

Câu 1: Cho z là một số ảo khác 0. Mệnh đề nào sau đây là đúng ?

A. $z + \bar{z} = 0$.

B. $z = \bar{z}$.

C. Phần ảo của z bằng 0.

D. $\bar{z}$ là số thực.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$ vuông góc với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau ?

A. $(P): x + y + z = 0$.

B. $(Q): x + y - 2z = 0$.

C. $(\alpha): x + y + 2z = 0$.

D. $(\beta): x + y - z = 0$.

Câu 3: Giả sử x, y là các số thực dương. Mệnh đề nào sau đây là **sai** ?

A. $\log_2(x + y) = \log_2 x + \log_2 y$.

B. $\log_2 \sqrt{xy} = \frac{1}{2}(\log_2 x + \log_2 y)$.

C. $\log_2 xy = \log_2 x + \log_2 y$.

D. $\log_2 \frac{x}{y} = \log_2 x - \log_2 y$.

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{3}{x+1}$ có đồ thị là (C) . Mệnh đề nào sau đây là đúng ?

A. (C) có tiệm cận ngang là $y = 3$.

B. (C) có tiệm cận ngang là $y = 0$.

C. (C) có tiệm cận đứng là $x = 1$.

D. (C) chỉ có một tiệm cận.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là **sai** ?

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		+	0	-		+	
y				3		0	$+\infty$
	$-\infty$						

A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

Câu 6: Mệnh đề nào sau đây là đúng ?

A. $\int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + C$.

B. $\int \frac{dx}{x^2} = \frac{1}{x} + C$.

C. $\int \frac{dx}{x+1} = \ln|x| + C$.

D. $\int 2^x dx = 2^x + C$

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{-\frac{1}{2}}$ là :

A. $D = [1; +\infty)$.

B. $D = (1; +\infty)$.

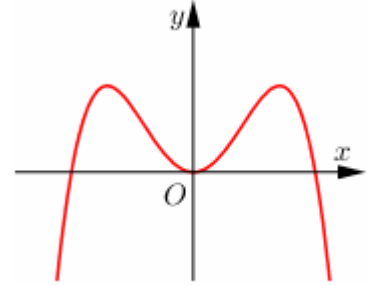
C. $D = (-\infty; 1)$.

D. $D = (0; 1)$.

Câu 8 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(a;b;c)$. Mệnh đề nào sau đây là **sai** ?

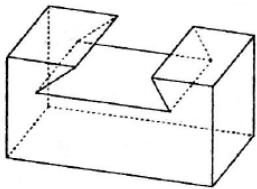
- A. Điểm M thuộc Oz khi và chỉ khi $a=b=0$.
 B. Khoảng cách từ M đến (Oxy) bằng c .
 C. Tọa độ hình chiếu M lên Ox là $(a;0;0)$.
 D. Tọa độ của $\overrightarrow{OM}$ là $(a;b;c)$.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Biết rằng $f(x)$ là một trong bốn hàm được đưa ra trong các phương án A, B, C, D dưới đây. Tìm $f(x)$.

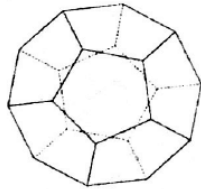


- A. $f(x)=x^4-2x^2$.
 B. $f(x)=x^4+2x^2$.
 C. $f(x)=-x^4+2x^2-1$.
 D. $f(x)=-x^4+2x^2$.

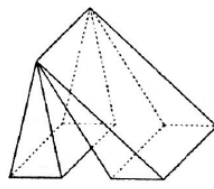
Câu 10. Vật nào trong các vật thể sau không phải khối đa diện.



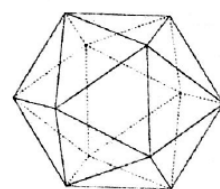
A



B.



C.



D.

Câu 11: Cho phương trình $z^2-2z+2=0$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. Phương trình đã cho không có nghiệm nào là số ảo.
 B. Phương trình đã cho có 2 nghiệm phức.
 C. Phương trình đã cho không có nghiệm phức.
 D. Phương trình đã cho không có nghiệm thực.

Câu 12: Cho hàm số $y=\frac{x}{2^x}$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. Hàm số đã cho có cả điểm cực đại và điểm cực tiểu.
 B. Hàm số đã cho có điểm cực tiểu.
 C. Hàm số đã cho có điểm cực đại.
 D. Hàm số đã cho không có điểm cực trị.

Câu 13: Cho các số phức $z=1+2i, w=2+i$. Số phức $u=z\cdot\overline{w}$ có

- A. Phần thực là 4 và phần ảo là 3.
 B. Phần thực là 0 và phần ảo là 3.
 C. Phần thực là 0 và phần ảo là $3i$.
 D. Phần thực là 4 và phần ảo là $3i$.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(-1)>0<f(0)$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x), y=0, x=-1$ và $x=1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $S=\int_{-1}^0 f(x)dx+\int_0^1 |f(x)|dx$.
 B. $S=\int_{-1}^1 |f(x)|dx$.
 C. $S=\int_{-1}^1 f(x)dx$.
 D. $S=\left|\int_{-1}^1 f(x)dx\right|$.

Câu 15: Nghiệm của bất phương trình $e^x+e^{-x}<\frac{5}{2}$ là

- A. $x<-\ln 2$ và $x>-\ln 2$.
 B. $-\ln 2<x<\ln 2$.
 C. $x<\frac{1}{2}$ hoặc $x>2$.
 D. $\frac{1}{2}<x<2$.

Câu 16: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=-x^3+mx^2-x$ có 2 điểm cực trị.

- A. $|m|\geq 2\sqrt{3}$.
 B. $|m|\geq 2$.
 C. $|m|>\sqrt{3}$.
 D. $|m|\geq \sqrt{3}$.

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x^2-4), x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.
 B. Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=2$.
 C. Hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.
 D. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=-2$.

Câu 18: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho các điểm $A(4;0), B(1;4)$ và $C(1;-1)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Biết rằng G là điểm biểu diễn của số phức z . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $z = 2 - i$. B. $z = 3 + \frac{3}{2}i$. C. $z = 2 + i$. D. $z = 3 - \frac{3}{2}i$.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(3;0;0)$, $D(0;3;0)$ và $D'(0;3;-3)$. Tọa độ trọng tâm của tam giác $A'B'C$ là

- A. $(1;1;-2)$. B. $(2;1;-1)$. C. $(1;2;-1)$ D. $(2;1;-2)$

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - y + 2z + 1 = 0$ và đường thẳng

$\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$. Góc Giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) bằng

- A. 150° B. 60° C. 30° D. 120°

Câu 21: Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin(1-2x)$ và thỏa mãn $F\left(\frac{1}{2}\right) = 1$.

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $F(x) = -\frac{1}{2}\cos(1-2x) + \frac{3}{2}$ B. $F(x) = \cos(1-2x)$
C. $F(x) = \cos(1-2x) + 1$ D. $F(x) = \frac{1}{2}\cos(1-2x) + \frac{1}{2}$

Câu 22: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^3-3}{x-2}$ trên đoạn $\left[-1; \frac{3}{2}\right]$.

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $M + m = \frac{8}{3}$ B. $M + m = \frac{4}{3}$ C. $M + m = \frac{7}{2}$ D. $M + m = \frac{16}{3}$

Câu 23: Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(4x+1)$ là

- A. $y' = \frac{4}{(4x+1)\ln 3}$ B. $y' = \frac{1}{(4x+1)\ln 3}$ C. $y' = \frac{4\ln 3}{4x+1}$ D. $y' = \frac{\ln 3}{4x+1}$

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_1^e \frac{f(\ln x)}{x} dx = e$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $\int_0^1 f(x) dx = 1$. B. $\int_0^1 f(x) dx = e$. C. $\int_0^e f(x) dx = 1$. D. $\int_0^e f(x) dx = e$.

Câu 25: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y = 2x + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x+m}{x-1}$.

- A. $-\frac{3}{2} < m \neq -1$. B. $m \geq -\frac{3}{2}$ C. $-\frac{3}{2} \leq m \neq -1$. D. $m > -\frac{3}{2}$

Câu 26: Một hình nón có tỉ lệ giữa đường sinh và bán kính đáy bằng 2. Góc ở đỉnh của hình nón bằng

- A. 150° . B. 120° . C. 60° . D. 30° .

Câu 27: Giả sử a là số thực dương, khác 1. Biểu thức $\sqrt{a^3\sqrt{a}}$ được viết dưới dạng a^a . Khi đó

- A. $a = \frac{2}{3}$ B. $a = \frac{11}{6}$ C. $a = \frac{1}{6}$ D. $a = \frac{5}{3}$

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng

$(\alpha): x + y + z - 3 = 0$ đồng thời đi qua điểm $M(1; 2; 0)$ và cắt đường thẳng $D: \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{1}$. Một vectơ chỉ phương của Δ là

- A. $\vec{u}(1; -1; -2)$. B. $\vec{u}(1; 0; -1)$. C. $\vec{u}(1; 1; -2)$. D. $\vec{u}(1; -2; 1)$.

Câu 29: Hình trụ có bán kính đáy bằng a , chu vi của thiết diện qua trục bằng $10a$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng:

- A. $4\pi a^3$. B. $3\pi a^3$. C. πa^3 . D. $5\pi a^3$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C , $AB = \sqrt{5}a$, $AC = a$. Cạnh $SA = 3a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. a^3 . B. $\frac{\sqrt{5}}{2}a^3$. C. $2a^3$. D. $3a^3$.

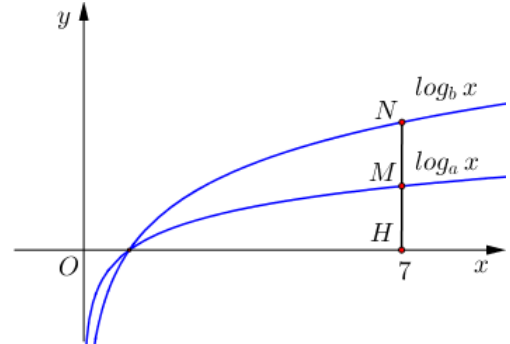
Câu 31: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x - \frac{2}{\log_3(x+1)} = m$ có hai nghiệm phân biệt.

- A. $-1 < m \neq 0$. B. $m > -1$. C. Không tồn tại m . D. $-1 < m < 0$.

Câu 32: Cho hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đường thẳng $x = 7$ cắt trục hoành, đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ lần lượt tại H, M và N . Biết rằng $HM = MN$.

Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. $a = 7b$. B. $a = b^2$. C. $a = b^7$. D. $a = 2b$.



Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng

$\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x + y - 2z - 1 = 0$. Giao tuyến của (α) và (β) đi qua điểm nào trong các điểm sau:

- A. $A(2; 1; 1)$. B. $C(1; 2; 1)$. C. $D(2; 1; 0)$. D. $B(0; 1; 0)$.

Câu 34: Tìm tất cả các giá trị của tham số a để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + a}{x^3 + ax^2}$ có 3 đường tiệm cận.

- A. $a < 0, a \neq 1$. B. $a > 0$. C. $a \neq 0, a \neq \pm 1$. D. $a \neq 0, a \neq -1$.

Câu 35: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = (m^2 - 1)x^4 - 2mx^2$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

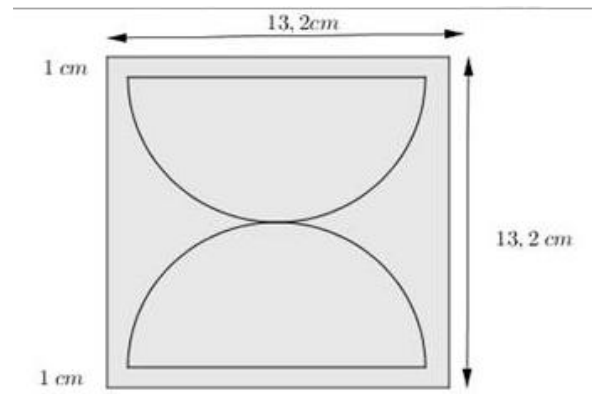
- A. $m \leq -1$. B. $m = -1$ hoặc $m > \frac{1+\sqrt{5}}{2}$. C. $m \leq -1$ hoặc $m \geq \frac{1+\sqrt{5}}{2}$. D. $m \leq -1$ hoặc $m > 1$.

Câu 36: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{m \log_3^2 x - 4 \log_3 x + m + 3}$ xác định trên khoảng $(0; +\infty)$ là

- A. $m \in (-4; 1)$. B. $m \in [1; +\infty)$. C. $m \in (-\infty; -4) \cup (1; +\infty)$. D. $m \in (1; +\infty)$.

Câu 37: Một xưởng sản xuất muốn tạo ra những chiếc đồng hồ cát bằng thủy tinh có dạng hình trụ, phần chứa cát là hai nửa hình cầu bằng nhau. Hình vẽ bên với các kích thước đã cho là bản thiết kế thiết diện qua trục của chiếc đồng hồ này (phần tô màu làm bằng thủy tinh). Khi đó, lượng thủy tinh làm chiếc đồng hồ cát gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau

- A. $711,6\text{cm}^3$. B. $1070,8\text{cm}^3$.
C. $602,2\text{cm}^3$. D. $6021,3\text{cm}^3$.



Câu 38: Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$. Tính $M = |z_1^2| + |z_2^2|$.

- A. $M = 12$. B. $M = 2\sqrt{34}$. C. $M = 4\sqrt{5}$. D. $M = 10$.

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm I thuộc đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{2}$. Biết rằng mặt cầu (S) có bán kính bằng $2\sqrt{2}$ và cắt mặt phẳng (Oxz) theo một đường tròn có bán kính bằng 2. Tìm tọa độ tâm I .

- A. $I(1; -2; 2), I(5; 2; 10)$. B. $I(1; -2; 2), I(0; -3; 0)$.
C. $I(5; 2; 10), I(0; -3; 0)$. D. $I(1; -2; 2), I(-1; 2; -2)$.

Câu 40: Biết rằng $\int_0^1 x \cos 2x dx = \frac{1}{4}(a \sin 2 + b \cos 2 + c)$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

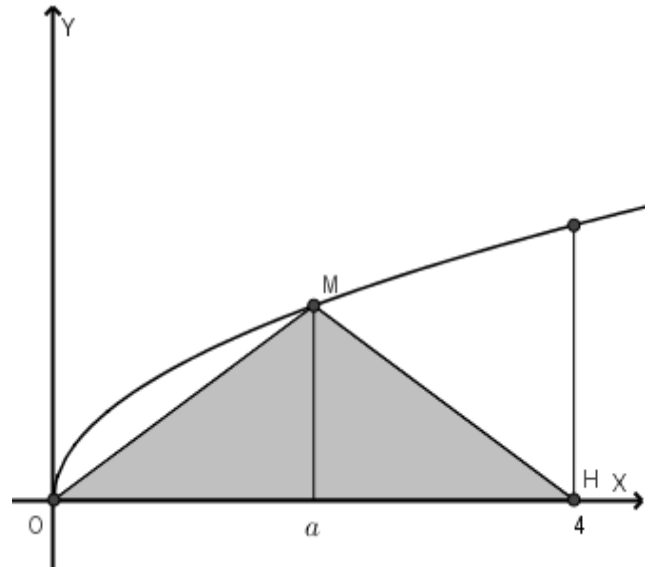
- A. $a + b + c = 1$. B. $a - b + c = 0$. C. $a + 2b + c = 0$. D. $2a + b + c = -1$.

Câu 41: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD bằng $\sqrt{3}a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng:

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. B. $4\sqrt{3}a^3$. C. $\sqrt{3}a^3$. D. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

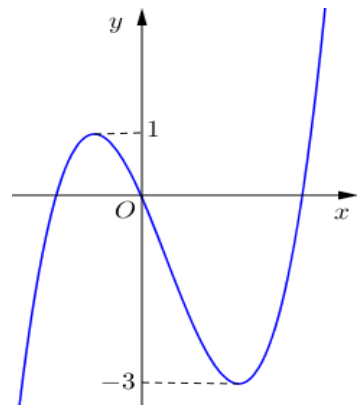
Câu 42: Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}, y = 0$ và $x = 4$ quanh trục Ox . Đường thẳng $x = a$ ($0 < a < 4$) cắt đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ tại M (hình vẽ bên). Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác OMH quanh trục Ox . Biết rằng $V = 2V_1$. Khi đó:

- A. $a = 2\sqrt{2}$.
B. $a = \frac{5}{2}$.
C. $a = 2$.
D. $a = 3$.



Câu 43: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = |f(x) + m|$ có ba điểm cực trị là:

- A. $m \leq -1$ hoặc $m \geq 3$.
 B. $m \leq -3$ hoặc $m \geq 1$.
 C. $m = -1$ hoặc $m = 3$.
 D. $1 \leq m \leq 3$.



Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) đi qua điểm $A(2; -2; 5)$ và tiếp xúc với các mặt phẳng $(\alpha): x = 1, (\beta): y = -1, (\gamma): z = 1$. Bán kính của mặt cầu (S) bằng:

- A. $\sqrt{33}$. B. 1. C. $3\sqrt{2}$. D. 3.

Câu 45. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AC = a, BC = a\sqrt{3}$. Cạnh bên $AA' = 2a$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $AB'C'C$ bằng:

- A. a . B. $a\sqrt{5}$. C. $a\sqrt{3}$. D. $a\sqrt{2}$.

Câu 46. Cho các số thực x, y thỏa mãn $x + y = 2(\sqrt{x-3} + \sqrt{y+3})$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = 4(x^2 + y^2) + 15xy$$
 là:

- A. $\min P = -83$. B. $\min P = -63$. C. $\min P = -80$. D. $\min P = -91$.

Câu 47. Các khí thải gây hiệu ứng nhà kính là nguyên nhân chủ yếu làm Trái đất nóng lên. Theo OECD (Tổ chức Hợp tác và Phát triển kinh tế thế giới), khi nhiệt độ Trái đất tăng lên thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm. Người ta ước tính rằng, khi nhiệt độ Trái đất tăng thêm 2°C thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 3%; còn khi nhiệt độ Trái đất tăng thêm 5°C thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 10%. Biết rằng, nếu nhiệt độ Trái đất tăng thêm $t^\circ\text{C}$, tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm $f(t)\%$ thì $f(t) = k \cdot a^t$, trong đó k, a là các hằng số dương.



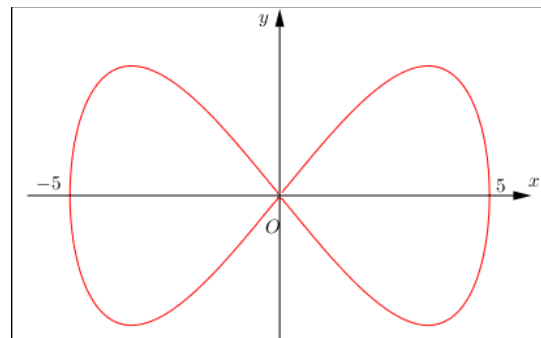
Khi nhiệt độ Trái đất tăng thêm bao nhiêu $^\circ\text{C}$ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm đến 20%?

- A. $8,4^\circ\text{C}$ B. $9,3^\circ\text{C}$ C. $7,6^\circ\text{C}$ D. $6,7^\circ\text{C}$

Câu 48: Cho các số phức z, w thỏa mãn $|z + 2 - 2i| = |z - 4i|$, $w = iz + 1$. Giá trị nhỏ nhất của $|w|$ là

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. 2 C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ D. $2\sqrt{2}$

Câu 49: Trong Công viên Toán học có những mảnh đất hình dáng khác nhau. Mỗi mảnh được trồng một loài hoa và nó được tạo thành bởi một trong những đường cong đẹp trong toán học. Ở đó có một mảnh đất mang tên Bernoulli, nó được tạo thành từ đường Lemniscate có phương trình trong hệ tọa độ Oxy là $16y^2 = x^2(25 - x^2)$ như hình vẽ bên. Tính diện tích S của mảnh đất Bernoulli biết rằng mỗi đơn vị trong hệ trục tọa độ Oxy tương ứng với chiều dài 1 mét.



A. $S = \frac{125}{6}(m^2)$

B. $S = \frac{125}{4}(m^2)$

C. $S = \frac{250}{3}(m^2)$

D. $S = \frac{125}{3}(m^2)$

Câu 50: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AA', BB', CC' sao cho $\frac{AM}{AA'} = \frac{1}{2}, \frac{BN}{BB'} = \frac{CP}{CC'} = \frac{2}{3}$. Thể tích khối đa diện $ABC.MNP$ bằng:

A. $\frac{2}{3}V$

B. $\frac{9}{16}V$

C. $\frac{20}{27}V$

D. $\frac{11}{18}V$

-----**Hết**-----

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Do z là một số ảo khác 0 nên $z = bi \Rightarrow \bar{z} = -bi \Rightarrow z + \bar{z} = 0$. **Chọn A.**

Câu 2. Ta có $\vec{u}_\Delta = \vec{n}_\alpha = (1; 1; 2) \Rightarrow \Delta \perp (\alpha)$. **Chọn C.**

Câu 3. Ta có $\log_2 x + \log_2 y = \log_2 (xy)$ nên A sai. **Chọn A.**

Câu 4. Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là $x = -1$, tiệm cận ngang là $y = 0$ nên B đúng. **Chọn B.**

Câu 5. Nhìn vào bảng biến thiên ta suy ra đồ thị hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty; 1)$ và $(2; +\infty)$, nghịch biến trên $(1; 2)$. Do đó mệnh đề C sai. **Chọn C.**

Câu 6. Ta có $\int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2 \int \frac{dx}{2\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + C$ nên A đúng. **Chọn A.**

Câu 7. Tập xác định của hàm số là $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1 \Rightarrow D = (1; +\infty)$. **Chọn B.**

Câu 8. Khoảng cách từ M đến (Oxy) là $\sqrt{a^2 + b^2}$ nên B sai. **Chọn B.**

Câu 9: Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty \Rightarrow$ hệ số $a < 0 \Rightarrow$ Loại A và B

Mà (C) qua $O(0; 0) \Rightarrow D$ đúng. **Chọn D.**

Câu 10: Rõ ràng C là đáp án đúng. **Chọn C.**

Câu 11: Ta có $z^2 - 2z + 2 = 0 \Leftrightarrow (z - 1)^2 = -1 = i^2 \Leftrightarrow z = 1 \pm i$.

Do đó phương trình đã cho có hai nghiệm phức là $z = 1 \pm i$. **Chọn C.**

Câu 12: Ta có $y = \frac{x}{2^x} = x \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x \Rightarrow y' = \left(\frac{1}{2}\right)^x + x \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x \ln \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^x \left(1 + x \ln \frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^x (1 - x \ln 2)$.

Do đó $y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{\ln 2}$.

Mà $y'' = \left(\frac{1}{2}\right)^x \ln \frac{1}{2} \cdot (1 - x \ln 2) + \left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot (-\ln 2)$

$\Rightarrow y''\left(\frac{1}{\ln 2}\right) = 0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{\ln 2}} \cdot (-\ln 2) < 0 \Rightarrow$ hàm số đạt cực đại tại $x = \frac{1}{\ln 2}$. **Chọn C.**

Câu 13: Ta có $\bar{w} = 2 - i \Rightarrow u = (1 + 2i)(2 - i) = 4 + 3i$.

Do đó u có phần thực là 4 và phần ảo là 3. **Chọn A.**

Câu 14: Ta có $S = \int_{-1}^1 |f(x)| dx$. **Chọn B.**

Câu 15: Ta có $e^x + e^{-x} < \frac{5}{2} \Leftrightarrow e^x + \frac{1}{e^x} < \frac{5}{2} \Leftrightarrow 2(e^x)^2 + 2 < 5e^x$

$\Leftrightarrow (e^x - 2)(2e^x - 1) < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < e^x < 2 \Leftrightarrow \ln \frac{1}{2} < x < \ln 2 \Leftrightarrow -\ln 2 < x < \ln 2$. **Chọn B.**

Câu 16: Ta có $y' = -3x^2 + 2mx - 1$.

YCBT $\Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 3 > 0 \Leftrightarrow |m| > \sqrt{3}$. **Chọn C.**

Câu 17: Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$ và $f''(x) = 4x^3 - 8x \Rightarrow \begin{cases} f''(2) = 16 > 0 \\ f''(-2) = -16 < 0 \end{cases}$

Do đó hàm số đạt cực đại tại $x = -2$ và hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Khi qua $x = 0$ thì đạo hàm $f'(x)$ không đổi dấu nên $f(x)$ không đạt cực trị tại $x = 0$. **Chọn A.**

Câu 18: Ta có $G\left(\frac{4+1+1}{3}; \frac{0+4-1}{3}\right) \Rightarrow G(2;1) \Rightarrow z = 2 + i$. **Chọn C.**

Câu 19: Từ giả thiết ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{DD'}(0;0;-3) \Rightarrow A'(0;0;-3) \\ \overrightarrow{AB}(3;0;0) = \overrightarrow{A'B'} \Rightarrow B'(3;0;-3) \\ \overrightarrow{AB}(3;0;0) = \overrightarrow{DC} \Rightarrow C(3;3;0) \end{cases} \longrightarrow G(2;1;-2)$. **Chọn D.**

Câu 20: Ta có $\vec{n}_\alpha = (1; -1; 2); \vec{u}_\Delta = (1; 2; -1) \Rightarrow \sin(\widehat{(\alpha); \Delta}) = \frac{|1-2-2|}{\sqrt{6}\sqrt{6}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{(\alpha); \Delta} = 30^\circ$. **Chọn C.**

Câu 21: Ta có $F(x) = \int \sin(1-2x) dx = -\frac{1}{2} \int \sin(1-2x) d(1-2x) = \frac{1}{2} \cos(1-2x) + C$.

Mà $F\left(\frac{1}{2}\right) = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} \cos 0 + C = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{2} \Rightarrow F(x) = \frac{1}{2} \cos(1-2x) + \frac{1}{2}$. **Chọn D.**

Câu 22: Ta có $y = \frac{x^2-3}{x-2} \Rightarrow y' = \frac{2x(x-2) - (x^2-3)}{(x-2)^2} = \frac{x^2-4x+3}{(x-2)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \notin \left[-1; \frac{3}{2}\right] \end{cases}$

Tính giá trị: $\begin{cases} y(-1) = -\frac{2}{3} \\ y\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{2} \\ y(3) = 6 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} m = -\frac{2}{3} \\ M = 6 \end{cases} \longrightarrow M + m = \frac{16}{3}$. **Chọn D.**

Câu 23. Ta có $y' = \frac{(4x+1)'}{(4x+1)\ln 3} = \frac{4}{(4x+1)\ln 3}$. **Chọn A.**

Câu 24. Giả sử $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$

Ta có $\int_1^e \frac{f(\ln x)}{x} dx = \int_1^e f(\ln x) d(\ln x) = F(\ln x) \Big|_1^e = F(1) - F(0) = e$

Ta có $\int_0^1 f(x) dx = F(x) \Big|_0^1 = F(1) - F(0) = e$ nên B đúng. **Chọn B.**

Câu 25. Điều kiện: $x \neq 1$.

Phương trình hoành độ giao điểm $2x+1 = \frac{x+m}{x-1} \Leftrightarrow 2x^2 - 2x - m - 1 = 0(*)$

Để cắt nhau thì $(*)$ có nghiệm $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 2m+3 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{3}{2}$. **Chọn B.**

Câu 26. Ta có $\sin \alpha = \frac{r}{l} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ \Rightarrow$ góc ở đỉnh là $2\alpha = 60^\circ$. **Chọn C.**

Câu 27. Ta có $\sqrt{a^3\sqrt{a}} = a^{\frac{2}{3}} \Rightarrow \alpha = \frac{2}{3}$. **Chọn A.**

Câu 28. Do Δ nằm trên mặt phẳng (α) và cắt d nên giao điểm của Δ với d sẽ thuộc (α)

Giả sử N là giao điểm của Δ và $d \Rightarrow N(2+2t; 2+t; 3+t)$

Mà $N \in (\alpha) \Rightarrow (2+2t) + (2+t) + (3+t) - 3 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow N(0; 1; 2) \Rightarrow \vec{u}_\Delta = \vec{NM} = (1; 1; -2)$. **Chọn C.**

Câu 29: Gọi $l = h$ là độ dài đường sinh của khối trụ.

Khi đó chu vi thiết diện qua trục là $C = 2(2r+l) = 2(2r+h) = 10a \Rightarrow h = 3a$

Suy ra $V_{(T)} = \pi R^2 h = 3\pi a^3$. **Chọn B.**

Câu 30. Ta có: $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = 2a$

Do đó $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA.S_{ABC} = \frac{1}{3}.3a.\frac{2a^2}{2} = a^3$. **Chọn A.**

Câu 31. ĐK: $\begin{cases} x > -1 \\ \log_3(x+1) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 0 \end{cases}$

Khi đó ta có: $y' = 1 - \frac{2 \cdot [\log_3(x+1)]'}{\log_3^2(x+1)} = 1 + \frac{2}{\ln 3 \cdot (x+1) \log_3^2(x+1)} > 0 (\forall x > -1)$

Do đó hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng $(-1; 0)$ và $(0; +\infty)$

x	-1	0	$+\infty$
y'		+	+
y		-1	$+\infty$

Dựa vào BBT suy ra PT đã cho có 2 nghiệm khi $m > -1$. **Chọn B.**

Câu 32. Dựa vào hình vẽ ta thấy $HM = MN \Leftrightarrow NH = 2MH \Leftrightarrow \log_b 7 = 2 \log_a 7 \Leftrightarrow \frac{1}{\log_7 b} = \frac{2}{\log_7 a}$

$\Leftrightarrow a = b^2$. **Chọn B.**

Câu 33. Ta có: $\vec{u}_\Delta = (1; 1; 2); \vec{n}_\beta = (1; 1; -2)$ suy ra $\vec{n}_\alpha = [\vec{u}_\Delta; \vec{n}_\beta] = -4(1; -1; 0)$

Do (α) chứa Δ nên (α) đi qua $M(2; 1; 0)$ có VTPT là: $\vec{n} = (1; -1; 0)$ suy ra $(\alpha): x - y - 1 = 0$

Đường thẳng giao tuyến của (α) và (β) là nghiệm của hệ $\begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ x + y - 2z - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow A(2; 1; 1)$ thuộc giao tuyến.

Chọn A.

Câu 34. Ta có: $D = \mathbb{R} \setminus \{0; -a\}$. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + a}{x^3 + ax^2}$ luôn có một tiệm cận ngang là $y = 0$ do

$\lim_{x \rightarrow \infty} y = 0$. Để đồ thị hàm có 3 tiệm cận $\Leftrightarrow$ đồ thị có 2 tiệm cận ngang $\Leftrightarrow g(x) = x^2 + a$ không nhận

$x = 0; x = -a$ là nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ a^2 + a \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ a \neq -1 \end{cases}$. **Chọn D.**

Câu 35. Ta có: $y' = 4(m^2 - 1)x^3 - 4mx$

➤ Với $m = -1 \Rightarrow y' = 4x > 0 \Leftrightarrow x > 0$ nên hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$

➤ Với $m = 1 \Rightarrow y' = -4x > 0 \Leftrightarrow x < 0$ nên hàm số không đồng biến trên $(1; +\infty)$

➤ Với $m \neq \pm 1$ để hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$ thì $[(m^2 - 1)x^2 - m]x \geq 0 (\forall x \in (1; +\infty))$

$$\Leftrightarrow (m^2 - 1)x^2 \geq m \quad (\forall x \in (1; +\infty)) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 > 0 \\ (m^2 - 1) \cdot (1)^2 \geq m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ m < -1 \end{cases}$$

Kết hợp ta có: $\begin{cases} m \geq \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ m \leq -1 \end{cases}$ là giá trị cần tìm. **Chọn C.**

Câu 36. Hàm số đã cho xác định trên khoảng $(0; +\infty) \Leftrightarrow g(x) = m \log_3^2 x - 4 \log_3 x + m + 3 \neq 0 \quad (\forall x > 0)$

Đặt $t = \log_3 x \quad (t \in \mathbb{R})$ khi đó ĐKBT $\Leftrightarrow g(t) = mt^2 - 4t + m + 3 \neq 0 \quad (\forall t \in \mathbb{R})$

Với $m = 0 \Rightarrow g(t) = -4t + 3$ (không thỏa mãn)

Với $m \neq 0$ suy ra $g(t) = mt^2 - 4t + m + 3 \neq 0 \quad (\forall t \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \Delta' = 4 - m(m + 3) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -4 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 37. Thể tích của hình trụ là $V_1 = \pi r^2 h = \pi \cdot 6,6^2 \cdot 13,2 \text{ cm}^3 = 1806,39 \text{ cm}^3$.

Thể tích hình cầu chứa cát là $V_2 = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot \left(\frac{13,2 - 2}{2}\right)^3 = 735,62 \text{ cm}^3$.

Vậy lượng thủy tinh cần phải làm là $V = V_1 - V_2 = 1070,77 \text{ cm}^3$. **Chọn B.**

Câu 38. Ta có $z^2 + 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow (z + 2)^2 = i^2 \Leftrightarrow \begin{cases} z = i - 2 \\ z = -i - 2 \end{cases} \Rightarrow M = |z_1|^2 + |z_2|^2 = 2.5 = 10$. **Chọn D.**

Câu 39. Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng là (Oxz) là $d = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 - 2^2} = 2$.

Điểm $I \in (d)$ suy ra $I(t; t - 3; 2t) \Rightarrow d(I; (P)) = |t - 3| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 5 \\ t = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I(1; -2; 2) \\ I(5; 2; 10) \end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 40. Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = \cos 2x \, dx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{\sin 2x}{2} \end{cases}$. Khi đó $I = \frac{x \cdot \sin 2x}{2} \Big|_0^1 - \frac{1}{2} \int_0^1 \sin 2x \, dx = \frac{\sin 2}{2} + \frac{1}{4} \cdot \cos 2x \Big|_0^1$.

$= \frac{\sin 2}{2} + \frac{\cos 2}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4} (2 \cdot \sin 2 + \cos 2 - 1) \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = -1 \end{cases} \Rightarrow a - b + c = 0$. **Chọn B.**

Câu 41. Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

Ta có $AB \parallel CD \Rightarrow CD \parallel (SAB)$.

$$\Rightarrow d(SA; CD) = d(CD; (SAB)) = 2 \cdot d(O; (SAB)) = a\sqrt{3}.$$

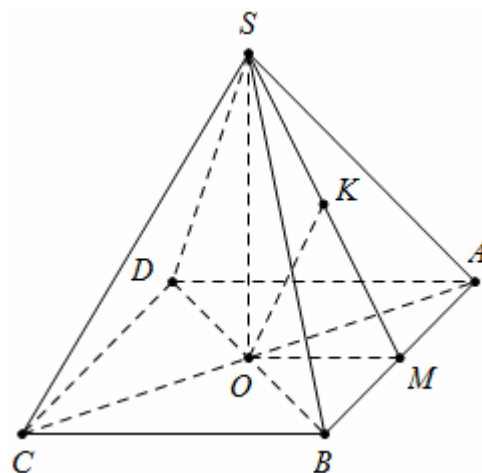
Gọi M là trung điểm của AB , kẻ $OK \perp SM \quad (K \in SM)$.

Khi đó $OK \perp (SAB) \Rightarrow d(O; (SAB)) = OK = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét $\triangle SMO$ vuông tại M , có $\frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OM^2} = \frac{1}{OK^2} \Rightarrow SO = a\sqrt{3}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{4\sqrt{3}}{3} a^3$.

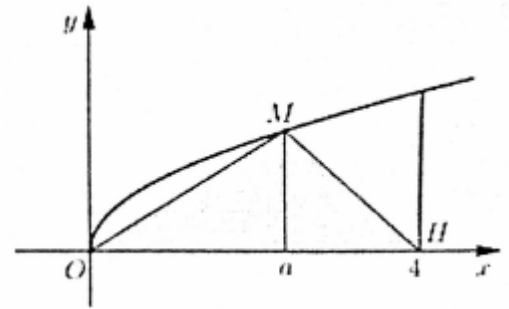
Chọn D.



Câu 42. Ta có $V = \pi \int_0^4 x dx = \pi \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_0^4 = 8\pi \Rightarrow V_1 = 4\pi$.

Gọi N là giao điểm của đường thẳng $x = a$ và trục hoành.
 Khi đó V_1 là thể tích tạo được khi xoay hai tam giác OMN và MNH quanh trục Ox với N là hình chiếu của M trên OH .
 Ta có $V_1 = \frac{1}{3}\pi a \cdot (\sqrt{a})^2 + \frac{1}{3}\pi(4-a)(\sqrt{a})^2 = \frac{4}{3}\pi a = 4\pi \Leftrightarrow a = 3$.

Chọn D.



Câu 43. Đồ thị hàm số $y = f(x) + m$ là đồ thị hàm số $y = f(x)$ tịnh tiến trên trục Oy m đơn vị.

Để đồ thị hàm số $y = |f(x) + m|$ có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow y = f(x) + m$ xảy ra hai trường hợp sau:

- Nằm phía trên trục hoành hoặc điểm cực tiểu thuộc trục Ox và cực đại dương.
- Nằm phía dưới trục hoành hoặc điểm cực đại thuộc trục Ox và cực tiểu dương.

Khi đó $m \geq 3$ hoặc $m \leq -1$ là giá trị cần tìm. **Chọn A.**

Câu 44. Gọi $I(a; b; c)$ ta có: $d(I; (\alpha)) = d(I; (\beta)) = d(I; (\gamma))$ suy ra $R = |a-1| = |b+1| = |c-1|$

Do điểm $A(2; -2; 5)$ thuộc miền $x > 1; y < -1; z > 1$ nên $I(a; b; c)$ cũng thuộc miền $x > 1; y < -1; z > 1$

Khi đó $I(R+1; -1-R; R+1)$. Mặt khác $IA = R \Rightarrow (R-1)^2 + (R-1)^2 + (R-4)^2 = R^2 \Leftrightarrow R = 3$. **Chọn D.**

Câu 45. Dễ thấy tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $AB'C'C$ cũng là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối lăng trụ đứng đã cho.

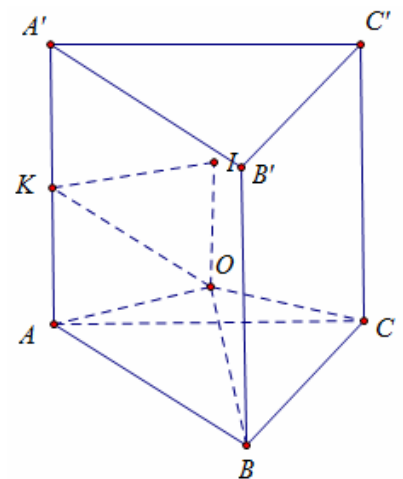
Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Đường thẳng qua O vuông góc với (ABC) cắt mặt phẳng trung trực của AA' tại I . Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp.

Mặt khác $\cos \hat{A} = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC} = -\frac{1}{2}$

Ta có: $R_{ABC} = \frac{BC}{2 \sin A} = \frac{a\sqrt{3}}{2 \sin 120^\circ} = 2a$ do đó $R = IA = \sqrt{OI^2 + OA^2}$

$= \sqrt{4a^2 + a^2} = a\sqrt{5}$. **Chọn B.**



Câu 46. Ta có $x + y = 2(\sqrt{x-3} + \sqrt{y+3}) \Leftrightarrow (x+y)^2 = 4(x+y) + 8\sqrt{x-3} \cdot \sqrt{y+3} \geq 4(x+y) \Leftrightarrow \begin{cases} x+y \geq 4 \\ x+y \leq 0 \end{cases}$

Mặt khác $x + y = 2(\sqrt{x-3} + \sqrt{y+3}) \leq 2\sqrt{2(x+y)} \Leftrightarrow x + y \leq 8 \Rightarrow x + y \in [4; 8]$.

Xét biểu thức $P = 4(x^2 + y^2) + 15xy = 4(x+y)^2 + 7xy$ và đặt $t = x + y \in [4; 8] \Rightarrow P = 4t^2 + 7xy$.

Lại có $(x+3)(y+3) \geq 0 \Leftrightarrow xy \geq -3(x+y) - 9 \Rightarrow P \geq 4(x+y)^2 - 21(x+y) - 63 = 4t^2 - 21t - 63$.

Xét hàm số $f(t) = 4t^2 - 21t - 63$ trên đoạn $[4; 8]$ suy ra $P_{\min} = f(7) = -83$. **Chọn A.**

Câu 47: Theo bài ta có $\begin{cases} k \cdot a^2 = 3\% \\ k \cdot a^5 = 10\% \end{cases} \quad (1)$

Ta cần tìm t sao cho $k \cdot a^t = 20\%$.

Từ (1) $\Rightarrow k = \frac{3\%}{a^2}$ và $a^3 = \frac{10}{3} \Rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{10}{3}}$

$\Rightarrow \frac{3\%}{a^2} \cdot a^t = 20\% \Rightarrow a^{t-2} = \frac{20}{3} \Rightarrow t - 2 = \log_a \frac{20}{3} \Rightarrow t = 2 + \log_{\sqrt[3]{\frac{10}{3}}} \frac{20}{3} \approx 6,7$. **Chọn D**

Câu 48: Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$), khi đó $z + 2 - 2i = a + 2 + (b - 2)i$ và $z - 4i = a + (b - 4)i$.

Nên ta có $(a + 2)^2 + (b - 2)^2 = a^2 + (b - 4)^2 \Leftrightarrow a + b = 2 \Leftrightarrow b = 2 - a$.

Khi đó $w = iz + 1 = (a + bi)i + 1 = 1 - b + ai \Rightarrow |w| = \sqrt{a^2 + (b - 1)^2} = \sqrt{a^2 + (a - 1)^2}$.

Để thấy $a^2 + (a - 1)^2 = 2a^2 - 2a + 1 = 2\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \geq \frac{1}{2} \Rightarrow |w| \geq \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \min_{|w|} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. **Chọn A.**

Câu 49: Hoành độ giao điểm của đồ thị với trục hoành là $x = 0; x = -5; x = 5$.

Để thấy diện tích mảnh đất Bernulli bao gồm diện tích 4 mảnh đất nhỏ bằng nhau.

Xét diện tích s của mảnh đất nhỏ trong góc phần tư thứ nhất ta có

$4y = x\sqrt{25 - x^2}; x \in [0; 5] \Rightarrow s = \frac{1}{4} \int_0^5 x\sqrt{25 - x^2} dx = \frac{125}{12} \Rightarrow S = 4 \cdot \frac{125}{12} = \frac{125}{3} (m^2)$. **Chọn D.**

Câu 50: Gọi K là hình chiếu của P trên AA' .

Khi đó $V_{ABC.KPN} = \frac{2}{3}V; V_{M.KPN} = \frac{1}{3}MK.S_{KNP} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6}AA'.S_{ABC} = \frac{1}{18}V$

Do đó $V_{ABC.MNP} = \frac{2}{3}V - \frac{1}{18}V = \frac{11}{18}V$. **Chọn D.**

