \sin \alpha$. D. $V = \frac{3}{4}b^3 \cos^2 \alpha \sin \alpha$.

Câu 82: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và có tâm là O . SA vuông góc với mặt phẳng đáy; SB tạo với đáy một góc 45° . Khoảng cách h từ O đến (SBC) .

- A. $h = \frac{a\sqrt{2}}{8}$. B. $h = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $h = \frac{a\sqrt{2}}{3}$. D. $h = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Câu 83: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a là.

- A. $V = \frac{\sqrt{3}}{2}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{3}}{6}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 84: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{16}$.

Câu 85: Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất.

- A. Bốn cạnh. B. Năm cạnh. C. Ba cạnh. D. Hai cạnh.

Câu 86: Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng.

- A. Một. B. Bốn. C. Hai. D. Ba.

Câu 87: Thể tích V của khối tứ diện đều cạnh a là.

- A. $V = \frac{\sqrt{3}}{12}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3$. C. $V = 4a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{2}}{6}a^3$.

Câu 88: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $2a$, đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$ và hình chiếu vuông góc của đỉnh A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh BC . Cosin của góc giữa hai đường thẳng AA' , $B'C'$ là.

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 89: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B . Biết $AB = a$, $BC = 2a$ và $AA' = 3a$. Thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a là.

- A. $V = 3a^3$. B. $V = 2a^3$. C. $V = a^3$. D. $V = \sqrt{3}a^3$.

Câu 90: Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có thể tích $V = 24\sqrt{3}$, góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Tính chiều cao h của khối chóp đã cho.

- A. $h = 1$. B. $h = 3$. C. $h = 2$. D. $h = \sqrt{3}$.

Câu 91: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $\widehat{ACA'} = 60^\circ$, $A'C = 2a$. Thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a là.

- A. $V = \frac{\sqrt{3}}{12}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{6}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

Câu 92: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là.

- A. $V = \frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{2}}{6}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{2}}{4}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{2}}{3}a^3$.

Câu 93: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

- A. $V = a^3$. B. $V = \frac{a^3}{3}$. C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{9}$. D. $V = \frac{a^3}{2}$.

Câu 94: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của cạnh AA' . Khoảng cách h từ điểm B đến mặt phẳng $(MB'D')$ là.

- A. $h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. B. $h = \frac{a\sqrt{3}}{6}$. C. $h = \frac{a\sqrt{6}}{6}$. D. $h = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Câu 95: Cho hình chóp tứ giác đều có diện tích đáy bằng 4 và diện tích của một mặt bên bằng $\sqrt{2}$. Thể tích V của hình chóp là.

A. $V = \frac{4\sqrt{2}}{3}$. B. $V = 4$. C. $V = \frac{4\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{4}{3}$.

Câu 96: Cho khối hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$, trong đó $ABCD$ là hình thoi có hai đường chéo a và $2a$. Cạnh bên $AA' = 2a$ và tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng 30° . Tính thể tích V của khối hộp đã cho.

A. $V = \frac{1}{6}a^3$. B. $V = \frac{1}{24}a^3$. C. $V = a^3$. D. $V = 2a^3$.

Câu 97: Hình đa diện nào dưới đây không có tâm đối xứng ?

- A. Hình bát diện đều. B. Hình lập phương.
C. Hình tứ diện đều. D. Hình lăng trụ tam giác đều.

Câu 98: Số đỉnh của hình hai mươi mặt đều là.

- A. 30. B. 20. C. 24. D. 12.

Câu 99: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và thể tích của khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. Tìm α là góc hợp giữa hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) .

- A. $\alpha = 45^\circ$. B. $\alpha = 60^\circ$. C. $\alpha = 30^\circ$. D. $\alpha = 90^\circ$.

Câu 100: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **Đúng** ?

- A. Số đỉnh và số mặt của một hình đa diện luôn bằng nhau.
B. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng số đỉnh.
C. Tồn tại hình đa diện có số đỉnh và số mặt bằng nhau.
D. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh và mặt bằng nhau.

Câu 101: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là một tam giác đều cạnh a . Biết hình chiếu vuông góc của A' trên mp (ABC) là trung điểm của BC và góc giữa cạnh bên với đáy là 60° . Thể tích V của lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a là.

A. $V = \frac{3\sqrt{3}}{4}a^3$. B. $V = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^3$. C. $V = \frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$. D. $V = \frac{3\sqrt{3}}{8}a^3$.

Câu 102: Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt bên (SBC) là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Độ dài đoạn thẳng AB .

A. $AB = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $AB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $AB = \frac{a}{2}$. D. $AB = a\sqrt{3}$.

Câu 103: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy, tam giác SAB đều. Gọi góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và (SAB) là α . Tìm $\tan \alpha$.

A. $\tan \alpha = \frac{2}{\sqrt{3}}$. B. $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. D. $\tan \alpha = \frac{3}{2}$.

Câu 104: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $\widehat{ABC} = 30^\circ$, SBC là tam giác đều cạnh a và mặt bên SBC vuông góc với đáy. Khoảng cách h từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) theo a là.

A. $h = \frac{a\sqrt{39}}{3}$. B. $h = \frac{2a\sqrt{39}}{13}$. C. $h = \frac{a\sqrt{39}}{13}$. D. $h = \frac{a\sqrt{13}}{39}$.

Câu 105: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng đáy bằng 60° . Khoảng cách h từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) theo a là.

A. $h = \frac{a\sqrt{6}}{10}$. B. $h = \frac{a\sqrt{5}}{10}$. C. $h = \frac{a\sqrt{15}}{5}$. D. $h = \frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 106: Cho hình chóp tứ giác đều có các cạnh đáy bằng a và cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Thể tích V của khối chóp đó là.

A. $V = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{6}}{6}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{6}}{3}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{6}}{2}a^3$.

Câu 107: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào Sai ?

- A. Khối hộp là khối đa diện lồi.
- B. Khối tứ diện là khối đa diện lồi.
- C. Khối lăng trụ tam giác là khối đa diện lồi.
- D. Lắp ghép hai khối hộp sẽ được một khối đa diện lồi.

Câu 108: Xét khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , SA vuông góc với đáy, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng 3. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) . Tính $\cos \alpha$ khi thể tích khối chóp $S.ABC$ nhỏ nhất.

A. $\cos \alpha = \frac{2}{3}$. B. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 109: Cho khối chóp $S.ABCD$, trong đó $SABC$ là tứ diện đều cạnh a và $ABCD$ là hình thoi. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{24}$.

Câu 110: Cho khối hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$, trong đó $A'ABD$ là tứ diện đều cạnh a . Tính thể tích V của khối hộp đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $V = a^3\sqrt{2}$.

Câu 111: Cho khối hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$, trong đó $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{BAD} = 30^\circ$ và $AA' = 2a$. Tính thể tích V của khối hộp đã cho.

A. $V = \frac{2a^3}{3}$. B. $V = a^3$. C. $V = \frac{4a^3}{3}$. D. $V = \frac{a^3}{2}$.

Câu 112: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào Sai ?

- A. Hai khối trụ có diện tích đáy và chiều cao tương ứng bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.
- B. Hai khối hộp chữ nhật có diện tích toàn phần bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.
- C. Hai khối chóp có diện tích đáy và chiều cao tương ứng bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.
- D. Hai khối lập phương có diện tích toàn phần bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.

Câu 113: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BA = BC = a$. Góc giữa đường thẳng $A'B$ với mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a là.

A. $V = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{2}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{3}}{15}a^3$. D. $V = \frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 114: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào Đúng ?

Số các cạnh của hình đa diện luôn luôn:

- A. Lớn hơn 6.
- B. Lớn hơn hoặc bằng 6.
- C. Lớn hơn 7.
- D. Lớn hơn hoặc bằng 8.

Câu 115: Cho hình chóp tứ giác đều có các cạnh đáy bằng a và các mặt bên đều tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Thể tích V của khối chóp đó là.

A. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{8}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{3}}{24}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{3}}{6}a^3$.

Câu 116: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và E là điểm đối xứng với B qua D . Mặt phẳng (MNE) chia tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích là V . Tính V .

$$\text{A. } V = \frac{11\sqrt{2}a^3}{216}. \quad \text{B. } V = \frac{13\sqrt{2}a^3}{216}. \quad \text{C. } V = \frac{\sqrt{2}a^3}{18}. \quad \text{D. } V = \frac{7\sqrt{2}a^3}{216}.$$

Câu 117: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , cạnh $AC = 2\sqrt{2}$. Biết AC' tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° và $AC' = 4$. Tính thể tích V của khối đa diện $ABCB'C'$.

$$\text{A. } V = \frac{16\sqrt{3}}{3}. \quad \text{B. } V = \frac{8\sqrt{3}}{3}. \quad \text{C. } V = \frac{16}{3}. \quad \text{D. } V = \frac{8}{3}.$$

Câu 118: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ tính theo a là.

$$\text{A. } V = \frac{3}{2}a^3. \quad \text{B. } V = \frac{\sqrt{2}}{3}a^3. \quad \text{C. } V = \frac{\sqrt{2}}{2}a^3. \quad \text{D. } V = \frac{\sqrt{3}}{2}a^3.$$

Câu 119: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Khoảng cách h giữa hai đường thẳng SB , AC được tính theo a là.

$$\text{A. } h = \frac{a\sqrt{5}}{10}. \quad \text{B. } h = \frac{a\sqrt{10}}{5}. \quad \text{C. } h = \frac{a\sqrt{5}}{5}. \quad \text{D. } h = \frac{a\sqrt{10}}{10}.$$

Câu 120: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SD = \frac{3a}{2}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh AB . Thể tích V khối chóp $S.ABCD$ theo a là.

$$\text{A. } V = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3. \quad \text{B. } V = \frac{a^3}{12}. \quad \text{C. } V = \frac{a^3}{3}. \quad \text{D. } V = \frac{a^3}{6}.$$

Câu 121: Thể tích V của một khối hình chữ nhật có kích thước ba cạnh a, b, c là.

$$\text{A. } V = a^3. \quad \text{B. } V = a.b.c. \quad \text{C. } V = b^3. \quad \text{D. } V = c^3.$$

Câu 122: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BA = 3a, BC = 4a$; mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Biết $SB = 2a\sqrt{3}$ và $\widehat{SBC} = 30^\circ$. Khoảng cách h từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) theo a là.

$$\text{A. } h = \frac{3a\sqrt{5}}{14}. \quad \text{B. } h = \frac{3a\sqrt{7}}{7}. \quad \text{C. } h = \frac{2a\sqrt{7}}{7}. \quad \text{D. } h = \frac{6a\sqrt{7}}{7}.$$

Câu 123: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

$$\text{A. } V = \frac{a^3}{6}. \quad \text{B. } V = a^3. \quad \text{C. } V = \frac{a^3}{2}. \quad \text{D. } V = \frac{a^3}{3}.$$

Câu 124: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, AD = a\sqrt{3}$ và các cạnh bên đều có độ dài bằng $a\sqrt{5}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a là.

$$\text{A. } V = \frac{\sqrt{3}}{6}a^3. \quad \text{B. } V = \frac{2\sqrt{3}}{3}a^3. \quad \text{C. } V = 2\sqrt{3}a^3. \quad \text{D. } V = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3.$$

Câu 125: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = 3a, BC = 5a$ và mặt phẳng (SAC) vuông góc với đáy. Biết $SA = 2a\sqrt{3}, \widehat{SAC} = 30^\circ$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

$$\text{A. } V = 2a^3\sqrt{3}. \quad \text{B. } V = a^3\sqrt{3}. \quad \text{C. } V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}. \quad \text{D. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 126: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Biết

$AB = a, AC = a\sqrt{3}$ và mặt bên $BB'C'C$ là hình vuông. Thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a là.

- A. $V = \sqrt{2}a^3$. B. $V = 3a^3$. C. $V = 2a^3$. D. $V = \sqrt{3}a^3$.

Câu 127: Tổng diện tích các mặt của một hình lập phương bằng 96. Thể tích của khối lập phương đó là.

- A. 84. B. 64. C. 46. D. 48.

Câu 128: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $a, SA = 2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{11}}{12}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{12}}{12}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{7}$.

Câu 129: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và AD . Biết $MN = a\sqrt{3}$. Tính góc φ giữa AB và CD .

- A. $\varphi = 60^\circ$. B. $\varphi = 45^\circ$. C. $\varphi = 30^\circ$. D. $\varphi = 90^\circ$.

Câu 130: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 2a, BC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu của S lên $(ABCD)$ là trung điểm H của AB , SD tạo với mặt đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{13}}{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{21}}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{11}}{3}$.

Câu 131: Khối tám mặt đều thuộc loại nào dưới đây ?

- A. Loại $\{5;3\}$. B. Loại $\{4;3\}$. C. Loại $\{3;4\}$. D. Loại $\{3;3\}$.

Câu 132: Khi độ dài cạnh của hình lập phương tăng thêm 3cm thì thể tích của nó tăng thêm 387cm^3 . Tìm cạnh a của hình lập phương.

- A. $a = 5\text{cm}$. B. $a = 6\text{cm}$. C. $a = 4\text{cm}$. D. $a = 3\text{cm}$.

Câu 133: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng đáy bằng 60° . Khoảng cách h từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) theo a là.

- A. $h = \frac{a\sqrt{6}}{10}$. B. $h = \frac{a\sqrt{5}}{10}$. C. $h = \frac{a\sqrt{15}}{5}$. D. $h = \frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 134: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D với $AD = CD = a, AB = 3a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và cạnh bên SC tạo với mặt đáy một góc 45° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a là.

- A. $V = \frac{\sqrt{2}}{3}a^3$. B. $V = \frac{2\sqrt{5}}{3}a^3$. C. $V = \frac{2}{3}a^3$. D. $V = \frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$.

Câu 135: Khối hai mươi mặt đều thuộc loại nào dưới đây?

- A. Loại $\{3;4\}$. B. Loại $\{4;5\}$. C. Loại $\{4;3\}$. D. Loại $\{3;5\}$.

Câu 136: Nếu ta giảm độ dài mỗi cạnh của hình lập phương 3 lần thì ta thu được khối lập phương mới có thể tích bằng bao nhiêu lần thể tích khối lập phương ban đầu?

- A. 27 lần. B. $\frac{1}{27}$ lần. C. 9 lần. D. $\frac{1}{9}$ lần.

Câu 137: Cho khối chóp tứ giác có đỉnh S , đáy là hình thoi cạnh a tâm I và có góc ở A bằng 60° . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng đáy là điểm I . Khối chóp có thể tích $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. Tính khoảng cách h từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) .

- A. $h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. B. $h = \frac{a\sqrt{3}}{6}$. C. $h = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. D. $h = \frac{a}{2}$.

Câu 138: Ba kích thước của một hình hộp chữ nhật làm thành một cấp số nhân có công bội là 2. Thể tích hình hộp đã cho là 1728. Các kích thước của hình hộp là.

- A. 8, 16, 32. B. 6, 12, 24. C. 6, 12, 48. D. 2, 4, 8.

Câu 139: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . SA vuông góc với đáy và SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

- A. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{3}$. B. $V = \frac{2a^3}{3}$. C. $V = \sqrt{2}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 140: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $2a$, đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$ và hình chiếu vuông góc của đỉnh A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh BC . Thể tích V của khối chóp $A'.ABC$ được tính theo a là.

- A. $V = \frac{1}{3}a^3$. B. $V = \frac{1}{6}a^3$. C. $V = \frac{1}{4}a^3$. D. $V = \frac{1}{2}a^3$.

Câu 141: Đáy của một hình hộp đứng là một hình thoi có đường chéo nhỏ bằng d và góc nhọn bằng α . Biết diện tích của một mặt bên bằng S . Tính thể tích V của khối hộp đã cho.

- A. $V = \frac{1}{6}dS \cos \alpha$. B. $V = dS \sin \alpha$. C. $V = dS \sin \frac{\alpha}{2}$. D. $V = dS \cos \frac{\alpha}{2}$.

Câu 142: Cho khối hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$, trong đó $ABCD$ là hình thoi có hai đường chéo $AC = a$, $BD = a\sqrt{3}$ và cạnh $AA' = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối hộp đã cho.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 143: Mặt phẳng $(AB'C')$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành các khối đa diện nào?

- A. Hai khối chóp tam giác.
B. Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.
C. Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.
D. Hai khối chóp tứ giác.

Câu 144: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, SC tạo với đáy một góc bằng 45° . Khoảng cách h từ điểm D đến mặt phẳng (SBC) tính theo a là.

- A. $h = \frac{a\sqrt{6}}{6}$. B. $h = \frac{a\sqrt{3}}{6}$. C. $h = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 145: Phép đối xứng qua mặt phẳng (P) biến đường thẳng d thành chính nó khi và chỉ khi.

- A. $d \perp (P)$. B. d nằm trên (P) .
C. d song song với (P) . D. d nằm trên (P) hoặc $d \perp (P)$.

Câu 146: Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $SA = 4$, $AB = 6$, $BC = 10$ và $CA = 8$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

- A. $V = 192$. B. $V = 24$. C. $V = 32$. D. $V = 40$.

Câu 147: Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Đường chéo $A'D$ tạo với mặt phẳng $(A'AB)$ một góc 30° . Thể tích V của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ tính theo a là.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = a^3\sqrt{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $V = 3a^3$.

Câu 148: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và thể tích bằng a^3 . Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

- A. $h = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $h = a\sqrt{3}$. C. $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $h = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Câu 149: Cho hình bát diện đều cạnh a . Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đó. Mệnh

đề nào dưới đây đúng ?

- A. $S = 2\sqrt{3}a^2$. B. $S = 8a^2$. C. $S = \sqrt{3}a^2$. D. $S = 4\sqrt{3}a^2$.

Câu 150: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$, mặt phẳng $(A'B'C')$ tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

- A. $V = \frac{3a^3}{8}$. B. $V = \frac{9a^3}{8}$. C. $V = \frac{a^3}{8}$. D. $V = \frac{3a^3}{4}$.

Câu 151: Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng ?

- A. 4 mặt phẳng. B. 3 mặt phẳng. C. 6 mặt phẳng. D. 9 mặt phẳng.

Câu 152: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, SC tạo với đáy một góc bằng 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{3\sqrt{2}}{2}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{2}}{3}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{2}}{6}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{6}}{3}a^3$.

Câu 153: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $SC = 2a\sqrt{5}$. Hình chiếu vuông của S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm M của AB . Góc giữa đường thẳng SC và (ABC) bằng 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{2\sqrt{15}}{3}a^3$. B. $V = \frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$. C. $V = \frac{2\sqrt{15}}{5}a^3$. D. $V = \frac{3\sqrt{5}}{2}a^3$.

Câu 154: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt đáy, SD tạo với mặt phẳng (SAB) một góc bằng 30° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. B. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{3}$. C. $V = \sqrt{3}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{18}$.

[
]

Câu 155: Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác có tất cả các cạnh bằng a .

- A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. B. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

MỘT SỐ CÂU HỎI TRONG ĐỀ THI THPT

Câu 1: Một hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy bằng một góc α . Thể tích V của khối chóp là.

- A. $V = \frac{a^3 \tan \alpha}{24}$. B. $V = \frac{a^3 \cot \alpha}{8}$. C. $V = \frac{a^3 \cot \alpha}{12}$. D. $V = \frac{a^3 \tan \alpha}{12}$.

Câu 2: Cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ có cạnh bằng 1, lần lượt nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Gọi S điểm đối xứng của B qua đường thẳng DE . Tính thể tích V của khối đa diện $ABCDSEF$.

- A. $V = \frac{7}{6}$. B. $V = \frac{11}{12}$. C. $V = \frac{2}{3}$. D. $V = \frac{5}{6}$.

Câu 3: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , $SA = 2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{a^3 \sqrt{11}}{12}$. C. $V = \frac{3a^3 \sqrt{3}}{7}$. D. $V = \frac{a^3 \sqrt{12}}{12}$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật thỏa mãn $AD = \frac{\sqrt{3}}{2} AB$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) . Tìm φ .

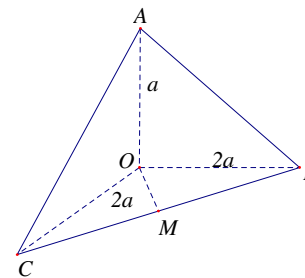
- A. $\varphi = 90^\circ$. B. $\varphi = 45^\circ$. C. $\varphi = 60^\circ$. D. $\varphi = 30^\circ$.

Câu 5: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến đường thẳng BB' bằng $\sqrt{5}$, khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và 2, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M = \sqrt{5}$. Tính thể tích V của khối trụ đã cho.

- A. $V = \frac{2\sqrt{15}}{3}$. B. $V = \sqrt{5}$. C. $V = \frac{\sqrt{15}}{3}$. D. $V = \frac{2\sqrt{5}}{3}$.

Câu 6: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, $OA = a$ và $OB = OC = 2a$. Gọi M là trung điểm của BC . Khoảng cách d giữa hai đường thẳng OM và AB bằng bao nhiêu? (tham khảo hình bên)

- A. $d = \frac{2\sqrt{5}a}{5}$. B. $d = a$.
C. $d = \frac{\sqrt{6}a}{3}$. D. $d = \frac{\sqrt{2}a}{2}$.



Câu 7: Khẳng định nào dưới đây sai?

- A. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B , chiều cao h là $V = \frac{1}{3} B.h$.
B. Thể tích khối lập phương có cạnh bằng a là $V = a^3$.
C. Thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước a, b, c là $V = \frac{1}{2} a.b.c$.
D. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B , chiều cao h là $V = B.h$.

Câu 8: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đường thẳng OI sao cho $MO = 2MI$ (tham khảo hình vẽ bên). Gọi φ là góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) . Tìm $\sin \varphi$.

đề nào dưới đây đúng ?

- A. $S = 4\sqrt{3}a^2$. B. $S = 8a^2$. C. $S = \sqrt{3}a^2$. D. $S = 2\sqrt{3}a^2$.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông đỉnh B , $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng bao nhiêu ?

- A. $d = \frac{\sqrt{5}a}{3}$. B. $d = \frac{\sqrt{2}a}{2}$. C. $d = \frac{2\sqrt{2}a}{3}$. D. $d = \frac{\sqrt{5}a}{5}$.

Câu 19: Hình đa diện nào dưới đây không có tâm đối xứng ?

- A. Hình tứ diện. B. Hình lập phương.
C. Hình lăng trụ lục giác đều. D. Hình bát diện đều.

Câu 20: Xét khối tứ diện $ABCD$ có cạnh $AB = x$ và các cạnh còn lại đều bằng $2\sqrt{3}$. Tìm x để thể tích khối tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất.

- A. $x = \sqrt{14}$. B. $x = \sqrt{6}$. C. $x = 3\sqrt{2}$. D. $x = 2\sqrt{3}$.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy $AB = a$ và $SB = 2a$. Góc φ giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng bao nhiêu ?

- A. $\varphi = 30^\circ$. B. $\varphi = 90^\circ$. C. $\varphi = 45^\circ$. D. $\varphi = 60^\circ$.

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt đáy, SD tạo với mặt phẳng (SAB) một góc bằng 30° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{3}$. B. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. C. $V = \sqrt{3}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{18}$.

Câu 23: Cho khối tứ diện có thể tích bằng V . Gọi V' là thể tích của khối đa diện có các đỉnh là các trung điểm của các cạnh của khối tứ diện đã cho. Tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

- A. $\frac{V'}{V} = \frac{5}{8}$. B. $\frac{V'}{V} = \frac{2}{3}$. C. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{4}$. D. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{2}$.

Câu 24: Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a .

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , mặt bên SBC là tam giác đều cạnh a và mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{\sqrt{3}}{24}a^3$. B. $V = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^3$. C. $V = \frac{3\sqrt{3}}{8}a^3$. D. $V = \frac{3\sqrt{3}}{4}a^3$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB = 2a$. Góc φ giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng bao nhiêu ?

- A. $\varphi = 90^\circ$. B. $\varphi = 60^\circ$. C. $\varphi = 30^\circ$. D. $\varphi = 45^\circ$.

Câu 27: Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

- A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. B. $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{2}$. C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. D. $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{6}$.

Câu 28: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và E là điểm đối xứng với B qua D . Mặt phẳng (MNE) chia tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích là V . Tính V .

- A. $V = \frac{13\sqrt{2}a^3}{216}$. B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{18}$. C. $V = \frac{11\sqrt{2}a^3}{216}$. D. $V = \frac{7\sqrt{2}a^3}{216}$.

Câu 29: Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $SA = 4, AB = 6, BC = 10$ và $CA = 8$. Tính thể

tích V của khối chóp đã cho.

- A. $V = 192$. B. $V = 40$. C. $V = 32$. D. $V = 24$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh $2a$, biết $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $SO \perp (ABCD)$ và $SO = \frac{3a}{4}$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

- A. $V = a^3\sqrt{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. D. $V = a^3\sqrt{3}$.

Câu 31: Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

- A. $V = 16a^3$. B. $V = 4a^3$. C. $V = \frac{4}{3}a^3$. D. $V = \frac{16}{3}a^3$.

Câu 32: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , cạnh $AC = 2\sqrt{2}$. Biết AC' tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° và $AC' = 4$. Tính thể tích V của khối đa diện $ABCB'C'$.

- A. $V = \frac{16}{3}$. B. $V = \frac{16\sqrt{3}}{3}$. C. $V = \frac{8\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{8}{3}$.

Câu 33: Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

- A. $V = 4a^3$. B. $V = \frac{4a^3}{3}$. C. $V = 2a^3$. D. $V = \frac{2}{3}a^3$.

Câu 34: Xét khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , SA vuông góc với đáy, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng 3. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) . Tính $\cos \alpha$ khi thể tích khối chóp $S.ABC$ nhỏ nhất.

- A. $\cos \alpha = \frac{2}{3}$. B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 35: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD) .

- A. $h = \frac{3}{4}a$. B. $h = \frac{4}{3}a$. C. $h = \frac{8}{3}a$. D. $h = \frac{2}{3}a$.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C , $AC = a$, $BC = \sqrt{2}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Góc φ giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng bao nhiêu?

- A. $\varphi = 30^\circ$. B. $\varphi = 90^\circ$. C. $\varphi = 45^\circ$. D. $\varphi = 60^\circ$.

Câu 37: Trong không gian, khẳng định nào dưới đây sai?

- A. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
B. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
C. Nếu ba mặt phẳng cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song với nhau.
D. Cho hai đường thẳng chéo nhau. Có duy nhất một mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia.

Câu 38: Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 4 mặt phẳng. B. 3 mặt phẳng. C. 1 mặt phẳng. D. 2 mặt phẳng.

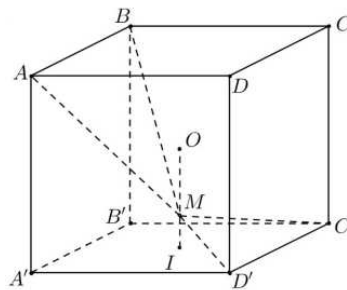
Câu 39: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đường thẳng OI sao cho $MO = 2MI$ (tham khảo hình vẽ bên). Gọi φ là góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) . Tìm $\cos \varphi$.

A. $\cos \varphi = \frac{6\sqrt{13}}{65}$.

B. $\cos \varphi = \frac{6\sqrt{85}}{85}$.

C. $\cos \varphi = \frac{17\sqrt{13}}{65}$.

D. $\cos \varphi = \frac{7\sqrt{85}}{85}$.



Câu 40: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C , $BC = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng bao nhiêu?

A. $d = \frac{\sqrt{2}a}{2}$.

B. $d = \frac{\sqrt{3}a}{2}$.

C. $d = \frac{a}{2}$.

D. $d = \sqrt{2}a$.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách d giữa hai đường thẳng BD và SC bằng bao nhiêu?

A. $d = \frac{\sqrt{30}a}{6}$.

B. $d = \frac{\sqrt{30}a}{12}$.

C. $d = \frac{2\sqrt{21}a}{21}$.

D. $d = \frac{4\sqrt{21}a}{21}$.

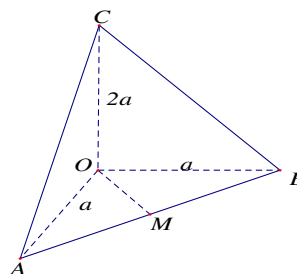
Câu 42: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, $OA = OB = a$ và $OC = 2a$. Gọi M là trung điểm của AB . Khoảng cách d giữa hai đường thẳng OM và AC bằng bao nhiêu? (tham khảo hình bên)

A. $d = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

B. $d = \frac{2a}{3}$.

C. $d = \frac{2\sqrt{5}a}{5}$.

D. $d = \frac{\sqrt{2}a}{2}$.



Câu 43: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối đã cho.

A. $V = \sqrt{2}a^3$.

B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{4}$.

Câu 44: Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC' = a\sqrt{3}$.

A. $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$.

B. $V = 3\sqrt{3}a^3$.

C. $V = a^3$.

D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Câu 45: Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc với nhau; $AB = 6a$, $AC = 7a$ và $AD = 4a$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CD, DB . Tính thể tích V của khối tứ diện $AMNP$.

A. $V = \frac{28a^3}{3}$.

B. $V = 14a^3$.

C. $V = 7a^3$.

D. $V = \frac{7a^3}{2}$.

Câu 46: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $30a^2$ và thể tích bằng $180a^3$. Tìm chiều cao h của khối lăng trụ đã cho.

A. $h = 6$.

B. $h = 18$.

C. $h = 6a$.

D. $h = 18a$.

Câu 47: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3}{6}$.

B. $V = a^3$.

C. $V = \frac{a^3}{3}$.

D. $V = \frac{a^3}{2}$.

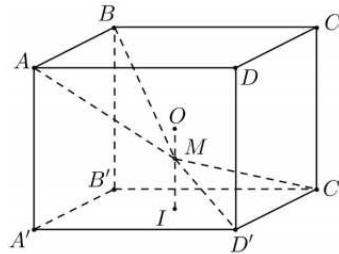
Câu 48: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đường thẳng OI sao cho $MO = \frac{1}{2}MI$ (tham khảo hình vẽ bên). Gọi φ là góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) . Tìm $\cos \varphi$.

A. $\cos \varphi = \frac{17\sqrt{13}}{65}$.

B. $\cos \varphi = \frac{6\sqrt{13}}{65}$.

C. $\cos \varphi = \frac{6\sqrt{85}}{85}$.

D. $\cos \varphi = \frac{7\sqrt{85}}{85}$.



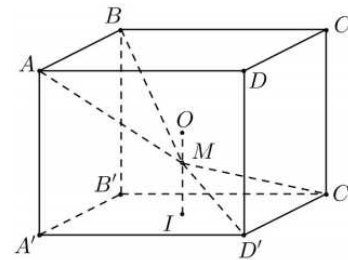
Câu 49: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đường thẳng OI sao cho $MO = \frac{1}{2}MI$ (tham khảo hình vẽ bên). Gọi φ là góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) . Tìm $\sin \varphi$.

A. $\sin \varphi = \frac{6\sqrt{13}}{65}$.

B. $\sin \varphi = \frac{17\sqrt{13}}{65}$.

C. $\sin \varphi = \frac{6\sqrt{85}}{85}$.

D. $\sin \varphi = \frac{7\sqrt{85}}{85}$.



Câu 50: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng bao nhiêu?

A. $d = \frac{\sqrt{3}a}{2}$.

B. $d = \frac{\sqrt{6}a}{6}$.

C. $d = \frac{\sqrt{3}a}{3}$.

D. $d = \frac{\sqrt{5}a}{3}$.

Câu 51: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến đường thẳng BB' bằng $\sqrt{5}$, khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và 2, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M = \frac{\sqrt{15}}{3}$. Tính thể tích V của khối trụ đã cho.

A. $V = \frac{2\sqrt{15}}{3}$.

B. $V = \sqrt{5}$.

C. $V = \frac{2\sqrt{5}}{3}$.

D. $V = \frac{\sqrt{15}}{3}$.

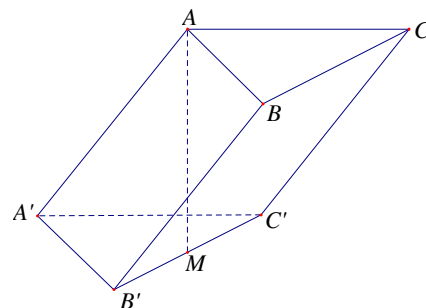
Câu 52: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến đường thẳng BB' bằng 2, khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và $\sqrt{3}$, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M = 2$. Tính thể tích V của khối trụ đã cho. (tham khảo hình bên)

A. $V = 2$.

B. $V = \sqrt{3}$.

C. $V = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

D. $V = 1$.



Câu 53: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và thể tích bằng a^3 . Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

A. $h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$. B. $h = a\sqrt{3}$. C. $h = \frac{\sqrt{3}}{3}a$. D. $h = \frac{\sqrt{3}}{6}a$.

Câu 54: Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng ?

A. 9 mặt phẳng. B. 6 mặt phẳng. C. 3 mặt phẳng. D. 4 mặt phẳng.

Câu 55: Số mặt đối xứng của hình tứ diện đều là bao nhiêu ?

A. 6. B. 1. C. 8. D. 4.

Câu 56: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $3a$. Trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng chứa hình vuông tại A lấy điểm S sao cho tam giác SBD đều. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = 9a^3\sqrt{3}$. B. $V = 9a^3$. C. $V = \frac{9a^3}{2}$. D. $V = \frac{234a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 57: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau. Tìm thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{1}{6}SA.SB.SC$. B. $V = \frac{1}{3}SA.SB.SC$. C. $V = \frac{1}{2}SA.SB.SC$. D. $V = SA.SB.SC$.

Câu 58: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, gọi O là trọng tâm của tam giác ABC và $A'O = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{4a^3}{3}$. B. $V = 4a^3$. C. $V = 2a^3$. D. $V = \frac{2a^3}{3}$.

Câu 59: Mặt phẳng $(AB'C')$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành các khối đa diện nào ?

- A. Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.
B. Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.
C. Hai khối chóp tứ giác.
D. Hai khối chóp tam giác.

Câu 60: Nếu một khối chóp có thể tích và diện tích mặt đáy lần lượt là a^3 và a^2 thì chiều cao h của nó bằng bao nhiêu ?

A. $h = 3a$. B. $h = 2a$. C. $h = a$. D. $h = \frac{a}{3}$.

Câu 61: Cho khối lập phương có độ dài đường chéo bằng $3\sqrt{3}cm$. Tính thể tích V của khối lập phương đó.

A. $V = 27cm^3$. B. $V = 181cm^3$. C. $V = 8cm^3$. D. $V = 64cm^3$.

Câu 62: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = a, AD = 2a$, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{2a}{3}$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{2a^3\sqrt{10}}{15}$. B. $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{15}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{10}}{15}$. D. $V = \frac{2a^3\sqrt{5}}{15}$.

Câu 63: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a, \widehat{BAC} = 120^\circ$, mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{3a^3}{4}$. B. $V = \frac{3a^3}{8}$. C. $V = \frac{9a^3}{8}$. D. $V = \frac{a^3}{8}$.

Câu 64: Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 12 và G là trọng tâm của tam giác BCD . Tính thể tích V của khối chóp $A.GBC$.

A. $V = 3$. B. $V = 6$. C. $V = 5$. D. $V = 4$.

Câu 65: Cho tứ diện $ABCD, G$ là trọng tâm của tam giác ABD . Trên BC lấy điểm M sao cho $MB = 2MC$. Khẳng định nào dưới đây đúng ?

A. $MG \parallel (ACB)$.

B. $MG \parallel (ABD)$.

C. $MG \parallel (ACD)$.

D. $MG \parallel (BCD)$.

Câu 66: Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{4a^3}{3}$.

B. $V = \frac{16}{3}a^3$.

C. $V = 16a^3$.

D. $V = 4a^3$.

Câu 67: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{9}$.

B. $V = \frac{a^3}{2}$.

C. $V = a^3$.

D. $V = \frac{a^3}{3}$.

GV. Lư Sĩ Pháp

ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM CHƯƠNG I

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A																				
B																				
C																				
D																				

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A																				
B																				
C																				
D																				

	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
A																				
B																				
C																				
D																				

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
A																				
B																				
C																				
D																				

	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
A																				
B																				
C																				
D																				

	10 1	10 2	10 3	10 4	10 5	10 6	10 7	10 8	10 9	11 0	11 1	11 2	11 3	11 4	11 5	11 6	11 7	11 8	11 9	12 0
A																				
B																				
C																				
D																				

	12 1	12 2	12 3	12 4	12 5	12 6	12 7	12 8	12 9	13 0	13 1	13 2	13 3	13 4	13 5	13 6	13 7	13 8	13 9	14 0
A																				
B																				
C																				
D																				

	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155
A															
B															
C															
D															

MỘT SỐ CÂU TRONG ĐỀ THI THPT

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A																				
B																				
C																				
D																				

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A																				
B																				
C																				
D																				

	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
A																				
B																				
C																				
D																				

	61	62	63	64	65	66	67
A							
B							
C							
D							