

NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN – ỨNG DỤNG

Dạng 2: Giả sử ta cần tính $I = \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx = 0$.

$f(x)$ có chứa	Cách đổi biến
$\sqrt{a^2 - x^2}$	$x = a \sin t, \quad -\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}$
$\sqrt{a^2 + x^2}$	$x = a \tan t, \quad -\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2}$
$\sqrt{x^2 - a^2}$	$x = \frac{ a }{\sin t}, \quad t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \setminus \{0\}$

Bài 3: Tính các tích phân sau:

a) $\int_0^1 \frac{x^3 dx}{(1+x^2)^3}$

b) $\int_0^1 x \sqrt{2-x^2} dx$

c) $\int_0^1 x^3 \sqrt{1-x^2} dx$

d) $\int_1^e \frac{\sqrt{1+3 \ln x} \ln x}{x} dx$

e) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \sin^5 x) \cdot \cos x dx$

f) $\int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{1+e^x} dx$

g) $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

h) $\int_0^3 \frac{dx}{x^2+3}$

LOẠI 3. PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN TỪNG PHẦN

$$\int_a^b u dv = u.v \Big|_a^b - \int_a^b v du$$

◆ Dạng : $\int_a^b P(x).Q(x)dx$ Nhưng chưa tìm được nguyên hàm

Để làm dạng này ta tạm định nghĩa các nhóm hàm như sau:

★ Nhóm hàm lôgarit $\{\ln^n f(x), \log_a^n f(x)\}$. (Chưa có nguyên hàm trong bảng)

★ Nhóm hàm đa thức: $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$. (Có nguyên hàm yếu)

★ Nhóm hàm lượng giác: $\{\sin(ax+b), \cos(ax+b)\}$. (Có nguyên hàm trong bảng)

★ Nhóm hàm mũ: $\{e^{mx+n}, a^{mx+n}\}$. (Có nguyên hàm trong bảng)

Phương pháp:

Nhận dạng: Hàm số dưới dấu nguyên hàm có 2 trong 4 nhóm hàm trên nhân với nhau.

Cách giải: Ưu tiên nhóm hàm chưa có nguyên hàm đặt là u, còn lại là dv. Từ đó ta có cách đặt u của các dạng nguyên hàm từng phần thường gặp tuân theo câu thần chú sau:

Nhất lô – Nhì đa – Tam lượng – Tứ mũ.

Bài 4: Tính các tích phân

a) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x+3) \sin x dx.$

b) $\int_0^1 (x+3)e^{-x} dx.$

c) $\int_1^e (x+2) \ln x dx.$

d) $\int_0^1 (e^{-2x} + x)e^x dx$

B. PHẦN BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Loại 1. Định nghĩa và tính chất của tích phân

Câu 1. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$, $F(7) = 9$, $\int_2^7 f(x)dx = 2$ thì giá trị $F(2)$ bằng?

- A. 11. B. -7. C. 7. D. 20.

Câu 2. Nếu $f(1) = 2$, $f(6) = 21$, $f'(x)$ liên tục thì giá trị $\int_1^6 f'(x)dx$ bằng ?

- A. 23. B. -19. C. 5. D. 19.

Câu 3. Nếu $\int_1^2 f(x)dx = 3$, $\int_1^5 f(x)dx = 10$ thì giá trị $\int_2^5 f(x)dx$ bằng ?

- A. 7. B. 13. C. -7. D. 3.

Câu 4. Nếu $\int_0^6 f(x)dx = 20$ thì giá trị $\int_0^3 f(2x)dx$ bằng ?

- A. 40. B. 10. C. 20. D. 24.

Câu 5. Nếu $\int_1^3 f(x)dx = 4$, $\int_1^3 g(x)dx = 3$ thì giá trị $\int_1^3 [3f(x) - 2g(x)]dx$ bằng ?

- A. 6. B. 7. C. 18 D. 22.

Câu 6. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $[a; b]$. Đẳng thức nào sau đây SAI?

A. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$. B. $\int_a^b kdx = k(b-a)$; $\forall k \in \mathbb{R}$.

C. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$; $(c \in [a; b])$. D. $\int_a^b f(x)dx = \int_b^a f(x)dx$.

Câu 7. Giả sử $\int_0^1 f(x)dx = 2$; $\int_1^4 f(x)dx = 3$; $\int_0^4 g(x)dx = 4$. Khẳng định nào sau đây là SAI?

A. $\int_0^4 f(x)dx < \int_0^4 g(x)dx$. B. $\int_0^4 [f(x) - g(x)]dx = 1$.

C. $\int_0^4 [f(x) + g(x)]dx = 9$. D. $\int_0^4 f(x)dx > \int_0^4 g(x)dx$.

Câu 8. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào SAI?

A. Nếu $f(x) \geq 0$, $\forall x \in [a; b]$ thì $\int_a^b f(x)dx \geq 0$.

B. Nếu $f(-x) = -f(x)$, $\forall x \in [-a; a]$ thì $\int_{-a}^a f(x)dx = 0$.

C. $\int_a^b [f(x) \cdot g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx \cdot \int_a^b g(x)dx$, với mọi hàm số $f(x)$, $g(x)$ liên tục trên $[a; b]$.

D. Nếu $\int f(x)dx = F(x) + C$, $C \in \mathbb{R}$ thì $\int_{x_1}^{x_2} f(ax+b)dx = \frac{1}{a} [F(ax_2+b) - F(ax_1+b)]$, $a \neq 0$.

Câu 9. Nếu hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục và không đổi dấu trên $[a; b]$ thì đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b |f(x)|dx$.

B. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a |f(x)|dx$.

C. $\int_a^b f(x) dx = \pm \int_b^a |f(x)| dx.$

D. $\int_a^b |f(x)| dx = \left| \int_a^b f(x) dx \right|.$

Câu 10. Nếu các hàm số $f(x)$ và $g(x)$ đều xác định, liên tục và có cùng một dấu trên $[a; b]$ thì đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\int_a^b [f(x) \cdot g(x)] dx = \left(\int_a^b f(x) dx \right) \cdot \left(\int_a^b g(x) dx \right).$ B. $\int_a^b \frac{f(x)}{g(x)} dx = \frac{\int_a^b f(x) dx}{\int_a^b g(x) dx}.$

C. $\int_a^b |f(x) + g(x)| dx = \left| \int_a^b f(x) dx \right| + \left| \int_a^b g(x) dx \right|.$ D. $\int_a^b |f(x) + g(x)| dx = \left| \int_a^b [f(x) + g(x)] dx \right|.$

Câu 11. Giả sử $\int_0^5 f(x) dx = 5$, $\int_0^6 f(x) dx = 8$. Khi đó $\int_5^6 f(x) dx$ bằng

A. 3. B. -3. C. 13. D. -13.

Câu 12. Nếu $\int_1^5 f(x) dx = a$, $\int_4^5 f(x) dx = b$ thì $\int_1^4 f(x) dx$ bằng

A. $a - b$. B. $b - a$. C. $a + b$. D. $a - 4b$.

Câu 13. Cho $\int_0^a f(x) dx = 5$ và $f(x)$ là hàm số chẵn. Khi đó $\int_0^{-a} f(x) dx$ bằng

A. 0. B. 5. C. -5. D. 10.

Câu 14. Cho $\int_{-1}^8 f(x) dx = 15$. Khi đó $\int_0^3 f(3x - 1) dx$ bằng

A. 45. B. 9. C. 5. D. 24.

Câu 15. Cho $\int_0^1 f(2x + 5) dx = 15$. Khi đó $\int_5^7 f(x) dx$ bằng

A. $\frac{15}{2}$. B. 17. C. 21. D. 30.

Loại 2. Dùng bảng nguyên hàm

$$\int dx = x + c, \int k dx = kx + C$$

• $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, (\alpha \neq -1)$

• $\int (ax + b)^\alpha dx = \frac{1}{a} \cdot \frac{(ax + b)^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, (\alpha \neq -1)$

• $\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} + C, (x \neq 0)$

• $\int \frac{dx}{(ax + b)^2} = -\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{ax + b} + C, (x \neq -b/a)$

Câu 16. Tính $I = \int_1^3 (2x^2 - 4x + 1) dx$

A. $I = \frac{7}{3}$. B. $I = \frac{9}{4}$. C. $I = \frac{10}{3}$. D. $I = \frac{3}{5}$.

Câu 17. Giá trị của tích phân $\int_0^1 (y^3 + 3y^2 - 2) dy$ là

A. 4. B. $-\frac{3}{4}$. C. 6. D. 3.

Câu 18. Tìm a , biết $\int_1^a (3x^2 - 2x + 1)dx = 5$.

A. $a = 2$.

B. $a = 3$.

C. $a = 4$.

D. $a = 5$.

Câu 19. Tập hợp các giá trị của b sao cho $\int_0^b (2x - 4)dx = 5$ là

A. $\{5\}$.

B. $\{5; -1\}$.

C. $\{4\}$.

D. $\{4; -1\}$.

Câu 20. Biết $\int_0^m (2x + 5)dx = 6$, tất cả giá trị m là

A. $m = 1, m = -6$.

B. $m = 1, m = 6$.

C. $m = -1, m = -6$.

D. $\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} + C, (x \neq 0)$.

Câu 21. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\int_{-3}^3 x^2 dx = 0$.

B. $\int_{-3}^3 (x^2 + 1)dx = 0$.

C. $\int_{-3}^3 x^3 dx = 0$.

D. $\int_{-3}^3 (x^2 + x)dx = 0$.

Câu 22. Tích phân $I = \int_1^2 \frac{dx}{x^4}$ bằng

A. $\frac{31}{5}$.

B. $-\frac{31}{5}$.

C. $\frac{7}{24}$.

D. $-\frac{7}{24}$.

Câu 23. Tìm a , biết $\int_1^2 \frac{2}{(3x-1)^3} dx = \frac{a}{100}$.

A. $a = 6$.

B. $a = 7$.

C. $a = 4$.

D. $a = 8$.

Câu 24. Cho $\int_1^2 \sqrt{x^3} dx = \frac{a}{b}(\sqrt{8} - c)$ với $a, b, c \in \mathbb{N}^*$; $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $T = a + b + c^5$.

A. $T = 8$.

B. $T = 6$.

C. $T = -6$.

D. $T = -8$.

Câu 25. Cho $\int_1^3 \sqrt{2x-1} dx = \frac{a\sqrt{5}+b}{c}$ với $a, b \in \mathbb{Z}; c \in \mathbb{N}^*$. Tính $T = a + b + c$

A. $T = 8$.

B. $T = 5$.

C. $T = 7$.

D. $T = 6$.

Câu 26. Tìm a , biết $a \in \mathbb{N}^*$ và $\int_a^2 \frac{4x^4 - 2}{x^2} dx = \frac{25}{3}$.

A. $a = 1$.

B. $a = 2$.

C. $a = 3$.

D. $a = 4$.

Câu 27. Cho $\int_1^2 \frac{x\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}}{x} dx = \frac{a\sqrt{2} + b\sqrt[3]{2} + c}{d}$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}; d \in \mathbb{N}^*$. Tính $T = a + b + c + d$

A. $T = -5$.

B. $T = 5$.

C. $T = 10$.

D. $T = -10$

Câu 28. Tìm a , biết $\int_0^1 \frac{2}{(2x+1)^2} dx = \frac{2 \ln a}{3}$.

A. $a = 1$.

B. $a = 2$.

C. $a = e$.

D. $a = \frac{2}{3}$.

Câu 29. Giá trị của tích phân $\int_0^3 |x^2 - x - 2| dx$ là

A. 4.

B. 5.

C. 3.

D. $\frac{31}{6}$.

Câu 30. Tích phân $\int_{-1}^4 |x^2 - 3x + 2| dx = \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}^*$; $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $T = a + 2b$.

NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN – ỨNG DỤNG

A. $T = 22$.

B. $T = 17$.

C. $T = 23$.

D. $T = 67$.

Loại 2. Dùng bảng nguyên hàm(tt)

• $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C, (x \neq 0)$

• $\int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a} \ln|ax+b| + C, (x \neq -b/a)$

Câu 31. Tìm a , biết $a > 0$ và $\int_1^a \frac{2x^3 - 2x - 1}{x^2} dx = 2 + \frac{1}{a} - 2 \ln a$

A. $a = 2$.

B. $a = 3$.

C. $a = 4$.

D. $a = 1$.

Câu 32. Giả sử $\int_1^5 \frac{1}{2x-1} dx = \ln A$, giá trị của A là

A. 3.

B. 9.

C. 81.

D. 8.

Câu 33. Giả sử $\int_3^5 \frac{dx}{x-1} = \ln a$. Khi đó giá trị của a là

A. 2.

B. 3.

C. 5.

D. 15.

Câu 34. Tìm a , biết $a > 1$ và $\int_1^a \frac{2x^2 - 3x - 1}{2x-1} dx = \frac{1}{2} - \ln(2a-1)$.

A. $a = 1$.

B. $a = 2$.

C. $a = 3$.

D. $a = \frac{1}{2}$.

Câu 35. Tính $I = \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 4x + 3}$.

A. $I = \ln \frac{3}{2}$.

B. $I = \frac{1}{3} \ln \frac{3}{2}$.

C. $I = -\frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}$.

D. $I = \frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}$.

Câu 36. Cho $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 - 5x + 6} = \ln \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}^*$; $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $T = 2a + b$.

A. $T = 3$.

B. $T = 10$.

C. $T = 11$.

D. $T = 4$.

Câu 37. Biết $a > 0$ và $\int_0^1 \frac{x dx}{(x+1)^3} = \frac{a^2}{32}$. Tìm a .

A. $a = 2$.

B. $a = 4$.

C. $a = \sqrt{2}$.

D. $a = 3$.

Câu 38. Tính $J = \int_0^2 \frac{(2x+4)dx}{x^2 + 4x + 3}$.

A. $J = \ln 2$.

B. $J = \ln 3$.

C. $J = \ln 5$.

D. $J = \ln 5$.

Câu 39. Cho $\int_0^2 \frac{(x-1)}{x^2 + 4x + 3} dx = a \ln 5 + b \ln 3$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $T = a - 2b$.

A. $T = 8$.

B. $T = -7$.

C. $T = 9$.

D. $T = -9$.

Câu 40. Cho $\int_2^3 \frac{x}{x^2 - 1} dx = \frac{a}{b} \ln \frac{c}{d}$ với $a, b, c, d \in \mathbb{N}^*$; $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Tính $T = a + b + c + d$.

A. $T = 5$.

B. $T = 4$.

C. $T = 12$.

D. $T = 14$.

Câu 41. Biết $\int_2^3 \frac{dx}{x^2 - 2x + 1} = \frac{\ln(a-1)}{2}$. Tìm a .

A. $a = 1$.

B. $a = e$.

C. $a = 1 + e$.

D. $a = 1 - e$.

Loại 2. Dùng bảng nguyên hàm(tt)

$$\bullet \int e^x dx = e^x + C$$

$$\bullet \int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} e^{ax+b} + C$$

$$\bullet \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, (0 < a \neq 1)$$

$$\bullet \int a^{mx+n} dx = \frac{1}{m} \cdot \frac{a^{mx+n}}{\ln a} + C$$

Câu 42. Giá trị $\int_0^2 2e^{2x} dx$ bằng

A. e^4 .

B. $e^4 - 1$.

C. $4e^4$.

D. $3e^4$.

Câu 43. Cho $\int_0^1 (1+e^{2x})^2 dx = e^2 + \frac{e^4}{a} + \frac{b}{c}$ với $b \in \mathbb{N}^*$; $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ gọi điểm $M(a; b; c)$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng Oxy bằng

A. 1.

B. 4.

C. $\sqrt{17}$.

D. 3.

Câu 44. Cho $\int_0^1 (1-e^{-x})^2 dx = \frac{a}{e} + \frac{1}{be^2} + \frac{1}{c}$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính $T = a + b - c$

A. $T = 2$.

B. $T = 4$.

C. $T = 6$.

D. $T = 8$.

Câu 45. Nếu $I = \int_{-2}^0 \left(4 - e^{\frac{x}{2}} \right) dx = K - 2e$ thì giá trị của K là

A. 11.

B. 9.

C. $\frac{25}{2}$.

D. 10.

Câu 46. Tính $I = \int_0^1 (2^x + 3^x)^2 dx$.

A. $I = \frac{4}{\ln 4} + \frac{12}{\ln 6} + \frac{9}{\ln 9}$.

B. $I = \frac{3}{\ln 4} + \frac{10}{\ln 6} + \frac{8}{\ln 9}$.

C. $I = \frac{3}{\ln 4} - \frac{10}{\ln 6} + \frac{8}{\ln 9}$.

D. $I = \ln 2 - 2 \ln 3$.

Loại 2. Dùng bảng nguyên hàm(tt)

$$\bullet \int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\bullet \int \sin(ax+b) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax+b) + C$$

$$\bullet \int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\bullet \int \cos(ax+b) dx = \frac{1}{a} \sin(ax+b) + C$$

$$\bullet \int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$$

$$\bullet \int \frac{dx}{\cos^2(ax+b)} = \frac{1}{a} \tan(ax+b) + C$$

$$\bullet \int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C$$

$$\bullet \int \frac{dx}{\sin^2(ax+b)} = -\frac{1}{a} \cot(ax+b) + C$$

$$\bullet \int \tan x dx = -\ln |\cos x| + C$$

$$\bullet \int \tan(ax+b) dx = -\frac{1}{a} \ln |\cos(ax+b)| + C$$

$$\bullet \int \cot x dx = \ln |\sin x| + C$$

$$\bullet \int \cot(ax+b) dx = \frac{1}{a} \ln |\sin(ax+b)| + C$$

Câu 47. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2x) dx$.

A. $I = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2}$.

B. $I = \frac{\pi}{2}$.

C. $I = 0$.

D. $I = \frac{\pi}{4}$.

Câu 48. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \sin 3x) dx = \frac{\pi}{a} + \frac{b}{c}$ với $a, c \in \mathbb{N}^*$; $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính $T = 2a + b + c$.

A. $T = 4$. B. $T = 2$. C. $T = 6$. D. $T = 8$.

Câu 49. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x + 1) dx = \frac{\pi}{a} + b$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ gọi $M(a; b; 3)$.
 Tính độ dài đoạn OM .

A. $OM = \sqrt{17}$. B. $OM = \sqrt{7}$. C. $OM = 17$. D. $OM = \sqrt{8}$.

Câu 50. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{4}} e^x (e^{-x} + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x}) dx = a + \frac{\pi}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $T = a + 2b$.

A. $T = 9$. B. $T = 6$. C. $T = 2$. D. $T = -7$

Câu 51. Cho $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} dx = \frac{a\sqrt{c}}{b}$ với $b, c \in \mathbb{N}^*$; $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $T = a + 2b + c$.

A. $T = 11$. B. $T = 5$. C. $T = 10$. D. $T = 11$.

Câu 52. Cho $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} dx = a + \frac{b}{c}\sqrt{3}$ với $b, c \in \mathbb{N}^*$; $a \in \mathbb{Z}$; $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính $T = a + b + c$.

A. $T = 9$. B. $T = 5$. C. $T = -5$. D. $T = -9$.

Câu 53. Để $\int_0^x \left(\sin^2 t - \frac{1}{2} \right) dt = 0$, với $k \in \mathbb{Z}$ thì x thỏa:

A. $x = k2\pi$. B. $x = k\pi$. C. $x = \frac{k\pi}{2}$. D. $x = \pi + k2\pi$

Câu 54. Nếu $\int_0^a (\sin x + \cos x) dx = 0$, $0 < a < 2\pi$ thì giá trị a bằng:

A. $\frac{\pi}{4}$. B. $\frac{\pi}{2}$. C. $\frac{3\pi}{2}$. D. π

Câu 55. Với giá trị nào của tham số m thì tích phân $I = \int_0^m (x + \sin^2 x) dx$ bằng $\frac{\pi^2 + 4\pi - 8}{32}$?

A. $m = 1$. B. $m = \frac{\pi}{6}$. C. $m = \frac{\pi}{3}$. D. $m = \frac{\pi}{4}$.

Câu 56. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

- A. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$. B. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \tan x dx$.
- C. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = -\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$. D. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = -\int_0^{\frac{\pi}{2}} \tan x dx$.

Câu 57. Tính $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \tan x dx$

A. $I = \ln \frac{\sqrt{6}}{2}$. **B.** $I = \ln \sqrt{2}$. **C.** $I = \ln 2$. **D.** $I = -\ln \sqrt{2}$

Câu 58. Cho $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \cot x dx = \frac{a}{b} \ln \frac{c}{d}$ với $b, d \in \mathbb{N}^*$; $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Trong mặt phẳng tọa độ

Oxy gọi $M(a; b), N(c; d)$. Tính độ dài đoạn thẳng MN

A. $MN = 2$. **B.** $MN = 4\sqrt{2}$. **C.** $MN = 2\sqrt{2}$. **D.** $MN = 4$.

Câu 59. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x dx$

A. $I = \frac{\pi}{8} - \frac{1}{4}$. **B.** $I = \frac{\pi}{8} - \frac{1}{2}$. **C.** $I = \frac{\pi}{8} + \frac{1}{2}$. **D.** $I = \frac{\pi}{8} + \frac{1}{4}$

Câu 60. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x dx = \frac{a}{b} + \frac{\pi}{c}$ với $a, c \in \mathbb{N}^*$; $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $T = a + b + c$.

A. $T = 11$. **B.** $T = 13$. **C.** $T = 8$. **D.** $T = -9$

Câu 61. Nếu $\int_0^a \sin x \cos x dx = 0, 0 < a < 2\pi$ thì a bằng

A. $a = \pi$. **B.** $a = \frac{\pi}{2}$. **C.** $a = \frac{3\pi}{2}$. **D.** $a = \frac{\pi}{4}$

Câu 62. Giải phương trình ẩn m sau đây $\int_0^m \cos x dx = 0$.

A. $m = \frac{\pi}{3}$. **B.** $m = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **C.** $m = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $m = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 63. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x \cos x dx$.

A. $I = 0$. **B.** $I = 1$. **C.** $I = \frac{1}{2}$. **D.** $I = \frac{1}{4}$.

Câu 64. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 3x \cos x dx = \frac{a}{b}$ với $b \in \mathbb{N}^*$; $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $T = a + b$

A. $T = 1$. **B.** $T = 5$. **C.** $T = 3$. **D.** $T = -3$

Câu 65. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x \sin x dx = \frac{a}{b}$ với $b \in \mathbb{N}^*$; $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm $M(a; b)$ là tâm đối xứng của đồ thị hàm số nào sau đây?

A. $y = \frac{x+4}{x-1}$. **B.** $I = \frac{1-4x}{1-x}$. **C.** $y = \frac{4x-1}{x+1}$. **D.** $y = \frac{x+2}{x-4}$

Câu 66. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{1+\sin 2x} dx = \frac{a}{b}$ với $b \in \mathbb{N}^*$; $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm $I(a; b)$ là đỉnh của parabol có phương trình nào sau đây?

A. $y = x^2 - 2x + 3$. **B.** $y = x^2 - 4x + 5$. **C.** $y = -x^2 + 6x - 7$. **D.** $y = x^2 - 2x - 3$.

Câu 67. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{1+\cos 2x} dx = \frac{a}{b}$ với $b \in \mathbb{N}^*$; $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $T = a - b$

A. $T = -1$. B. $T = 1$. C. $T = -3$. D. $T = 2$

Câu 68. Cho $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1-\cos x} dx = \sqrt{a} + b$ với $a \in \mathbb{N}^*, b \in \mathbb{Z}$. Tính $T = 2a - b$.

A. $T = 11$. B. $T = 5$. C. $T = 6$. D. $T = 7$

Câu 69. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. $\int_0^{\pi} \left| \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \right| dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left| \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right) \right| dx$.
- B. $\int_0^{\pi} \left| \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \right| dx = \int_0^{\pi} \cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right) dx$.
- C. $\int_0^{\pi} \left| \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \right| dx = \int_0^{\frac{3\pi}{4}} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) dx - \int_{\frac{3\pi}{4}}^{\pi} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) dx$.
- D. $\int_0^{\pi} \left| \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \right| dx = 2 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) dx$.

Loại 3. Đổi biến số

Câu 70. Tích phân $I = \int_0^1 \frac{x+1}{x^2+2x+5} dx$ bằng

A. $\ln \frac{8}{5}$. B. $\frac{1}{2} \ln \frac{8}{5}$. C. $2 \ln \frac{8}{5}$. D. $-2 \ln \frac{8}{5}$.

Câu 71. Tích phân: $J = \int_0^1 \frac{x dx}{(x+1)^3}$ bằng

A. $J = \frac{1}{8}$. B. $J = \frac{1}{4}$. C. $J = 2$. D. $J = 1$.

Câu 72. Cho $\int_2^3 \frac{x}{x^2-1} dx = \frac{a}{b} \ln \frac{c}{d}$ với $b, d \in \mathbb{N}^*; a, c \in \mathbb{Z}$; $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Tính $S = a + b + c + d$.

A. $S = 5$. B. $S = 11$. C. $S = 13$. D. $S = 16$.

Câu 73. Gọi $I = \int_0^1 \frac{x dx}{x^2+1}$ thì

A. $I = \frac{\pi}{2}$. B. $I = \frac{\pi}{4}$. C. $I = \frac{\ln 2}{2}$. D. $I = \ln 2$.

Câu 74. Cho $\int_1^{\sqrt{3}} x \sqrt{1+x^2} dx = \frac{a}{b} + \frac{c}{d} \sqrt{2}$ với $b, d \in \mathbb{N}^*; a, c \in \mathbb{Z}$; $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi $M(a; b), N(c; d)$. Tọa độ trung điểm của đoạn MN là

A. $\left(\frac{3}{2}; 3 \right)$. B. $(3; 3)$. C. $\left(\frac{5}{2}; 3 \right)$. D. $(5; 3)$.

Câu 75. Tích phân $I = \int_0^1 x(1-x)^{19} dx$ bằng

- A. $\frac{1}{420}$. B. $\frac{1}{380}$. C. $\frac{1}{342}$. D. $\frac{1}{462}$.

Câu 76. Tích phân $L = \int_0^1 x\sqrt{1-x^2} dx$ bằng

- A. $L = -1$. B. $L = \frac{1}{4}$. C. $L = 1$. D. $L = \frac{1}{3}$.

Câu 77. Cho $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2-1}dx$ và $u(x) = x^2 - 1$. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

- A. $I = \int_0^3 \sqrt{u}du$. B. $I = \frac{2}{3}\sqrt{27}$. C. $I = \int_0^2 \sqrt{u}du$. D. $I = \frac{2}{3}u^{\frac{3}{2}}\Big|_0^3$.

Câu 78. Biết tích phân $\int_0^1 x\sqrt{1-x}dx = \frac{M}{N}$, với $\frac{M}{N}$ là phân số tối giản. Giá trị $M+N$ bằng:

- A. 18. B. 19. C. 20. D. 21

Câu 79. Tích phân $I = \int_0^7 \frac{1}{1+\sqrt[3]{x+1}} dx$ có giá trị là:

- A. $\frac{3}{2} + 3\ln\frac{3}{2}$. B. $\frac{9}{2} - 3\ln\frac{3}{2}$. C. $\frac{9}{2} + 3\ln\frac{2}{3}$. D. $\frac{9}{2} - 3\ln\frac{2}{3}$.

Câu 80. Cho $I = \int_1^{e^2} \frac{\cos(\ln x)}{x} dx$, ta tính được:

- A. $I = \cos 1$. B. $I = 1$. C. $I = \sin 1$. D. $I = \sin 2 - \sin 1$.

Câu 81. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x \cdot \cos^3 x}{\cos^2 x + 1} dx = \frac{a}{b} + \frac{1}{c} \ln 2$ với $b \in \mathbb{N}^*$; $a, c \in \mathbb{Z}$; $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính

$T = a + b + c$.

- A. $T = 2$. B. $T = 6$. C. $T = 3$. D. $T = 1$.

Câu 82. Cho tích phân $I = \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x+3}} dx$ và $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{3\sin x + 12} dx$, phát biểu nào sau đây đúng:

- A. $I > J$. B. $I = 2$. C. $J = \frac{1}{3} \ln 5$. D. $I = 2J$.

Câu 83. Tích phân $I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \frac{\cos x}{2 + \sin x} dx$ có giá trị là:

- A. $\ln 3$. B. 0. C. $-\ln 2$. D. $\ln 2$.

Câu 84. Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^m x \cos x dx = \frac{1}{64}$. Khi đó m bằng

- A. 6. B. 5. C. 4. D. 3.

Câu 85. Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^3 x \cdot \cos x dx$ bằng:

A. 6.

B. 5.

C. 4.

D. $\frac{1}{64}$.

Câu 86. Tính $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos x)^n \sin x dx$ ta được

A. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos x)^n \sin x dx = \frac{1}{2n}$.

B. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos x)^n \sin x dx = \frac{1}{n+1}$.

C. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos x)^n \sin x dx = \frac{1}{n-1}$.

D. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos x)^n \sin x dx = \frac{1}{2n-1}$.

Câu 87. Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x (\cos^4 x + \sin^4 x) dx$ bằng

A. $\frac{5}{6}$.

B. $\frac{5}{24}$.

C. $\frac{7}{12}$.

D. $\frac{5}{12}$.

Câu 88. Tích phân $I = \int_1^e \frac{1 + \ln^2 x}{x} dx$ có giá trị là:

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. 1.

D. $\frac{4}{3}$.

Câu 89. Tích phân $I = \int_0^1 x \cdot e^{x^2+1} dx$ có giá trị là:

A. $\frac{e^2 + e}{2}$.

B. $\frac{e^2 + e}{3}$.

C. $\frac{e^2 - e}{2}$.

D. $\frac{e^2 - e}{3}$.

Câu 90. Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x e^{\sin x} dx = m$ thì m thỏa mãn phương trình

A. $\ln x = 1$.

B. $\ln(x-1) = 0$.

C. $\ln(x+1) = 0$.

D. $\ln(x+1) = 1$.

Câu 91. Tích phân $I = \int_2^{2\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}}{x\sqrt{x^2-3}} dx$ bằng:

A. $\frac{\pi}{6}$.

B. π .

C. $\frac{\pi}{3}$.

D. $\frac{\pi}{2}$.

Câu 92. Đặt $I = \int_{3\sqrt{2}}^6 \frac{dx}{x\sqrt{x^2-9}}$ và $x = \frac{3}{\cos t}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào SAI?

A. $dx = \frac{3 \sin t}{\cos^2 t} dt$.

B. $I = \frac{\pi}{36}$.

C. $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin t dt}{3 \cos t \tan t}$.

D. $\frac{dx}{x\sqrt{x^2-9}} = \frac{\sin t dt}{3 \cos t \tan t}$.

Câu 93. Tích phân $\int_0^a x^2 \sqrt{a^2 - x^2} dx$ ($a > 0$) bằng

A. $\frac{\pi \cdot a^4}{8}$.

B. $\frac{\pi \cdot a^4}{16}$.

C. $\frac{\pi \cdot a^3}{16}$.

D. $\frac{\pi \cdot a^3}{8}$.

Câu 94. Cho $\int_1^3 xf(1+x)dx = 6$. Tính $I = \int_0^2 x^2 f(1+\sqrt{x^3+1})dx$.

A. $I = 9$.

B. $I = 6$.

C. $I = 4$.

D. $I = 2$.

Câu 95. Cho $\int_1^4 xf(1+e^{\sqrt{x}})dx = 2000$. Tính $I = \int_1^2 x^3 f(1+e^x)dx$.

A. $I = 2000$.

B. $I = 4000$.

C. $I = 1000$.

D. $I = 3000$.

Câu 96. Cho $\int_0^2 xf(\sqrt{x^2+1})dx = 5$. Tính $I = \int_1^{\sqrt{5}} xf(x)dx$.

A. $I = \frac{5}{2}$.

B. $I = 10$.

C. $I = 5\sqrt{5}$.

D. $I = 5$.

Câu 97. Đổi biến $x = 2\sin t$ tích phân $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$ trở thành:

A. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} t dt$.

B. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} dt$.

C. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{t} dt$.

D. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} dt$.

Loại 4. Phương pháp tích phân từng phần

$$\int_a^b u dv = u.v \Big|_a^b - \int_a^b v du$$

Câu 98. Tích phân $L = \int_0^{\pi} x \sin x dx$ bằng:

A. $L = \pi$.

B. $L = -\pi$.

C. $L = -2$.

D. $L = 0$.

Câu 99. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{3}} x \cos x dx = \frac{1}{a} + \frac{\pi\sqrt{3}}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $T = 2a^2 + b$.

A. $T = 5$.

B. $T = 9$.

C. $T = 14$.

D. $T = 16$.

Câu 100. Tích phân $I = \int_0^{\pi} x^2 \sin x dx$ bằng :

A. $\pi^2 - 4$.

B. $\pi^2 + 4$.

C. $2\pi^2 - 3$.

D. $2\pi^2 + 3$.

Câu 101. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cdot \cos x dx = \frac{\pi\sqrt{2}}{a} + \frac{\sqrt{2}}{b} + c$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính $T = a + b + c$.

A. $T = 15$.

B. $T = 13$.

C. $T = 11$.

D. $T = 9$.

Câu 102. Cho $\int_1^2 (2x-1) \ln x dx = a \ln 2 + \frac{b}{c}$ với $c \in \mathbb{N}^*; a, b \in \mathbb{Z}; \frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính $T = a + b + c$.

A. $T = 6$.

B. $T = 3$.

C. $T = 5$.

D. $T = 1$.

Câu 103. Cho $\int_0^{\ln 2} xe^{-x} dx = \frac{a}{b}(c + d \ln 2)$ với $b \in \mathbb{N}^*; a, c, d \in \mathbb{Z}; \frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $T = a + b + c + d$.

A. $T = 3$.

B. $T = 5$.

C. $T = 4$.

D. $T = 7$.

Câu 104. Giá trị $\int_0^1 xe^{1-x} dx$ bằng

A. $1 - e$.

B. $e - 2$.

C. 1 .

D. -1 .

Câu 105. Tích phân $I = \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx$ bằng:

- A. $\frac{1}{2}(1 + \ln 2)$. B. $\frac{1}{2}(1 - \ln 2)$. C. $\frac{1}{2}(\ln 2 - 1)$. D. $\frac{1}{4}(1 + \ln 2)$.

Câu 106. Cho $\int_0^1 (1-x)e^x dx = a.e + b$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , khoảng cách từ điểm $M(a; b)$ đến đường thẳng $\Delta: x + y + 2 = 0$ bằng

- A. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. 3.

Câu 107. Cho $\int_2^3 \ln(x^2 - x) dx = a + b \ln 3$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $T = a - b$.

- A. $T = -3$. B. $T = 3$. C. $T = -5$. D. $T = 5$.

Câu 108. Tìm $a > 0$ sao cho $\int_0^a x.e^{\frac{x}{2}} dx = 4$

- A. 4. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 2.

Câu 109. Cho $\int_0^1 x^2 e^{3x} dx = \frac{a}{b} + \frac{c}{d}.e^3$ với $b, d \in \mathbb{N}^*$; $a, c \in \mathbb{Z}$; $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Tính $S = a + b + c + d$.

- A. $S = 75$. B. $S = 57$. C. $S = 61$. D. $S = 67$.

Loại 5. Một số dạng đặc biệt

Câu 110. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

- A. $\int_{-3}^3 x^2 dx = 0$. B. $\int_{-3}^3 (x^2 + 1) dx = 0$. C. $\int_{-3}^3 x^3 dx = 0$. D. $\int_{-3}^3 (x^2 + x) dx = 0$.

Câu 111. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

- A. $\int_{-\pi}^{\pi} \sin x dx = 0$. B. $\int_{-\pi}^{\pi} \cos x dx = 0$. C. $\int_{-\pi}^{\pi} (\sin x)^2 dx = 0$. D. $\int_{-\pi}^{\pi} (\cos x)^2 dx = 0$.

Câu 112. Giá trị của tích phân $I = \int_0^1 \frac{3x^2}{1 + 2016^x} dx$

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 113. Đẳng thức nào sau đây đúng

- A. $\int_{-5\pi}^{5\pi} \frac{\sin^{2017} x}{2 + \cos^3 x} dx = 0$. B. $\int_{-5}^5 \frac{3x^2}{1 + 5^x} dx = 0$. C. $\int_{-3}^3 \frac{3x^2}{x^2 + 1} dx = 0$. D. $\int_{-\pi}^{\pi} (\sin x + \cos x)^2 dx = 0$.

Câu 114. Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\cos x + \sin x} dx = m$ thì m là nghiệm phương trình nào sau đây?

- A. $\sin 2x = 0$. B. $\cos x = 0$. C. $\sin x = 1$. D. $\cos 2x = 0$.

Câu 115. Tích phân $I = \int_0^4 \max\{x^2 - 2x + 1, x + 1\} dx$.

- A. $\frac{83}{6}$. B. $\frac{7}{6}$. C. $-\frac{7}{6}$. D. $-\frac{83}{6}$.

Câu 116. Tích phân $I = \int_0^3 \min\{x^2 - x, x\} dx$.

NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN – ỨNG DỤNG

A. $-\frac{11}{6}$.

B. $\frac{19}{6}$.

C. $\frac{11}{6}$.

D. $-\frac{19}{6}$.

ĐÁP ÁN

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
ĐA	C	D	A	B	A	D	A	C	D	D	A	A	C	C	D	C	B
Câu	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34
ĐA	A	B	A	C	C	B	B	C	A	B	C	D	C	A	A	A	B
Câu	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51
ĐA	D	C	A	C	A	D	C	B	B	A	D	B	B	C	A	A	A
Câu	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68
ĐA	B	C	C	D	A	B	A	A	B	A	D	C	B	B	A	A	D
Câu	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85
ĐA	C	B	A	D	C	B	A	D	C	B	A	B	D	A	D	D	D
Câu	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102
ĐA	B	D	D	C	D	A	D	B	C	C	D	B	A	C	A	D	A
Câu	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119
ĐA	A	B	A	C	C	D	B	C	A	C	A	D	A	B			