

TỔ HỢP – XÁC XUẤT

VẬN DỤNG CAO

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

DẠNG 1: CÁC BÀI TOÁN ĐẾM – TÍNH XÁC SUẤT SỐ CÁC CHỮ SỐ THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC

Loại 1: Liên quan đến tính chất chia hết

- Câu 1.** Tập A gồm các số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Lấy ngẫu nhiên một số tập A . Tính xác suất để số lấy ra có mặt chữ số 1 và 3.
- A. $\frac{25}{49}$. B. $\frac{10}{21}$. C. $\frac{80}{147}$. D. $\frac{106}{147}$.
- Câu 2.** Gọi X là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được lập từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6. Lấy ngẫu nhiên một số thuộc X . Xác suất để số lấy được chia hết cho 45 là:
- A. $\frac{1}{20}$. B. $\frac{1}{15}$. C. $\frac{1}{12}$. D. $\frac{1}{60}$.
- Câu 3.** Gọi S là tập hợp các ước số nguyên dương của số 43200. Lấy ngẫu nhiên hai phần tử thuộc S . Tính xác suất lấy được hai phần tử là hai số không chia hết cho 3.
- A. $\frac{C_{21}^2}{C_{84}^2}$. B. $\frac{C_{14}^2}{C_{84}^2}$. C. $\frac{C_{12}^2}{C_{84}^2}$. D. $\frac{C_{18}^2}{C_{84}^2}$.
- Câu 4.** Gọi S là tập hợp các ước số nguyên dương của số 43200. Lấy ngẫu nhiên hai phần tử thuộc S . Tính xác suất lấy được hai phần tử là hai số không chia hết cho 2.
- A. $\frac{C_{12}^2}{C_{84}^2}$. B. $\frac{C_8^2}{C_{84}^2}$. C. $\frac{C_6^2}{C_{84}^2}$. D. $\frac{C_{10}^2}{C_{84}^2}$.
- Câu 5.** Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau đôi một sao cho các số này là số lẻ và chữ số đứng ở vị trí thứ 3 luôn chia hết cho 4?
- A. 2850. B. 2640. C. 3675. D. 1820.
- Câu 6.** Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau đôi một sao cho các số này là số lẻ và chữ số đứng ở vị trí thứ 3 luôn chia hết cho 2?
- A. 5400. B. 5040. C. 5004. D. 4500.
- Câu 7.** Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập A , tính xác suất để chọn được một số chia hết cho 11 và chữ số hàng đơn vị bằng 6.
- A. $\frac{409}{45000}$. B. $\frac{459}{45000}$. C. $\frac{817}{90000}$. D. $\frac{1}{100}$.

- Câu 8.** Trong tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số ta chọn ngẫu nhiên một số. Tính xác suất để chọn được một số chia hết cho 13 và chữ số hàng nghìn bằng 8.
- A. $\frac{13}{9000}$. B. $\frac{1}{375}$. C. $\frac{13}{375}$. D. $\frac{17}{9000}$.
- Câu 9.** Trong tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số ta chọn ngẫu nhiên một số. Tính xác suất để chọn được một số chia hết cho 17 và chữ số hàng đơn vị bằng 5.
- A. $\frac{43}{9000}$. B. $\frac{528}{9000}$. C. $\frac{53}{9000}$. D. $\frac{65}{9000}$.
- Câu 10.** Trong tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số ta chọn ngẫu nhiên một số. Tính xác suất để chọn được một số chia hết cho 11 và chữ số hàng trăm nghìn bằng 9.
- A. $\frac{93}{90000}$. B. $\frac{83}{90000}$. C. $\frac{192}{90000}$. D. $\frac{92}{90000}$.
- Câu 11.** Từ các số 1,2,3,4,5,6,7,8,9 lập các số tự nhiên gồm bốn chữ số. Lấy ngẫu nhiên một số vừa lập. Tính xác suất để lấy được số chia hết cho 15.
- A. $\frac{1}{30}$. B. $\frac{1}{36}$. C. $\frac{1}{27}$. D. $\frac{1}{18}$.
- Câu 12.** Gọi M là tập hợp các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác được lập từ tập $X = \{0;1;2;3;4;5\}$. Lấy ngẫu nhiên 2 phần tử của M . Tính xác suất để có ít nhất một trong hai phần tử chia hết cho 3.
- A. $\frac{8847}{14975}$. B. $\frac{8848}{14975}$. C. $\frac{8857}{14975}$. D. $\frac{8747}{14975}$.
- Câu 13.** Nếu một số được chọn ngẫu nhiên từ một tập hợp các số gồm 5 chữ số trong đó tổng các chữ số bằng 4. Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 11.
- A. $\frac{3}{35}$. B. $\frac{9}{35}$. C. $\frac{6}{35}$. D. $\frac{11}{35}$.
- Câu 14.** Lập các số tự nhiên gồm sáu chữ số. Lấy ngẫu nhiên một số vừa lập. Tính xác suất để lấy được số lẻ chia hết cho 9.
- A. $\frac{2}{9}$. B. $\frac{3}{18}$. C. $\frac{1}{9}$. D. $\frac{1}{18}$.
- Câu 15.** Có 30 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên ra 6 tấm thẻ. Tính xác suất để trong 6 tấm thẻ được chọn ra có 3 tấm thẻ mang số lẻ, 3 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng một tấm thẻ mang số chia hết cho 8.
- A. $\frac{7}{29}$. B. $\frac{91}{261}$. C. $\frac{22}{145}$. D. $\frac{4}{145}$.
- Câu 16.** Từ các chữ số 0,1,2,3,4,5,6 người ta lập thành số có 3 chữ số. Gọi S là tập hợp các số có 3 chữ số khác nhau mà tổng các chữ số đó bằng 9. Chọn ra 2 số có 3 chữ số được lập từ 7 chữ số đã cho. Tính xác suất để hai số được chọn đều thuộc tập hợp S .
- A. $\frac{325}{43071}$. B. $\frac{1335}{14357}$. C. $\frac{145}{14357}$. D. $\frac{26}{43071}$.
- Câu 17.** Từ các chữ số 1,2,3,4,5,6,7. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 2 chữ số khác nhau. Lấy ngẫu nhiên 2 số từ tập S . Tìm xác suất để tổng 2 số đó chia hết cho 9.
- A. $\frac{12}{287}$. B. $\frac{4}{287}$. C. $\frac{2}{287}$. D. $\frac{91}{187920}$.

- Câu 18.** Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên thuộc tập S . Tính xác suất chọn được số chia hết cho 9.
- A. $P = \frac{5}{189}$. B. $P = \frac{10}{189}$. C. $P = \frac{3}{70}$. D. $P = \frac{1}{21}$.
- Câu 19.** Cho X là tập hợp các số tự nhiên chẵn có 4 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 0; 2; 3; 4; 5; 7; 8. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên thuộc vào tập X . Tính xác suất để chọn được số không chia hết cho 4.
- A. $\frac{53}{105}$. B. $\frac{52}{105}$. C. $\frac{53}{180}$. D. $\frac{127}{180}$.
- Câu 20.** Cho X là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 0; 1; 3; 4; 5; 7; 8; 9. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên thuộc vào tập X . Tính xác suất để chọn được số chia hết cho 4.
- A. $\frac{106}{735}$. B. $\frac{52}{105}$. C. $\frac{17}{147}$. D. $\frac{17}{42}$.
- Câu 21.** Cho X là tập hợp các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau thành lập từ các chữ số $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Chọn ngẫu nhiên hai số tự nhiên thuộc vào tập X , tính xác suất để chọn được hai số có các chữ số xuất hiện ở hai số đó đôi một khác nhau và có tổng các chữ số bằng 21.
- A. $\frac{16}{45}$. B. $\frac{29}{45}$. C. $\frac{171}{179}$. D. $\frac{8}{179}$.
- Câu 22.** Cho X là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau mà tổng các chữ số bằng 18. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên thuộc vào tập X tính xác suất để chọn được là số lẻ.
- A. $\frac{16}{45}$. B. $\frac{29}{45}$. C. $\frac{32}{75}$. D. $\frac{43}{75}$.
- Câu 23.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, lập được bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau sao cho trong đó luôn có ba chữ số 1, 2, 3 và có ba chữ số có tổng bằng 9.
- A. 13680. B. 10368. C. 43200. D. 21600.
- Câu 24.** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, lập được bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau sao cho tổng ba chữ số hàng trăm, hàng chục, hàng đơn vị bằng 6.
- A. 3600. B. 3780. C. 2406. D. 4302.
- Câu 25.** Một hộp chứa 11 quả cầu được đánh số theo thứ tự từ 1 đến 11, lấy ngẫu nhiên 6 quả cầu. Tính xác suất để tích của các số được ghi trên 6 quả cầu đó chia hết cho 3.
- A. $\frac{31}{33}$. B. $\frac{20}{33}$. C. $\frac{21}{23}$. D. $\frac{18}{23}$.
- Câu 26.** Một hộp chứa 11 quả cầu được đánh số theo thứ tự từ 1 đến 11, lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu. Tính xác suất để tổng của các số được ghi trên 3 quả cầu đó chia hết cho 3.
- A. $\frac{19}{55}$. B. $\frac{19}{35}$. C. $\frac{36}{55}$. D. $\frac{16}{35}$.
- Câu 27.** Một hộp đựng tám quả cầu giống nhau được đánh số từ 1 đến 8. Hỏi phải lấy ít nhất bao nhiêu quả cầu để xác suất có ít nhất một quả ghi số chia hết cho 3 và lớn hơn $\frac{3}{4}$
- A. 4. B. 5. C. 6. D. 7.
- Câu 28.** Một hộp đựng bảy quả cầu giống nhau được đánh số từ 1 đến 7. Hỏi phải lấy ít nhất bao nhiêu quả cầu để xác suất có ít nhất một quả ghi số chia hết cho 5 và lớn hơn $\frac{2}{3}$
- A. 4. B. 5. C. 6. D. 7.

- Câu 29.** Từ các chữ số $0; 1; 2; 3; 4; 5$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số và là bội số của 3 đồng thời bé hơn 2.10^5 ?
- A. 2374. B. 2592. C. 3645. D. 6561.
- Câu 30.** Gọi X là tập hợp các số tự nhiên gồm sáu chữ số khác nhau được lập từ các số $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$. Chọn ngẫu nhiên một số từ X tính xác suất để số đó có đúng 3 chữ số chia hết cho 3?
- A. $\frac{200}{567}$ B. $\frac{173}{1512}$ C. $\frac{400}{567}$ D. $\frac{500}{567}$

Loại 2: Số lần xuất hiện của chữ số

- Câu 31.** Từ 10 chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ lập được bao nhiêu số tự nhiên thỏa: là số có 7 chữ số, trong đó có 4 chữ số lẻ khác nhau và 3 chữ số chẵn khác nhau mà mỗi chữ số chẵn có mặt đúng 1 lần.
- A. 252000. B. 230400. C. 25200. D. 23040.
- Câu 32.** Từ 10 chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ lập được bao nhiêu số tự nhiên thỏa: là số có 8 chữ số, trong đó có 2 chữ số chẵn khác nhau và 3 chữ số lẻ khác nhau mà mỗi chữ số lẻ có mặt đúng 2 lần.
- A. 252000. B. 47880. C. 478800. D. 25200.
- Câu 33.** Từ tập hợp $X = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ ta thành lập được các số tự nhiên có 6 chữ số, lấy ngẫu nhiên một số. Xác suất để trong số tự nhiên được lấy ra chỉ có mặt ba chữ số khác nhau.
- A. 0,085. B. 0,125. C. 0,354. D. 0,024.
- Câu 34.** Từ tập hợp $X = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ ta thành lập được các số tự nhiên có 6 chữ số, lấy ngẫu nhiên một số. Xác suất để trong số tự nhiên được lấy ra chỉ có mặt bốn chữ số khác nhau.
- A. 0,18. B. 0,54. C. 0,37. D. 0,42.
- Câu 35.** Cho tập $X = \{0; 1; 2; 4; 6; 7\}$. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có bốn chữ số được lập từ X . Tính xác suất để số được chọn có một chữ số xuất hiện đúng hai lần và các chữ số còn lại xuất hiện không quá một lần.
- A. $\frac{5}{9}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{5}{11}$.
- Câu 36.** Có bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số sao cho trong mỗi số đó có một chữ số xuất hiện đúng hai lần, các chữ số còn lại xuất hiện không quá một lần.
- A. 95760. B. 90720. C. 85680. D. 100800.
- Câu 37.** Chọn ngẫu nhiên ba số đôi một khác nhau từ tập hợp $A = \{1; 2; 3; \dots, 30\}$. Xác suất để trong ba số được chọn không có hai số tự nhiên liên tiếp là
- A. $\frac{729}{4060}$. B. $\frac{117}{145}$. C. $\frac{118}{145}$. D. $\frac{3}{14}$.
- Câu 38.** Có bao nhiêu số tự nhiên có năm chữ số đôi một khác nhau mà trong đó có đúng một chữ số lẻ?
- A. 3000. B. 2520. C. 1080. D. 1920.
- Câu 39.** Từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau, trong đó phải có chữ số 2 và chữ số 4?
- A. 126 B. 156 C. 176 D. 216

- Câu 40.** Từ tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số mà các chữ số đều khác 0, lấy ngẫu nhiên một số. Tính xác suất để trong số tự nhiên lấy ra chỉ có mặt ba chữ số khác nhau?
- A. $\frac{1400}{6561}$ B. $\frac{1400}{19683}$ C. $\frac{50}{19683}$ D. $\frac{1}{81}$
- Câu 41.** Từ tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số mà các chữ số đều khác 0, có bao nhiêu số tự nhiên chỉ có mặt ba chữ số khác nhau?
- A. 12600 B. 75600 C. 60480 D. 729
- Câu 42.** Từ tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số mà các chữ số đều khác 0, lấy ngẫu nhiên một số. Tính xác suất để trong số tự nhiên lấy ra chỉ có mặt ba chữ số khác nhau trong đó có mặt chữ số 1?
- A. $\frac{200}{2187}$ B. $\frac{320}{729}$ C. $\frac{50}{19683}$ D. $\frac{4}{9}$
- Câu 43.** Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 4 chữ số đôi một khác nhau và luôn có mặt chữ số 8 và chữ số 9?
- A. 316. B. 120. C. 196. D. 274.

Loại 3: Liên quan đến vị trí

- Câu 44.** Có bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau trong đó 2 số kề nhau không cùng là số chẵn?
- A. 37800 B. 1155 C. 24240 D. 26640
- Câu 45.** Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 5 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số của tập A , đồng thời có đúng 2 chữ số lẻ và 2 chữ số lẻ đó đứng cạnh nhau.
- A. 360. B. 36. C. 84. D. 120.
- Câu 46.** Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 6 chữ số khác nhau được lập thành từ các chữ số của tập A đồng thời phải có mặt ba chữ số 0; 1; 2 và chúng đứng cạnh nhau?
- A. 120. B. 624. C. 504. D. 384.
- Câu 47.** Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số đôi một khác nhau đồng thời có ba chữ số 3; 4; 5 đứng kề nhau và hai chữ số 7; 9 đứng liền với nhau?
- A. 2592. B. 288. C. 2880. D. 2303.
- Câu 48.** Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 9 chữ số khác nhau sao cho trong mỗi số đó có đúng 4 chữ số lẻ và chữ số 0 luôn đứng giữa hai chữ số lẻ (hai số hai bên chữ số 0 là số lẻ)?
- A. 430200. B. 302400. C. 1339200. D. 100800.
- Câu 49.** Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số đôi một khác nhau sao cho trong mỗi số đó phải có ba chữ số 3; 4; 5 đứng liền với nhau và hai chữ số 7; 9 đứng liền với nhau.
- A. 240. B. 2400. C. 2592. D. 5760.
- Câu 50.** Từ các chữ số 0, 2, 3, 5, 6, 8, lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau sao cho trong mỗi số đó có hai chữ số 0 và 5 không đứng cạnh nhau?
- A. 384. B. 240. C. 360. D. 420.
- Câu 51.** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ta lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 6 chữ số, mà các chữ số đôi một khác nhau đồng thời phải có mặt ba chữ số 0; 1; 2 và chúng đứng cạnh nhau?
- A. 384. B. 240. C. 504. D. 624.

- Câu 52.** Với các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số gồm bảy chữ số khác nhau sao cho ba chữ số chẵn không đứng cạnh nhau?
A. 1440. **B.** 4320. **C.** 4920 **D.** 576.
- Câu 53.** Với các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 có thể lập được bao nhiêu số gồm tám chữ số khác nhau sao cho ba chữ số chẵn không đứng cạnh nhau?
A. 39600. **B.** 3880. **C.** 25920 **D.** 36000.
- Câu 54.** Từ các chữ số 0 và 5 thiết lập được bao nhiêu số tự nhiên có 10 chữ số sao cho số tạo thành không có số nào có hai chữ số 1 đứng cạnh nhau?
A. 88. **B.** 143. **C.** 1978 **D.** 755.
- Câu 55.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 thiết lập được bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số sao cho số tạo thành nhất định phải có mặt chữ số 1, các chữ số khác chỉ xuất hiện nhiều nhất một lần và không có số nào có hai chữ số 1 đứng cạnh nhau?
A. 984. **B.** 23. **C.** 50 **D.** 58464.
- Câu 56.** Trong hộp chứa các thẻ được ghi dãy số gồm sáu chữ số khác nhau. Tính xác suất để rút được một thẻ có ghi các chữ số 1, 2, 3, 4, trong đó các chữ số 1, 2 không đứng cạnh nhau và các chữ số 3, 4 không đứng cạnh nhau.
A. $P = \frac{248}{315}$. **B.** $P = \frac{104}{105}$. **C.** $P = \frac{242}{315}$. **D.** $P = \frac{1}{175}$.
- Câu 57.** Trong hộp chứa các thẻ được ghi dãy số gồm sáu chữ số khác nhau. Tính xác suất để rút được một thẻ có ghi các chữ số 1, 2, 3 trong đó không có hai chữ số nào trong các chữ số 1, 2, 3 đứng cạnh nhau.
A. $P = \frac{1}{30}$. **B.** $P = \frac{4}{5}$. **C.** $P = \frac{1}{5}$. **D.** $P = \frac{185}{189}$.
- Câu 58.** Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 10 chữ số đôi một khác nhau, trong đó các chữ số 1; 2; 3; 4; 5 được xếp theo thứ tự tăng dần từ trái qua phải và chữ số 6 luôn đứng trước chữ số 5?
A. 2888. **B.** 22680. **C.** 544320. **D.** 630.

Loại 4: Liên quan đến lớn hơn, nhỏ hơn.

- Câu 59.** Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số $\overline{abcd}$ thỏa mãn $a \leq b \leq c < d$?
A. 330. **B.** 126. **C.** 246. **D.** 288.
- Câu 60.** Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số $\overline{abcd}$ thỏa mãn $a \geq b \geq c > d$?
A. 495. **B.** 210. **C.** 375. **D.** 450.
- Câu 61.** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau nhỏ hơn 3507.
A. 545. **B.** 544. **C.** 334. **D.** 540.
- Câu 62.** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau lớn hơn 1305.
A. 1407. **B.** 1405. **C.** 1502. **D.** 1500.
- Câu 63.** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 lập các số lẻ có 4 chữ số đôi một khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một số vừa lập. Tính xác suất để lấy được một số nhỏ hơn 2018.
A. $\frac{13}{90}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{13}{72}$. **D.** $\frac{2}{15}$.

- Câu 64.** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 lập các số chẵn có 4 chữ số đôi một khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một số vừa lập. Tính xác suất để lấy được một số lớn hơn 2019.
- A. $\frac{95}{156}$. B. $\frac{131}{156}$. C. $\frac{61}{78}$. D. $\frac{119}{156}$.
- Câu 65.** Gọi M là tập tất cả các số tự nhiên có sáu chữ số đôi một khác nhau và có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập M . Tính xác suất để số được chọn là một số chẵn, đồng thời thỏa mãn $a_1 > a_2 > a_3 > a_4 > a_5 > a_6$.
- A. $\frac{37}{34020}$. B. $\frac{74}{567}$. C. $\frac{72}{567}$. D. $\frac{31}{34020}$.
- Câu 66.** Gọi M là tập tất cả các số tự nhiên có sáu chữ số đôi một khác nhau và có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập M . Tính xác suất để số được chọn là một số lẻ, đồng thời thỏa mãn $a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5 < a_6$.
- A. $\frac{37}{68040}$. B. $\frac{31}{68040}$. C. $\frac{37}{34020}$. D. $\frac{31}{34020}$.
- Câu 67.** Gọi M là tập tất cả các số tự nhiên có 10 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập M . Tính xác suất để số được chọn có các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 xếp theo thứ tự tăng dần từ trái qua phải nhưng các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 thì không được như vậy.
- A. $\frac{3}{72}$. B. $\frac{1}{72}$. C. $\frac{1}{144}$. D. $\frac{3}{144}$.
- Câu 68.** Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 10 chữ số đôi một khác nhau, trong đó các chữ số 1; 2; 3; 4; 5 được xếp theo thứ tự tăng dần từ trái qua phải và chữ số 6 luôn đứng trước chữ số 5?
- A. 2888. B. 22680. C. 544320. D. 630.
- Câu 69.** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 lập ra tất cả các số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên hai số trong các số được lập. Tính xác suất để trong hai số được chọn có ít nhất một số lớn hơn 2015.
- A. $\frac{14299}{14950}$. B. $\frac{1436}{1495}$. C. $\frac{42959}{44850}$. D. $\frac{623}{650}$.
- Câu 70.** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 lập ra tất cả các số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên hai số trong các số được lập. Tính xác suất để trong hai số được chọn có ít nhất một số lớn hơn 2018 (kết quả lấy đến hàng phần trăm nghìn).
- A. 0,98395. B. 0,98385. C. 0,98442. D. 0,98432.
- Câu 71.** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 lập ra tất cả các số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên hai số trong các số được lập. Tính xác suất để trong hai số được chọn có ít nhất một số bé hơn 2018 và cả hai số đều là số lẻ (kết quả lấy đến hàng phần trăm nghìn).
- A. 0,03967. B. 0,03968. C. 0,03969. D. 0,03970.
- Câu 72.** Cho tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Chọn ngẫu nhiên ra một bộ gồm 3 số tự nhiên phân biệt bất kỳ từ tập A . Tính xác suất để chọn được một bộ 3 số phân biệt của A (không tính thứ tự) để hiệu của 2 số bất kỳ trong 3 số đó có giá trị tuyệt đối không nhỏ hơn 2.
- A. $\frac{7}{10}$. B. $\frac{7}{15}$. C. $\frac{7}{24}$. D. $\frac{7}{40}$.
- Câu 73.** Cho tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Chọn ngẫu nhiên ra một bộ gồm 4 số tự nhiên phân biệt bất kỳ từ tập A . Tính xác suất để chọn được một bộ 4 số phân biệt của A (không tính thứ tự) để hiệu của 2 số bất kỳ trong 4 số đó có giá trị tuyệt đối không nhỏ hơn 2.
- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{5}{6}$. D. $\frac{1}{6}$.

DẠNG 2: CÁC BÀI TOÁN ĐẾM SỐ PHƯƠNG ÁN TÍNH XÁC SUẤT LIÊN QUAN ĐẾN NGƯỜI HOẶC ĐỒ VẬT

Câu 74. Người ta dùng 18 cuốn sách bao gồm 7 cuốn sách Toán, 6 cuốn sách Lý và 5 cuốn sách Hóa (các cuốn sách cùng loại thì giống nhau) để làm phần thưởng cho 9 học sinh (trong đó có hai học sinh A và B) mỗi học sinh nhận được 2 cuốn sách khác thể loại (không tính thứ tự các cuốn sách). Tính xác suất để hai học sinh A và B nhận được phần thưởng giống nhau.

- A. $\frac{7}{126}$. B. $\frac{5}{18}$. C. $\frac{25}{152}$. D. $\frac{13}{18}$.

Câu 75. Thầy giáo có 7 quyển sách tham khảo Toán giống nhau, 7 quyển sách tham khảo Hóa giống nhau, 8 quyển sách tham khảo Lý giống nhau làm phần thưởng cho 11 học sinh trong đội tuyển học sinh giỏi, trong đó có hai bạn An và Việt. Thầy giáo chia đều phần thưởng cho 11 học sinh, mỗi học sinh được 2 quyển sách. Tính xác suất để hai bạn An và Việt có phần thưởng khác nhau.

- A. $\frac{3}{11}$. B. $\frac{481}{490}$. C. $\frac{9}{490}$. D. $\frac{8}{11}$.

Câu 76. Trong một buổi sinh hoạt nhóm của lớp 12, tổ I có 12 học sinh gồm 4 học sinh nữ trong đó có Hoa và 8 học sinh nam trong đó có Nam. Chia tổ thành 3 nhóm, mỗi nhóm gồm 4 học sinh và phải có ít nhất 1 học sinh nữ. Tính xác suất để Hoa và Nam cùng một nhóm.

- A. $\frac{7}{23}$. B. $\frac{4}{23}$. C. $\frac{7}{32}$. D. $\frac{4}{32}$.

Câu 77. Trong một buổi liên hoan văn nghệ có 10 cặp nam nữ, trong đó có 4 cặp vợ chồng. Chọn ngẫu nhiên 3 người để biểu diễn một tiết mục văn nghệ. Tìm xác suất để trong 3 người được chọn không có cặp vợ chồng nào?

- A. $\frac{72}{95}$. B. $\frac{89}{95}$. C. $\frac{5}{6}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 78. Một tập thể có 6 nam và 8 nữ trong đó có hai bạn tên A và B. Người ta cần chọn một tổ công tác gồm 6 người. Tính số cách chọn sao cho trong tổ phải có 1 tổ trưởng và 5 tổ viên hơn nữa A và B không đồng thời có mặt trong tổ.

- A. 11088. B. 9504. C. 15048. D. 3003.

Câu 79. Một đề thi trắc nghiệm có 10 câu hỏi, mỗi câu có 3 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng. Một thí sinh chọn ngẫu nhiên các phương án trả lời, hỏi xác suất thí sinh có được điểm nào là cao nhất? Biết rằng mỗi câu trả lời đúng được 1 điểm, trả lời sai không bị trừ điểm.

- A. Điểm 3. B. Điểm 4. C. Điểm 5. D. Điểm 6.

Câu 80. Trong kỳ thi THPT Quốc Gia năm 2017 có môn thi bắt buộc là môn Tiếng Anh. Môn thi này thi dưới hình thức trắc nghiệm với 4 phương án trả lời A, B, C, D. Mỗi câu trả lời đúng được cộng 0,2 điểm và mỗi câu trả lời sai bị trừ đi 0,1 điểm. Bạn Hoa vì học rất kém môn Tiếng Anh nên chọn ngẫu nhiên cả 50 câu trả lời. Tính xác suất để bạn Hoa đạt được 4 điểm môn Tiếng Anh trong kỳ thi trên.

- A. $\frac{C_{50}^{30} \cdot (3)^{20}}{4^{50}}$. B. $\frac{A_{50}^{30} \cdot (3)^{20}}{4^{50}}$. C. $\frac{C_{50}^{30} \cdot (3)^{20}}{50}$. D. $\frac{A_{50}^{30} \cdot (3)^{20}}{50}$.

- Câu 81.** Một bài thi trắc nghiệm khách quan gồm 10 câu hỏi, mỗi câu có 4 phương án trả lời. Tính xác suất để một học sinh làm bài thi được ít nhất 8 câu hỏi.
- A. $\frac{109}{262144}$. B. $\frac{209}{262144}$. C. $\frac{217}{236769}$. D. $\frac{207}{236769}$.
- Câu 82.** Trong kỳ thi THPT Quốc Gia, thí sinh A dự thi hai môn thi trắc nghiệm Vật lí và Hóa học. Đề thi của mỗi môn gồm 50 câu hỏi; mỗi câu hỏi có 4 phương án lựa chọn; trong đó có 1 phương án đúng, làm đúng mỗi câu được 0,2 điểm. Mỗi môn thi thí sinh A đều làm hết các câu hỏi và chắc chắn đúng 45 câu, 5 câu còn lại thí sinh A chọn ngẫu nhiên. Tính xác suất để tổng điểm 2 môn thi của thí sinh A không dưới 19 điểm (làm tròn đến 3 chữ số sau dấu phẩy).
- A. 0.078. B. 0.78. C. 0.059. D. 0.065.
- Câu 83.** Trong một bài thi trắc nghiệm khách quan có 10 câu. Mỗi câu có bốn phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng. Mỗi câu trả lời đúng thì được 1 điểm, trả lời sai thì bị trừ 0,5 điểm. Một thí sinh do không học bài nên làm bài bằng cách với mỗi câu đều chọn ngẫu nhiên một phương án trả lời. Xác suất để thí sinh đó làm bài được điểm số không nhỏ hơn 7 là
- A. $\frac{7}{10}$. B. $C_{10}^8 \left(\frac{1}{4}\right)^8 \left(\frac{3}{4}\right)^2$. C. $A_{10}^8 \left(\frac{1}{4}\right)^8 \left(\frac{3}{4}\right)^2$. D. $\frac{109}{262144}$.
- Câu 84.** Một công ty nhận được 30 hồ sơ của 30 người muốn xin việc vào công ty, trong đó có 15 người biết tiếng Anh, 8 người biết tiếng Pháp và 14 người không biết tiếng Anh và tiếng Pháp. Công ty cần tuyển 5 người biết ít nhất tiếng Anh hoặc tiếng Pháp. Tính xác suất để trong 5 người được chọn có ít nhất 3 người biết cả tiếng Anh và tiếng Pháp.
- A. $\frac{19}{52}$. B. $\frac{15}{52}$. C. $\frac{33}{52}$. D. $\frac{37}{52}$.
- Câu 85.** Lớp 11A có n học sinh, trong đó có 18 học sinh giỏi Toán, 12 học sinh giỏi Văn và 10 học sinh không giỏi môn nào. Giáo viên chủ nhiệm chọn ra 2 học sinh học giỏi Toán hoặc Văn để đi dự hội nghị. Xác suất để trong 2 học sinh được chọn có đúng 1 học sinh giỏi cả Toán và Văn là $\frac{9}{23}$. Tính số học sinh của lớp 11A?
- A. 34. B. 40. C. 36. D. 32.
- Câu 86.** Trong một cuộc thi, Ban tổ chức dùng 7 cuốn sách tham khảo môn Toán, 6 cuốn sách tham khảo môn Vật lý, 5 cuốn sách tham khảo môn Hóa học để làm phần thưởng cho các thí sinh có kết quả cao nhất. Các cuốn sách cùng thể loại: Toán, Vật lý, Hóa học đều giống nhau. Mỗi thí sinh nhận thưởng sẽ được hai cuốn sách khác thể loại. Trong số các thí sinh trên có An. Tìm xác suất để An nhận được sách Toán.
- A. $\frac{5}{18}$. B. $\frac{7}{18}$. C. $\frac{13}{18}$. D. $\frac{11}{18}$.
- Câu 87.** Một lớp có 30 học sinh. Đề tặng quà cho 8 học sinh giỏi trong lớp, giáo viên chủ nhiệm đã mua 4 quyển vở, 5 chiếc bút và 7 thước kẻ. Biết rằng mỗi học sinh được nhận hai phần quà khác loại. Trong số các học sinh nhận thưởng có Hà. Tính xác suất để Hà không nhận được bút, biết rằng các học sinh được nhận quà một cách ngẫu nhiên.
- A. $\frac{7}{8}$. B. $\frac{5}{8}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{3}{8}$.
- Câu 88.** Một thầy giáo có 10 cuốn sách khác nhau trong đó có 4 cuốn sách Toán, 3 cuốn sách Vật Lý và 3 cuốn sách Hóa Học. Thầy giáo muốn lấy ra 5 cuốn và tặng cho 5 học sinh A, B, C, D, E mỗi em một cuốn. Hỏi thầy giáo có bao nhiêu cách tặng nếu sau khi tặng sách xong, mỗi một trong ba loại sách trên đều còn lại ít nhất một cuốn.
- A. $\frac{5}{6}$. B. $\frac{25}{28}$. C. $\frac{17}{21}$. D. $\frac{15}{28}$.

- Câu 89.** Một hộp chứa 5 viên bi đỏ, 6 viên bi xanh và 7 viên bi trắng. Chọn ngẫu nhiên 6 viên bi từ hộp, tính xác suất để được 6 viên bi có cả ba màu đồng thời hiệu của số bi xanh và bi đỏ, hiệu của số bi trắng và số bi xanh, hiệu của số bi đỏ và số bi trắng theo thứ tự là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng.
- A. $\frac{75}{442}$. B. $\frac{5}{442}$. C. $\frac{40}{221}$. D. $\frac{35}{442}$.
- Câu 90.** Trong kỳ thi THPT Quốc Gia năm 2017, một trường THPT ở miền núi có 9 học sinh gồm 5 nam và 4 nữ cùng trúng tuyển vào khoa Toán của một trường Đại học. Sinh viên khoa Toán của trường Đại học này được chia ngẫu nhiên thành 4 lớp (mỗi lớp có nhiều hơn 9 sinh viên). Xác suất để trong 4 lớp đó có một lớp đúng 3 sinh viên nam và đúng 2 sinh viên nữ đến từ trường THPT ở miền núi gần nhất với số nào sau đây?
- A. 0,174. B. 0,074. C. 0,0874 D. 0,274.
- Câu 91.** Một đoàn tàu gồm 3 toa đỗ ở sân ga. Có 5 hành khách bước lên tàu, mỗi hành khách độc lập với nhau chọn ngẫu nhiên 1 toa. Tính xác suất để mỗi toa có ít nhất 1 hành khách bước lên tàu.
- A. $\frac{31}{81}$. B. $\frac{16}{27}$. C. $\frac{17}{27}$. D. $\frac{50}{81}$.
- Câu 92.** Một dãy phố có 5 cửa hàng bán quần áo. Có 5 người khách đến mua quần áo, mỗi người khách vào ngẫu nhiên một trong năm cửa hàng đó. Tính xác suất để một cửa hàng có 4 khách, một cửa hàng có 1 khách, ba cửa hàng còn lại không có khách nào.
- A. $\frac{96}{125}$. B. $\frac{181}{625}$. C. $\frac{4}{125}$. D. $\frac{24}{125}$.
- Câu 93.** Một dãy phố có 5 cửa hàng bán quần áo. Có 5 người khách đến mua quần áo, mỗi người khách vào ngẫu nhiên một trong năm cửa hàng đó. Tính xác suất để có một cửa hàng có 3 người khách.
- A. $\frac{32}{125}$. B. $\frac{181}{625}$. C. $\frac{24}{125}$. D. $\frac{3}{125}$.
- Câu 94. (Đề thi thử THPT Quốc gia Ngô Gia Tự - Vĩnh Phúc năm học 2017 – 2018)**
Một chuồng có 3 con thỏ trắng và 4 con thỏ nâu. Người ta bắt ngẫu nhiên lần lượt từng con ra khỏi chuồng cho đến khi nào bắt được cả 3 con thỏ trắng mới thôi. Xác suất để cần phải bắt đến ít nhất con thỏ là?
- A. $\frac{31}{35}$. B. $\frac{29}{35}$. C. $\frac{36}{25}$. D. $\frac{4}{5}$.
- Câu 95. (Đề thi thử THPT Quốc gia cụm số 4 – Hải Phòng năm học 2017 – 2018)**
Hai bạn Nam và Tuấn cùng tham gia một kì thi thử trong đó có 2 môn thi trắc nghiệm là Toán và Tiếng Anh. Đề thi mỗi môn gồm 6 mã đề thi khác nhau và các môn khác nhau thì mã đề cũng khác nhau. Đề thi được sắp xếp và phát cho học sinh một cách ngẫu nhiên. Tính xác suất để trong 2 môn Toán và Tiếng Anh thì bạn Nam và bạn Tuấn có chung một mã đề thi.
- A. $\frac{5}{9}$. B. $\frac{5}{36}$. C. $\frac{5}{18}$. D. $\frac{5}{72}$.
- Câu 96.** Việt và Nam chơi cờ. Trong 1 ván cờ, xác suất Việt thắng Nam là 0,3 và Nam thắng Việt là 0,4. Hai bạn dừng chơi khi có người thắng, người thua. Tính xác suất để hai bạn dừng chơi sau 2 ván cờ.
- A. 0,12. B. 0,7. C. 0,9. D. 0,21.

DẠNG 3 : CÁC BÀI TOÁN ĐẾM SỐ PHƯƠNG ÁN TÍNH XÁC SUẤT LIÊN QUAN ĐẾN ĐA GIÁC

- Câu 97.** Cho đa giác đều (H) có n đỉnh $(n \in \mathbb{N}, n > 4)$. Tìm n biết rằng số các tam giác có 3 đỉnh là đỉnh của (H) gấp 15 lần số các tam giác có 3 đỉnh thuộc (H) và 2 cạnh là cạnh của (H) .
- A. 11. B. 9. C. 8. D. 15.
- Câu 98.** Cho đa giác đều (H) có n đỉnh $(n \in \mathbb{N}, n > 4)$. Tìm n biết rằng số các tam giác có ba đỉnh là đỉnh của (H) và không có cạnh nào là cạnh của (H) gấp 10 lần số tam giác có ba đỉnh là đỉnh của (H) và có đúng một cạnh là cạnh của (H) .
- A. 32. B. 65. C. 4. D. 84.
- Câu 99.** Cho đa giác đều (H) có 16 đỉnh. Gọi X là tập hợp các tứ giác có bốn đỉnh là các đỉnh của đa giác đã cho. Chọn ngẫu nhiên trong X một tứ giác. Tính xác suất để tứ giác được chọn có bốn đỉnh là bốn đỉnh của (H) nhưng không có cạnh nào là cạnh của (H) ?
- A. $\frac{11}{182}$. B. $\frac{11}{728}$. C. $\frac{33}{91}$. D. $\frac{66}{91}$.
- Câu 100.** Cho đa giác đều (H) có 16 đỉnh. Gọi X là tập hợp các tứ giác có bốn đỉnh là các đỉnh của đa giác đã cho. Chọn ngẫu nhiên trong X một tứ giác. Tính xác suất để tứ giác được chọn có bốn đỉnh là bốn đỉnh của (H) nhưng không có cạnh nào là cạnh của (H) ?
- A. $\frac{11}{182}$. B. $\frac{11}{728}$. C. $\frac{33}{91}$. D. $\frac{66}{91}$.
- Câu 101.** Cho một đa giác đều 20 đỉnh nội tiếp trong một đường tròn tâm $(O; R)$ chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh trong 10 đỉnh của đa giác ấy. Tính xác suất để 4 đỉnh được chọn tạo thành một hình thang cân.
- A. $\frac{80}{969}$. B. $\frac{40}{969}$. C. $\frac{392}{969}$. D. $\frac{82}{969}$.
- Câu 102.** Cho đa giác (H) có n đỉnh $(n \in \mathbb{N}, n > 4)$. Tìm n , biết số các tam giác có 3 đỉnh là đỉnh của (H) và không có cạnh nào là cạnh của (H) gấp 5 lần số các tam giác có 3 đỉnh là đỉnh của (H) và có đúng 1 cạnh là cạnh của (H) .
- A. $n = 35$. B. $\begin{cases} n = 35 \\ n = 4 \end{cases}$.
C. Không có giá trị nào của n . D. $n = 20$.
- Câu 103.** Cho một đa giác đều có 18 đỉnh nội tiếp trong một đường tròn tâm O . Gọi X là tập các tam giác có các đỉnh là các đỉnh của đa giác trên. Tính xác suất để chọn được một tam giác từ tập X là tam giác cân nhưng không là tam giác đều.
- A. $\frac{23}{136}$. B. $\frac{144}{136}$. C. $\frac{3}{17}$. D. $\frac{7}{816}$.
- Câu 104. (HSG Bắc Giang 2017 -2018)** Cho đa giác đều 20 đỉnh $A_1 A_2 \dots A_{20}$ nội tiếp đường tròn tâm O . Chọn ngẫu nhiên ba đỉnh của đa giác đó, tính xác suất để ba đỉnh được chọn là ba đỉnh của một tam giác vuông?
- A. $\frac{3}{19}$. B. $\frac{6}{19}$. C. $\frac{15}{19}$. D. $\frac{18}{19}$.

Câu 105. Cho một đa giác đều gồm $2n$ đỉnh ($n \geq 2, n \in \mathbb{N}$). Chọn ngẫu nhiên ba đỉnh trong số $2n$ đỉnh của đa giác, xác suất ba đỉnh được chọn tạo thành một tam giác vuông là $\frac{1}{5}$. Tìm n .

- A. $n = 10$. B. $n = 4$. C. $n = 8$. D. $n = 5$.

Câu 106. Cho một thập giác đều. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh trong 10 đỉnh của đa giác. Xác suất để 3 đỉnh được chọn tạo thành một tam giác vuông là ?

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{5}$

Câu 107. Cho đa giác đều có 12 đỉnh. Gọi M là tập hợp các tam giác có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác đã cho. Chọn ngẫu nhiên một tam giác thuộc M , tính xác suất để tam giác được chọn là tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều.

- A. $\frac{11}{55}$ B. $\frac{12}{55}$ C. $\frac{13}{55}$ D. $\frac{14}{55}$

Câu 108. Cho đa giác đều có 21 đỉnh. Gọi M là tập hợp các tam giác có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác đã cho. Chọn ngẫu nhiên một tam giác thuộc M , tính xác suất để tam giác được chọn là tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều.

- A. $\frac{25}{190}$ B. $\frac{27}{190}$ C. $\frac{31}{190}$ D. $\frac{33}{190}$

Câu 109. (Đề thi học sinh giỏi Yên Lạc – Vĩnh Phúc lớp 11 năm học 2015 – 2016).

Cho đa giác đều H có 24 đỉnh, chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của hình H . Tính xác suất để 4 đỉnh chọn được tạo thành một hình chữ nhật không phải là hình vuông?

- A. $\frac{1}{161}$. B. $\frac{1}{171}$. C. $\frac{1}{181}$. D. $\frac{1}{151}$.

Câu 110. (Đề thi học sinh giỏi Nam Định năm học 2015 – 2016)

Cho đa giác lồi (H) có 22 cạnh. Gọi X là tập hợp các tam giác có ba đỉnh là ba đỉnh của (H). Chọn ngẫu nhiên 2 tam giác trong X , tính xác suất để chọn được một tam giác có một cạnh là cạnh của đa giác (H) và một tam giác không có cạnh nào là cạnh của đa giác (H).

- A. $\frac{23}{17955}$. B. $\frac{748}{1995}$. C. $\frac{27}{17955}$. D. $\frac{758}{1995}$.

Câu 111. Cho đa giác đều 12 đỉnh nội tiếp đường tròn tâm O . Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh của đa giác đó. Tính xác suất để 3 đỉnh được chọn tạo thành một tam giác không có cạnh nào là cạnh của đa giác đã cho.

- A. $\frac{12.8}{C_{12}^3}$. B. $\frac{C_{12}^8 - 12.8}{C_{12}^3}$. C. $\frac{C_{12}^3 - 12 - 12.8}{C_{12}^3}$. D. $\frac{12 + 12.8}{C_{12}^3}$.

Câu 112. Cho đa giác đều 20 đỉnh nội tiếp trong đường tròn tâm O . Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác. Xác suất để 4 đỉnh được chọn là 4 đỉnh của một hình chữ nhật bằng:

- A. $\frac{7}{216}$ B. $\frac{2}{969}$ C. $\frac{3}{323}$ D. $\frac{4}{9}$

Câu 113. Một đa giác đều có 20 đỉnh, tất cả các cạnh của đa giác sơn màu xanh và tất cả các đường chéo của đa giác đó sơn màu đỏ. Gọi X là tập hợp tất cả các tam giác có ba đỉnh là các đỉnh của đa giác đều trên. Người ta chọn ngẫu nhiên từ X một tam giác, tính xác suất để chọn được tam giác có ba cạnh cùng màu.

- A. $\frac{16}{57}$. B. $\frac{40}{57}$. C. $\frac{41}{57}$. D. $\frac{1}{57}$.

- Câu 114.** Cho đa giác đều n đỉnh, có số đường chéo là 27. Cho khai triển $(x^2 - 2x + 3)^n = a_0x^{18} + a_1x^{17} + a_2x^{16} + \dots + a_{18}$. Giá trị của a_{15} bằng:
- A. -804816 . B. 218700 . C. 489888 . D. -174960 .
- Câu 115.** Có năm đoạn thẳng có độ dài 1, 3, 5, 7, 9. Lấy ngẫu nhiên ba đoạn thẳng từ năm đoạn thẳng đó. Tính xác suất để ba đoạn được chọn có thể xếp thành một hình tam giác.
- A. $\frac{4}{10}$. B. $\frac{4}{A_{10}^3}$. C. $\frac{3}{A_{10}^3}$. D. $\frac{3}{C_5^3}$.
- Câu 116.** Trong không gian có $2n$ điểm phân biệt ($n > 4; n \in \mathbb{N}$), trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng và trong $2n$ điểm phân biệt có đúng n điểm thuộc một mặt phẳng. Tìm tất cả các giá trị của n sao cho từ $2n$ có đúng 505 mặt phẳng phân biệt.
- A. $n = 8$. B. $n = 7$. C. $n = 9$. D. $n = 10$.
- Câu 117.** Trong không gian có $2n$ điểm phân biệt ($n > 4; n \in \mathbb{N}$), trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng và trong $2n$ điểm phân biệt có đúng n điểm thuộc một mặt phẳng. Số các mặt phẳng từ $2n$ điểm phân biệt.
- A. $C_{2n}^3 - C_n^3 + 1$. B. C_{2n}^3 . C. $C_{2n}^3 - C_n^3$. D. $C_{2n}^3 - 1$.
- Câu 118.** (Đề thi thử THPTQG chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai lần 1 năm học 2017 – 2018)
Cho đa giác đều 2018 đỉnh. Hỏi có bao nhiêu tam giác có đỉnh là đỉnh của đa giác và có một góc lớn hơn 100° ?
- A. $2018.C_{896}^2$. B. $2018.C_{895}^3$. C. C_{1009}^3 . D. $2018.C_{897}^3$.

DẠNG 4 : CÁC BÀI TOÁN ĐẾM – TÍNH XÁC SUẤT LIÊN QUAN ĐẾN XẾP CHỖ , VỊ TRÍ

- Câu 119.** Trong một lớp học có $2n+3$ học sinh gồm An, Bình, Chi cùng $2n$ học sinh khác. Khi xếp tùy ý các học sinh này vào dãy ghế được đánh số từ 1 đến $2n+3$, mỗi học sinh ngồi 1 ghế thì xác suất để số ghế của Bình bằng trung bình cộng số ghế của An và số ghế của Chi là $\frac{12}{575}$. Số học sinh của lớp.
- A. 25. B. 24. C. 23. D. 26
- Câu 120.** Trong một lớp học có 25 học sinh trong đó có 3 bạn An, Bình, Chi. Khi xếp tùy ý các học sinh này vào dãy ghế được đánh số từ 1 đến 25, mỗi học sinh ngồi 1 ghế. Tính xác suất để số ghế của Bình bằng trung bình cộng số ghế của An và số ghế của Chi?
- B. $\frac{13}{575}$. B. $\frac{12}{575}$. C. $\frac{14}{575}$. D. $\frac{11}{575}$
- Câu 121.** Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 11A và 3 học sinh lớp 11B và 5 học sinh của lớp 11C thành một hàng ngang. Xác suất để không có học sinh nào của cùng một lớp đứng cạnh nhau là
- A. $\frac{7}{126}$. B. $\frac{5}{126}$. C. $\frac{1}{126}$. D. $\frac{11}{126}$
- Câu 122.** Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 11A và 3 học sinh lớp 11B và 5 học sinh của lớp 11C thành một hàng ngang. Số cách xếp để không có học sinh nào của cùng một lớp đứng cạnh nhau là
- A. 28800. B. 34560. C. 63660. D. 63360

- Câu 123.** Xếp 30 quyển truyện khác nhau được đánh số từ 1 đến 30 thành một dãy sao cho bốn quyển 1, 3, 5 và 7 không đặt cạnh nhau. Hỏi có bao nhiêu cách xếp như vậy?
A. $4!.26!$ **B.** $30! - 4!.26!$ **C.** $4!.27!$ **D.** $30! - 4!.27!$
- Câu 124.** Có 7 nam 5 nữ xếp thành một hàng ngang. Hỏi có bao nhiêu cách xếp sao cho 2 vị trí đầu và cuối là nam và không có 2 nữ nào đứng cạnh nhau?
A. 118540800. **B.** 152409600. **C.** 12700800. **D.** 3628800.
- Câu 125.** Một nhóm sinh viên có 4 nam 2 nữ ngồi vào 9 ghế hàng ngang. Hỏi có bao nhiêu cách xếp sao cho nam ngồi liền nhau, nữ ngồi liền nhau và giữa 2 nhóm có ít nhất 2 ghế?
A. 576. **B.** 672. **C.** 288. **D.** 144.
- Câu 126.** Một nhóm gồm $2n+3$ bạn đi xem phim ($n \in \mathbb{N}, n > 1$), trong đó gồm có bạn Hùng, Mai, Thu cùng $2n$ bạn khác. Nhân viên xếp ngẫu nhiên $2n+3$ bạn vào một dãy ghế gồm $2n+3$ ghế được đánh số từ 1 đến $2n+3$, mỗi bạn ngồi một ghế. Biết rằng xác suất để số ghế của Hùng bằng trung bình cộng số ghế của Mai và số ghế của Thu là $\frac{7}{195}$. Tìm số người trong nhóm.
A. 6 người. **B.** 13 người. **C.** 15 người. **D.** 25 người.
- Câu 127.** Giải bóng đá của một trường THPT có 16 đội tham gia, trong đó khối 10 có 5 đội, khối 11 có 5 đội, khối 12 có 6 đội. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia làm 4 bảng thi đấu A, B, C, D, mỗi bảng có 4 đội. Tính xác suất để ở bảng A có đúng 2 đội bóng của khối 10 và 2 đội bóng của khối 11.
A. $\frac{35}{94}$. **B.** $\frac{15}{91}$. **C.** $\frac{13}{94}$. **D.** $\frac{5}{91}$.
- Câu 128.** Chọn ngẫu nhiên số tự nhiên có 4 chữ số. Tính xác suất để số được chọn có một chữ số lặp lại đúng 3 lần.
A. $\frac{324}{9000}$. **B.** $\frac{231}{9000}$. **C.** $\frac{304}{9000}$. **D.** $\frac{5}{91}$.
- Câu 129.** Có 3 quyển Văn 3 quyển Toán và 5 quyển Anh xếp chúng lên giá sách có một ngăn. Tính xác suất để không có quyển sách nào cùng môn đặt cạnh nhau.
A. $\frac{1}{462}$. **B.** $\frac{17}{2310}$. **C.** $\frac{47}{2310}$. **D.** $\frac{1}{66}$.
- Câu 130.** Xếp ngẫu nhiên 8 học sinh gồm 1 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 4 học sinh lớp 12C thành một hàng ngang. Xác suất để trong 8 học sinh trên không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau.
A. $\frac{1}{20}$. **B.** $\frac{1}{35}$. **C.** $\frac{1}{28}$. **D.** $\frac{3}{70}$.
- Câu 131.** Từ 2018 số nguyên dương đầu tiên lấy ra 6 xếp thành dãy số có dạng $u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6$. Hỏi có bao nhiêu dãy số có dạng trên biết u_1, u_2, u_3 theo thứ tự lập thành một cấp số cộng.
A. $2018.2017.A_{2015}^3$. **B.** A_{2018}^6 . **C.** $2018.1007.C_{2015}^3$ **D.** $2018.1007.A_{2015}^3$.
- Câu 132.** Từ 18 số nguyên dương đầu tiên lấy ra 6 xếp thành dãy số có dạng $u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6$. Hỏi có bao nhiêu dãy số có dạng trên biết u_1, u_2, u_3 theo thứ tự lập thành một cấp số nhân.
A. $2018.2017.A_{2015}^3$. **B.** A_{2018}^6 . **C.** 4070306 **D.** 16380.

- Câu 133.** Có 6 quyển sách xếp cạnh nhau gồm : 1 quyển sách toán, 1 quyển sách vật lý 11, 1 quyển sách vật lý 12 và 1 quyển sách hóa 10, 1 quyển sách hóa 11, 1 quyển sách hóa 12.
Tính xác suất để hai quyển sách cùng môn không xếp cạnh nhau.
- A. $\frac{5}{6}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{6}$.
- Câu 134.** Có 6 quyển sách xếp cạnh nhau gồm : 1 quyển sách toán, 1 quyển sách vật lý 11, 1 quyển sách vật lý 12 và 1 quyển sách hóa 10, 1 quyển sách hóa 11, 1 quyển sách hóa 12.
Tính xác suất để hai quyển sách cùng môn phải xếp cạnh nhau.
- A. $\frac{5}{6}$. B. $\frac{9}{10}$. C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{10}$.
- Câu 135.** Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A , 3 học sinh lớp 12B và 5 học sinh lớp 12C thành một hàng ngang. Tính xác suất để trong 10 học sinh trên không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau.
- A. $\frac{1}{126}$. B. $\frac{11}{630}$. C. $\frac{1}{105}$. D. $\frac{1}{42}$.
- Câu 136.** Xếp ngẫu nhiên 5 học sinh lớp 11A và 4 học sinh lớp 11B đứng thành một hàng ngang. Tính xác suất để không có học sinh của cùng một lớp đứng cạnh nhau.
- A. $\frac{1}{24}$. B. $\frac{1}{2880}$. C. $\frac{1}{2520}$ D. $\frac{1}{126}$.
- Câu 137.** Cho một nhóm 7 học sinh nam và 4 học sinh nữ ngồi vào một ghế dài 11 chỗ. Tính xác suất để cho không có nữ nào ngồi cạnh nhau.
- A. $\frac{7}{33}$. B. $\frac{1}{330}$. C. $\frac{7}{792}$ D. $\frac{1}{5940}$.
- Câu 138.** Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh của lớp 11A, 3 học sinh của lớp 11B và 5 học sinh của lớp 11C thành một hàng ngang. Tính xác suất để không có học sinh của cùng một lớp đứng cạnh nhau.
- A. $\frac{1}{126}$. B. $\frac{11}{630}$. C. $\frac{1}{105}$. D. $\frac{1}{42}$.
- Câu 139.** Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 5 học sinh nam (trong đó có Hoàng) và 5 học sinh nữ (trong đó có Lan) thành một hàng ngang. Xác suất để trong 10 học sinh trên không có 2 học sinh cùng giới đứng cạnh nhau, đồng thời Hoàng và Lan không đứng cạnh nhau bằng
- A. $\frac{1}{175}$. B. $\frac{8}{1575}$. C. $\frac{4}{1575}$. D. $\frac{1}{450}$.
- Câu 140.** Trong cuộc thi "Rung chuông vàng", có 20 bạn lọt vào vòng trung kết. Trong đó có 5 bạn nữ và 15 bạn nam. Để sắp xếp vị trí chơi, Ban tổ chức chia các bạn thành 4 nhóm A, B, C, D, mỗi nhóm có 5 bạn. Việc chia nhóm được thực hiện bằng cách bốc thăm ngẫu nhiên. Tính xác suất để 5 bạn nữ thuộc cùng 1 nhóm.
- A. $\frac{1}{15504}$. B. $\frac{1}{3876}$. C. $\frac{4}{3003}$. D. $\frac{1}{189189}$.
- Câu 141.** Xếp ngẫu nhiên 8 học sinh gồm 1 học sinh lớp 12A , 3 học sinh lớp 12B và 4 học sinh lớp 12C thành một hàng ngang. Tính xác suất để trong 8 học sinh trên không có hai học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau.
- A. $\frac{1}{20}$. B. $\frac{1}{35}$. C. $\frac{1}{28}$. D. $\frac{3}{70}$.

- Câu 142.** Tập S gồm các số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau được thành lập từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Xác suất để số được chọn không có hai chữ số chẵn đứng cạnh nhau là:
- A. $\frac{11}{70}$. B. $\frac{29}{140}$. C. $\frac{13}{80}$. D. $\frac{97}{560}$.
- Câu 143.** Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 5 học sinh lớp 12C vào một bàn tròn. Tính xác suất để không có hai học sinh bất kì cùng lớp ngồi cạnh nhau.
- A. $\frac{1}{252}$. B. $\frac{1}{630}$. C. $\frac{1}{235}$. D. $\frac{1}{126}$.
- Câu 144.** Xếp ngẫu nhiên 8 học sinh gồm 1 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 4 học sinh lớp 12C thành một hàng ngang. Xác suất để trong hàng các học sinh 12C không đứng cạnh nhau.
- A. $\frac{1}{20}$. B. $\frac{1}{35}$. C. $\frac{1}{28}$. D. $\frac{1}{14}$.
- Câu 145.** Xếp ngẫu nhiên 9 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 4 học sinh lớp 12C thành một hàng ngang. Xác suất để trong hàng nhóm học sinh 12A đứng cạnh nhau, nhóm học sinh 12C đứng cạnh nhau đồng thời ở giữa hai nhóm có ít nhất 2 học sinh lớp 12B.
- A. $\frac{1}{1260}$. B. $\frac{1}{210}$. C. $\frac{1}{630}$. D. $\frac{1}{420}$.
- Câu 146.** Có 2 học sinh lớp A, 3 học sinh lớp B và 4 học sinh lớp C xếp thành một hàng ngang sao cho giữa hai học sinh lớp A không có học sinh lớp B. Hỏi có bao nhiêu cách xếp hàng như vậy.
- A. 145152. B. 108864. C. 217728. D. 80640.
- Câu 147.** Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh 12A, 3 học sinh lớp 12B và 5 học sinh lớp 12C thành một hàng ngang. Xác suất để trong hàng các học sinh 12C không đứng cạnh nhau.
- A. $\frac{11}{630}$. B. $\frac{1}{35}$. C. $\frac{1}{28}$. D. $\frac{1}{14}$.
- Câu 148.** Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 5 học sinh lớp 12C trên một bàn tròn. Xác suất để trong 10 học sinh trên không có 2 học sinh cùng lớp ngồi cạnh nhau.
- A. $\frac{11}{630}$. B. $\frac{1}{126}$. C. $\frac{1}{28}$. D. $\frac{1}{14}$.
- Câu 149.** Một hộp chứa 11 viên bi được đánh số từ 1 đến 11. Chọn 6 viên bi một cách ngẫu nhiên rồi cộng các số trên 6 viên bi được rút ra với nhau. Xác suất để kết quả thu được là số lẻ là
- A. $\frac{226}{462}$. B. $\frac{118}{231}$. C. $\frac{115}{231}$. D. $\frac{103}{231}$.
- Câu 150.** Một hộp đựng 15 viên bi, trong đó có 7 viên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi (không kể thứ tự) ra khỏi hộp. Tính xác suất để trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất 1 viên màu đỏ.
- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{418}{455}$. C. $\frac{1}{13}$. D. $\frac{12}{13}$.
- Câu 151.** Một trường THPT có 18 học sinh giỏi toàn diện, trong đó có 7 học sinh khối 12, 6 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Chọn ngẫu nhiên 8 học sinh từ 18 học sinh trên để đi dự trại hè. Tính xác suất để mỗi khối có ít nhất 1 học sinh được chọn.
- A. $\frac{212}{221}$. B. $\frac{9}{221}$. C. $\frac{59}{1326}$. D. $\frac{1267}{1326}$.

Câu 152. Một trường có 50 em học sinh giỏi trong đó có 4 cặp anh em sinh đôi. Cần chọn ra 3 học sinh trong số 50 học sinh để tham gia trại hè. Tính xác suất trong 3 em ấy không có cặp anh em sinh đôi.

- A. $\frac{9}{1225}$. B. $\frac{1216}{1225}$. C. $\frac{12}{1225}$. D. $\frac{1213}{1225}$.

Câu 153. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm hai học sinh lớp 12A, ba học sinh lớp 12B và năm học sinh lớp 12C trên một bàn tròn. Xác suất để các học sinh cùng lớp thì luôn ngồi cạnh nhau.

- A. $\frac{11}{630}$. B. $\frac{1}{126}$. C. $\frac{1}{28}$. D. $\frac{1}{14}$.

Câu 154. Xếp ngẫu nhiên 11 học sinh gồm ba học sinh lớp 12A, ba học sinh lớp 12B và năm học sinh lớp 12C trên một bàn tròn. Xác suất để các học sinh cùng lớp thì luôn ngồi cạnh nhau.

- A. $\frac{11}{630}$. B. $\frac{1}{420}$. C. $\frac{1}{28}$. D. $\frac{1}{14}$.

Câu 155. Xếp ngẫu nhiên ba học sinh lớp 12A, hai học sinh lớp 12B và một học sinh lớp 12C vào ngòai trên sáu cái ghế xếp quanh một bàn tròn. Tính xác suất để một học sinh lớp 12C ngòai giữa hai học sinh lớp 12B.

- A. $\frac{2}{13}$. B. $\frac{1}{10}$. C. $\frac{2}{7}$. D. $\frac{3}{14}$.

Câu 156. Xếp ngẫu nhiên ba học sinh lớp 12A, hai học sinh lớp 12B và một học sinh lớp 12C vào ngòai trên sáu cái ghế xếp quanh một bàn tròn. Tính xác suất để một học sinh lớp 12C ba học sinh lớp 12A.

- A. $\frac{3}{13}$. B. $\frac{3}{10}$. C. $\frac{4}{15}$. D. $\frac{3}{17}$.

Câu 157. Có hai học sinh lớp A, ba học sinh lớp B và bốn học sinh lớp C xếp thành một hàng ngang. Tính xác suất sao cho giữa hai học sinh lớp A không có học sinh nào lớp B.

- A. $\frac{2}{9}$. B. $\frac{3}{10}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{3}{7}$.

Câu 158. Xếp ngẫu nhiên 11 học sinh gồm 3 học sinh lớp 12A và 8 học sinh lớp 12B trên một hàng ngang. Xác suất để các học sinh lớp 12B được tách thành 4 nhóm riêng biệt, mỗi nhóm có ít nhất một học sinh là:

- A. $\frac{11}{630}$ B. $\frac{1}{420}$ C. $\frac{7}{33}$ D. $\frac{1}{14}$

Câu 159. Xếp ngẫu nhiên 12 học sinh gồm 4 học sinh lớp 12A và 8 học sinh lớp 12B trên một hàng ngang. Xác suất để các học sinh lớp 12B được tách thành 4 nhóm riêng biệt, mỗi nhóm có ít nhất một học sinh là:

- A. $\frac{11}{630}$ B. $\frac{1}{420}$ C. $\frac{35}{99}$ D. $\frac{1}{14}$

Câu 160. Phân phối 60 thùng hàng giống hệt nhau cho 6 Cửa hàng sao cho mỗi Cửa hàng nhận được ít nhất một thùng hàng. Tính xác suất để mỗi Cửa hàng nhận được ít nhất 6 thùng hàng?

- A. $\frac{130}{12331}$ B. $\frac{585}{24662}$ C. $\frac{585}{49324}$ D. $\frac{117}{4484}$.

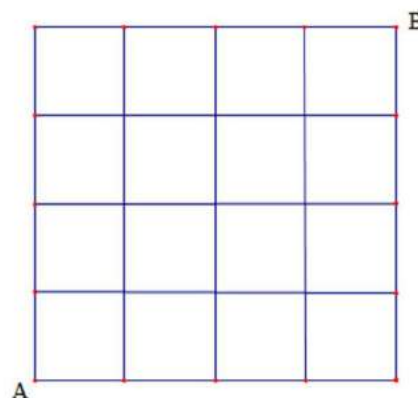
Câu 161. Có 5 học sinh lớp A, 5 học sinh lớp B được xếp ngẫu nhiên vào hai dãy ghế đối diện nhau mỗi dãy 5 ghế (xếp mỗi học sinh một ghế). Tính xác suất để xếp được 2 học sinh bất kì cạnh nhau và đối diện nhau khác lớp.

- A. $\frac{(5!)^2}{10!}$. B. $\frac{5!}{10!}$. C. $\frac{2(5!)^2}{10!}$. D. $\frac{2^5 \cdot (5!)^2}{10!}$.

- Câu 162.** Sáu học sinh lớp A và sáu học sinh lớp B được xếp thành một hàng ngang. Tính xác suất sao cho hai học sinh cùng lớp không đứng cạnh nhau.
- A. $\frac{1}{126}$. B. $\frac{1}{63}$. C. $\frac{1}{462}$. D. $\frac{3}{63}$.
- Câu 163.** Có 3 quyển sách Văn học khác nhau, 4 quyển sách Toán học khác nhau và 8 quyển sách Tiếng anh khác nhau được xếp lên một kệ ngang. Tính xác suất để hai cuốn sách cùng môn không ở cạnh nhau.
- A. $\frac{1}{6435}$. B. $\frac{2}{6435}$. C. $\frac{1}{1287}$. D. $\frac{1}{2145}$.
- Câu 164.** Xếp ngẫu nhiên 12 học sinh gồm 4 học sinh lớp 12A và 8 học sinh lớp 12B trên một vòng tròn. Xác suất để các học sinh lớp 12 B được tách thành 4 nhóm riêng biệt, mỗi nhóm có ít nhất một học sinh.
- A. $\frac{11}{630}$ B. $\frac{1}{420}$. C. $\frac{28}{55}$. D. $\frac{7}{165}$.
- Câu 165.** Xếp 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ vào một bàn tròn 10 ghế. Tính xác suất để không có hai học sinh nữ ngồi cạnh nhau.
- A. $\frac{37}{42}$. B. $\frac{5}{42}$. C. $\frac{5}{1008}$. D. $\frac{1}{6}$.
- Câu 166.** Có 3 người đàn ông, 2 người đàn bà và 1 em bé vào ngồi trên 6 ghế được kê xung quanh một chiếc bàn tròn. Tính xác suất sao cho em bé ngồi giữa hai người đàn ông.
- A. $\frac{24}{5!}$ B. $\frac{216}{5!}$. C. $\frac{18}{6!}$. D. $\frac{36}{5!}$.
- Câu 167.** Có 5 học sinh nam, 8 học sinh nữ và 1 Cô giáo được xếp ngẫu nhiên thành một vòng tròn. Tính xác suất để Cô giáo xếp giữa hai học sinh nữ.
- A. $\frac{7}{39}$ B. $\frac{28}{39}$. C. $\frac{14}{39}$. D. $\frac{36}{39}$.
- Câu 168.** Xung quanh bờ hồ hình tròn có 17 cây cảnh. Người ta dự định chặt bớt 4cây. Tính xác suất sao cho không có 2 cây nào kề nhau bị chặt.
- A. $\frac{11}{28}$ B. $\frac{13}{28}$. C. $\frac{15}{28}$. D. $\frac{5}{14}$.

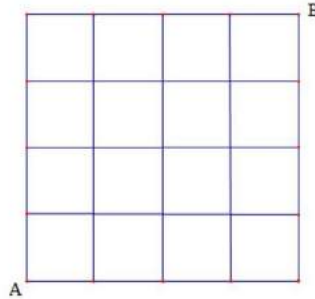
DẠNG 5 : CÁC BÀI TOÁN KHÁC

- Câu 169.** Cho một lưới ô vuông gồm 16 ô vuông nhỏ, mỗi ô vuông nhỏ có kích thước 1×1 (mét) như hình vẽ bên. Con kiến thứ nhất ở vị trí A muốn di chuyển lên vị trí B, con kiến thứ hai ở vị trí B muốn di chuyển xuống vị trí A. Biết rằng con kiến thứ nhất chỉ có thể di chuyển ngẫu nhiên về phía bên phải hoặc lên trên, con kiến thứ nhất chỉ có thể di chuyển ngẫu nhiên về phía bên trái hoặc xuống dưới (theo cạnh của các hình vuông). Hai con kiến xuất phát cùng một thời điểm và có cùng vận tốc di chuyển là 1 mét/phút. Xác suất để hai con kiến gặp nhau trên đường đi là:



- A. $\frac{96}{128}$. B. $\frac{32}{128}$. C. $\frac{93}{128}$. D. $\frac{35}{128}$.

Câu 170. Cho một lưới ô vuông gồm 16 ô vuông nhỏ, mỗi ô vuông nhỏ có kích thước 1×1 (mét) như hình vẽ bên. Con kiến thứ nhất ở vị trí A muốn di chuyển lên vị trí B , con kiến thứ hai ở vị trí B muốn di chuyển xuống vị trí A . Biết rằng con kiến thứ nhất chỉ có thể di chuyển ngẫu nhiên về phía bên phải hoặc lên trên, con kiến thứ nhất chỉ có thể di chuyển ngẫu nhiên về phía bên trái hoặc xuống dưới (theo cạnh của các hình vuông). Hai con kiến xuất phát cùng một thời điểm và có cùng vận tốc di chuyển là 1 mét/phút. Xác suất để hai con kiến không gặp nhau trên đường đi là:



- A. $\frac{96}{128}$. B. $\frac{32}{128}$. C. $\frac{93}{128}$. D. $\frac{35}{128}$.

Câu 171. Mỗi lượt, ta gieo một con súc sắc (loại 6 mặt, cân đối) và một đồng xu (cân đối). Tính xác suất để trong 3 lượt gieo như vậy, không có lượt gieo nào con súc sắc xuất hiện mặt 1 chấm, đồng thời đồng xu xuất hiện mặt ngửa.

- A. $\frac{87}{116}$. B. $\frac{29}{116}$. C. $\frac{1331}{1728}$. D. $\frac{397}{1728}$.

Câu 172. (Đề thi thử THPTQG chuyên Vinh – lần 1 năm học 2017 – 2018)

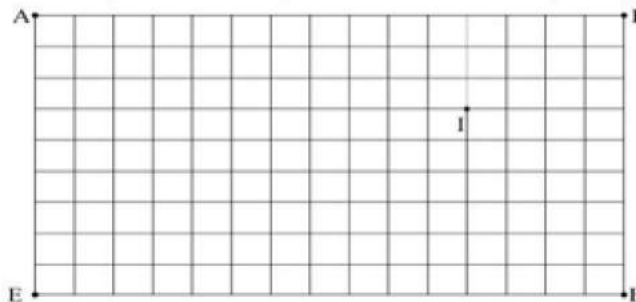
Trong mặt phẳng Oxy , cho hình chữ nhật $OMNP$ với $M(0;10)$, $N(100;10)$ và $P(100;0)$.

Gọi S là tập hợp tất cả các điểm $A(x; y)$, $(x, y \in \mathbb{Z})$ nằm bên trong (kể cả trên cạnh) của $OMNP$. Lấy ngẫu nhiên một điểm $A(x; y) \in S$. Xác suất để $x + y \leq 90$ bằng

- A. $\frac{169}{200}$. B. $\frac{841}{1111}$. C. $\frac{86}{101}$. D. $\frac{473}{500}$.

Câu 173. (Đề thi thử THPT Quốc gia Kim Thành – Hải Dương năm học 2017 – 2018)

Hai người tham gia một trò chơi di chuyển theo cạnh của các ô hình chữ nhật trong hình dưới đây. Người thứ nhất đi từ điểm A đến điểm B , người thứ hai đi từ điểm E đến điểm F . Biết rằng cả hai người cùng đi ngẫu nhiên và theo các con đường ngắn nhất. Tính xác suất để cả hai người cùng đi qua điểm I . (Hình dưới đây có 15×9 ô chữ nhật nhỏ)



- A. $\frac{C_{15}^3 \cdot C_9^6 \cdot C_9^3}{(C_{24}^9)^2}$. B. $\frac{C_{14}^3 \cdot C_9^6 \cdot C_{14}^6 \cdot C_9^3}{(C_{24}^9)^2}$. C. $\frac{C_{14}^3 \cdot C_{10}^6 \cdot C_{17}^6 \cdot C_7^3}{(C_{24}^9)^2}$. D. $\frac{C_{11}^3 \cdot C_9^6 \cdot C_{11}^6 \cdot C_4^3}{(C_{24}^9)^2}$.

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

DẠNG 1: CÁC BÀI TOÁN ĐẾM – TÍNH XÁC SUẤT SỐ CÁC CHỮ SỐ THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC

Loại 1: Liên quan đến tính chất chia hết

Câu 1: (Đề thi học sinh giỏi Quảng Ngãi lớp 11 năm học 2015 – 2016)

Từ các chữ số 1, 3, 4, 8 lập các số tự nhiên có sáu chữ số, trong đó chữ số 3 có mặt đúng ba lần, các chữ số còn lại có mặt đúng một lần. Trong các số được tạo thành nói trên, chọn ngẫu nhiên một số. Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 4?

Câu 2: (Đề thi học sinh giỏi Vĩnh Phúc lớp 11 năm học 2010 – 2011)

Gọi A là tập hợp các số tự nhiên có chín chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên thuộc vào tập A . Tính xác suất để chọn được một số thuộc A và số đó chia hết cho 3.

Câu 3: (Đề thi học sinh giỏi Thanh Hóa lớp 12 năm học 2016-2017)

Gọi S là tập hợp các ước số nguyên dương của số 43200. Lấy ngẫu nhiên hai phần tử thuộc S . Tính xác suất lấy được hai phần tử là hai số không chia hết cho 5.

Câu 4: (Đề thi học sinh giỏi Thanh Hóa lớp 11 năm học 2012-2013)

Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau đôi một sao cho các số này là số lẻ và chữ số đứng ở vị trí thứ 3 luôn chia hết cho 6?

Câu 5: (Đề thi học sinh giỏi Bình Định lớp 12 năm học 2017 – 2018)

Trong tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số ta chọn ngẫu nhiên một số. Tính xác suất để chọn được một số chia hết cho 7 và chữ số hàng đơn vị bằng 1.

Câu 6: (Đề thi học sinh giỏi Vĩnh Phúc lớp 11 năm học 2011 – 2012)

Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập A , tính xác suất để chọn được một số chia hết cho 7 và chữ số hàng đơn vị bằng 1.

Câu 7: (Đề thi học sinh giỏi Vĩnh Long lớp 11 năm học 2014 – 2015)

Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 lập các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một số vừa lập. Tính xác suất để lấy được số không chia hết cho 3.

Câu 8: (Đề thi học sinh giỏi Hà Nam lớp 11 năm học 2016 – 2017)

Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 lập các số tự nhiên có tám chữ số đôi một khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một số vừa lập. Tính xác suất để lấy được số chia hết cho 1111.

Câu 9: (Đề thi học sinh giỏi Cẩm Xuyên lớp 11 năm học 2016 - 2017)

Một hộp đựng 20 viên bi khác nhau được đánh số từ 1 đến 20. Lấy ba viên bi từ hộp trên rồi cộng số ghi trên đó lại. Hỏi có bao nhiêu cách lấy để kết quả thu được là một số chia hết cho 3

Câu 10: (Đề thi học sinh giỏi Thái Nguyên lớp 11 năm học 2017- 2018)

Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 8 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên thuộc vào tập S . Tính xác suất để chọn được một số thuộc S và số đó chia hết cho 9.

Câu 11: (Đề thi học sinh giỏi Quảng Nam lớp 11 năm học 2015 – 2016)

Gọi X là tập hợp các số tự nhiên chẵn có 4 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 0; 2; 3; 4; 5; 7; 8. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên thuộc vào tập X . Tính xác suất để chọn được chia hết cho 4.

Câu 12: (Đề thi học sinh giỏi Hà Nam lớp 11 năm học 2017 – 2018)

Cho X là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau mà tổng các chữ số bằng 18. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên thuộc vào tập X tính xác suất để chọn được là số chẵn.

Câu 13: (Đề thi HSG Bà Rịa Vũng Tàu lớp 12 năm học 2017 – 2018)

Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, lập được bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau sao cho tổng của ba chữ số hàng chục nghìn, hàng nghìn và hàng trăm bằng 9?

Câu 14: (Đề thi HSG Cao Bằng lớp 12 năm học 2017 – 2018)

Một hộp chứa 11 quả cầu được đánh số theo thứ tự từ 1 đến 11, lấy ngẫu nhiên 6 quả cầu. Tính xác suất để tổng của các số được ghi trên 6 quả cầu đó là số lẻ.

Câu 15: (Đề thi học sinh giỏi Thanh Hóa dự bị lớp 12 năm học 2014 – 2015)

Một hộp đựng chín quả cầu giống nhau được đánh số từ 1 đến 9. Hỏi phải lấy ít nhất bao nhiêu quả cầu để xác suất có ít nhất một quả ghi số chia hết cho 4 và lớn hơn $\frac{5}{6}$

Loại 2: Số lần xuất hiện của chữ số

Câu 16: (Đề thi học sinh giỏi Quảng Nam lớp 11 năm học 2016-2017)

Từ 10 chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 lập được bao nhiêu số tự nhiên thỏa: là số có 8 chữ số, trong đó có 2 chữ số lẻ khác nhau và 3 chữ số chẵn khác nhau mà mỗi chữ số chẵn có mặt đúng 2 lần.

Câu 17: (Đề thi học sinh giỏi Thanh Hóa lớp 12 năm học 2013-2014)

Từ tập hợp tất cả các số tự nhiên có năm chữ số mà các chữ số đều khác 0, lấy ngẫu nhiên một số. Tính xác suất để trong số tự nhiên được lấy ra chỉ có mặt ba chữ số khác nhau.

Câu 18: (Đề thi học sinh giỏi Bắc Giang lớp 11 năm học 2012-2013)

Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số sao cho trong mỗi số đó có một chữ số xuất hiện hai lần, các chữ số còn lại xuất hiện không quá một lần.

Câu 19: (Đề thi học sinh giỏi Nam Định lớp 11 năm học 2015-2016).

Chọn ngẫu nhiên ba số đôi một khác nhau từ tập hợp $A = \{1; 2; 3; \dots; 20\}$. Tính xác suất để trong ba số được chọn không có hai số tự nhiên liên tiếp.

Câu 20: (Đề thi học sinh giỏi Thanh Hóa lớp 12 năm học 2008-2009).

Có bao nhiêu số tự nhiên có sáu chữ số đôi một khác nhau mà trong đó có đúng một chữ số lẻ?

Câu 21: (Đề thi học sinh giỏi Nam Định lớp 12 năm học 2013 – 2014)

Từ các số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau trong đó luôn có mặt chữ số 6?

Câu 22: (Đề thi học sinh giỏi Diễn Châu 3_Nghệ An lớp 11 năm học 2016 – 2017)

Gọi X là tập hợp các số tự nhiên gồm sáu chữ số khác nhau được lập từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Chọn ngẫu nhiên một số từ X tính xác suất để số đó có đúng 3 chữ số lẻ?

Câu 23: (Đề thi học sinh giỏi Đà Nẵng lớp 11 năm học 2010 – 2011)

Từ tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số mà các chữ số đều khác 0, lấy ngẫu nhiên một số. Tính xác suất để trong số tự nhiên lấy ra chỉ có mặt ba chữ số khác nhau.

Loại 3: Liên quan đến vị trí

Câu 24: (Đề thi khảo sát đội tuyển học sinh giỏi lần 2 Vĩnh Phúc lớp 12 năm học 2017 – 2018)

Có bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau trong đó 2 số kề nhau không cùng là số lẻ?

Câu 25: (Đề thi học sinh giỏi Thái Nguyên lớp 12 năm học 2011 – 2012)

Cho các chữ số 0,1,2,3,4,5. Có bao nhiêu số gồm có 4 chữ số khác nhau được thành lập từ các chữ số đã cho, trong đó hai chữ số 0 và 1 không đứng cạnh nhau?

Câu 26: (Đề thi học sinh giỏi Vĩnh Long lớp 11 năm học 2015 – 2016)

Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 2 đứng liền giữa hai số 1 và 3.

Câu 27: (Đề thi học sinh giỏi Quảng Nam lớp 12 năm học 2015 – 2016)

Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 8 chữ số sao cho trong mỗi số đó có đúng ba chữ số 1, các chữ số còn lại đôi một khác nhau và hai chữ số chẵn không đứng cạnh nhau?

Câu 28: (Đề thi học sinh giỏi Thanh Hóa lớp 12 năm học 2014 – 2015)

Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ta lập được bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số, mà các chữ số đôi một khác nhau và trong đó hai chữ số kề nhau không cùng là số lẻ?

Câu 29: (Đề thi học sinh giỏi Lào Cai lớp 11 năm học 2017 – 2018)

Với các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số gồm bảy chữ số khác nhau sao cho ba chữ số lẻ không đứng cạnh nhau?

Câu 30: (Đề thi học sinh giỏi cụm trường Đông Anh – Hà Nội lớp 11 năm học 2017 – 2018)

Từ các chữ số 1 và 4 thiết lập được bao nhiêu số tự nhiên có 10 chữ số sao cho số tạo thành không có số nào có hai chữ số 1 đứng cạnh nhau?

Câu 31: (Đề thi học sinh giỏi lớp 11 tỉnh Lạng Sơn năm học 2015- 2016)

Trong hộp chứa các thẻ được ghi dãy số gồm sáu chữ số khác nhau. Tính xác suất để rút được một thẻ có ghi các chữ số 1, 2, 3, 4, trong đó các chữ số 1, 2 không đứng cạnh nhau và các chữ số 3, 4 không đứng cạnh nhau.

Câu 32: (Đề thi học sinh giỏi Vĩnh Phúc lớp 11 năm học 2017 – 2018)

Gọi E là tập các số tự nhiên có 5 chữ số được lập từ các chữ số 0;1;2;3;4;5. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc tập E . Tính xác suất để số được chọn là số chẵn, có đúng hai chữ số 0 và không đứng cạnh nhau, các chữ số còn lại có mặt không quá một lần.

Câu 33: (Đề thi học sinh giỏi Quảng Ngãi lớp 12 năm học 2017- 2018)

Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số $\overline{abcd}$ thỏa mãn $a \leq b \leq c < d$?

Loại 4: Liên quan đến lớn hơn, nhỏ hơn

Câu 34: (Đề thi học sinh giỏi Nam Định lớp 12 năm học 2012 – 2013)

Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau không lớn hơn 2503.

Câu 35: (Đề thi học sinh giỏi Thanh Hóa lớp 12 năm học 2011 – 2012)

Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4 lập các số chẵn có 4 chữ số đôi một khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một số vừa lập. Tính xác suất để lấy được một số lớn hơn 2012.

Câu 36: (Đề thi HSG Vĩnh Phúc lớp 11 năm học 2014 – 2015)

Gọi M là tập tất cả các số tự nhiên có sáu chữ số đôi một khác nhau và có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập M . Tính xác suất để số được chọn là một số chẵn, đồng thời thỏa mãn $a_1 > a_2 > a_3 > a_4 > a_5 > a_6$.

Câu 37: (Đề thi HSG Nam Định lớp 12 năm học 2014 – 2015)

Từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5$ lập ra tất cả các số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên hai số trong các số được lập. Tính xác suất để trong hai số được chọn có ít nhất một số lớn hơn 2015.

Câu 38: (Đề thi học sinh giỏi Triệu Sơn 3 lớp 11 năm học 2017 - 2018)

Cho tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Có bao nhiêu cách chọn một bộ 3 số phân biệt của A (không tính thứ tự) để hiệu của 2 số bất kỳ trong 3 số đó có giá trị tuyệt đối không nhỏ hơn 2.

Câu 39: (Đề thi thử THPT Quốc gia chuyên Hạ Long – Quảng Ninh năm học 2017 – 2018)

Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có 4 chữ số. Tính xác suất để số được chọn có dạng $\overline{abcd}$, trong đó $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq 9$.

DẠNG 2: CÁC BÀI TOÁN ĐẾM SỐ PHƯƠNG ÁN TÍNH XÁC SUẤT LIÊN QUAN ĐẾN NGƯỜI HOẶC ĐỒ VẬT

Câu 40: (Đề thi học sinh giỏi Hải Phòng lớp 12 năm học 2017 - 2018)

Người ta dùng 18 cuốn sách bao gồm 7 cuốn sách Toán, 6 cuốn sách Lý và 5 cuốn sách Hóa (các cuốn sách cùng loại thì giống nhau) để làm phần thưởng cho 9 học sinh (trong đó có hai học sinh A và B) mỗi học sinh nhận được 2 cuốn sách khác thể loại (không tính thứ tự các cuốn sách). Tính xác suất để hai học sinh A và B nhận được phần thưởng giống nhau.

Câu 41: (Đề thi học sinh giỏi Vĩnh Phúc lớp 11 năm học 2015 - 2016)

Một trường học có 25 giáo viên nam và 15 giáo viên nữ trong đó có đúng hai cặp vợ chồng. Nhà trường chọn ngẫu nhiên 5 người trong số 40 giáo viên trên đi công tác. Tính xác suất sao cho trong 5 người được chọn có đúng một cặp vợ chồng.

Câu 42: (Đề thi học sinh giỏi Cà Mau lớp 12 năm học 2017 - 2018)

Chi đoàn lớp 12A gồm 40 đoàn viên, trong đó có một người tên là An và một người tên là Bình. Ban chấp hành chi đoàn bao gồm một bí thư, một phó bí thư và n ủy viên được bầu từ 40 đoàn viên của chi đoàn.

- Có thể lập được bao nhiêu ban chấp hành chi đoàn 12A với số ủy viên $n = 7$, còn An và Bình mỗi người giữ một chức vụ là bí thư hoặc phó bí thư?
- Một ban chấp hành của chi đoàn 12A được gọi là đạt chuẩn A_0 nếu An và Bình đều là ủy viên ban chấp hành, đồng thời không giữ chức vụ bí thư và phó bí thư. Xác định giá trị n , biết xác suất lấy ngẫu nhiên được một ban chấp hành đạt chuẩn A_0 là $\frac{1}{78}$.

Câu 43: (Đề thi học sinh giỏi Nam Định lớp 12 năm học 2017 – 2018)

Một đề thi có 10 câu trắc nghiệm, mỗi câu có bốn phương án trả lời, các phương án trả lời đôi một khác nhau, trong đó có một phương án đúng, ba phương án sai, trả lời đúng mỗi câu được 1,0 điểm, trả lời sai không được điểm và không bị trừ điểm. Một thí sinh là cả 10 câu, mỗi câu chọn một phương án ngẫu nhiên. Tính xác suất để thí sinh đó đạt từ 7,0 điểm trở lên.

Câu 44: (Đề thi học sinh giỏi Quảng Ninh lớp 12 năm học 2016 – 2017)

Một học sinh tham dự kỳ thi môn Toán. Học sinh đó phải làm một đề trắc nghiệm khách quan gồm 10 câu hỏi. Mỗi câu có 4 đáp án khác nhau, trong đó chỉ có một đáp án đúng. Học sinh sẽ được chấm điểm nếu trả lời đúng ít nhất 6 câu. Vì học sinh đó không học bài nên chỉ chọn ngẫu nhiên đáp án trong cả 10 câu hỏi. Tính xác suất để học sinh thi đỗ.

Câu 45: (Đề thi học sinh giỏi Bắc Giang lớp 12 năm học 2015 – 2016)

Một công ty nhận được 30 hồ sơ của 30 người muốn xin việc vào công ty, trong đó có 15 người biết tiếng Anh, 8 người biết tiếng Pháp và 14 người không biết tiếng Anh và tiếng Pháp. Công ty cần tuyển 5 người biết ít nhất tiếng Anh hoặc tiếng Pháp. Tính xác suất để trong 5 người được chọn có 3 người biết cả tiếng Anh và tiếng Pháp.

Câu 46: (Đề thi học sinh giỏi Thanh Hóa lớp 12 năm học 2015 – 2016)

Trong kỳ thi học sinh giỏi cấp trường, một trường THPT đã dùng 7 cuốn sách tham khảo môn Toán, 6 cuốn sách tham khảo môn Vật lý, 5 cuốn sách tham khảo môn Hóa học để làm phần thưởng cho 9 học sinh có kết quả cao nhất. Các cuốn sách cùng thể loại: Toán, Vật lý, Hóa học đều giống nhau. Mỗi học sinh nhận thưởng sẽ được hai cuốn sách khác thể loại. Trong số 9 học sinh trên có hai học sinh tên là An và Bình. Tìm xác suất để hai học sinh An và Bình có phần thưởng giống nhau.

Câu 47: (Đề thi học sinh giỏi Nghệ An lớp 11 năm học 2016 – 2017)

Thầy X có 15 cuốn sách gồm 4 cuốn sách Văn, 5 cuốn sách Sử và 6 cuốn sách Địa. Các cuốn sách đôi một khác nhau. Thầy X chọn ngẫu nhiên 8 cuốn sách để làm phần thưởng cho một học sinh. Tính xác suất để số cuốn sách còn lại của thầy X có đủ 3 môn.

Câu 48: (Đề thi học sinh giỏi Bắc Giang lớp 11 năm học 2013 – 2014)

Một đoàn tàu có 4 toa chở khách với mỗi toa còn ít nhất 5 chỗ trống. Trên sân ga có 5 hành khách chuẩn bị lên tàu. Tính xác suất để trong 5 hành khách lên tàu đó có một toa có 3 khách lên, hai toa có một khách lên và một toa không có khách nào lên tàu.

Câu 49: (Đề thi học sinh giỏi Phú Thọ lớp 12 năm học 2015-2016)

Một dãy phố có 5 cửa hàng bán quần áo. Có 5 người khách đến mua quần áo, mỗi người khách vào ngẫu nhiên một trong năm cửa hàng đó. Tính xác suất để có ít nhất một cửa hàng có nhiều hơn 2 người khách vào.

Câu 50: Một khóa số với 3 mật khẩu là 3 số tăng dần từ 0 đến 9 có tổng bằng 10. Một người không nhớ mật khẩu mà chỉ nhớ tăng dần nên bấm bừa 3 số bất kì tăng dần. Khóa sẽ bị block nếu quá 3 lần bấm sai. Tính xác suất để người này mở được khóa biết rằng người này chỉ nhớ được kết quả bấm của mình ở lần kế trước (trí nhớ ngắn hạn) để tránh kết quả đó cho lần sau.

DẠNG 3 : CÁC BÀI TOÁN ĐẾM SỐ PHƯƠNG ÁN TÍNH XÁC SUẤT LIÊN QUAN ĐẾN ĐA GIÁC

Câu 51: (Đề thi học sinh giỏi Bắc Giang lớp 12 năm học 2014 – 2015)

Cho đa giác đều (H) có n đỉnh $(n \in \mathbb{N}, n > 4)$. Tìm n biết rằng số các tam giác có ba đỉnh là đỉnh của (H) và không có cạnh nào là cạnh của (H) gấp 5 lần số tam giác có ba đỉnh là đỉnh của (H) và có đúng một cạnh là cạnh của (H) .

Câu 52: (Đề thi HSG Hòa Bình lớp 12 năm học 2017-2018)

Cho đa giác lồi 14 đỉnh. Gọi X là tập hợp các tam giác có 3 đỉnh là 3 đỉnh của đa giác đã cho. Chọn ngẫu nhiên trong X một tam giác. Tính xác suất để tam giác được chọn không có cạnh nào là cạnh của đa giác đã cho.

Câu 53: (Đề thi học sinh giỏi Thái Nguyên lớp 12 năm học 2017 -2018)

Cho đa giác lồi $A_1A_2A_3....A_{10}$. Gọi X là tập hợp các tam giác có ba đỉnh là các đỉnh của đa giác đã cho. Chọn ngẫu nhiên trong X một tam giác. Tính xác suất để tam giác được chọn không có cạnh nào là cạnh của đa giác đã cho.

Câu 54: (Đề thi học sinh giỏi Thái Bình lớp 12 năm học 2017 - 2018)

Cho (H) là đa giác đều $2n$ đỉnh nội tiếp trong đường tròn tâm O ($n \in \mathbb{N}^*, n \geq 2$). Gọi S là tập hợp các tam giác có ba đỉnh là các đỉnh của đa giác (H) . Chọn ngẫu nhiên một đa giác thuộc tập S , biết rằng xác suất chọn được một tam giác vuông trong tập S là $\frac{1}{13}$. Tìm n .

Câu 55: (Đề thi học sinh giỏi Vĩnh Phúc lớp 12 năm học 2015-2016)

Cho đa giác đều có 15 đỉnh. Gọi M là tập hợp các tam giác có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác đã cho. Chọn ngẫu nhiên một tam giác thuộc M , tính xác suất để tam giác được chọn là tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều.

Câu 56: (Đề thi học sinh giỏi Yên Lạc – Vĩnh Phúc lớp 11 năm học 2015 – 2016)

Cho đa giác đều H có 24 đỉnh, chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của hình H . Tính xác suất để 4 đỉnh chọn được tạo thành một hình chữ nhật không phải là hình vuông?

Câu 57: (Đề thi học sinh giỏi Nam Định năm học 2015 – 2016)

Cho đa giác lồi (H) có 22 cạnh. Gọi X là tập hợp các tam giác có ba đỉnh là ba đỉnh của (H) . Chọn ngẫu nhiên 2 tam giác trong X , tính xác suất để chọn được một tam giác có một cạnh là cạnh của đa giác (H) và một tam giác không có cạnh nào là cạnh của đa giác (H) .

Câu 58: (Đề thi học sinh giỏi Quảng Nam lớp 11 năm học 2016-2017)

Một đa giác đều có 24 đỉnh, tất cả các của đa giác sơn màu xanh và tất cả các đường chéo của đa giác đó sơn màu đỏ. Gọi X là tập hợp tất cả các tam giác có ba đỉnh là các đỉnh của đa giác đều trên. Người ta chọn ngẫu nhiên từ X một tam giác, tính xác suất để chọn được tam giác có ba cạnh cùng màu.

Câu 59: (Đề thi học sinh giỏi Thanh Hóa dự bị lớp 12 năm học 2016-2017)

Cho đa giác đều $2n$ đỉnh, lấy ngẫu nhiên một đường chéo của đa giác này thì xác suất để đường chéo được chọn có độ dài lớn nhất bằng $\frac{1}{9}$. Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển

$$\left(x^3 + \frac{1}{x} + 2\right)^n.$$

Câu 60: (Đề thi học sinh giỏi Lâm Đồng lớp 12 năm học 2017 – 2018)

Có năm đoạn thẳng có độ dài 1, 3, 5, 7, 9. Lấy ngẫu nhiên ba đoạn thẳng từ năm đoạn thẳng đó. Tính xác suất để ba đoạn được chọn có thể xếp thành một hình tam giác.

Câu 61: (Đề thi học sinh giỏi Vĩnh Phúc lớp 12 năm học 2017 – 2018)

Trong không gian có $2n$ điểm phân biệt ($n > 4; n \in \mathbb{N}$), trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng và trong $2n$ điểm phân biệt có đúng n điểm thuộc một mặt phẳng. Tìm tất cả các giá trị của n sao cho từ $2n$ có đúng 505 mặt phẳng phân biệt.

DẠNG 4 : CÁC BÀI TOÁN Đếm – TÍNH XÁC SUẤT LIÊN QUAN ĐẾN XẾP CHỖ , VỊ TRÍ

Câu 62: (Đề thi học sinh giỏi Bến Tre lớp 12 năm học 2017 – 2018)

Trong một lớp học có $2n+3$ học sinh gồm An, Bình, Chi cùng $2n$ học sinh khác. Khi xếp tùy ý các học sinh này vào dãy ghế được đánh số từ 1 đến $2n+3$, mỗi học sinh ngồi 1 ghế thì xác suất để số ghế của Bình bằng trung bình cộng số ghế của An và số ghế của Chi là $\frac{12}{575}$. Tính số học sinh của lớp.

Câu 63: (Đề thi học sinh giỏi Thanh Hóa lớp 11 năm học 2017 – 2018)

Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 11A và 3 học sinh lớp 11B và 5 học sinh của lớp 11C thành một hàng ngang. Tính xác suất để không có học sinh nào của cùng một lớp đứng cạnh nhau.

Câu 64: (Đề thi học sinh giỏi Bắc Giang lớp 12 năm học 2016 – 2017)

Một nhóm học sinh gồm 9 bạn nam, trong đó có bạn Hải và 4 bạn nữ trong đó có bạn Minh xếp vào 13 cái ghế trên một hàng ngang. Tính xác suất để giữa hai bạn nữ ngồi gần nhau có đúng ba bạn nam, đồng thời bạn Hải và bạn Minh đều ở trên không ngồi cạnh nhau.

Câu 65: (Đề thi học sinh giỏi Thành phố Hồ Chí Minh lớp 12 năm học 2017 – 2018)

Trong một phòng học, có 36 cái bàn rời nhau được đánh số từ 1 đến 36, mỗi bàn dành cho 1 học sinh. Các bàn được xếp thành một hình vuông có kích thước 6×6 . Cô giáo xếp tùy ý 36 học sinh của lớp trong đó có hai em là Hạnh và Phúc vào các bàn. Tính xác suất để Hạnh và Phúc ngồi ở hai bàn xếp cạnh nhau.

Câu 66: (Đề thi học sinh giỏi Chu Văn An lớp 11 năm học 2015 – 2016)

Trong một cuộc thi chọn học sinh giỏi toán khối 11 trường THPT Chu Văn An, có 52 học sinh đăng ký dự thi trong đó có một em tên Thành và một em tên Đạt. Dự kiến ban tổ chức sắp xếp làm 3 phòng thi (phòng 1 và phòng 2 có 18 thí sinh, phòng 3 có 16 thí sinh). Nếu phòng thi được sắp xếp một cách ngẫu nhiên, hãy tính xác suất để Thành và Đạt ngồi chung một phòng.

Câu 67: (Đề thi học sinh giỏi chuyên Bắc Ninh lớp 11)

Có 6 viên bi gồm 2 viên bi xanh, 2 viên bi đỏ và 2 viên bi vàng. Hỏi có bao nhiêu cách xếp 6 viên bi thành một hàng sao cho không có hai viên bi cùng màu xếp cạnh nhau?

Câu 68: (Đề thi học sinh giỏi Triệu Sơn lớp 11 năm học 2017 – 2018)

Từ 2012 số nguyên dương đầu tiên lấy ra 6 xếp thành dãy số có dạng $u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6$. Hỏi có bao nhiêu dãy số có dạng trên biết u_1, u_2, u_3 theo thứ tự lập thành một cấp số cộng.

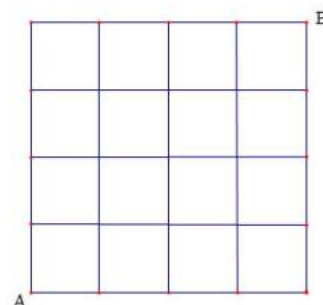
Câu 69: (Đề thi giữa kỳ 2 Yên Phong 1_Bắc Ninh lớp 12 năm học 2017 – 2018)

Có 6 xe xếp cạnh nhau thành hàng ngang gồm : 1 xe màu xanh, 2 xe màu vàng và 3 xe màu đỏ. Tính xác suất để hai xe cùng màu không xếp cạnh nhau.

DẠNG 5 : CÁC BÀI TOÁN KHÁC

Câu 70: (Đề thi học sinh giỏi Phú Thọ lớp 12 năm học 2017 – 2018)

Cho một lưới ô vuông gồm 16 ô vuông nhỏ, mỗi ô vuông nhỏ có kích thước 1×1 (mét) như hình vẽ bên. Con kiến thứ nhất ở vị trí A muốn di chuyển lên vị trí B, con kiến thứ hai ở vị trí B muốn di chuyển xuống vị trí A. Biết rằng con kiến thứ nhất chỉ có thể di chuyển ngẫu nhiên về phía bên phải hoặc lên trên, con kiến thứ hai chỉ có thể di chuyển ngẫu nhiên về phía bên trái hoặc xuống dưới (theo cạnh của các hình vuông). Hai con kiến xuất phát cùng một thời điểm và có cùng vận tốc di chuyển là 1 mét/phút. Tính xác suất để hai con kiến gặp nhau trên đường đi.



Câu 71: (Đề thi học sinh giỏi Hà Tĩnh lớp 11 năm học 2016 – 2017)

Mỗi lượt, ta gieo một con súc sắc (loại 6 mặt, cân đối) và một đồng xu (cân đối). Tính xác suất để trong 3 lượt gieo như vậy, có ít nhất một lượt gieo được kết quả con súc sắc xuất hiện mặt 1 chấm, đồng thời đồng xu xuất hiện mặt sấp.

-----HẾT-----

TỔ HỢP – XÁC XUẤT VDC

(HƯỚNG DẪN GIẢI)

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

DẠNG 1: CÁC BÀI TOÁN ĐẾM – TÍNH XÁC SUẤT SỐ CÁC CHỮ SỐ THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC

Loại 1: Liên quan đến tính chất chia hết

Câu 1. Chọn C.

Coi 6 chữ số khác nhau là 6 ô trống.

Số cách chọn ra các số có 6 chữ số khác nhau là $7.A_7^5 = 17640$.

Số cách chọn ra các số có 6 chữ số khác nhau mà có mặt chữ số 1 và 3 (bao gồm cả số 0 ở vị trí đầu tiên) là $2.C_6^2.A_6^4$.

Số cách chọn ra các số có 6 chữ số khác nhau mà có mặt chữ số 1 và 3 (mà 0 ở vị trí đầu tiên) là $2.C_5^2.A_5^3$.

Vậy xác suất cần tìm là $P = \frac{2.C_6^2.A_6^4 - 2.C_5^2.A_5^3}{17640} = \frac{9600}{17640} = \frac{80}{147}$.

Câu 2. Chọn D.

Số phần tử của tập X là $A_6^4 = 360$. Lấy ngẫu nhiên một số thuộc X có 360 (cách lấy).

Gọi số có 4 chữ số khác nhau chia hết cho 45 có dạng $\overline{abcd}$.

Vì $\overline{abcd}$ chia hết cho 45 nên $\overline{abcd}$ chia hết cho 5 và 9. Do đó $d=5$ và tổng $(a+b+c+d)$ chia hết cho 9. Suy ra $a+b+c=13$ và a, b, c khác 5.

Do đó, (a, b, c) là bộ ba số $(3, 4, 6)$ và các hoán vị của nó $\Rightarrow$ có 6 số thỏa yêu cầu đề bài.

Vậy xác suất cần tìm là $p = \frac{6}{360} = \frac{1}{60}$.

Câu 3. Chọn A.

Ta có $43200 = 2^6.3^3.5^2$.

Mỗi ước nguyên dương của số 43200 là một số có dạng $2^i.3^j.5^k$, trong đó $i \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$, $j \in \{0; 1; 2; 3\}$, $k \in \{0; 1; 2\}$.

Số ước nguyên dương bằng số bộ $(i; j; k)$ được chọn từ 3 tập trên. Suy ra số cách chọn bộ $(i; j; k)$ từ 3 tập trên là $7.4.3 = 84$ (cách) nên số phần tử của S là 84.

Có C_{84}^2 cách chọn ngẫu nhiên hai phần tử thuộc S .

Mỗi ước nguyên dương không chia hết cho 3 của số 43200 là một số có dạng $2^i.3^0.5^k$

Suy ra số các ước của 43200 không chia hết cho 3 trong tập S là $7.3 = 21$.

Do đó có C_{21}^2 cách lấy hai phần tử thuộc S mà không chia hết cho 3.

Suy ra xác suất lấy được hai số không chia hết cho 3 trong S là $P = \frac{C_{21}^2}{C_{84}^2}$.

Câu 4. Chọn A.

Ta có $43200 = 2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^2$.

Mỗi ước nguyên dương của số 43200 là một số có dạng $2^i \cdot 3^j \cdot 5^k$, trong đó $i \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$, $j \in \{0; 1; 2; 3\}$, $k \in \{0; 1; 2\}$.

Số ước nguyên dương bằng số bộ $(i; j; k)$ được chọn từ 3 tập trên. Suy ra số cách chọn bộ $(i; j; k)$ từ 3 tập trên là $7 \cdot 4 \cdot 3 = 84$ (cách) nên số phần tử của S là 84.

Có C_{84}^2 cách chọn ngẫu nhiên hai phần tử thuộc S .

Mỗi ước nguyên dương không chia hết cho 2 của số 43200 là một số có dạng $2^0 \cdot 3^j \cdot 5^k$.

Suy ra số các ước của 43200 không chia hết cho 2 trong tập S là $4 \cdot 3 = 12$.

Do đó có C_{12}^2 cách lấy hai phần tử thuộc S mà không chia hết cho 2.

Suy ra xác suất lấy được hai số không chia hết cho 3 trong S là $P = \frac{C_{12}^2}{C_{84}^2}$.

Câu 5. Chọn 3 chữ số còn lại có A_5^3 cách.

$\Rightarrow$ có $4 \cdot 5 \cdot A_5^3$ số.

Vậy: $4 \cdot 6 \cdot A_5^3 + 4 \cdot 5 \cdot A_5^3 = 2640$ số.

Câu 6. Chọn 3 chữ số còn lại có A_5^3 cách.

Trường hợp $a_3 = 4$ và $a_3 = 6$ tương tự trường hợp $a_3 = 2$.

Vậy: $4 \cdot 6 \cdot A_5^3 + 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot A_5^3 = 5040$ số.

Câu 7. Chọn A.

Số các số tự nhiên có 5 chữ số là $99999 - 10000 + 1 = 90000$

Giả sử số tự nhiên có 5 chữ số chia hết cho 11 và chữ số hàng đơn vị bằng 6 là: $\overline{abcd6}$

Ta có $\overline{abcd6} = 10 \cdot \overline{abcd} + 6 = 11 \cdot \overline{abcd} - \overline{abcd} + 6$ chia hết cho 11 khi và chỉ khi $\overline{abcd} - 6$ chia hết cho 11. Đặt $\overline{abcd} - 6 = 11h \Leftrightarrow \overline{abcd} = 6 + 11h$.

Khi đó ta được: $\overline{abcd} = 11h + 6 \Rightarrow 1000 \leq 11h + 6 \leq 9999$

$\Leftrightarrow \frac{994}{11} \leq h \leq \frac{9993}{11} \Leftrightarrow h \in \{91, 92, \dots, 908\}$ suy ra số cách chọn ra h sao cho số $\overline{abcd6}$ chia hết cho 11 và chữ số hàng đơn vị bằng 6 là 818.

Vậy xác suất cần tìm là: $\frac{1286}{90000} = \frac{409}{45000}$.

Câu 8. Chọn B.

Số các số tự nhiên có 4 chữ số là $9999 - 1000 + 1 = 9000$

Giả sử số tự nhiên có 4 chữ số chia hết cho 13 và chữ số hàng nghìn bằng 8 là: $\overline{8abc}$.

Ta có $\overline{8abc} = 10 \cdot \overline{8ab} + c = 13 \cdot \overline{8ab} - 3 \cdot \overline{8ab} + c$ chia hết cho 13 khi và chỉ khi $(3 \cdot \overline{8ab} - c) : 13$.

Đặt $3 \cdot \overline{8ab} + c = 13h$.

Khi đó ta được: $3 \cdot 800 \leq 3 \cdot \overline{8ab} + c \leq 3 \cdot 899 + 9 \Rightarrow 2400 \leq 13h \leq 2706$

$\Leftrightarrow \frac{2400}{13} \leq h \leq \frac{2706}{13} \Leftrightarrow t \in \{185, 186, \dots, 208\}$ suy ra số cách chọn ra h sao cho số $\overline{8abc}$ chia hết cho 13 và chữ số hàng nghìn bằng 8 là 24.

Vậy xác suất cần tìm là: $\frac{24}{9000} = \frac{1}{375}$.

Câu 9. Chọn C.

Số các số tự nhiên có 4 chữ số là $9999 - 1000 + 1 = 9000$

Giả sử số tự nhiên có 4 chữ số chia hết cho 17 và chữ số hàng đơn vị bằng 5 là: $\overline{abc5}$.

Ta có $\overline{abc5}$ chia hết cho 17. Đặt $\overline{abc5} = 17h$.

Khi đó ta được: $1005 \leq \overline{abc5} \leq 9995 \Rightarrow 1005 \leq 17h \leq 9995$

$\Leftrightarrow \frac{1005}{17} \leq h \leq \frac{9995}{17} \Leftrightarrow t \in \{60, 61, \dots, 587\}$.

Mặt khác $17h:5 \Rightarrow h:5$ và h là số lẻ. Do đó $h \in \{65, 75, 85, \dots, 585\}$.

Suy ra số cách chọn h sao cho $\overline{abc5}$ chia hết cho 17 là 53.

Vậy xác suất cần tìm là: $\frac{53}{9000}$.

Câu 10. Chọn D.

Số các số tự nhiên có 5 chữ số là $99999 - 10000 + 1 = 90000$

Giả sử số tự nhiên có 5 chữ số chia hết cho 11 và chữ số hàng trăm nghìn bằng 9 là: $\overline{9abcd}$.

Ta có $\overline{9abcd} = 10\overline{9abc} + d = 11\overline{9abc} - \overline{9abc} + d$ chia hết cho 11 khi và chỉ khi $(\overline{9abc} - d):11$.

Đặt $\overline{9abc} = 11h + d$.

Khi đó ta được: $9000 \leq \overline{9abc} = 11h + d \leq 9999 \Rightarrow 8991 \leq 11h \leq 9999$

$\Leftrightarrow \frac{8999}{11} \leq h \leq \frac{9999}{11} \Leftrightarrow t \in \{818, 819, \dots, 909\}$ suy ra số cách chọn ra h sao cho số $\overline{9abcd}$ chia hết cho 11 và chữ số hàng trăm nghìn bằng 9 là 92.

Vậy xác suất cần tìm là: $\frac{92}{90000}$.

Câu 11. Chọn C.

Ta có số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 9^4$.

Gọi A : "lấy được số chia hết cho 15".

Gọi số cần lập có dạng $n = \overline{abcd}$.

Để $n:15$ thì $\begin{cases} d:15 \\ a+b+c+d:3 \end{cases} \Rightarrow a+b+c$ chia 3 dư 1.

Ta có a có 9 cách chọn; b có 9 cách chọn.

Để chọn c ta xét các trường hợp sau

TH1: Nếu $(a+b):3$ thì $c = \{1; 4; 7\}$.

TH2: Nếu $a+b$ chia 3 dư 1 thì $c = \{3; 6; 9\}$.

TH3: Nếu $a+b$ chia 3 dư 2 thì $c = \{2; 5; 8\}$.

Tóm lại c có 3 cách chọn.

Khi đó $n(A) = 9.9.3 = 243$.

Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{27}$.

Câu 12. Chọn A.

Số các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau từ tập X là $5.5! = 600$ (số).

Tập hợp con gồm 5 phần tử của X mà tổng các chữ số chia hết cho 3 là $\{0,1,2,4,5\}, \{1,2,3,4,5\}$.

Vậy số các số chia hết cho 3 có 5 chữ số khác nhau tạo bởi các số của X là $4.4! + 5! = 216$ (số).

Nên còn lại $600 - 216 = 384$ (số) không chia hết cho 3.

Ta có tập hợp M có 600 (số) nếu lấy hai số thì có C_{600}^2 (cách)

Số cách lấy mà cả hai số đều không chia hết cho 3 là C_{384}^2 , nên xác suất để lấy được cả hai số không chia hết cho 3 là $\frac{C_{384}^2}{C_{600}^2}$.

Vậy xác suất cần tính là $1 - \frac{C_{384}^2}{C_{600}^2} = \frac{8847}{14975}$.

Câu 13. Chọn B.

• Gọi số cần tìm có dạng $n = \overline{x_1x_2x_3x_4x_5}$.

Ta có phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 4, 1 \leq x_1 \leq 4$ và $0 \leq x_2, x_3, x_4, x_5 \leq 3$

$\Leftrightarrow y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 = 3, 0 \leq y_i \leq 3, i = \overline{1,5}$.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $C_7^3 = 35$.

• Để $n:11$ thì $[(x_2 + x_4) - (x_1 + x_3 + x_5)]:11 \Rightarrow x_2 + x_4 = x_1 + x_3 + x_5$.

TH1: $x_1 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x_2 + x_4 = 2 \\ x_3 + x_5 = 1 \end{cases}$ có $C_3^1 \cdot C_2^1 = 6$ nghiệm.

TH2: $x_1 = 2 \Rightarrow \begin{cases} x_2 + x_4 = 2 \\ x_3 + x_5 = 0 \end{cases}$ có $C_3^1 \cdot C_1^1 = 3$ nghiệm.

TH3,4: $x_1 = 3, x_1 = 4$ thì các số không chia hết cho 11.

Do đó, số các số chia hết cho 11 là $6 + 3 = 9$ (số).

Vậy xác suất cần tính là $\frac{9}{35}$.

Nhận xét: Ở bài toán trên, ta sử dụng hai lý thuyết sau:

1) Dấu hiệu chia hết cho 11: Hiệu của tổng các chữ số hàng chẵn với tổng các chữ số ở hàng lẻ chia hết cho 11.

2) Bài toán chia kẹo Euler: Số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + x_2 + \dots + x_m = n$ ($m, n \in \mathbb{N}$) bằng C_{m+n-1}^{m-1} .

Câu 14. Chọn D.

Ta có số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 9.10^5$.

Gọi A : "Lấy được số lẻ chia hết cho 9"

Số chia hết cho 9 là số có tổng tất cả các chữ số chia hết cho 9.

Các số có sáu chữ số, chia hết cho 9. Viết theo thứ tự tăng là: 100008, 100017, 100026, 100035, ..., 999999.

Các số lẻ có sáu chữ số, chia hết cho 9 lập thành một cấp số cộng với số hạng đầu $u_1 = 100017$, công sai $d = 18$.

Do đó ta có $u_n = u_1 + (n-1)d \Rightarrow 999999 = 100017 + (n-1).18 \Leftrightarrow n = 50000$.

Suy ra $n(A) = 50.000$.

Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{18}$.

Câu 15. Chọn C.

Lấy ngẫu nhiên ra 6 tấm thẻ trong 30 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30: $n(\Omega) = C_{30}^6$

Gọi A biến cố “trong 6 tấm thẻ được chọn ra có 3 tấm thẻ mang số lẻ, 3 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng một tấm thẻ mang số chia hết cho 8”.

$$\Rightarrow n(\Omega_A) = C_{15}^3 \cdot C_3^1 \cdot C_{12}^2 \Rightarrow P(A) = \frac{C_{15}^3 \cdot C_3^1 \cdot C_{12}^2}{C_{30}^6} = \frac{22}{145}$$

Câu 16. Chọn A.

Số có 3 chữ số được tạo từ các chữ số 0,1,2,3,4,5,6 có $6.7.7 = 294$ số

Lấy 2 số trong 294 số: $n(\Omega) = C_{294}^2$

Gọi $n = \overline{abc}$ là số có 3 chữ số khác nhau mà tổng các chữ số bằng 9

Ta có: $a+b+c=9 \Rightarrow (a,b,c) = \{(0,3,6); (0,4,5); (1,2,6); (1,3,5); (2,3,4)\}$

$\Rightarrow$ Số lượng số có 3 chữ số khác nhau mà tổng các chữ số đó bằng 9 là: $(2.2.1).2 + 3!.3 = 26$

Gọi A là biến cố “đề hai số được chọn đều thuộc tập hợp S ”.

$$\Rightarrow n(A) = C_{26}^2$$

$$\text{Xác suất để hai số được chọn đều thuộc tập hợp } S : P(A) = \frac{C_{26}^2}{C_{294}^2} = \frac{325}{43071}$$

Câu 17. Chọn A.

Số tự nhiên có hai chữ số khác nhau được lập từ các chữ số 1,2,3,4,5,6,7 là $A_7^2 = 42$ số.

$$\text{Suy ra } |\Omega| = C_{42}^2$$

Gọi A là biến cố: “tổng của 2 số lấy ra chia hết cho 9”

Ta có: $\overline{ab} + \overline{cd}$ chia hết cho 9 $\Rightarrow (a+b+c+d):9$

$$\text{Suy ra : } (a;b;c;d) \in \{(1;4;6;7), (2;3;6;7), (3;4;5;6)\}$$

Với mỗi bộ số ở trên ta có: chọn a có 4 cách chọn, b có 3 cách chọn, c có 2 cách chọn, d

có 1 cách chọn và cặp $\overline{ab}$, $\overline{cd}$ không kể thứ tự nên có: $\frac{4!}{2} = 12$ cặp

$$\text{Vậy } n(A) = 3.12 = 36 \Rightarrow P(A) = \frac{36}{C_{42}^2} = \frac{12}{287}$$

Câu 18. Chọn D.

Gọi số có 5 chữ số đôi một khác nhau là $x = \overline{abcde}$. Ta có $n(\Omega) = A_{10}^5 - A_9^4$.

Gọi A là biến cố: x chia hết cho 9. Các số a, b, c, d, e được lập từ 2 trong 4 cặp $\{1;8\}, \{2;7\}, \{3;6\}, \{4;5\}$ và 1 trong 2 số 0; 9.

Ta xét các trường hợp sau:

Trường hợp 1: Trong x có chứa số 9, không chứa số 0. Có $5.C_4^2.4!$ số.

Trường hợp 2: Trong x có chứa số 0, không chứa số 9. Có $4.C_4^2.4!$ số.

Do đó $n(A) = 5.C_4^2.4! + 4.C_4^2.4!$. Xác suất cần tìm là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5.C_4^2.4! + 4.C_4^2.4!}{A_{10}^5 - A_9^4} = \frac{1}{21}$.

Câu 19. Chọn B.

Mỗi số tự nhiên thuộc X có dạng $x = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4}$ trong đó $a_1 \neq 0$ và a_4 chẵn.

- ☐ Trường hợp $a_4 = 0$: Số các số dạng x có $a_4 = 0$ là $A_6^3 = 120$.
- ☐ Trường hợp $a_4 \in \{2;4;8\}$: Số các số dạng trong trường hợp này là $5.5.4.3 = 300$.

Vậy X có $120 + 300 = 420$ số.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 420$.

Gọi A là biến cố chọn được số $x = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4}$ chia hết cho 4.

x chia hết cho 4 khi và chỉ khi $\overline{a_3 a_4}$ chia hết cho 4. Do đó $\overline{a_3 a_4}$ thuộc tập $\{04; 08; 20; 24; 28; 32; 40; 48; 52; 72; 80; 84\}$.

Nếu $\overline{a_3 a_4} \in \{04; 08; 20; 40; 80\}$ thì số cách chọn x là $A_5^2.5 = 100$.

Nếu $\overline{a_3 a_4} \in \{24; 28; 32; 48; 52; 72; 84\}$ thì số cách chọn x là $4.4.7 = 112$.

Suy ra $n(A) = 212$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{212}{420} = \frac{53}{105}$.

Do đó, xác suất để chọn được số không chia hết cho 4 là $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = \frac{52}{105}$.

Câu 20. Chọn C.

Mỗi số tự nhiên thuộc X có dạng $x = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4}$ trong đó $a_1 \neq 0$, nên X có $7.7.6.5 = 1470$ số.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 1470$.

Gọi A là biến cố chọn được số $x = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4}$ chia hết cho 4.

x chia hết cho 4 khi và chỉ khi $\overline{a_3 a_4}$ chia hết cho 4. Do đó $\overline{a_3 a_4}$ thuộc tập $\{04; 08; 40; 48; 80; 84\}$.

Nếu $\overline{a_3 a_4} \in \{04; 08; 40; 80\}$ thì số cách chọn x là $A_6^2.4 = 120$.

Nếu $\overline{a_3 a_4} \in \{48; 84\}$ thì số cách chọn x là $5.5.2 = 50$.

Suy ra $n(A) = 170$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{170}{1470} = \frac{17}{147}$.

Câu 21. Chọn D.

Từ các chữ số $\{0;1;2;3;4;5;6\}$ lập được $6.A_6^2 = 180$ số $\Rightarrow n(\Omega) = C_{180}^2 = 16110$.

Gọi A là biến cố “chọn được hai số có các chữ số xuất hiện ở hai số đó đôi một khác nhau và có tổng các chữ số bằng 21”.

Gọi hai số chọn được thỏa mãn biến cố A là $\overline{abc}$ và $\overline{def}$, suy ra $a+b+c+d+e+f=21$. Do đó $a, b, c, d, e, f \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Trước hết ta chọn 3 số a, b, c trong tập $\{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$, sau khi chọn a, b, c thì d, e, f là các số còn lại.

Bởi vậy: $n(A) = C_6^3 \cdot 3! \cdot 3! = 720$.

Vậy $P(A) = \frac{720}{16110} = \frac{8}{179}$.

Câu 22. Chọn C.

Gọi số có 6 chữ số khác nhau là $\overline{abcdef}$, mà tổng các chữ số bằng 18 nên tập $\{a, b, c, d, e, f\}$ là một trong các tập hợp sau: $\{0; 1; 2; 3; 4; 8\}$; $\{0; 1; 2; 3; 5; 7\}$; $\{0; 1; 2; 4; 5; 6\}$.

Ứng với mỗi trường hợp có 5 cách chọn chữ số a , các chữ số còn lại có 5! cách chọn.

Suy ra có $3 \cdot 5 \cdot 5! = 1800$ số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau mà tổng bằng 18 $\Rightarrow n(\Omega) = 1800$.

Gọi A là biến cố “Số tự nhiên được chọn là số lẻ”.

□ TH1: $a, b, c, d, e, f \in \{0; 1; 2; 3; 4; 8\} \Rightarrow$ có $2 \cdot 4 \cdot 4! = 192$ (số).

□ TH2: $a, b, c, d, e, f \in \{0; 1; 2; 3; 5; 7\} \Rightarrow$ có $4 \cdot 4 \cdot 4! = 384$ (số).

□ TH3: $a, b, c, d, e, f \in \{0; 1; 2; 4; 5; 6\} \Rightarrow$ có $2 \cdot 4 \cdot 4! = 192$ (số).

Suy ra $n(A) = 768 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{32}{75}$.

Câu 23. Chọn A.

Ta có $9 = 1 + 2 + 6 = 1 + 3 + 5 = 2 + 3 + 4$.

Vì trong số cần lập luôn có ba chữ số 1, 2, 3 nên trong ba chữ số còn lại cần có ít nhất một chữ số thuộc $\{4; 5; 6\}$.

Trường hợp 1: Số cần lập có một chữ số thuộc $\{4; 5; 6\}$, có $C_3^1 \cdot C_3^2 \cdot 6! = 6480$ (số).

Trường hợp 2: Số cần lập có hai chữ số thuộc $\{4; 5; 6\}$, có $C_3^2 \cdot C_3^1 \cdot 6! = 6480$ (số).

Trường hợp 3: Số cần lập có ba chữ số thuộc $\{4; 5; 6\}$, có $6! = 720$ (số).

Vậy số các số cần lập là $6480 + 6480 + 720 = 13680$.

Câu 24. Chọn A.

Ta có $6 = 0 + 1 + 5 = 0 + 2 + 4 = 1 + 2 + 3$.

Gọi số cần lập là $x = \overline{abcdef}$. Vì tổng của ba chữ số hàng trăm, hàng chục, hàng đơn vị bằng 6 nên ta xét các trường hợp

□ Trường hợp 1: $d, e, f \in \{0; 1; 5\}$ hoặc $d, e, f \in \{0; 2; 4\}$ thì $\overline{def}$ có $2 \cdot 3! = 12$ cách lập.

Khi đó $a, b, c \in \{0; 1; 2; \dots; 9\} \setminus \{d; e; f\}$ nên $\overline{abc}$ có $A_7^3 = 210$ cách lập.

Do đó có $12 \cdot 210 = 2520$ (số x).

□ Trường hợp 2: $d, e, f \in \{1; 2; 3\}$ thì $\overline{def}$ có $3! = 6$ cách lập. Khi đó $a \in \{4; 5; 6; 7; 8; 9\}$

nên a có 6 cách lập và $b, c \in \{0; 4; 5; 6; 7; 8; 9\} \setminus \{a\}$ nên $\overline{bc}$ có $A_6^2 = 30$ cách lập.

Do đó có $6 \cdot 6 \cdot 30 = 1080$ (số x).

Vậy số các số cần lập là $2520 + 1080 = 3600$ (số).

Câu 25. Chọn A.

Số cách bốc ngẫu nhiên 6 quả cầu từ 11 quả là $C_{11}^6 = 462$ (cách).

Các số trên 11 quả cầu chia hết cho 3 là $\{3; 6; 9\}$.

Để tích các số trên 6 quả cầu chia hết cho 3 thì cần ít nhất một quả có số chia hết cho 3.

Trường hợp 1: Có một quả có số chia hết cho 3, có $C_3^1 \cdot C_8^5 = 168$ cách.

Trường hợp 2: Có hai quả có số chia hết cho 3, có $C_3^2 \cdot C_8^4 = 210$ cách.

Trường hợp 3: Có ba quả có số chia hết cho 3, có $C_3^3 \cdot C_8^3 = 56$ cách.

Vậy xác suất cần tính là $P = \frac{168 + 210 + 56}{462} = \frac{31}{33}$.

Câu 26. Chọn A.

Số cách bốc ngẫu nhiên 3 quả cầu từ 11 quả là $C_{11}^3 = 165$ (cách).

Các số chia hết cho 3 thuộc $A = \{3; 6; 9\}$, các số chia 3 dư 1 thuộc $B = \{1; 4; 7; 10\}$, các số chia 3 dư 2 thuộc $C = \{2; 5; 8; 11\}$.

Để bốc được ba quả có tổng các số chia hết cho 3 ta xét các trường hợp sau.

Trường hợp 1: Ba quả có số cùng thuộc một trong ba tập A, B, C , có $C_3^3 + C_4^3 + C_4^3 = 9$ cách.

Trường hợp 2: Ba quả có số thuộc cả ba tập hợp A, B, C , có $C_3^1 \cdot C_4^1 \cdot C_4^1 = 48$ cách.

Vậy xác suất cần tính là $P = \frac{9 + 48}{165} = \frac{19}{55}$.

Câu 27. Chọn A.

Nhận thấy trong chín quả cầu đã cho, có hai quả ghi số chia hết cho 3 (các quả ghi số 3 hoặc số 6), sáu quả còn lại ghi số không chia hết cho 3

Giả sử rút ra x quả ($1 \leq x \leq 8, x \in \mathbb{N}$). Số cách chọn x quả cầu từ 8 quả cầu trong hộp là C_8^x ;

số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_8^x$

Gọi A là biến cố “Trong số x quả lấy ra, có ít nhất một quả ghi số chia hết cho 3” thì biến cố đối của A là $\bar{A}$: “ Trong số x quả lấy ra, không có quả nào ghi số chia hết cho 3”

Số cách chọn tương ứng với biến cố $\bar{A}$ là $n(\bar{A}) = C_6^x$

$$\text{Ta có } P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{C_6^x}{C_8^x} = \frac{(8-x)(7-x)}{56}$$

$$\text{Do đó } P(A) = 1 - P(\bar{A}) > \frac{3}{4} \Leftrightarrow P(\bar{A}) < \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{(8-x)(7-x)}{56} < \frac{1}{4} \Leftrightarrow 56 - 8x - 7x + x^2 < 14$$

$$\text{Hay } x^2 - 15x + 42 < 0 \Leftrightarrow \frac{15 - \sqrt{57}}{2} < x < \frac{15 + \sqrt{57}}{2}$$

Suy ra $3,7 < x < 11,3$ ($1 \leq x \leq 8, x \in \mathbb{N}$)

Giá trị nhỏ nhất của x là 4. Vậy số quả cầu phải rút ra ít nhất mà ta phải tìm là 4

Câu 28. Chọn B.

Nhận thấy trong bảy quả cầu đã cho, có ba quả ghi số chia hết cho 5 (các quả ghi số 5), sáu quả còn lại ghi số không chia hết cho 5

Giả sử rút ra x quả ($1 \leq x \leq 7, x \in \mathbb{N}$). Số cách chọn x quả cầu từ 7 quả cầu trong hộp là C_7^x ;

số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_7^x$

Gọi A là biến cố “Trong số x quả lấy ra, có ít nhất một quả ghi số chia hết cho 5” thì biến cố đối của A là $\bar{A}$: “ Trong số x quả lấy ra, không có quả nào ghi số chia hết cho 5”

Số cách chọn tương ứng với biến cố $\bar{A}$ là $n(\bar{A}) = C_6^x$

$$\text{Ta có } P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{C_6^x}{C_7^x} = \frac{7-x}{7}$$

$$\text{Do đó } P(A) = 1 - P(\bar{A}) > \frac{2}{3} \Leftrightarrow P(\bar{A}) < \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{7-x}{7} < \frac{1}{3} \Leftrightarrow x > \frac{14}{3}$$

Suy ra $x > 4,6$ ($1 \leq x \leq 7, x \in \mathbb{N}$)

Giá trị nhỏ nhất của x là 5. Vậy số quả cầu phải rút ra ít nhất mà ta phải tìm là 5 .

Câu 29. Chọn B.

Gọi số cần lập có dạng $\overline{abcdef}$.

a có 1 cách chọn.

b có 6 cách chọn.

c có 6 cách chọn.

d có 6 cách chọn.

e có 6 cách chọn.

f có 2 cách chọn.

Vậy có: $1.6.6.6.6.2 = 2592$ số.

Câu 30. Chọn A.

Ta có số phần tử không gian mẫu là $A_{10}^6 - A_9^5$.

Có các trường hợp sau:

Số cách chọn ba số chia hết cho 3 từ các số ban đầu là C_4^3 .

Còn lại ba chữ số phải là số không chia hết cho 3 có C_6^3 cách.

Mỗi khi đổi vị trí ta có số mới, vậy có tất cả $C_4^3.C_6^3.(6!-5!)$, vì số 0 đứng đầu không thỏa mãn.

$$\text{Vậy xác suất cần tính là } \frac{C_4^3.C_6^3.(6!-5!)}{A_9^6} = \frac{200}{567} .$$

Loại 2: Số lần xuất hiện của chữ số

Câu 31. Chọn B.

Bước 1: xét các số có 7 chữ số, trong số có bốn chữ số lẻ khác nhau và ba chữ số chẵn khác nhau mà mỗi chữ số chẵn có mặt đúng một lần (kể cả số có chữ số 0 đứng đầu)

Từ 10 chữ số chọn ra 7 chữ số khác nhau gồm 4 số lẻ và 3 số chẵn có $C_5^4.C_5^3$ cách chọn.

Với mỗi cách chọn trên ta có: số các số có 7 chữ số trong đó có 4 chữ số lẻ khác nhau và 3 chữ số chẵn khác nhau mà mỗi chữ số chẵn có mặt đúng 1 lần là $7!$ số.

Vậy với $C_5^4.C_5^3$ cách chọn ở trên ta tạo được $C_5^4.C_5^3.7! = 252000$ số (kể cả số 0 đứng đầu tiên)

Bước 2: xét các số thỏa mãn điều kiện ở bước 1 mà có chữ số 0 đứng đầu.

Từ 9 số đã cho (bỏ số 0) chọn ra 7 số khác nhau gồm 4 số lẻ và 3 số chẵn (vì đã có số 0 đứng đầu) có $C_5^4.C_4^3$ cách chọn

+ Với mỗi cách chọn trên ta có: số các số có 7 chữ số có số 0 đứng đầu, trong đó có mặt 4 chữ số lẻ khác nhau, 3 chữ số chẵn khác nhau và mỗi chữ số chẵn khác 0 có mặt đúng 1 lần là $6!$ số

+ Vậy với $C_5^4.C_4^2$ cách chọn ở trên ta tạo được $C_5^4.C_4^2.6! = 21600$ số (ở bước 2)

Từ 2 bước trên suy ra số các chữ số thỏa đề bài là: $252000 - 21600 = 230400$ số

Câu 32. Chọn C.

Bước 1: xét các số có 8 chữ số, trong số có hai chữ số chẵn khác nhau và ba chữ số lẻ khác nhau mà mỗi chữ số lẻ có mặt đúng hai lần (kể cả số có chữ số 0 đứng đầu)

Từ 10 chữ số chọn ra 5 chữ số khác nhau gồm 2 số chẵn và 3 số lẻ có $C_5^2.C_5^3$ cách chọn.

Với mỗi cách chọn trên ta có: số các số có 8 chữ số trong đó có 2 chữ số chẵn khác nhau và 3 chữ số lẻ khác nhau mà mỗi chữ số có mặt đúng 2 lần là $\frac{8!}{2!.2!.2!}$ số.

Vậy với $C_5^2.C_5^3$ cách chọn ở trên ta tạo được $C_5^2.C_5^3.\frac{8!}{2!.2!.2!} = 504000$ số (kể cả số 0 đứng đầu tiên)

Bước 2: xét các số thỏa mãn điều kiện ở bước 1 mà có chữ số 0 đứng đầu.

Từ 9 số đã cho (bỏ số 0) chọn ra 4 số khác nhau gồm 1 số chẵn và 3 số lẻ (vì đã có số 0 đứng đầu) có $C_4^1.C_5^3$ cách chọn

+ Với mỗi cách chọn trên ta có: số các số có 8 chữ số có số 0 đứng đầu, trong đó có mặt 2 chữ số chẵn khác nhau, 3 chữ số lẻ khác nhau và mỗi chữ số chẵn khác 0 có mặt đúng hai lần là $\frac{7!}{2!.2!.2!}$ số

+ Vậy với $C_4^1.C_5^3$ cách chọn ở trên ta tạo được $C_4^1.C_5^3.\frac{7!}{2!.2!.2!} = 25200$ số (ở bước 2)

Từ 2 bước trên suy ra số các chữ số thỏa đề bài là: $504000 - 25200 = 478800$ số

Câu 33. Chọn 3 chữ số còn lại từ 3 chữ số đó, có ba trường hợp:

• **Trường hợp 1:** mỗi chữ số $a; b; c$: xuất hiện 2 lần. Khi ấy ta có $\frac{6!}{2!.2!.2!} = 90$ số tự nhiên.

• **Trường hợp 2 :** Một trong ba chữ số $a; b; c$ xuất hiện bốn lần, hai chữ số còn lại mỗi số xuất hiện một lần. Khi ấy, ta có $3.\frac{6!}{4!.1!.1!} = 90$ số tự nhiên.

• **Trường hợp 3 :** Một trong ba chữ số $a; b; c$ xuất hiện ba lần, một chữ số xuất hiện hai lần và số còn lại xuất hiện một lần. Khi ấy, ta có $3!.\frac{6!}{3!.2!.1!} = 360$ số tự nhiên.

Suy ra $|\Omega_A| = (90 + 90 + 360).C_9^3 = 45360$.

Vậy $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{45360}{531441} \approx 0,08535284255$.

Câu 34. Chọn 2 chữ số còn lại từ 4 chữ số đó, có ba trường hợp:

• **Trường hợp 1:** Một trong các chữ số $a; b; c; d$: xuất hiện 3 lần, 3 chữ số còn lại xuất hiện một lần. Khi ấy, ta có $4.\frac{6!}{3!.1!.1!.1!} = 480$ số tự nhiên.

• **Trường hợp 2 :** Hai trong bốn chữ số $a; b; c; d$ xuất hiện hai lần, hai chữ số còn lại mỗi số xuất hiện một lần. Khi ấy, ta có $C_4^2 \cdot \frac{6!}{2! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1!} = 1080$ số tự nhiên.

Suy ra $|\Omega_A| = (480 + 1080) \cdot C_9^4 = 196560$.

Vậy $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{196560}{531441} \approx 0,3698623177$.

Câu 35. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có bốn chữ số được lập từ $X = \{0; 1; 2; 4; 6; 7\}$. Số phần tử không gian mẫu $|\Omega| = 5 \cdot 6^3 = 1080$.

Gọi A là biến cố cần tìm xác suất. Ta có các trường hợp sau:

Trường hợp 1: Chữ số 0 xuất hiện 2 lần.

Có C_3^2 cách chọn 2 vị trí cho chữ số 0.

Có A_5^2 cách xếp 2 chữ số trong 5 chữ số vào 2 vị trí còn lại.

Suy ra trường hợp này có $C_3^2 \cdot A_5^2 = 60$ số thỏa mãn.

• **Trường hợp 2 :** Chữ số x (khác 0) xuất hiện 2 lần và x ở vị trí hàng nghìn.

Có 5 cách chọn x từ tập X .

Có 3 cách chọn thêm một vị trí nữa cho x .

Có A_5^2 cách xếp 2 chữ số trong 5 chữ số vào 2 vị trí còn lại.

Suy ra trường hợp này có $5 \cdot 3 \cdot A_5^2 = 300$ số thỏa mãn.

• **Trường hợp 3 :** Chữ số x (khác 0) xuất hiện 2 lần và x không nằm ở vị trí hàng nghìn.

Có 5 cách chọn x .

Có C_3^2 cách chọn vị trí cho chữ số x .

Có 4 cách chọn một chữ số (khác 0 và khác x) vào vị trí hàng nghìn.

Có 4 cách chọn một chữ số vào vị trí còn lại.

Suy ra trường hợp này có $5 \cdot 4 \cdot 4 \cdot C_3^2 = 240$ số thỏa mãn.

Do đó theo quy tắc cộng, có $|\Omega_A| = 60 + 300 + 240 = 600$.

Vậy xác suất của biến cố A : $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{600}{1080} = \frac{5}{9}$.

Câu 36. Chọn B.

• **Trường hợp 1:** Chữ số 0 xuất hiện 3 lần.

Có C_5^3 cách chọn 3 vị trí cho chữ số 0.

Có A_9^3 cách xếp 3 chữ số trong 9 chữ số vào 3 vị trí còn lại.

Suy ra trường hợp này có $C_5^3 \cdot A_9^3 = 5040$ số thỏa mãn.

• **Trường hợp 2 :** Chữ số x (khác 0) xuất hiện 3 lần và x ở vị trí đầu tiên (vị trí hàng trăm nghìn).

Có 9 cách chọn x .

Có C_5^2 cách chọn thêm hai vị trí nữa cho x .

Có A_9^3 cách xếp 3 chữ số trong 9 chữ số vào 3 vị trí còn lại.

Suy ra trường hợp này có $9 \cdot C_5^2 \cdot A_9^3 = 45360$ số thỏa mãn.

• Trường hợp 3: Chữ số x (khác 0) xuất hiện 3 lần và x không nằm ở vị trí hàng trăm nghìn.

Có 9 cách chọn x .

Có C_5^3 cách chọn vị trí cho chữ số x .

Có 8 cách chọn một chữ số (khác 0 và khác x) vào vị trí hàng trăm nghìn.

Có A_8^2 cách xếp 2 chữ số trong 8 chữ số vào 2 vị trí còn lại.

Suy ra trường hợp này có $9 \cdot 8 \cdot A_8^2 \cdot C_5^3 = 40320$ số thỏa mãn.

Vậy theo quy tắc cộng, có $5040 + 45360 + 40320 = 90720$ số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 37. Chọn B.

Số cách chọn ba số đôi một khác nhau từ tập A là $C_{30}^3 = 4060$ cách.

Số cách chọn ra ba số liên tiếp là 28 cách.

Số cách chọn ra ba số trong đó có đúng hai số liên tiếp là $27 \times 2 + 27 \times 26 = 756$ cách.

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{4060 - 28 - 756}{4060} = \frac{3276}{4060} = \frac{117}{145}$.

Câu 38. Chọn một chữ số lẻ, ba chữ số chẵn khác 0 và xếp vào các vị trí còn lại, có: $5 \times C_4^3 \times 4! = 480$ cách.

Trong trường hợp này có $4 \times 480 = 1920$ số.

- Trường hợp 2: số tạo thành không có chữ số 0, khi đó: chọn một chữ số lẻ cùng với bốn chữ số chẵn rồi xếp vào các vị trí có: $5 \times 5! = 600$ số.

Vậy tất cả có $1920 + 600 = 2520$ số thỏa mãn đề bài.

Câu 39. Chọn A.

Gọi số tự nhiên cần lập là $X = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4}$, ($a_1 \neq 0$)

Vì $a_i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, ($i = 1, 2, 3, 4$) nên ta có các trường hợp sau :

TH1 : Trong X có chữ số 0 thì có 3 cách xếp chữ số 0 ; 3 cách xếp chữ số 2 ; 2 cách xếp chữ số 4 và A_3^1 cách xếp chữ số 1; 3; 5. Suy ra có $3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot A_3^1 = 54$

TH2: Trong X không có chữ số 0.

Có bốn cách xếp chữ số 2 ; ba cách xếp chữ số 4 và A_3^2 cách xếp ba chữ số 1, 3, 5. Suy ra có $4 \cdot 3 \cdot A_3^2 = 72$ số. Vậy có tất cả $54 + 72 = 126$ số

Câu 40. Chọn các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau: A_9^5 .

Tổng số cách: 46449 cách.

$$P(A) = 1 - \frac{46499}{9^5} = \frac{1400}{6561}.$$

Câu 41. Chọn A.

Gọi số đó là $A = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$

Theo đề bài, ta có A có nhiều nhất 3 chữ số lẻ.

TH1 : A có 1 chữ số lẻ:

a_1 lẻ: số cách chọn A: $C_5^1 \cdot P_5$.

a_1 chẵn: số cách chọn A: $C_4^1 \cdot (C_5^1 \cdot C_4^4) \cdot P_5$.

TH2 : A có 2 chữ số lẻ:

a_1 lẻ, suy ra a_2 chẵn. số cách chọn A: $C_5^1 \cdot C_5^1 \cdot (C_4^1 \cdot C_4^3) \cdot P_4$.

a_1 chẵn, có 6 cách chọn 2 vị trí không kề nhau của 2 chữ số lẻ. số cách chọn A:

$$C_4^1 \cdot (C_5^2 \cdot 6 \cdot P_2) \cdot A_4^3.$$

TH3 : A có 3 chữ số lẻ:

a_1 lẻ, suy ra a_2 chẵn, có 3 cách chọn 2 vị trí không kề nhau của 2 chữ số lẻ. số cách chọn A:

$$C_5^1 \cdot C_5^1 \cdot (C_4^2 \cdot 3 \cdot P_2) \cdot A_4^2.$$

a_1 chẵn, có 1 cách chọn 2 vị trí không kề nhau của 2 chữ số lẻ. số cách chọn A:

$$C_4^1 \cdot (C_5^3 \cdot 1 \cdot P_3) \cdot A_4^2.$$

Suy ra tổng số trường hợp: 37800 cách.

Chọn 2 trong 9 chữ số: C_9^2 .

Câu 42.

TH1: 1 số xuất hiện 3 lần, 2 số còn lại xuất hiện 1 lần: $C_3^1 \cdot \frac{5!}{3!}$.

TH2: 1 số xuất hiện 1 lần, 2 số còn lại xuất hiện 2 lần: $C_3^2 \cdot \frac{5!}{2! \cdot 2!}$.

Suy ra $n(A) = C_9^2 \left(C_3^1 \cdot \frac{5!}{3!} + C_3^2 \cdot \frac{5!}{2! \cdot 2!} \right) = 5400$ cách.

Suy ra $P(A) = \frac{200}{2187}$.

Câu 43. Chọn A.

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$. Vì số được chọn là số chẵn nên $d \in \{0; 2; 4; 6; 8\}$.

Trường hợp 1: $d = 0$.

Chọn 2 vị trí trong 3 vị trí còn lại để xếp hai chữ số 8 và 9, có A_3^2 cách.

Chọn 1 chữ số trong 7 chữ số còn lại để xếp vào vị trí còn lại, có C_7^1 cách.

Do đó trường hợp này có $1 \cdot A_3^2 \cdot C_7^1 = 42$ số.

Trường hợp 2: $d = 8$.

Có 3 vị trí để xếp chữ số 9. Chọn 2 chữ số trong 8 chữ số còn lại để xếp vào 2 vị trí còn lại, có A_8^2 cách. Do đó có $3 \cdot A_8^2 = 168$ số (kể cả số 0 đứng đầu).

Xét riêng trường hợp chữ số 0 ở vị trí đầu tiên. Khi đó chữ số 9 có 2 cách xếp, chọn 1 chữ số trong 7 chữ số còn lại để xếp vào vị trí còn lại có C_7^1 cách. Suy ra có $2 \cdot C_7^1 = 14$ số.

Tóm lại trong trường hợp này có $168 - 14 = 154$ số.

Trường hợp 3: $d \in \{2; 4; 6\}$ nên d có 3 cách chọn.

Chọn 2 vị trí trong 3 vị trí còn lại để xếp hai chữ số 8 và 9, có A_3^2 cách. Chọn 1 chữ số trong 7 chữ số còn lại để xếp vào vị trí còn lại, có C_7^1 cách. Do đó có $3 \cdot A_3^2 \cdot C_7^1 = 126$ số (kể cả số 0 đứng đầu).

Xét riêng trường hợp chữ số 0 ở vị trí đầu tiên. Khi đó có $2!$ cách xếp hai chữ số 8 và 9 cho 2 vị trí còn lại. Suy ra có $3 \cdot 2! = 6$ số.

Tóm lại trong trường hợp này có $126 - 6 = 120$ số.

Vậy có $42 + 154 + 120 = 316$ số thỏa mãn.

Loại 3: Liên quan đến vị trí

Câu 44. Chọn A.

Gọi số đó là $A = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$.

Theo đề bài, ta có A có nhiều nhất 3 chữ số chẵn.

TH1 : A có 1 chữ số chẵn :

a_1 chẵn: số cách chọn A: $C_4^1 \cdot P_5$.

a_1 lẻ : số cách chọn A: $C_5^1 \cdot (C_5^1 \cdot C_4^4) \cdot P_5$.

TH2 : A có 2 chữ số chẵn :

a_1 chẵn, suy ra a_2 lẻ. số cách chọn A: $C_4^1 \cdot C_5^1 \cdot (C_4^1 \cdot C_4^3) \cdot P_4$.

a_1 lẻ, có 6 cách chọn 2 vị trí không kề nhau của 2 chữ số chẵn. số cách chọn A:

$C_5^1 \cdot (C_5^2 \cdot 6 \cdot P_2) \cdot A_4^3$.

TH3 : A có 3 chữ số chẵn:

a_1 chẵn, suy ra a_2 lẻ, có 3 cách chọn 2 vị trí không kề nhau của 2 chữ số chẵn. số cách chọn A: $C_4^1 \cdot C_5^1 \cdot (C_4^2 \cdot 3 \cdot P_2) \cdot A_4^2$.

a_1 lẻ, có 1 cách chọn 2 vị trí không kề nhau của 2 chữ số chẵn. số cách chọn A:

$C_5^1 \cdot (C_5^3 \cdot 1 \cdot P_3) \cdot A_4^2$. Suy ra tổng số trường hợp: 37800 cách.

Câu 45. Chọn A.

Vì 2 chữ số lẻ đứng kề nhau nên ta gom 2 số lẻ thành số M , có $C_3^2 = 3$ bộ M .

Gọi số cần chọn có dạng $\overline{abcd}$ với $d \in \{0; 2; 4; 6\}$.

• Trường hợp 1. $d = 0$, suy ra d có 1 cách chọn.

+) Có 3 vị trí để xếp chữ số M , ứng với mỗi cách xếp M có 2! cách xếp hai phần tử trong M .

+) Chọn thứ tự 2 chữ số từ tập $\{2; 4; 6\}$ để xếp vào 2 vị trí trống còn lại, có A_3^2 cách.

Do đó trường hợp này có $1 \cdot 3 \cdot 2! \cdot A_3^2 = 36$ số.

• Trường hợp 2. $d \in \{2; 4; 6\}$, suy ra d có 3 cách chọn.

+) Nếu xếp M vào vị trí đầu tiên nên có 1 cách, ứng với cách xếp này có 2! cách xếp hai phần tử trong M . Chọn 2 chữ số từ tập 3 chữ số còn lại để xếp vào 2 vị trí trống còn lại, có A_3^2 cách. Suy ra có tất cả $3 \cdot 1 \cdot 2! \cdot A_3^2 = 36$ số.

+) Nếu xếp M vào vị trí thứ 2 hoặc thứ 3 thì có 2 cách, ứng với cách xếp này có 2! cách xếp hai phần tử trong M . Chọn 2 chữ số từ tập 3 chữ số còn lại để xếp vào 2 vị trí trống còn lại, có A_3^2 cách. Do đó $3 \cdot 2 \cdot 2! \cdot A_3^2 = 72$ số (kể cả số 0 đứng đầu). Xét riêng trường hợp chữ số 0 đứng đầu thì có $3 \cdot 2 \cdot 2! \cdot A_2^1 = 24$ số. Suy ra có $72 - 24 = 48$ số.

Do đó trường hợp này có $36 + 48 = 84$ số.

Vậy có $3 \cdot (36 + 84) = 360$ số thỏa mãn.

Câu 46. Chọn thứ tự hai chữ số từ tập $\{3; 4; 5; 6; 7\} \setminus \{a_6\}$ để xếp vào hai vị trí còn lại có A_4^2 cách.

Do đó trường hợp này có $2 \cdot 16 \cdot A_4^2 = 384$ số.

Vậy có $120 + 120 + 384 = 624$ số thỏa mãn.

Câu 47. Chọn thêm hai chữ số từ $\{0; 1; 2; 6; 8\}$ có C_5^2 cách. Hai chữ số vừa chọn cùng với M và N có 4! cách xếp thứ tự. Ứng với mỗi cách ấy trong M có 3! cách xếp vị trí cho 3; 4; 5, trong N có 2! cách xếp vị trí cho 7; 9. Do đó có tất cả $C_5^2 \cdot 4! \cdot 3! \cdot 2!$ số (kể cả số 0 đứng đầu).

• **Trường hợp 2.** Xét riêng trường hợp số 0 đứng đầu. Ta chọn thêm một chữ số từ $\{1; 2; 6; 8\}$ có C_4^1 cách. Chữ số vừa chọn cùng với M và N có 3! cách xếp thứ tự. Ứng với mỗi cách ấy trong M có 3! cách xếp vị trí cho 3; 4; 5, trong N có 2! cách xếp vị trí cho 7; 9. Do đó có $C_4^1 \cdot 3! \cdot 3! \cdot 2!$ số có số 0 đứng đầu.

Vậy có $C_5^2 \cdot 4! \cdot 3! \cdot 2! - C_4^1 \cdot 3! \cdot 3! \cdot 2! = 2592$ số thỏa mãn.

Câu 48. Chọn 2 số lẻ trong 3 số lẻ còn lại và chọn 4 số chẵn từ $\{2; 4; 6; 8\}$ sau đó xếp 6 số này vào 6 vị trí trống còn lại có $C_3^2 \cdot C_4^4 \cdot 6!$ cách.

Vậy số các số thỏa đề bài là: $C_7^1 \cdot A_5^2 \cdot C_3^2 \cdot C_4^4 \cdot 6! = 7 \cdot 20 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 720 = 302400$.

Câu 49. Chọn thêm hai chữ số từ $\{0; 1; 2; 6; 8\}$ có C_5^2 cách. Hai chữ số vừa chọn cùng với M và N có 4! cách xếp thứ tự. Ứng với mỗi cách ấy trong M có 3! cách xếp vị trí cho 3; 4; 5, trong N có 2! cách xếp vị trí cho 7; 9.

Do đó có tất cả $C_5^2 \cdot 4! \cdot 3! \cdot 2!$ số (kể cả số 0 đứng đầu).

ii) Xét riêng trường hợp số 0 đứng đầu. Ta chọn thêm một chữ số từ $\{1; 2; 6; 8\}$ có C_4^1 cách. Chữ số vừa chọn cùng với M và N có 3! cách xếp thứ tự. Ứng với mỗi cách ấy trong M có 3! cách xếp vị trí cho 3; 4; 5, trong N có 2! cách xếp vị trí cho 7; 9.

Do đó có $C_4^1 \cdot 3! \cdot 3! \cdot 2!$ số có số 0 đứng đầu.

Vậy số các số thỏa đề bài là: $C_5^2 \cdot 4! \cdot 3! \cdot 2! - C_4^1 \cdot 3! \cdot 3! \cdot 2! = 2592$.

Câu 50. Chọn A.

Gọi số đó là $A = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$.

i) Số cách chọn chữ số a_1 có 5 cách chọn vì $a_1 \neq 0$.

ii) Số cách chọn thứ tự cho $a_2; a_3; a_4; a_5; a_6$ trong tập $A \setminus \{a_1\}$ có A_5^5 cách.

Trong $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$ có 5 vị trí để chữ số 0 và 5 đứng cạnh nhau trong đó vị trí đầu bên trái chỉ có một khả năng là $\overline{50 a_3 a_4 a_5 a_6}$, các vị trí còn lại có thể hoán vị 0 và 5 cho nhau. Do đó có tất cả 9 cách.

Sau khi chọn được vị trí để hai chữ số 0 và 5 đứng cạnh nhau, ta chọn một số hoán vị của các chữ số còn lại, tức là có 4! cách.

Vậy có: $5 \cdot A_5^5 - 9 \cdot 4! = 384$ số các số A .

Câu 51. Chọn thứ tự hai chữ số từ tập $\{3; 4; 5; 6; 7\} \setminus \{a_6\}$ để xếp vào hai vị trí còn lại có A_4^2 cách.

Do đó trường hợp này có $2 \cdot 16 \cdot A_4^2 = 384$ số các số A .

Vậy có: $120 + 120 + 384 = 624$ số các số A .

Câu 52. Chọn B.

*) Số các số tự nhiên có bảy chữ số khác nhau lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 là: 7!.

*) Xét trường hợp ba chữ số chẵn đứng cạnh nhau:

+) Xếp 3 chữ số chẵn thành 1 hàng ngang, ta được một dãy số α : có 3! cách xếp.

+) Xếp dãy số α cùng với 4 chữ số lẻ thành hàng ngang ta được một số tự nhiên có 7 chữ số khác nhau: có $5!$ cách xếp.

→ có $3!.5!$ số.

Vậy số các số tự nhiên theo đề bài là: $7! - 3!.5! = 4320$ số.

Câu 53. Chọn 3 chữ số chẵn từ 4 chữ số chẵn thành 1 hàng ngang, ta được một dãy số α : có A_4^3 cách xếp.

+) Xếp dãy số α cùng với 4 chữ số lẻ và 1 chữ số chẵn còn lại thành hàng ngang ta được một số tự nhiên có 8 chữ số khác nhau: có $6!$ cách xếp.

→ có $A_4^3.6!$ số thỏa mãn ba chữ số chẵn đứng cạnh nhau, trong đó trường hợp 4 chữ số chẵn đứng cạnh nhau tính hai lần.

*) Xét trường hợp bốn chữ số chẵn đứng cạnh nhau:

+) Xếp 4 chữ số chẵn thành 1 hàng ngang, ta được một dãy số β : có $4!$ cách xếp.

+) Xếp dãy số β cùng với 4 chữ số lẻ thành hàng ngang ta được một số tự nhiên có 8 chữ số khác nhau: có $5!$ cách xếp.

→ có $4!.5!$ số thỏa mãn bốn chữ số chẵn đứng cạnh nhau.

Vậy số các số tự nhiên theo đề bài là: $8! - A_4^3.6! + 4!.5! = 25920$ số.

Câu 54. Chọn A.

Chỉ xảy ra các trường hợp sau:

Trường hợp 1: 1 chữ số 0 và 9 chữ số 5:

+) Xếp 9 chữ số 5 thành hàng ngang: có 1 cách xếp.

Khi đó, ta có 9 vị trí có thể xếp số 0, đó là 8 khoảng trống giữa các số 5 và một vị trí ở cuối hàng (vì chữ số 0 không thể đứng đầu).

+) Xếp số 0 vào một trong 9 vị trí nói trên: có C_9^1 cách xếp.

Suy ra trường hợp 1 có C_9^1 cách xếp.

Trường hợp 2: 2 chữ số 0 và 8 chữ số 5:

+) Xếp 8 chữ số 5 thành hàng ngang: có 1 cách xếp.

Khi đó, ta có 8 vị trí có thể xếp hai số 0, đó là 7 khoảng trống giữa các số 5 và một vị trí ở cuối hàng.

+) Xếp số 0 vào hai trong 8 vị trí nói trên: có C_8^2 cách xếp.

Suy ra trường hợp 2 có C_8^2 cách xếp.

Trường hợp 3: 3 chữ số 0 và 7 chữ số 5:

+) Xếp 7 chữ số 5 thành hàng ngang: có 1 cách xếp.

Khi đó, ta có 7 vị trí có thể xếp ba số 0, đó là 6 khoảng trống giữa các số 5 và một vị trí ở cuối hàng.

+) Xếp số 0 vào ba trong 7 vị trí nói trên: có C_7^3 cách xếp.

Suy ra trường hợp 3 có C_7^3 cách xếp.

Trường hợp 4: 4 chữ số 0 và 6 chữ số 5:

+) Xếp 6 chữ số 5 thành hàng ngang: có 1 cách xếp.

Khi đó, ta có 6 vị trí có thể xếp bốn số 0, đó là 5 khoảng trống giữa các số 5 và một vị trí ở cuối hàng.

+) Xếp số 0 vào bốn trong 6 vị trí nói trên: có C_6^4 cách xếp.

Suy ra trường hợp 4 có C_6^4 cách xếp.

Trường hợp 5: 5 chữ số 0 và 5 chữ số 4:

+) Xếp 5 chữ số 5 thành hàng ngang: có 1 cách xếp.

Khi đó, ta có 5 vị trí có thể xếp năm số 0, đó là 4 khoảng trống giữa các số 5 và một vị trí ở cuối hàng.

+) Xếp số 0 vào năm trong 5 vị trí nói trên: có C_5^5 cách xếp.

Suy ra trường hợp 5 có C_5^5 cách xếp.

Vậy có $C_9^1 + C_8^2 + C_7^3 + C_6^4 + C_5^5 = 88$ số.

Câu 55. Chọn 3 chữ số từ tập X và xếp theo thứ tự thành hàng ngang: có A_8^3 cách xếp.

Khi đó, ta có 4 vị trí có thể xếp số 1, đó là 2 khoảng trống giữa 3 chữ số trên và hai đầu.

+) Xếp số 1 vào ba trong 4 vị trí nói trên: có C_4^3 cách xếp.

Suy ra trường hợp 2 có $A_8^3 \cdot C_4^3$ cách xếp.

Vậy có $A_8^5 \cdot C_6^1 + A_8^4 \cdot C_5^2 + A_8^3 \cdot C_4^3 = 58464$ số.

Câu 56. Chọn A.

+ Số cách lập dãy số có sáu chữ số khác nhau là $n(\Omega) = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 151200$.

+ Số cách lập dãy số có sáu chữ số khác nhau mà các chữ số 1, 2 đứng cạnh nhau và các chữ số 3, 4 đứng cạnh nhau là $n(A) = 2! \cdot 2! \cdot C_6^2 \cdot 4! = 1440$.

+ Số cách lập dãy số có sáu chữ số khác nhau mà các chữ số 1, 2 đứng cạnh nhau là $n(B) = 2! \cdot C_8^4 \cdot 5! = 16800$.

+ Số cách lập dãy số có sáu chữ số khác nhau mà các chữ số 3, 4 đứng cạnh nhau là $n(C) = 2! \cdot C_8^4 \cdot 5! = 16800$.

Vậy xác suất để rút được một thẻ có sáu chữ số khác nhau mà các chữ số 1, 2 không đứng cạnh nhau và các chữ số 3, 4 không đứng cạnh nhau là

$$P = \frac{n(\Omega) - n(B) - n(C) + n(A)}{n(\Omega)} = \frac{248}{315}.$$

Câu 57. Chọn và sắp xếp 3 chữ số khác nhau và khác các chữ số 1, 2, 3 thành dãy nằm ngang có A_7^3 cách.

Bước 2: Xếp ba chữ số 1, 2, 3 vào ba trong bốn chỗ trống gồm hai đầu và kẽ dãy số tạo ra ở bước 1 có A_4^3 cách.

Nên có $A_7^3 \cdot A_4^3 = 5040$ cách tạo dãy số thỏa mãn yêu cầu.

+ Vậy xác suất cần tính là $P = \frac{1}{30}$.

Câu 58. Chọn B.

+) 1; 2; 3; 4; 5 xếp coi là 5 vách ngăn $\Rightarrow$ 1 cách.

+) Xếp 6 trước 5 $\Rightarrow$ 5 cách, khi đó tạo 7 khoảng trống.

+) Lần lượt xếp các số 7; 8; 9 số cách tương ứng là: 7; 8 và 9 cách.

+) Xếp số 0 có 9 cách.

Đáp số: $5 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 9 = 22680$ số.

Loại 4: Liên quan đến lớn hơn, nhỏ hơn.

Câu 59. Chọn A.

- + Trường hợp 1: $a = b = c < d$ thì có $8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 36$ số thỏa mãn.
 - + Trường hợp 2: $a = b < c < d$ thì có $C_8^2 + C_7^2 + \dots + C_2^2 = 84$ số thỏa mãn.
 - + Trường hợp 3: $a < b = c < d$ thì có $1.7 + 2.6 + 3.5 + 4.4 + 5.3 + 6.2 + 7.1 = 84$ số thỏa mãn.
 - + Trường hợp 4: $a < b < c < d$ thì có $C_9^4 = 126$ số thỏa mãn.
- Vậy có 330 số thỏa mãn.

Câu 60. Chọn A.

- + Trường hợp 1: $a = b = c > d$ thì có $9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 45$ số thỏa mãn.
 - + Trường hợp 2: $a = b > c > d$ thì có $C_9^2 + C_8^2 + C_7^2 + \dots + C_2^2 = 120$ số thỏa mãn.
 - + Trường hợp 3: $a > b = c > d$ thì có $1.8 + 2.7 + 3.6 + 4.5 + 5.4 + 6.3 + 7.2 + 8.1 = 120$ số thỏa mãn.
 - + Trường hợp 4: $a > b > c > d$ thì có $C_{10}^4 = 210$ số thỏa mãn.
- Vậy có 495 số thỏa mãn.

Câu 61. Chọn B.

Gọi số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được lấy từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 là $\overline{abcd}$.

Số $\overline{abcd}$ nhỏ hơn 3507 ta có 3 trường hợp:

TH1: Số có dạng $\overline{350d}$ thì $d \in \{1; 2; 4; 6\}$ nên có 4 số: 3501, 3502, 3504, 3506.

TH2: Số có dạng $\overline{3bcd}$ thì $b \in \{0; 1; 2; 4\}$ nên có $4.6.5 = 120$ số.

TH3: Số có dạng $\overline{abcd}$ với $a \in \{1; 2\}$ thì có $2.7.6.5 = 420$ số.

Vậy có $4 + 120 + 420 = 544$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 62. Chọn A.

Gọi số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được lấy từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 là $\overline{abcd}$.

Số $\overline{abcd}$ lớn hơn 1305 ta có 4 trường hợp:

TH1: Số có dạng $\overline{130d}$ thì có 2 số: 1306, 1307.

TH2: Số có dạng $\overline{13cd}$ với $c \in \{2; 4; 5; 6; 7\}$ thì có $5.5 = 25$ số.

TH3: Số có dạng $\overline{1bcd}$ với $b \in \{4; 5; 6; 7\}$ thì có $4.6.5 = 120$ số.

TH4: Số có dạng $\overline{abcd}$ với $a \in \{2; 3; 4; 5; 6; 7\}$ thì có $6.7.6.5 = 1260$ số.

Vậy có $2 + 25 + 120 + 1260 = 1407$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 63. Chọn C.

Gọi số lẻ có 4 chữ số đôi một khác nhau lấy từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 là $\overline{abcd}$.

Vì $\overline{abcd}$ là số lẻ nên $d \in \{1; 3; 5\}$, $a \neq 0$. Do đó có $3.4.4.3 = 144$ số.

Trong 144 số trên thì số nhỏ hơn 2018 phải có dạng $\overline{201d}$ hoặc $\overline{1bcd}$

TH1: Số có dạng $\overline{201d}$ thì có 2 số: 2013, 2015.

TH2: Số có dạng $\overline{1bcd}$ thì $d \in \{3; 5\}$ nên có $2.4.3 = 24$ số.

Khi đó có $2 + 24 = 26$ số lẻ có các chữ số khác nhau nhỏ hơn 2018.

Từ đó suy ra xác suất cần tìm là $\frac{26}{144} = \frac{13}{72}$.

Câu 64. Chọn D.

Gọi số chẵn có 4 chữ số đôi một khác nhau lấy từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 là $\overline{abcd}$.

Vì $\overline{abcd}$ là số chẵn nên $d \in \{0; 2; 4\}$

TH1: $d = 0$ thì $a \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$ nên có $5.4.3 = 60$ số.

TH2: $d \in \{2; 4\}$ thì $a \in \{1; 2; 3; 4; 5\} \setminus \{d\}$ nên có $2.4.4.3 = 96$ số.

Do đó có $60 + 96 = 156$ số.

Trong 156 số trên thì số lớn hơn 2019 phải có dạng sau:

TH1: Số có dạng $\overline{20c4}$ thì $c \in \{3; 5\}$ nên có 2 số: 2034, 2054.

TH2: Số có dạng $\overline{2bc0}$ với $b \in \{1; 3; 4; 5\}$ thì có $4.3 = 12$ số.

TH3: Số có dạng $\overline{2bc4}$ với $b \in \{1; 3; 5\}$ thì có $3.3 = 9$ số.

TH4: Số có dạng $\overline{4bcd}$ thì $d \in \{0; 2\}$ nên có $2.4.3 = 24$ số.

TH5: Số có dạng $\overline{abcd}$ với $a \in \{3; 5\}$, $d \in \{0; 2; 4\}$ thì có $2.3.4.3 = 72$ số.

Khi đó có $2 + 12 + 9 + 24 + 72 = 119$ số chẵn có các chữ số khác nhau nhỏ hơn 2019.

Từ đó suy ra xác suất cần tìm là $\frac{119}{156}$.

Câu 65. Chọn A.

$n(M) = 9.A_9^5$ (số có sáu chữ số đôi một khác nhau thì a_1 có 9 cách chọn, $\overline{a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$ là chỉnh hợp chập 5 của 9 phần tử nên có A_9^5).

Gọi A là biến cố “chọn ra được một số tự nhiên chẵn từ tập M đồng thời thỏa mãn $a_1 > a_2 > a_3 > a_4 > a_5 > a_6$ ”. Ta có các trường hợp sau:

TH1: $a_6 = 0$ thì $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5}$ có C_9^5 cách chọn.

TH2: $a_6 = 2$ thì $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5}$ có C_7^5 cách chọn.

TH3: $a_6 = 4$ thì $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5}$ có C_5^5 cách chọn.

$$\Rightarrow n(A) = C_9^5 + C_7^5 + C_5^5 = 148.$$

$$\text{Do đó } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{148}{9.A_9^5} = \frac{37}{34020}.$$

Câu 66. Chọn B.

$n(M) = 9.A_9^5$ (số có sáu chữ số đôi một khác nhau thì a_1 có 9 cách chọn, $\overline{a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$ là chỉnh hợp chập 5 của 9 phần tử nên có A_9^5).

Gọi A là biến cố “chọn ra được một số tự nhiên lẻ từ tập M đồng thời thỏa mãn $a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5 < a_6$ ”.

Trước hết ta thấy số được chọn không chứa chữ số 0 và $a_6 \geq 6$ do đó ta có các trường hợp sau:

TH1: $a_6 = 7$ thì $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5}$ có C_6^5 cách chọn.

TH2: $a_6 = 9$ thì $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5}$ có C_8^5 cách chọn.

$$\Rightarrow n(A) = C_6^5 + C_8^5 = 62$$

$$\text{Do đó } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{62}{9.A_9^5} = \frac{31}{68040}.$$

Câu 67. Chọn C.

$$n(M) = 9.9!$$

Gọi A là biến cố “được chọn có các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 xếp theo thứ tự tăng dần từ trái qua phải nhưng các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 thì không được như vậy”.

Từ giả thiết thì bắt buộc 1, 2, 3, 4, 6 phải đứng trước 5.

Cách 1: Đếm theo việc xét các trường hợp cho chữ số 5 thì

Với $a_{10} = 5 \Rightarrow$ có 9 vị trí cho 6 và bộ (1, 2, 3, 4) có C_8^4 cách; bốn chữ số còn lại là 0, 7, 8, 9 có 4! cách xếp nên có $9.C_8^4.4!$ tính cả $a_1 = 0$. Khi $a_1 = 0$ thì có $8.C_7^4.3!$ nên trong trường hợp này có $9.C_8^4.4! - 8.C_7^4.3!$ số.

$$\text{Với } a_9 = 5 \Rightarrow 8.C_7^4.4! - 7.C_6^4.3!$$

$$\text{Với } a_8 = 5 \Rightarrow 7.C_6^4.4! - 6.C_5^4.3!$$

$$\text{Với } a_7 = 5 \Rightarrow 6.C_5^4.4! - 5.C_4^4.3!$$

$$\text{Với } a_6 = 5 \Rightarrow 5.C_4^4.4!$$

$$\text{Do } n(A) = 22680 \text{ suy ra } P(A) = \frac{22680}{9.9!} = \frac{1}{144}.$$

Cách 2: Đếm loại trừ

Đếm tất cả các số thỏa mãn điều kiện 1, 2, 3, 4, 5 theo đúng thứ tự (ở đây số 6 có thể theo thứ tự hoặc không), ta có:

$$\text{- Kể cả } a_1 = 0 \text{ hay } a_1 \neq 0 \text{ thì có } C_{10}^5.P_5 = 30240.$$

$$\text{- Riêng } a_1 = 0 \text{ thì có } 1.C_9^5.P_4 = 3024.$$

$$\Rightarrow \text{có } 30240 - 3024 = 27216 \text{ số mà 1, 2, 3, 4, 5 theo thứ tự.}$$

Đếm tất cả các số thỏa mãn điều kiện 1, 2, 3, 4, 5, 6 xếp theo thứ tự.

$$\Rightarrow \text{có } C_{10}^6.P_4 - 1.C_9^6.P_3 = 4536 \text{ số mà 1, 2, 3, 4, 5, 6 xếp theo thứ tự.}$$

$$\text{Vậy } n(A) = 27216 - 4536 = 22680 \Rightarrow P(A) = \frac{22680}{9.9!} = \frac{1}{144}.$$

Cách 3: Đếm các chữ số còn lại.

Có 9 cách xếp vị trí cho chữ số 0.

Có A_9^3 cách xếp vị trí cho 3 chữ số 7, 8, 9.

Còn lại 6 vị trí để xếp các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6: khi đó chữ số 5 xếp cuối cùng, nên ta có 5 cách xếp vị trí cho chữ số 6, và 1 cách xếp các chữ số 1, 2, 3, 4.

$$\text{Vậy } n(A) = 9.A_9^3.5 = 22680 \Rightarrow P(A) = \frac{22680}{9.9!} = \frac{1}{144}.$$

Cách 4: Đếm tổng thể rồi xem có bao nhiêu bị loại đi.

Có cả thảy $9.P_9$ số có 10 chữ số đôi một khác nhau. Các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 tạo ra 6! hoán vị và trong tất cả các hoán vị đó chỉ có đúng 5 hoán vị là tạo ra được số mà 1, 2, 3, 4 và 6

$$\text{đứng trước 5 thỏa mãn yêu cầu nên } n(A) = 5. \frac{9P_9}{6!} = 22680 \Rightarrow P(A) = \frac{22680}{9.9!} = \frac{1}{144}.$$

Câu 68. Chọn B.

+) 1; 2; 3; 4; 5 xếp coi là 5 vách ngăn $\Rightarrow$ 1 cách.

+) Xếp 6 trước 5 $\Rightarrow$ 5 cách, khi đó tạo 7 khoảng trống.

+) Lần lượt xếp các số 7; 8; 9 số cách tương ứng là: 7; 8 và 9 cách.

+) Xếp số 0 có 9 cách.

Đáp số: $5.7.8.9.9 = 22680$ số.

Câu 69. Chọn A.

Từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5$ lập ra được $5.A_5^3 = 300$ số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau. Suy ra $n(\Omega) = C_{300}^2 = 44850$.

Số các số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5$ nhỏ hơn hoặc bằng 2015 là $1.A_5^3 + 1.1.1.3 = 63$.

Gọi A là biến cố “trong hai số được chọn có ít nhất một số lớn hơn 2015” thì $n(\bar{A}) = C_{63}^2 = 1953$.

Do đó $n(A) = n(\Omega) - n(\bar{A}) = 44850 - 1953 = 42897$.

Vậy $P(A) = \frac{42897}{44850} = \frac{14299}{14950}$.

Câu 70. Chọn B.

Từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ lập ra được $8.A_8^3 = 2688$ số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau. Suy ra $n(\Omega) = C_{2688}^2 = 3611328$.

Số các số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ nhỏ hơn hoặc bằng 2018 là $1.A_8^3 + 1.1.1.6 = 342$.

Gọi A là biến cố “trong hai số được chọn có ít nhất một số lớn hơn 2018” thì $n(\bar{A}) = C_{342}^2 = 58311$.

Do đó $n(A) = n(\Omega) - n(\bar{A}) = 3611328 - 58311 = 3553017$.

Vậy $P(A) = \frac{3553017}{3611328} \approx 0,98385$.

Câu 71. Chọn C.

Từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ lập ra được $8.A_8^3 = 2688$ số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau. Suy ra $n(\Omega) = C_{2688}^2 = 3611328$.

Số các số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ là $4.7.A_7^2 = 1176$.

Số các số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ nhỏ hơn 2018 là $1.3.A_7^2 + 1.1.1.3 = 129$.

Gọi A là biến cố “trong hai số được chọn có ít nhất một số bé hơn 2018 và cả hai số đều là số lẻ” thì $n(A) = C_{129}^2 + 129.(1176 - 129) = 143319$.

Vậy $P(A) = \frac{143319}{3611328} \approx 0,03969$.

Câu 72. Chọn B.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{10}^3$.

Đặt $T = \{(a_1; a_2; a_3) | a_1, a_2, a_3 \in A; a_1 < a_2 < a_3; a_2 - a_1 \geq 2, a_3 - a_2 \geq 2\}$

Với mỗi bộ (a_1, a_2, a_3) , xét tương ứng với bộ (b_1, b_2, b_3) cho bởi $b_1 = a_1; b_2 = a_2 - 1; b_3 = a_3 - 2$

Lúc này ta có: $0 \leq b_1 < b_2 < b_3 \leq 7$ và tương ứng này là tương ứng 1-1 do:

+) Với mỗi bộ (a_1, a_2, a_3) cho tương ứng với một bộ (b_1, b_2, b_3) bởi công thức

$$b_1 = a_1; b_2 = a_2 - 1; b_3 = a_3 - 2.$$

+) Ngược lại, với mỗi bộ (b_1, b_2, b_3) cho tương ứng với một bộ (a_1, a_2, a_3) bởi công thức

$$a_1 = b_1, a_2 = b_2 + 1, a_3 = b_3 + 2$$

Đặt $B = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Tập các bộ (b_1, b_2, b_3) là các tập con có 3 phần tử của B .

Vậy số tập con (a_1, a_2, a_3) cần tìm là: $C_8^3 = 56$.

Vậy xác suất để chọn được bộ ba số thỏa mãn yêu cầu bài toán là $P = \frac{C_8^3}{C_{10}^3} = \frac{7}{15}$.

Câu 73. Chọn B.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{10}^4$.

Đặt $T = \{(a_1; a_2; a_3; a_4) | a_1, a_2, a_3, a_4 \in A; a_1 < a_2 < a_3 < a_4; a_2 - a_1 \geq 2; a_3 - a_2 \geq 2; a_4 - a_3 \geq 2\}$

Với mỗi bộ $(a_1; a_2; a_3; a_4)$, xét tương ứng với bộ $(b_1; b_2; b_3; b_4)$ cho bởi

$$b_1 = a_1; b_2 = a_2 - 1; b_3 = a_3 - 2; b_4 = a_4 - 3.$$

Lúc này ta có: $0 \leq b_1 < b_2 < b_3 < b_4 \leq 6$ và tương ứng này là tương ứng 1-1 do:

+) Với mỗi bộ $(a_1; a_2; a_3; a_4)$ cho tương ứng với một bộ $(b_1; b_2; b_3; b_4)$ bởi công thức

$$b_1 = a_1; b_2 = a_2 - 1; b_3 = a_3 - 2; b_4 = a_4 - 3.$$

+) Ngược lại, với mỗi bộ $(b_1; b_2; b_3; b_4)$ cho tương ứng với một bộ $(a_1; a_2; a_3; a_4)$ bởi công thức

$$a_1 = b_1; a_2 = b_2 + 1; a_3 = b_3 + 2; a_4 = b_4 + 3$$

Đặt $B = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Tập các bộ $(b_1; b_2; b_3; b_4)$ là các tập con có 4 phần tử của B .

Vậy số tập con $(a_1; a_2; a_3; a_4)$ cần tìm là: C_7^4 .

Vậy xác suất để chọn được bộ ba số thỏa mãn yêu cầu bài toán là $P = \frac{C_7^4}{C_{10}^4} = \frac{1}{6}$.

DẠNG 2: CÁC BÀI TOÁN ĐẾM SỐ PHƯƠNG ÁN TÍNH XÁC SUẤT LIÊN QUAN ĐẾN NGƯỜI HOẶC ĐỒ VẬT

Câu 74. Chọn B.

Để một học sinh nhận được 2 quyển sách thể loại khác nhau, ta chia phần thưởng thành ba loại:

Toán + Lý; Toán + Hóa; Lý + Hóa.

Gọi x, y, z ($x, y, z \in \mathbb{N}$) lần lượt là số học sinh nhận được bộ phần thưởng Toán + Lý; Toán + Hóa; Lý + Hóa. Khi đó, ta có hệ sau:

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ x + z = 6 \\ y + z = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \\ z = 2 \end{cases}$$

Số cách phát thưởng ngẫu nhiên cho 9 học sinh: $C_9^4 \cdot C_5^3 \cdot 1$

Vậy số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_9^4 \cdot C_5^3$.

Gọi S là biến cố “hai học sinh A và B có phần thưởng giống nhau”

TH1 : A và B cùng nhận bộ Toán+Lý có $C_7^2.C_5^3$ cách phát

TH2: A và B cùng nhận bộ Toán+Hóa có $C_7^1.C_6^4$ cách phát.

TH3 : A và B cùng nhận bộ Lý-Hóa có C_7^4 cách phát.

$$\Rightarrow n(S) = C_7^2.C_5^3 + C_7^1.C_6^4 + C_7^4.$$

$$\text{Vậy xác suất của biến cố } S \text{ là: } P(S) = \frac{C_7^2.C_5^3 + C_7^1.C_6^4 + C_7^4}{C_9^4.C_5^3} = \frac{5}{18}.$$

Câu 75. Chọn ngẫu nhiên hai loại sách (trong số 7 quyển sách tham khảo Toán giống nhau, 7 quyển sách tham khảo Hóa giống nhau, 8 quyển sách tham khảo Lý giống nhau) chia đều cho 11 học sinh”.

$$\text{Số phần tử của không gian mẫu là: } n(\Omega) = C_{11}^4.C_7^3.C_4^4 = 11550$$

Gọi A là biến cố: “ An và Việt có phần thưởng giống nhau”.

TH1: Phần thưởng cùng là Toán+Lí: có $C_9^2.C_7^3.C_4^4$

TH2: Phần thưởng cùng là Toán+Hóa: có $C_9^1.C_8^4.C_4^4$

TH3: Phần thưởng cùng là Hóa+Lí: có $C_9^2.C_7^3.C_4^4$

$$n(A) = C_9^2.C_7^3.C_4^4 + C_9^1.C_8^4.C_4^4 + C_9^2.C_7^3.C_4^4 = 3150$$

$$\text{Xác suất của biến cố } A \text{ là: } P(A) = \frac{3}{11}.$$

$$\text{Xác suất để An và Việt có phần thưởng khác nhau là: } P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{3}{11} = \frac{8}{11}.$$

Câu 76. Chọn C.

Nhóm thứ nhất có 2 nữ và 2 nam, có $C_4^2.C_8^2$ cách.

Nhóm thứ hai có 1 nữ và 3 nam, có $C_2^1.C_6^3$ cách.

Nhóm thứ ba có một cách chọn.

$$\text{Vậy } n(\Omega) = C_4^2.C_8^2.C_2^1.C_6^3 = 6720$$

Gọi A : “Hoa và Nam cùng một nhóm”.

Trường hợp 1: Hoa và Nam cùng với 1 bạn nam và 1 bạn nữ thành 1 nhóm:

+ Có $C_7^1.C_3^1$ cách.

+ Nhóm thứ hai có $C_6^3.C_2^1$ cách.

$$\text{Suy ra trường hợp 1 có } C_7^1.C_3^1.C_6^3.C_2^1 = 840 \text{ cách.}$$

Trường hợp 2: Hoa và Nam cùng với 2 bạn nam lập thành một nhóm.

+ Có C_7^2 cách.

+ Nhóm thứ hai có $C_5^2.C_3^2$ cách.

$$\text{Suy ra trường hợp 1 có } C_7^2.C_5^2.C_3^2 = 630 \text{ cách.}$$

$$\text{Do đó } n(A) = 840 + 630 = 1470$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{7}{32}.$$

Câu 77. Chọn B.

$$\text{Số phần tử của không gian mẫu là } n(\Omega) = C_{20}^3.$$

Bây giờ, ta sẽ tính số cách chọn mà có 1 cặp vợ chồng trong đó.
 Có 4 cách chọn một cặp vợ chồng từ 4 cặp vợ chồng.
 Có 18 cách chọn người thứ ba trong 18 người còn lại.
 Suy ra có $4 \cdot 18 = 72$ cách chọn mà có 1 cặp vợ chồng.

Vậy xác suất để trong 3 người được chọn không có cặp vợ chồng nào là $P = \frac{C_{20}^3 - 72}{C_{20}^3} = \frac{89}{95}$

Câu 78. Chọn B.

Số phần tử của không gian mẫu C_{14}^6
 Trường hợp 1: Tổ chỉ có B mà không có A
 Số cách chọn 5 thành viên còn lại: C_{12}^5
 Số cách chọn 1 tổ trưởng là 6 cách.
 Vậy có $6 \cdot C_{12}^5$
 Trường hợp 2: Tương tự có $6 \cdot C_{12}^5$
 Vậy có tất cả: $2 \cdot 6 \cdot C_{12}^5 = 9504$

Câu 79. Chọn A.

Gọi x là số điểm bạn đó đạt được ($0 \leq x \leq 10$) ($x \in \mathbb{N}$)
 $\Rightarrow$ Bạn đó trả lời đúng x câu và trả lời sai $10 - x$ câu.

+) Xác suất mỗi câu bạn đó đúng là: $\frac{1}{3}$; sai là $\frac{2}{3}$.

+) Có C_{10}^x cách chọn ra x câu đúng. Do đó xác suất được x điểm là:

$$P(x) = C_{10}^x \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{10-x} = \frac{10!}{3^{10}} \cdot \frac{2^{10-x}}{x!(10-x)!}$$

Do $P(x)$ là lớn nhất nên $\begin{cases} P(x) \geq P(x+1) \\ P(x) \geq P(x-1) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{10!}{3^{10}} \cdot \frac{2^{10-x}}{x!(10-x)!} \geq \frac{10!}{3^{10}} \cdot \frac{2^{9-x}}{(x+1)!(9-x)!} \\ \frac{10!}{3^{10}} \cdot \frac{2^{10-x}}{x!(10-x)!} \geq \frac{10!}{3^{10}} \cdot \frac{2^{11-x}}{(x-1)!(11-x)!} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+1}{10-x} \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2(x+1) \geq 10-x \Leftrightarrow x \geq \frac{8}{3} \\ \frac{x}{11-x} \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x \leq 11-x \Leftrightarrow x \leq \frac{11}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \frac{8}{3} \leq x \leq \frac{11}{3}. \text{ Mà } x \in \mathbb{N} \text{ nên } x = 3$$

Vậy, xác suất bạn đó đạt 3 điểm là lớn nhất.

Câu 80. Chọn A.

Gọi x là số câu trả lời đúng, suy ra $50 - x$ là số câu trả lời sai.

Ta có số điểm của Hoa là $0,2x - 0,1(50 - x) = 4 \Leftrightarrow x = 30$.

Do đó bạn Hoa trả lời đúng 30 câu và sai 20 câu.

Không gian mẫu là số phương án trả lời 50 câu hỏi mà bạn Hoa chọn ngẫu nhiên. Mỗi câu có 4 phương án trả lời nên có 4^{50} khả năng.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 4^{50}$.

Gọi X là biến cố "Bạn Hoa trả lời đúng 30 câu và sai 20 câu". Vì mỗi câu đúng có 1 phương án trả lời, mỗi câu sai có 3 phương án trả lời. Vì vậy có $C_{50}^{30} \cdot (3)^{20}$ khả năng thuận lợi cho biến cố X .

Suy ra số phần tử của biến cố X là $|\Omega_X| = C_{50}^{30} \cdot (3)^{20}$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \frac{|\Omega_X|}{|\Omega|} = \frac{C_{50}^{30} \cdot (3)^{20}}{4^{50}}$.

Câu 81. Chọn A.

Không gian mẫu là số phương án trả lời của bài thi.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 4^{10}$.

Gọi A là biến cố "Học sinh làm bài thi được ít nhất 8 câu hỏi" nên ta có các trường hợp sau đây thuận lợi cho biến cố A .

- Học sinh làm được 8 câu hỏi, tức là làm đúng 8 câu và sai 2 câu. Mỗi câu đúng có 1 phương án trả lời, mỗi câu sai có 3 phương án trả lời.

Trường hợp này có $C_{10}^8 \cdot (3)^2$ khả năng thuận lợi cho biến cố.

- Học sinh làm được 9 câu hỏi, tức là làm đúng 9 câu và sai 1 câu.

Trường hợp này có $C_{10}^9 \cdot 3$ khả năng thuận lợi cho biến cố.

- Học sinh làm được 10 câu hỏi, tức là làm đúng hết 10 (không sai câu nào).

Trường hợp này có C_{10}^{10} khả năng thuận lợi cho biến cố.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_{10}^8 \cdot (3)^2 + C_{10}^9 \cdot 3 + C_{10}^{10} = 436$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{436}{4^{10}} = \frac{109}{262144}$.

Câu 82. Chọn A.

Xác suất trả lời đúng 1 câu hỏi là $\frac{1}{4}$, trả lời sai là $\frac{3}{4}$. Ta có các trường hợp:

- Xác suất thí sinh A trả lời đúng 5 trên 10 câu là $C_{10}^5 \left(\frac{1}{4}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^5$;

- Xác suất thí sinh A trả lời đúng 6 trên 10 câu là $C_{10}^6 \left(\frac{1}{4}\right)^6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4$;

- Xác suất thí sinh A trả lời đúng 7 trên 10 câu là $C_{10}^7 \left(\frac{1}{4}\right)^7 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3$;

- Xác suất thí sinh A trả lời đúng 8 trên 10 câu là $C_{10}^8 \left(\frac{1}{4}\right)^8 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2$;

- Xác suất thí sinh A trả lời đúng 9 trên 10 câu là $C_{10}^9 \left(\frac{1}{4}\right)^9 \cdot \frac{3}{4}$;

- Xác suất thí sinh A trả lời đúng 10 trên 10 câu là $C_{10}^{10} \left(\frac{1}{4}\right)^{10}$.

Cộng các xác suất trên ta được xác suất cần tính $P \approx 0,078$.

Câu 83. Chọn D.

+) Gọi số câu trả lời đúng là x ($x \in \mathbb{N}, x \leq 10$) $\Rightarrow$ số câu sai là $10 - x$

$\Rightarrow$ số điểm đạt được là: $x - 0,5(10 - x) = 1,5x - 5 \geq 7 \Leftrightarrow x \geq 8$.

Xác suất đúng $\frac{1}{4}$, sai $\frac{3}{4}$.

+) Trường hợp 1: 8 câu đúng, 2 câu sai $\Rightarrow$ xác suất là $C_{10}^8 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^8 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2$.

+) Trường hợp 2: 9 câu đúng, 1 câu sai $\Rightarrow$ xác suất là $C_{10}^9 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^9 \cdot \frac{3}{4}$.

+) Trường hợp 3: 10 câu đúng $\Rightarrow$ xác suất là $\left(\frac{1}{4}\right)^{10}$.

Vậy xác suất cần tính là : $C_{10}^8 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^8 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 + C_{10}^9 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^9 \cdot \frac{3}{4} + \left(\frac{1}{4}\right)^{10} = \frac{109}{262144}$.

Câu 84. Chọn 5 người trong đó có ít nhất 3 người biết cả tiếng Anh và tiếng Pháp”, suy ra

$$|\Omega_A| = C_7^3 \cdot C_9^2 + C_7^4 \cdot C_9^1 + C_7^5 = 1596.$$

Xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{1596}{4368} = \frac{19}{52}$.

Câu 85. Chọn A.

Gọi x là số học sinh giỏi cả Toán và Văn. Khi đó

Số học sinh giỏi ít nhất một môn Toán hoặc Văn là: $18 + 12 - x = 30 - x$.

Số học sinh chỉ giỏi Văn hoặc Toán là: $30 - x - x = 30 - 2x$.

Số học sinh trong lớp là: $30 - x + 10 = 40 - x$.

Số cách chọn ra 2 học sinh giỏi Toán hoặc Văn là: C_{30-x}^2 .

Số cách chọn ra 2 học sinh có đúng một em giỏi Toán và Văn là: $C_x^1 \cdot C_{30-2x}^1$.

Theo giả thiết ta có: $\frac{C_x^1 \cdot C_{30-2x}^1}{C_{30-x}^2} = \frac{9}{23} \Leftrightarrow x = 6$.

Vậy, số học sinh trong lớp 11A là: $40 - 6 = 34$.

Câu 86. Chọn D.

Ta có:

Gọi x, y, z lần lượt là số thí sinh nhận phần thưởng là sách Toán – Vật lí, Toán – Hóa học, Vật lí – Hóa học.

$$\text{Từ giả thiết ta có: } \begin{cases} x + y = 7 \\ x + z = 6 \\ y + z = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \\ z = 2 \end{cases}$$

Do đó, số thí sinh nhận được phần thưởng là : $4 + 3 + 2 = 9$.

Xét phép thử: “Trao phần thưởng cho 9 học sinh”, suy ra $|\Omega| = C_9^4 \cdot C_5^3 \cdot C_2^2 = 1260$.

Xét biến cố A: “An nhận được sách Toán”.

TH1: An nhận được sách Toán – Vật lí, có $C_8^3 \cdot C_5^3 \cdot C_2^2 = 560$.

TH2: An nhận sách Toán – Hóa, có $C_8^4 \cdot C_3^2 \cdot C_2^2 = 210$.

Suy ra, $|\Omega_A| = 560 + 210 = 770$.

Xác suất cần tìm $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{770}{1260} = \frac{11}{18}$.

Câu 87. Chọn D.

Gọi số học sinh được nhận vở và bút là x .

Số học sinh nhận được vở và thước kẻ là y .

Số học sinh nhận được thước kẻ và bút là z.

$$\text{Vì có 4 quyển vở, 5 chiếc bút và 7 thước kẻ nên ta có: } \begin{cases} x + y = 4 \\ x + z = 5 \\ y + z = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \\ z = 4 \end{cases}.$$

Xét phép thử: “ Số cách phát quà của 8 học sinh”, suy ra $|\Omega| = C_8^1 \cdot C_7^3 \cdot C_4^4 = 280$.

Xét biến cố A: “Hà không nhận được bút”. Khi đó, Hà chỉ có thể được nhận vở và thước kẻ.

Suy ra, $|\Omega_A| = C_7^2 \cdot C_5^1 \cdot C_4^4 = 105$.

$$\text{Xác suất } P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{105}{280} = \frac{3}{8}.$$

Câu 88. Chọn C.

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 5 trong 10 cuốn sách rồi tặng cho 5 học sinh.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = A_{10}^5 = 30240$.

Gọi A là biến cố "Sau khi tặng sách thì mỗi một trong ba loại sách của thầy giáo còn lại ít nhất một cuốn". Để tìm số phần tử của A, ta tìm số phần tử của biến cố $\bar{A}$, tức sau khi tặng sách có môn không còn lại cuốn nào. Vì tổng số sách của hai loại bất kỳ lớn hơn 5 cuốn nên không thể chọn sao cho cùng hết 2 loại sách. Do vậy chỉ có thể một môn hết sách, ta có các khả năng:

• Cách tặng sao cho không còn sách Toán, tức là ta tặng 4 cuốn sách toán, 1 cuốn còn lại Lý hoặc Hóa

+) 4 cuốn sách Toán tặng cho 4 người trong 5 người, có A_5^4 cách.

+) 1 người còn lại được tặng 1 cuốn trong 6 cuốn (Lý và Hóa), có A_6^1 .

Suy ra có $A_5^4 \cdot A_6^1 = 720$ cách tặng sao cho không còn sách Toán.

• Tương tự, có $A_5^3 \cdot A_7^2 = 2520$ cách tặng sao cho không còn sách Lý.

• Tương tự, có $A_5^3 \cdot A_7^2 = 2520$ cách tặng sao cho không còn sách Hóa.

Suy ra số phần tử của biến cố $\bar{A}$ là $|\Omega_{\bar{A}}| = 720 + 2520 + 2520 = 5760$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = |\Omega| - |\Omega_{\bar{A}}| = 30240 - 5760 = 24480$.

$$\text{Vậy xác suất cần tính } P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{24480}{30240} = \frac{17}{21}.$$

Câu 89. Chọn 4 viên bi đỏ, 1 viên bi xanh và 1 viên bi trắng.

Do đó trường hợp này có $C_5^4 \cdot C_6^1 \cdot C_7^1$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_5^2 \cdot C_6^2 \cdot C_7^2 + C_5^4 \cdot C_6^1 \cdot C_7^1 = 3360$.

$$\text{Vậy xác suất cần tính } P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{3360}{18564} = \frac{40}{221}.$$

Câu 90. Chọn 3 sinh viên nam trong 5 sinh viên nam và chọn 2 sinh viên nữ trong 4 sinh viên nữ. Sau đó chọn 1 lớp trong 4 lớp để bố trí cho những sinh viên vừa chọn vào. Do đó có $C_5^3 \cdot C_4^2 \cdot C_4^1$ cách.

Giai đoạn thứ hai. Còn lại 4 sinh viên (2 nam và 2 nữ) được xếp vào 3 lớp học còn lại. Mỗi sinh viên có 3 cách chọn lớp học. Do đó có 3^4 cách chọn.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_5^3 \cdot C_4^2 \cdot C_4^1 \cdot 3^4$.

$$\text{Vậy xác suất cần tính } P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{C_5^3 \cdot C_4^2 \cdot C_4^1 \cdot 3^4}{4^9} = \frac{1215}{16384} \approx 0,074.$$

Câu 91. Chọn 1 trong 3 toa để không có khách bước lên, có C_3^1 cách.

+) Hai toa còn lại ta cần xếp 5 hành khách lên và mỗi toa có ít nhất 1 hành khách, có $2^5 - C_2^1 \cdot 1 = 30$.

Do đó trường hợp này có $C_3^1 \cdot 30 = 90$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố $\bar{A}$ là $|\Omega_{\bar{A}}| = 3 + 90 = 93$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = |\Omega| - |\Omega_{\bar{A}}| = 234 - 93 = 150$.

$$\text{Vậy xác suất cần tính } P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{150}{243} = \frac{50}{81}.$$

Câu 92. Chọn C.

Người khách thứ nhất có 5 cách chọn một cửa hàng để vào.

Người khách thứ hai có 5 cách chọn một cửa hàng để vào.

Người khách thứ ba có 5 cách chọn một cửa hàng để vào.

Người khách thứ tư có 5 cách chọn một cửa hàng để vào.

Người khách thứ năm có 5 cách chọn một cửa hàng để vào.

Theo quy tắc nhân có: $5^5 = 3125$ khả năng khác nhau xảy ra cho 5 người vào 5 cửa hàng. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = 3125$.

Một cửa hàng có 4 khách, một cửa hàng có 1 khách, ba cửa hàng còn lại không có khách nào.

Vậy: $C_5^1 \cdot C_5^4 \cdot C_4^1 = 100$ khả năng xảy ra.

$$\text{Vậy xác suất cần tính là: } P = \frac{100}{3125} = \frac{4}{125}.$$

Câu 93. Chọn A.

Người khách thứ nhất có 5 cách chọn một cửa hàng để vào.

Người khách thứ hai có 5 cách chọn một cửa hàng để vào.

Người khách thứ ba có 5 cách chọn một cửa hàng để vào.

Người khách thứ tư có 5 cách chọn một cửa hàng để vào.

Người khách thứ năm có 5 cách chọn một cửa hàng để vào.

Theo quy tắc nhân có: $5^5 = 3125$ khả năng khác nhau xảy ra cho 5 người vào 5 cửa hàng. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = 3125$.

TH1: Một cửa hàng có 3 khách, một cửa hàng có 2 khách, ba cửa hàng còn lại không có khách nào.

Vậy: $C_5^1 \cdot C_5^3 \cdot C_4^1 \cdot C_2^2 = 200$ khả năng xảy ra.

TH2: Một cửa hàng có 3 khách, hai cửa hàng có 1 khách, ba cửa hàng còn lại không có khách nào.

Vậy: $C_5^1 \cdot C_5^3 \cdot C_4^2 \cdot P_2 = 600$ khả năng xảy ra.

$$\text{Vậy xác suất cần tính là: } P = \frac{800}{3125} = \frac{32}{125}.$$

Câu 94. Chọn A.

$$n(\Omega) = C_7^3 = 35.$$

Gọi A là biến cố : “Cần phải bắt đến ít nhất 5 con thỏ” $\Rightarrow \bar{A} = \{TTT, NTTT, TINTT, TTNT\}$

$$\Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{4}{35} \Rightarrow P(A) = \frac{31}{35}.$$

Câu 95. Chọn một môn chung mã đề có 2 cách.

Môn có 6 mã đề do đó.

+ Xác suất chung mã đề mở mỗi môn là $\frac{1}{6}$ và khác mã đề ở mỗi môn là $\frac{5}{6}$.

$$\text{Đáp số : } P = 2 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{18}.$$

Câu 96. Chọn D.

+) Xác suất Việt thắng là 0,3; xác suất Nam thắng là 0,4

$\Rightarrow$ Xác suất hòa là 0,3.

+) Để dừng chơi sau hai ván thì:

- Ván 1 hòa $\Rightarrow$ xác suất là 0,3.

- Ván 2 không hòa (Việt thắng hoặc Nam thắng) $\Rightarrow$ xác suất là $0,3 + 0,4 = 0,7$.

Vậy xác suất cần tính: $P = 0,3 \cdot 0,7 = 0,21$.

DẠNG 3 : CÁC BÀI TOÁN ĐẾM SỐ PHƯƠNG ÁN TÍNH XÁC SUẤT LIÊN QUAN ĐẾN ĐA GIÁC

Câu 97. Chọn A.

Số tam giác có 3 đỉnh thuộc (H) là C_n^3 .

Số các tam giác có 3 đỉnh thuộc (H) và có hai cạnh là cạnh của (H) là n .

Theo giả thiết ta có $C_n^3 = 15n \Leftrightarrow n = 11$ (giá trị $n = -8$ loại).

Câu 98. Chọn B.

Số tam giác có 3 đỉnh thuộc (H) là C_n^3 . Số các tam giác có 3 đỉnh thuộc (H) và có hai cạnh là cạnh của (H) là n .

Số các tam giác có 3 đỉnh thuộc (H) và có đúng 1 cạnh là cạnh của (H) là $n(n-4)$.

Suy ra số các tam giác có ba đỉnh thuộc (H) và không có cạnh nào là cạnh của (H) là

$$C_n^3 - n - n(n-4).$$

Theo giả thiết ta có $C_n^3 - n - n(n-4) = 10n(n-4)$

Giải phương trình trên ta được $n = 65$ (giá trị $n = 4$ loại).

Câu 99. Chọn C.

Gọi Ω là không gian mẫu $\Rightarrow n(\Omega) = C_{16}^4 = 1820$.

Gọi A : ” tứ giác được chọn có bốn đỉnh là bốn đỉnh của (H) nhưng không có cạnh nào là cạnh của (H) ”.

Gọi các đỉnh của đa giác đều (H) lần lượt là: $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{16}$.

Xét tứ giác thỏa mãn yêu cầu đề bài có một đỉnh là A_1 . Khi đó A_2, A_{16} không phải là đỉnh của tứ

giác này. Ta cần chọn thêm các đỉnh A_i, A_j, A_k thỏa mãn:
$$\begin{cases} 3 \leq i \\ i+1 < j \\ j+1 < k \\ k \leq 15 \end{cases} \quad (\text{vì giữa hai đỉnh của tứ}$$

giác phải có ít nhất một đỉnh của đa giác).

Do đó bộ 3 đỉnh A_i, A_j, A_k chỉ được lấy trong 11 đỉnh nên có $C_{11}^3 = 165$ cách.

Vì đa giác (H) có 16 đỉnh và mỗi đỉnh tứ giác được đếm lặp lại 4 lần theo 4 đỉnh nên số tứ giác cần tìm là $\frac{16 \cdot 165}{4} = 660$.

$$\Rightarrow n(A) = 660.$$

$$\text{Vậy } p(A) = \frac{660}{1820} = \frac{33}{91}.$$

Câu 100. Chọn C.

Gọi Ω là không gian mẫu $\Rightarrow n(\Omega) = C_{16}^4 = 1820$.

Gọi A : "tứ giác được chọn có bốn đỉnh là bốn đỉnh của (H) nhưng không có cạnh nào là cạnh của (H) ".

Gọi các đỉnh của đa giác đều (H) lần lượt là: $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{16}$.

Xét tứ giác thỏa mãn yêu cầu đề bài có một đỉnh là A_1 . Khi đó A_2, A_{16} không phải là đỉnh của tứ

giác này. Ta cần chọn thêm các đỉnh A_i, A_j, A_k thỏa mãn:
$$\begin{cases} 3 \leq i \\ i+1 < j \\ j+1 < k \\ k \leq 15 \end{cases} \quad (\text{vì giữa hai đỉnh của tứ}$$

giác phải có ít nhất một đỉnh của đa giác).

Do đó bộ 3 đỉnh A_i, A_j, A_k chỉ được lấy trong 11 đỉnh nên có $C_{11}^3 = 165$ cách.

Vì đa giác (H) có 16 đỉnh và mỗi đỉnh tứ giác được đếm lặp lại 4 lần theo 4 đỉnh nên số tứ giác cần tìm là $\frac{16 \cdot 165}{4} = 660$.

$$\Rightarrow n(A) = 660.$$

$$\text{Vậy } p(A) = \frac{660}{1820} = \frac{33}{91}.$$

Câu 101. Chọn A.

Giả sử các đỉnh của đa giác được đánh số $A_1, A_2, \dots, A_{20}$.

Cố định đỉnh $A_1 A_2$ ta được 9 đường thẳng song song với $A_1 A_2$ gồm $A_3 A_{20}; A_4 A_{19}; \dots; A_{11} A_{12}$

Suy ra số hình thang cân nhận $A_1 A_2$ có đáy là $A_1 A_2$ hoặc song song với $A_1 A_2$ là: $C_{10}^2 - 5 = 40$

Số tất cả các hình thang là: $\frac{20 \cdot 40}{2} = 400$

$$\text{Xác suất là: } P = \frac{400}{C_{20}^4} = \frac{80}{969}$$

Câu 102. Chọn A.

Số tam giác tạo thành có 3 đỉnh là 3 đỉnh của đa giác là C_n^3 .

Số tam giác tạo thành có đúng 2 cạnh là cạnh của đa giác là n .

Số tam giác tạo thành có đúng 1 cạnh là cạnh của đa giác là $n(n-4)$.

Suy ra số tam giác tạo thành không có cạnh nào là cạnh của đa giác là $C_n^3 - n - n(n-4)$.

Theo giả thiết, ta có $C_n^3 - n - n(n-4) = 5n(n-4)$

$$\Leftrightarrow C_n^3 = 6n(n-4) + n \Leftrightarrow \frac{n!}{3!(n-3)!} = 6n(n-4) + n$$

$$\Leftrightarrow \frac{(n-2)(n-1)}{6} = 6(n-4) + 1 \Leftrightarrow n^2 - 39n + 140 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 35 \\ n = 4 \end{cases}$$

Do $n > 4$ nên ta chọn $n = 35$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 103. Chọn A.

Ω : “là tập các tam giác có các đỉnh là các đỉnh của đa giác” $\Rightarrow n(\Omega) = C_{18}^3 = 816$.

A: “chọn được một tam giác từ tập X là tam giác cân nhưng không là tam giác đều”

Tìm số tam giác cân được tạo thành:

Cố định 1 điểm là đỉnh của tam giác cân. Số cách chọn điểm đó là $C_{18}^1 = 18$.

Ứng với mỗi đỉnh vừa chọn, có 8 cặp điểm sẽ tạo với điểm đó thành 1 tam giác cân. Số cách chọn 1 cặp điểm đó là $C_8^1 = 8$.

Số các tam giác cân là: 144.

Tìm số tam giác đều được tạo thành:

Số tam giác đều được tạo thành là $\frac{18}{3} = 6$.

Vậy $n(A) = 144 - 6 = 138 \Rightarrow P(A) = \frac{23}{136}$.

Câu 104. Chọn A.

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{20}^3 = 1140$.

Đa giác đều 20 đỉnh sẽ có 10 đường chéo xuyên tâm, với mỗi đường chéo đó thì số tam giác vuông là 18 nên số tam giác vuông thỏa mãn yêu cầu bài toán là: $10 \cdot 18 = 180$.

Xác suất cần tính là: $P = \frac{180}{1140} = \frac{3}{19}$.

Câu 105. Chọn C.

Không gian mẫu là số cách chọn 3 đỉnh trong $2n$ đỉnh của đa giác.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{2n}^3$.

Gọi A là biến cố "Ba đỉnh được chọn tạo thành một tam giác vuông". Để ba đỉnh được chọn tạo thành tam giác vuông khi và chỉ khi có hai đỉnh trong ba đỉnh là hai đầu mút của một đường kính của đường tròn ngoại tiếp đa giác và đỉnh còn lại là một trong số $(2n-2)$ đỉnh còn lại

của đa giác. Đa giác có $2n$ đỉnh nên có $\frac{2n}{2} = n$ đường kính.

- Số cách chọn 1 đường kính là $C_n^1 = n$.
- Số cách chọn 1 đỉnh còn lại trong $(2n-2)$ đỉnh là $C_{2n-2}^1 = 2n-2$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = n(2n-2)$.

Do đó xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{n(2n-2)}{C_{2n}^3}$.

Theo giả thiết, ta có $\frac{n(2n-2)}{C_{2n}^3} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \frac{6n(2n-2)}{2n(2n-1)(2n-2)} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow n = 8$.

Vậy $n = 8$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 106. Chọn B.

$$n(\Omega) = C_{10}^3 = 120$$

Số tam giác vuông là: $5 \cdot (10-2) = 40$

Vậy xác suất để chọn được tam giác vuông là $\frac{40}{120} = \frac{1}{3}$

Câu 107. Chọn B.

Số tam giác có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác đã cho là: $C_{12}^3 = 220$ tam giác.

Số phần tử của tập M là $n(M) = 220$

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đều. Xét một đỉnh A bất kì của đa giác: Có 5 cặp đỉnh đối xứng với nhau qua đường thẳng OA , hay có 5 tam giác cân tại đỉnh A . Như vậy với mỗi đỉnh của đa giác có 5 tam giác nhận nó làm đỉnh tam giác cân.

Số tam giác đều có 3 đỉnh là các đỉnh của đa giác là $\frac{12}{3} = 4$ tam giác.

Tuy nhiên, trong các tam giác cân đã xác định ở trên có cả tam giác đều, do mọi tam giác đều thì đều cân tại 3 đỉnh nên các tam giác đều được đếm ba lần.

Suy ra số tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác đã cho là: $5 \cdot 12 - 3 \cdot 4 = 48$.

Vậy xác suất để chọn được một tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều từ tập M là:

$$P = \frac{48}{220} = \frac{12}{55}.$$

Câu 108. Chọn B.

Số tam giác có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác đã cho là: $C_{21}^3 = 1330$ tam giác.

Số phần tử của tập M là $n(M) = 1330$

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đều. Xét một đỉnh A bất kì của đa giác: Có 10 cặp đỉnh đối xứng với nhau qua đường thẳng OA , hay có 10 tam giác cân tại đỉnh A . Như vậy với mỗi đỉnh của đa giác có 10 tam giác nhận nó làm đỉnh tam giác cân.

Số tam giác đều có 3 đỉnh là các đỉnh của đa giác là $\frac{21}{3} = 7$ tam giác.

Tuy nhiên, trong các tam giác cân đã xác định ở trên có cả tam giác đều, do mọi tam giác đều thì đều cân tại 3 đỉnh nên các tam giác đều được đếm ba lần.

Suy ra số tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác đã cho là: $10 \cdot 21 - 3 \cdot 7 = 189$.

Vậy xác suất để chọn được một tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều từ tập M là:

$$P = \frac{189}{1330} = \frac{27}{190}.$$

Câu 109. Chọn A.

Không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{24}^4$

Gọi A là biến cố “4 đỉnh chọn được tạo thành một hình chữ nhật không phải là hình vuông”

Gọi O là tâm của đa giác đều.

Vì đa giác đều và số đỉnh là chẵn, nên có 12 cặp điểm đối xứng qua O , tạo thành 1 đường kính, cứ lấy bất kì 2 đường kính nào chúng cũng là 2 đường chéo của 1 hình chữ nhật. Do đó số hình chữ nhật là C_{12}^2

$$\text{Suy ra } n(A) = C_{12}^2. \text{ Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{12}^2}{C_{24}^4} = \frac{1}{161}$$

Câu 110. Chọn B.

Đầu tiên ta xét các loại tam giác được tạo thành

Số tam giác có 3 đỉnh lấy từ 3 đỉnh của (H) là: $C_{22}^3 = 1540$ tam giác bao gồm 3 loại sau: Loại 1 tam giác có 2 cạnh là 2 cạnh của (H) , loại 2 tam giác có đúng 1 cạnh là cạnh của (H) , tam giác không có cạnh nào là cạnh của (H) , cụ thể ta làm như sau:

Cứ mỗi đỉnh của (H) cùng với 2 đỉnh liên tiếp (kề bên) tạo thành 1 tam giác có 2 cạnh là 2 cạnh của (H)

.Các tam giác này trùng nhau. Mà (H) có 22 đỉnh nên có 22 tam giác có đúng 2 cạnh là cạnh của (H) .

Xét 1 cạnh của (H) , bỏ đi 2 đỉnh liên tiếp ở 2 bên cạnh đó, nối 1 đỉnh còn lại của (H) với 2 đầu mút của

cạnh đang xét ta có 1 tam giác có đúng 1 cạnh là cạnh của (H) , nên ta có $22 \times 18 = 396$ tam giác thỏa ycbt.

Do đó số tam giác không có cạnh nào là cạnh của (H) là $1540 - (22 + 396) = 1122$ tam giác.

Ta có số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{1540}^2$

Gọi A là biến cố “chọn được một tam giác có một cạnh là cạnh của đa giác (H) và một tam giác không có cạnh nào là cạnh của đa giác (H) ” suy ra $n(A) = C_{396}^1 \cdot C_{1122}^1$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{396}^1 \cdot C_{1122}^1}{C_{21540}^2} = \frac{748}{1995}$$

Câu 111. Chọn C.

+) Số tam giác được tạo từ 3 đỉnh trong 12 đỉnh: C_{12}^3 .

+) Số tam giác có 3 đỉnh là đỉnh của đa giác và 2 cạnh là cạnh của đa giác: cứ 3 đỉnh liên tiếp cho 1 tam giác thỏa mãn đề bài, nên có 12 tam giác.

+) Số tam giác có 3 đỉnh là đỉnh của đa giác và 1 cạnh là cạnh của đa giác: cứ 1 cạnh, trừ đi 2 đỉnh kề, còn 8 đỉnh, với 2 đỉnh đầu mút của cạnh đó cho 1 tam giác thỏa mãn đề bài, nên có 8.12 tam giác.

Vậy số tam giác có 3 đỉnh là đỉnh của đa giác và không có cạnh nào là cạnh của đa giác là $C_{12}^3 - 12 - 8.12$

$$\text{Vậy kết quả là } \frac{C_{12}^3 - 12 - 8.12}{C_{12}^3}.$$

Câu 112. Chọn C.

Mỗi hình chữ nhật có các đỉnh là 4 trong 20 đỉnh nội tiếp trong đường tròn tâm O có các đường chéo lớn. Ngược lại, với mỗi cặp đường chéo lớn ta có các đầu mút của chúng là 4 đỉnh của một hình chữ nhật. Suy ra số hình chữ nhật nói trên bằng số cặp đường chéo bằng C_{10}^2 . Vậy xác suất cần tính là $P = \frac{C_{10}^2}{C_{20}^4} = \frac{3}{323}$.

Câu 113. Chọn B.

Gọi đa giác là $A_1A_2...A_{20}$

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{20}^3 = 1140$

Gọi A là biến cố chọn được tam giác có ba cạnh cùng màu, ba cạnh này cùng màu đỏ.

Gọi B là biến cố chọn được tam giác có đúng một cạnh màu xanh (cạnh đa giác)

Giả sử xét cạnh màu xanh A_1A_2 , ta có 16 cách chọn đỉnh A_i ($A_i \in \{A_4; A_5; \dots; A_{19}\}$)

Nên số phần tử của B là $n(B) = 20 \cdot 16 = 320$.

Gọi C là biến cố chọn được tam giác có hai cạnh màu xanh, như vậy tam giác đó có hai cạnh là hai cạnh liên tiếp của đa giác, nên $n(C) = 20$

Ta có $n(A) + n(B) + n(C) = n(\Omega)$

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = n(\Omega) - n(B) - n(C) = 1140 - 320 - 20 = 800$

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{40}{57}$.

Câu 114. Chọn A.

Số đường chéo trong đa giác n cạnh là $C_n^2 - n$ điều kiện $n > 2, n \in \mathbb{N}$

có số đường chéo là 135. Ta được $C_n^2 - n = 27 \Leftrightarrow \frac{(n)!}{2!(n-2)!} = 27 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} - n = 27$

$$\Leftrightarrow n^2 - n - 2n = 54 \Leftrightarrow n^2 - 3n - 54 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 9 & (N) \\ n = -6 & (L) \end{cases}$$

Xét khai triển $(x^2 - 2x + 3)^9 = a_0x^{18} + a_1x^{17} + a_2x^{16} + \dots + a_{18}$.

Ta có: $a_{15} \cdot x^3$ là hệ số đứng trước x^3 .

có số hạng tổng quát là :

$$C_9^k \cdot C_k^i \cdot 3^{9-k} (x^2)^{k-i} \cdot (-2x)^i = C_9^k \cdot C_k^i \cdot 3^{9-k} (-2)^i \cdot x^{2k-2i+i} = C_9^k \cdot C_k^i \cdot 3^{9-k} (-2)^i \cdot x^{2k-i}$$

Số hạng chứa x^3 trong khai triển ứng với i, k thỏa mãn hệ:

$$\begin{cases} 2k - i = 3 \\ 0 \leq i \leq k \leq 9 \\ i, k \in \mathbb{N} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i = 1 \\ k = 2 \\ i = 3 \\ k = 3 \end{cases}$$

Hệ số của số hạng chứa x^3 là $C_9^3 \cdot C_3^3 \cdot 3^6 \cdot (-2)^3 + C_9^2 \cdot C_2^1 \cdot 3^7 \cdot (-2)^{2-1} = -804816$.

Câu 115. Chọn A.

Ta có: Số phần tử của không gian mẫu $C_5^3 = 10$.

Để ba đoạn thẳng có thể xếp thành một hình tam giác thì có bốn cách chọn như sau:

$$\{3, 5, 7\} \quad \{3; 7; 9\}; \quad \{5, 7, 9\} \quad \{3, 5, 9\}.$$

Gọi A là biến cố chọn ba đoạn thẳng có thể xếp thành một hình tam giác.

Vậy xác suất để ba đoạn đó là có thể xếp thành một hình tam giác là: $P(A) = \frac{4}{10}$.

Câu 116. Chọn A.

Ta có: Số cách chọn ba điểm từ $2n$ điểm phân biệt là C_{2n}^3 .

Trong $2n$ điểm phân biệt có đúng n điểm thuộc một mặt phẳng nên có C_n^3 mặt phẳng trùng nhau

Vậy số mặt phẳng tạo ra từ trong $2n$ điểm phân biệt là $C_{2n}^3 - C_n^3 + 1$.

$$\text{Ta có phương trình: } C_{2n}^3 - C_n^3 + 1 = 505 \Leftrightarrow \frac{2n(2n-1)(2n-2)}{1.2.3} - \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3} = 505$$

$$\Leftrightarrow 7^3 - 9n^2 + 2n - 3024 = 0 \Leftrightarrow n = 8$$

VẬY $n = 8$.

Câu 117. Chọn A.

Ta có: Số cách chọn ba điểm từ $2n$ điểm phân biệt là C_{2n}^3 .

Trong $2n$ điểm phân biệt có đúng n điểm thuộc một mặt phẳng nên có C_n^3 mặt phẳng trùng nhau.

Vậy số mặt phẳng tạo ra từ trong $2n$ điểm phân biệt là $C_{2n}^3 - C_n^3 + 1$.

Câu 118. Chọn A có 2018 cách.

Đánh thứ tự từ $1 \rightarrow 2017$ kể từ điểm cạnh A theo chiều kim đồng hồ. Gọi vị trí B, C có thứ tự

$$a_1, a_2 \Rightarrow 1 \leq a_1 < a_2 \leq 2017 \Rightarrow 1 \leq a_1 < a_2 - 1121 \leq 2017 - 1121$$

$$\Leftrightarrow 1 \leq a_1 < a_2 - 1121 \leq 896 \Rightarrow \text{Số cách chọn } B, C \text{ là } C_{896}^2. \text{ Vậy có } 2018.C_{896}^2 \text{ tam giác.}$$

DẠNG 4 : CÁC BÀI TOÁN ĐẾM – TÍNH XÁC SUẤT LIÊN QUAN ĐẾN XẾP CHỖ , VỊ TRÍ

Câu 119. Chọn A.

Số phần tử của không gian mẫu là số cách xếp $2n+3$ học sinh vào $2n+3$ chỗ ngồi đã được đánh số. suy ra $n(\Omega) = (2n+3)!$

Gọi A là biến cố “số ghế của Bình bằng trung bình cộng số ghế của Anh và số ghế của Chi” thì ta có

- Xếp Bình ở ghế số 2 hoặc ghế thứ $2n+2$ thì mỗi cách có $1.2!$ cách xếp An và Bình
- Xếp Bình ở ghế số 3 hoặc ghế thứ $2n+1$ thì mỗi cách có $2.2!$ cách xếp An và Bình
- Xếp Bình ở ghế số 4 hoặc ghế thứ $2n$ thì mỗi cách có $3.2!$ cách xếp An và Bình

.....

- Xếp Bình ở ghế thứ $n+1$ hoặc ghế thứ $n+3$ thì mỗi cách có $n.2!$ cách xếp An và Bình
- Xếp Bình ở ghế thứ $n+2$ mỗi cách có $(n+1).2!$ cách xếp An và Bình

Suy ra $2(1+2+3+\dots+n).2!+(n+1)2!=(n+1)^2.2!$ cách xếp để số ghế của Bình bằng trung bình cộng số ghế của An và Chi
 Với mỗi cách xếp trên có $(2n)!$ cách xếp các học sinh còn lại
 Vậy ta có $n(A) = 2(n+1)^2.(2n)!$

Theo giả thiết ta có phương trình $\frac{2(n+1)^2.(2n)!}{(2n+3)!} = \frac{12}{575}$

$$\Leftrightarrow 48n^2 - 479n - 539 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 11 \\ n = -\frac{49}{48}(L) \end{cases}$$

Suy ra số học sinh là $2.11+3=25$.

Câu 120. Chọn B.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 25!$

Gọi A là biến cố “số ghế của Bình bằng trung bình cộng số ghế của Anh và số ghế của Chi” thì ta có

- Xếp Bình ở ghế số 2 hoặc ghế thứ 24 thì mỗi cách có $1.2!$ cách xếp An và Bình
- Xếp Bình ở ghế số 3 hoặc ghế thứ 23 thì mỗi cách có $2.2!$ cách xếp An và Bình
- Xếp Bình ở ghế số 4 hoặc ghế thứ 22 thì mỗi cách có $3.2!$ cách xếp An và Bình
- .
- Xếp Bình ở ghế thứ 12 hoặc ghế thứ 14 thì mỗi cách có $11.2!$ cách xếp An và Bình
- Xếp Bình ở ghế thứ 13 thì có $12.2!$ cách xếp An và Bình

Suy ra $2(1+2+3+\dots+11).2!+12.2!=288$ cách xếp để số ghế của Bình bằng trung bình cộng số ghế của An và Chi

Với mỗi cách xếp trên có $22!$ cách xếp các học sinh còn lại

Vậy ta có $n(A) = 288.22!$

$$\text{Khi đó } P(A) = \frac{288.22!}{25!} = \frac{12}{575}.$$

Câu 121. Chọn C.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 10!$

Gọi A là biến cố thỏa yêu cầu bài toán.

- Xếp 5 học sinh lớp 11C vào hàng có $5!$ cách
 (Sau khi xếp sẽ có 6 vị trí trống (4 giữa và 2 ở hai đầu), chẳng hạn **1C2C3C4C5C6**)
- Nếu xếp xen kẽ 5 học sinh lớp A và B từ phía tận cùng bên trái (**12345**) có $5!$ cách xếp, tương tự xếp từ phía bên phải (**23456**) cũng sẽ có $5!$ Cách xếp
- Nếu xếp 5 học sinh lớp A và B vào các vị trí **2345** trong đó có 1 vị trí xếp 2 học sinh có $A_4^3.2!.2.3$ cách

Suy ra $n(A) = 5!. (2.5! + A_3^2.2!.2.3) = 63360$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{63360}{10!} = \frac{11}{630}$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{2.5!.5!}{10!} = \frac{1}{126}.$$

Câu 122. Chọn D.

- Xếp 5 học sinh lớp 11C vào hàng có 5! cách
(Sau khi xếp sẽ có 6 vị trí trống (4 giữa và 2 ở hai đầu), chẳng hạn **1C2C3C4C5C6**)
 - Nếu xếp xen kẽ 5 học sinh lớp A và B từ phía tận cùng bên trái (**12345**) có 5! cách xếp, tương tự xếp từ phía bên phải (**23456**) cũng sẽ có 5! Cách xếp
 - Nếu xếp 5 học lớp A và B vào các vị trí **2345** trong đó có 1 vị trí xếp 2 học sinh có $A_4^3 \cdot 2! \cdot 2 \cdot 3$ cách
- Suy ra $n(A) = 5! \cdot (2 \cdot 5! + A_3^2 \cdot 2! \cdot 2 \cdot 3) = 63360$

Câu 123. Chọn D.

Xếp 30 quyển truyện khác nhau có số cách là 30!.
 Để xếp 4 quyển 1, 3, 5, 7 cạnh nhau, coi chúng là một nhóm $X \Rightarrow$ có 4! nhóm X khác nhau.
 Xếp nhóm X cùng với 26 quyển còn lại: có 27! cách xếp.
 Do đó số cách xếp sao cho 4 quyển 1, 3, 5, 7 cạnh nhau là $4! \cdot 27!$
 Tóm lại có $30! - 4! \cdot 27!$ cách xếp thỏa mãn.

Câu 124. Chọn D.

Số cách chọn 2 nam đứng ở đầu và cuối là: A_7^2 . Lúc này còn lại 5 nam và 5 nữ, để đưa 10 người này vào hàng thì trước tiên sẽ cho 5 nam đứng riêng thành hàng ngang, số cách đứng là 5!. Sau đó lần lượt xếp 5 nữ vào các khoảng trống ở giữa hoặc đầu, hoặc cuối của hàng 5 nam này, mỗi khoảng trống chỉ xếp 1 nữ hoặc không xếp, có tất cả 6 khoảng trống nên số cách xếp vào là A_6^5 . Số cách xếp 10 người này thành hàng ngang mà 2 nữ bất kì không đứng cạnh nhau là: $5! \cdot A_6^5$
 Đưa 10 người này vào giữa 2 nam đầu và cuối đã chọn, số cách xếp là: $A_7^2 \cdot 5! \cdot A_6^5 = 3628800$.

Câu 125. Chọn C.

Coi 4 bạn nam là một nhóm $X \Rightarrow$ có 4! nhóm X khác nhau.
 Coi 2 bạn nữ là một nhóm $Y \Rightarrow$ có 2! nhóm Y khác nhau.
 Khi đó, có 9 ghế thì được coi như có 5 vị trí.
 Số cách xếp để giữa hai nhóm X và Y có ít nhất hai ghế là $3 \cdot 2!$.
 Vậy số cách sắp xếp theo yêu cầu của bài là: $2! \cdot 4! \cdot 3 \cdot 2! = 288$.

Câu 126. Chọn C.

Số cách xếp $2n+3$ bạn vào một dãy ghế gồm $2n+3$ ghế được đánh số từ 1 đến $2n+3$ là $(2n+3)!$
 Số ghế chính giữa là $n+2$.
 TH1: Hùng ngồi ghế từ 2 đến $n+1$ thì có số cách sắp xếp là: $2(1+2+\dots+n) \cdot (2n)!$
 TH2: Hùng ngồi ghế từ $n+3$ đến $2n+2$ thì có số cách sắp xếp là: $2(1+2+\dots+n) \cdot (2n)!$
 TH3: Hùng ngồi chính giữa có số cách xếp là $2(n+1) \cdot (2n)!$

$$\text{Ta có } \frac{2(2n+1)(2n)! + 4(1+2+\dots+n)(2n)!}{(2n+3)!} = \frac{7}{195}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2(2n+1)(2n)! + 4 \cdot \frac{n(n+1)}{2} (2n)!}{(2n+3)!} = \frac{7}{195}$$

$$\Leftrightarrow \frac{n+1}{(2n+1)(2n+3)} = \frac{7}{195}.$$

Từ đây tìm được $n = 6 \Rightarrow$ nhóm bạn có $2.6 + 3 = 15$ người.

Câu 127. Chọn D.

Số cách chia 16 đội vào 4 bảng, mỗi bảng 4 đội là $C_{16}^4 C_{12}^4 C_8^4 C_4^4$ tức là

$$n(\Omega) = C_{16}^4 C_{12}^4 C_8^4 C_4^4 = 63063000.$$

Gọi A là biến cố “bảng A có đúng 2 đội bóng của khối 10 và 2 đội bóng của khối 11”.

Ta có $n(A) = C_5^2 C_5^2 C_{12}^4 C_4^4 = 3465000$.

Suy ra $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3465000}{63063000} = \frac{5}{91}$.

Câu 128. Chọn A.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 9.10^3 = 9000$.

Gọi A là biến cố “số được chọn có một chữ số lặp lại đúng 3 lần”.

TH1: Chữ số lặp lại là chữ số 0, khi đó $n(A_1) = 9$.

TH2: Chữ số lặp lại khác 0.

Giả sử chữ số lặp lại là 1.

+ Nếu chữ số còn lại là chữ số 0 thì có 3 số lập được từ $\{1, 1, 1, 0\}$.

+ Nếu chữ số còn lại khác 0 thì có $4.8 = 32$ số thỏa mãn.

Vậy trường hợp chữ số 1 lặp lại 3 lần thì có 35 số thỏa mãn.

Tương tự như vậy với các trường hợp chữ số lặp lại là 2, 3, 4, ..., 9.

Vậy có $n(A_2) = 9.35 = 315$ số.

$$n(A) = n(A_1) + n(A_2) = 315 + 9 = 324.$$

Suy ra $P(A) = \frac{324}{9000}$.

Câu 129. Chọn B.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 11!$

Gọi A : “không có quyển sách nào cùng môn đặt cạnh nhau”

Bước 1: Xếp 5 quyển Anh trước: có $5!$ cách, khi đó tạo ra 6 khoảng trống.

Bước 2: Xếp 6 sách còn lại $\Rightarrow$ chia 3 TH:

TH1: 6 sách còn lại chèn vào 6 khoảng trống, mỗi khoảng trống 1 quyển: có $6! = 720$ cách.

TH2: chèn 6 sách còn lại vào 4 khoảng trống ở giữa, trong đó có 2 khoảng trống chứa 2 sách: có $C_4^2 \cdot (3.3.2!) \cdot (2.2.2!) \cdot 2! = 1728$ cách.

TH3: chèn 6 sách còn lại vào 5 khoảng trống liền nhau, trong đó có 1 khoảng trống chứa 2 sách: có $2 \left[(C_5^1 \cdot 3.3.2!) \cdot 4! \right] = 4320$ cách.

$$\Rightarrow n(A) = 5!(720 + 1728 + 4320) = 812160 \text{ cách.}$$

$$P(A) = \frac{812160}{11!} = \frac{47}{2310}.$$

Câu 130. Chọn A.

Kí hiệu học sinh lớp 12A, 12B, 12C lần lượt là A, B, C .

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = 8!$

Gọi E là biến cố không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau.

Ta có cách xếp như sau: C-C-C-C (Trong đó dấu – là vị trí trống)

Số cách sắp xếp học sinh lớp 12C là $4!$ (cách) Để xếp các học sinh lớp 12A và lớp 12B vào các vị trí còn lại trong hàng ta có hai trường hợp

TH1: Có một học sinh ở phía ngoài (cuối cùng phía bên phải hoặc cuối cùng phía bên trái)

B	C	B	C	A	C	B	C	
---	---	---	---	---	---	---	---	--

Số cách sắp xếp cho các học sinh các lớp A và B là $4! \cdot 2$

TH2: Có một cặp gồm một học sinh lớp A và một học sinh lớp B ở vị trí trống bên trong hàng

	C	AB		C		A		C		B		C	
--	---	----	--	---	--	---	--	---	--	---	--	---	--

Số cách sắp xếp cho học sinh các trường A và B là $C_1^1 \cdot C_1^3 \cdot 2! \cdot 2! \cdot 3$

Số phần tử thuận lợi cho biến cố E là $n(E) = 4!(2 \cdot 4! + C_1^1 \cdot C_3^1 \cdot 2! \cdot 2! \cdot 3)$

Xác suất của biến cố E là $P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{1}{20}$.

Câu 131. Chọn u_1 có 2018 cách chọn, chọn u_3 chỉ có 1008 cách chọn số cùng chẵn hoặc cùng lẻ với u_1 .

Khi đó $u_2 = \frac{u_1 + u_3}{2}$ có duy nhất một cách chọn.

Còn lại 2015 còn lại ta chọn ra 3 số sắp xếp có thứ tự để hoàn tất việc chọn.

Vì vậy số kết quả là $2018 \cdot 1007 \cdot A_{2015}^3$.

Câu 132. Chọn $u_1 = 3$, $u_3 = 12$ và u_4, u_5, u_6 là sắp xếp tùy ý 15 số còn lại nên có $A_{15}^3 = 2730$ cách.

Trong các trường hợp đó $u_2 = \frac{u_1 + u_3}{2}$ có duy nhất một cách chọn.

Vì vậy số kết quả là $8190 + 5460 + 2730 = 16380$.

Câu 133. Chọn D.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 6! = 720$.

Gọi A là biến cố hai quyển sách cùng môn không xếp cạnh nhau. Ta tính $n(A)$.

Sách hóa nhiều nhất nên ta sắp trước để tránh trường hợp chúng cạnh nhau, ta xếp như sau

TH 1 :

H		H		H	
---	--	---	--	---	--

Có $3!$ cách sắp xếp các sách hóa, thỏa mãn xếp các sách còn lại nên có $3!$ cách sắp xếp các quyển sách còn lại. Vậy trường hợp này có $6 \cdot 6 = 36$ cách.

TH2 :

	H		H		H
--	---	--	---	--	---

Có $3!$ cách sắp xếp các sách hóa, thỏa mãn xếp các sách còn lại nên có $3!$ cách sắp xếp các quyển sách còn lại. Vậy trường hợp này có $6 \cdot 6 = 36$ cách.

TH3 :

H			H		Đ
---	--	--	---	--	---

Có $3!$ cách sắp xếp các sách hóa, có $2 \cdot 2$ cách sắp xếp 2 quyển sách toán và lý vào hai ô trống liền kề và ô còn lại xếp sách vật lý còn lại. Vậy trường hợp này có $5 \cdot 2 \cdot 2 = 24$ cách.

TH4 :

Đ		Đ			Đ
---	--	---	--	--	---

Có 3 ! cách sắp xếp các sách hóa, có 2.2 cách sắp xếp 2 quyển sách toán và lý vào hai ô trống liền kề và ô còn lại xếp sách vật lý còn lại. Vậy trường hợp này có $5.2.2 = 24$ cách.

Vậy tổng cộng $n(A) = 36.2 + 24.2 = 120$.

$$\text{Do đó } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{120}{720} = \frac{1}{6}.$$

Câu 134. Chọn D.

Xếp 6 quyển sách gần nhau có không gian mẫu $n(\Omega) = 6! = 720$.

Xếp hai quyển sách vật lý gần nhau có 2 cách chọn.

Xếp ba quyển sách hóa học gần nhau có $3! = 6$ cách chọn.

Khi đó ta phải xếp 3 bộ sách có thứ tự là $3! = 6$.

Vậy $n(A) = 2.6.6 = 72$.

$$\text{Do đó } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{72}{720} = \frac{1}{10}.$$

Câu 135. Chọn B.

Số cách xếp 10 học sinh vào 10 vị trí: $n(\Omega) = 10!$ cách.

Gọi A là biến cố: “Trong 10 học sinh trên không có hai học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau”.

Xếp 5 học sinh lớp 12C vào 5 vị trí có $5!$ cách.

Ứng với mỗi cách xếp 5 học sinh 12C sẽ có 6 khoảng trống gồm 4 vị trí đứng giữa và 2 vị trí hai đầu để xếp các học sinh còn lại.

	C1		C2		C3		C4		C5	
--	----	--	----	--	----	--	----	--	----	--

Trường hợp 1: xếp 3 học sinh lớp 12B vào 4 vị trí trống đứng giữa (không xếp vào hai đầu), có A_4^3 cách.

Ứng với mỗi cách xếp đó chọn 1 trong 2 học sinh lớp 12A xếp vào vị trí trống thứ 4 có 2 cách.

Học sinh lớp 12A còn lại có 8 vị trí để xếp, có 8 cách.

Theo quy tắc nhân, ta có $5!A_4^3 \cdot 2 \cdot 8$ cách.

Trường hợp 2: Xếp 2 trong 3 học sinh lớp 12B vào 4 vị trí trống ở giữa và xếp học sinh còn lại vào 2 đầu, có $C_3^1 \cdot 2 \cdot A_4^2$ cách.

Ứng với mỗi cách xếp đó còn trống 2 vị trí đứng giữa, xếp 2 học sinh lớp 12 vào vị trí đó, có 2 cách.

Theo quy tắc nhân, ta có $5!C_3^1 \cdot 2 \cdot A_4^2 \cdot 2$ cách.

Do đó, số cách xếp không có học sinh cùng lớp ngồi gần nhau là:

$$n(A) = 5!A_4^3 \cdot 2 \cdot 8 + 5!C_3^1 \cdot 2 \cdot A_4^2 \cdot 2 = 63360 \text{ cách.}$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{63360}{10!} = \frac{11}{630}.$$

Câu 136. Chọn D.

Ta có: Xếp 9 học sinh vào hàng ngang có $n(\Omega) = 9!$ cách.

Gọi A là biến cố: “Các học sinh cùng lớp không đứng cạnh nhau”.

Xếp 5 học sinh lớp 11A đứng vào hàng ngang có $5!$ Cách.

Mỗi cách xếp 5 học sinh lớp 11A có $4!$ Cách xếp 4 học sinh lớp 11B đứng xen kẽ giữa học sinh lớp 11A.

Suy ra $n(A) = 5! \cdot 4!$ cách.

$$\text{Do đó: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5! \cdot 4!}{9!} = \frac{1}{126}.$$

Câu 137. Chọn A.

Ta có: Xếp 11 học sinh ngồi vào ghế dài có $n(\Omega) = 11!$ cách.

Gọi A là biến cố: “Các học sinh nữ không ngồi cạnh nhau”.

Xếp 7 học sinh lớp nam ngồi vào ghế dài có $7!$ cách.

Mỗi cách xếp 7 học sinh nam có 8 chỗ trống để xếp 4 học sinh nữ, có A_8^4 cách xếp nữ.

Suy ra $n(A) = 7! \cdot A_8^4$ cách.

$$\text{Do đó: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{7! \cdot A_8^4}{11!} = \frac{7}{33}.$$

Câu 138. Chọn B.

Số cách xếp 10 học sinh vào 10 vị trí: $n(\Omega) = 10!$ cách.

Gọi A là biến cố: “Trong 10 học sinh trên không có hai học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau”.

Xếp 5 học sinh lớp 12C vào 5 vị trí có $5!$ cách.

Ứng với mỗi cách xếp 5 học sinh 11C sẽ có 6 khoảng trống gồm 4 vị trí đứng giữa và 2 vị trí hai đầu để xếp các học sinh còn lại.

	C1		C2		C3		C4		C5	
--	----	--	----	--	----	--	----	--	----	--

Trường hợp 1: xếp 3 học sinh lớp 11B vào 4 vị trí trống đứng giữa (không xếp vào hai đầu), có A_4^3 cách.

Ứng với mỗi cách xếp đó chọn 1 trong 2 học sinh lớp 11A xếp vào vị trí trống thứ 4 có 2 cách.

Học sinh lớp 12A còn lại có 8 vị trí để xếp, có 8 cách.

Theo quy tắc nhân, ta có $5! \cdot A_4^3 \cdot 2 \cdot 8$ cách.

Trường hợp 2: Xếp 2 trong 3 học sinh lớp 11B vào 4 vị trí trống ở giữa và xếp học sinh còn lại vào 2 đầu, có $C_3^1 \cdot 2 \cdot A_4^2$ cách.

Ứng với mỗi cách xếp đó còn trống 2 vị trí đứng giữa, xếp 2 học sinh lớp 12 vào vị trí đó, có 2 cách.

Theo quy tắc nhân, ta có $5! \cdot C_3^1 \cdot 2 \cdot A_4^2 \cdot 2$ cách.

Do đó, số cách xếp không có học sinh cùng lớp ngồi gần nhau là:

$$n(A) = 5! \cdot A_4^3 \cdot 2 \cdot 8 + 5! \cdot C_3^1 \cdot 2 \cdot A_4^2 \cdot 2 = 63360 \text{ cách.}$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{63360}{10!} = \frac{11}{630}.$$

Câu 139. Chọn B.

Gọi A là biến cố “không có 2 học sinh cùng giới đứng cạnh nhau, đồng thời Hoàng và Lan không đứng cạnh nhau khi xếp 10 học sinh thành một hàng ngang”.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = 10!$.

Tính $n(A)$:

- Xếp 5 học sinh nam, có $5!$ cách xếp. Sau khi xếp 5 học sinh nam, để không có 2 học sinh cùng giới đứng cạnh nhau, ta xếp 5 học sinh nữ xen giữa các vị trí của học sinh nam. Ta có $2 \cdot 5!$ cách xếp. Do đó ta có $2 \cdot (5!)^2$ cách xếp nam nữ đứng xen kẽ nhau.

- Bây giờ ta đếm số cách xếp nam nữ đứng xen kẽ nhau trong đó Hoàng và Lan đứng cạnh nhau. Trước hết ta xếp 5 học sinh nam vào các vị trí A, B, C, D, E, có $5!$ Cách xếp. Ta xếp 5

học sinh nữ vào các vị trí 1,2,3,4,5,6 sao cho nam nữ xen kẽ nhau và Hoàng và Lan đứng cạnh nhau:

1 A 2 B 3 C 4 D 5 E 6

Nếu Hoàng xếp ở vị trí A, Lan ở vị trí 1, các bạn nữ còn lại xếp ở các vị trí (2,3,4,5); Lan ở vị trí 2, các bạn nữ còn lại xếp ở các vị trí (3,4,5,6) hoặc (1,3,4,5). Trường hợp này có $3.4!.4!$ cách xếp.

Nếu Hoàng xếp ở vị trí E, Lan ở vị trí 1, các bạn nữ còn lại xếp ở các vị trí (2,3,4,5); Lan ở vị trí 2, các bạn nữ còn lại xếp ở các vị trí (3,4,5,6) hoặc (1,3,4,5). Trường hợp này có $3.4!.4!$ cách xếp.

Nếu Hoàng xếp ở vị trí B, Lan ở vị trí 2, các bạn nữ còn lại xếp ở các vị trí (1,3,4,5) hoặc (3,4,5,6); Lan ở vị trí 3, các bạn nữ còn lại xếp ở các vị trí (2,4,5,6) hoặc (1,2,4,5). Trường hợp này có $4.4!.4!$ cách xếp. Tương tự Hoàng ở vị trí C, D có $4.4!.4!$ cách xếp.

Do đó có $2.3.4!.4! + 3.4.4! = 18.4!.4!$ cách xếp sao cho nam nữ xen kẽ nhau và Hoàng và Lan đứng cạnh nhau.

Từ đó ta có $n(A) = 2.(5!)^2 - 18.4!.4!$.

Xác suất cần tìm: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{8}{1575}$.

Câu 140. Chọn B.

Gọi X là biến cố "chia 20 bạn thành 4 nhóm A, B, C, D mỗi nhóm 5 bạn sao cho 5 bạn nữ thuộc cùng 1 nhóm".

Ta có không gian mẫu $n(\Omega) = C_{20}^5 C_{15}^5 C_{10}^5 C_5^5$.

Ta có $C_{15}^5 C_{10}^5 C_5^5$ cách chia các bạn nam vào 3 nhóm còn lại.

Do vai trò các nhóm như nhau, có $4C_{15}^5 C_{10}^5 C_5^5$ cách chia các bạn vào các nhóm A; B; C; D trong đó 5 bạn nữ thuộc một nhóm.

Xác suất cần tìm là $P(X) = \frac{4}{C_{20}^5} = \frac{1}{3876}$.

Câu 141. Chọn A.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 8!$

Gọi E: "Không có hai học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau".

Khi đó,

Xếp 4 học sinh lớp 12C có $4!$ (cách xếp). Khi đó, giữa các học sinh lớp 12C có các khoảng trống.

	C		C		C		C	
--	---	--	---	--	---	--	---	--

TH1: Có hai học sinh lớp 12C đứng ở hai đầu, khi đó ta có $3!$ cách xếp cho 3 học sinh lớp 12B và 6 cách xếp cho 1 học sinh lớp 12A. Trong trường hợp này có $4!.3!.6$ (cách xếp).

TH2: Có một học sinh lớp 12C đứng đầu hoặc cuối hàng, khi đó ta có $2.4!$ cách xếp cho 3 học sinh lớp 12B và 1 học sinh lớp 12A. Trong trường hợp này có $4!.2.4!$ (cách xếp).

Suy ra $n(E) = 4!.3!.6 + 4!.2.4!$

Xác suất của biến cố E là $P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{1}{20}$.

Câu 142. Chọn D.

Số phần tử của S là $8.A_8^5 = 53760$. Do đó, chọn ngẫu nhiên một số từ tập S có 53760 (cách).

Vì số được chọn có 6 chữ số nên ít nhất phải có hai chữ số chẵn, và vì không có hai chữ số chẵn đứng cạnh nhau nên số được chọn có tối đa 3 chữ số chẵn.

TH1: Số được chọn có đúng 2 chữ số chẵn, khi đó gọi số cần tìm là $\overline{abcdef}$

Xếp 4 số lẻ trước ta có $4!$ cách.

	lẻ		lẻ		lẻ		lẻ	
--	----	--	----	--	----	--	----	--

Xếp 2 số chẵn vào 5 khe trống của các số lẻ có $C_5^2 \cdot A_5^2 - 4 \cdot C_4^1$ cách.

Trong trường hợp này có $4!(C_5^2 \cdot A_5^2 - 4 \cdot C_4^1) = 4416$ (số).

TH2: Số được chọn có đúng 3 chữ số chẵn, khi đó gọi số cần tìm là $\overline{abcdef}$

Xếp 3 chữ số lẻ trước ta có A_4^3 cách.

	lẻ		lẻ		lẻ	
--	----	--	----	--	----	--

Xếp 3 chữ số chẵn vào 4 khe trống của các số lẻ có $C_4^3 \cdot A_5^3 - C_3^2 \cdot A_4^2$ cách.

Trong trường hợp này có $A_4^3 \cdot (C_4^3 \cdot A_5^3 - C_3^2 \cdot A_4^2) = 4896$ (số).

Vậy có tất cả 9312 số có 6 chữ số sao cho không có hai chữ số chẵn đứng cạnh nhau.

Xác suất cần tìm là $\frac{9312}{53760} = \frac{97}{560}$.

Câu 143. Chọn D.

Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh vào một bàn tròn có $9!$ (cách xếp). Suy ra $n(\Omega) = 9!$.

Gọi A : “không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau”.

Xếp 5 học sinh lớp 12C có $4!$ (cách xếp).

Với mỗi cách xếp 5 học sinh lớp C nói trên thì giữa mỗi hai học sinh có một khoảng trống, ta có được 5 khoảng trống.

Cần phải xếp 5 học sinh lớp A và B sao cho không có hai học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau nên có $5!$ cách xếp.

Vậy $n(A) = 4! \cdot 5!$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4! \cdot 5!}{9!} = \frac{1}{126}$.

Câu 144. Chọn D.

Kí hiệu học sinh lớp 12A, 12B, 12C lần lượt là A, B, C.

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = 8!$

Gọi E là biến cố học sinh lớp 12C không đứng cạnh nhau. Ta có cách xếp như sau:

C-C-C-C

(Trong đó dấu – là vị trí trống)

Số cách xếp học sinh lớp 12C là $4!$ (cách)

Để xếp học sinh lớp 12A và 12B vào các vị trí còn lại ta có 3 trường hợp.

TH1. Có một học sinh ở phía ngoài (Cuối cùng bên phải hoặc bên trái) là:

Số cách xếp cho học sinh lớp 12A, 12B là: $4! \cdot 2$ (cách).

B	C	B	C	A	C	B	C	
---	---	---	---	---	---	---	---	--

TH2. Có một cặp học sinh gồm 1 HS 12A và 1 HS 12B ở vị trí trống bên trong hàng.

	C	AB	C	B	C	B	C	
--	---	----	---	---	---	---	---	--

Số cách xếp cho học sinh lớp 12A, 12B là: $C_1^1 \cdot C_3^1 \cdot 2! \cdot 2! \cdot 3$ (cách).

TH3. Có một cặp học sinh lớp 12B ở vị trí trống.

	C	A	C	BB	C	B	C	
--	----------	----------	----------	-----------	----------	----------	----------	--

Số cách xếp cho học sinh lớp 12A, 12B là: $C_3^2 \cdot 2! \cdot 2! \cdot 3$ (cách).

Số phần tử thuận lợi của biến cố E là $n(E) = 4! \left(2 \cdot 4! + C_1^1 \cdot C_3^1 \cdot 2! \cdot 2! \cdot 3 + C_3^2 \cdot 2! \cdot 2! \cdot 3 \right)$.

Xác suất của biến cố là: $P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{1}{14}$.

Câu 145. Chọn B.

Số phần tử không gian mẫu là: $n(\Omega) = 9!$

Xếp nhóm học sinh 12A cạnh nhau có $2!$ (cách).

Xếp nhóm học sinh 12C cạnh nhau có $4!$ (cách).

Xếp hai nhóm này vào hàng có 2 (cách) (Nhóm 12A-Nhóm 12C hoặc Nhóm 12C-Nhóm 12A).

Sau đó đưa 3 học sinh lớp 12B vào hàng để giữa hai nhóm có ít nhất 2 học sinh lớp B, ta chia hai trường hợp sau:

TH1. Giữa hai nhóm có 3 học sinh lớp 12B, số cách xếp $3!$ (cách).

TH2. Giữa hai nhóm có đúng 2 học sinh lớp 12B, số cách xếp $C_3^2 \cdot 2! \cdot 2$ (cách).

Số kết quả thuận lợi của biến cố $n(E) = 2! \cdot 4! \cdot 2 \left(3! + C_3^2 \cdot 2! \cdot 2 \right)$.

Xác suất là: $P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{1}{210}$.

Câu 146. Chọn A.

Cách 1.

Xếp 2 học sinh lớp A có 2 (cách).

Xếp học sinh thứ nhất của lớp B có 2 (cách).

Xếp học sinh thứ hai của lớp B có 3 (cách).

Xếp học sinh thứ ba của lớp B có 4 (cách).

Xếp học sinh thứ nhất của lớp C có 6 (cách).

Xếp học sinh thứ hai của lớp C có 7 (cách).

Xếp học sinh thứ ba của lớp C có 8 (cách).

Xếp học sinh thứ tư của lớp C có 9 (cách).

Vậy có tất cả $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 = 145152$ (cách).

Cách 2.

Xếp học sinh lớp A và B trước, để học sinh lớp B không xen vào giữa học sinh lớp A thì ta tạm xem như hai học sinh lớp A liền nhau. Số cách xếp $2! \cdot 4!$ (cách).

Đưa 5 học sinh này theo thứ tự đã xếp vào 9 ghế có: C_9^5 (cách).

Còn lại 4 vị trí xếp 4 học sinh lớp C vào có $4!$ (cách).

Vậy số cách xếp là: $2! \cdot 4! \cdot C_9^5 \cdot 4! = 145152$ (cách).

Câu 147. Chọn A.

Kí hiệu học sinh lớp 12A, 12B, 12C lần lượt là A, B, **C**.

Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = 10!$

Gọi E là biến cố không có 2 học sinh cùng trường đứng cạnh nhau. Ta có cách xếp như sau:

C - C - C - C - C

(trong đó vị trí – là vị trí trống)

Số cách sắp xếp học sinh lớp 12C là $5!$ cách.

Để xếp các học sinh lớp 12A và lớp 12B vào các vị trí còn lại trong hàng ta có bốn trường hợp.

TH1: Có 1 học sinh ở phải ngoài (cuối cùng phải bên phải hoặc cuối cùng phải bên trái)

A	C	B	C	A	C	B	C	B	C
----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------

Số cách sắp xếp cho các học sinh lớp 12A và 12B là: $5!.2$

TH2: Có 1 cặp gồm 1 học sinh lớp 12A và 1 học sinh 12B ở vị trí trống bên trong hàng.

	C	AB	C	A	C	B	C	B	C
--	----------	-----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------

Số cách sắp xếp cho học sinh lớp 12A và 12B là: $C_2^1.C_3^1.2!.3!.4$

TH3: Có một cặp gồm 2 học sinh 12A ở vị trí trống bên trong hàng.

	C	AA	C	B	C	B	C	B	C
--	----------	-----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------

Số cách sắp xếp cho học sinh lớp 12A và 12B là: $3!.4$

TH4: Có một cặp gồm 2 học sinh 12B ở vị trí trống bên trong hàng

	C	BB	C	A	C	A	C	B	C
--	----------	-----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------

Số cách sắp xếp cho học sinh lớp 12A và 12B là: $C_3^2.3!.4$

Số phần tử thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 5!(2.5! + C_2^1.C_3^1.2!.3!.4 + C_3^2.3!.4)$

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{11}{630}$.

Câu 148. Chọn B.

Kí hiệu học sinh lớp 12A, 12B, 12C lần lượt là A, B, C.

Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = 9!$

Gọi E là biến cố không có học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau. Ta có các bước sắp xếp như sau:

- Xếp 5 học sinh lớp 12C ngồi vào bàn sao cho giữa 2 học sinh luôn đúng 1 ghế trống. Số cách sắp xếp là: $4!$

- Xếp 5 học sinh còn lại vào bàn. Số cách xếp là $5!$

Số phần tử thuận lợi cho biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{126}$.

Câu 149. Chọn 6 viên bi cộng các số trên 6 viên bi đó thu được là số lẻ”.

Trong 11 viên bi có 6 viên bi mang số lẻ đó là $\{1;3;5;7;9;11\}$ và 5 viên bi mang số chẵn $\{2;4;6;8;10\}$.

* **Trường hợp 1:** 1 viên bi mang số lẻ và 5 viên bi mang số chẵn.

Số cách chọn trong trường hợp 1 là $C_6^1.C_5^5$ cách.

* **Trường hợp 2:** 3 viên bi mang số lẻ và 3 viên bi mang số chẵn.

Số cách chọn trong trường hợp 2 là $C_6^3.C_5^3$ cách.

* **Trường hợp 3:** 5 viên bi mang số lẻ và 1 viên bi mang số chẵn.

Số cách chọn trong trường hợp 3 là $C_6^5.C_5^1$ cách.

Suy ra $n(A) = C_6^1.C_5^5 + C_6^3.C_5^3 + C_6^5.C_5^1 = 6 + 200 + 30 = 236$.

$\Rightarrow |\Omega_A| = 3!.C_6^2.C_4^2.1 = 540$.

Bước 3: Tính xác suất $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{236}{462} = \frac{118}{231}$.

Câu 150. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi từ 15 viên bi thì số cách chọn là $C_{15}^3 = 445$.

Gọi A là biến cố “trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất một viên màu đỏ”. Số trường hợp thuận lợi cho biến cố A là:

***Trường hợp 1:** Lấy được 1 viên màu đỏ, số cách lấy là: $C_8^1.C_7^2$.

***Trường hợp 2:** Lấy được 2 viên màu đỏ, số cách lấy là: $C_8^2.C_7^1$.

***Trường hợp 3:** Lấy được 3 viên màu đỏ, số cách lấy là: C_8^3 .

Số trường hợp thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = C_8^1.C_7^2 + C_8^2.C_7^1 + C_8^3 = 420$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{C_8^1.C_7^2 + C_8^2.C_7^1 + C_8^3}{C_{15}^3} = \frac{12}{13}.$$

Câu 151. Chọn 8 học sinh mà không có khối 12, có C_{11}^8 cách.

Gọi A là biến cố “8 học sinh được chọn, mỗi khối có ít nhất 1 học sinh”. Số trường hợp thuận lợi cho A là $n(A) = C_{18}^8 - (C_{13}^8 + C_{12}^8 + C_{11}^8) = 41811$

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{41811}{C_{18}^8} = \frac{1267}{1326}.$$

Câu 152. Chọn D.

Số cách chọn ra 3 học sinh mà không có điều kiện gì là C_{50}^3 cách $\Rightarrow |\Omega| = C_{50}^3$

Ta sẽ loại trừ các trường hợp có 1 cặp anh em sinh đôi. Đầu tiên ta chọn 1 cặp sinh đôi có 4 cách chọn. Sau đó chọn 1 học sinh còn lại từ 48 học sinh, có 48 cách chọn.

Vậy số cách chọn 3 em học sinh thỏa yêu cầu đề bài là: $C_{50}^3 - 4.48 = 19408$

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là } P = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{19408}{C_{50}^3} = \frac{1213}{1225}.$$

Câu 153. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm hai học sinh lớp 12A, ba học sinh lớp 12B và năm học sinh lớp 12C trên một bàn tròn. Xác suất để các học sinh cùng lớp thì luôn ngồi cạnh nhau.

A. $\frac{11}{630}$. B. $\frac{1}{126}$. C. $\frac{1}{28}$. D. $\frac{1}{14}$.

Lời giải

Chọn B

Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh vào một bàn tròn. Số phần tử không gian mẫu là: $n(\Omega) = 9!$.

Gọi E là biến cố: các học sinh cùng lớp thì luôn ngồi cạnh nhau. Ta có các bước sắp xếp như sau

+) Xếp 5 học sinh lớp 12C cạnh nhau có: $5!$ cách.

+) Xếp 3 học sinh lớp 12B cạnh nhau và cạnh học sinh lớp 12C có: $3!.2$ cách.

+) Xếp 2 học sinh lớp 12A vào hai vị trí còn lại có: 2 cách.

$$\Rightarrow n(E) = 5!.3!.2.2. \text{ Vậy xác suất của biến cố } E \text{ là: } P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{5!.3!.2.2}{9!} = \frac{1}{126}.$$

Câu 154. Chọn B.

Xếp ngẫu nhiên 11 học sinh vào một bàn tròn. Số phần tử không gian mẫu là: $n(\Omega) = 10!$.

Gọi E là biến cố: các học sinh cùng lớp thì luôn ngồi cạnh nhau. Ta có các bước sắp xếp như sau

+) Xếp 5 học sinh lớp 12C cạnh nhau có: $5!$ cách.

+) Xếp 3 học sinh lớp 12B cạnh nhau và cạnh học sinh lớp 12C có: $3!.2$ cách.

+) Xếp 3 học sinh lớp 12A vào ba vị trí còn lại có: $3!$ cách.

$$\Rightarrow n(E) = 5! \cdot 3! \cdot 2 \cdot 3! . \text{ Vậy xác suất của biến cố } E \text{ là: } P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{5! \cdot 3! \cdot 2 \cdot 3!}{10!} = \frac{1}{420} .$$

Câu 155. Chọn B.

Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh vào một bàn tròn. Số phần tử không gian mẫu là: $n(\Omega) = 5!$.

Gọi E là biến cố: Một học sinh lớp 12C ngồi giữa hai học sinh lớp 12B. Ta có các bước sắp xếp như sau

+) Lấy 1 học sinh lớp 12C làm chuẩn xếp hai học sinh lớp 12B ngồi hai bên học sinh lớp 12C : $2!$ cách .

+) Xếp 3 học sinh lớp 12A vào ba vị trí còn lại có: $3!$ cách .

$$\Rightarrow n(E) = 2! \cdot 3! = 12 . \text{ Vậy xác suất của biến cố } E \text{ là: } P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{12}{5!} = \frac{1}{10} .$$

Câu 156. Chọn B.

Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh vào một bàn tròn. Số phần tử không gian mẫu là: $n(\Omega) = 5!$.

Gọi E là biến cố: Một học sinh lớp 12C ngồi giữa 12C ba học sinh lớp 12A. Ta có các bước sắp xếp như sau

+) Lấy 1 học sinh lớp 12C làm chuẩn chọn hai học sinh lớp 12A xếp ngồi hai bên học sinh lớp 12C : $C_3^2 \cdot 2!$ cách .

+) Xếp 3 học sinh còn lại vào ba vị trí còn lại có: $3!$ cách .

$$\Rightarrow n(E) = C_3^2 \cdot 2! \cdot 3! = 36 . \text{ Vậy xác suất của biến cố } E \text{ là: } P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{36}{5!} = \frac{3}{10} .$$

Câu 157. Chọn C.

Xếp ngẫu nhiên 9 học sinh vào một bàn tròn. Số phần tử không gian mẫu là: $n(\Omega) = 9!$.

Gọi E là biến cố: giữa hai học sinh lớp A không có học sinh nào lớp

Xét các trường hợp sau :

TH1: Hai học sinh lớp A đứng cạnh nhau có $2! \cdot 8!$ cách.

TH2: Giữa hai học sinh lớp A có một học sinh lớp C có $2! \cdot A_4^1 \cdot 7!$ cách.

TH3: Giữa hai học sinh lớp A có hai học sinh lớp C có $2! \cdot A_4^2 \cdot 6!$ cách.

TH4: Giữa hai học sinh lớp A có ba học sinh lớp C có $2! \cdot A_4^3 \cdot 5!$ cách.

TH5: Giữa hai học sinh lớp A có bốn học sinh lớp C có $2! \cdot A_4^4 \cdot 4!$ cách.

Vậy theo quy tắc cộng có $2!(8! + A_4^1 7! + A_4^2 6! + A_4^3 5! + A_4^4 4!) = 145152$ cách.

$$\Rightarrow n(E) = 145152 . \text{ Vậy xác suất của biến cố } E \text{ là: } P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{145152}{9!} = \frac{2}{5} .$$

Câu 158. Chọn 3 khe để xếp học sinh lớp 12B vào thì học sinh lớp 12A sẽ tạo thành 4 nhóm số cách chọn và xếp học sinh 12B là $C_7^3 \cdot 3!$

Số phần tử thuận lợi cho biến cố E là $n(E) = 8! \cdot C_7^3 \cdot 3!$

$$\text{Xác suất } P(E) = \frac{n(E)}{n(\omega)} = \frac{7}{33}$$

Câu 159. Chọn một khe trống có 7 cách chọn sau đó chọn hai khe trống nữa để xếp 2 học sinh còn lại của lớp 12A có A_6^2

vậy có $A_4^2 \cdot 7 \cdot A_6^2$

Số phần tử thuận lợi cho biến cố E là $n(E) = 8! \cdot (4 \cdot 2 \cdot C_7^3 \cdot 3! + A_4^2 \cdot 7 \cdot A_6^2)$

$$\text{Xác suất } P(E) = \frac{n(E)}{n(\omega)} = \frac{35}{99}.$$

Câu 160. Chọn B.

- Không gian mẫu:

Xếp 60 thùng hàng thành 1 hàng ngang, tạo ra 59 khoảng trống (không tính ở phía 2 đầu) dùng 5 vách ngăn đưa vào 59 khoảng trống đó, khi đó mỗi Cửa hàng nhận được ít nhất một thùng hàng.

$$\text{Ta có } n(\Omega) = C_{59}^5$$

- Phân phối để mỗi Cửa hàng nhận được ít nhất 6 thùng hàng:

Trước tiên phân phối cho mỗi cửa hàng 5 thùng hàng; như vậy mất đi 30 thùng, còn lại 30 thùng. Xếp 30 thùng hàng thành 1 hàng ngang, tạo ra 29 khoảng trống (không tính ở phía 2 đầu) dùng 5 vách ngăn đưa vào 29 khoảng trống đó, khi đó mỗi Cửa hàng nhận được ít nhất một thùng hàng nữa. Vậy số cách chia để mỗi cửa hàng nhận được ít nhất 6 thùng là:

$$n(A) = C_{29}^5$$

$$\text{Xác suất là: } p(A) = \frac{C_{29}^5}{C_{59}^5} = \frac{585}{24662}$$

Câu 161. Chọn C.

Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh vào hai dãy ghế có số cách xếp là $10!$. Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 10!$.

Đánh số hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy 5 ghế theo sơ đồ:

1	2	3	4	5
10	9	8	7	6

Do 2 học sinh cạnh nhau, đối diện nhau khác lớp nên xảy ra 2 trường hợp xếp:

TH1: Các học sinh lớp A được xếp vào các ghế có số chẵn, các học sinh lớp B được xếp vào các ghế có số lẻ nên có $5! \cdot 5!$ cách xếp.

TH2: Các học sinh lớp A được xếp vào các ghế có số lẻ, các học sinh lớp B được xếp vào các ghế có số chẵn nên có $5! \cdot 5!$ cách xếp.

Số phần tử thuận lợi cho biến cố 2 học sinh cạnh nhau, đối diện nhau khác lớp là $2 \cdot 5! \cdot 5!$.

$$\text{Xác suất là } P = \frac{2 \cdot 5! \cdot 5!}{10!}.$$

Câu 162. Chọn 5 học sinh lớp B và xếp mỗi học sinh vào 1 khoảng trống nói trên : có A_6^5 cách.

□ Xếp 1 học sinh còn lại vào một trong hai đầu của hàng đã được xếp ở trên : có 2 cách.

→ có $6! \cdot A_6^5 \cdot 2$ cách xếp thỏa mãn.

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là } \frac{6! \cdot A_6^5 \cdot 2}{12!} = \frac{1}{462}$$

Câu 163. Chọn A.

□ Xếp 8 quyển sách Tiếng anh thành 1 hàng ngang : có $8!$ cách xếp.

Khi đó có 7 khoảng trống giữa 8 quyển sách trên.

□ Xếp 7 quyển sách Văn học hoặc Toán học vào 7 khoảng trống nói trên sao cho mỗi khoảng trống xếp 1 cuốn sách : có $7!$ cách xếp.

→ có $8! \cdot 7!$ cách xếp thỏa mãn.

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{8! \cdot 7!}{15!} = \frac{1}{6435}$

Câu 164. Chọn 3 khe trống trong 8 khe trống, sau đó xếp 4 học sinh trường A vào 3 khe trống. Số cách chọn và sắp xếp là $C_8^3 \cdot C_4^2 \cdot 2! \cdot 2! \cdot 3$

Số phần tử thuận lợi cho biến cố E là: $n(E) = 7! \cdot C_8^3 \cdot C_4^2 \cdot 2! \cdot 2! \cdot 3$

Xác suất của A là $P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{28}{55}$.

Câu 165. Chọn 4 khe trống trong số 6 khe trống sau đó xếp 4 học sinh nữ vào 4 khe trống. Số cách chọn và xếp là $C_6^4 \cdot 4!$

Số kết quả thuận lợi cho biến cố E là $n(E) = 5! \cdot C_6^4 \cdot 4!$

Xác suất $P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{5}{42}$.

Câu 166. Chọn lấy 2 người đàn ông để xếp cạnh Em bé có C_3^2 cách.

-Xếp 2 người đàn ông vừa chọn cạnh Em bé có $2!$ cách.

-Cuối cùng xếp 2 người đàn bà và 1 người đàn ông còn lại vào 3 vị trí còn lại có $3!$ cách.

-Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_3^2 \cdot 2! \cdot 3!$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{36}{5!}$.

Câu 167. Chọn lấy 2 học sinh nữ để xếp cạnh Cô giáo có C_8^2 cách.

-Xếp 2 học sinh nữ vừa chọn cạnh Cô giáo có $2!$ cách.

-Cuối cùng xếp 11 người còn lại vào 11 vị trí còn lại có $11!$ cách.

-Suy ra số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = C_8^2 \cdot 2! \cdot 11!$.

-Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{14}{39}$.

Câu 168. Chọn 1 cây bất kì trong số 17 cây, đánh dấu cây đó là cây E. Có hai trường hợp xảy ra:

TH1. Cây E không bị chặt. Khi đó xét 16 cây còn lại. Ta sẽ chặt 4 cây trong số 16 cây sao cho không có hai cây nào kề nhau bị chặt. Giả sử đã chặt được 4 cây thỏa yêu cầu nói trên, lúc này hàng cây còn lại 12 cây (không kể cây E). Việc phục hồi hàng cây là đặt 4 cây đã chặt vào 4 vị trí đã chặt, số cách làm này bằng với số cách đặt 4 cây vào 4 trong 13 vị trí xen kẽ giữa 12 cây nên số cách chặt 4 cây ở trường hợp này là C_{13}^4 .

TH2: Cây E bị chặt. Khi đó số cây còn lại 16 cây. Ta sẽ chặt 3 cây trong số 16 cây còn lại sao cho không có 2 cây nào kề nhau bị chặt (2 cây ở hai phía của cây E cũng không được chặt). Giả sử đã chặt được 3 cây thỏa yêu cầu nói trên, lúc này hàng cây còn lại 13 cây. Hai cây hai phía cây E vừa chặt không được chặt. Xét hàng cây gồm 11 cây còn lại.

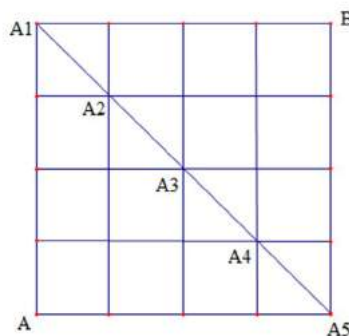
Lập luận tương tự như trường hợp thứ nhất, ta có số cách chặt cây là C_{12}^3 .

Suy ra số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = C_{13}^4 + C_{12}^3$.

Vậy xác suất $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{11}{28}$.

DẠNG 5 : CÁC BÀI TOÁN KHÁC

Câu 169. Chọn D.



Nhận xét: Để di chuyển đến đích, mỗi con kiến phải có hành trình $8m$. Vì hai con kiến xuất phát cùng thời điểm và cùng vận tốc di chuyển nên chúng chỉ có thể gặp nhau khi mỗi con kiến đều di chuyển được $4m$ (sau 4 phút). Do vậy chúng chỉ có thể gặp nhau tại các giao điểm trên đường chéo chính chạy từ góc trên bên trái đến góc dưới bên phải (A_1A_5).

Xác suất để sau 4 phút, con kiến thứ nhất đi đến vị trí A_1 là $P_1(A_1) = \frac{C_4^0}{2^4}$;

Xác suất để sau 4 phút, con kiến thứ hai đi đến vị trí A_1 là $P_2(A_1) = \frac{C_4^0}{2^4}$;

Xác suất để hai con kiến gặp nhau tại vị trí A_1 là $P(A_1) = P_1(A_1) \cdot P_2(A_1) = \frac{(C_4^0)^2}{256}$.

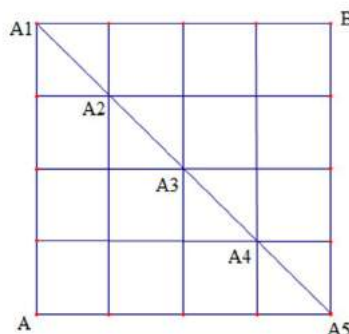
Tương tự xác suất để hai con kiến gặp nhau tại các vị trí A_2, A_3, A_4, A_5 là:

$$P(A_2) = \frac{(C_4^1)^2}{256}; P(A_3) = \frac{(C_4^2)^2}{256}; P(A_4) = \frac{(C_4^3)^2}{256}; P(A_5) = \frac{(C_4^4)^2}{256}.$$

Vậy xác suất để hai con kiến gặp nhau là:

$$P(A) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + P(A_4) + P(A_5) = \frac{(C_4^0)^2 + (C_4^1)^2 + (C_4^2)^2 + (C_4^3)^2 + (C_4^4)^2}{256} \\ = \frac{35}{128}.$$

Câu 170. Chọn C.



Nhận xét: Để di chuyển đến đích, mỗi con kiến phải có hành trình $8m$. Vì hai con kiến xuất phát cùng thời điểm và cùng vận tốc di chuyển nên chúng chỉ có thể gặp nhau khi mỗi con kiến đều di chuyển được $4m$ (sau 4 phút). Do vậy chúng chỉ có thể gặp nhau tại các giao điểm trên đường chéo chính chạy từ góc trên bên trái đến góc dưới bên phải (A_1A_5).

Xác suất để sau 4 phút, con kiến thứ nhất đi đến vị trí A_1 là $P_1(A_1) = \frac{C_4^0}{2^4}$;

Xác suất để sau 4 phút, con kiến thứ hai đi đến vị trí A_1 là $P_2(A_1) = \frac{C_4^0}{2^4}$;

Xác suất để hai con kiến gặp nhau tại vị trí A_1 là $P(A_1) = P_1(A_1) \cdot P_2(A_1) = \frac{(C_4^0)^2}{256}$.

Tương tự xác suất để hai con kiến gặp nhau tại các vị trí A_2, A_3, A_4, A_5 là:

$$P(A_2) = \frac{(C_4^1)^2}{256}; P(A_3) = \frac{(C_4^2)^2}{256}; P(A_4) = \frac{(C_4^3)^2}{256}; P(A_5) = \frac{(C_4^4)^2}{256}.$$

Xác suất để hai con kiến gặp nhau là:

$$P(A) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + P(A_4) + P(A_5) = \frac{(C_4^0)^2 + (C_4^1)^2 + (C_4^2)^2 + (C_4^3)^2 + (C_4^4)^2}{256} \\ = \frac{35}{128}.$$

Vậy xác suất để hai con kiến không gặp nhau là: $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{35}{128} = \frac{93}{128}$.

Câu 171. Chọn C.

Số phần tử không gian mẫu là $|\Omega| = (6.2)^3 = 1728$.

Số trường hợp xảy ra để cả 3 lượt tung đó đều thu được súc sắc mặt 1 chấm và xu ngửa là 1.

Số trường hợp xảy ra để trong 3 lượt tung đó có đúng 2 lượt được súc sắc mặt 1 chấm và xu ngửa là $3.1.1.11 = 3.11$.

Số trường hợp xảy ra để trong 3 lượt tung đó có đúng 1 lượt được súc sắc mặt 1 chấm và xu ngửa là $3.1.11.11 = 3.11^2$.

Xác suất để trong 3 lượt gieo như vậy, có ít nhất một lượt gieo được kết quả con súc sắc xuất

hiện mặt 1 chấm, đồng thời đồng xu xuất hiện mặt ngửa là: $P = \frac{1 + 3.11 + 3.11^2}{12^3} = \frac{397}{1728}$.

Vậy xác suất cần tìm $P = 1 - \frac{397}{1728} = \frac{1331}{1728}$.

Câu 172. Chọn C.

Nhận thấy các điểm cần tìm nằm trên đường thẳng $y = m$, với $m = \overline{0,10}$.

Dễ thấy trên các đường $y = 0; y = 1; \dots; y = 10$ có lần lượt 91; 90; ...; 81 điểm.

Vậy xác suất cần tìm: $P = \frac{91 + 90 + \dots + 81}{11.101} = \frac{86}{101}$.

Câu 173. Chọn C.

Cách đi ngắn nhất từ A đến B có: C_{24}^1 cách.

Cách đi ngắn nhất từ E đến F có: C_{24}^9 cách.

Cách đi ngắn nhất từ A đến B và qua I có: $C_{14}^3 \cdot C_{10}^6$ cách.

Cách đi ngắn nhất từ E đến F và qua I có: $C_{17}^6 \cdot C_7^3$ cách.

Vậy xác suất cần tìm: $P = \frac{C_{14}^3 \cdot C_{10}^6 \cdot C_{17}^6 \cdot C_7^3}{(C_{24}^9)^2}$.

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

DẠNG 1: CÁC BÀI TOÁN ĐẾM – TÍNH XÁC SUẤT SỐ CÁC CHỮ SỐ THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC

Loại 1: Liên quan đến tính chất chia hết

Câu 1: (Đề thi học sinh giỏi Quảng Ngãi lớp 11 năm học 2015 – 2016)

Gọi số cần tìm là $\overline{abcdef}$ với $a, b, c, d, e, f \in \{1, 3, 4, 8\}$.

Sắp xếp chữ số 3 vào 3 trong 6 vị trí, có C_6^3 cách. Sắp xếp 3 chữ số 1; 4; 8 vào 3 vị trí còn lại có $3!$ cách. Vậy có tất cả $C_6^3 \cdot 3! = 120$ số.

Một số chia hết cho 4 khi và chỉ khi hai chữ số tận cùng tạo thành 1 số chia hết cho 4.

Trong các số trên, số lấy chia hết cho 4 có tận cùng là 48, 84. Trong mỗi trường hợp có $C_4^3 = 4$ cách sắp xếp chữ số 3 và 1 vào 4 vị trí còn lại, suy ra có 8 số chia hết cho 4.

Gọi A là biến cố: “Số lấy ra chia hết cho 4”.

Vậy số các kết quả thuận lợi cho A là $|\Omega_A| = 8$.

Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 120$.

Xác suất của biến cố A là $P_A = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{8}{120} = \frac{1}{15}$.

Câu 2: (Đề thi học sinh giỏi Vĩnh Phúc lớp 11 năm học 2010 – 2011)

Trước hết ta tính $n(A)$. Với số tự nhiên có chín chữ số đôi một khác nhau thì chữ số đầu tiên có 9 cách chọn và có A_8^8 cho 8 vị trí còn lại. Vậy $n(A) = 9 \cdot A_8^8$.

Giả sử $B = \{0; 1; 2; \dots; 9\}$ ta thấy tổng các phần tử của B bằng 45:3 nên số có chín chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 3 sẽ được tạo thành từ 9 chữ số của các tập $B \setminus \{0\}$; $B \setminus \{3\}$; $B \setminus \{6\}$; $B \setminus \{9\}$ nên số các số loại này là

$A_9^9 + 3 \cdot 8 \cdot A_8^8$. Vậy xác suất cần tìm là $\frac{A_9^9 + 3 \cdot 8 \cdot A_8^8}{9 \cdot A_9^9} = \frac{11}{27}$.

Câu 3: (Đề thi học sinh giỏi Thanh Hóa lớp 12 năm học 2016-2017)

Ta có $43200 = 2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^2$.

Mỗi ước nguyên dương của số 43200 là một số có dạng $2^i \cdot 3^j \cdot 5^k$, trong đó $i \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$, $j \in \{0; 1; 2; 3\}$, $k \in \{0; 1; 2\}$.

Số ước nguyên dương bằng số bộ $(i; j; k)$ được chọn từ 3 tập trên. Suy ra số cách chọn bộ $(i; j; k)$ từ 3 tập trên là $7 \cdot 4 \cdot 3 = 84$ (cách) nên số phần tử của S là 84.

Có C_{84}^2 cách chọn ngẫu nhiên hai phần tử thuộc S .

Mỗi ước nguyên dương không chia hết cho 5 của số 43200 là một số có dạng $2^i \cdot 3^j \cdot 5^0$
Suy ra số các ước của 43200 không chia hết cho 5 trong tập S là $7 \cdot 4 = 28$.

Do đó có C_{28}^2 cách lấy hai phần tử thuộc S mà không chia hết cho 5.

Suy ra xác suất lấy được hai số không chia hết cho 5 trong S là $P = \frac{C_{28}^2}{C_{84}^2} = \frac{9}{23}$.

Câu 4: (Đề thi học sinh giỏi Thanh Hóa lớp 11 năm học 2012-2013)

Gọi số cần tìm là: $\overline{n} = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$

Số $\overline{n}$ có tính chất:

+ Lẻ $\Rightarrow a_6 \in \{1; 3; 5; 7\}$.

+ a_3 chia hết cho 6 $\Rightarrow a_3 \in \{0; 6\}$.

* Trường hợp 1: $a_3 = 0$

a_6 có 4 cách.

a_1 có 6 cách.

#Chọn 3 chữ số còn lại có A_5^3 cách.

* Trường hợp 2: $a_3 = 6$.

a_6 có 4 cách.

a_1 có 5 cách ($a_1 \neq 0; a_1 \neq a_3; a_1 \neq a_6$).

#Chọn 3 chữ số còn lại có A_5^3 cách.

$\Rightarrow$ có $4.5.A_5^3$ số.

Vậy: $4.6.A_5^3 + 4.5.A_5^3 = 2640$ số.

Câu 5: (Đề thi học sinh giỏi Bình Định lớp 12 năm học 2017 – 2018)

Số các số tự nhiên có 4 chữ số là $9999 - 1000 + 1 = 9000$

Giả sử số tự nhiên có 4 chữ số chia hết cho 7 và chữ số hàng đơn vị bằng 1 là: $\overline{abc1}$

Ta có $\overline{abc1} = 10.\overline{abc} + 1 = 3.\overline{abc} + 7.\overline{abc} + 1$ chia hết cho 7 khi và chỉ khi $3.\overline{abc} + 1$ chia hết cho

7. Đặt $3.\overline{abc} + 1 = 7h \Leftrightarrow \overline{abc} = 2h + \frac{h-1}{3}$ là số nguyên khi và chỉ khi $h = 3t + 1$

Khi đó ta được: $\overline{abcd} = 7t + 2 \Rightarrow 100 \leq 7t + 2 \leq 999$

$\Leftrightarrow \frac{98}{7} \leq t \leq \frac{997}{7} \Leftrightarrow t \in \{14, 15, \dots, 142\}$ suy ra số cách chọn ra t sao cho số $\overline{abc1}$ chia hết cho 7

và chữ số hàng đơn vị bằng 1 là 129.

Vậy xác suất cần tìm là: $\frac{129}{9000} = \frac{43}{3000}$.

Câu 6: (Đề thi học sinh giỏi Vĩnh Phúc lớp 11 năm học 2011 – 2012)

Số các số tự nhiên có 5 chữ số là $99999 - 10000 + 1 = 90000$

Giả sử số tự nhiên có 5 chữ số chia hết cho 7 và chữ số hàng đơn vị bằng 1 là: $\overline{abcd1}$

Ta có $\overline{abcd1} = 10.\overline{abcd} + 1 = 3.\overline{abcd} + 7.\overline{abcd} + 1$ chia hết cho 7 khi và chỉ khi $3.\overline{abcd} + 1$ chia

hết cho 7. Đặt $3.\overline{abcd} + 1 = 7h \Leftrightarrow \overline{abcd} = 2h + \frac{h-1}{3}$ là số nguyên khi và chỉ khi $h = 3t + 1$

Khi đó ta được: $\overline{abcd} = 7t + 2 \Rightarrow 1000 \leq 7t + 2 \leq 9999$

$\Leftrightarrow \frac{998}{7} \leq t \leq \frac{9997}{7} \Leftrightarrow t \in \{143, 144, \dots, 1428\}$ suy ra số cách chọn ra t sao cho số $\overline{abcd1}$ chia

hết cho 7 và chữ số hàng đơn vị bằng 1 là 1286.

Vậy xác suất cần tìm là: $\frac{1286}{90000} \approx 0,015$.

Câu 7: (Đề thi học sinh giỏi Vĩnh Long lớp 11 năm học 2014 – 2015)

- Tìm số có ba chữ số khác nhau lập từ tập $E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.

Số cần tìm có dạng $\overline{abc}$, chọn $a \in E, a \neq 0$ có 5 cách.

#Chọn 2 số trong 5 số còn lại của $E \setminus \{a\}$ xếp vào hai vị trí b, c có A_5^2 cách.

Vậy có $5 \cdot A_5^2 = 100$ số.

• Tính số lập được chia hết cho 3.

Số cần tìm có dạng $\overline{abc}$, $a + b + c \vdots 3$.

Xét các tập con gồm 3 phần tử của tập $E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, ta thấy chỉ có các tập sau thỏa mãn điều kiện tổng các chữ số chia hết cho 3 là:

$$A_1 = \{0, 1, 2\}, \quad A_2 = \{0, 1, 5\}, \quad A_3 = \{0, 2, 4\}, \quad A_4 = \{0, 4, 5\}, \quad A_5 = \{1, 2, 3\}, \quad A_6 = \{1, 3, 5\}, \\ A_7 = \{2, 3, 4\}, \quad A_8 = \{3, 4, 5\}.$$

Khi $a, b, c \in A_1, A_2, A_3, A_4$ mỗi trường hợp lập được 4 số thỏa mãn yêu cầu.

Khi $a, b, c \in A_5, A_6, A_7, A_8$ mỗi trường hợp lập được 6 số thỏa mãn yêu cầu.

Vậy có $4 \cdot 4 + 4 \cdot 6 = 40$ số.

Suy ra số không chia hết cho 3 là $100 - 40 = 60$ số.

Xác suất cần tính là $P = \frac{60}{100} = 0,6$.

Câu 8: (Đề thi học sinh giỏi Hà Nam lớp 11 năm học 2016 – 2017)

Ta có số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = 8!$.

Giả sử số tự nhiên $n = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4 b_1 b_2 b_3 b_4}$ chia hết cho 1111 trong đó $a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2, b_3, b_4$ thuộc $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$.

Ta có $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36 \vdots 9 \Rightarrow \begin{cases} n \vdots 9 \\ n \vdots 1111 \end{cases} \Rightarrow n \vdots 9999$.

Đặt $x = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4}; y = \overline{b_1 b_2 b_3 b_4} \Rightarrow n = 10^4 x + y = 9999x + (x + y)$.

$n \vdots 9999 \Rightarrow (x + y) \vdots 9999$, vì $0 < x + y < 2.9999 \Rightarrow x + y = 9999$

$\Rightarrow a_1 + b_1 = a_2 + b_2 = a_3 + b_3 = a_4 + b_4 = 9$. Có 4 cặp số có tổng bằng 9 là $(1; 8), (2; 7), (3; 6), (4; 5)$.

Có 4! cách chọn cặp số trên, mỗi cặp số có 2 hoán vị nên có $4! \cdot 2^4$ số chia hết cho 1111.

Gọi A : "Số tự nhiên được lấy chia hết cho 1111" $\Rightarrow n(A) = 4! \cdot 2^4$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{1}{105}$

Câu 9: (Đề thi học sinh giỏi Cẩm Xuyên lớp 11 năm học 2016 - 2017)

Ta chia 20 số từ 1 đến 20 thành 3 nhóm sau:

$A = \{3; 6; 9; 11; 15; 18\}$. Nhóm chia hết cho 3, $n(A) = 6$.

$B = \{1; 4; 7; 10; 13; 16; 19\}$. Chia cho 3 dư 1, $n(B) = 7$.

$C = \{2; 5; 8; 11; 14; 17; 20\}$. Chia cho 3 dư 2, $n(C) = 7$.

Tổng 3 số đã cho chia hết cho 3 có 4 trường hợp sau:

TH1: 3 số thuộc A .

Có $C_6^3 = 20$ cách chọn.

TH2: 3 số thuộc B .

Có $C_7^3 = 35$ cách chọn.

TH3: 3 số thuộc C .

Có $C_7^3 = 35$ cách chọn.

TH4: 1 số thuộc A , 1 số thuộc B , 1 số thuộc C .

Có $C_6^1 C_7^1 C_7^1 = 294$ cách chọn.

Vậy tất cả có $20 + 35 + 35 + 294 = 384$ cách chọn số thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 10: (Đề thi học sinh giỏi Thái Nguyên lớp 11 năm học 2017- 2018)

Gọi số có 8 chữ số phân biệt có dạng là: $x = \overline{a_1 a_2 \dots a_7 a_8}$.

Có $n(\Omega) = A_{10}^8 - A_9^7$.

A là biến cố “ x chia hết cho 9”.

Các số $a_1, a_2, \dots, a_8$ được lập từ 4 trong 5 cặp $\{0; 9\}, \{1; 8\}, \{2; 7\}, \{3; 6\}, \{4; 5\}$.

Trường hợp 1 : Trong x không có chữ số 0 và 9.

$\Rightarrow$ có 8! số.

Trường hợp 2 : Trong x có chứa chữ số 0 và 9.

+ #Chọn 3 trong 4 cặp còn lại có C_4^3 .

+ Xếp 8 số chọn được thành số có 8 chữ số có $8! - 7!$.

$\Rightarrow$ có $C_4^3 (8! - 7!) \Rightarrow P(A) = \frac{8! + 4(8! - 7!)}{A_{10}^8 - A_9^7} = \frac{1}{9}$.

Câu 11: (Đề thi học sinh giỏi Quảng Nam lớp 11 năm học 2015 – 2016)

Mỗi số tự nhiên thuộc X có dạng $x = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4}$ trong đó $a_1 \neq 0$ và a_4 chẵn.

□ Trường hợp $a_4 = 0$: Số các số dạng x có $a_4 = 0$ là $A_6^3 = 120$.

□ Trường hợp $a_4 \in \{2; 4; 8\}$: Số các số dạng trong trường hợp này là $5.5.4.3 = 300$.

Vậy X có $120 + 300 = 420$ số.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 420$.

Gọi A là biến cố chọn được số $x = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4}$ chia hết cho 4.

x chia hết cho 4 khi và chỉ khi $\overline{a_3 a_4}$ chia hết cho 4. Do đó $\overline{a_3 a_4}$ thuộc tập $\{04; 08; 20; 24; 28; 32; 40; 48; 52; 72; 80; 84\}$.

Nếu $\overline{a_3 a_4} \in \{04; 08; 20; 40; 80\}$ thì số cách chọn x là $A_5^2 \cdot 5 = 100$.

Nếu $\overline{a_3 a_4} \in \{24; 28; 32; 48; 52; 72; 84\}$ thì số cách chọn x là $4.4.7 = 112$.

Suy ra $n(A) = 212$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{212}{420} = \frac{53}{105}$.

Câu 12: (Đề thi học sinh giỏi Hà Nam lớp 11 năm học 2017 – 2018)

Gọi số có 6 chữ số khác nhau là $\overline{abcdef}$, mà tổng các chữ số bằng 18 nên tập $\{a, b, c, d, e, f\}$ là một trong các tập hợp sau: $\{0; 1; 2; 3; 4; 8\}$; $\{0; 1; 2; 3; 5; 7\}$; $\{0; 1; 2; 4; 5; 6\}$.

Ứng với mỗi trường hợp có 5 cách chọn chữ số a , các chữ số còn lại có 5! cách chọn.

Suy ra có $3.5.5! = 1800$ số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau mà tổng bằng 18 $\Rightarrow n(\Omega) = 1800$.

Gọi A là biến cố “Số tự nhiên được chọn là số chẵn”.

$\Rightarrow \bar{A}$ là biến cố “Số tự nhiên được chọn là số lẻ”.

□ TH1: $a, b, c, d, e, f \in \{0; 1; 2; 3; 4; 8\} \Rightarrow$ có $2.4.4! = 192$ (số).

□ TH2: $a, b, c, d, e, f \in \{0; 1; 2; 3; 5; 7\} \Rightarrow$ có $4.4.4! = 384$ (số).

□ TH3: $a, b, c, d, e, f \in \{0; 1; 2; 4; 5; 6\} \Rightarrow$ có $2.4.4! = 192$ (số).

$$\text{Suy ra } n(\bar{A}) = 768 \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{32}{75}.$$

$$\text{Vậy } P(A) = 1 - P(\bar{A}) = \frac{43}{75}.$$

Câu 13: (Đề thi HSG Bà Rịa Vũng Tàu lớp 12 năm học 2017 – 2018)

Ta có $9 = 1 + 2 + 6 = 1 + 3 + 5 = 2 + 3 + 4$.

Gọi số cần lập là $\overline{abcdef}$. Vì tổng của ba chữ số hàng chục nghìn, hàng nghìn và hàng trăm bằng 9 nên $\overline{bcd}$ có $3 \cdot 3! = 18$ cách lập.

Khi đó, $a, e, f \in \{1; 2; \dots; 9\} \setminus \{b; c; d\}$ nên các vị trí còn lại có $A_6^3 = 120$ cách lập.

Vậy số các số cần lập là $18 \cdot 120 = 2160$ (số).

Câu 14: (Đề thi HSG Cao Bằng lớp 12 năm học 2017 – 2018)

Số cách bốc ngẫu nhiên 6 quả cầu từ 11 quả là $C_{11}^6 = 462$ (cách).

Trong 11 quả cầu thì có 5 quả đánh số chẵn và 6 quả đánh số lẻ. Để bốc được 6 quả mà tổng các số là số lẻ thì trong đó phải có số quả đánh số lẻ là một số lẻ. Ta xét các trường hợp sau.

Trường hợp 1: Bốc được 1 quả có số lẻ, có $C_6^1 \cdot C_5^5 = 6$ cách.

Trường hợp 2: Bốc được 3 quả có số lẻ, có $C_6^3 \cdot C_5^3 = 200$ cách.

Trường hợp 3: Bốc được 5 quả có số lẻ, có $C_6^5 \cdot C_5^1 = 30$ cách.

$$\text{Vậy xác suất cần tính là } P = \frac{6 + 200 + 30}{462} = \frac{118}{231}.$$

Câu 15: (Đề thi học sinh giỏi Thanh Hóa dự bị lớp 12 năm học 2014 – 2015)

Nhận thấy trong chín quả cầu đã cho, có hai quả ghi số chia hết cho 4 (các quả ghi số 4 hoặc số 8), bảy quả còn lại ghi số không chia hết cho 4

Giả sử rút ra x quả ($1 \leq x \leq 9, x \in \mathbb{N}$). Số cách chọn x quả từ 9 quả trong hộp là C_9^x ; số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_9^x$

Gọi A là biến cố “Trong số x quả lấy ra, có ít nhất một quả ghi số chia hết cho 4” thế thì biến cố đối của A là $\bar{A}$: “Trong số x quả lấy ra, không có quả nào ghi số chia hết cho 4”

Số cách chọn tương ứng với biến cố $\bar{A}$ là $n(\bar{A}) = C_7^x$

$$\text{Ta có } P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{C_7^x}{C_9^x} = \frac{(9-x)(8-x)}{72}. \text{ Do đó } P(A) = 1 - P(\bar{A}) > \frac{5}{6}$$

$$\Leftrightarrow P(\bar{A}) < \frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{(9-x)(8-x)}{72} < \frac{1}{6} \Leftrightarrow x^2 - 17x + 60 < 0 \Leftrightarrow 5 < x < 12$$

Suy ra $6 \leq x \leq 9$ ($1 \leq x \leq 9, x \in \mathbb{N}$)

Giá trị nhỏ nhất của x là 6. Vậy số quả cầu phải rút ra ít nhất mà ta phải tìm là 6

Loại 2: Số lần xuất hiện của chữ số

Câu 16: (Đề thi học sinh giỏi Quảng Nam lớp 11 năm học 2016-2017)

Bước 1: xét các số có 8 chữ số, trong số có hai chữ số lẻ khác nhau và ba chữ số chẵn khác nhau mà mỗi chữ số chẵn có mặt đúng hai lần (kể cả số có chữ số 0 đứng đầu)

Từ 10 chữ số chọn ra 5 chữ số khác nhau gồm 2 số lẻ và 3 số chẵn có $C_5^2.C_5^3$ cách chọn.

Với mỗi cách chọn trên ta có: số các số có 8 chữ số trong đó có 2 chữ số lẻ khác nhau và 3 chữ số chẵn khác nhau mà mỗi chữ số chẵn có mặt đúng 2 lần là $\frac{8!}{2!.2!.2!}$ số.

Vậy với $C_5^2.C_5^3$ cách chọn ở trên ta tạo được $C_5^2.C_5^3.\frac{8!}{2!.2!.2!} = 504000$ số (kể cả số 0 đứng đầu tiên)

Bước 2: xét các số thỏa mãn điều kiện ở bước 1 mà có chữ số 0 đứng đầu.

Từ 9 số đã cho (bỏ số 0) chọn ra 4 số khác nhau gồm 2 số lẻ và 2 số chẵn (vì đã có số 0 đứng đầu) có $C_5^2.C_4^2$ cách chọn

+ Với mỗi cách chọn trên ta có: số các số có 8 chữ số có số 0 đứng đầu, trong đó có mặt 2 chữ số lẻ khác nhau, 3 chữ số chẵn khác nhau và mỗi chữ số chẵn khác 0 có mặt đúng hai lần là $\frac{7!}{2!.2!}$ số

+ Vậy với $C_5^2.C_4^2$ cách chọn ở trên ta tạo được $C_5^2.C_4^2.\frac{7!}{2!.2!} = 75600$ số (ở bước 2)

Từ 2 bước trên suy ra số các chữ số thảo đề bài là: $504000 - 75600 = 428400$ số

Câu 17: (Đề thi học sinh giỏi Thanh Hóa lớp 12 năm học 2013-2014)

Xét phép thử T : "#Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có năm chữ số mà các chữ số đều khác 0". Số phần tử không gian mẫu $|\Omega| = 9^5 = 59049$.

Gọi A là biến cố cần tìm xác suất.

Số cách chọn 3 chữ số phân biệt $a; b; c$ từ 9 chữ số khác 0 là C_9^3 . #Chọn 2 chữ số còn lại từ 3 chữ số đó, có hai trường hợp:

• **Trường hợp 1:** Cả hai chữ số còn lại cùng bằng một trong ba chữ số $a; b; c$: có 3 cách; mỗi hoán vị từ 5! hoán vị của 5 chữ số (chẳng hạn $a; a; a; b; c$ tạo ra một số tự nhiên n); nhưng cứ 3! hoán vị của các vị trí mà $a; a; a$ chiếm chỗ thì chỉ tạo ra cùng một số n , nên trong **TH1** này có $3.\frac{5!}{3!} = 60$ số tự nhiên.

• **Trường hợp 2 :** Một trong hai chữ số còn lại bằng một trong ba chữ số $a; b; c$ và chữ số kia bằng một chữ số khác trong ba chữ số đó: có 3 cách; mỗi hoán vị từ 5! hoán vị của 5 chữ số (chẳng hạn a, a, b, b, c tạo ra một số tự nhiên n); nhưng cứ 2! hoán vị của các vị trí mà b, b chiếm chỗ thì chỉ tạo ra cùng một số n , nên trong **TH2** này có $3.\frac{5!}{2!.2!} = 90$ số tự nhiên.

Suy ra $|\Omega_A| = (60 + 90).C_9^3 = 150.84 = 12600$.

Vậy $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{12600}{59049} \approx 0,213382106$

Câu 18: (Đề thi học sinh giỏi Bắc Giang lớp 11 năm học 2012-2013)

• **Trường hợp 1:** Chữ số 0 xuất hiện 2 lần.

Có C_3^2 cách chọn 2 vị trí cho chữ số 0.

Có A_9^2 cách xếp 2 chữ số trong 9 chữ số vào 2 vị trí còn lại.

Suy ra trường hợp này có $C_3^2 \cdot A_9^2 = 216$ số thỏa mãn.

• **Trường hợp 2:** Chữ số x (khác 0) xuất hiện 2 lần và x ở vị trí đầu tiên (vị trí hàng nghìn).

Có 9 cách chọn x .

Có 3 cách chọn thêm một vị trí nữa cho x .

Có A_9^2 cách xếp 2 chữ số trong 9 chữ số vào 2 vị trí còn lại.

Suy ra trường hợp này có $9 \cdot 3 \cdot A_9^2 = 1944$ số thỏa mãn.

• **Trường hợp 3:** Chữ số x (khác 0) xuất hiện 2 lần và x không nằm ở vị trí hàng nghìn.

Có 9 cách chọn x .

Có C_3^2 cách chọn vị trí cho chữ số x .

Có 8 cách chọn một chữ số (khác 0 và khác x) vào vị trí hàng nghìn.

Có 8 cách chọn một chữ số vào vị trí còn lại.

Suy ra trường hợp này có $9 \cdot 8 \cdot 8 \cdot C_3^2 = 1728$ số thỏa mãn.

Vậy theo quy tắc cộng, có $216 + 1944 + 1728 = 3888$ số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 19: (Đề thi học sinh giỏi Nam Định lớp 11 năm học 2015-2016).

Số cách chọn ba số đôi một khác nhau từ tập A là $C_{20}^3 = 1140$ cách.

Số cách chọn ra ba số liên tiếp là 18 cách.

Số cách chọn ra ba số trong đó có đúng hai số liên tiếp là $17 \times 2 + 17 \times 16 = 306$ cách.

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{1140 - 18 - 306}{11400} = \frac{816}{11400} = \frac{68}{95}$.

Câu 20: (Đề thi học sinh giỏi Thanh Hóa lớp 12 năm học 2008-2009).

Ta kí hiệu số A là $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$.

- Có 5 khả năng chọn một chữ số lẻ.

- Mỗi cách chọn một chữ số lẻ và 5 chữ số chẵn có $p_6 = 6!$ cách sắp xếp để tạo thành một số.

Như vậy có $5P_6 = 5 \cdot 6!$ cách tạo ra một số mà trong đó có đúng một chữ số lẻ, nhưng trong đó chữ số 0 có thể ở vị trí a_1 .

Do tính bình đẳng của các chữ số đã chọn nên có $\frac{1}{6}$ các số trong các số trên mà chữ số 0 ở vị

trí a_1 . Suy ra, số các số cần tìm là $5 \cdot 6! - \frac{1}{6} \cdot 5 \cdot 6! = 3000$.

Câu 21: (Đề thi học sinh giỏi Nam Định lớp 12 năm học 2013 – 2014)

Ta có các trường hợp sau:

*) Trường hợp 1: số 6 đứng vị trí đầu tiên có A_6^4 cách cho 4 số trong 6 số còn lại.

*) Trường hợp 2: số 6 từ vị trí thứ hai đến thứ năm có $4 \cdot (A_6^4 - A_5^3)$ số.

Vậy có tất cả $4 \cdot (A_6^4 - A_5^3) + A_6^4 = 1560$ số thỏa mãn đề bài.

Câu 22: (Đề thi học sinh giỏi Diễn Châu 3_Nghệ An lớp 11 năm học 2016 – 2017)

Ta có số phần tử không gian mẫu là A_9^6 .

Số cách chọn ba số lẻ từ các số ban đầu là C_5^3 .

Còn lại ba chữ số phải là số chẵn có C_4^3 cách.

Vậy xác suất cần tính là $\frac{C_5^3 \cdot C_4^3 \cdot 6!}{A_9^6} = \frac{10}{21}$.

Câu 23: (Đề thi học sinh giỏi Đà Nẵng lớp 11 năm học 2010 – 2011)

Cách 1:

Không gian mẫu: Số các số tự nhiên có 5 chữ số mà các chữ số đều khác 0 : $n(\Omega) = 9^5$.

Gọi A là biến cố : "Chọn các số tự nhiên chỉ có mặt 3 chữ số khác nhau":

#Chọn 3 trong 9 chữ số: C_9^3 .

TH1: 1 số xuất hiện 3 lần, 2 số còn lại xuất hiện 1 lần: $C_3^1 \cdot \frac{5!}{3!}$.

TH2: 1 số xuất hiện 1 lần, 2 số còn lại xuất hiện 2 lần: $C_3^2 \cdot \frac{5!}{2! \cdot 2!}$.

Suy ra $n(A) = C_9^3 \left(C_3^1 \cdot \frac{5!}{3!} + C_3^2 \cdot \frac{5!}{2! \cdot 2!} \right) = 12600$ cách.

Suy ra $P(A) = \frac{1400}{6561}$.

Cách 2:

#Chọn các số tự nhiên có 5 chữ số chỉ có mặt 1 chữ số: C_9^1 .

#Chọn các số tự nhiên có 5 chữ số chỉ có mặt 2 chữ số:

TH1: 1 số xuất hiện 4 lần, 1 số xuất hiện 1 lần: $C_9^2 C_2^1 \cdot \frac{5!}{4!}$.

TH2: 1 số xuất hiện 3 lần, 1 số xuất hiện 2 lần: $C_9^2 C_2^1 \cdot \frac{5!}{2! \cdot 3!}$.

#Chọn các số tự nhiên có 5 chữ số chỉ có mặt 4 chữ số (1 số xuất hiện 2 lần, còn lại xuất hiện 1 lần): $C_9^4 \cdot C_4^1 \cdot \frac{5!}{2!}$.

#Chọn các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau: A_9^5 .

Tổng số cách: 46449 cách.

$P(A) = 1 - \frac{46499}{9^5} = \frac{1400}{6561}$

Vậy xác suất cần tính là $\frac{C_5^3 \cdot C_4^3 \cdot 6!}{A_9^6} = \frac{10}{21}$.

Loại 3: Liên quan đến vị trí

Câu 24: (Đề thi khảo sát đội tuyển học sinh giỏi lần 2 Vĩnh Phúc lớp 12 năm học 2017 – 2018)

Có bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau trong đó 2 số kề nhau không cùng là số lẻ?

Lời giải

Gọi số đó là $A = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$

Theo đề bài, ta có A có nhiều nhất 3 chữ số lẻ.

TH1 : A có 1 chữ số lẻ:

a_1 lẻ: số cách chọn A: $C_5^1 \cdot P_5$

a_1 chẵn: số cách chọn A: $C_4^1 \cdot (C_5^1 \cdot C_4^4) \cdot P_5$.

TH2 : A có 2 chữ số lẻ:

a_1 lẻ, suy ra a_2 chẵn. số cách chọn A: $C_5^1 \cdot C_5^1 \cdot (C_4^1 \cdot C_4^3) \cdot P_4$.

a_1 chẵn, có 6 cách chọn 2 vị trí không kề nhau của 2 chữ số lẻ. số cách chọn A:

$C_4^1 \cdot (C_5^2 \cdot 6 \cdot P_2) \cdot A_4^3$.

TH3 : A có 3 chữ số lẻ:

a_1 lẻ, suy ra a_2 chẵn, có 3 cách chọn 2 vị trí không kề nhau của 2 chữ số lẻ. số cách chọn A:

$C_5^1 \cdot C_5^1 \cdot (C_4^2 \cdot 3 \cdot P_2) \cdot A_4^2$.

a_1 chẵn, có 1 cách chọn 2 vị trí không kề nhau của 2 chữ số lẻ. số cách chọn A:

$C_4^1 \cdot (C_5^3 \cdot 1 \cdot P_3) \cdot A_4^2$

Suy ra tổng số trường hợp: 37800 cách.

Câu 25: (Đề thi học sinh giỏi Thái Nguyên lớp 12 năm học 2011 – 2012)

--	--	--	--

Ta đặt 4 chữ số vào 4 ô trên để được các số thỏa mãn yêu cầu.

Trường hợp 1: Số 0 đứng ở vị trí số 2 và 3.

Số 1 có một cách chọn vị trí để không đứng cạnh 0.

Hai ô còn lại có A_4^2 cách chọn.

Trường hợp 2: Số 0 đứng cuối.

Số 1 có hai vị trí không đứng cạnh 0 (ô thứ nhất hoặc thứ hai).

Hai ô còn lại có A_4^2 cách chọn.

Vậy có $2 \cdot A_4^2 + 2 \cdot A_4^2 = 48$ số.

Câu 26: (Đề thi học sinh giỏi Vĩnh Long lớp 11 năm học 2015 – 2016)

Trường hợp 1: Số phải tìm chứa bộ 123.

Lấy 4 chữ số thuộc $\{0; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$: có A_7^4 cách

Cài bộ 123 vào vị trí đầu, hoặc cuối hoặc giữa hai số liền nhau từng đôi một trong 4 chữ số: có 5 cách.

Suy ra có $5 \cdot A_7^4 = 4200$ số có 7 chữ số khác nhau từng đôi một và chứa bộ số 123.

Trong các số trên có $4 \cdot A_6^3 = 480$ số có chữ số 0 đứng đầu.

Vậy có $4200 - 480 = 3720$ số có 7 chữ số cần tìm và chứa bộ số 123.

Trường hợp 2: Số phải tìm chứa bộ 321.

Lập luận tương tự ta có: 3720 số có 7 chữ số cần tìm và chứa bộ số 321.

Kết luận: có $3720 \cdot 2 = 7440$ số cần tìm.

Câu 27: (Đề thi học sinh giỏi Quảng Nam lớp 12 năm học 2015 – 2016)

Số hoán vị 5 chữ số lẻ 1, 1, 1, 3, 5 là $\frac{5!}{3!}$.

Ứng với mỗi hoán vị có 6 vị trí đầu, cuối và xen kẽ 2 chữ số lẻ. Do đó có A_6^3 cách sắp xếp ba chữ số chẵn 2, 4, 6, vào 3 trong 6 vị trí đó để được số thỏa đề bài.

Vậy số các số thỏa đề bài là: $\frac{5!}{3!} \cdot A_6^3 = 2400$.

Câu 28: (Đề thi học sinh giỏi Thanh Hóa lớp 12 năm học 2014 – 2015)

Gọi số đó là $A = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$. Từ giả thiết suy ra A có 1 hoặc 2 hoặc 3 chữ số lẻ.

TH1: A có 1 chữ số lẻ:

i) a_1 lẻ: Số các số A là $C_5^1 P_5 = 600$.

ii) a_1 chẵn: Có 4 cách chọn a_1 . Số các số A là $4(C_5^1 C_4^4) P_5 = 2400$.

Tổng có: $600 + 2400 = 3000$ số các số A trong đó có đúng một chữ số lẻ.

TH2: A có 2 chữ số lẻ:

i) a_1 lẻ: Có 5 cách chọn a_1 . Có 5 cách chọn a_2 chẵn.

Vậy số các số A là $5.5(C_4^1 C_4^3) P_4 = 9600$.

ii) a_1 chẵn: Có 4 cách chọn a_1 . Có 6 cách chọn hai vị trí không kề nhau của hai số lẻ trong $a_2 a_3 a_4 a_5 a_6$. Vậy số các số A là $4.(C_5^2 . 6 . P_2) . A_4^3 = 11520$.

Tổng có: $9600 + 11520 = 21120$ số các số A .

TH3: A có 3 chữ số lẻ:

i) a_1 lẻ: Có 5 cách chọn a_1 . Có 5 cách chọn a_2 . Có 3 cách chọn hai vị trí không kề nhau của hai số lẻ trong $a_3 a_4 a_5 a_6$. Vậy số các số A là $5.5.(C_4^2 . 3 . P_2) . A_4^2 = 10800$.

ii) a_1 chẵn: Có 4 cách chọn a_1 . Có 1 cách chọn ba vị trí không kề nhau của ba số lẻ trong $a_2 a_3 a_4 a_5 a_6$. Vậy số các số A là $4.(C_5^3 . 1 . P_3) . A_4^2 = 2880$.

Tổng có: $10800 + 2880 = 13680$ số các số A .

Tóm lại có: $3000 + 21120 + 13680 = 37800$ số các số A .

Câu 29: (Đề thi học sinh giỏi Lào Cai lớp 11 năm học 2017 – 2018)

Gọi A là tập hợp các số gồm bảy chữ số khác nhau. Ta có $n(A) = 7!$.

B là tập các số gồm 7 chữ số khác nhau mà số lẻ không đứng cạnh nhau.

C là tập các số gồm 7 chữ số khác nhau mà 3 chữ số lẻ đứng cạnh nhau $C \subset A$.

D là tập các số gồm 7 chữ số khác nhau mà 4 chữ số lẻ đứng cạnh nhau $D \subset C$.

Khi đó số hoán vị theo yêu cầu là: $n(B) = n(A) - n(C)$.

Tính $n(C)$:

+) Gọi $\alpha = (a_1, a_2, a_3)$, với $a_1, a_2, a_3 \in \{1, 3, 5, 7\}$, suy ra $C_4^3 = 4$ cách chọn α .

Với mỗi bộ α có 3! hoán vị, nên số cách chọn các bộ α là $4.3! = 24$ cách chọn.

+) Với mỗi bộ α , số các hoán vị dạng $(\alpha, a_4, a_5, a_6, a_7)$ là 5! hoán vị.

Suy ra có $24.5! = 2880$ số, trong đó 3 chữ số lẻ đứng cạnh nhau, nhưng các số mà 4 số lẻ đứng cạnh nhau đã kể hai lần.

Tính $n(D)$:

+) Gọi $\beta = (a_1, a_2, a_3, a_4)$, với $a_1, a_2, a_3, a_4 \in \{1, 3, 5, 7\}$, suy ra $4! = 24$ hoán vị của β .

+) Với mỗi bộ β , số các hoán vị dạng (β, a_5, a_6, a_7) là: $4! = 24$ hoán vị $\rightarrow n(D) = 4!.4! = 576$.

Vậy $n(C) = 2880 - 576 = 2304$.

Do đó số hoán vị theo yêu cầu là $n(B) = 7! - 2304 = 2736$.

Câu 30: (Đề thi học sinh giỏi cụm trường Đông Anh – Hà Nội lớp 11 2017 – 2018)

Chỉ xảy ra các trường hợp sau:

Trường hợp 1: 1 chữ số 1 và 9 chữ số 4:

+) Xếp 9 chữ số 4 thành hàng ngang: có 1 cách xếp.

Khi đó, ta có 10 vị trí có thể xếp số 1, đó là 8 khoảng trống giữa các số 4 và hai đầu.

+) Xếp số 1 vào một trong 10 vị trí nói trên: có C_{10}^1 cách xếp.

Suy ra trường hợp 1 có C_{10}^1 cách xếp.

Trường hợp 2: 2 chữ số 1 và 8 chữ số 4:

+) Xếp 8 chữ số 4 thành hàng ngang: có 1 cách xếp.

Khi đó, ta có 9 vị trí có thể xếp hai số 1, đó là 7 khoảng trống giữa các số 4 và hai đầu.

+) Xếp số 1 vào hai trong 9 vị trí nói trên: có C_9^2 cách xếp.

Suy ra trường hợp 2 có C_9^2 cách xếp.

Trường hợp 3: 3 chữ số 1 và 7 chữ số 4:

+) Xếp 7 chữ số 4 thành hàng ngang: có 1 cách xếp.

Khi đó, ta có 8 vị trí có thể xếp ba số 1, đó là 6 khoảng trống giữa các số 4 và hai đầu.

+) Xếp số 1 vào ba trong 8 vị trí nói trên: có C_8^3 cách xếp.

Suy ra trường hợp 3 có C_8^3 cách xếp.

Trường hợp 4: 4 chữ số 1 và 6 chữ số 4:

+) Xếp 6 chữ số 4 thành hàng ngang: có 1 cách xếp.

Khi đó, ta có 7 vị trí có thể xếp bốn số 1, đó là 5 khoảng trống giữa các số 4 và hai đầu.

+) Xếp số 1 vào bốn trong 7 vị trí nói trên: có C_7^4 cách xếp.

Suy ra trường hợp 4 có C_7^4 cách xếp.

Trường hợp 5: 5 chữ số 1 và 5 chữ số 4:

+) Xếp 5 chữ số 4 thành hàng ngang: có 1 cách xếp.

Khi đó, ta có 6 vị trí có thể xếp năm số 1, đó là 4 khoảng trống giữa các số 4 và hai đầu.

+) Xếp số 1 vào năm trong 6 vị trí nói trên: có C_6^5 cách xếp.

Suy ra trường hợp 5 có C_6^5 cách xếp.

Vậy có $C_{10}^1 + C_9^2 + C_8^3 + C_7^4 + C_6^5 = 143$ số.

Câu 31: (Đề học sinh giỏi lớp 11 tỉnh Lạng Sơn năm 2015- 2016)

+ Số cách lập dãy số có sáu chữ số khác nhau là $n(\Omega) = 10.9.8.7.6.5 = 151200$.

+ Số cách lập dãy số có sáu chữ số khác nhau mà các chữ số 1, 2 đứng cạnh nhau và các chữ số 3, 4 đứng cạnh nhau là $n(A) = 2!.2!.C_6^2.4! = 1440$.

+ Số cách lập dãy số có sáu chữ số khác nhau mà các chữ số 1, 2 đứng cạnh nhau là $n(B) = 2!.C_8^4.5! = 16800$.

+ Số cách lập dãy số có sáu chữ số khác nhau mà các chữ số 3, 4 đứng cạnh nhau là $n(C) = 2!.C_8^4.5! = 16800$.

Vậy xác suất để rút được một thẻ có sáu chữ số khác nhau mà các chữ số 1, 2 không đứng cạnh nhau và các chữ số 3, 4 không đứng cạnh nhau là

$$P = \frac{n(\Omega) - n(B) - n(C) + n(A)}{n(\Omega)} = \frac{248}{315}.$$

Câu 32: (Đề thi học sinh giỏi Vĩnh Phúc lớp 11 năm học 2017 – 2018)

Ta có: $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\} \Rightarrow \overline{a_1 a_2 \dots a_5}$ (a_5 chẵn; đúng 2 chữ số 0, không cạnh nhau).

TH1: $a_5 = 0$

+ #Chọn vị trí xếp số 0 còn lại có 2 cách (loại a_1, a_4).

+ Còn 3 vị trí xếp bởi 5 chữ số có A_3^3 cách.

Trường hợp này có $2.A_3^3$ số.

TH2: $a_5 \neq 0$ suy ra a_5 có 2 cách chọn

+ #Chọn ra 2 vị trí không cạnh nhau từ $\overline{a_2 a_3 a_4}$ để xếp số 0 có 1 cách (vào a_2 và a_4).

+ Còn 4 chữ số xếp vào 2 vị trí có A_4^2 cách.

Trường hợp này có: $2.A_4^2$ số.

Do đó xác suất cần tìm là: $P = \frac{2.A_5^3 + 2.A_4^2}{5.6^4} = \frac{144}{6480} = \frac{1}{45}$.

Loại 4: Liên quan đến lớn hơn, nhỏ hơn

Câu 33: (Đề học sinh giỏi Quảng Ngãi lớp 12 năm 2017- 2018)

+ Trường hợp 1: $a = b = c < d$ thì có $8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 36$ số thỏa mãn.

+ Trường hợp 2: $a = b < c < d$ thì có $C_8^2 + C_7^2 + \dots + C_2^2 = 84$ số thỏa mãn.

+ Trường hợp 3: $a < b = c < d$ thì có $1.7 + 2.6 + 3.5 + 4.4 + 5.3 + 6.2 + 7.1 = 84$ số thỏa mãn.

+ Trường hợp 4: $a < b < c < d$ thì có $C_9^4 = 126$ số thỏa mãn.

Vậy có 330 số thỏa mãn.

Câu 34: (Đề thi học sinh giỏi Nam Định lớp 12 năm học 2012 – 2013)

Gọi số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được lấy từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 là $\overline{abcd}$.

Số $\overline{abcd}$ không lớn hơn 2503 ta có 3 trường hợp:

TH1: Số có dạng $\overline{250d}$ thì có 2 số: 2501, 2503.

TH2: Số có dạng $\overline{2bcd}$ thì $b \in \{0; 1; 3; 4\}$ nên có $4.5.4 = 80$ số.

TH3: Số có dạng $\overline{1bcd}$ thì có $6.5.4 = 120$ số.

Vậy có $2 + 80 + 120 = 202$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 35: (Đề thi học sinh giỏi Thanh Hóa lớp 12 năm học 2011 – 2012)

Gọi số chẵn có 4 chữ số đôi một khác nhau lấy từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4 là $\overline{abcd}$.

TH1: Nếu $d = 0$ thì có $4.3.2 = 24$ số.

TH2: Nếu $d \neq 0$ thì d có thể là 2 hoặc 4, trường hợp này có $2.3.3.2 = 36$ số.

Do đó có 60 số chẵn theo giả thiết bài toán.

Trong 60 số trên các số nhỏ hơn 2012 phải có dạng: $\overline{1bcd}$.

Vì d chỉ có thể là 0, 2, 4 nên có $3.3.2 = 18$ số như vậy, suy ra các số lớn hơn 2012 là 42.

Từ đó suy ra xác suất cần tìm là $\frac{42}{60} = \frac{7}{10}$.

Câu 36: (Đề thi HSG Vĩnh Phúc lớp 11 năm học 2014 – 2015)

$n(M) = 9.A_5^5$ (số có sáu chữ số đôi một khác nhau thì a_1 có 9 cách chọn, $\overline{a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$ là chỉnh hợp chập 5 của 9 phần tử nên có A_5^5).

Gọi A là biến cố “chọn ra được một số tự nhiên chẵn từ tập M đồng thời thỏa mãn $a_1 > a_2 > a_3 > a_4 > a_5 > a_6$ ”. Ta có các trường hợp sau:

TH1: $a_6 = 0$ thì $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5}$ có C_9^5 cách chọn.

TH2: $a_6 = 2$ thì $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5}$ có C_7^5 cách chọn.

TH3: $a_6 = 4$ thì $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5}$ có C_5^5 cách chọn.

$$\Rightarrow n(A) = C_9^5 + C_7^5 + C_5^5 = 148.$$

$$\text{Do đó } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{148}{9 \cdot A_9^5} = \frac{37}{34020}.$$

Câu 37: (Đề thi HSG Nam Định lớp 12 năm học 2014 – 2015)

Từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5$ lập ra được $5 \cdot A_5^3 = 300$ số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau. Suy ra $n(\Omega) = C_{300}^2 = 44850$.

Số các số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5$ nhỏ hơn hoặc bằng 2015 là $1 \cdot A_5^3 + 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 = 63$.

Gọi A là biến cố “trong hai số được chọn có ít nhất một số lớn hơn 2015” thì $n(\overline{A}) = C_{63}^2 = 1953$.

$$\text{Do đó } n(A) = n(\Omega) - n(\overline{A}) = 44850 - 1953 = 42897.$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{42897}{44850} = \frac{14299}{14950}.$$

Câu 38: (Đề thi học sinh giỏi Triệu Sơn 3 lớp 11 năm học 2017 - 2018)

Đặt $T = \{(a_1; a_2; a_3) \mid a_1, a_2, a_3 \in A; a_1 < a_2 < a_3; a_2 - a_1 \geq 2, a_3 - a_2 \geq 2\}$

Với mỗi bộ (a_1, a_2, a_3) , xét tương ứng với bộ (b_1, b_2, b_3) cho bởi $b_1 = a_1; b_2 = a_2 - 1; b_3 = a_3 - 2$

Lúc này ta có: $0 \leq b_1 < b_2 < b_3 \leq 7$ và tương ứng này là tương ứng 1-1 do:

+) Với mỗi bộ (a_1, a_2, a_3) cho tương ứng với một bộ (b_1, b_2, b_3) bởi công thức

$$b_1 = a_1; b_2 = a_2 - 1; b_3 = a_3 - 2.$$

+) Ngược lại, với mỗi bộ (b_1, b_2, b_3) cho tương ứng với một bộ (a_1, a_2, a_3) bởi công thức

$$a_1 = b_1, a_2 = b_2 + 1, a_3 = b_3 + 2$$

Đặt $B = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Tập các bộ (b_1, b_2, b_3) là các tập con có 3 phần tử của B .

Vậy số tập con (a_1, a_2, a_3) cần tìm là: $C_8^3 = 56$.

Câu 39: (Đề thi thử THPT Quốc gia chuyên Hạ Long – Quảng Ninh năm học 2017 – 2018)

Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có 4 chữ số. Tính xác suất để số được chọn có dạng $\overline{abcd}$, trong đó $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq 9$.

Lời giải

$$\text{Do } 1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq 9 \Rightarrow 1 \leq a < b+1 < c+2 < d+3 \leq 9+3=12.$$

Số cách chọn $(a; b; c; d)$ là C_{12}^4 .

$$\text{Xác suất cần tìm: } P = \frac{C_{12}^4}{9 \cdot 10^3} = 0,055.$$

DẠNG 2: CÁC BÀI TOÁN ĐẾM SỐ PHƯƠNG ÁN TÍNH XÁC SUẤT LIÊN QUAN ĐẾN NGƯỜI HOẶC ĐỒ VẬT

Câu 40: (Đề thi học sinh giỏi Hải Phòng lớp 12 năm học 2017 - 2018)

Toán + Lý ; Toán + Hóa; Lý + Hóa.

Gọi x, y, z ($x, y, z \in \mathbb{N}$) lần lượt là số học sinh nhận được bộ phần thưởng Toán + Lý ; Toán + Hóa; Lý + Hóa. Khi đó, ta có hệ sau :

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ x + z = 6 \\ y + z = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \\ z = 2 \end{cases}$$

Số cách phát thưởng ngẫu nhiên cho 9 học sinh : $C_9^4 \cdot C_5^3 \cdot 1$

Vậy số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_9^4 \cdot C_5^3$.

Gọi S là biến cố “ hai học sinh A và B có phần thưởng giống nhau”

TH1 : A và B cùng nhận bộ Toán+Lý có $C_7^2 \cdot C_5^3$ cách phát

TH2: A và B cùng nhận bộ Toán+Hóa có $C_7^1 \cdot C_6^4$ cách phát.

TH3 : A và B cùng nhận bộ Lý-Hóa có C_7^4 cách phát.

$$\Rightarrow n(S) = C_7^2 \cdot C_5^3 + C_7^1 \cdot C_6^4 + C_7^4.$$

$$\text{Vậy xác suất của biến cố } S \text{ là: } P(S) = \frac{C_7^2 C_5^3 + C_7^1 C_6^4 + C_7^4}{C_9^4 C_5^3} = \frac{5}{18}.$$

Câu 41: (Đề thi học sinh giỏi Vĩnh Phúc lớp 11 năm học 2015 - 2016)

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{40}^5$.

Giả sử có hai cặp vợ chồng là (A, B) và (C, D) trong đó A, C là chồng.

Trường hợp 1: #Chọn cặp vợ chồng (A, B) .

Cần chọn 3 người trong số 38 người còn lại (trừ (A, B)) mà không có cặp (C, D) .

- Số cách chọn 3 người bất kì trong 38 người là C_{38}^3 .

- Số cách chọn 3 người trong số 38 người mà có cặp (C, D) là C_{36}^1 .

Suy ra số cách chọn 3 người trong số 38 người mà không có cặp (C, D) là $C_{38}^3 - C_{36}^1$.

Trường hợp 2: #Chọn cặp vợ chồng (C, D) .

Tương tự trên ta có số cách chọn là $C_{38}^3 - C_{36}^1$.

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là } P = \frac{2(C_{38}^3 - C_{36}^1)}{C_{40}^5}.$$

Câu 42: (Đề thi học sinh giỏi Cà Mau lớp 12 năm học 2017 - 2018)

a. Số cách chọn An và Bình giữ chức vụ bí thư hoặc phó bí thư là 2 cách.

Số cách lập ban chấp hành với số ủy viên $n = 7$ là A_{38}^7 .

Vậy có tất cả : $2 \cdot A_{38}^7$ cách.

b. Số phần tử của không gian mẫu là $A_{38}^2 \cdot C_{38}^n$

#Chọn 2 người từ 38 người để giữ chức vụ bí thư hoặc phó bí thư có A_{38}^2 .

#Chọn thêm ủy viên có C_{36}^{n-2} (trừ bí thư, phó bí thư và An, Bình)

Vậy xác suất để được ban chấp hành đạt chuẩn A_0 là: $\frac{A_{38}^2 \cdot C_{36}^{n-2}}{A_{40}^2 \cdot C_{38}^n} = \frac{1}{78} \Rightarrow n = 5$

Câu 43: (Đề thi học sinh giỏi Nam Định lớp 12 năm học 2017 – 2018)

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 4^{10}$.

Gọi A là biến cố “Thí sinh đạt từ 7,0 điểm trở lên”.

Thí sinh chọn đúng 7 câu, sai 3 câu có $C_{10}^7 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 1080$ cách.

Thí sinh chọn đúng 8 câu, sai 2 câu có $C_{10}^8 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 3 = 405$ cách.

Thí sinh chọn đúng 9 câu, sai 1 câu có $C_{10}^9 \cdot 1 \cdot 3 = 30$ cách.

Thí sinh chọn đúng 10 câu có 1 cách.

Vậy, $n(A) = 1080 + 405 + 30 + 1 = 1516 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1516}{4^{10}}$.

Câu 44: (Đề thi học sinh giỏi Quảng Ninh lớp 12 năm học 2016 – 2017)

Trong một câu xác suất trả lời đúng là $\frac{1}{4}$.

Trong một câu xác suất trả lời sai là $\frac{3}{4}$.

Học sinh đó thi đỗ trong các trường hợp sau:

Trường hợp 1: đúng 6 câu và sai 4 câu

Số cách chọn 6 câu đúng trong 10 câu là C_{10}^6

Xác suất để 6 câu đúng đồng thời 4 câu còn lại đều sai là: $\left(\frac{1}{4}\right)^6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4$.

Suy ra trường hợp 1 có xác suất là $P_1 = C_{10}^6 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4$

Tương tự:

Trường hợp 2: đúng 7 câu và sai 3 câu có xác suất là: $P_2 = C_{10}^7 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^7 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3$

Trường hợp 3: đúng 8 câu và sai 2 câu có xác suất là: $P_3 = C_{10}^8 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^8 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2$

Trường hợp 4: đúng 9 câu và sai 1 câu có xác suất là: $P_4 = C_{10}^9 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^9 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)$

Trường hợp 5: đúng 10 câu có xác suất là: $P_5 = C_{10}^{10} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{10}$

Do mỗi trường hợp trên là 1 biến cố thì các biến cố đó là xung khắc nên xác suất để học sinh thi đỗ là:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 \\ = C_{10}^6 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4 + C_{10}^7 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^7 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3 + C_{10}^8 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^8 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 + C_{10}^9 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^9 \cdot \left(\frac{3}{4}\right) + C_{10}^{10} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{10} = \frac{20686}{4^{10}}.$$

Câu 45: (Đề thi học sinh giỏi Bắc Giang lớp 12 năm học 2015 – 2016)

Ta có:

Số người biết ít nhất tiếng Anh hoặc tiếng Pháp là: $30 - 14 = 16$ (người).

Số người biết cả tiếng Anh và tiếng Pháp là: $15 + 8 - 16 = 7$ (người).

Số người chỉ biết tiếng Anh hoặc tiếng Pháp là: $16 - 7 = 9$ (người).

Xét phép thử: “5 người được chọn biết ít nhất tiếng Anh hoặc tiếng Pháp”, suy ra

$$|\Omega| = C_{16}^5 = 4368.$$

Xét biến cố: “#Chọn 5 người trong đó có 3 người biết cả tiếng Anh và tiếng Pháp”, suy ra

$$|\Omega_A| = C_7^3 \cdot C_9^2 = 1260.$$

$$\text{Xác suất cần tìm là } P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{1260}{4368} = \frac{15}{52}.$$

Câu 46: (Đề thi học sinh giỏi Thanh Hóa lớp 12 năm học 2015 – 2016)

Ta có:

Gọi x, y, z lần lượt là số học sinh nhận phần thưởng là sách Toán – Vật lí, Toán – Hóa học, Vật lí – Hóa học.

$$\text{Từ giả thiết ta có: } \begin{cases} x + y = 7 \\ x + z = 6 \\ y + z = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \\ z = 2 \end{cases}.$$

Xét phép thử: “Trao phần thưởng cho 9 học sinh”, suy ra $|\Omega| = C_9^4 \cdot C_5^3 \cdot C_2^2 = 1260$.

Xét biến cố: “An và Bình có phần thưởng giống nhau”.

TH1: An và Bình cùng nhận sách Toán – Vật lí, có $C_7^2 \cdot C_5^3 \cdot C_2^2 = 210$.

TH2: An và Bình cùng nhận sách Toán – Hóa, có $C_7^4 \cdot C_3^1 \cdot C_2^2 = 105$.

TH3: An và Bình cùng nhận sách Vật lí – Hóa học, có $C_7^4 \cdot C_3^3 = 35$.

Suy ra, $|\Omega_A| = 210 + 105 + 35 = 350$.

$$\text{Xác suất cần tìm } P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{350}{1260} = \frac{5}{18}.$$

Câu 47: (Đề thi học sinh giỏi Nghệ An lớp 11 năm học 2016 – 2017)

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{15}^8$.

Gọi A là biến cố: Số cuốn sách còn lại của thầy X có đủ 3 môn.

Xét các khả năng xảy ra:

Khả năng 1: 7 cuốn sách còn lại chỉ có Văn và Sử. Số cách chọn là: C_9^7 .

Khả năng 2: 7 cuốn sách còn lại chỉ có Văn và Địa. Số cách chọn là: C_{10}^7 .

Khả năng 3: 7 cuốn sách còn lại chỉ có Địa và Sử. Số cách chọn là: C_{11}^7 .

$$\text{Vậy } P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{C_9^7 + C_{10}^7 + C_{11}^7}{C_{15}^8} = \frac{5949}{6435}.$$

Câu 48: (Đề thi học sinh giỏi Bắc Giang lớp 11 năm học 2013 – 2014)

Gọi A là biến cố cần tính xác suất.

Số cách xếp 5 khách lên 4 toa là: $|\Omega| = 4^5$.

Số cách chọn ba khách để xếp lên cùng một toa là: $C_5^3 = 10$.

Số cách chọn một toa để xếp ba người này là: $C_4^1 = 4$.

Số cách xếp hai người (mỗi người một toa) vào ba toa còn lại là: $A_3^2 = 6$.

Suy ra $|\Omega_A| = 10.4.6 = 240$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{240}{4^5} = \frac{15}{64}$.

Câu 49: (Đề thi học sinh giỏi Phú Thọ lớp 12 năm học 2015-2016)

Người khách thứ nhất có 5 cách chọn một cửa hàng để vào.

Người khách thứ hai có 5 cách chọn một cửa hàng để vào.

Người khách thứ ba có 5 cách chọn một cửa hàng để vào.

Người khách thứ tư có 5 cách chọn một cửa hàng để vào.

Người khách thứ năm có 5 cách chọn một cửa hàng để vào.

Theo quy tắc nhân có: $5^5 = 3125$ khả năng khác nhau xảy ra cho 5 người vào 5 cửa hàng. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = 3125$.

Để có ít nhất một cửa hàng có nhiều hơn 2 khách vào thì có các trường hợp sau:

TH1: Một cửa hàng có 3 khách, một cửa hàng có 2 khách, ba cửa hàng còn lại không có khách nào.

Vậy: $C_5^1 \cdot C_5^3 \cdot C_4^1 \cdot C_2^2 = 200$ khả năng xảy ra.

TH2: Một cửa hàng có 3 khách, hai cửa hàng có 1 khách, ba cửa hàng còn lại không có khách nào.

Vậy: $C_5^1 \cdot C_5^3 \cdot C_4^2 \cdot P_2 = 600$ khả năng xảy ra.

TH3: Một cửa hàng có 4 khách, một cửa hàng có 1 khách, ba cửa hàng còn lại không có khách nào.

Vậy: $C_5^1 \cdot C_5^4 \cdot C_4^1 = 100$ khả năng xảy ra.

TH4: Một cửa hàng có 5 khách, các cửa hàng khác không có khách nào.

Vậy: $C_5^1 = 5$ khả năng xảy ra.

Suy ra có tất cả $200 + 600 + 100 + 5 = 905$ khả năng thuận lợi cho biến cố “có ít nhất một cửa hàng có nhiều hơn 2 người khách vào”.

Vậy xác suất cần tính là: $P = \frac{905}{3125} = \frac{181}{625}$.

Câu 50: $n(\Omega) = C_{10}^3 = 120$, trong đó có 8 mã đúng.

$$P(A) = \frac{8}{120} + \frac{112}{120} \cdot \frac{8}{119} + \frac{112}{120} \cdot \frac{111}{119} \cdot \frac{8}{118}.$$

DẠNG 3 : CÁC BÀI TOÁN ĐẾM SỐ PHƯƠNG ÁN TÍNH XÁC SUẤT LIÊN QUAN ĐẾN ĐA GIÁC

Câu 51: (Đề thi học sinh giỏi Bắc Giang lớp 12 năm học 2014 – 2015)

Số tam giác có 3 đỉnh thuộc (H) là C_n^3 . Số các tam giác có 3 đỉnh thuộc (H) và có hai cạnh là cạnh của (H) là n .

Số các tam giác có 3 đỉnh thuộc (H) và có đúng 1 cạnh là cạnh của (H) là $n(n-4)$.

Suy ra số các tam giác có ba đỉnh thuộc (H) và không có cạnh nào là cạnh của (H) là $C_n^3 - n - n(n-4)$.

Theo giả thiết ta có $C_n^3 - n - n(n-4) = 5n(n-4)$

Giải phương trình trên ta được $n = 35$ (giá trị $n = 4$ loại).

Câu 52: (Đề thi HSG Hòa Bình lớp 12 năm học 2017-2018)

Tính số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{14}^3 = 364$

Gọi A là biến cố :” Tam giác được chọn trong X không có cạnh nào là cạnh của đa giác “

Suy ra $\bar{A}$ là biến cố “Tam giác được chọn trong X có ít nhất một cạnh là cạnh của đa giác “

TH1: Nếu tam giác được chọn có 2 cạnh là 2 cạnh của đa giác thì có 14 tam giác thỏa mãn.

TH2: Nếu tam giác được chọn có đúng một cạnh là cạnh của đa giác thì có $14 \cdot 10 = 140$ tam giác thỏa mãn.

Suy ra $n(\bar{A}) = 14 + 140 = 154$

Vậy số phần tử của biến cố A là : $n(A) = n(\Omega) - n(\bar{A}) = 210$.

Suy ra $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{15}{26}$.

Câu 53: (Đề thi học sinh giỏi Thái Nguyên lớp 12 năm học 2017 -2018)

Gọi Ω là không gian mẫu $\Rightarrow n(\Omega) = C_{10}^3 = 120$.

Gọi A :” tam giác được chọn không có cạnh nào là cạnh của đa giác đã cho”.

Các tam giác ở tập X có ba loại: Tam giác không có cạnh nào là cạnh của đa giác, tam giác có một cạnh là cạnh của đa giác, tam giác có hai cạnh là cạnh của đa giác.

Ứng với một cạnh của đa giác thì có đúng $10 - 4$ đỉnh của đa giác tạo thành tam giác có một cạnh là cạnh của đa giác nên số tam giác có một cạnh là cạnh của đa giác là: $10(10 - 4) = 60$.

Có 10 tam giác có hai cạnh là cạnh của đa giác là: $A_1A_2A_3; A_2A_3A_4; \dots; A_{10}A_1A_2$.

$\Rightarrow n(A) = 120 - 60 - 10 = 50$.

Vậy $p(A) = \frac{50}{120} = \frac{5}{12}$.

Câu 54: (Đề thi học sinh giỏi Thái Bình lớp 12 năm học 2017 - 2018)

Số phần tử của tập S là: C_{2n}^3

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{2n}^3$

Gọi A là biến cố: “#Chọn được tam giác vuông”

Đa giác đều $2n$ đỉnh có n đường chéo qua tâm O

Mỗi tam giác vuông được tạo bởi hai đỉnh nằm trên cùng một đường chéo qua tâm O và một trong $2n - 2$ đỉnh còn lại.

Suy ra số tam giác vuông là $n(2n - 2)$

Theo đề bài ta có: $P(A) = \frac{n(2n - 2)}{C_{2n}^3} = \frac{1}{13} \Rightarrow n = 20$

Câu 55: (Đề thi học sinh giỏi Vĩnh Phúc lớp 12 năm học 2015-2016)

Số tam giác có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác đã cho là: $C_{15}^3 = 455$ tam giác.

Số phần tử của tập M là $n(M) = 455$

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đều. Xét một đỉnh A bất kì của đa giác: Có 7 cặp đỉnh đối xứng với nhau qua đường thẳng OA , hay có 7 tam giác cân tại đỉnh A . Như vậy với mỗi đỉnh của đa giác có 7 tam giác nhận nó làm đỉnh tam giác cân.

Số tam giác đều có 3 đỉnh là các đỉnh của đa giác là $\frac{15}{3} = 5$ tam giác.

Tuy nhiên, trong các tam giác cân đã xác định ở trên có cả tam giác đều, do mọi tam giác đều thì đều cân tại 3 đỉnh nên các tam giác đều được đếm ba lần.

Suy ra số tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác đã cho là: $7.15 - 3.5 = 90$.

Vậy xác suất để chọn được một tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều từ tập M là:

$$P = \frac{90}{455} = \frac{18}{91}.$$

Câu 56: (Đề thi học sinh giỏi Yên Lạc – Vĩnh Phúc lớp 11 năm học 2015 – 2016)

Không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{24}^4$

Gọi A là biến cố “4 đỉnh chọn được tạo thành một hình chữ nhật không phải là hình vuông”

Gọi O là tâm của đa giác đều.

Vì đa giác đều và số đỉnh là chẵn, nên có 12 cặp điểm đối xứng qua O , tạo thành 1 đường kính, cứ lấy bất kì 2 đường kính nào chúng cũng là 2 đường chéo của 1 hình chữ nhật. Do đó số hình chữ nhật là C_{12}^2

$$\text{Suy ra } n(A) = C_{12}^2. \text{ Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{12}^2}{C_{24}^4} = \frac{1}{161}$$

Câu 57: (Đề thi học sinh giỏi Nam Định năm học 2015 – 2016)

Đầu tiên ta xét các loại tam giác được tạo thành

Số tam giác có 3 đỉnh lấy từ 3 đỉnh của (H) là: $C_{22}^3 = 1540$ tam giác bao gồm 3 loại sau:

Loại 1 tam giác có 2 cạnh là 2 cạnh của (H) , loại 2 tam giác có đúng 1 cạnh là cạnh của (H) , tam giác không có cạnh nào là cạnh của (H) , cụ thể ta làm như sau:

Cứ mỗi đỉnh của (H) cùng với 2 đỉnh liên tiếp (kề bên) tạo thành 1 tam giác có 2 cạnh là 2 cạnh của (H)

.Các tam giác này trùng nhau. Mà (H) có 22 đỉnh nên có 22 tam giác có đúng 2 cạnh là cạnh của (H) .

Xét 1 cạnh của (H) , bỏ đi 2 đỉnh liên tiếp ở 2 bên cạnh đó, nối 1 đỉnh còn lại của (H) với 2 đầu mút của

cạnh đang xét ta có 1 tam giác có đúng 1 cạnh là cạnh của (H) , nên ta có $22 \times 18 = 396$ tam giác thỏa ycbt.

Do đó số tam giác không có cạnh nào là cạnh của (H) là $1540 - (22 + 396) = 1122$ tam giác.

Ta có số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{1540}^2$

Gọi A là biến cố “chọn được một tam giác có một cạnh là cạnh của đa giác (H) và một tam giác không có cạnh nào là cạnh của đa giác (H) ” suy ra $n(A) = C_{396}^1 \cdot C_{1122}^1$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{396}^1 \cdot C_{1122}^1}{C_{1540}^2} = \frac{748}{1995}$$

Câu 58: (Đề thi học sinh giỏi Quảng Nam lớp 11 năm học 2016-2017)

Gọi đa giác là $A_1 A_2 \dots A_{24}$

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{24}^3 = 2024$

Gọi A là biến cố chọn được tam giác có ba cạnh cùng màu, ba cạnh này cùng màu đỏ.

Gọi B là biến cố chọn được tam giác có đúng một cạnh màu xanh (cạnh đa giác)

Giả sử xét cạnh màu xanh A_1A_2 , ta có 20 cách chọn đỉnh A_3 ($A_3 \in \{A_4; A_5; \dots; A_{23}\}$)

Nên số phần tử của B là $n(B) = 24 \cdot 20 = 480$.

Gọi C là biến cố chọn được tam giác có hai cạnh màu xanh, như vậy tam giác đó có hai cạnh là hai cạnh liên tiếp của đa giác, nên $n(C) = 24$

Ta có $n(A) + n(B) + n(C) = n(\Omega)$

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = n(\Omega) - n(B) - n(C) = 2024 - 480 - 24 = 1520$

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{190}{253}$

Câu 59: (Đề thi học sinh giỏi Thanh Hóa dự bị lớp 12 năm học 2016-2017)

Số đường chéo trong đa giác $2n$ cạnh là $C_{2n}^2 - 2n$

Đường chéo có độ dài lớn nhất là đường chéo đi qua tâm của đa giác đều, có n đường chéo như

vậy. Từ giả thiết ta có $\frac{n}{C_{2n}^2 - 2n} = \frac{1}{9} \Leftrightarrow \frac{n}{(2n-1)n-2n} = \frac{1}{9} \Leftrightarrow \frac{1}{2n-3} = \frac{1}{9} \Rightarrow n = 6$

Xét khai triển $\left(x^3 + \frac{1}{x} + 2\right)^6$ có số hạng tổng quát là: $C_6^k \cdot C_k^i \cdot 2^{6-k} (x^3)^{k-i} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^i = C_6^k \cdot C_k^i \cdot 2^{6-k} \cdot x^{3k-4i}$

Số hạng chứa x^5 trong khai triển ứng với i, k thỏa mãn hệ: $\begin{cases} 3k - 4i = 5 \\ 0 \leq i \leq k \leq 6 \\ i, k \in \mathbb{N} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i = 1 \\ k = 3 \end{cases}$

Hệ số của số hạng chứa x^5 là $C_6^3 \cdot C_3^1 \cdot 2^3 = 480$.

Câu 60: (Đề thi học sinh giỏi Lâm Đồng lớp 12 năm học 2017 – 2018)

Ta có: Số phần tử của không gian mẫu $C_5^3 = 10$.

Để ba đoạn thẳng có thể xếp thành một hình tam giác thì có bốn cách chọn như sau:

$\{3, 5, 7\}$ $\{3; 7; 9\}$; $\{5, 7, 9\}$ $\{3, 5, 9\}$.

Gọi A là biến cố chọn ba đoạn thẳng có thể xếp thành một hình tam giác.

Vậy xác suất để ba đoạn đó là có thể xếp thành một hình tam giác là: $P(A) = \frac{4}{10}$.

Câu 61: (Đề thi học sinh giỏi Vĩnh Phúc lớp 12 năm học 2017 – 2018)

Ta có: Số cách chọn ba điểm từ $2n$ điểm phân biệt là C_{2n}^3 .

Trong $2n$ điểm phân biệt có đúng n điểm thuộc một mặt phẳng nên có C_n^3 mặt phẳng trùng nhau

Vậy số mặt phẳng tạo ra từ trong $2n$ điểm phân biệt là $C_{2n}^3 - C_n^3 + 1$.

Ta có phương trình: $C_{2n}^3 - C_n^3 + 1 = 505 \Leftrightarrow \frac{2n(2n-1)(2n-2)}{1.2.3} - \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3} = 505$

$$\Leftrightarrow 7^3 - 9n^2 + 2n - 3024 = 0 \Leftrightarrow n = 8$$

VẬY $n = 8$.

DẠNG 4 : CÁC BÀI TOÁN ĐẾM – TÍNH XÁC SUẤT LIÊN QUAN ĐẾN XẾP CHỖ , VỊ TRÍ

Câu 62: (Đề thi học sinh giỏi Bến Tre lớp 12 năm học 2017 – 2018)

Số phần tử của không gian mẫu là số cách xếp $2n+3$ học sinh vào $2n+3$ chỗ ngồi đã được đánh số. suy ra $n(\Omega) = (2n+3)!$

Gọi A là biến cố “số ghế của Bình bằng trung bình cộng số ghế của Anh và số ghế của Chi” thì ta có

- Xếp Bình ở ghế số 2 hoặc ghế thứ $2n+2$ thì mỗi cách có $1.2!$ cách xếp An và Bình
- Xếp Bình ở ghế số 3 hoặc ghế thứ $2n+1$ thì mỗi cách có $2.2!$ cách xếp An và Bình
- Xếp Bình ở ghế số 4 hoặc ghế thứ $2n$ thì mỗi cách có $3.2!$ cách xếp An và Bình

.....

- Xếp Bình ở ghế thứ $n+1$ hoặc ghế thứ $n+3$ thì mỗi cách có $n.2!$ cách xếp An và Bình
- Xếp Bình ở ghế thứ $n+2$ mỗi cách có $(n+1).2!$ cách xếp An và Bình

Suy ra $2(1+2+3+\dots+n).2! + (n+1)2! = (n+1)^2.2!$ cách xếp để số ghế của Bình bằng trung bình cộng số ghế của An và Chi

Với mỗi cách xếp trên có $(2n)!$ cách xếp các học sinh còn lại

Vậy ta có $n(A) = 2(n+1)^2.(2n)!$

Theo giả thiết ta có phương trình $\frac{2(n+1)^2.(2n)!}{(2n+3)!} = \frac{12}{575}$

$$\Leftrightarrow 48n^2 - 479n - 539 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 11 \\ n = -\frac{49}{48}(L) \end{cases}$$

Suy ra số học sinh là $2.11+3 = 25$.

Câu 63: (Đề thi học sinh giỏi Thanh Hóa lớp 11 năm học 2017 – 2018)

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 10!$

Gọi A là biến cố thỏa yêu cầu bài toán.

- Xếp 5 học sinh lớp 11C vào hàng có $5!$ cách

(Sau khi xếp sẽ có 6 vị trí trống (4 giữa và 2 ở hai đầu), chẳng hạn **1C2C3C4C5C6**)

- Nếu xếp xen kẽ 5 học sinh lớp A và B từ phía tận cùng bên trái (**12345**) có $5!$ cách xếp, tương tự xếp từ phía bên phải (**23456**) cũng sẽ có $5!$ Cách xếp

- Nếu xếp 5 học sinh lớp A và B vào các vị trí **2345** trong đó có 1 vị trí xếp 2 học sinh có $A_4^3.2!.2.3$ cách

Suy ra $n(A) = 5!. (2.5! + A_3^2.2!.2.3) = 63360$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{63360}{10!} = \frac{11}{630}$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{2.5!.5!}{10!} = \frac{1}{126}.$$

Câu 64: (Đề thi học sinh giỏi Bắc Giang lớp 12 năm học 2016 – 2017)

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = 13!$

Đánh số ghế trên hàng ngang theo thứ tự từ 1 đến 13. Các bạn nữ phải ngồi vào các ghế số 1, 5, 9 và 13.

Gọi A là biến cố: “Giữa hai bạn nữ ngồi gần nhau có đúng ba bạn nam, đồng thời bạn Hải và bạn Minh không cạnh nhau”.

Xét các trường hợp:

* Bạn Minh ngồi ghế số 1.

+ Số cách sắp xếp ba bạn nữ còn lại là: $3!$

+ Có 8 cách sắp xếp vị trí của Hải.

+ Có $8!$ cách xếp tám bạn nam vào các vị trí còn lại.

Suy ra số cách sắp xếp là $8 \cdot 3! \cdot 8!$.

- Bạn Minh ngồi ghế số 13 cũng có số cách sắp xếp là $8 \cdot 3! \cdot 8!$.

* Bạn Minh ngồi ghế số 5 (Ghế số 9 tương tự)

+ Có $3!$ cách xếp 3 bạn nữ, có 7 cách xếp vị trí của Hải, có $8!$ cách xếp 8 bạn nam còn lại, do đó số cách xếp là $3! \cdot 7 \cdot 8!$.

Số phần tử của biến cố A là: $n(A) = 2 \cdot 3! \cdot 7 \cdot 8! + 2 \cdot 3! \cdot 7 \cdot 8!$.

Xác suất cần tìm là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{858}$.

Câu 65: (Đề thi học sinh giỏi Thành phố Hồ Chí Minh lớp 12 năm học 2017 – 2018)

Gọi A là biến cố: “Hạnh và Phúc ngồi ở hai bàn xếp cạnh nhau”

Số cách sắp xếp 36 học sinh vào 36 cái bàn của lớp cũng chính là số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 36!$.

* Nếu Hạnh và Phúc ngồi cạnh nhau theo hàng ngang.

□ Có 6 cách chọn dãy bàn nằm ngang để hai bạn ngồi cạnh nhau.

□ Có hai bạn Hạnh và Phúc ngồi cạnh nhau là 1 nhóm X , $\Rightarrow$ có 2 nhóm X khác nhau và có 5 cách xếp chỗ cho nhóm X .

□ Có $34!$ cách xếp chỗ cho 34 học sinh còn lại vào 34 bàn.

Vậy trong trường hợp này $6 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 34! = 60 \cdot 34!$ cách xếp.

* Nếu Hạnh và Phúc ngồi cạnh nhau theo hàng dọc. Tương tự ta có $60 \cdot 34!$ cách xếp.

Số phần tử của A là $n(A) = 120 \cdot 34!$.

Vậy xác suất cần tìm là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{120 \cdot 34!}{36!} = \frac{120}{35 \cdot 36} = \frac{2}{21}$.

Câu 66: (Đề thi học sinh giỏi Chu Văn An lớp 11 năm học 2015 – 2016)

Không gian mẫu có số phần tử là $n(\Omega) = C_{52}^{18} \cdot C_{34}^{18}$.

Nếu Thành và Đạt ngồi chung phòng 1 hoặc phòng 2 thì $n(A_1) = 2 \cdot C_{50}^{16} \cdot C_{34}^{18}$.

Nếu Thành và Đạt ngồi chung phòng 3 thì $n(A_2) = C_{50}^{18} \cdot C_{32}^{18}$.

Gọi A là biến cố “Thành và Đạt chung phòng”

$n(A) = n(A_1) + n(A_2) \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2 \cdot C_{50}^{16} \cdot C_{34}^{18} + C_{50}^{18} \cdot C_{32}^{18}}{C_{52}^{18} \cdot C_{34}^{18}} = \frac{71}{221}$.

Câu 67: (Đề thi học sinh giỏi chuyên Bắc Ninh lớp 11)

Tổng số cách xếp 6 viên bi thành một hàng là $\frac{6!}{2^3} = 90$ (hoặc $C_6^2 \cdot C_4^2 = 90$).

Kí hiệu: A_1 là tập hợp 2 viên bi xanh cạnh nhau; A_2 là tập hợp 2 viên bi đỏ cạnh nhau; A_3 là tập hợp 2 viên bi vàng cạnh nhau.

Số cách xếp không hợp lệ (có ít nhất 2 viên cùng màu cạnh nhau) là:

$$|A_1 \cup A_2 \cup A_3| = |A_1| + |A_2| + |A_3| - (|A_1 \cap A_2| + |A_2 \cap A_3| + |A_3 \cap A_1|) + |A_1 \cap A_2 \cap A_3|$$

$$\text{Với } |A_1| = |A_2| = |A_3| = \frac{5!}{2^2} = 30.$$

$$|A_1 \cap A_2| = |A_2 \cap A_3| = |A_3 \cap A_1| = \frac{4!}{2} = 12.$$

$$|A_1 \cap A_2 \cap A_3| = 3! = 6.$$

$$\Rightarrow |A_1 \cup A_2 \cup A_3| = 90 - 3 \cdot 12 + 6 = 60.$$

Vậy, số cách xếp hợp lý là $|A_1 \cdot A_2 \cdot A_3| = 90 - 60 = 30$.

Câu 68: (Đề thi học sinh giỏi Triệu Sơn lớp 11 năm học 2017 – 2018)

u_1, u_2, u_3 lập thành cấp số cộng khi và chỉ khi $u_1 + u_3 = 2u_2$. Do đó u_1, u_3 hoặc cùng chẵn hoặc cùng lẻ. Số tất cả các cấp số cộng theo thứ tự chính là số các cặp số (có thứ tự) (u_1, u_3) .

#Chọn u_1 có 2012 cách chọn, chọn u_3 chỉ có 1005 cách chọn số cùng chẵn hoặc cùng lẻ với u_1 .

Khi đó $u_2 = \frac{u_1 + u_3}{2}$ có duy nhất một cách chọn.

Còn lại 2009 còn lại ta chọn ra 3 số sắp xếp có thứ tự để hoàn tất việc chọn.

Vì vậy số kết quả là $2012 \cdot 1005 \cdot A_{2009}^3$.

Câu 69: (Đề thi giữa kỳ 2 Yên Phong 1_Bắc Ninh lớp 12 năm học 2017 – 2018)

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 6! = 720$.

Gọi A là biến cố hai xe cùng màu không xếp cạnh nhau. Ta tính $n(A)$.

Xe màu đỏ nhiều nhất nên ta sắp trước để tránh trường hợp chúng cạnh nhau, ta xếp như sau
TH 1 :

Đ		Đ		Đ	
---	--	---	--	---	--

Có 3! cách sắp xếp các xe màu đỏ, thỏa mãn xếp các xe còn lại nên có 3! cách sắp xếp các xe còn lại. Vậy trường hợp này có $6 \cdot 6 = 36$ cách.

TH2 :

	Đ		Đ		Đ
--	---	--	---	--	---

Có 3! cách sắp xếp các xe màu đỏ, thỏa mãn xếp các xe còn lại nên có 3! cách sắp xếp các xe còn lại. Vậy trường hợp này có $6 \cdot 6 = 36$ cách.

TH3 :

Đ			Đ		Đ
---	--	--	---	--	---

Có 3! cách sắp xếp các xe màu đỏ, có 2.2 cách sắp xếp 2 xe màu xanh và vàng vào hai ô trống liền kề và ô còn lại xếp xe màu vàng còn lại. Vậy trường hợp này có $5 \cdot 2 \cdot 2 = 24$ cách.

TH4 :

Đ		Đ			Đ
---	--	---	--	--	---

Có 3! cách sắp xếp các xe màu đỏ, có 2.2 cách sắp xếp 2 xe màu xanh và vàng vào hai ô trống liền kề và ô còn lại xếp xe màu vàng còn lại. Vậy trường hợp này có $5 \cdot 2 \cdot 2 = 24$ cách.

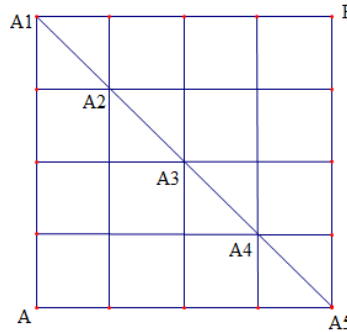
Vậy tổng cộng $n(A) = 36 \cdot 2 + 24 \cdot 2 = 120$.

$$\text{Do đó } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{120}{720} = \frac{1}{6}.$$

DẠNG 5 : CÁC BÀI TOÁN KHÁC

Câu 70: (Đề thi học sinh giỏi Phú Thọ lớp 12 năm học 2017 – 2018)

Lời giải



Nhận xét: Để di chuyển đến đích, mỗi con kiến phải có hành trình $8m$. Vì hai con kiến xuất phát cùng thời điểm và cùng vận tốc di chuyển nên chúng chỉ có thể gặp nhau khi mỗi con kiến đều di chuyển được $4m$ (sau 4 phút). Do vậy chúng chỉ có thể gặp nhau tại các giao điểm trên đường chéo chính chạy từ góc trên bên trái đến góc dưới bên phải (A_1A_5).

Xác suất để sau 4 phút, con kiến thứ nhất đi đến vị trí A_1 là $P_1(A_1) = \frac{C_4^0}{2^4}$;

Xác suất để sau 4 phút, con kiến thứ hai đi đến vị trí A_1 là $P_2(A_1) = \frac{C_4^0}{2^4}$;

Xác suất để hai con kiến gặp nhau tại vị trí A_1 là $P(A_1) = P_1(A_1) \cdot P_2(A_1) = \frac{(C_4^0)^2}{256}$.

Tương tự xác suất để hai con kiến gặp nhau tại các vị trí A_2, A_3, A_4, A_5 là:

$$P(A_2) = \frac{(C_4^1)^2}{256}; P(A_3) = \frac{(C_4^2)^2}{256}; P(A_4) = \frac{(C_4^3)^2}{256}; P(A_5) = \frac{(C_4^4)^2}{256}.$$

Vậy xác suất để hai con kiến gặp nhau là:

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + P(A_4) + P(A_5) = \frac{(C_4^0)^2 + (C_4^1)^2 + (C_4^2)^2 + (C_4^3)^2 + (C_4^4)^2}{256} \\ &= \frac{35}{128}. \end{aligned}$$

Câu 71: (Đề thi học sinh giỏi Hà Tĩnh lớp 11 năm học 2016 – 2017)

Số phần tử không gian mẫu là $|\Omega|^3 = 1728$.

Số trường hợp xảy ra để cả 3 lượt tung đó đều thu được súc sắc mặt 1 chấm và xu sấp là 1.

Số trường hợp xảy ra để trong 3 lượt tung đó có đúng 2 lượt được súc sắc mặt 1 chấm và xu sấp là $3.1.1.11 = 3.11$.

Số trường hợp xảy ra để trong 3 lượt tung đó có đúng 1 lượt được súc sắc mặt 1 chấm và xu sấp là $3.1.11.11 = 3.11^2$.

Vậy xác suất cần tìm là:
$$P = \frac{1 + 3.11 + 3.11^2}{12^3} = \frac{397}{1728}.$$