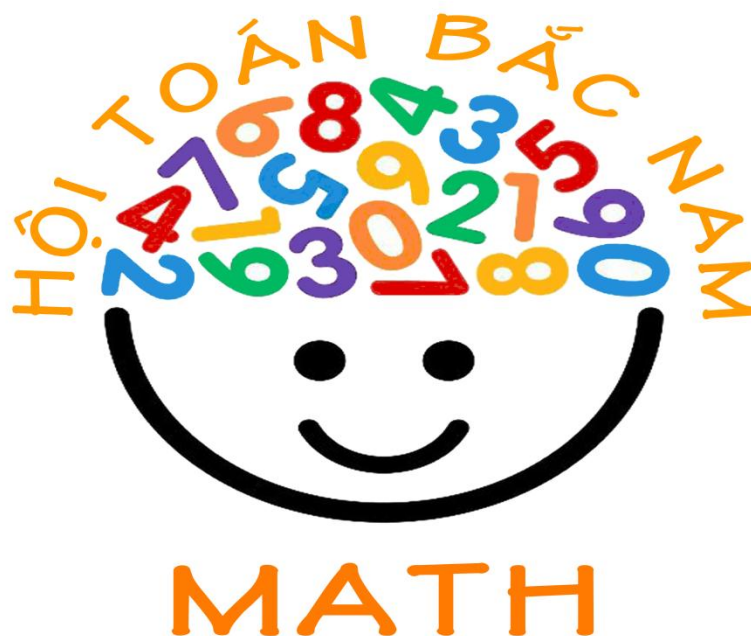




MỖI THÁNG MỘT CHỦ ĐỀ
Chuyên đề hình học giải tích
trong không gian

Quảng Nam, tháng 3 năm 2016

Mở đầu

Trong chương trình Hình học 12, các dạng toán liên quan đến đường thẳng, mặt phẳng, mặt cầu trong không gian là các dạng toán hay và không quá khó. Để làm tốt bài toán này đòi hỏi học sinh phải nắm vững kiến thức hình học không gian, mối quan hệ giữa đường thẳng, mặt phẳng và mặt cầu. Là dạng toán chiếm tỷ lệ nhiều trong đề thi trung học phổ thông quốc gia nên yêu cầu học sinh phải làm tốt được dạng toán này là hết sức cần thiết.

Trong quá trình giảng dạy, tôi nhận thấy còn nhiều bạn học sinh lúng túng nhiều trong quá trình giải các bài toán liên quan đến đường thẳng, mặt phẳng, mặt cầu. Nhằm giúp các em giảm bớt khó khăn khi gặp dạng toán này tôi đã mạnh dạn đưa ra chuyên đề : **“ Hình học giải tích trong không gian”**. Trong chuyên đề, tôi đã tóm tắt lý thuyết, phân loại các dạng bài tập từ dễ đến khó để học sinh tiếp cận một cách đơn giản, dễ nhớ và từng bước giúp học sinh hình thành tư duy tự học, tự giải quyết vấn đề. Bên cạnh đó, trong chuyên đề này cũng giới thiệu lại một số dạng toán khó, lạ ít được sử dụng trong các kỳ thi những năm gần đây để bạn đọc có cái nhìn tổng quát hơn về hình học giải tích trong không gian.

Chuyên đề gồm 4 phần:

Phần A: Kiến thức cần nhớ

Phần B: Bài tập minh họa

Phần C: Ứng dụng giải các bài tập hình học không gian thuần túy

Phần D: Bài tập trắc nghiệm

Mặc dù trong quá trình biên soạn tác giả đã rất cố gắng để chuyên đề của mình được hoàn thiện nhất nhưng đâu đó sẽ có những câu, những từ làm bạn đọc thấy không hợp lý, tác giả rất mong nhận được góp ý từ phía bạn đọc để bài viết được hoàn thiện hơn.

Mọi góp ý từ phía bạn đọc xin gửi về cho tác giả qua địa chỉ email thongqna@gmail.com, hoặc trang facebook www.facebook.com/thong.tranvan.5203.

Quảng Nam, ngày 15, tháng 3, năm 2017

Trần Thông

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

I. TỌA ĐỘ CỦA ĐIỂM VÀ VECTO

1. Hệ trục tọa độ Đề các Oxyz gồm ba trục Ox, Oy, Oz đôi một vuông góc với nhau với ba vectơ đơn vị $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ ($|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$). Các mặt phẳng $(Oxy), (Oxz), (Oyz)$ đôi một vuông góc với nhau và được gọi là mặt phẳng tọa độ.

2. $\vec{a}(a_1; a_2; a_3) \Leftrightarrow \vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$; $M(x; y; z) \Leftrightarrow \vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

3. **Tọa độ của vectơ:** cho $\vec{u}(x; y; z), \vec{v}(x'; y'; z')$

a. $\vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow x = x'; y = y'; z = z'$

b. $\vec{u} \pm \vec{v} = (x \pm x'; y \pm y'; z \pm z')$

c. $k\vec{u} = (kx; ky; kz)$

d. $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy' + zz'$

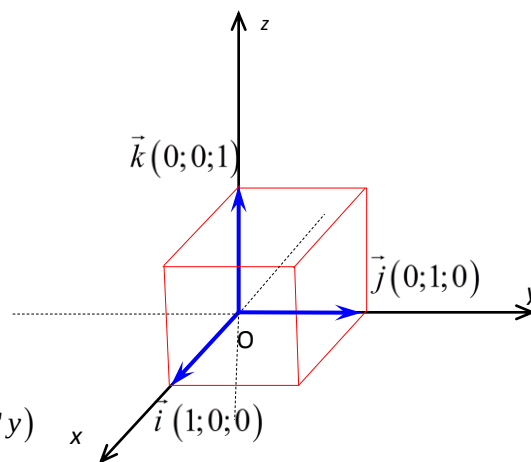
e. $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow xx' + yy' + zz' = 0$

f. $|\vec{u}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

g. $[\vec{u}, \vec{v}] = \begin{pmatrix} y & z \\ y' & z' \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} z & x \\ z' & x' \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} x & y \\ x' & y' \end{pmatrix} = (yz' - y'z; zx' - z'x; xy' - x'y)$

h. $\vec{u}, \vec{v}$ cùng phương $\Leftrightarrow [\vec{u}, \vec{v}] = \vec{0}$

k. $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$



4. **Tọa độ của điểm:** cho $A(x_A; y_A; z_A), B(x_B; y_B; z_B)$

a. $\vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$

b. $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$

c. G là trọng tâm tam giác ABC ta có:

$$x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}; y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3}$$

d. M chia AB theo tỉ số k: $x_M = \frac{x_A - kx_B}{1 - k}; y_M = \frac{y_A - ky_B}{1 - k}; z_M = \frac{z_A - kz_B}{1 - k};$

Đặc biệt: M là trung điểm của AB: $x_M = \frac{x_A + x_B}{2}; y_M = \frac{y_A + y_B}{2}; z_M = \frac{z_A + z_B}{2}.$

e. ABC là một tam giác $\Leftrightarrow \vec{AB} \wedge \vec{AC} \neq \vec{0}$ khi đó $S = \frac{1}{2} |\vec{AB} \wedge \vec{AC}|$

f. ABCD là một tứ diện $\Leftrightarrow \vec{AB} \wedge \vec{AC} \cdot \vec{AD} \neq 0, V_{ABCD} = \frac{1}{6} |(\vec{AB} \wedge \vec{AC}) \cdot \vec{AD}|, V_{ABCD} = \frac{1}{3} S_{BCD} \cdot h$

(h là đường cao của tứ diện hạ từ đỉnh A)

II. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

Mặt phẳng α đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (A; B; C)$ được xác định bởi phương trình tổng quát $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0 \Leftrightarrow Ax + By + Cz + D = 0$. Bên cạnh đó, một mặt phẳng được xác định bởi điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và cặp véc tơ chỉ phương $\vec{u}, \vec{v}$.

*** Một số mặt phẳng thường gặp:**

1. Mặt phẳng (Oxy): $z=0$; mặt phẳng (Oxz): $y=0$; mặt phẳng (Oyz): $x=0$.
2. Mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C : có $\vec{n}_{(ABC)} = [\vec{AB}, \vec{AC}]$
3. Mặt phẳng α song song với mặt phẳng $\beta \Rightarrow \vec{n}_\alpha = \vec{n}_\beta$
4. Mặt phẳng α vuông góc với mặt phẳng $\beta \Rightarrow \vec{n}_\alpha = \vec{u}_\beta$ và ngược lại
5. Mặt phẳng α song song với đường thẳng $d \Rightarrow \vec{u}_\alpha = \vec{u}_d$
6. Mặt phẳng α vuông góc với đường thẳng $d \Rightarrow \vec{n}_\alpha = \vec{u}_d$.
7. Phương trình mặt phẳng đoạn chắn qua ba điểm $A(a, 0, 0), B(0, b, 0), C(0, 0, c)$ với $a, b, c \neq 0$ là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

*** Khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng**

Mặt phẳng α được xác định bởi phương trình tổng quát $Ax + By + Cz + D = 0$. Khoảng cách từ điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ đến mặt phẳng α được xác định bởi công thức $d(M, \alpha) =$

$$\frac{|Ax_M + By_M + Cz_M + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

Chú ý: Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song chính bằng khoảng cách từ một điểm bất kỳ thuộc mặt phẳng này đến mặt phẳng kia. Từ nhận xét trên, ta rút ra công thức tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song $(\alpha) Ax + By + Cz + D = 0$ và

$$(\beta) Ax + By + Cz + D' = 0 \text{ là: } d((\alpha), (\beta)) = \frac{|D' - D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

*** Góc giữa hai mặt phẳng**

Góc giữa hai mặt phẳng $(\alpha) Ax + By + Cz + D = 0$ và $(\beta) A'x + B'y + C'z + D' = 0$ được xác định

bởi công thức $\cos((\alpha), (\beta)) = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{n'}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{n'}|}$ trong đó $\vec{n} = (A, B, C), \vec{n'} = (A', B', C')$.

*** Vị trí tương đối của hai mặt phẳng**

Cho hai mặt phẳng $(\alpha) Ax + By + Cz + D = 0$ và $(\beta) A'x + B'y + C'z + D' = 0$. Khi đó, vị trí tương đối của hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ xảy ra các trường hợp sau:

$$\text{Trường hợp 1: } (\alpha) \equiv (\beta) \Leftrightarrow \frac{A'}{A} = \frac{B'}{B} = \frac{C'}{C} = \frac{D'}{D}$$

$$\text{Trường hợp 2: } (\alpha) // (\beta) \Leftrightarrow \frac{A'}{A} = \frac{B'}{B} = \frac{C'}{C} = \frac{D'}{D}$$

Trường hợp 3: $(\alpha) \cap (\beta) \Leftrightarrow A:B:C \neq A':B':C'$

Trường hợp 4: $(\alpha) \perp (\beta) \Leftrightarrow AA' + BB' + CC' = 0$

III. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

*Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ có véc tơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta = (a; b; c)$ được xác định bởi:

i. Phương trình tham số:
$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$$

ii. Phương trình chính tắc:
$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$$

iii. Đường thẳng qua giao tuyến hai mặt phẳng:
$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$$
 trong đó

$\vec{n}_1 = (A_1; B_1; C_1)$, $\vec{n}_2 = (A_2; B_2; C_2)$ là hai VÉC TỐ PHÁP TUYẾN và VÉC TỐ CHỈ PHƯƠNG $\vec{u}_\Delta = [\vec{n}_1; \vec{n}_2]$.

* Một số dạng đường thẳng thường gặp:

1. Đường thẳng Ox: $\begin{cases} x = t \\ y = 0 (t \in \mathbb{R}) \\ z = 0 \end{cases}$; Oy: $\begin{cases} x = 0 \\ y = t (t \in \mathbb{R}) \\ z = 0 \end{cases}$; Oz: $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 (t \in \mathbb{R}) \\ z = t \end{cases}$

2. Đường thẳng đi qua hai điểm A và B có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_{AB} = \vec{AB}$

3. Đường thẳng Δ_1 song song với đường thẳng $\Delta_2 \Rightarrow \vec{u}_{\Delta_1} = \vec{u}_{\Delta_2}$;

4. Đường thẳng Δ_1 vuông góc với đường thẳng $\Delta_2 \Rightarrow \vec{u}_{\Delta_1} = \vec{n}_{\Delta_2}$.

5. Mặt phẳng α song song với đường thẳng $d \Rightarrow \vec{u}_\alpha = \vec{u}_d$

6. Mặt phẳng α vuông góc với đường thẳng $d \Rightarrow \vec{n}_\alpha = \vec{u}_d$.

* Bài toán khoảng cách

Đường thẳng d được xác định bởi phương trình tổng quát $(d) \frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$

Khoảng cách từ điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ đến đường thẳng d được xác định bởi công thức

$$d(M, d) = \frac{|\overrightarrow{MM_1} \cdot \vec{u}|}{|\vec{u}|}$$

Khoảng cách giữa hai đường thẳng $(d) \frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$ và $(d') \frac{x - x'_0}{a'} = \frac{y - y'_0}{b'} = \frac{z - z'_0}{c'}$

được xác định bởi công thức $d(d, d') = \frac{|\overrightarrow{[u, u']} \cdot \overrightarrow{M_0 M'_0}|}{|\overrightarrow{[u, u']}|}$ trong đó $M_0 \in d, M'_0 \in d'$

*** Bài toán xác định góc**

Góc giữa hai đường thẳng $(d) \frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$ và $(d') \frac{x-x'_0}{a'} = \frac{y-y'_0}{b'} = \frac{z-z'_0}{c'}$ được xác

định bởi công thức $\cos(d, d') = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{u'}|}{|\vec{u}| |\vec{u'}|}$ trong đó $\vec{u} = (a, b, c), \vec{u'} = (a', b', c')$.

Góc giữa hai đường thẳng $(d) \frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$ và mặt phẳng $(\alpha) Ax + By + Cz + D = 0$

được xác định bởi công thức $\cos(d, d') = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| |\vec{n}|}$ trong đó $\vec{u} = (a, b, c), \vec{n} = (A, B, C)$.

*** Vị trí tương đối của hai đường thẳng**

Cho hai đường thẳng d đi qua A , có véc tơ chỉ phương là $\vec{u_1} = (a, b, c)$ và đường thẳng d' đi qua B và có véc tơ chỉ phương là $\vec{u_2} = (a', b', c')$. Khi đó, vị trí tương đối của hai đường thẳng sẽ xảy ra các trường hợp sau:

Trường hợp 1: d và d' cùng nằm trên một mặt phẳng $\Leftrightarrow [\vec{u_1}, \vec{u_2}] \cdot \vec{AB} = 0$

Trường hợp 2: d và d' cắt nhau $\Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u_1}, \vec{u_2}] \cdot \vec{AB} = 0 \\ [\vec{u_1}, \vec{u_2}] \neq 0 \end{cases}$

Trường hợp 3: d và d' song song với nhau $\Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u_1}, \vec{u_2}] = 0 \\ [\vec{u_1}, \vec{AB}] \neq 0 \end{cases}$

Trường hợp 4: d và d' trùng với nhau $\Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u_1}, \vec{u_2}] = 0 \\ [\vec{u_1}, \vec{AB}] = 0 \end{cases}$

Trường hợp 4: d và d' chéo nhau $\Leftrightarrow [\vec{u_1}, \vec{u_2}] \cdot \vec{AB} \neq 0$

Khi hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = a + bt \\ y = c + dt \ (t \in \mathbb{R}) \\ z = e + ft \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = a' + b't' \\ y = c' + d't' \ (t' \in \mathbb{R}) \\ z = e' + f't' \end{cases}$ cắt nhau thì số giao

điểm của d và d' là số nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} a + bt = a' + b't' \\ c + dt = c' + d't' \ (t \in \mathbb{R}) \\ e + ft = e' + f't' \end{cases}$

*** Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng**

Cho hai đường thẳng đi qua A, có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (a, b, c)$ và mặt phẳng (P) đi qua B và có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (A, B, C)$. Xét phương trình

$A(x_0 + at) + B(y_0 + bt) + C(z_0 + ct) + D = 0$ (*) ẩn là t , khi đó

+ $\Delta // (\alpha) \Leftrightarrow$ phương trình (*) vô nghiệm ($\vec{u} \cdot \vec{n} = 0, M_0 \notin (\alpha)$)

+ $\Delta \subset (\alpha) \Leftrightarrow$ phương trình (*) có vô số nghiệm ($\vec{u} \cdot \vec{n} = 0, M_0 \in (\alpha)$)

+ Δ và (α) cắt nhau tại một điểm $\Leftrightarrow$ phương trình (*) có nghiệm duy nhất ($\vec{u} \cdot \vec{n} \neq 0$)

IV. PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(a; b; c)$ và bán kính R có thể được viết dưới các dạng sau:

Dạng 1: $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$.

Dạng 2 $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ với $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$

***Vị trí tương đối giữa mặt cầu và mặt phẳng:**

Cho mặt cầu (S) có tâm $I(a; b; c)$, bán kính R và mặt phẳng α

1. $d(I, \alpha) > R$: $\alpha \cap (S) = \emptyset$

2. $d(I, \alpha) = R$: $\alpha \cap (S) = M$ (M gọi là tiếp điểm). Hay nói cách khác, điều kiện để mặt phẳng α tiếp xúc mặt cầu (S): $d(I, \alpha) = R$ (mặt phẳng α là tiếp diện của mặt cầu (S) tại M khi đó $\vec{n}_\alpha = \vec{IM}$)

3. Nếu $d(I, \alpha) < R$ thì α sẽ cắt mc(S) theo đường tròn (C) có phương trình là giao của α và (S). Để tìm tâm H và bán kính r của (C) ta làm như sau:

a. Tìm $r = \sqrt{R^2 - d^2(I, \alpha)}$

b. Tìm H : +Viết phương trình đường thẳng Δ qua I , vuông góc với α
+ $H = \Delta \cap \alpha$ (toạ độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình Δ với α)

***Vị trí tương đối giữa mặt cầu và đường thẳng:**

Cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ và mặt cầu (S): $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$

Gọi $d = d(I, \Delta) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{M_0 I}|}{|\vec{u}|}$, trong đó $M_0(x_0; y_0; z_0) \in \Delta$, $\vec{u} = (a; b; c)$ là VTCP của Δ

+ Nếu $d > R \Rightarrow \Delta$ và (S) không có điểm chung

+ Nếu $d = R \Rightarrow \Delta$ tiếp xúc với (S) (Δ là tiếp tuyến của mặt cầu (S))

+ Nếu $d < R \Rightarrow \Delta$ cắt (S) tại hai điểm A, B (Δ gọi là cát tuyến của mặt cầu (S))

B. BÀI TẬP MINH HỌA

Dạng 1: Tìm tọa độ điểm, véc tơ và độ dài véc tơ

Bài 1: Trong không gian $Oxyz$ cho ba véc tơ $\vec{a} = (-2, 1, 0)$, $\vec{b} = (1, 3, -2)$, $\vec{c} = (2, 4, 3)$. Tìm tọa

độ véc tơ $\vec{p} = -2\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}$.

Hướng dẫn: Đặt $\vec{p} = (x, y, z)$, ta có
$$\begin{cases} x = (-2) \cdot (-2) + 2 \cdot 1 + (-1) \cdot 2 = 4 \\ y = (-2) \cdot 1 + 2 \cdot 3 + (-1) \cdot 4 = 0 \\ z = (-2) \cdot 0 + 2 \cdot (-2) + (-1) \cdot 3 = -7 \end{cases}$$

Vậy $\vec{p} = (4, 0, -7)$

Bài 2: Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1, 2, 3), B(1, 2, -3), C(7, 4, -2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $\vec{AC} = \vec{BD}$.

Hướng dẫn: Đặt $D(x, y, z)$ suy ra $\vec{AC} = (6, 2, -5), \vec{BD} = (x-1, y-2, z+3)$.

vì $\vec{AC} = \vec{BD}$ nên
$$\begin{cases} x-1=6 \\ y-2=2 \\ z+3=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=7 \\ y=4 \\ z=-8 \end{cases}$$

Vậy $D(7, 4, -8)$

Bài 3: Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1, 2, -1), B(2, -1, 3), C(-4, 7, 5)$ tạo thành tam giác. Tìm tọa độ điểm D là chân đường phân giác trong kẻ từ đỉnh B của tam giác ABC.

Hướng dẫn: Ta có $\vec{AC} = (1, -3, 4), \vec{BD} = (-6, 8, 2)$ suy ra $AC = \sqrt{26}, BD = 2\sqrt{26}$

Đặt $D(x, y, z)$. Áp dụng tính chất đường phân giác ta có $\frac{DA}{DC} = \frac{BA}{BC} = \frac{1}{2}$. Do đó $DA = -\frac{1}{2}DC$

Vậy điểm D chia đoạn AC theo tỷ lệ $k = -\frac{1}{2}$. Do vậy, tọa độ điểm D là:

$$\begin{cases} x_D = \frac{x_A - kx_C}{1-k} = -\frac{2}{3}; \\ y_D = \frac{y_A - ky_C}{1-k} = \frac{11}{3}; \\ z_D = \frac{z_A - kz_C}{1-k} = 1; \end{cases}$$

Bài 4: Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1, 2, -1), B(2, -1, 3), C(-4, 7, 5)$ tạo thành tam giác. Tìm tọa độ điểm D là chân đường phân giác trong kẻ từ đỉnh B của tam giác ABC.

Hướng dẫn: Ta có $\vec{AC} = (1, -3, 4), \vec{BD} = (-6, 8, 2)$ suy ra $AC = \sqrt{26}, BD = 2\sqrt{26}$

Đặt $D(x, y, z)$. Áp dụng tính chất đường phân giác ta có $\frac{DA}{DC} = \frac{BA}{BC} = \frac{1}{2}$. Do đó $DA = -\frac{1}{2}DC$

Vậy điểm D chia đoạn AC theo tỷ lệ $k = -\frac{1}{2}$. Do vậy, tọa độ điểm D là:

$$\begin{cases} x_D = \frac{x_A - kx_C}{1 - k} = -\frac{2}{3}; \\ y_D = \frac{y_A - ky_C}{1 - k} = \frac{11}{3}; \\ z_D = \frac{z_A - kz_C}{1 - k} = 1; \end{cases}$$

Bài 5: Trong không gian $Oxyz$ cho ba véc tơ $\vec{a} = (1, m, 2), \vec{b} = (m+1, 2, 1), \vec{c} = (0, m-2, 2)$. Tìm m để ba véc tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng

Hướng dẫn: Ba véc tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng nên $[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0 \rightarrow m = \frac{2}{5}$

Vậy $m = \frac{2}{5}$ thỏa yêu cầu bài toán

Bài 6: Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(2, 1, -1), B(3, 0, 1), C(2, -1, 3)$. Tìm tọa độ điểm D nằm trên trục Oy sao cho thể tích tứ diện ABCD bằng 5 đơn vị thể tích.

Hướng dẫn: Vì điểm D nằm trên trục Oy nên tọa độ điểm D có dạng $D(0, y, 0)$.

Khi đó, $\vec{AB} = (1, -1, 2), \vec{AC} = (0, -2, 4), \vec{AD} = (-2, y-1, 1)$

Suy ra $V_{D,ABC} = \frac{1}{6} |[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD}| = \frac{1}{3} |1-2y|$.

Từ đó suy ra có hai điểm D là $D(0, -7, 0), D(0, 8, 0)$

Dạng 2: Viết phương trình mặt phẳng

Một số lưu ý khi giải toán

Để viết pt mặt phẳng có 2 cách cơ bản:

<1>. Xác định 1 điểm và 1 VÉC TƠ PHÁP TUYẾN

<2>. Hoặc gọi phương trình mặt phẳng dạng $Ax + By + Cz + D = 0$ rồi dựa vào giả thiết tìm A, B, C, D.

Vậy khi nào sử dụng cách 1, khi nào sử dụng cách 2 thì em phân biệt các dạng đề bài sau:

Dạng 1: Viết Phương trình mặt phẳng đi qua $A(x_0; y_0; z_0)$ và có VÉC TƠ PHÁP

TUYẾN $\vec{n} = (A; B; C)$

$$A(x-x_0) + B(y-y_0) + C(z-z_0) = 0 \Leftrightarrow Ax + By + Cz + D = 0$$

Dạng 2: Viết pt mặt phẳng đi qua $A(x_0; y_0; z_0)$ và song song mặt phẳng (Q)

- Mặt phẳng (Q) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_Q = (A, B, C)$.

- Vì (P) song song (Q) nên có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = \vec{n}_Q = (A, B, C)$.

- Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = \vec{n}_Q = (A, B, C)$.

Dạng 3: Viết phương trình mặt phẳng đi qua $A(x_0; y_0; z_0)$ và vuông góc với đường thẳng d

- Đường thẳng d có véc tơ chỉ phương là $\vec{u_d} = (A, B, C)$.
- Vì (P) vuông góc với (d) nên có véc tơ pháp tuyến $\vec{n_p} = \vec{u_d} = (A, B, C)$.
- $\Rightarrow$ Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n_p}$

Dạng 4: Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với các mặt phẳng $(Q), (R)$

- Từ phương trình mặt phẳng (Q) và (R) , suy ra các véc tơ pháp tuyến $\vec{n_Q}$; véc tơ pháp tuyến $\vec{n_R}$
- Vì $(P) \perp (Q)$ và $(P) \perp (R)$ nên véc tơ pháp tuyến $\vec{n_p} \perp \vec{n_Q}$ và $\vec{n_p} \perp \vec{n_R}$ nên có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n_p} = [\vec{n_Q}, \vec{n_R}]$.
- Vậy phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n_p} = [\vec{n_Q}, \vec{n_R}]$.

Dạng 5: Viết Phương trình mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm A, B, C không thẳng hàng

- Tính các véc tơ $\vec{AB}, \vec{AC}$ và $\vec{a} = [\vec{AB}, \vec{AC}]$.
- Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n_p} = \vec{a} = [\vec{AB}, \vec{AC}]$.

Dạng 6: Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B và vuông góc với mặt phẳng (Q)

- Tính $\vec{AB}$, véc tơ pháp tuyến $\vec{n_Q}$ và tính $[\vec{AB}, \vec{n_Q}]$.
- Vì $A, B \in (Q)$ và $(P) \perp (Q)$ nên chọn $\vec{n_p} = [\vec{AB}, \vec{n_Q}]$.
- Viết phương trình mặt phẳng (P)

Dạng 7: Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A vuông góc với mặt phẳng (Q) và song song với đường thẳng (d)

- Tính véc tơ pháp tuyến $\vec{n_Q}$ của mặt phẳng (Q) ; VÉC TỐ CHỈ PHƯƠNG $\vec{u_d}$ của đường thẳng (d) .
- Tính $[\vec{n_Q}, \vec{u_d}]$
- Vì (P) vuông góc với (Q) và song song với (d) nên véc tơ pháp tuyến $\vec{n_p} = [\vec{n_Q}, \vec{u_d}]$
- Từ đó viết được phương trình mặt phẳng (P)

Dạng 8: Viết phương trình mặt phẳng (P) là trung trực của AB .

- Tìm trung điểm I của AB và véc tơ $\vec{AB}$
- Mặt phẳng (P) đi qua I và nhận $\vec{AB}$ làm véc tơ pháp tuyến.

Dạng 9: Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa (d) và đi qua A

- Tính VÉC TỐ CHỈ PHƯƠNG $\vec{u_d}$ của đường thẳng (d) và tìm điểm $M \in (d)$

- Tính $\overrightarrow{AM}$ và $[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{AM}]$.
- Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n_p} = [\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{AM}]$.

Dạng 10: Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa (d) và song song với đường thẳng (Δ)

- Từ đường thẳng (d) suy ra VÉC TƠ CHỈ PHƯƠNG $\overrightarrow{u_d}$ và điểm $M \in (d)$
- Từ đường thẳng (Δ) suy ra VÉC TƠ CHỈ PHƯƠNG $\overrightarrow{u_\Delta}$ và tính $[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{u_\Delta}]$
- Phương trình mặt phẳng (P) đi qua M và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = [\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{u_\Delta}]$

Dạng 11: Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa (d) và vuông góc với mặt phẳng (Q)

- Từ đường thẳng (d) suy ra VÉC TƠ CHỈ PHƯƠNG $\overrightarrow{u_d}$ và điểm $M \in (d)$
- Từ mặt phẳng (Q) suy ra véc tơ pháp tuyến $\vec{n_Q}$ và tính $[\overrightarrow{u_d}, \vec{n_Q}]$
- Phương trình mặt phẳng (P) đi qua M và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = [\overrightarrow{u_d}, \vec{n_Q}]$

Dạng 12: Viết phương trình mặt phẳng (P) $Ax + By + Cz + D_0 = 0$ song song với (Q) và khoảng cách $d(A; (P)) = h$

- Vì (P) // (Q) nên phương trình mặt phẳng (P) có dạng $Ax + By + Cz + D = 0$ (trong đó $D \neq D_Q$)
- Vì $d(A, (P)) = h$ nên thay vào ta tìm được D
- Thay A, B, C, D ta có phương trình mặt phẳng (P) cần tìm.

Dạng 13: Viết Phương trình mặt phẳng (P) chứa (d) và $d(A, (P)) = h$

- Gọi véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (A, B, C)$ với điều kiện là $A^2 + B^2 + C^2 > 0$
- Từ (d) suy ra VÉC TƠ CHỈ PHƯƠNG $\overrightarrow{u_d}$ và điểm $M \in (d)$
- Vì (d) nằm trong (P) nên $\overrightarrow{u_d} \cdot \vec{n} = 0$ (1)
- Phương trình mặt phẳng (P) đi qua M: $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$
- Lại có $d(A, (P)) = h$ (2)
- Giải (1); (2) ta tìm được A, B theo C từ đó chọn A, B, C đúng tỉ lệ, ta viết được phương trình mặt phẳng (P).

Dạng 14: Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa (d) và hợp với mặt phẳng (Q) một góc $\alpha \neq 90^\circ$

- Gọi véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (A, B, C)$ với điều kiện là $A^2 + B^2 + C^2 > 0$
- Từ (d) suy ra VÉC TƠ CHỈ PHƯƠNG $\overrightarrow{u_d}$ và điểm $M \in (d)$
- Vì (d) nằm trong (P) nên $\overrightarrow{u_d} \cdot \vec{n} = 0$ (1)
- Tính $\cos((P), (Q))$ (2)

- Từ (1) và (2) ta tìm được A,B theo C từ đó chọn A,B,C đúng tỉ lệ , ta viết được phương trình mặt phẳng(P).

Dạng 15:Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa (d) và hợp với đường thẳng (Δ) một góc $\alpha \neq 90^0$

- Gọi véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(A,B,C)$ với điều kiện là $A^2 + B^2 + C^2 > 0$

- Từ (d) suy ra VÉC TƠ CHỈ PHƯƠNG $\vec{u_d}$ và điểm $M \in (d)$

- Vì (d) nằm trong (P) nên $\vec{u_d}.\vec{n}=0$ (1)-

- Tính $\sin \left((P),(\Delta) \right)$ (2)

- Từ (1) và (2) ta tìm được A,B theo C từ đó chọn A,B,C đúng tỉ lệ , ta viết được phương trình mặt phẳng(P).

Dạng 16: Cho A và (d) , viết phương trình mặt phẳng (P) chứa (d) sao cho d(A,(P)) là lớn nhất

- Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên (d)

- Ta có : $d(A,(P)) = AK \leq AH$ (tính chất đường vuông góc và đường xiên)

-Do đó $d(A,(P)) \max \Leftrightarrow AK = AH \Leftrightarrow K \equiv H$

- Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua H và nhận AH làm véc tơ pháp tuyến

Dạng 17: Viết Phương trình mặt phẳng (P) song song với (Q) $Ax + By + Cz + D_0 = 0$ và tiếp xúc với mặt cầu (S)

- Xác định tâm I, bán kính R của mặt cầu (S)

- Vì (P) // (Q) nên (P) có dạng $Ax + By + Cz + D = 0$ (trong đó $D' \neq D_Q$).

- Mà (P) tiếp xúc với (S) nên $d(I,(P))= R$ suy ra D.

- Từ đó ta có phương trình mặt phẳng (P) cần tìm

Dạng 18: Viết Phương trình mặt phẳng (P) song song (Q) $Ax + By + Cz + D_0 = 0$ và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn(C) có bán kính r (hoặc diện tích, chu vi cho trước).

- Xác định tâm I, bán kính R của mặt cầu (S)

- Áp dụng công thức : Chu vi đường tròn $C = 2\pi r$ và diện tích $S = \pi r^2$ tính r.

- Từ đó suy ra $d(I,(P)) = \sqrt{R^2 - r^2}$

- Vì (P) // (Q) nên (P) có dạng $Ax + By + Cz + D = 0$ (trong đó $D' \neq D_Q$)

- Suy ra khoảng cách $d(I,(P))$ và tìm được D

- Viết được phương trình (P).

Dạng 19: Viết Phương trình mặt phẳng(P) chứa (d) và tiếp xúc với mặt cầu (S)

- Xác định tâm I, bán kính R của mặt cầu (S)

- Từ (d) suy ra VÉC TƠ CHỈ PHƯƠNG $\vec{u_d}$ và điểm $M \in (d)$.

- Vì (d) nằm trong (P) nên $\vec{u_d} \cdot \vec{n} = 0$ (1) -
- Mà (P) tiếp xúc với (S) nên $d(A, (P)) = R$ (2)
- Giải hệ (1) và (2) tìm được A, B theo C
- Suy ra phương trình mặt phẳng (P).

Bài tập minh họa

Bài 1: Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-2; 3; 1)$ và vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm $A(3; 1; -2); B(4; -3; 1)$

Hướng dẫn: : mặt phẳng (P) qua $M(-2; 3; 1)$ có véc tơ pháp tuyến là $\vec{AB} = (1; -4; 3)$ nên có phương trình là $1(x+2) - 4(y-3) + 3(z-1) = 0$ hay $\Leftrightarrow (P): x - 4y + 3z + 11 = 0$

Bài 2: Trong không gian Oxyz viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M_0(-2; 3; 1)$ và song song với mặt phẳng (Q): $4x - 2y + 3z - 5 = 0$

Hướng dẫn: : mặt phẳng (P) qua $M_0(-2; 3; 1)$ có véc tơ pháp tuyến là

$\vec{n}_{(P)} = \vec{n}_{(Q)} = (4; -2; 3)$ nên có phương trình là

(P): $4(x+2) - 2(y-3) + 3(z-1) = 0$ hay (P): $4x - 2y + 3z + 11 = 0$

Bài 3: Trong không gian Oxyz viết phương trình mặt phẳng trung trực (P) của đoạn AB biết $A(1; 1; -1); B(5; 2; 1)$.

Hướng dẫn: : mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm $M_0\left(3; \frac{3}{2}; 0\right)$

của đoạn AB và nhận véc tơ $\vec{AB} = (4; 1; 2)$ là véc tơ pháp tuyến nên có phương trình

$4(x-3) + \left(y - \frac{3}{2}\right) + 2(z-0) = 0$ hay $4x + y + 2z - \frac{27}{2} = 0$

Bài 4: Trong không gian Oxyz viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M_0(-2; 3; 1)$

và vuông góc với đường thẳng (d): $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+4}{3}$

Hướng dẫn: Vì $(P) \perp (d)$ suy ra $VTPT \vec{n}_{(P)} = VTCP \vec{u}_{(d)} = (-2; 1; 3)$.

Do vậy (P): $-2(x+2) + (y-3) + 3(z-1) = 0$ hay (P): $-2x + y + 3z - 10 = 0$

Bài 5: Trong không gian Oxyz viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M_0(-2; 3; 1)$ và vuông góc với hai mặt phẳng (Q): $x - 3y + 2z - 1 = 0$; (R): $2x + y - z - 1 = 0$

Hướng dẫn:

Ta có
$$\left. \begin{aligned} (P) \perp (Q) &\Rightarrow VTPT \vec{n}_{(P)} \perp VTPT \vec{n}_{(Q)} = (1; -3; 2) \\ (P) \perp (R) &\Rightarrow VTPT \vec{n}_{(P)} \perp VTPT \vec{n}_{(R)} = (2; 1; -1) \end{aligned} \right\} \Rightarrow VTPT \vec{n}_{(P)} = [\vec{n}_{(Q)}, \vec{n}_{(R)}] = (1; 5; 7)$$

Do vậy (P): $(x+2) + 5(y-3) + 7(z-1) = 0$ hay (P): $x + 5y + 7z - 20 = 0$.

Bài 6: Trong không gian oxyz cho hai đường thẳng (d): $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$; (Δ) $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$
Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa (d) và song song với (Δ)

Hướng dẫn:

Mặt phẳng (P) có cặp véc tơ chỉ phương là

$$\begin{cases} \overrightarrow{u_{(d)}} = (1; 1; 2) \\ \overrightarrow{u_{(\Delta)}} = (-2; 1; 1) \end{cases} \Rightarrow VTPT \overrightarrow{n_{(P)}} = [\overrightarrow{u_{(d)}}, \overrightarrow{u_{(\Delta)}}] = (-1; -5; 3)$$

Lại có $M_0 = (0; 0; 0) \in (d)$

Do vậy (P): $-1(x-0) - 5(y-0) + 3(z-0) = 0$ hay (P): $x + 5y - 3z = 0$

Bài 7: Trong không gian Oxyz viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng (d):

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-12}{-3} \text{ và đi qua điểm } A(1; 1; -1)$$

Hướng dẫn:

Ta có $M_0(1; -1; 12) \in (d)$ và VTCP $\overrightarrow{u_{(d)}} = (1; -1; -3)$

Mặt phẳng (P) có cặp véc tơ chỉ phương là

$$\begin{cases} \overrightarrow{M_0A} = (0; 2; -13) \\ \overrightarrow{u_{(d)}} = (1; -1; -3) \end{cases} \Rightarrow VTPT \overrightarrow{n_{(P)}} = [\overrightarrow{M_0A}, \overrightarrow{u_{(d)}}] = (-19; -13; -2)$$

Do vậy (P): $-19(x-1) - 13(y-1) - 2(z+1) = 0$ hay (P): $19x + 13y + 2z - 30 = 0$

Bài 8: Trong không gian oxyz cho đường thẳng (d): $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}$ và mặt phẳng (Q): $2x + y + z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa (d) và vuông góc với mặt phẳng (Q)

Hướng dẫn:

Ta có $M(1; 0; -2) \in (d)$ và VTCP $\overrightarrow{u_{(d)}} = (2; 1; -3)$

Mặt phẳng (P) có cặp véc tơ chỉ phương là

$$\begin{cases} \overrightarrow{u_{(d)}} = (2; 1; -3) \\ \overrightarrow{n_{(Q)}} = (2; 1; 1) \end{cases} \Rightarrow VTPT \overrightarrow{n_{(P)}} = [\overrightarrow{u_{(d)}}, \overrightarrow{n_{(Q)}}] = (4; -8; 0)$$

Do vậy (P): $4(x-1) - 8(y-0) + 0(z+2) = 0 \Leftrightarrow (P): 2x - 4y - 2 = 0$

Bài 9: Trong không gian oxyz, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $M(3, 0, 0); N(0, 0, 1)$ và tạo với mặt phẳng Oxy một góc $\frac{\pi}{3}$.

Hướng dẫn:

Giả sử phương trình mặt phẳng (P) có dạng $Ax + By + Cz + D = 0 (A^2 + B^2 + C^2 > 0)$

Lại có $M(3,0,0); N(0,0,1) \in (P)$ nên $\begin{cases} 3A + D = 0 \\ C + D = 0 \end{cases}$ hay $\begin{cases} D = -3A \\ C = 3A \end{cases}$

mặt phẳng (P) và mặt phẳng Oxy có các véc tơ pháp tuyến lần lượt là

$$\vec{n} = (A, B, C), \vec{k} = (0, 0, 1)$$

Mà mặt phẳng (P) tạo với mặt phẳng Oxy một góc $\frac{\pi}{3}$ nên $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{k}|}{|\vec{n}| |\vec{k}|}$

$$\text{Suy ra } \frac{|C|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = \frac{1}{2} \text{ hay } 4C^2 = A^2 + B^2.$$

Ta chọn $A=1$ suy ra $C=3, D=-3, B=\pm\sqrt{26}$.

Vậy có hai mặt phẳng cần tìm là $x \pm \sqrt{26}y + 3z - 3 = 0$.

Bài 10: Trong không gian oxyz, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(2, -1, 0); B(5, 1, 1)$ và khoảng cách từ điểm $M\left(0, 0, \frac{1}{2}\right)$ đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{7\sqrt{3}}{18}$.

Hướng dẫn:

Giả sử phương trình mặt phẳng (P) có dạng $Ax + By + Cz + D = 0$ ($A^2 + B^2 + C^2 > 0$)

Lại có $A(2, -1, 0); B(5, 1, 1) \in (P)$ nên $\begin{cases} 2A - B + D = 0 \\ 5A + B + C + D = 0 \end{cases}$ hay $\begin{cases} D = B - 2A \\ C = -3A - 2B \end{cases}$

Mà khoảng cách từ điểm $M\left(0, 0, \frac{1}{2}\right)$ đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{7\sqrt{3}}{18}$ nên $\frac{\left|\frac{1}{2}C + D\right|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = \frac{7\sqrt{3}}{18}$

Suy ra $27(C + 2D)^2 = 49(A^2 + B^2 + C^2)$ Do vậy $B = -\frac{17}{5}A$ hoặc $B = A$

Với $B = A$, ta chọn $A=1$ suy ra $C=-5, D=-1, B=1$.

Với $B = -\frac{17}{5}A$, ta chọn $A=5$ suy ra $C=19, D=-27, B=-17$.

Vậy có hai mặt phẳng cần tìm là $x + y - 5z + 1 = 0, 5x - 17y + 19z - 27 = 0$.

Bài 11: Trong không gian oxyz, cho mặt cầu (S): $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-1, -2, -3)$ cắt mặt cầu (S) theo đường tròn có bán kính nhỏ nhất.

Hướng dẫn:

Mặt cầu (S) có tâm và bán kính lần lượt là $I(3, -2, 1), R=3$.

Ta có $\overrightarrow{IM} = (0, -1, 1)$ suy ra $IM = \sqrt{2} < R$

Do đó, mặt phẳng (P) qua M luôn cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn. Gọi r là bán kính của đường tròn và H là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (P). Vì tam giác IHM vuông tại H nên $IH \leq IM = \sqrt{2}$. Dấu bằng xảy ra khi $M \equiv H$. Khi đó $IM \perp (P)$ nên là véc tơ $\overrightarrow{IM} = (0, -1, 1)$ là pháp tuyến của mặt phẳng (P). Từ đó suy ra phương trình mặt phẳng $y - z + 1 = 0$.

Bài 12: Trong không gian Oxyz cho hai đường thẳng (d) và (Δ) lần lượt có phương trình:

(d): $x = \frac{y-2}{-1} = z$ và (Δ): $\frac{x-2}{2} = y-3 = \frac{z+5}{-1}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa (d) và hợp với (Δ) một góc 30° .

Hướng dẫn:

Gọi véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (A, B, C)$ với điều kiện là $A^2 + B^2 + C^2 > 0$

Đường thẳng (d) có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (1, -1, 1)$ và điểm $M(0, 2, 0) \in (d)$

Suy ra $M(0, 2, 0) \in (P)$ hay $2B + D = 0$ tức là $D = -2B$

Đường thẳng (Δ) có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta = (2, 1, -1)$ và điểm $M'(3, 2, -5) \in (\Delta)$

Vì (d) nằm trong (P) nên $\vec{u}_d \cdot \vec{n} = 0$. Suy ra $A - B + C = 0$ hay $B = A + C$.

$$\text{Lại có } \sin \frac{\pi}{6} = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{u}|}{|\vec{n}| |\vec{u}|} \Leftrightarrow \frac{|2A + B - C|}{\sqrt{6} \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Suy ra } 2A^2 - AC - C^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = C \\ A = -\frac{1}{2}C \end{cases}$$

Với $C = A$, ta chọn $A = 1$ suy ra $C = 1, D = -4, B = 2$.

Với $A = -\frac{1}{2}C$, ta chọn $A = 1$ suy ra $C = -2, D = 2, B = -1$.

Vậy có hai mặt phẳng cần tìm là $x + 2y + z - 4 = 0, x - y - 2z + 2 = 0$.

Bài 13: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S):

$x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 4 = 0$ và mặt phẳng (P): $x + z - 3 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M(3; 1; -1)$ vuông góc với mặt phẳng (P) và tiếp xúc với mặt cầu (S)

Hướng dẫn

Mặt cầu (S) có tâm I(-1; 2; 0) và bán kính R = 3;

Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (1; 0; 1)$.

PT (Q) đi qua M có dạng: $A(x-3)+B(y-1)+C(z+1)=0$, $A^2+B^2+C^2 \neq 0$

Mặt phẳng (Q) tiếp xúc với (S) $\Leftrightarrow d(I,(Q))=R \Leftrightarrow |-4A+B+C|=3\sqrt{A^2+B^2+C^2}$ (*)

Lại có $(Q) \perp (P) \Leftrightarrow \vec{n}_Q \cdot \vec{n}_P = 0 \Leftrightarrow A+C=0 \Leftrightarrow C=-A$ (**)

Từ (*), (**) suy ra $|B-5A|=3\sqrt{2A^2+B^2} \Leftrightarrow 8B^2-7A^2+10AB=0 \Leftrightarrow A=2B \vee 7A=-4B$

• Với $A=2B$. Chọn $B=1$, $A=2$, $C=-2$ suy ra phương trình (Q): $2x+y-2z-9=0$

• Với $7A=-4B$. Chọn $B=-7$, $A=4$, $C=-4$ suy ra phương trình (Q):

$$4x-7y-4z-9=0$$

Vậy có hai mặt phẳng cần tìm là $2x+y-2z-9=0, 4x-7y-4z-9=0$.

Bài 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-11=0$ và mặt phẳng (α) có phương trình $2x+2y-z+17=0$. Viết phương trình mặt phẳng (β) song song với (α) và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng $p=6\pi$.

Hướng dẫn

Do $(\beta) \parallel (\alpha)$ nên (β) có phương trình $2x+2y-z+D=0$ ($D \neq 17$)

(S) có tâm $I(1; -2; 3)$, bán kính $R=5$. Đường tròn có chu vi 6π nên có bán kính $r=3$.

Khoảng cách từ I tới (β) là $h = \sqrt{R^2-r^2} = \sqrt{5^2-3^2} = 4$

Do đó $\frac{|2 \cdot 1 + 2(-2) - 3 + D|}{\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}} = 4 \Leftrightarrow |-5+D|=12 \Leftrightarrow \begin{cases} D=-7 \\ D=17 \text{ (loại)} \end{cases}$

Vậy (β) có phương trình $2x+2y-z-7=0$.

Bài 15: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;-1)$, $B(1;1;2)$, $C(-1;2;-2)$ và mặt phẳng (P): $x-2y+2z+1=0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua A vuông góc với mặt phẳng (P) cắt đường thẳng BC tại I sao cho $IB=2IC$

Hướng dẫn

Phương trình (α) có dạng: $ax+by+cz+d=0$, với $a^2+b^2+c^2 \neq 0$

Do $A(1;1;-1) \in (\alpha)$ nên: $a+b-c+d=0$ (1);

Vì $(\alpha) \perp (P)$ nên $a-2b+2c=0$ (2)

Lại có $IB=2IC \Leftrightarrow d(B,(\alpha))=2d(C,(\alpha)) \Leftrightarrow \frac{|a+b+2c+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = 2 \frac{|-a+2b-2c+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a-3b+6c-d=0 \\ -a+5b-2c+3d=0 \end{cases} \quad (3)$$

Từ (1), (2), (3) ta có 2 trường hợp sau :

$$\text{TH1: } \begin{cases} a+b-c+d=0 \\ a-2b+2c=0 \\ 3a-3b+6c-d=0 \end{cases} \Leftrightarrow b = \frac{-1}{2}a; c = -a; d = \frac{-3}{2}a.$$

$$\text{Chọn } a=2 \Rightarrow b=-1; c=-2; d=-3 \quad (\alpha): 2x-y-2z-3=0$$

$$\text{TH2: } \begin{cases} a+b-c+d=0 \\ a-2b+2c=0 \\ -a+5b-2c+3d=0 \end{cases} \Leftrightarrow b = \frac{3}{2}a; c = a; d = \frac{-3}{2}a.$$

$$\text{Chọn } a=2 \Rightarrow b=3; c=2; d=-3 \quad (\alpha): 2x+3y+2z-3=0$$

$$\text{Vậy: } (\alpha): 2x-y-2z-3=0 \text{ hoặc } (\alpha): 2x+3y+2z-3=0$$

Bài 16: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng (d) có phương trình tham số $\begin{cases} x = -2+t; \\ y = -2t; \\ z = 2+2t. \end{cases}$ Gọi Δ là đường thẳng qua điểm $A(4;0;-1)$ song song với (d) và $I(-2;0;2)$ là hình chiếu vuông góc của A trên (d) . Viết phương trình của mặt phẳng chứa Δ và có khoảng cách đến (d) là lớn nhất

Hướng dẫn

Gọi (P) là mặt phẳng chứa Δ , thì $(P) \parallel (d)$ hoặc $(P) \supset (d)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên (P) . Ta luôn có $IH \leq IA$ và $IH \perp AH$.

$$\text{Mặt khác } \begin{cases} d(d, (P)) = d(I, (P)) = IH \\ H \in (P) \end{cases}$$

Trong (P) , $IH \leq IA$; do đó $\max IH = IA \Leftrightarrow H \equiv A$. Lúc này (P) ở vị trí $(P_0) \perp IA$ tại A .

Vector pháp tuyến của (P_0) là $\vec{n} = \vec{IA} = (6; 0; -3)$, cùng phương với $\vec{v} = (2; 0; -1)$.

Phương trình của mặt phẳng (P_0) là: $2(x-4) - 1.(z+1) = 2x - z - 9 = 0$.

Bài 17: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(Q): x+2y-z+5=0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d và tạo với mặt phẳng (Q) một góc nhỏ nhất.

Hướng dẫn

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $ax+by+cz+d=0$ ($a^2+b^2+c^2 \neq 0$). Gọi $a = ((P), (Q))$.

$$\text{Chọn hai điểm } M(-1; -1; 3), N(1; 0; 4) \in d. \text{ Ta có: } \begin{cases} M \in (P) \\ N \in (P) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = -a - b \\ d = 7a + 4b \end{cases}$$

$$\Rightarrow (P): ax+by+(-2a-b)z+7a+4b=0 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{6}} \cdot \frac{|a+b|}{\sqrt{5a^2+4ab+2b^2}}$$

$$\text{TH1: Nếu } a=0 \text{ thì } \cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{6}} \cdot \frac{|b|}{\sqrt{2b^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ.$$

TH2: Nếu $a \neq 0$ thì $\cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{6}} \cdot \frac{\left|1 + \frac{b}{a}\right|}{\sqrt{5 + 4\frac{b}{a} + 2\left(\frac{b}{a}\right)^2}}$. Đặt $x = \frac{b}{a}$ và $f(x) = \cos^2 \alpha$

Xét hàm số $f(x) = \frac{9}{6} \cdot \frac{x^2 + 2x + 1}{5 + 4x + 2x^2}$.

Dựa vào BBT, ta thấy $\min f(x) = 0 \Leftrightarrow \cos \alpha = 0 \Leftrightarrow \alpha = 90^\circ > 30^\circ$

Do đó chỉ có trường hợp 1 thỏa mãn, tức $a = 0$. Khi đó chọn $b = 1, c = 1, d = 4$.

Vậy: (P): $y - z + 4 = 0$.

Bài 17: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$ và điểm $A(2;5;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (P) là lớn nhất.

Hướng dẫn

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $ax + by + cz + d = 0$ ($a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$).

(P) có VTPT $\vec{n} = (a; b; c)$, d đi qua điểm $M(1;0;2)$ và có VTCP $\vec{u} = (2;1;2)$.

Vì (P) $\supset d$ nên $\begin{cases} M \in (P) \\ \vec{n} \cdot \vec{u} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + 2c + d = 0 \\ 2a + b + 2c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2c = -(2a + b) \\ d = a + b \end{cases}$. Xét 2 trường hợp:

TH1: Nếu $b = 0$ thì (P): $x - z + 1 = 0$. Khi đó: $d(A, (P)) = 0$.

TH2: Nếu $b \neq 0$. Chọn $b = 1$ ta được (P): $2ax + 2y - (2a + 1)z + 2a + 2 = 0$.

Khi đó: $d(A, (P)) = \frac{9}{\sqrt{8a^2 + 4a + 5}} = \frac{9}{\sqrt{2\left(2a + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{2}}} \leq 3\sqrt{2}$

Vậy $\max d(A, (P)) = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow 2a + \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{4}$. Khi đó: (P): $x - 4y + z - 3 = 0$.

Dạng 3: Viết phương trình đường thẳng

Dạng 1: Viết ptđt (d) qua $M(x_0; y_0; z_0)$ và có VTCP $\vec{u} = (a, b, c)$

Phương trình tham số của đường thẳng d là:

$$(d): \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} \text{ với } t \in \mathbb{R}$$

* Chú ý: Nếu cả $a, b, c \neq 0$ thì (d) có PT chính tắc $\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$

* *Chú ý: Đây là bài toán cơ bản. Về nguyên tắc muốn viết PT dt(d) thì cần phải biết 2 yếu tố đó là tọa độ một điểm thuộc d và vectơ VTCP của d.*

Dạng 2: Viết pt dt(d) đi qua 2 điểm A,B

- Tính $\overrightarrow{AB}$

- Viết PT đường thẳng đi qua A, và nhận $\overrightarrow{AB}$ làm VTCP

Dạng 3: Viết PT dt (d) đi qua A và // với đường thẳng (Δ)

- Từ phương trình (Δ) suy ra VTCP $\overrightarrow{u_\Delta}$

- Viết phương trình dt(d) đi qua A và nhận $\overrightarrow{u_\Delta}$ làm VTCP

Dạng 4: Viết PT dt(d) đi qua A và $\perp$ (P)

- Tìm VTPT của mp(P) là $\overrightarrow{n_P}$

- Pt dt(d) đi qua A và Có VTCP $\overrightarrow{u_d} = \overrightarrow{n_P}$

Dạng 5: Viết Pt dt(d) đi qua A và vuông góc với cả 2 dt (d_1), (d_2)

- Từ (d_1), (d_2) suy ra véc tơ chỉ phương của d_1, d_2 lần lượt là $\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}$

- tính $\left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2} \right]$

- Vì (d) $\perp$ (d_1), (d_2) nên có VTCP $\overrightarrow{u_d} = \left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2} \right]$

- Pt dt(d) đi qua A và có VTCP $\overrightarrow{u_d} = \left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2} \right]$

Dạng 6: Viết PT của dt (d) là giao tuyến của 2 mp (P) và (Q)

- Từ (P) và (Q) suy ra các véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}, \overrightarrow{n_Q}$

- Tính $\overrightarrow{u_d} = \left[\overrightarrow{n_P}, \overrightarrow{n_Q} \right]$

- Chọn điểm $M(x_0, y_0, z_0) \in (d)$ Khi đó, bộ ba ($x_0; y_0; z_0$) thỏa mãn hệ phương trình

$$\begin{cases} Ax + By + Cz + D = 0 \\ A'x + B'y + C'z + D' = 0 \end{cases}$$

- Pt dt(d) đi qua M và có VTCP $\overrightarrow{u_d} = [\overrightarrow{n_P}, \overrightarrow{n_Q}]$.

Dạng 7: Viết PT hình chiếu của d lên mp(P)

Cách 1: - Viết ptmp(Q) chứa d và vuông góc với mp(P)

- Hình chiếu cần tìm $d' = (P) \cap (Q)$

Cách 2: + Tìm $A = d \cap (P)$ (*chỉ áp dụng với giả thiết d cắt (P)*)

+ Lấy $M \in d$ và xác định hình chiếu H của M lên (P)

+ Viết phương trình d' đi qua M, H

Dạng 8: Viết pt đường thẳng d đi qua điểm A và cắt 2 đường thẳng d_1, d_2 :

Cách 1 : * Viết pt mặt phẳng (α) đi qua điểm A và chứa đường thẳng d_1

* Tìm $B = (\alpha) \cap d_2$

* Đường thẳng cần tìm đi qua A, B

Cách 2 : - Viết pt mặt phẳng (α) đi qua điểm A và chứa đường thẳng d_1

- Viết pt mặt phẳng (β) đi qua điểm B và chứa đường thẳng d_2

- Đường thẳng cần tìm $d = \alpha \cap \beta$

Dạng 9: Viết pt đường thẳng d song song d_1 và cắt cả d_2, d_3

- Viết phương trình mp (P) song song d_1 và chứa d_2

- Viết phương trình mp (Q) song song d_1 và chứa d_3

- Đường thẳng cần tìm $d = (P) \cap (Q)$

Dạng 10 : Viết ptđt d đi qua A và vuông góc đường thẳng d_1 và cắt d_2

Cách 1 : - Viết pt mp (α) qua A và vuông góc d_1

- Tìm giao điểm $B = (\alpha) \cap d_2$

- Đường thẳng cần tìm đi qua A, B

Cách 2 : * Viết pt mp (α) qua A và vuông góc d_1

* Viết pt mp (β) qua A và chứa d_1

* Đường thẳng cần tìm $d = \alpha \cap \beta$

Dạng 11 : Viết ptđt d đi qua A, song song mp (α), cắt đường thẳng d'

Cách 1 : - Viết ptmp(P) đi qua A và song song với (α)

- Viết ptmp(Q) đi qua A và chứa d'

- Đường thẳng cần tìm $d = (P) \cap (Q)$

Cách 2 : * Viết ptmp(P) đi qua A và song song với (α)

* Tìm $B = (P) \cap d'$

* Đường thẳng cần tìm đi qua 2 điểm A, B

Dạng 12 : Viết ptđt d nằm trong mp(P) và cắt 2 đường thẳng d_1, d_2 cho trước.

- Tìm giao điểm $A = d_1 \cap (P)$ và $B = d_2 \cap (P)$

- Đường thẳng d đi qua 2 điểm A, B

Dạng 13 : Viết ptđt d nằm trong mp(P) và vuông góc với đường thẳng d' tại giao điểm I của (P) và d' .

- Tìm giao điểm $I' = d' \cap (P)$

- Tìm VTCP $\vec{u}$ của d' và VTPT $\vec{n}$ của (P) và tính $\vec{v} = [\vec{u}, \vec{n}]$

- Viết ptđt d qua I và có VTCP $\vec{v}$

Dạng 14 : Viết ptđt vuông góc chung d của 2 đường thẳng chéo nhau d_1, d_2 :

- Gọi $M(x_0 + at, y_0 + bt, z_0 + ct) \in d_1$ và $N(x'_0 + a't', y'_0 + b't', z'_0 + c't') \in d_2$ là các chân đường vuông góc chung của d_1, d_2

- Ta có hệ
$$\begin{cases} MN \perp d_1 \\ MN \perp d_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{MN} \cdot \vec{u}_1 = 0 \\ \overrightarrow{MN} \cdot \vec{u}_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow t, t'.$$

- Thay t, t' tìm M, N . Viết ptđt đi qua M, N .

Dạng 15 : Viết pt đường thẳng d vuông góc với $mp(P)$ và cắt 2 đường thẳng d_1, d_2 .

- Viết pt $mp(Q)$ chứa d_1 và vuông góc với $mp(P)$

- Viết pt $mp(R)$ chứa d_2 và vuông góc với $mp(P)$

- Đường thẳng $d = (Q) \cap (R)$

Dạng 16 : Viết ptđt d đi qua điểm A , cắt và vuông góc với đường thẳng d_1 .

- Viết pt $mp(\alpha)$ qua A và vuông góc với d_1

- Tìm giao điểm $B = (\alpha) \cap d_1$

- Đường thẳng cần tìm đi qua A, B

Dạng 17 : Viết ptđt d đi qua A , vuông góc với d_1 , tạo với d_2 góc $\alpha \in (0^\circ; 90^\circ)$ ($= 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$)

- Gọi VTCP của d là $\vec{u} = (a; b; c), dk : a^2 + b^2 + c^2 > 0$

- Vì $d \perp d_1 \Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{u}_1 = 0 \Rightarrow$ phương trình (1)

- Vì $\cos \alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{u}_2|} \Rightarrow$ phương trình (2)

- Thế (1) vào (2) $\Rightarrow a, b, c \Rightarrow$ ptđt d .

(chú ý : nếu thay giả thiết là d tạo với $mp(P)$ góc $\alpha \in (0^\circ; 90^\circ)$ thì có $\sin \alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{u}_P|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{u}_P|}$)

Dạng 18 : Viết ptđt d đi qua A , song song với $mp(P)$, tạo với d_1 góc $\alpha \in (0^\circ; 90^\circ)$.

- Gọi VTCP của d là $\vec{u} = (a; b; c), dk : a^2 + b^2 + c^2 > 0$

- Vì $d // (P)$ nên $\vec{u} \cdot \vec{n}_P = 0 \Rightarrow$ phương trình (1).

- Vì $\cos(d, d_1) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{u}_1|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{u}_1|} = \cos \alpha$ nên có phương trình (2).

- Giải hệ phương trình (1), (2) tìm a, b theo $c \Rightarrow$ chọn a, b, c .

- viết ptđt d đi qua A , có vtcp $\vec{u} = (a; b; c)$

Dạng 19 : Viết ptđt d đi qua A , nằm trong $mp(P)$, tạo với d_1 góc $\alpha \in (0^\circ; 90^\circ)$.

- Gọi VTCP của d là $\vec{u} = (a; b; c)$, $dk : a^2 + b^2 + c^2 > 0$

- Vì $d \in (P)$ nên $\vec{u} \cdot \vec{n}_P = 0 \Rightarrow$ phương trình (1).

- Vì $\cos(d, d_1) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{u}_1|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{u}_1|} = \cos \alpha$ nên có phương trình (2).

- Giải hệ phương trình (1), (2) tìm a, b theo $c \Rightarrow$ chọn a, b, c .

- viết ptđt d đi qua A , có vtcp $\vec{u} = (a; b; c)$

Dạng 20: Viết ptđt d đi qua A , vuông góc d_1 và khoảng cách từ M đến d bằng h .

- Gọi VTCP của d là $\vec{u} = (a; b; c)$, $dk : a^2 + b^2 + c^2 > 0$

- Vì $d \perp d_1$ nên $\vec{u} \cdot \vec{n}_1 = 0 \Rightarrow$ phương trình (1).

- Vì $d(M, d) = h \Rightarrow \frac{|[\vec{u}, \vec{AM}]|}{|\vec{u}|} = h \Rightarrow$ phương trình (2).

- Giải hệ phương trình (1), (2) tìm a, b theo $c \Rightarrow$ chọn a, b, c .

- viết ptđt d đi qua A , có vtcp $\vec{u} = (a; b; c)$

Ví dụ minh họa

Bài 1: Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz cho đường thẳng $d : \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{3}$ và mặt phẳng $P : x - y - z - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1; 1; -2)$ song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng d .

Hướng dẫn: Đường thẳng $d : \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{3}$ có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (2, 1, 3)$ và

mặt phẳng $P : x - y - z - 1 = 0$ có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = (1; -1; -1)$

Suy ra Δ nhận $\vec{u} = [\vec{u}_d; \vec{n}_P] = (2; 5; -3)$ làm VTCP

Vậy phương trình đường thẳng Δ là: $\Delta : \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+2}{-3}$

Bài 2: Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng $\Delta : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Lập phương trình của đường thẳng d đi qua điểm M cắt và vuông góc với Δ .

Hướng dẫn: Đường thẳng $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$ có véc tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_d} = (2, 1, -1)$

Gọi $H = d \cap \Delta$. Giả sử $H(1+2t; -1+t; -t)$ Khi đó, $\overrightarrow{MH} = (2t-1; t-2; -t)$.

Vì $d \perp \Delta$ nên $\overrightarrow{MH} \perp \overrightarrow{u_d} \Leftrightarrow 2(2t-1) + (t-2) - (-t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3}$

Suy ra $\overrightarrow{u_d} = 3\overrightarrow{MH} = (1; -4; -2)$ và phương trình đường thẳng d :
$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 4t \\ z = 2t \end{cases}$$

Bài 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ gọi A, B, C lần lượt giao điểm của mặt phẳng $(P): 6x + 2y + 3z - 6 = 0$ với Ox, Oy, Oz . Lập phương trình đường thẳng d đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC đồng thời vuông góc với mặt phẳng (P)

Hướng dẫn

Ta có: $(P) \cap Ox = A(1; 0; 0); (P) \cap Oy = B(0; 3; 0); (P) \cap Oz = C(0; 0; 2)$

Gọi Δ là đường thẳng vuông góc (OAB) tại trung điểm M của AB ; (α) là mặt phẳng trung trực cạnh OC ; I tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$. Ta có: $I = \Delta \cap (\alpha) \Rightarrow I\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; 1\right)$.

Gọi J tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC thì $IJ \perp (ABC)$, nên d chính là đường thẳng IJ .

Phương trình đường thẳng d :
$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} + 6t \\ y = \frac{3}{2} + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$$

Bài 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho 3 điểm $A(1; 2; -1), B(2; 1; 1); C(0; 1; 2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{2}$. Lập phương trình đường thẳng Δ đi qua trực tâm của tam giác ABC nằm trong mặt phẳng (ABC) và vuông góc với đường thẳng d

Hướng dẫn

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -1; 2), \overrightarrow{AC} = (-1; -1; 3) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-1; -5; -2)$

phương trình mặt phẳng $(ABC): x + 5y + 2z - 9 = 0$

Gọi trực tâm của tam giác ABC là $H(a; b; c)$, khi đó ta có hệ:

$$\begin{cases} \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \\ \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \\ H \in (ABC) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - b + 2c = 3 \\ a + b - 3c = 0 \\ a + 5b + 2c = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow H(2; 1; 1)$$

Do đường thẳng Δ nằm trong (ABC) và vuông góc với (d) nên:

$$\begin{cases} \overrightarrow{u_\Delta} \perp \overrightarrow{n}_{ABC} \\ \overrightarrow{u_\Delta} \perp \overrightarrow{u_d} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta} = [\overrightarrow{n}_{ABC}, \overrightarrow{u_d}] = (12; 2; -11).$$

Vậy phương trình đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{12} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-11}$

Bài 5: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng d có phương trình $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Viết phương trình của đường thẳng Δ đi qua điểm M cắt và vuông góc với đường thẳng d

Hướng dẫn

Ta có $\vec{u}_d = (2; 1; -1)$. Gọi $H = d \cap \Delta$. Giả sử $H(1+2t; -1+t; -t) \Rightarrow \overrightarrow{MH} = (2t-1; t-2; -t)$.

$$\overrightarrow{MH} \perp \vec{u}_d \Leftrightarrow 2(2t-1) + (t-2) - (-t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3} \Rightarrow \vec{u}_\Delta = 3\overrightarrow{MH} = (1; -4; -2)$$

$$\Rightarrow d: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 1-4t \\ z = 2t \end{cases}$$

Bài 6: Trong không gian Oxyz cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-1}$ và hai điểm $A(1; 1; -2), B(-1; 0; 2)$. Viết phương trình đường thẳng b qua A vuông góc với d sao cho khoảng cách từ B tới b là nhỏ nhất

Hướng dẫn

d có VTCP $\vec{u}_d = (1; 2; -1)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với d . Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên (P) khi đó đường thẳng b đi qua A và H thỏa YCBT.

Ta có: $(P): x+2y-z-5=0$. Giả sử $H(x; y; z)$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} H \in (P) \\ \overrightarrow{BH}, \vec{u}_d \text{ cùng phương} \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{1}{3}; \frac{8}{3}; \frac{2}{3}\right) \quad \vec{u}_\Delta = 3\overrightarrow{AH} = (-2; 5; 8)$$

$$\text{Vậy phương trình } b: \frac{x-1}{-2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+2}{8}.$$

Bài 7: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hai điểm $A(1; 5; 0)$ $B(3; 3; 6)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm B và cắt đường thẳng Δ tại điểm C sao cho diện tích tam giác ABC có giá trị nhỏ nhất.

Hướng dẫn

$$\text{Phương trình tham số của } \Delta: \begin{cases} x = -1+2t \\ y = 1-t \\ z = 2t \end{cases}. \text{ Điểm } C \text{ thuộc } \Delta \text{ nên } C(-1+2t; 1-t; 2t).$$

$$\overrightarrow{AC} = (-2+2t; -4-t; 2t); \overrightarrow{AB} = (2; -2; 6); [\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}] = (-24-2t; 12-8t; 12-2t)$$

$$\Rightarrow [\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}] = 2\sqrt{18t^2 - 36t + 216} \quad S = \frac{1}{2} [\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}] = \sqrt{18(t-1)^2 + 198} \geq \sqrt{198}$$

Vậy Min $S = \sqrt{198}$ khi $t = 1$ hay $C(1; 0; 2)$ Phương trình BC: $\frac{x-3}{-2} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z-6}{-4}$.

Bài 8: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho điểm $A(3; -1; 1)$ đường thẳng

$\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P): x - y + z - 5 = 0$. Viết phương trình của đường thẳng d đi qua điểm A nằm trong (P) và hợp với đường thẳng Δ một góc 45°

Hướng dẫn

Gọi $\vec{u}_d, \vec{u}_\Delta$ lần lượt là các VTCP của d và Δ ; $\vec{n}_P$ là VTPT của (P) .

Đặt $\vec{u}_d = (a; b; c)$, $(a^2 + b^2 + c^2 \neq 0)$. Vì d nằm trong (P) nên ta có: $\vec{n}_P \perp \vec{u}_d$

$$\Leftrightarrow a - b + c = 0 \Leftrightarrow b = a + c \quad (1).$$

$$\text{Theo gt: } (d, \Delta) = 45^\circ \Leftrightarrow \frac{|a + 2b + 2c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot 3} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow 2(a + 2b + c)^2 = 9(a^2 + b^2 + c^2) \quad (2)$$

$$\text{Thay (1) vào (2) ta có: } 14c^2 + 30ac = 0 \Leftrightarrow c = 0; c = -\frac{15a}{7}$$

$$+ \text{ Với } c = 0: \text{ chọn } a = b = 1, \text{ PTTS của } d \text{ là: } \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 - t \\ z = 1 \end{cases}$$

$$+ \text{ Với } c = -\frac{15a}{7}: \text{ chọn } a = 7, c = -15, b = -8, \text{ PTTS của } d \text{ là: } \begin{cases} x = 3 + 7t \\ y = -1 - 8t \\ z = 1 - 15t \end{cases}$$

Bài 9: Trong không gian tọa độ Oxyz cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 2 = 0$. Gọi M là giao điểm của d và (P) . Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) vuông góc với d đồng thời khoảng cách từ M tới Δ bằng $\sqrt{42}$

Hướng dẫn

$$\text{PTTS } d: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = -1 - t \end{cases} \Rightarrow M(1; -3; 0). (P) \text{ có VTPT } \vec{n}_P = (1; 1; 1), d \text{ có VTCP } \vec{u}_d = (2; 1; -1)$$

Vì Δ nằm trong (P) và vuông góc với d nên VTCP $\vec{u}_\Delta = [\vec{u}_d, \vec{n}_P] = (2; -3; 1)$

Gọi $N(x; y; z)$ là hình chiếu vuông góc của M trên Δ , khi đó $\overrightarrow{MN} = (x-1; y+3; z)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \overline{MN} \perp \vec{u}_\Delta \\ N \in (P) \\ MN = \sqrt{42} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z + 2 = 0 \\ 2x - 3y + z - 11 = 0 \\ (x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 42 \end{cases} \Rightarrow N(5; -2; -5) \text{ hoặc } N(-3; -4; 5)$$

- Với $N(5; -2; -5) \Rightarrow$ Phương trình của $\Delta: \frac{x-5}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z+5}{1}$
- Với $N(-3; -4; 5) \Rightarrow$ Phương trình của $\Delta: \frac{x+3}{2} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z-5}{1}$.

Bài 10: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(\alpha): x + y - z - 1 = 0$, hai đường thẳng $(\Delta): \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$, $(\Delta'): \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{3}$. Viết phương trình đường thẳng (d) nằm trong mặt phẳng (α) và cắt (Δ') ; (d) và (Δ) chéo nhau mà khoảng cách giữa chúng bằng $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Hướng dẫn

(α) có VTPT $\vec{n} = (1; 1; -1)$, (Δ) có VTCP $\vec{u}_\Delta = (-1; -1; 1) \Rightarrow (\Delta) \perp (\alpha)$.

Gọi $A = (\Delta') \cap (\alpha) \Rightarrow A(0; 0; -1)$; $B = (\Delta) \cap (\alpha) \Rightarrow B(1; 0; 0) \Rightarrow \overline{AB} = (1; 0; 1)$

Vì $(d) \subset (\alpha)$ và (d) cắt (Δ') nên (d) đi qua A và $(\Delta) \perp (\alpha)$ nên mọi đường thẳng nằm trong (α) và không đi qua B đều chéo với (Δ) .

Gọi $\vec{u}_d = (a; b; c)$ là VTCP của $(d) \Rightarrow \vec{u}_d \cdot \vec{n} = a + b - c = 0$ (1) và $\vec{u}_d$ không cùng phương với $\overline{AB}$ (2)

$$\text{Ta có: } d(d, \Delta) = d(B, d) \Rightarrow \frac{|\overline{AB}, \vec{u}_d|}{|\vec{u}_d|} = \frac{\sqrt{6}}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2b^2 + (a-c)^2}}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{\sqrt{6}}{2} \quad (3)$$

$$\text{Từ (1) và (3)} \Rightarrow ac = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ c = 0 \end{cases}$$

- Với $a = 0$. Chọn $b = c = 1 \Rightarrow \vec{u}_d = (0; 1; 1) \Rightarrow d: \begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = -1 + t \end{cases}$

- Với $c = 0$. Chọn $a = -b = 1 \Rightarrow \vec{u}_d = (1; -1; 0) \Rightarrow d: \begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = -1 \end{cases}$

Bài 11: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz viết phương trình đường thẳng d đi qua

điểm $M(-4; -5; 3)$ và cắt cả hai đường thẳng: $d_1 : \begin{cases} x = 5 - 3t_1 \\ y = -7 + 2t_1 \\ z = t_1 \end{cases}$ và $d_2 : \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{-5}$.

Hướng dẫn

Viết lại phương trình các đường thẳng: $d_1 : \begin{cases} x = 5 - 3t_1 \\ y = -7 + 2t_1 \\ z = t_1 \end{cases}$, $d_2 : \begin{cases} x = 2 + 2t_2 \\ y = -1 + 3t_2 \\ z = 1 - 5t_2 \end{cases}$.

Gọi $A = d \cap d_1, B = d \cap d_2$ suy ra $A(5 - 3t_1; -7 + 2t_1; t_1)$, $B(2 + 2t_2; -1 + 3t_2; 1 - 5t_2)$.

$\overrightarrow{MA} = (-3t_1 + 9; 2t_1 - 2; t_1 - 3)$, $\overrightarrow{MB} = (2t_2 + 6; 3t_2 + 4; -5t_2 - 2)$

$[\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}] = (-13t_1t_2 - 8t_1 + 13t_2 + 16; -13t_1t_2 + 39t_2; -13t_1t_2 - 24t_1 + 31t_2 + 48)$

M, A, B thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}$ cùng phương $\Leftrightarrow [\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}] = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 2 \\ t_2 = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow A(-1; -3; 2), B(2; -1; 1) \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = (3; 2; -1)$

Đường thẳng d qua $M(-4; -5; 3)$ và có VTCP $\overrightarrow{AB} = (3; 2; -1)$ hay $d : \begin{cases} x = -4 + 3t \\ y = -5 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$

Bài 12: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 và mặt phẳng (α)

α) có phương trình là $\Delta_1 : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 5 + 3t \\ z = t \end{cases}$, $\Delta_2 : \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{2}$, (α): $x - y + z + 2 = 0$. Viết

phương trình đường thẳng d đi qua giao điểm của Δ_1 với (α) đồng thời cắt Δ_2 và vuông góc với trục Oy

Hướng dẫn

Toạ độ giao điểm A của (α) và Δ_1 thỏa mãn hệ $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 5 + 3t \\ z = t \\ x - y + z + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ x = 1 \\ y = 2 \\ z = -1 \end{cases} \Rightarrow A(1; 2; -1)$

Trục Oy có VTCP là $\vec{j} = (0; 1; 0)$. Gọi d là đường thẳng qua A cắt Δ_2 tại

$B(1 + t; -1 + t; -2 + 2t)$ $\overrightarrow{AB} = (t; t - 3; 2t - 1); d \perp Oy \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{j} = 0 \Leftrightarrow t = 3 \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (3; 0; 5)$

Đường thẳng d đi qua A nhận $\overrightarrow{AB} = (3; 0; 5)$ làm VTCP có phương trình là $\begin{cases} x = 1 + 3u \\ y = 2 \\ z = -1 + 5u \end{cases}$.

Bài 13: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ đường thẳng d_2 là giao tuyến của hai mặt phẳng (P): $2x - y - 1 = 0$ và (Q): $2x + y + 2z - 5 = 0$. Gọi I là giao điểm của d_1, d_2 . Viết phương trình đường thẳng d_3 qua điểm A(2; 3; 1) đồng thời cắt hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt tại B và C sao cho tam giác BIC cân đỉnh I.

Hướng dẫn

PTTS của $d_2 : \{x = t'; y = -1 + 2t'; z = 3 - 2t'\}$. $I = d_1 \cap d_2$ nên $I(1; 1; 1)$.

Giả sử: $B(1+t; 1+2t; 1+2t) \in d_1, C(t'; -1+2t'; 3-2t') \in d_2$ ($t \neq 0, t' \neq 1$)

ΔBIC cân đỉnh I $\Leftrightarrow \begin{cases} IB = IC \\ [AB, AC] = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t' = 2 \end{cases}$ Phương trình $d_3 : \{x = 2; y = 3; z = 1 + 2t\}$

Bài 14: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hai mặt phẳng và hai đường thẳng có phương trình (P): $3x + 12y - 3z - 5 = 0$ và (Q): $3x - 4y + 9z + 7 = 0$ (d_1): $\frac{x+5}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z+1}{3}$ (d_2): $\frac{x-3}{-2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{4}$. Viết phương trình đường thẳng (Δ) song song với hai mặt phẳng (P), (Q) và cắt (d_1), (d_2).

Hướng dẫn

(P) có VTPT $\vec{n}_P = (1; 4; -1)$, (Q) có pháp vector $\vec{n}_Q = (3; -4; 9)$

(d_1) có VTCP $\vec{u}_1 = (2; -4; 3)$, (d_2) có VTCP $\vec{u}_2 = (-2; 3; 4)$

Gọi: $\begin{cases} (\Delta) = (P) \cap (Q) \\ (P_1) \supset (d_1), (P_1) \parallel (P) \\ (Q_1) \supset (d_2), (Q_1) \parallel (Q) \end{cases} \Rightarrow (\Delta) = (P_1) \cap (Q_1) \text{ và } (\Delta) \parallel (\Delta_1)$
 $\vec{u} = \vec{u}_{\Delta}$

(Δ) có vector chỉ phương $\vec{u} = \frac{1}{4}[\vec{n}_P; \vec{n}_Q] = (8; -3; -4)$

(P_1) có cặp VTCP $\vec{u}_1$ và $\vec{u}$ nên có VTPT: $\vec{n}_{P_1} = [\vec{u}_1; \vec{u}] = (25; 32; 26)$

Phương trình mp (P_1): $25(x+5) + 32(y-3) + 26(z+1) = 0 \Leftrightarrow 25x + 32y + 26z + 55 = 0$

(Q_1) có cặp VTCP $\vec{u}_2$ và $\vec{u}$ nên có VTPT: $\vec{n}_{Q_1} = [\vec{u}_2; \vec{u}] = (0; 24; -18)$

Phương trình mp (Q_1): $0(x-3) + 24(y+1) - 18(z-2) = 0 \Leftrightarrow 4y - 3z + 10 = 0$

Ta có: $(\Delta) = (P_1) \cap (Q_1) \Rightarrow$ phương trình đường thẳng (Δ): $\begin{cases} 25x + 32y + 26z + 55 = 0 \\ 4y - 3z + 10 = 0 \end{cases}$.

Bài 15: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho mặt phẳng (P): $2x - y + z + 1 = 0$ và hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{3} \quad d_2: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{2}.$$

Viết phương trình đường thẳng Δ song song với (P) vuông góc với d_1 và cắt d_2 tại điểm E có hoành độ bằng 3

Hướng dẫn

d_1 có VTCP $\vec{u}_1 = (2; 1; 3)$, d_2 có VTCP $\vec{u}_2 = (2; 3; 2)$, (P) có VTPT $\vec{n} = (2; -1; 1)$.

Giả sử Δ có VTCP $\vec{u} = (a; b; c)$, $E \in d_2$ có $x_E = 3$ suy ra $E(3; -1; 6)$.

Ta có: $\begin{cases} \Delta \parallel (P) \\ \Delta \perp d_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \\ \vec{u} \cdot \vec{u}_1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - b + c = 0 \\ 2a + b + 3c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -c \\ b = -c \end{cases}$ Chọn $\vec{u} = (1; 1; -1)$

PT đường thẳng Δ : $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 + t \\ z = 6 - t \end{cases}$.

Bài 16: Trong không gian Oxyz cho hai đường thẳng $(d_1), (d_2)$ và mặt phẳng (P) có

phương trình: $(d_1): \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{1}$

$(d_2): \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$; $(P): x + y - 2z + 5 = 0$. Lập phương trình đường thẳng (d) song song với mặt phẳng (P) và cắt $(d_1), (d_2)$ lần lượt tại A, B sao cho độ dài đoạn AB nhỏ nhất

Hướng dẫn

Đặt $A(-1+a; -2+2a; a)$, $B(2+2b; 1+b; 1+b)$ $\overrightarrow{AB} = (-a+2b+3; -2a+b+3; -a+b+1)$

Do $AB \parallel (P)$ nên: $\overrightarrow{AB} \perp \vec{n}_P = (1; 1; -2) \Leftrightarrow b = a - 4$. Suy ra: $\overrightarrow{AB} = (a-5; -a-1; -3)$

$$AB = \sqrt{(a-5)^2 + (-a-1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{2a^2 - 8a + 35} = \sqrt{2(a-2)^2 + 27} \geq 3\sqrt{3}$$

Suy ra: $\min AB = 3\sqrt{3} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -2 \end{cases}$, $A(1; 2; 2)$, $\overrightarrow{AB} = (-3; -3; -3)$.

$$\text{Vậy } d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{1}.$$

Bài 17: Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, viết phương trình đường thẳng d đi qua

$A(0; -1; 2)$ cắt đường thẳng $\Delta_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$ sao cho khoảng cách giữa d và đường

thẳng $\Delta_2: \frac{x-5}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{1}$ là lớn nhất.

Hướng dẫn

Gọi $M = d \cap \Delta_1$. Giả sử $M(-1+2t; t; 2-t)$. VTCP của d : $\vec{u}_d = \overrightarrow{AM} = (2t-1; t+1; -t)$

Δ_2 đi qua $N(5; 0; 0)$ và có VTCP $\vec{v}_{\Delta_2} = (2; -2; 1)$; $\overrightarrow{AN} = (5; 1; -2)$; $[\vec{v}_{\Delta_2}; \vec{u}_d] = (t-1; 4t-1; 6t)$

$$d(\Delta, d) = \frac{|\overrightarrow{[\vec{v}_\Delta, \vec{u}_d]} \cdot \overrightarrow{AN}|}{|\overrightarrow{[\vec{v}_\Delta, \vec{u}_d]}|} = 3 \cdot \sqrt{\frac{(2+t)^2}{53t^2 - 10t + 2}} = 3 \cdot \sqrt{f(t)}$$

Xét hàm số $f(t) = \frac{(2+t)^2}{53t^2 - 10t + 2}$. Ta suy ra được $\max f(t) = f(\frac{4}{37}) = \frac{26}{9}$

Ta có $\max(d(\Delta, d)) = \sqrt{26}$ Phương trình đường thẳng d: $\begin{cases} x = 29t; \\ y = -1 - 41t; \\ z = 2 + 4t \end{cases}$

Bài 18: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm A(3; -1; 1), đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng (P): $x - y + z - 5 = 0$. Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua A nằm trong (P) và hợp với đường thẳng Δ một góc 45° .

Hướng dẫn

Gọi $\vec{u}_d, \vec{u}_\Delta, \vec{n}_P$ lần lượt là các VTCP của d, Δ và VTPT của (P).

Giả sử $\vec{u}_d = (a; b; c)$ ($a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$).

$$+ \text{ Vì } d \subset (P) \text{ nên } \vec{u}_d \perp \vec{n}_P \Rightarrow a - b + c = 0 \Leftrightarrow b = a + c \quad (1)$$

$$+ (\angle(d, \Delta) = 45^\circ) \Leftrightarrow \frac{|a + 2b + 2c|}{3\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow 2(a + 2b + c)^2 = 9(a^2 + b^2 + c^2) \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta được: } 14c^2 + 30ac = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 15a + 7c = 0 \end{cases}$$

$$+ \text{ Với } c = 0: \text{ chọn } a = b = 1 \Rightarrow \text{PTTS của d: } \begin{cases} x = 3 + t; \\ y = -1 - t; \\ z = 1 \end{cases}$$

$$+ \text{ Với } 15a + 7c = 0: \text{ chọn } a = 7, c = -15, b = -8$$

$$\Rightarrow \text{PTTS của d: } \begin{cases} x = 3 + 7t; \\ y = -1 - 8t; \\ z = 1 - 15t. \end{cases}$$

Bài 19: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, viết phương trình đường thẳng d đi qua A(-1; 0; -1) cắt đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{-1}$ sao cho góc giữa d và đường thẳng $\Delta_2: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{2}$ là lớn nhất (nhỏ nhất).

Hướng dẫn

Gọi $M = d \cap \Delta_1$. Giả sử $M(1 + 2t; 2 + t; -2 - t)$.

VTCP của d: $\vec{u}_d = \overrightarrow{AM} = (2t + 2; t + 2; -1 - t)$. Gọi $a = (\angle(d, \Delta_2))$.

$$\cos \alpha = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{\frac{t^2}{6t^2 + 14t + 9}} \cdot \frac{2}{3} \cdot \sqrt{f(t)}$$

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2}{6t^2 + 14t + 9}$. Ta suy ra được $\max f(t) = f(-\frac{9}{7}) = \frac{9}{5}$; $\min f(t) = f(0) = 0$

a) $\min(\cos \alpha) = 0 \Leftrightarrow t = 0$ Phương trình đường thẳng d : $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$

b) $\max(\cos \alpha) = \frac{2\sqrt{5}}{5} \Leftrightarrow t = -\frac{9}{7}$ Phương trình đường thẳng d : $\frac{x+1}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{2}$

Bài 20: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho $\triangle ABC$ với $A(1; -1; 1)$ và hai đường trung tuyến lần lượt có phương trình là $d_1 : \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-2}{-2}$, $d_2 : \begin{cases} x = 1-t \\ y = 0 \\ z = 1+t \end{cases}$. Viết phương trình đường phân giác trong của góc A.

Hướng dẫn

Ta có $A \notin d_1, A \notin d_2$. Gọi $M \in d_1, N \in d_2$ lần lượt là trung điểm AC, AB.

$$N(1-t; 0; 1+t) \quad B(1-2t; 1; 1+2t). \quad B \in d_1 \Rightarrow t = \frac{1}{2} \quad B(0; 1; 2)$$

$$M(2t; 1-3t; 2-2t) \quad C(4t-1; 3-6t; 3-4t). \quad C \in d_2 \Rightarrow t = \frac{1}{2} \Rightarrow C(1; 0; 1)$$

Ta có: $AB = \sqrt{6}, AC = 1$. Gọi AD là đường phân giác trong của góc A thì $\overrightarrow{DB} = -\sqrt{6}\overrightarrow{DC}$

$$D\left(\frac{\sqrt{6}}{1+\sqrt{6}}; \frac{1}{1+\sqrt{6}}; \frac{2+\sqrt{6}}{1+\sqrt{6}}\right), \quad \overrightarrow{AD} = \left(\frac{-1}{1+\sqrt{6}}; \frac{2+\sqrt{6}}{1+\sqrt{6}}; \frac{1}{1+\sqrt{6}}\right)$$

Vậy phương trình đường thẳng AD là: $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{2+\sqrt{6}} = \frac{z-1}{1}$..

Dạng 4: Phương trình mặt cầu

Bài 1: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $I(1; -2; 3)$. Viết phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với trục Oy.

Hướng dẫn: Gọi M là hình chiếu của $I(1; -2; 3)$ lên Oy, ta có: $M(0; -2; 0)$.

$$\overrightarrow{IM} = (-1; 0; -3) \Rightarrow R = IM = \sqrt{10} \text{ là bán kính mặt cầu cần tìm.}$$

$$\text{Kết luận: PT mặt cầu cần tìm là } (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 10.$$

Bài 2: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho điểm $A(1; -2; 3)$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1}$. Viết phương trình mặt cầu tâm A tiếp xúc với d.

Hướng dẫn: Ta có $d(A, (d)) = \frac{|\overrightarrow{BA}, \vec{a}|}{|\vec{a}|} = \frac{\sqrt{4+196+100}}{\sqrt{4+1+1}} = 5\sqrt{2}$

PT mặt cầu tâm A $(1; -2; 3)$, bán kính $R = 5\sqrt{2}$: $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 50$

Bài 3: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d : \frac{x+5}{2} = \frac{y-7}{-2} = \frac{z}{1}$ và

điểm $M(4;1;6)$. Đường thẳng d cắt mặt cầu (S) có tâm M tại hai điểm A, B sao cho $AB=6$. Viết phương trình của mặt cầu (S).

Hướng dẫn: d đi qua $N(-5;7;0)$ và có VTCP $\vec{u} = (2;-1;1)$; $\overrightarrow{MN} = (-9;6;-6)$.

Gọi H là chân đường vuông góc vẽ từ M đến đường thẳng d $MH = d(M,d) = 3$.

Bán kính mặt cầu (S): $R^2 = MH^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = 18$.

$\Rightarrow$ PT mặt cầu (S): $(x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 18$

Bài 4: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, lập phương trình mặt cầu (S) biết rằng mặt phẳng Oxy và mặt phẳng (P): $z=2$ lần lượt cắt (S) theo hai đường tròn có bán kính bằng 2 và 8.

Hướng dẫn: Từ giả thiết ta có vô số mặt cầu (S) thỏa YCBT. Gọi (S_0) là mặt cầu có tâm $I_0(0;0;m)$ thuộc trục Oz. Khi đó mp(Oxy) và mp(P) cắt (S_0) theo 2 đường tròn tâm $O_1 \equiv O(0;0;0)$, bán kính $R_1 = 2$ và tâm $O_2(0;0;2)$, bán kính $R_2 = 8$.

Gọi R là bán kính mặt cầu thì
$$\begin{cases} R^2 = 2^2 + |m|^2 \\ R^2 = 8^2 + |m-2|^2 \end{cases} \Rightarrow 4 + m^2 = 64 + (m-2)^2 \Rightarrow m = 16$$

$\Rightarrow R = 2\sqrt{65}$ và $I_0(0;0;16)$. Suy ra mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;16)$ ($a, b \in \mathbb{R}$), bán kính $R = 2\sqrt{65}$.

Vậy phương trình mặt cầu (S): $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-16)^2 = 260$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

Bài 5: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $2x - y - 2z - 2 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I thuộc d , I cách (P) một khoảng bằng 2 và (P) cắt (S) theo một đường tròn (C) có bán kính bằng 3.

Hướng dẫn: Giả sử $I(-t;2t-1;t+2) \in d$, R là bán kính của (S), r là bán kính của (C).

Ta có: $d(I,(P)) = 2 \Leftrightarrow |-6t-5| = 6$ hay
$$\begin{cases} t = \frac{1}{6} \\ t = -\frac{11}{6} \end{cases} \cdot R^2 = (d(I,(P)))^2 + r^2 = 13$$

+ Với $t = \frac{1}{6}$, $I\left(-\frac{1}{6}; -\frac{2}{3}; \frac{13}{6}\right)$, (S): $\left(x + \frac{1}{6}\right)^2 + \left(y + \frac{2}{3}\right)^2 + \left(z - \frac{13}{6}\right)^2 = 13$

+ Với $t = -\frac{11}{6}$, $I\left(\frac{11}{6}; -\frac{14}{3}; \frac{1}{6}\right)$, (S): $\left(x - \frac{11}{6}\right)^2 + \left(y + \frac{14}{3}\right)^2 + \left(z - \frac{1}{6}\right)^2 = 13$

Bài 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 2 = 0$. Lập phương trình mặt cầu (S) có tâm nằm trên đường thẳng d có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với (P) và đi qua điểm $A(1; -1; 1)$.

Hướng dẫn:

Gọi I là tâm của (S) . $I \in d \Rightarrow I(1+3t; -1+t; t)$. Bán kính $R = IA = \sqrt{11t^2 - 2t + 1}$.

Mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) nên: $d(I, (P)) = \frac{|5t+3|}{3} = R$

$$\Leftrightarrow 37t^2 - 24t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 & \Rightarrow R = 1 \\ t = \frac{24}{37} & \Rightarrow R = \frac{77}{37} \end{cases}$$

Vì (S) có bán kính nhỏ nhất nên chọn $t = 0$, $R = 1$. Suy ra $I(1; -1; 0)$.

Vậy phương trình mặt cầu (S) : $(x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 1$.

Bài 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z + 10 = 0$; hai đường thẳng $(\Delta_1): \frac{x-2}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$
 $(\Delta_2): \frac{x-2}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{4}$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm thuộc (Δ_1) tiếp xúc với (Δ_2) và mặt phẳng (P) .

Hướng dẫn: $\Delta_1: \begin{cases} x = 2+t \\ y = t \\ z = 1-t \end{cases}$; Δ_2 đi qua điểm $A(2; 0; -3)$ và có VTCP $\vec{u}_2 = (1; 1; 4)$.

Giả sử $I(2+t; t; 1-t) \in \Delta_1$ là tâm và R là bán kính của mặt cầu (S) .

Ta có: $\vec{AI} = (t; t; 4-t)$ $[\vec{AI}, \vec{u}_2] = (5t-4; 4-5t; 0)$ $d(I, \Delta_2) = \frac{[\vec{AI}, \vec{u}_2]}{|\vec{u}_2|} = \frac{|5t-4|}{3}$

Hơn nữa, $d(I, (P)) = \frac{|2+t-2t-2(1-t)+10|}{\sqrt{1+4+4}} = \frac{|t+10|}{3}$

(S) tiếp xúc với Δ_2 và (P) $d(I, \Delta_2) = d(I, (P))$ suy ra $|5t-4| = |t+10|$ và $\begin{cases} t = \frac{7}{2} \\ t = -1 \end{cases}$.

Với $t = \frac{7}{2}$, $I(\frac{11}{2}; \frac{7}{2}; -\frac{5}{2})$, $R = \frac{9}{2}$ PT mặt cầu (S) : $\left(x - \frac{11}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{7}{2}\right)^2 + \left(z + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{81}{4}$.

Với $t = -1$, $I(1; -1; 2)$, $R = 3$ PT mặt cầu (S) : $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$

Bài 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tam

giác ABC vuông tại A , đỉnh A trùng với gốc tọa độ O , $B(1; 2; 0)$ và tam giác ABC có diện tích bằng 5. Gọi M là trung điểm của CC' . Biết rằng điểm $A(0; 0; 2)$ và điểm C có tung độ dương. Viết phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $AB'CM$.

Hướng dẫn: Ta có: $AB = \sqrt{5}$ và $S_{\triangle ABC} = 5$ nên $AC = 2\sqrt{5}$.

Vì $AA' \perp (ABC)$ và $A, B \in (Oxy)$ nên $C \in (Oxy)$.

Gọi $C(x; y; 0)$. $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 0)$, $\overrightarrow{AC} = (x; y; 0)$.

Ta có: $\begin{cases} AB \perp AC \\ AC = 2\sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = 0 \\ x^2 + y^2 = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 2 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \end{cases}$. Vì $y_C > 0$ nên $C(-4; 2; 0)$.

Do $\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AA'}$ nên $C(-4; 2; 2)$, $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AA'}$ suy ra $B(1; 2; 2)$ và M là trung điểm CC' nên $M(-4; 2; 1)$.

PT mặt cầu (S) đi qua A, B', C' và M có dạng: $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2by + 2cz + d = 0$

$$\begin{cases} A(0; 0; 0) \in (S) \\ B'(1; 2; 2) \in (S) \\ C'(-4; 2; 2) \in (S) \\ M(-4; 2; 1) \in (S) \end{cases} \Leftrightarrow a = \frac{3}{2}; b = -\frac{3}{2}; c = -\frac{3}{2}; d = 0 \quad (\text{thỏa } a^2 + b^2 + c^2 - d > 0)$$

Vậy phương trình mặt cầu (S) là: $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 3x - 3y - 3z = 0$.

Dạng 5: Vị trí tương đối hai mặt phẳng, hai đường thẳng, đường thẳng và mặt phẳng, đường thẳng và mặt cầu, mặt phẳng và mặt cầu.

Một số lưu ý khi giải toán

- Cần nhớ và sử dụng thành thạo các công thức tính khoảng cách từ 1 điểm đến mặt phẳng, khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song.

- Áp dụng lý thuyết về sự tương đối của đường thẳng, mặt phẳng, mặt cầu.

Ví dụ minh họa

Bài 1: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, tìm m để hai mặt phẳng $(P): 5x + y - 3z - 2 = 0, (Q): 2x + my - 3z + 1 = 0$ vuông góc với nhau.

Hướng dẫn: Hai mặt phẳng $(P): 5x + y - 3z - 2 = 0, (Q): 2x + my - 3z + 1 = 0$ có véc tơ pháp tuyến lần lượt là $\overrightarrow{n_P} = (5, 1, -3), \overrightarrow{n_Q} = (2, m, -3)$

Để $(P) \perp (Q)$ thì $\overrightarrow{n_P} \perp \overrightarrow{n_Q}$. Từ đó suy ra $\overrightarrow{n_P} \cdot \overrightarrow{n_Q} = 0$ và giá trị m cần tìm là $m = -19$.

Bài 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z - 4 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$. Chứng minh rằng mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn. Xác định tọa độ tâm và tính bán kính của đường tròn đó.

Hướng dẫn:

Mặt cầu có I (1; 2; 3); $R = \sqrt{1+4+9+11} = 5$; $d(I; (P)) = \frac{|2(1) - 2(2) - 3 - 4|}{\sqrt{4+4+1}} = 3 < R = 5$.

Vậy (P) cắt (S) theo đường tròn (C)

Phương trình d qua I, vuông góc với (P) :
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$$

Gọi J là tâm, r là bán kính đường tròn (C). $J \in d \Rightarrow J(1 + 2t; 2 - 2t; 3 - t)$

$$J \in (P) \Rightarrow 2(1 + 2t) - 2(2 - 2t) - 3 + t - 4 = 0 \Rightarrow t = 1$$

Vậy tâm đường tròn là J (3; 0; 2) , bán kính $r = \sqrt{R^2 - IJ^2} = 4$

Bài 3: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, tìm m để góc tạo bởi hai mặt phẳng $(P): mx + 2y + mz - 12 = 0, (Q): x + my + z + 7 = 0$ có giá trị bằng $\frac{\pi}{4}$.

Hướng dẫn: Hai mặt phẳng $(P): mx + 2y + mz - 12 = 0, (Q): x + my + z + 7 = 0$ có véc tơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_P = (m, 2, m), \vec{n}_Q = (1, m, 1)$

Để góc tạo bởi hai mặt phẳng $(P), (Q)$ bằng $\frac{\pi}{4}$ thì $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{|4m|}{\sqrt{2m^2 + 4}\sqrt{m^2 + 1}}$

Từ đó suy ra $4|m| = m^2 + 2$ và giá trị m cần tìm là $m = \pm 2 \pm \sqrt{2}$

Bài 4: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng

$$(d_1): \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{-2} \text{ và } (d_2): \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{1}.$$

Chứng minh $(d_1), (d_2)$ chéo nhau. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng đó

Hướng dẫn:

Ta có $\vec{a} = (2; 1; -2), \vec{b} = (2; -2; 1)$ lần lượt là các VTCP của (d_1) và (d_2) .

Ta có: $A(2; 1; 3) \in (d_1)$ và $B(3; -1; 1) \in (d_2)$ và $\overline{AB}(1; -2; -2)$.

$$\text{Do đó: } [\vec{a}, \vec{b}] \cdot \overline{AB} = \begin{vmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 21 \neq 0.$$

Suy ra: $\overline{AB}, \vec{a}, \vec{b}$ không đồng phẳng. Vậy (d_1) và (d_2) chéo nhau.

$$\text{Ta có: } [\vec{a}, \vec{b}]^2 = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & -2 \end{vmatrix}^2 = 81 \Rightarrow \|\vec{a}, \vec{b}\| = 9.$$

$$\text{Vậy: } d(d_1, d_2) = \frac{|\overrightarrow{[a, b]} \cdot \overrightarrow{AB}|}{|\overrightarrow{[a, b]}|} = \frac{7}{3}.$$

Bài 5: Trong không gian cho hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt có phương trình là:

$(P): 2x - my + 3z - 6 + m = 0$ và $(Q): (m+3)x - 2y + (5m+1)z - 10 = 0$. Với giá trị nào của m thì hai mặt phẳng đó song song?

Hướng dẫn:

Để hai mặt phẳng song song nhau thì:

$$\frac{2}{m+3} = \frac{m}{2} = \frac{3}{5m+1} \neq \frac{6-m}{10} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 3m - 4 = 0 \\ 5m^2 + m - 6 = 0 \\ 10m \neq 12 - 2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1; m = -4 \\ m = 1; m = -\frac{6}{5} \\ m \neq 1 \end{cases} \Rightarrow \text{vô nghiệm}$$

Vậy không tồn tại giá trị m để hai mặt phẳng (P) và (Q) song song.

Bài 6: Cho hai mặt phẳng (P) và họ mặt phẳng $(Q_{\alpha, \beta})$ có phương trình:

$$(P): x + y + z - 3 = 0; (Q_{\alpha, \beta}): \alpha(x + y - 2z - 5) + \beta(x - 2y + z + 4) = 0$$

Chứng tỏ rằng (P) và $(Q_{\alpha, \beta})$ luôn vuông góc với nhau với mọi α và β .

Hướng dẫn:

Ta có:

$$(P): x + y + z - 3 = 0 \text{ có VTPT là } \vec{n} = (1, 1, 1)$$

$$(Q_{\alpha, \beta}): \alpha(x + y - 2z - 5) + \beta(x - 2y + z + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (Q_{\alpha, \beta}): (\alpha + \beta)x + (\alpha - 2\beta)y - (2\alpha - \beta)z - 5\alpha + 4\beta = 0$$

Khi đó $(Q_{\alpha,\beta})$ có VTPT là: $\vec{n}' = (\alpha + \beta, \alpha - 2\beta, -2\alpha + \beta)$

Ta thấy: $\vec{n} \cdot \vec{n}' = 1(\alpha + \beta) + 1(\alpha - 2\beta) + 1(-2\alpha + \beta) = 0$

Suy ra: $(P) \perp (Q_{\alpha,\beta})$ với mọi α và β (đpcm)

Dạng 6: Bài toán về điểm

Bài 1: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm A(1;2;3) và B(3;4;1). Tìm tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (P): $x - y + z - 1 = 0$ để $\triangle MAB$ là tam giác đều.

Hướng dẫn:

Gọi (Q) là mặt phẳng trung trực của đoạn AB $\Rightarrow (Q): x + y - z - 3 = 0$

Vì d là giao tuyến của (P) và (Q) nên d: $\begin{cases} x = 2; y = t + 1; z = t \end{cases}$

Do $M \in d \Rightarrow M(2; t + 1; t) \Rightarrow AM = \sqrt{2t^2 - 8t + 11}$.

Vì $AB = \sqrt{12}$ nên $\triangle MAB$ đều khi $MA = MB = AB$

$$\Leftrightarrow 2t^2 - 8t - 1 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{4 \pm \sqrt{18}}{2} \Rightarrow M\left(2; \frac{6 \pm \sqrt{18}}{2}; \frac{4 \pm \sqrt{18}}{2}\right)$$

Bài 2: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm A(3;5;4), B(3;1;4). Tìm tọa độ điểm C thuộc mặt phẳng (P): $x - y - z - 1 = 0$ sao cho tam giác ABC cân tại C và có diện tích bằng $2\sqrt{17}$.

Hướng dẫn:

Giả sử: $C(x; y; x - y - 1) \in (P)$. $AB = 4$.

Mà $AC = BC \Rightarrow \sqrt{(x-3)^2 + (y-5)^2 + (x-y-5)^2} = \sqrt{(x-3)^2 + (y-1)^2 + (x-y-5)^2} \Rightarrow y = 3$

Gọi I là trung điểm AB, khi đó $I(3; 3; 4)$.

$$S_{IAB} = 2\sqrt{17} \Rightarrow CI \cdot AB = 4\sqrt{17} \Rightarrow CI = \sqrt{17} \text{ suy ra } \sqrt{(3-x)^2 + (8-x)^2} = \sqrt{17} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 7 \end{cases}$$

+ Với $x = 4 \Rightarrow C(4; 3; 0)$

+ Với $x = 7 \Rightarrow C(7; 3; 3)$.

Bài 3: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm A(0; -2; 1), B(2; 0; 3) và mặt

phẳng $(P): 2x - y - z + 4 = 0$. Tìm điểm M thuộc (P) sao cho $MA = MB$ và $(ABM) \perp (P)$.

Hướng dẫn:

Gọi (Q) là mặt phẳng trung trực của $AB \Rightarrow \vec{n}_Q = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} = (1; 1; 1)$ là một VTPT của (Q) .

Gọi $I(1; -1; 2)$ là trung điểm của AB . Phương trình $(Q): x + y + z - 2 = 0$

Gọi (R) là mặt phẳng qua A, B và vuông góc với (P) . $\vec{n}_R = [\vec{n}_P; \vec{n}_Q] = (0; 3; -3)$ là VTPT của (R) . Phương trình của $(R): y - z + 3 = 0$

Toạ độ của M là nghiệm của hệ:
$$\begin{cases} 2x - y - z + 4 = 0 \\ x + y + z - 2 = 0 \\ y - z + 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow M\left(-\frac{2}{3}; -\frac{1}{6}; \frac{17}{6}\right)$$

Bài 4: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(1; 5; 0), B(3; 3; 6)$ và đường thẳng Δ có phương trình tham số $\begin{cases} x = -1 + 2t; \\ y = 1 - t; \\ z = 2t \end{cases}$. Một điểm M thay đổi trên đường thẳng Δ , xác định vị trí của điểm M để chu vi tam giác MAB đạt giá trị nhỏ nhất

Hướng dẫn:

Gọi P là chu vi của tam giác MAB thì $P = AB + AM + BM$.

Vì AB không đổi nên P nhỏ nhất khi và chỉ khi $AM + BM$ nhỏ nhất.

Điểm $M \in \Delta$ nên $M(-1 + 2t; 1 - t; 2t)$. $AM + BM = \sqrt{(3t)^2 + (2\sqrt{5})^2} + \sqrt{(3t - 6)^2 + (2\sqrt{5})^2}$

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, ta xét hai vector $\vec{u} = (3t; 2\sqrt{5})$ và $\vec{v} = (-3t + 6; 2\sqrt{5})$.

Ta có $|\vec{u}| = \sqrt{(3t)^2 + (2\sqrt{5})^2}$; $|\vec{v}| = \sqrt{(3t - 6)^2 + (2\sqrt{5})^2}$

$\Rightarrow AM + BM = |\vec{u}| + |\vec{v}|$ và $\vec{u} + \vec{v} = (6; 4\sqrt{5}) \Rightarrow |\vec{u} + \vec{v}| = 2\sqrt{29}$

Mặt khác, ta luôn có $|\vec{u}| + |\vec{v}| \geq |\vec{u} + \vec{v}|$ Như vậy $AM + BM \geq 2\sqrt{29}$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\vec{u}, \vec{v}$ cùng hướng $\Leftrightarrow \frac{3t}{-3t + 6} = \frac{2\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} \Leftrightarrow t = 1$

$\Rightarrow M(1; 0; 2)$ và $\min(AM + BM) = 2\sqrt{29}$. Vậy khi $M(1; 0; 2)$ thì $\min P = 2(\sqrt{11} + \sqrt{29})$

Bài 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): x - 3y + 3z - 11 = 0$ và hai điểm $A(3; -4; 5), B(3; 3; -3)$. Tìm điểm $M \in (P)$ sao cho $|MA - MB|$ lớn nhất.

Hướng dẫn:

Nếu A, B ở cùng phía so với (P) thì $|MA - MB| \leq AB$

Nếu A, B ở khác phía so với (P) , ta lấy điểm A' đối xứng với A qua (P) .

Khi đó $MA' = MA \Rightarrow |MA - MB| = |MA' - MB| \leq A'B$

ĐS: $M\left(-\frac{31}{7}; -\frac{5}{7}; \frac{31}{7}\right)$.

Bài 6: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $x - 2y + 2z + 8 = 0$ và các điểm $A(-1; 2; 3)$, $B(3; 0; -1)$. Tìm điểm $M \in (P)$ sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất.

Hướng dẫn:

Gọi I là trung điểm của AB, $I(1; 1; 1)$. Ta có: $MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + \frac{AB^2}{2}$.

Do đó: $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow IM^2$ nhỏ nhất M là hình chiếu vuông góc của I trên (P)

$$\begin{cases} \overrightarrow{IM}, \vec{n}_P \text{ cùng phương} \\ M \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + 2t \\ x - 2y + 2z + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ x = 0 \\ y = 3 \\ z = -1 \end{cases}. \text{ Vậy } M(0; 3; -1).$$

Bài 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $x + y + z - 4 = 0$ và các điểm $A(1; 2; 1)$, $B(0; 1; 2)$. Tìm điểm $M \in (P)$ sao cho $MA^2 + 2MB^2$ nhỏ nhất.

Hướng dẫn:

Gọi G là trọng tâm của $\Delta ABC \Rightarrow G\left(\frac{7}{3}; \frac{8}{3}; 3\right)$; $GA^2 + GB^2 + GC^2 = \frac{56}{9} + \frac{32}{9} + \frac{104}{9} = \frac{64}{3}$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } F &= MA^2 + MB^2 + MC^2 = (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC})^2 \\ &= 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2 + 2\overrightarrow{MG}(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) = 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2 \end{aligned}$$

F nhỏ nhất $\Leftrightarrow MG^2$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của G lên (P)

$$\Leftrightarrow MG = d(G, (P)) = \frac{\left| \frac{7}{3} + \frac{8}{3} - 3 - 4 \right|}{\sqrt{1+1+1}} = \frac{19}{3\sqrt{3}}$$

Vậy F nhỏ nhất bằng $3 \cdot \left(\frac{19}{3\sqrt{3}}\right)^2 + \frac{64}{3} = \frac{553}{9}$ khi M là hình chiếu của G lên (P).

Bài 8: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho 3 điểm $A(3; 1; 1)$, $B(7; 3; 9)$, $C(2; 2; 2)$ và mặt phẳng (P) có phương trình: $x + y + z - 3 = 0$. Tìm trên (P) điểm M sao cho $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất

Hướng dẫn:

Gọi I là điểm thỏa: $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Rightarrow I\left(\frac{23}{6}; \frac{13}{6}; \frac{25}{6}\right)$

$$\text{Ta có: } T = |\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}| = |(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}) + 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) + 3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})| = |6\overrightarrow{MI}| = 6|\overrightarrow{MI}|$$

Do đó: T nhỏ nhất $\Leftrightarrow |\overrightarrow{MI}|$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của I trên (P). Ta tìm được:

$$M\left(\frac{13}{9}; -\frac{2}{9}; \frac{16}{9}\right). \text{ Khi đó } \min T = \frac{43\sqrt{3}}{3}.$$

Bài 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $3x - 3y + 2z + 37 = 0$ và các điểm $A(4;1;5), B(3;0;1), C(-1;2;0)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho biểu thức sau đạt giá trị nhỏ nhất: $S = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA}$

Hướng dẫn:

Giả sử $M(x; y; z) \in (P) \Rightarrow 3x - 3y + 2z + 37 = 0 \quad (1)$

Khi đó $S = 3[(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 - 5]$.

Áp dụng BĐT Bunhiacôpxki cho (1) ta được:

$$\begin{aligned} (-44)^2 &= [3(x-2) - 3(y-1) + 2(z-2)]^2 \leq (9+9+4)[(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2] \\ \Rightarrow (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 &\geq \frac{44^2}{22} = 88. \end{aligned}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-2}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 7 \\ z = -2 \end{cases} \Leftrightarrow M(4; 7; -2).$$

Vậy $\min S = 3 \cdot 88 - 5 = 259$ khi $M(4; 7; -2)$.

Bài 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho các điểm $A(0;1;2), B(-1;1;0)$ và mặt phẳng (P): $x - y + z = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho $\triangle MAB$ vuông cân tại B.

Hướng dẫn:

Giả sử $M(x; y; z) \in (P)$. $\overrightarrow{BA} = (1; 0; 2), \overrightarrow{MB} = (x+1; y-1; z)$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \overrightarrow{M} \in (P) \\ \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \\ \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BM} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1+2z=0 \\ x-y+z=0 \\ (x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-1-\sqrt{10}}{3} \\ y = \frac{-4+\sqrt{10}}{6} \\ z = \frac{-2-\sqrt{10}}{6} \end{cases} \vee \begin{cases} x = \frac{-4+\sqrt{10}}{3} \\ y = \frac{-2+\sqrt{10}}{6} \\ z = \frac{-2+\sqrt{10}}{6} \end{cases}$$

PHẦN D: ỨNG DỤNG GIẢI CÁC BÀI TOÁN HÌNH HỌC KHÔNG GIAN THUẦN TÚY.

Trong đề thi minh họa cũng như đề thi thực nghiệm của bộ giáo dục và đào tạo có xuất hiện các bài toán hình học không gian tổng hợp (cổ điển) mà ở đó lời giải đòi hỏi vận dụng khá phức tạp các kiến thức hình học không gian như: chứng minh quan hệ song song, quan hệ vuông góc, dựng hình để tính góc và khoảng cách, tính thể tích khối đa diện... Việc tiếp cận các lời giải đó một cách nhanh hiệu quả nhất, trong khoảng thời gian ngắn là một khó khăn cho học sinh, thậm chí cả giáo viên, chẳng hạn bài toán tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau. Trong khi đó, nếu bỏ qua yêu cầu bắt buộc phải dựng hình mà chỉ dừng ở mức độ tính toán thì rõ ràng phương pháp tọa độ tỏ ra hiệu

quả hơn vì tất cả mọi tính toán đều đã được công thức hóa. Tất nhiên, không phải bài toán hình học không gian cổ điển nào cũng sử dụng phương pháp tọa độ hóa là tối ưu nhưng với việc thời gian làm bài rất ngắn thì việc kết hợp giữa phương pháp tọa độ hóa và máy tính cầm tay là một sự lựa chọn hàng đầu khi giải quyết các bài toán hình học không gian cổ điển. Nhìn chung, giải bài toán hình học không gian tổng hợp bằng phương pháp tọa độ gồm **ba bước cơ bản** sau đây:

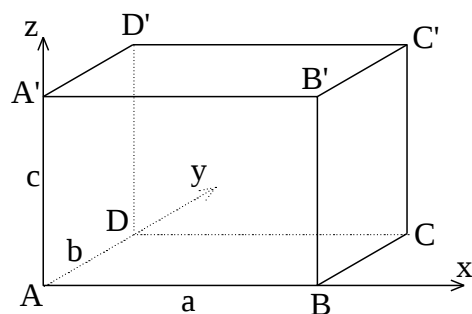
- + **Xây dựng hệ trục tọa độ thích hợp**
- + **Xác định tọa độ các điểm liên quan**
- + **Chuyển bài toán hình không gian tổng hợp về bài toán tương ứng trong không gian tọa độ và vận dụng các công thức thích hợp (chứng minh vuông góc, song song, tính thể tích, góc, khoảng cách...).**

Dưới đây là một số ví dụ minh họa về việc tọa độ hóa một số hình cơ bản.

Ví dụ 1: Tọa độ hoá hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a, BC = b, AA' = c$.

Hướng dẫn

Chọn hệ trục tọa độ $Axyz$ như sau:



* A là gốc tọa độ $\Rightarrow A(0; 0; 0)$

* $Ax^+ \equiv AB, Ay^+ \equiv AD, Az^+ \equiv AA'$

Khi đó căn cứ vào độ dài ta có:

$A(0; 0; 0), \quad B(a; 0; 0)$

$D(0; b; 0), \quad C(a; b; 0)$

$A'(0; 0; c), \quad B'(a; 0; c)$

$D'(0; b; c), \quad C'(a; b; c)$

* So với tọa độ 4 điểm A, B, C, D thì A', B', C', D' chỉ khác là có cao độ $z = c$.

* Với hình lập phương ta chọn hệ trục tọa độ tương tự

Ví dụ 2: Tọa độ hoá hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , đường cao bằng $SO = h$.

Hướng dẫn

Gọi O là tâm của tam giác ABC.

Ta có thể chọn hệ toạ độ Oxyz như sau:(hình vẽ)

$$Ox^+ \equiv OA$$

$$Oz^+ \equiv OS$$

Khi đó, ta có toạ độ các điểm như sau:

$$* O(0; 0; 0)$$

$$* OA = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow A\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}; 0; 0\right)$$

$$* OI = \frac{a\sqrt{3}}{6}, IB = IC = \frac{a}{2} \text{ (hình vẽ)}$$

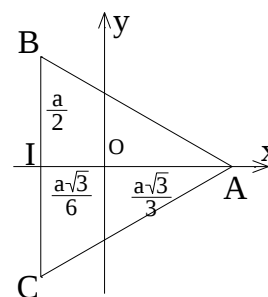
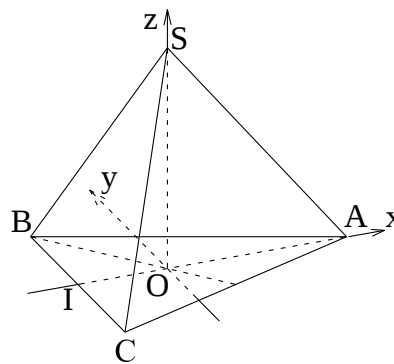
$\Rightarrow$

$$B\left(-\frac{a}{2}; \frac{a\sqrt{3}}{3}; 0\right), C\left(-\frac{a}{2}; -\frac{a\sqrt{3}}{3}; 0\right)$$

$$* S(0; 0; h)$$

Ví dụ 3: Toạ độ hoá hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi với 2 đường chéo vuông tại O góc; $AC = 2a$, $BD = 2b$, đường cao $SO = h$.

Hướng dẫn



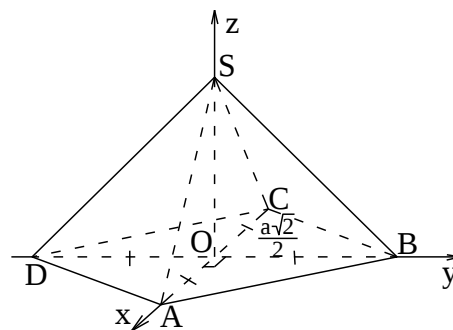
Chọn hệ toạ độ Oxyz hình vẽ:

O tâm hình thoi là gốc toạ độ

$$Ox^+ \equiv OA$$

$$Oy^+ \equiv OB$$

$$Oz^+ \equiv OS.$$



Khi đó, toạ độ các đỉnh là:

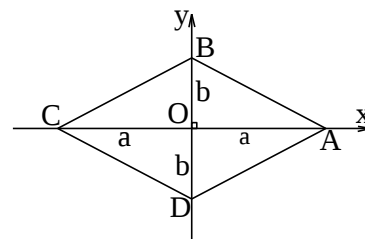
$$* OA = OC = \frac{AC}{2} = a \Rightarrow A(a; 0; 0), C(-a; 0;$$

0)

$$* OB = OD = \frac{BD}{2} = b \Rightarrow B(0; b; 0), D(0; -b;$$

0)

$$* S(0; 0; h)$$

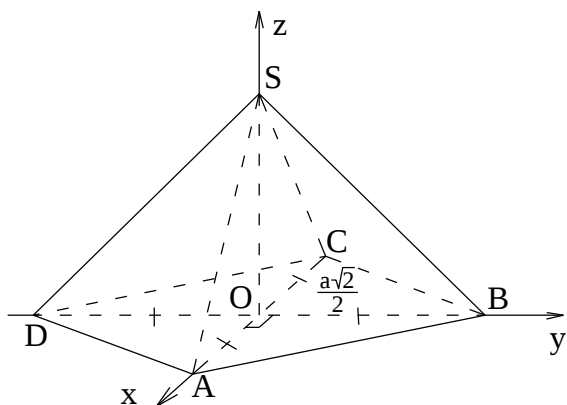


Ví dụ 4: Toạ độ hóa hình chóp đều S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a
 $AC \cap BD = O$ đường cao $SO = h$.

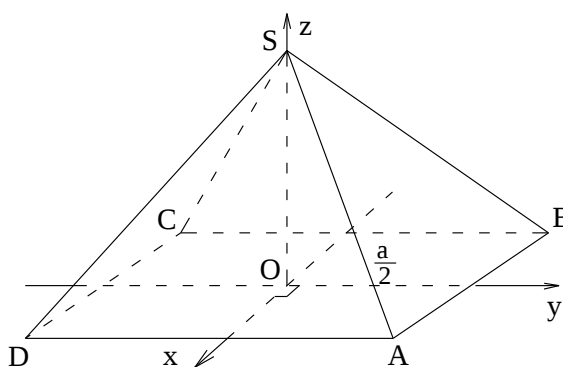
Hướng dẫn

Ta có 2 cách toạ độ hoá hình chóp đều này:

Cách 1



Cách 2



$$OA = OB = OC = OD = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$A\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}; 0; 0\right), B\left(0; \frac{a\sqrt{2}}{2}; 0\right),$$

$$C\left(-\frac{a\sqrt{2}}{2}; 0; 0\right)$$

$$D\left(0; -\frac{a\sqrt{2}}{2}; 0\right), S(0; 0; h)$$

$$OH = OI = OJ = OK = \frac{a}{2}$$

$$A\left(\frac{a}{2}; \frac{a}{2}; 0\right), B\left(\frac{a}{2}; -\frac{a}{2}; 0\right), C\left(-\frac{a}{2}; -\frac{a}{2}; 0\right)$$

$$D\left(-\frac{a}{2}; \frac{a}{2}; 0\right), S(0; 0; h)$$

Ví dụ 5: Toạ độ hoá hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông ở B, cạnh $SA \perp (ABC)$, $BA = a$, $BC = b$, $SA = h$.

Hướng dẫn

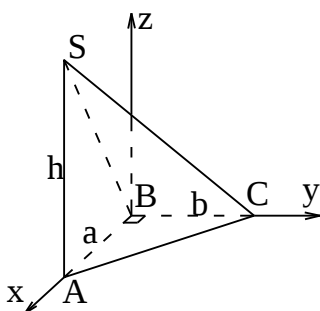
Chọn hệ toạ độ Bxyz như sau: (hình vẽ)

B là gốc toạ độ

$$Bx^+ \equiv BC$$

$$By^+ \equiv BA$$

$$Bz^+ \uparrow \uparrow \overrightarrow{AS}$$



Khi đó, toạ độ các điểm như sau:

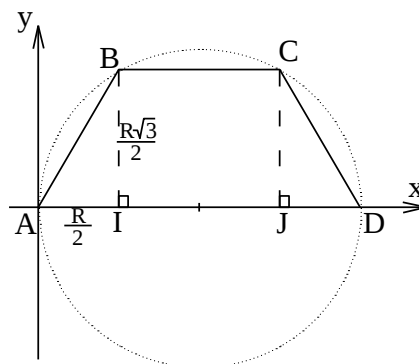
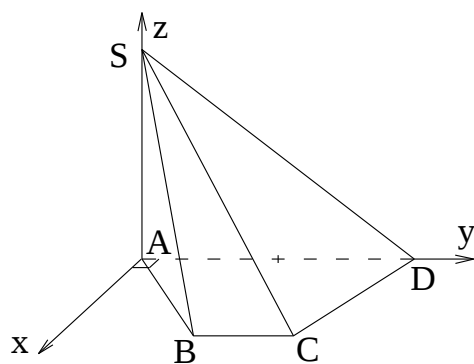
$$B(0; 0; 0), C(a; 0; 0), A(0; b; 0), S(0; b; h)$$

Ví dụ 6: Cho hình chóp S.ABCD với đáy ABCD là nửa hình lục giác đều, AB là đáy lớn $SA \perp (ABCD)$, $SA = AB$. Hãy toạ độ hoá hình chóp đó.

Hướng dẫn

Chú ý rằng nửa lục giác đều là một hình thang cân.

Đặt $AB = 2R \Rightarrow AD = DC = CB = R$, theo giả thiết $SA = 2R$.



Chọn hệ tọa độ Axyz như sau: (hình vẽ) A là gốc tọa độ, $Ax^+ \equiv AB, Az^+ \equiv AS$

Khi đó, tọa độ các điểm như sau:

$$* A(0; 0; 0) \quad B(2R; 0; 0)$$

$$* AI = AD \cdot \cos 60^\circ = \frac{R}{2}, AJ = AI + IJ = \frac{3R}{2}, AK = DI = AD \cdot \sin 60^\circ = \frac{R\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow D\left(\frac{R}{2}; \frac{R\sqrt{3}}{2}; 0\right), C\left(\frac{3R}{2}; \frac{R\sqrt{3}}{2}; 0\right)$$

$$* S(0; 0; 2R).$$

Một số bài tập minh họa

Bài 1: Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' cạnh bằng 1.

- Chứng minh rằng hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(C'BD)$ song song với nhau. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng này;
- Chứng minh $A'C$ vuông góc với mặt phẳng $(AB'D')$ và $A'C$ vuông góc với IJ (I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh BB' và AD);
- Gọi K là trung điểm của cạnh CC' . Chứng minh rằng hai mặt phẳng $(A'BD)$ và (KBD) vuông góc nhau.

Giải

Do các cạnh AB, AD, AA' đôi một vuông góc nhau nên ta chọn hệ trục Oxyz sao cho:

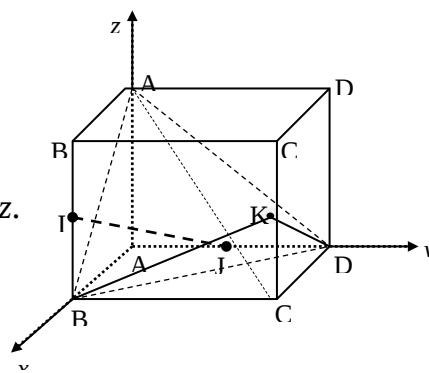
$O \equiv A$, tia $AB \equiv$ tia Ox , tia $AD \equiv$ tia Oy , tia $AA' \equiv$ tia Oz .

Khi đó, ta có:

$$A(0;0;0), B(1;0;0), D(0;1;0), A'(0;0;1),$$

$$C(1;1;0), B'(1;0;1), D'(0;1;1), C'(1;1;1)$$

a). Chứng minh $(AB'D')$ và $(C'BD)$ song song với nhau. Khoảng cách giữa chúng.



Để dàng thiết lập được phương trình của hai mặt phẳng:

$$(AB'D'): x + y - z = 0 \text{ và } (C'BD): x + y - z - 1 = 0.$$

$$\text{Do đó } (AB'D') \parallel (C'BD) \text{ và } d((AB'D'), (C'BD)) = d(A, (C'BD)) = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

b). Chứng minh $A'C$ vuông góc với mặt phẳng $(AB'D')$ và $A'C$ vuông góc với IJ

Ta có $\overrightarrow{A'C} = (1; 1; -1)$ chính là một vectơ pháp tuyến của $(AB'D')$: $x + y - z = 0$, do đó $A'C \perp (AB'D')$.

Mặt khác, I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh BB' và AD nên $I(1; 0; \frac{1}{2})$, $J(0; \frac{1}{2}; 0)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{IJ} = (-1; \frac{1}{2}; -\frac{1}{2}) \Rightarrow \overrightarrow{IJ} \cdot \overrightarrow{A'C} = (-1) \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 1 + (-\frac{1}{2}) \cdot (-1) = 0 \Rightarrow A'C \perp IJ.$$

c). Chứng minh hai mặt phẳng $(A'BD)$ và (KBD) vuông góc nhau

Ta có phương trình mặt phẳng $(A'BD)$ là $x + y + z - 1 = 0$ (VTPT là $\vec{n}_1 = (1; 1; 1)$).

K là trung điểm $CC' \Rightarrow K(1; 1; \frac{1}{2}) \Rightarrow (KBD): x + y - 2z - 1 = 0$ (VTPT là $\vec{n}_2 = (1; 1; -2)$).

$$\text{Để thấy } \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot (-2) = 0 \Rightarrow (A'BD) \perp (KBD).$$

Bài 2: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1 và I là tâm của $ABCD$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của $B'B, CD$ và $A'D'$.

a) Tính góc giữa hai đường thẳng $MP, C'N$ và góc giữa hai mặt phẳng (PAI) , $(DCC'D')$;

b) Tính khoảng cách giữa cặp đường thẳng $A'B, B'D$ và cặp đường thẳng PI, AC' .

Giải

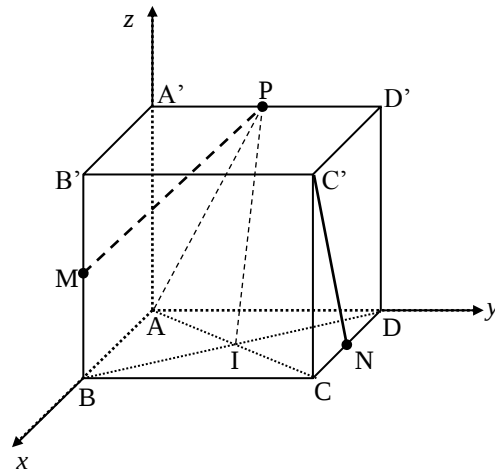
Tương tự ví dụ 1, ta chọn hệ trục $Oxyz$ sao cho:

$O \equiv A$, tia $AB \equiv$ tia Ox , tia $AD \equiv$ tia Oy ,
tia $AA' \equiv$ tia Oz .

Khi đó, ta có:

$A(0; 0; 0)$, $B(1; 0; 0)$, $D(0; 1; 0)$, $A'(0; 0; 1)$,
 $C(1; 1; 0)$, $B'(1; 0; 1)$, $D'(0; 1; 1)$, $C'(1; 1; 1)$.

a) Tính góc giữa hai đường thẳng $MP, C'N$ và góc giữa hai mặt phẳng (PAI) , $(DCC'D')$.



Vì M, N, P lần lượt là trung điểm của $B'B, CD$ và $A'D'$ nên $M(1; 0; \frac{1}{2})$, $N(\frac{1}{2}; 1; 0)$, $P(0; \frac{1}{2}; 1)$.

Khi đó, ta có $\overrightarrow{MP} = (-1; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}), \overrightarrow{C'N} = (-\frac{1}{2}; 0; -1) \Rightarrow \cos(MP, C'N) = \frac{|\overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{C'N}|}{|\overrightarrow{MP}| \cdot |\overrightarrow{C'N}|} = 0$

$\Rightarrow$ góc giữa MP và C'N bằng 90° .

Mặt khác, I là tâm của ABCD $\Rightarrow I(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0)$

$\Rightarrow$ (PAI) có VTPT là $\vec{n} = 4 \cdot [\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AP}] = 4 \cdot (\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{1}{4}) = (2; -2; 1)$

(DCC'D') có VTPT là $\vec{n}' = \overrightarrow{AD} = (0; 1; 0)$

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (PAI) và (DCC'D').

Ta có: $\cos \varphi = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{n}'|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{n}'|} = \frac{2}{3} \Rightarrow \varphi = \arccos \frac{2}{3} \approx 48^\circ 11' 23''$.

b). Tính khoảng cách giữa cặp đường thẳng A'B, B'D và cặp đường thẳng PI, AC'.

Ta có: $\overrightarrow{A'B} = (1; 0; -1), \overrightarrow{B'D} = (-1; 1; -1), \overrightarrow{A'B'} = (1; 0; 0)$

$$\Rightarrow d(A'B, B'D) = \frac{|\overrightarrow{A'B'} \cdot [\overrightarrow{A'B}, \overrightarrow{B'D}]|}{|[\overrightarrow{A'B}, \overrightarrow{B'D}]|} = \frac{\sqrt{6}}{6}.$$

Mặt khác, $\overrightarrow{PI} = (\frac{1}{2}; 0; -1), \overrightarrow{AC'} = (1; 1; 1), \overrightarrow{AP} = (0; \frac{1}{2}; 1)$

$$\Rightarrow d(PI, AC') = \frac{|\overrightarrow{AP} \cdot [\overrightarrow{PI}, \overrightarrow{AC'}]|}{|[\overrightarrow{PI}, \overrightarrow{AC'}]|} = \frac{\sqrt{14}}{28}.$$

□

Bài 3: Cho tứ diện OABC có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc nhau, OA = a, OB = b, OC = c.

- Tính độ dài đường cao của tứ diện kẻ từ đỉnh O;
- Chứng minh tam giác ABC có ba góc đều nhọn;
- Gọi α, β, γ lần lượt là góc giữa (ABC) và các mặt phẳng (OBC), (OCA), (OAB).

Chứng minh rằng: $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$.

Giải

Chọn hệ trục tọa độ Oxyz sao cho tia OA $\equiv$ tia Ox, tia OB $\equiv$ tia Oy, tia OC $\equiv$ tia Oz.

Khi đó: A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c).

a) Tính độ dài đường cao của tứ diện kẻ từ đỉnh O.

Dễ thấy phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \Leftrightarrow bcx + cay + abz - abc = 0$.

Độ dài h của đường cao của tứ diện kẻ từ đỉnh O là khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC):

$$h = d(O, (ABC)) = \frac{|-abc|}{\sqrt{(ab)^2 + (bc)^2 + (ca)^2}} = \frac{abc}{\sqrt{(ab)^2 + (bc)^2 + (ca)^2}}.$$

b) Chứng minh tam giác ABC có ba góc đều nhọn.

Ta có:

$$\overrightarrow{AB} = (-a; b; 0), \overrightarrow{AC} = (-a; 0; c) \Rightarrow \cos BAC = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{a^2 + c^2}} > 0$$

$\Rightarrow BAC$ nhọn.

$$\text{Tương tự, } \cos ABC = \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \frac{b^2}{\sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{b^2 + c^2}} > 0 \Rightarrow ABC \text{ nhọn.}$$

$$\cos ACB = \cos(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = \frac{c^2}{\sqrt{a^2 + c^2} \cdot \sqrt{b^2 + c^2}} > 0 \Rightarrow ACB \text{ nhọn.}$$

Vậy tam giác ABC có ba góc đều nhọn.

c). Chứng minh $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$.

Với α, β, γ lần lượt là góc giữa (ABC)

và các mặt phẳng (OBC), (OCA), (OAB).

Dễ thấy các mặt phẳng (ABC), (OBC), (OCA), (OAB) có VTPT lần lượt là

$$\vec{n} = (bc; ca; ab), \vec{i} = (1; 0; 0), \vec{j} = (0; 1; 0), \vec{k} = (0; 0; 1).$$

Do đó

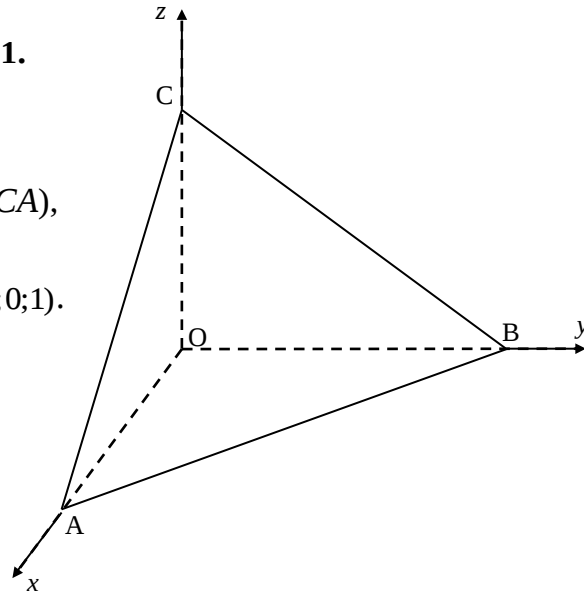
$$\cos \alpha = \frac{bc}{\sqrt{(bc)^2 + (ca)^2 + (ab)^2}},$$

$$\cos \beta = \frac{ca}{\sqrt{(bc)^2 + (ca)^2 + (ab)^2}},$$

$$\cos \gamma = \frac{ab}{\sqrt{(bc)^2 + (ca)^2 + (ab)^2}}.$$

$$\text{Suy ra: } \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1.$$

□



Bài 4: Cho hình chóp S.ABC có $SC = CA = AB = a\sqrt{2}$, $SC \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại A. Các điểm M, N lần lượt di động trên tia AS và CB sao cho $AM = CN = t$ ($0 < t < 2a$).

a) Tính độ dài đoạn MN theo a và t. Tìm t sao cho MN ngắn nhất;

b) Khi đoạn MN ngắn nhất, chứng minh MN là đường vuông góc chung của BC và SA.

Giải

Tại vị trí điểm A hoặc điểm C ta nhận thấy đã có một cặp cạnh vuông góc ($AB \perp AC$, $CS \perp CA$, $CS \perp CB$) nhưng chưa đạt đủ điều kiện cần thiết là phải có ba cạnh đôi một vuông góc cùng xuất phát từ một đỉnh, do đó ta *dựng đường thẳng qua A và vuông góc với (ABC)* (đường thẳng này song song với SC).

Khi đó, chọn hệ trục Oxyz như hình vẽ, với

$$A \equiv O(0;0;0), B(a\sqrt{2};0;0),$$

$$C(0; a\sqrt{2};0), S(0; a\sqrt{2};a\sqrt{2}).$$

a). Tính độ dài đoạn MN theo a và t.

Tìm t sao cho MN ngắn nhất.

Theo giả thiết M thuộc tia AS và $AM = t$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{t}{2a} \overrightarrow{AS} \Rightarrow M(0; \frac{t\sqrt{2}}{2}; \frac{t\sqrt{2}}{2})$$

Tương tự, N thuộc tia CB và $CN = t$

$$\Rightarrow \overrightarrow{CN} = \frac{t}{2a} \overrightarrow{CB} \Rightarrow N(\frac{t\sqrt{2}}{2}; a\sqrt{2} - \frac{t\sqrt{2}}{2}; 0).$$

$$\text{Vậy ta có } MN = \sqrt{\frac{t^2}{2} + (a\sqrt{2} - \frac{t\sqrt{2}}{2})^2 + \frac{t^2}{2}} = \sqrt{2a^2 - 4at + 3t^2}.$$

$$\text{Hơn nữa, } MN = \sqrt{2a^2 - 4at + 3t^2} = \sqrt{(\sqrt{3}t - \frac{2a}{\sqrt{3}})^2 + \frac{2a^2}{3}} \geq \frac{a\sqrt{6}}{3}, \text{ dấu đẳng thức xảy ra khi}$$

$$t = \frac{2a}{3} \text{ (thỏa } 0 < t < 2a). \text{ Vậy } MN_{\min} = \frac{a\sqrt{6}}{3} \Leftrightarrow t = \frac{2a}{3}.$$

b) Khi đoạn MN ngắn nhất, chứng minh MN là đường vuông góc chung của BC và SA.

$$\text{Khi MN ngắn nhất, ta có } t = \frac{2a}{3} \text{ nên } M(0; \frac{a\sqrt{2}}{3}; \frac{a\sqrt{2}}{3}), N(\frac{a\sqrt{2}}{3}; \frac{2a\sqrt{2}}{3}; 0)$$

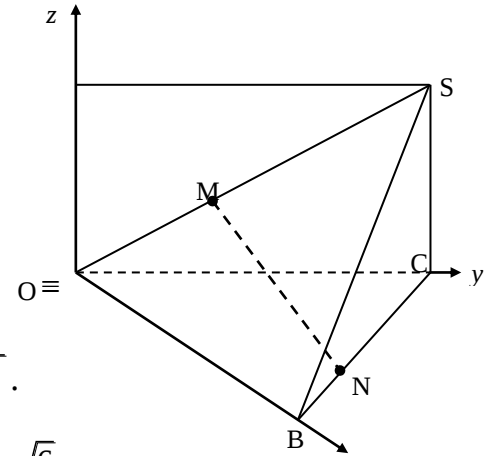
$$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = (\frac{a\sqrt{2}}{3}; \frac{a\sqrt{2}}{3}; -\frac{a\sqrt{2}}{3})$$

$$\text{Mặt khác } \overrightarrow{AS} = (0; a\sqrt{2}; a\sqrt{2}), \overrightarrow{CB} = (a\sqrt{2}; -a\sqrt{2}; 0)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{AS} = \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{CB} = 0 \Rightarrow MN \perp AS, MN \perp CB$$

hay MN là đường vuông góc chung của SA và BC.

Bài 5: (Đề thi Cao đẳng năm 2009). Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có $AB = a$, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB và CD. Chứng minh rằng đường thẳng MN vuông góc với đường thẳng SP. Tính theo a thể tích của khối tứ diện AMNP.



Giải

Gọi O là tâm của ABCD. Chọn hệ trục Oxyz như hình vẽ với z

$$O(0;0;0), C(\frac{a\sqrt{2}}{2};0;0), A(-\frac{a\sqrt{2}}{2};0;0), D(0;\frac{a\sqrt{2}}{2};0),$$

$$B(0;-\frac{a\sqrt{2}}{2};0), S(0;0;\frac{a\sqrt{6}}{2}) \quad (SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}).$$

M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh

$$SA, SB \text{ và } CD \Rightarrow M(-\frac{a\sqrt{2}}{4};0;\frac{a\sqrt{6}}{4}),$$

$$N(0;-\frac{a\sqrt{2}}{4};\frac{a\sqrt{6}}{4}), P(\frac{a\sqrt{2}}{4};\frac{a\sqrt{2}}{4};0).$$

Khi đó

$$\overrightarrow{MN} = (\frac{a\sqrt{2}}{4};-\frac{a\sqrt{2}}{4};0),$$

$$\overrightarrow{SP} = (\frac{a\sqrt{2}}{4};\frac{a\sqrt{2}}{4};-\frac{a\sqrt{6}}{2}) \Rightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{SP} = \frac{2a^2}{16} - \frac{2a^2}{16} + 0 \cdot (-\frac{a\sqrt{6}}{2}) = 0 \Rightarrow MN \perp SP.$$

Mặt khác, ta lại có

$$\overrightarrow{AM} = (\frac{a\sqrt{2}}{4};0;\frac{a\sqrt{6}}{4}), \overrightarrow{AP} = (\frac{3a\sqrt{2}}{4};\frac{a\sqrt{2}}{4};0), \overrightarrow{AN} = (\frac{a\sqrt{2}}{2};-\frac{a\sqrt{2}}{4};\frac{a\sqrt{6}}{4})$$

$$\Rightarrow [\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AP}] \cdot \overrightarrow{AN} = -\frac{a^3\sqrt{6}}{8} \neq 0 \Rightarrow V_{AMNP} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AP}] \cdot \overrightarrow{AN}| = \frac{a^3\sqrt{6}}{48}.$$

Bài 6: (ĐH khối D – 2007). Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang, $ABC = BAD = 90^\circ$, $BA = BC = a$, $AD = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên SB.

Chứng minh tam giác SCD vuông và tính khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SCD).

Giải

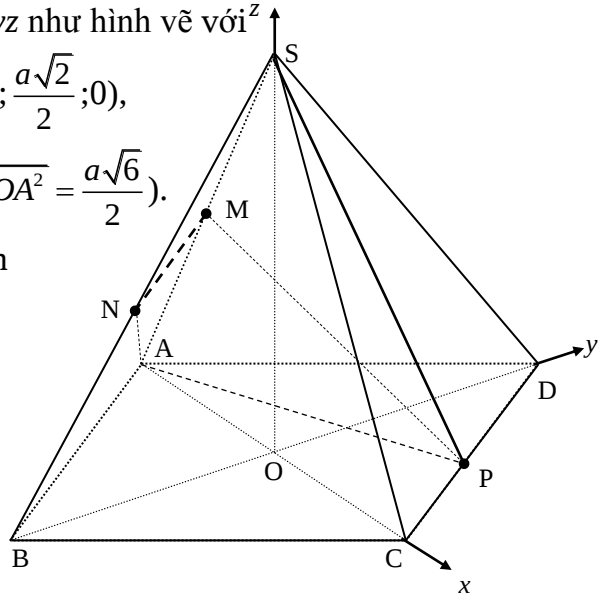
Chọn hệ trục tọa độ Oxyz như hình vẽ, với $A \equiv O(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $D(0;2a;0)$, $C(a;a;0)$, $S(0;0;a\sqrt{2})$. Khi đó $\overrightarrow{SC} = (a;a;-a\sqrt{2})$, $\overrightarrow{CD} = (-a;a;0) \Rightarrow \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{CD} = 0 \Rightarrow SC \perp CD$, hay tam giác SCD vuông tại C.

$$\text{Mặt khác (SCD) có VTPT là } [\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{CD}] = (a^2\sqrt{2}; a^2\sqrt{2}; 2a^2)$$

$$\Rightarrow (SCD): 1 \cdot (x-a) + 1 \cdot (y-a) + \sqrt{2} \cdot (z-0) = 0$$

$$\text{hay (SCD): } x + y + \sqrt{2}z - 2a = 0.$$

Đường thẳng SB có phương trình tham số là



$$\begin{cases} x = a + t \\ y = 0 \\ z = -\sqrt{2}t \end{cases}$$

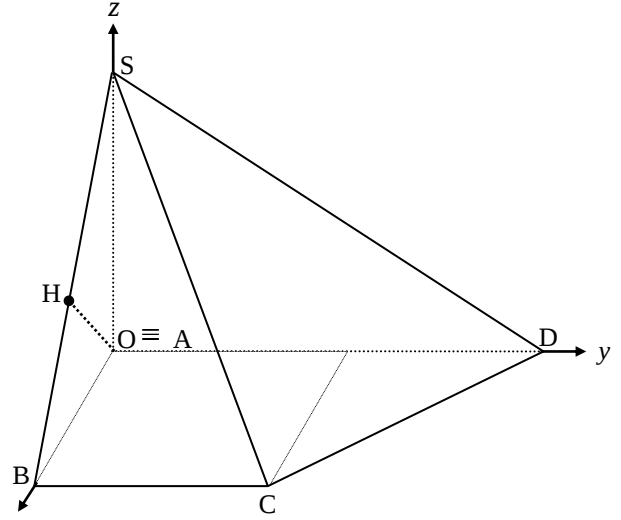
$$H \in SB \Rightarrow H(a+t; 0; -\sqrt{2}t).$$

$$AH \perp SB \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{SB} = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{a}{3}.$$

$$\text{Vậy } H\left(\frac{2a}{3}; 0; \frac{a\sqrt{2}}{3}\right).$$

Từ đó suy ra khoảng cách từ H đến (SCD) là

$$d(H, (SCD)) = \frac{\left| \frac{2a}{3} + \frac{2a}{3} - 2a \right|}{\sqrt{1+1+2}} = \frac{a}{3}.$$



□

Bài 7: (ĐH khối D – 2008). Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC vuông, $AB = BC = a$, cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của BC . Tính theo a thể tích của khối lăng trụ đã cho và khoảng cách giữa hai đường thẳng $AM, B'C$.

Giải

Từ giả thiết ta có tam giác đáy ABC vuông cân tại B , kết hợp với tính chất của lăng trụ đứng, ta chọn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ, với $B \equiv O(0;0;0)$, $C(a;0;0)$, $A(0;a;0)$, $B'(0;0;a\sqrt{2})$.

$$\text{Dễ thấy } V_{ABC.A'B'C'} = BB' \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot BA \cdot BC\right) = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}.$$

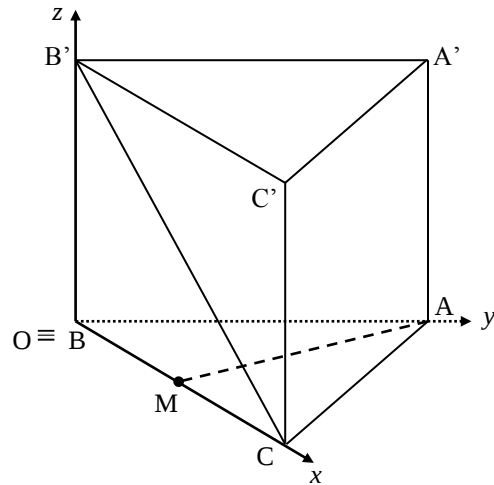
Bây giờ ta tính khoảng cách giữa AM và $B'C$.
 M là trung điểm của BC

$$\Rightarrow M\left(\frac{a}{2}; 0; 0\right) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = \left(\frac{a}{2}; -a; 0\right)$$

$$\text{Mặt khác, } \overrightarrow{B'C} = (a; 0; -a\sqrt{2}) \Rightarrow [\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{B'C}] = (a^2\sqrt{2}; \frac{a^2\sqrt{2}}{2}; a^2).$$

$$\text{Lại có } \overrightarrow{AC} = (a; -a; 0) \Rightarrow d(AM, B'C) = \frac{[\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{B'C}] \cdot \overrightarrow{AC}}{[\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{B'C}]} = \frac{\frac{a^3\sqrt{2}}{2}}{\frac{a^2\sqrt{7}}{\sqrt{2}}} = \frac{a\sqrt{7}}{7}.$$

□



Bài 8: (ĐH khối B – 2007). Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Gọi E là điểm đối xứng của D qua trung điểm của SA , M là trung điểm của AE , N là trung điểm của BC . Chứng minh MN vuông góc với BD và tính (theo a) khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và AC .

Giải

Gọi O là tâm của đáy $ABCD$.

Vì hình chóp đã cho là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$.

Ta chọn hệ trục $Oxyz$ với O là gốc tọa độ,
tia $OC \equiv$ tia Ox , tia $OD \equiv$ tia Oy ,
tia $OS \equiv$ tia Oz .

Khi đó ta có

$$O(0;0;0), A(-\frac{a\sqrt{2}}{2};0;0), C(\frac{a\sqrt{2}}{2};0;0),$$

$$B(0;-\frac{a\sqrt{2}}{2};0), D(0;\frac{a\sqrt{2}}{2};0),$$

$$S \in \text{tia } Oz \Rightarrow S(0;0;x) \quad (x > 0).$$

E đối xứng với D qua trung điểm của SA

$$\Rightarrow ADSE \text{ là hình bình hành} \Rightarrow E(-\frac{a\sqrt{2}}{2};-\frac{a\sqrt{2}}{2};x)$$

$$M \text{ là trung điểm của } AE \Rightarrow M(-\frac{a\sqrt{2}}{2};-\frac{a\sqrt{2}}{4};\frac{x}{2})$$

$$N \text{ là trung điểm của } BC \Rightarrow N(\frac{a\sqrt{2}}{4};-\frac{a\sqrt{2}}{4};0) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (\frac{3a\sqrt{2}}{4};0;-\frac{x}{2})$$

$$\text{Mặt khác } \overrightarrow{BD} = (0;a\sqrt{2};0) \Rightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{BD} = 0 \Rightarrow MN \perp BD.$$

$$\text{Lại có } \overrightarrow{AC} = (a\sqrt{2};0;0) \Rightarrow [\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}] = (0;\frac{ax\sqrt{2}}{2};0).$$

$$\text{Mà } \overrightarrow{AN} = (\frac{3a\sqrt{2}}{4};-\frac{a\sqrt{2}}{4};0) \Rightarrow d(MN, AC) = \frac{[\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AN}}{[\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}]} = \frac{\frac{a^2x}{4}}{\frac{ax\sqrt{2}}{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{4}.$$

□

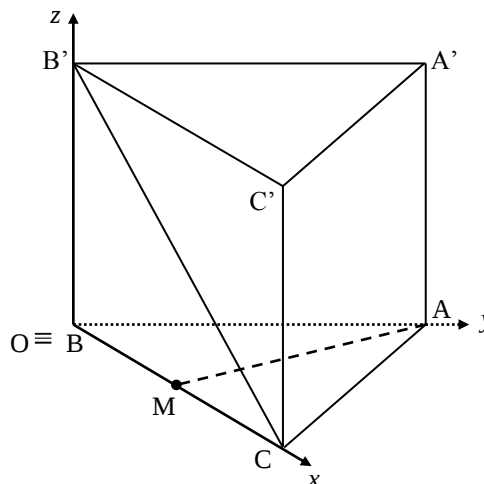
Bài 9: (ĐH khối B – 2007). Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Gọi E là điểm đối xứng của D qua trung điểm của SA , M là trung điểm của AE , N là trung điểm của BC . Chứng minh MN vuông góc với BD và tính (theo a) khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và AC .

Giải

Gọi O là tâm của đáy $ABCD$.

Vì hình chóp đã cho là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$.

Ta chọn hệ trục $Oxyz$ với O là gốc tọa độ,



tia $OC \equiv$ tia Ox , tia $OD \equiv$ tia Oy ,
tia $OS \equiv$ tia Oz .

Khi đó ta có

$$O(0;0;0), A(-\frac{a\sqrt{2}}{2};0;0), C(\frac{a\sqrt{2}}{2};0;0),$$

$$B(0;-\frac{a\sqrt{2}}{2};0), D(0;\frac{a\sqrt{2}}{2};0),$$

$$S \in \text{tia } Oz \Rightarrow S(0;0;x) \quad (x > 0).$$

E đối xứng với D qua trung điểm của SA

$$\Rightarrow ADSE \text{ là hình bình hành} \Rightarrow E(-\frac{a\sqrt{2}}{2};-\frac{a\sqrt{2}}{2};x)$$

$$M \text{ là trung điểm của } AE \Rightarrow M(-\frac{a\sqrt{2}}{2};-\frac{a\sqrt{2}}{4};\frac{x}{2})$$

$$N \text{ là trung điểm của } BC \Rightarrow N(\frac{a\sqrt{2}}{4};-\frac{a\sqrt{2}}{4};0) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (\frac{3a\sqrt{2}}{4};0;-\frac{x}{2})$$

$$\text{Mặt khác } \overrightarrow{BD} = (0;a\sqrt{2};0) \Rightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{BD} = 0 \Rightarrow MN \perp BD.$$

$$\text{Lại có } \overrightarrow{AC} = (a\sqrt{2};0;0) \Rightarrow [\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}] = (0;\frac{ax\sqrt{2}}{2};0).$$

$$\text{Mà } \overrightarrow{AN} = (\frac{3a\sqrt{2}}{4};-\frac{a\sqrt{2}}{4};0) \Rightarrow d(MN, AC) = \frac{|\overrightarrow{AN} \cdot [\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}]|}{\|[\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}]\|} = \frac{\frac{a^2x}{4}}{\frac{ax\sqrt{2}}{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{4}.$$

□

Bài 10: (ĐH khối D – 2010). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA = a$; hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm H thuộc đoạn AC , $AH = \frac{AC}{4}$. Gọi CM là đường cao của tam giác SAC . Chứng minh M là

trung điểm của SA và tính thể tích khối tứ diện $SMBC$ theo a .

Giải

Chọn hệ trục $Oxyz$ với A là gốc tọa độ,

tia AB là tia Ox , tia AD là tia Oy ,

tia Oz là tia Az song song và cùng hướng với tia HS .

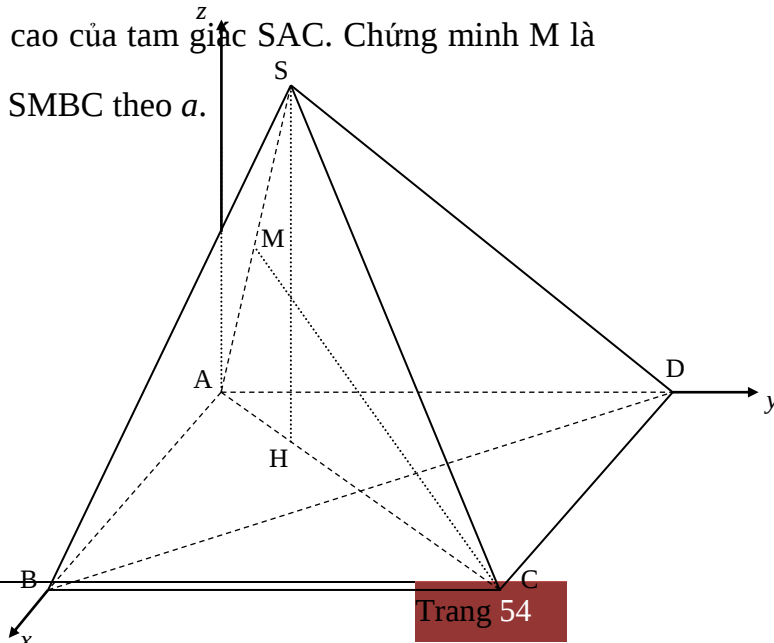
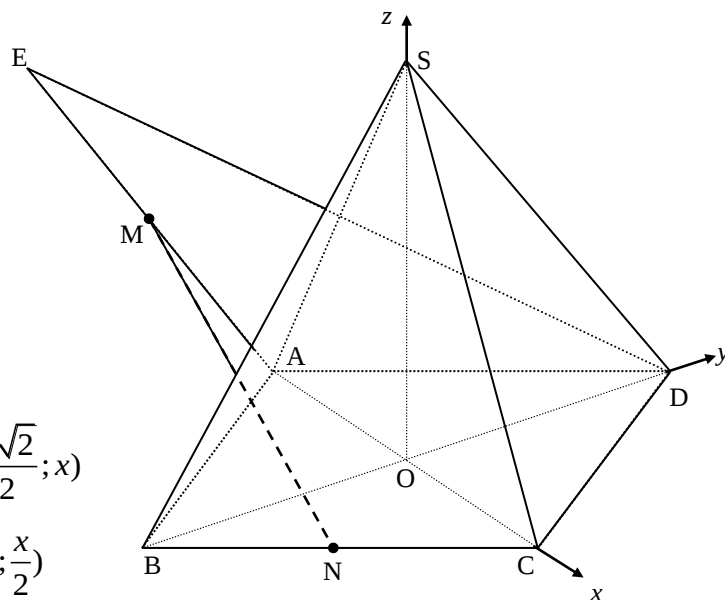
Ta có

$$A(0;0;0), B(a;0;0), C(a;a;0), D(0;a;0).$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AH} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} \Rightarrow H(\frac{a}{4};\frac{a}{4};0)$$

Theo giả thiết $SH \perp (ABCD)$,

Trần Thông sưu tầm và biên soạn



$$AH = \frac{AC}{4} = \frac{a\sqrt{2}}{4}, SA = a$$

$$\Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{14}}{4}$$

$$\Rightarrow S\left(\frac{a}{4}; \frac{a}{4}; \frac{a\sqrt{14}}{4}\right)$$

$$\text{Vậy ta có } SC = \sqrt{\left(a - \frac{a}{4}\right)^2 + \left(a - \frac{a}{4}\right)^2 + \left(-\frac{a\sqrt{14}}{4}\right)^2} = a\sqrt{2} = CA \Rightarrow \Delta SAC \text{ cân tại } C \text{ nên}$$

$$\text{đường cao CM cũng là đường trung tuyến} \Rightarrow M \text{ là trung điểm của } SA \Rightarrow M\left(\frac{a}{8}; \frac{a}{8}; \frac{a\sqrt{14}}{8}\right).$$

Vì M là trung điểm SA nên $V_{SMBC} = V_{AMBC}$.

Ta có:

$$\overrightarrow{AB} = (a; 0; 0), \overrightarrow{AC} = (a; a; 0), \overrightarrow{AM} = \left(\frac{a}{8}; \frac{a}{8}; \frac{a\sqrt{14}}{8}\right)$$

$$\Rightarrow V_{SMBC} = V_{AMBC} = \frac{1}{6} \left| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AM} \right| = \frac{a^3 \sqrt{14}}{48}.$$

□

Bài 11: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60° . Gọi G là trọng tâm tam giác $A'BC$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho và bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện GABC theo a .

Giải

Gọi O là trung điểm của cạnh BC. Tam giác ABC đều cạnh a nên $AO \perp BC$ và $AO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Chọn hệ trục Oxyz với O là gốc tọa độ, tia $OA \equiv$ tia Ox, tia $OC \equiv$ tia Oy, tia Oz song song

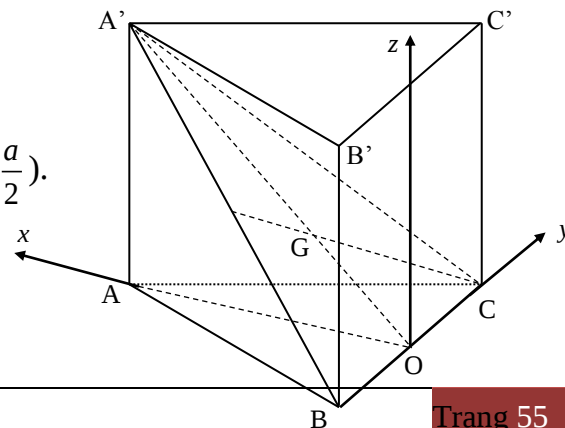
và cùng hướng với tia AA' . Khi đó $A\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; 0; 0\right)$, $B\left(0; -\frac{a}{2}; 0\right)$, $C\left(0; \frac{a}{2}; 0\right)$, $A'\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; 0; \frac{3a}{2}\right)$.

Dễ thấy góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) là góc $A'OA = 60^\circ \Rightarrow AA' = OA \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}$

$$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = \frac{3a}{2} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3 \sqrt{3}}{8}.$$

G là trọng tâm tam giác $A'BC$ nên $G\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}; 0; \frac{a}{2}\right)$.

Bây giờ, ta đi xác định tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện GABC, với



$$G\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}; 0; \frac{a}{2}\right), \quad A\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; 0; 0\right),$$

$$B\left(0; -\frac{a}{2}; 0\right), \quad C\left(0; \frac{a}{2}; 0\right).$$

Giả sử mặt cầu ngoại tiếp tứ diện GABC có phương trình

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2px - 2qy - 2rz + k = 0.$$

Thay lần lượt tọa độ G, A, B, C vào phương trình trên ta có

$$\begin{cases} \frac{a^2}{3} - \frac{a\sqrt{3}}{3}p - ar + k = 0 \\ \frac{3a^2}{4} - a\sqrt{3}p + k = 0 \\ \frac{a^2}{4} + aq + k = 0 \\ \frac{a^2}{4} - aq + k = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p = \frac{a\sqrt{3}}{6} \\ r = -\frac{a}{12} \\ q = 0 \\ k = -\frac{a^2}{4} \end{cases}$$

Vậy mặt cầu ngoại tiếp tứ diện GABC có tâm $I\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}; -\frac{a}{12}; 0\right)$ và bán kính là

$$R = \sqrt{\frac{a^2}{12} + \frac{a^2}{144} + 0 - \left(-\frac{a^2}{4}\right)} = \frac{7a}{12}.$$

□

Bài 12: (ĐH khối A – 2010). Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AD; H là giao điểm của CN và DM. Biết $SH \perp (ABCD)$ và $SH = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp S.CDNM và khoảng cách giữa hai đường thẳng DM và SC theo a .

Giải

$$\text{Dễ thấy } V_{S.CDNM} = V_{S.ABCD} - V_{S.BCM} - V_{S.AMN}$$

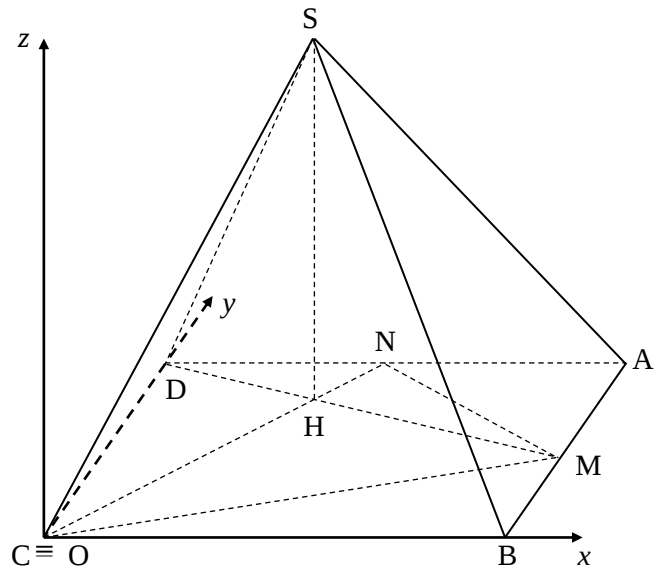
$$= \frac{1}{3}SH.(S_{ABCD} - S_{BCM} - S_{AMN})$$

$$= \frac{1}{3}.a\sqrt{3}\left(a^2 - \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{8}\right) = \frac{5a^3\sqrt{3}}{24}.$$

Bây giờ ta tính khoảng cách giữa hai đường thẳng DM và SC bằng phương pháp tọa độ.

Chọn hệ trục Oxyz như hình vẽ, ta có $C \equiv O(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $D(0;a;0)$, $A(a;a;0)$.

M là trung điểm AB $\Rightarrow M\left(a; \frac{a}{2}; 0\right)$



N là trung điểm $AD \Rightarrow N(\frac{a}{2}; a; 0)$

$H \in (Oxy) \Rightarrow H(x; y; 0)$

$$H = DM \cap CN$$

$\Rightarrow \overrightarrow{CH}, \overrightarrow{CN}$ cùng phương và $\overrightarrow{DH}, \overrightarrow{DM}$ cùng phương

$$\Rightarrow \frac{x}{\frac{a}{2}} = \frac{y}{a} \text{ và } \frac{x}{a} = \frac{y-a}{-\frac{a}{2}} \Rightarrow x = \frac{2a}{5}, y = \frac{4a}{5}. \text{ Vậy } H(\frac{2a}{5}; \frac{4a}{5}; 0) \Rightarrow S(\frac{2a}{5}; \frac{4a}{5}; a\sqrt{3})$$

$$\text{Khi đó, } \overrightarrow{CS} = (\frac{2a}{5}; \frac{4a}{5}; a\sqrt{3}), \overrightarrow{DM} = (a; -\frac{a}{2}; 0) \Rightarrow [\overrightarrow{CS}, \overrightarrow{DM}] = (\frac{a^2\sqrt{3}}{2}; a^2\sqrt{3}; -a^2)$$

$$\text{Mặt khác } \overrightarrow{CM} = (a; \frac{a}{2}; 0) \Rightarrow d(SC, DM) = \frac{[\overrightarrow{CS}, \overrightarrow{DM}] \cdot \overrightarrow{CM}}{[\overrightarrow{CS}, \overrightarrow{DM}]} = \frac{a^3\sqrt{3}}{\frac{a^2\sqrt{19}}{2}} = \frac{2a\sqrt{57}}{19}.$$

□

Bài 13: (ĐH khối D – 2011). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 3a$, $BC = 4a$, mặt phẳng (SBC) vuông góc (ABC) . Biết $SB = 2a\sqrt{3}$ và $\angle SBC = 30^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) theo a .

Giải

Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ S lên BC .

Vì $(SBC) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$.

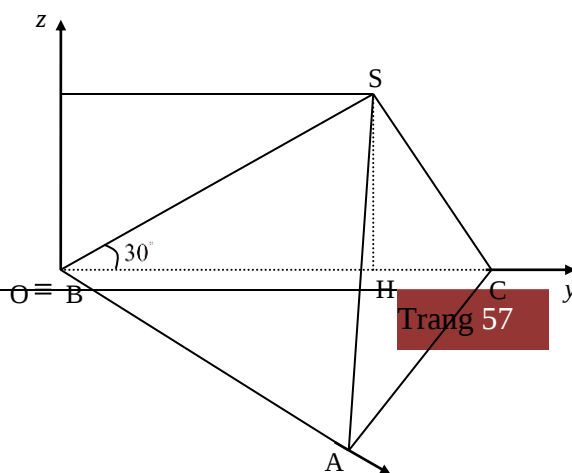
$$\text{Mặt khác } SB = 2a\sqrt{3} \text{ và } \angle SBC = 30^\circ \Rightarrow SH = SB \cdot \sin 30^\circ = a\sqrt{3}, BH = SB \cdot \cos 30^\circ = 3a.$$

$$\text{Dễ thấy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot (\frac{1}{2} \cdot 3a \cdot 4a) = 2a^3\sqrt{3}.$$

Bây giờ ta tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) bằng phương pháp tọa độ.

Chọn hệ trục $Oxyz$ với B là gốc tọa độ, tia BA là tia Ox , tia BC là tia Oy , tia Oz là tia Bz song song và cùng hướng với tia HS .

Khi đó: $B(0;0;0)$, $A(3a;0;0)$, $C(0;4a;0)$, $S(0;3a;a\sqrt{3})$.



$$\Rightarrow \overrightarrow{AS} = (-3a; 3a; a\sqrt{3}), \overrightarrow{AC} = (-3a; 4a; 0)$$

$$\Rightarrow [\overrightarrow{AS}, \overrightarrow{AC}] = (-4a^2\sqrt{3}; -3a^2\sqrt{3}; -3a^2) = -\sqrt{3}a^2 \cdot (4; 3; \sqrt{3})$$

$\Rightarrow$ mặt phẳng (SAC) có phương trình là

$$4(x-3a) + 3(y-0) + \sqrt{3}(z-0) = 0 \Leftrightarrow 4x + 3y + \sqrt{3}z - 12a = 0.$$

Vậy khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) là

$$d(B, (SAC)) = \frac{|-12a|}{\sqrt{4^2 + 3^2 + (\sqrt{3})^2}} = \frac{6a\sqrt{7}}{7}.$$

□

Bài 14: Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' trên $(ABCD)$ trùng với giao điểm của AC và BD . Góc giữa hai mặt phẳng $(ADD'A')$ và $(ABCD)$ bằng 60° . Tính thể tích khối lăng trụ đã cho và khoảng cách từ B' đến mặt phẳng $(A'BD)$ theo a .

Giải

Gọi $I = AC \cap BD$. Ta có $A'I \perp (ABCD)$.

Chọn hệ trục $Oxyz$ với B là gốc tọa độ, tia BA là tia Ox , tia BC là tia Oy , tia Oz là tia Bz song song và cùng hướng với tia IA' .

Khi đó

$$B(0;0;0), A(a;0;0), C(0; a\sqrt{3}; 0),$$

$$D(a; a\sqrt{3}; 0), I\left(\frac{a}{2}; \frac{a\sqrt{3}}{2}; 0\right).$$

A' có hình chiếu lên (Oxy) là I nên

$$A'\left(\frac{a}{2}; \frac{a\sqrt{3}}{2}; z\right) \quad (z > 0).$$

Ta tìm z :

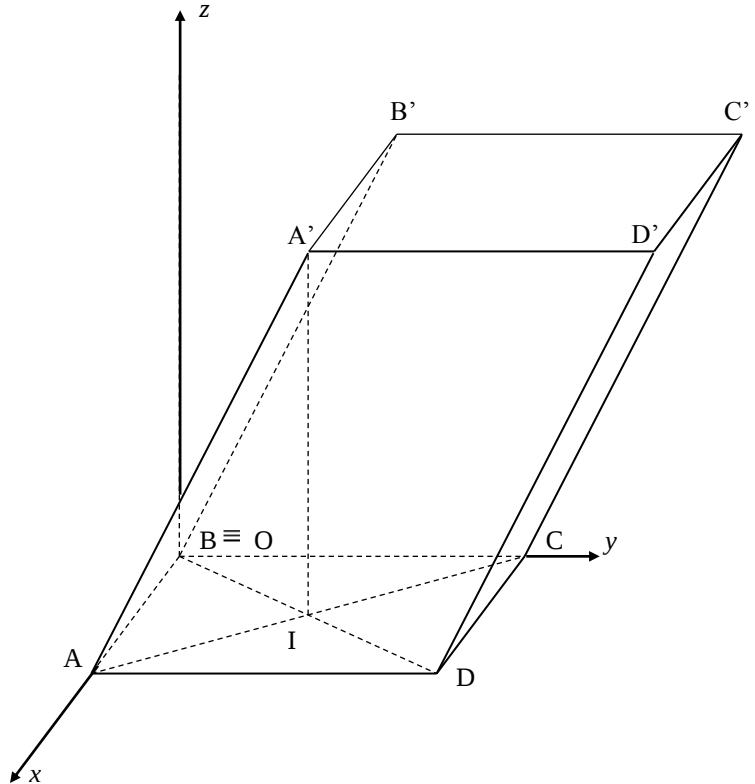
+ Mặt phẳng $(ABCD)$ chính là mặt phẳng (Oxy) nên có VTPT là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

$$+ \overrightarrow{AD} = (0; a\sqrt{3}; 0), \overrightarrow{AA'} = \left(-\frac{a}{2}; \frac{a\sqrt{3}}{2}; z\right)$$

$$\Rightarrow [\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}] = \left(az\sqrt{3}; 0; \frac{a^2\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot (2z; 0; a)$$

$\Rightarrow$ mặt phẳng $(ADD'A')$ có VTPT là $\vec{n} = (2z; 0; a)$.

+ Góc giữa hai mặt phẳng $(ADD'A')$ và $(ABCD)$ bằng 60° nên ta có



$$\frac{|\vec{k} \cdot \vec{n}|}{|\vec{k}| \cdot |\vec{n}|} = \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{a}{\sqrt{4z^2 + a^2}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow z = \frac{a\sqrt{3}}{2} \quad (z > 0).$$

Vậy $A'(\frac{a}{2}; \frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a\sqrt{3}}{2})$.

Do đó $V_{ABCD.A'B'C'D'} = A' I . S_{ABCD} = \frac{a\sqrt{3}}{2} . a . a\sqrt{3} = \frac{3a^3}{2}$.

Mặt phẳng (A'BD) có VTPT là $[\overrightarrow{BA'}, \overrightarrow{BD}] = (-\frac{3a^2}{2}; \frac{a^2\sqrt{3}}{2}; 0) = -\frac{a^2}{2} . (3; -\sqrt{3}; 0)$

$\Rightarrow (A'BD): 3x - \sqrt{3}y = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3}x - y = 0$.

Mặt khác $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AA'} \Rightarrow B'(-\frac{a}{2}; \frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a\sqrt{3}}{2})$

Vậy khoảng cách từ B' đến (A'BD) là $d(B', (A'BD)) = \frac{|\frac{a}{2} \cdot \sqrt{3} - \frac{a\sqrt{3}}{2}|}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Bài 15: (ĐH khối A – 2011). Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB = BC = 2a$; hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với (ABC). Gọi M là trung điểm của AB; mặt phẳng qua SM và song song với BC, cắt AC tại N. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối chóp S.BCNM và khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SN theo a .

Giải

Theo giả thiết (SAB), (SAC) cùng vuông góc với (ABC) nên $SA \perp (ABC)$.

$\Rightarrow$ Góc giữa (SBC) và (ABC) là

$$\angle SBA = 60^\circ.$$

$\Rightarrow SA = AB \cdot \tan 60^\circ = 2a\sqrt{3}$.

Mặt phẳng qua SM, song song BC, cắt AC tại N $\Rightarrow MN \parallel BC \Rightarrow N$ là trung điểm AC.

Do đó tam giác AMN vuông cân tại M.

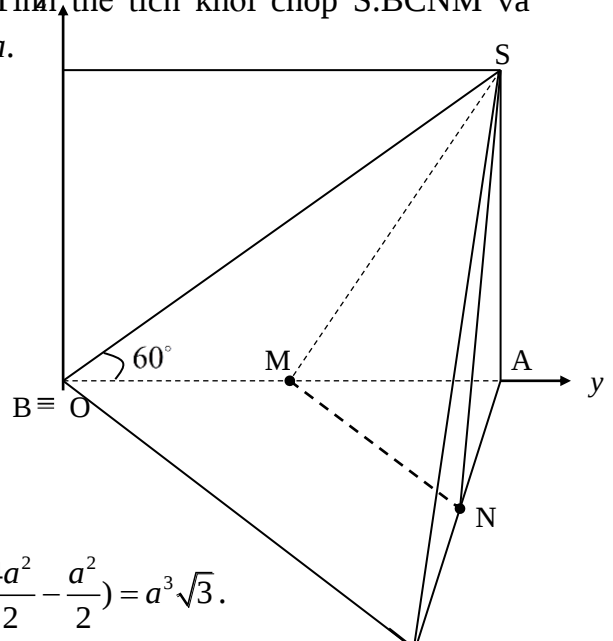
Khi đó, ta có

$$V_{S.BCNM} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{BCNM} = \frac{1}{3} SA \cdot (S_{ABC} - S_{AMN}) = \frac{1}{3} \cdot 2a\sqrt{3} \cdot (\frac{4a^2}{2} - \frac{a^2}{2}) = a^3\sqrt{3}.$$

Bây giờ ta tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB, SN bằng phương pháp tọa độ.

Chọn hệ trục Oxyz như hình vẽ, với B là gốc tọa độ, $C(2a; 0; 0), A(0; 2a; 0), S(0; 2a; 2a\sqrt{3})$.

N là trung điểm AC $\Rightarrow N(a; a; 0) \Rightarrow \overrightarrow{SN} = (a; -a; -2a\sqrt{3})$.



Mặt khác $\overrightarrow{BA} = (0; 2a; 0) \Rightarrow [\overrightarrow{SN}, \overrightarrow{BA}] = (4a^2\sqrt{3}; 0; 2a^2)$.

$$\text{Lại có } \overrightarrow{BN} = (a; a; 0) \Rightarrow d(SN, AB) = \frac{|\overrightarrow{[SN, BA]} \cdot \overrightarrow{BN}|}{\|\overrightarrow{[SN, BA]}\|} = \frac{4a^3\sqrt{3}}{2a^2\sqrt{13}} = \frac{2a\sqrt{39}}{13}.$$

PHẦN C: BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

- Câu 1.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, vectơ đơn vị của trục Ox có tọa độ là
A. $(0;0;1)$. B. $(1; 0; 0)$. C. $(0; 1; 0)$. D. $(0; 1; 1)$.
- Câu 2.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, vectơ đơn vị của trục Oy có tọa độ là
A. $(0;0;1)$. B. $(1; 0; 0)$. C. $(0; 1; 0)$. D. $(0; 1; 1)$.
- Câu 3.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, vectơ đơn vị của trục Oz có tọa độ là
A. $(0;0;1)$. B. $(1; 0; 0)$. C. $(0; 1; 0)$. D. $(0; 1; 1)$.
- Câu 4.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho vectơ $\vec{x}$ thỏa mãn $\vec{x} = 3\vec{i} - \frac{1}{3}\vec{j} + \frac{3}{7}\vec{k}$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{x}$.
A. $\vec{x} = \left(3; -\frac{1}{3}; \frac{3}{7}\right)$. B. $\vec{x} = \left(-3; \frac{1}{3}; -\frac{3}{7}\right)$. C. $\vec{x} = \left(3; \frac{1}{3}; \frac{3}{7}\right)$. D. $\vec{x} = \left(3; \frac{1}{3}; -\frac{3}{7}\right)$.
- Câu 5.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm K thỏa mãn $\overrightarrow{OK} = \frac{3}{7}\vec{i} + \frac{1}{3}\vec{j} - \frac{7}{3}\vec{k}$. Tìm tọa độ điểm K.
A. $K\left(\frac{3}{7}; \frac{1}{3}; \frac{7}{3}\right)$. B. $K\left(-\frac{3}{7}; -\frac{1}{3}; \frac{7}{3}\right)$. C. $K\left(\frac{3}{7}; \frac{1}{3}; -\frac{7}{3}\right)$. D. $K\left(\frac{3}{7}; -\frac{1}{3}; -\frac{7}{3}\right)$.
- Câu 6.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho 3 điểm $A(3;1;0)$, $B(7;7;2)$, $C(1;-2;-1)$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào sai?
A. Ba điểm A, B, C thẳng hàng. B. $|\overrightarrow{AC}| = 14$.
C. $\overrightarrow{OA} = 3\vec{i} + \vec{j}$. D. $\overrightarrow{BC} = (-6; -9; -3)$.
- Câu 7.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho 5 điểm $A(3;2;2)$, $B(-1;-5;13)$, $C(4;2;1)$, $D(6;-1;-3)$, $E(-2;17;-8)$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào đúng?
A. $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AE} = -12$. B. Bốn điểm A,B,C,E đồng phẳng.
C. $\overrightarrow{OD} = 6\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$. D. $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (1; -2; -3)$.
- Câu 8.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai điểm $M\left(\frac{4}{5}; -\frac{1}{5}; 2\right)$, $N\left(7; -\frac{3}{5}; -\frac{1}{5}\right)$.
Tính tọa độ vectơ $\overrightarrow{MN}$.
A. $\overrightarrow{MN} = \left(\frac{31}{5}; -\frac{2}{5}; -\frac{11}{5}\right)$. B. $\overrightarrow{MN} = \left(-\frac{31}{5}; \frac{2}{5}; \frac{11}{5}\right)$.
C. $\overrightarrow{MN} = \left(\frac{39}{5}; -\frac{4}{5}; \frac{9}{5}\right)$. D. $\overrightarrow{MN} = \left(-\frac{39}{5}; \frac{4}{5}; -\frac{9}{5}\right)$.

- Câu 9.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho ba vector $\vec{a} = (1; -1; 2)$, $\vec{b} = (-1; -1; 2)$, $\vec{c} = (1; -1; -2)$. Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.
- A. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$. B. $\cos(\vec{b}, \vec{c}) = -\frac{2}{3}$. C. $\vec{a} \cdot \vec{c} = 2$. D. $\vec{a} \perp \vec{b}$.
- Câu 10.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai vector $\vec{a} = \left(\frac{4}{5}; -\frac{2}{5}; -1\right)$, $\vec{b} = \left(-11; 2; -\frac{1}{3}\right)$.
 Tính tọa độ vector $\vec{m} = 10\vec{a} - 3\vec{b}$.
- A. $\vec{m} = (41; 10; 9)$. B. $\vec{m} = (41; -10; 9)$. C. $\vec{m} = (41; -10; -9)$. D. $\vec{m} = (41; 10; -9)$.
- Câu 11.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai vector $\vec{a} = \left(\frac{4}{5}; -\frac{2}{5}; -1\right)$, $\vec{b} = \left(-11; 2; -\frac{1}{3}\right)$.
 Tính độ dài vector $\vec{m} = 10\vec{a} - 3\vec{b}$.
- A. $|\vec{m}| = 10\sqrt{26}$. B. $|\vec{m}| = 7\sqrt{38}$. C. $|\vec{m}| = 10\sqrt{15}$. D. $|\vec{m}| = 10\sqrt{17}$.
- Câu 12.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai vector $\vec{a} = (1; -2; 4)$, $\vec{b} = (m - 5; m + 7; -5m - 11)$. Để hai vector $\vec{a}$, $\vec{b}$ cùng phương thì giá trị của m là
- A. $m = -1$. B. $m = \pm 1$. C. $m = 1$. D. $m = 1, m = -2$.
- Câu 13.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho năm điểm $A(1; -1; 2)$, $B(4; 2; 7)$, $C(4; -2; 1)$, $D(1; 3; 8)$, $E(7; 1; 6)$. Trong 5 điểm đã cho, 3 điểm nào thẳng hàng?
- A. B, D, E. B. A, C, D. C. B, C, D. D. A, B, E.
- Câu 14.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho năm điểm $A(1; 1; 2)$, $B(5; -3; 2)$, $C(-7; -1; 12)$, $D(0; 3; 1)$, $E(6; 1; -1)$. Trong 5 điểm đã cho, 4 điểm nào cùng nằm trên một mặt phẳng?
- A. B, C, D, E. B. A, C, D, E. C. A, B, C, D. D. A, B, D, E.
- Câu 15.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, để hai vector $\vec{a} = (7; -1; 3)$ và $\vec{b} = (10 - m; m + 2; m^2 - 10)$ cùng phương thì giá trị của m là
- A. $m = 4$. B. $m = -4$. C. $m = -2$. D. $m = 2$.
- Câu 16.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, để hai vector $\vec{a} = (m - 4; 13 - m; -1)$ và $\vec{b} = (m + 8; m - 1; 7 - m)$ cùng phương thì giá trị của m là
- A. $m = 10$. B. $m = -10$. C. $m = \frac{1}{10}$. D. $m = -\frac{1}{10}$.

- Câu 17.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, đề hai vectơ $\vec{a} = (m-4; 13-m; -1)$ và $\vec{b} = (m+8; m-1; 7-m)$ cùng phương thì giá trị của m là
- A. $m = 9$. B. $m = 14$. C. $m = 7$. D. $m = -7$.
- Câu 18.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai vectơ $\vec{a} = (1; -1; -2)$, $\vec{b} = \left(5; -7; \frac{3}{4}\right)$. Tích có hướng $[\vec{a}, \vec{b}]$ là vectơ
- A. $\left(-\frac{59}{4}; \frac{43}{4}; -2\right)$. B. $\left(\frac{59}{4}; \frac{43}{4}; 2\right)$. C. $\left(-\frac{59}{4}; -\frac{43}{4}; -2\right)$. D. $\left(\frac{59}{4}; -\frac{43}{4}; 2\right)$.
- Câu 19.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai vectơ $\vec{a} = \left(\frac{1}{2}; 1; -5\right)$, $\vec{b} = \left(16; -3; \frac{1}{5}\right)$. Tính tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$.
- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -4$. C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 5$. D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 14$.
- Câu 20.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh $A(-4; 1; -5)$, $B(2; 12; -2)$, $C(-m-2; 1-m; m+5)$. Tìm m để tam giác ABC vuông tại C.
- A. $m = 3$. B. $m = 4$. C. $m = -4$. D. $m = -3$.
- Câu 21.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho ba điểm $M(-2; 1; 7)$, $N(1; -1; -3)$, $K(4; -2; -1)$. Trọng tâm của tam giác MNK có tọa độ là
- A. $\left(1; -\frac{2}{3}; 1\right)$. B. $\left(\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}; 1\right)$. C. $\left(\frac{2}{3}; -1; \frac{1}{3}\right)$. D. $\left(\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$.
- Câu 22.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(2; -1; 1)$, $B(-1; 3; -1)$, $C(5; -3; 4)$. Tính tích vô hướng hai vectơ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$.
- A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 48$. B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -48$. C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 52$. D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -52$.
- Câu 23.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(8; -9; -3)$, $B(12; 3; 0)$. Tìm điểm C trên trục Oz để ba điểm A, B, C tạo thành tam giác cân tại B.
- A. $(-4; 0; 0)$. B. $(4; 0; 0)$. C. $(0; 0; -4)$. D. $(0; 0; 4)$.
- Câu 24.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho tam giác ABC có $G(-3; 1; 1)$ là trọng tâm và $A(2; -1; 1)$, $B(10; -2; 3)$. Hoành độ đỉnh C là
- A. -1 . B. -21 . C. -17 . D. 6 .
- Câu 25.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho tam giác ABC vuông cân tại C và có các đỉnh $A \in (Oxz)$, $B(-2; 3; 1)$, $C(-1; 1; -1)$. Tìm tọa độ đỉnh A.

- A. $A(1; 0; -1)$. B. $A(-1; 0; 1)$. C. $A(-1; 0; -1)$. D. $A(1; 0; 1)$.

Câu 26. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai vector $\vec{a} = (-1; 1; 2)$, $\vec{b} = (3; -1; 17)$. Giá trị của $\left| [\vec{a}, \vec{b}] \right|$ bằng

- A. $\sqrt{895}$. B. $\sqrt{894}$. C. $\sqrt{886}$. D. $(19; 23; -2)$.

Câu 27. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(-1; 2; -1)$, $B(14; -13; -4)$. Gọi M là giao điểm của đường thẳng AB và mặt phẳng Oxy. Tìm tọa độ điểm M.

- A. $M(4; -3; 0)$. B. $M(4; 3; 0)$. C. $M(-4; -3; 0)$. D. $M(-4; 3; 0)$.

Câu 28. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(1; 2; 1)$, $B(0; -1; 0)$, $C(3; -3; 3)$. Để ABCD là hình chữ nhật thì tọa độ điểm D là

- A. $(-4; 1; 4)$. B. $(4; 0; -4)$. C. $(4; 0; 4)$. D. $(4; 0; -2)$.

Câu 29. Trong không gian Oxyz, cho ba điểm $A(2, -5, 1)$, $B(0, -1, 2)$, $C(1, 0, 3)$. Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O và cách đều ba điểm A, B, C.

- A. 1. B. 2. C. Vô số. D. 3.

Câu 30. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai điểm $M(-1; 5; -3)$, $N(7; -2; -5)$. Tính độ dài đoạn thẳng MN.

- A. $MN = \sqrt{13}$. B. $MN = 3\sqrt{13}$. C. $MN = \sqrt{109}$. D. $MN = 2\sqrt{13}$.

Câu 31. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $A(-1; 4; -2)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oxz). Tọa độ điểm H là

- A. $(0; 4; -2)$. B. $(-1; 4; 0)$. C. $(-1; 0; -2)$. D. $(0; 4; 0)$.

Câu 32. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho ba vector $\vec{a} = (3; -2; -1)$, $\vec{b} = (9; -4; -2)$, $\vec{c} = (-6; 2; 1)$. Trong các mệnh đề sau, hãy chỉ ra mệnh đề sai?

- A. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng. B. $[\vec{a}, \vec{b}] = (0; -3; 6)$.

- C. $\vec{b} \cdot \vec{c} = -60$. D. $\cos(\vec{b}, \vec{c}) = \frac{-64}{\sqrt{4141}}$.

Câu 33. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho ba vector $\vec{a} = (-4; -3; 7)$, $\vec{b} = (8; 2; -4)$, $\vec{c} = (1; 1; -2)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng. B. $[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = -6$.

- C. $\vec{b}, \vec{c}$ vuông góc. D. $\vec{b}, \vec{c}$ không cùng phương.

Câu 34. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $M(8; -2; 3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên Ox, Oy, Oz. Tính diện tích S của tam giác ABC.

A. $S = \sqrt{217}$. B. $S = 2\sqrt{217}$. C. $S = \frac{\sqrt{217}}{2}$. D. $S = \frac{\sqrt{217}}{4}$.

Câu 35. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho bốn điểm $A(3; -1; 1)$, $B(1; -2; -3)$, $C(-2; -3; 5)$, $D(2k-3; k+1; k)$. Tìm k để 4 điểm A, B, C, D đồng phẳng.

Một học sinh giải bài toán trên như sau:

Bước 1: $\overrightarrow{AB} = (-2; -1; -4)$, $\overrightarrow{AC} = (-5; -2; 4)$, $\overrightarrow{AD} = (2k-6; k+2; k-1)$.

Bước 2: $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-12; 28; -1)$, $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = 3k + 17$

Bước 3: A, B, C, D đồng phẳng $\Leftrightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = 0 \Leftrightarrow 3k + 17 = 0 \Leftrightarrow k = -\frac{17}{3}$.

Bước 4: Vậy $k = -\frac{17}{3}$ cần tìm.

Bài giải trên giải đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở bước nào?

A. Bài giải đúng. B. Sai bước 1. C. Sai bước 2. D. Sai bước 3.

Câu 36. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh $A(-1; 2; 3)$, $B(-3; -10; 4)$, $C(7; 2; -1)$. Tính diện tích của tam giác ABC.

A. $S_{\triangle ABC} = \frac{5\sqrt{457}}{2}$. B. $S_{\triangle ABC} = 8\sqrt{46}$. C. $S_{\triangle ABC} = 24\sqrt{5}$. D. $S_{\triangle ABC} = 48\sqrt{5}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $M(3; 2; 1)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oyz). Tìm tọa độ điểm H.

A. $H(0; 2; 1)$. B. $H(3; 0; 1)$. C. $H(3; 2; 0)$. D. $H(3; 0; 0)$.

Câu 38. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $M(3; 2; 1)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oxy). Tìm tọa độ điểm H.

A. $H(0; 2; 1)$. B. $H(3; 0; 1)$. C. $H(3; 2; 0)$. D. $H(3; 0; 0)$.

Câu 39. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh $A(-1; 2; 3)$, $B(-3; -10; 4)$, $C(7; 2; -1)$. Tính độ dài đường cao kẻ từ đỉnh C của tam giác ABC.

A. $\frac{12\sqrt{745}}{149}$. B. $\frac{24\sqrt{745}}{149}$. C. $\frac{48\sqrt{745}}{149}$. D. $\frac{36\sqrt{745}}{149}$.

Câu 40. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh $A(-4; 9; -1)$, $B(2; -3; 3)$, $C(7; -9; 2)$. Tính diện tích của tam giác ABC.

A. $14\sqrt{13}$. B. $7\sqrt{13}$. C. $\frac{7\sqrt{13}}{3}$. D. $\frac{7\sqrt{13}}{2}$.

Câu 41. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh $A(-4; 9; -1)$, $B(2; -3; 3)$, $C(7; -9; 2)$. Tính độ dài đường cao kẻ từ C của tam giác ABC.

A. $\frac{\sqrt{13}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{13}}{4}$. C. $\sqrt{13}$. D. $\frac{\sqrt{13}}{8}$.

Câu 42. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh $A(6; 1; -4)$, $B(-18; -15; 12)$, $C(2; 2; 4)$. Gọi H là chân đường cao vẽ từ C của tam giác ABC. Tìm tọa độ điểm H.

A. $H(0; 3; 0)$. B. $H(0; -3; 0)$. C. $H(1; -3; 1)$. D. $H(1; 3; 0)$.

Câu 43. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho tứ diện ABCD có $A(-7; -4; 1)$, $B(1; -3; 7)$, $C(1; 1; -4)$, $D(2; 6; 12)$. Tính thể tích V của khối tứ diện ABCD.

A. $V = \frac{917}{6}$. B. $V = \frac{917}{3}$. C. $V = \frac{1093}{6}$. D. $V = \frac{1093}{3}$.

Câu 44. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(a, 0, 0)$; $B(0, b, 0)$; $C(0, 0, c)$ với $a, b, c > 0$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. Ba vectơ $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ không đồng phẳng.

B. Tam giác ABC có ba góc nhọn.

C. Diện tích tam giác ABC bằng $\sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}$

D. Thể tích tứ diện OABC bằng $\frac{abc}{6}$

Câu 45. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho tứ diện ABCD có $A(4; -1; 2)$, $B(3; -2; 1)$, $C(-7; 2; -3)$, $D(4; 1; -1)$. Tính thể tích khối tứ diện ABCD.

A. 5. B. 10. C. 9. D. 18.

Câu 46. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho bốn điểm $A(1-m; 5m+7; -m)$, $B(3; 0; -1)$, $C(-1; 5; 1)$, $D(11; 5; -2)$. Tìm m để thể tích khối tứ diện ABCD bằng $\frac{27}{2}$.

A. $m = -1$. B. $m = 1$. C. $m = 2$. D. $m = -2$.

Câu 47. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho tứ diện ABCD có $A(4; -1; 2)$, $B(3; -2; 1)$, $C(-7; 2; -3)$, $D(4; 1; -1)$. Tính khoảng cách d từ đỉnh D đến mặt phẳng (ABC).

A. $\frac{9\sqrt{74}}{74}$. B. $\frac{27\sqrt{74}}{74}$. C. $\frac{9\sqrt{129}}{43}$. D. $\frac{9\sqrt{129}}{86}$.

Câu 48. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho tứ diện ABCD có $A(-7; -4; 1)$, $B(1; -3; 7)$, $C(1; 1; -4)$, $D(2; 6; 12)$. Tính độ dài đường cao BH của tứ diện ABCD.

A. $\frac{131\sqrt{611}}{611}$. B. $\frac{262\sqrt{611}}{611}$. C. $\frac{2186\sqrt{611}}{4277}$. D. $\frac{4372\sqrt{611}}{4277}$.

Câu 49. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $M(-3; -2; 4)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng Oxy, Oyz, Ozx. Tính thể tích khối tứ diện OABC, với O là gốc tọa độ.

A. 32. B. 4. C. 16. D. 8.

Câu 50. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $M(8; -2; 3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên Ox, Oy, Oz. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (ABC).

A. $\frac{\sqrt{217}}{217}$. B. $\frac{8\sqrt{217}}{217}$. C. $\frac{16\sqrt{217}}{217}$. D. $\frac{24\sqrt{217}}{217}$.

Câu 51. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho tứ diện ABCD có tọa độ các đỉnh là $A(5; 14; -1)$, $B(8; -1; 2)$, $C(2; -2; 1)$, $D(1; -1; 3)$. Gọi H là chân đường cao vẽ từ đỉnh A của tứ diện. Tìm tọa độ đỉnh H.

A. $H(6; -1; 6)$. B. $H(6; 1; 6)$. C. $H(6; 1; -6)$. D. $H(6; -1; -6)$.

Câu 52. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho tứ diện ABCD có tọa độ các đỉnh là $A(-2; 5; -9)$, $B(4; -3; 15)$, $C(-11; -2; -1)$, $D(5; 13; 6)$. Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD. Tìm tọa độ điểm I.

A. $I(1; -1; 3)$. B. $I(1; 1; 3)$. C. $I(1; 1; -3)$. D. $I(-1; 1; 3)$.

Câu 53. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho tứ diện ABCD có tọa độ các đỉnh là $A(2; 2; 6)$, $B(-2; -1; 9)$, $C(1; -2; 5)$, $D(-2; 2; 8)$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD.

A. $R = \sqrt{3}$. B. $R = 3$. C. $R = 13$. D. $R = 169$.

Câu 54. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho tứ diện ABCD có tọa độ các đỉnh là $A(-11; -7; -10)$, $B(-3; 9; -4)$, $C(13; 1; -4)$, $D(5; 0; 5)$. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD.

A. $V = \frac{8788\pi}{3}$. B. $V = \frac{8788\pi}{9}$. C. $V = \frac{4394\pi}{3}$. D. $V = 8788\pi$.

- Câu 55.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P) có phương trình là $7x - 5y - 3z - 1 = 0$. Trong các vectơ được cho ở các đáp án A B C D, vectơ nào cùng phương với vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?
- A. $\vec{m} = \left(-\frac{7}{2}; \frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right)$. B. $\vec{c} = (7; 5; 3)$. C. $\vec{h} = (14; 10; 6)$. D. $\vec{f} = (-7; -5; 3)$.
- Câu 56.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P) có phương trình là $x - 3y - 5z - 7 = 0$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào trong các điểm được cho dưới đây?
- A. $M\left(5; -1; -\frac{1}{5}\right)$. B. $N\left(5; 1; -\frac{1}{5}\right)$. C. $K\left(5; -1; \frac{1}{5}\right)$. D. $H\left(5; 1; \frac{1}{5}\right)$.
- Câu 57.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P) có phương trình là $x - y + 2z - 3 = 0$. Trong các mặt phẳng cho ở các đáp án A B C D, mặt phẳng nào song song với mặt phẳng (P).
- A. $3x - 3y + 4z - 6 = 0$. B. $-x + y + 2z - 3 = 0$.
C. $2x - 2y + 4z - 6 = 0$. D. $5x - 5y + 10z - 25 = 0$.
- Câu 58.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P) có phương trình là $x - 2y + 2z - 4 = 0$. Trong các mặt phẳng cho ở các đáp án A B C D, mặt phẳng nào vuông góc với mặt phẳng (P).
- A. $x - y + z - 6 = 0$. B. $4x - y - z - 3 = 0$. C. $x - 2y - 6 = 0$. D. $4x + y - z - 1 = 0$.
- Câu 59.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho (P) là mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (Q): $2x - 3y - z - 2 = 0$, đồng thời chứa trục Oz. Tìm một vectơ pháp tuyến $\vec{n}_P$ của mặt phẳng (P).
- A. $\vec{n}_P = (3; -2; 0)$. B. $\vec{n}_P = (3; 2; 0)$. C. $\vec{n}_P = (2; 3; 0)$. D. $\vec{n}_P = (2; -3; 0)$.
- Câu 60.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 3z - 4 = 0$, $(\beta): x + 2y + z - 7 = 0$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?
- A. $(\alpha) // (\beta)$. B. $(\alpha) \perp (\beta)$.
C. Mặt phẳng (α) có 1 vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_\alpha = (1; -2; 3)$.
D. Mặt phẳng (β) đi qua điểm $M(2; 7; -9)$.
- Câu 61.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $4x - y - z + 5 = 0$ và hai điểm $A\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; -\frac{3}{4}\right)$, $B\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{4}; -\frac{1}{2}\right)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. Mặt phẳng (P) có 1 vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_p = (4; -1; -1)$.

B. $AB \perp (P)$.

C. $AB // (P)$.

D. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $E(1; -2; 11)$.

Câu 62. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai mặt phẳng (P): $x - y - z + 10 = 0$, (Q): $x + 3y - 2z = 0$ và hai điểm $M(7; 12; 5)$, $N(6; 13; 6)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $(P) \perp (Q)$.

B. $MN // (Q)$.

C. $(P) // (Q)$.

D. $M \in (P)$.

Câu 63. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai mặt phẳng (P), (Q) lần lượt có phương trình là $x + 2y - 2z - 3 = 0$, $(m+1)x - (m-5)y - 4mz + 1 + m = 0$. Tìm m để hai mặt phẳng (P) và (Q) song song nhau.

A. $m = 1$.

B. $m = -1$.

C. $m = \frac{4}{3}$.

D. $m = -\frac{4}{3}$.

Câu 64. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho ba mặt phẳng (P): $2x - y - z - 5 = 0$, (Q): $2x - y + z - 5 = 0$, (R): $3x + 5y + z - 17 = 0$. Xét các mệnh đề sau:

i) Hai mặt phẳng (P) và (Q) song song nhau.

ii) Hai mặt phẳng (P) và (R) vuông góc nhau.

Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Cả hai mệnh đề i) và ii) đều sai.

B. Cả hai mệnh đề i) và ii) đều đúng.

C. Mệnh đề i) sai và mệnh đề ii) đúng.

D. Mệnh đề i) đúng và mệnh đề ii) sai.

Câu 65. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai mặt phẳng (P), (Q) lần lượt có phương trình là $2x - 3y + z - 4 = 0$, $-mx + (m^2 - 1)y + (3 - m^2)z + m + 1 = 0$. Tìm m để hai mặt phẳng (P) và (Q) song song nhau.

A. $m = 2$.

B. $m = -\frac{1}{2}$.

C. $m = 2, m = -\frac{1}{2}$.

D. $m = \frac{1}{2}, m = -2$.

Câu 66. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai mặt phẳng (P), (Q) lần lượt có phương trình là $x - y + z - 3 = 0$, $(m-4)x + (m^2 - 2m - 11)y + (m-2)z - 1 = 0$. Tìm m để hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc nhau.

A. $m = 1, m = -5$.

B. $m = -1, m = 5$.

C. $m = 1, m = 5$.

D. $m = -1, m = -5$.

Câu 67. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $M(1; 0; 1)$ và hai mặt phẳng (P), (Q) lần lượt có phương trình là $x + y - 2z + 1 = 0$, $-2x - 2y + 4z + 1 = 0$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $(P) // (Q)$ và (P) đi qua M . B. $(P) // (Q)$ và (P) không đi qua M .
 C. $(P) \nparallel (Q)$ và (P) đi qua M . D. $(P) \nparallel (Q)$ và (P) không đi qua M .

Câu 68. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $M(1; 1; 6)$ và hai mặt phẳng (P) , (Q) lần lượt có phương trình là $3x + 2y - z + 1 = 0$, $2x - 2y + 2z + 15 = 0$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $(P) // (Q)$ và (P) không đi qua M . B. $(P) \perp (Q)$ và (P) đi qua M .
 C. $(P) \perp (Q)$ và (P) không đi qua M . D. $(P) // (Q)$ và (P) đi qua M .

Câu 69. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $K(2; -2; 3)$ và hai mặt phẳng (P) , (Q) lần lượt có phương trình là $x - 2 = 0$, $z - 3 = 0$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

- A. $(P) \perp (Q)$ và (P) đi qua K . B. $(P) \perp Ox$ và $(Q) \perp Oz$.
 C. $(P) \perp (Q)$ và (P) không đi qua K . D. $(P) \perp Ox$ và $(Q) // Oxy$.

Câu 70. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $H(2, -1, -2)$ là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O lên mặt phẳng (P) . Mặt phẳng $(Q): x - y - 6 = 0$. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng $(P), (Q)$. Giá trị của góc φ là ?

- A. $\varphi = 60^\circ$ B. $\varphi = 45^\circ$ C. $\varphi = 30^\circ$ D. $\varphi = 90^\circ$

Câu 71. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(3; -2; 1)$, $B(-4; -2; 5)$, $C(1; -1; 2)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua ba điểm ABC. Viết phương trình mặt phẳng (P) .

- A. $4x + y + 7z + 17 = 0$. B. $4x + y + 7z - 17 = 0$.
 C. $4x - y + 7z + 17 = 0$. D. $4x - y + 7z - 17 = 0$.

Câu 72. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $M(1; -4; 7)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên Ox, Oy, Oz. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

- A. $28x - 7y + 4z = 0$. B. $x - 7y + 4z - 28 = 0$.
 C. $28x - 7y + 4z - 28 = 0$. D. $28x - 7y + 4z - 1 = 0$.

Câu 73. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $K(4; 1; 1)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của K trên các mặt phẳng Oxy, Oyz, Oxz. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

- A. $x + 4y + 4z - 8 = 0$. B. $x + 4y + 4z + 8 = 0$.
 C. $x - 4y + 4z - 8 = 0$. D. $x - 4y + 4z + 8 = 0$.

- Câu 74.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $M(8; -2; 3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng Ox, Oy, Oz. Viết phương trình mặt phẳng (ABC).
- A. $3x - 2y + 8z - 24 = 0$. B. $x - 12y + 8z - 24 = 0$.
 C. $3x - 12y + 8z = 0$. D. $3x - 12y + 8z - 24 = 0$.
- Câu 75.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho (Q) là mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;5)$ và song song với mặt phẳng (P): $2x - y - z + 3 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q).
- A. $2x - y - z - 5 = 0$. B. $2x + y + z - 5 = 0$. C. $-2x + y + z - 5 = 0$. D. $-2x + y + z + 5 = 0$.
- Câu 76.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai điểm $M(5; -1; 3)$, $N(7; -5; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN.
- A. $2x - 4y - 2z + 5 = 0$. B. $2x - 4y - 2z - 5 = 0$.
 C. $x - 2y - z + 10 = 0$. D. $x - 2y - z - 10 = 0$.
- Câu 77.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai điểm $M(5; -1; 3)$, $N(7; -5; 1)$. Gọi K là điểm nằm trên đường thẳng MN sao cho $\overrightarrow{MK} = 2\overrightarrow{KN}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) biết (P) vuông góc với đường thẳng MN tại K.
- A. $x + 2y - z + 12 = 0$. B. $x + 2y - z - 12 = 0$. C. $x - 2y - z - 12 = 0$. D. $x - 2y - z + 12 = 0$.
- Câu 78.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai điểm $M(5; -1; 3)$, $N(7; -5; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng MN tại điểm N.
- A. $2x - 4y - 2z - 15 = 0$. B. $2x - 4y - 2z + 3 = 0$.
 C. $x - 2y - z - 16 = 0$. D. $x - 2y - z - 18 = 0$.
- Câu 79.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(3,1,-1)$, $B(1,1,2)$, $C(-1,2,-2)$ viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A vuông góc với mặt phẳng $x - 2y - 2z + 1 = 0$ và cắt BC tại I sao cho $IB = 2IC$
- A. $-2x + y + 2z + 5 = 0$ B. $2x + y + z - 5 = 0$.
 C. $2x - y + z + 10 = 0$. D. $-2x + y + 2z + 10 = 0$
- Câu 80.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(3,0,0)$, $I(1,1,1)$ cắt các trục Oy, Oz tại A và B sao cho $OC = 3OB$
- A. $x - 3y + z - 5 = 0$. B. $2x + y + z - 5 = 0$.
 C. $2x - y + z + 10 = 0$. D. $x + 3y + z - 5 = 0$.

- Câu 81.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $M(1;-5; 3)$ và hai mặt phẳng (P), (Q) có phương trình lần lượt là $2x + y - 3z - 4 = 0$, $x + y - z - 1 = 0$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua M và vuông góc với cả hai mặt phẳng (P), (Q) đã cho. Viết phương trình mặt phẳng (α).
- A. $2x + y + z = 0$. B. $2x + y + z - 1 = 0$. C. $2x - y + z + 10 = 0$. D. $2x - y + z - 10 = 0$.
- Câu 82.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $L(1;-2;3)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x + 3y - 4z - 1 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua điểm L, đồng thời vuông góc với cả hai mặt phẳng (P) và Oyz. Viết phương trình mặt phẳng (Q).
- A. $4y + 3z - 1 = 0$. B. $4x + 3y - 1 = 0$. C. $4y - 3z + 17 = 0$. D. $4x + 3y + 2 = 0$.
- Câu 83.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho (P) là mặt phẳng đi qua điểm $M(2;2;-3)$ và chứa trục Oy. Viết phương trình mặt phẳng (P).
- A. $3x - 2z = 0$. B. $3x + 2z = 0$. C. $3x + 2z + 2 = 0$. D. $3x - 2z + 2 = 0$.
- Câu 84.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho (P) là mặt phẳng đi qua điểm $M(2;2;-3)$ và chứa trục Oz. Viết phương trình mặt phẳng (P).
- A. $2x - 2y + 1 = 0$. B. $2x - 2z + 1 = 0$. C. $x - y = 0$. D. $x + y = 0$.
- Câu 85.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho (P) là mặt phẳng đi qua điểm $M(2;-2; 3)$ và chứa trục Ox. Viết phương trình mặt phẳng (P).
- A. $3y + 2z - 1 = 0$. B. $3y - 2z = 0$. C. $3y + 2z = 0$. D. $3y - 2z - 1 = 0$.
- Câu 86.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $A(1;2;3)$ và mặt phẳng (P) có phương trình là $2x - 3y - 4z - 1 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua điểm A, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng (P) và (Oxy). Viết phương trình mặt phẳng (Q).
- A. $3x + 2y - 7 = 0$. B. $3x - 2y + 1 = 0$. C. $2y + 3z - 13 = 0$. D. $2y - 3z + 5 = 0$.
- Câu 87.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai điểm $M(5;-1; 3)$, $N(7;-5;1)$ và mặt phẳng (P): $x + y - 3z + 2 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua hai điểm M, N và vuông góc với mặt phẳng (P). Viết phương trình mặt phẳng (Q).
- A. $7x + 2y + 3z + 42 = 0$. B. $7x + 2y + 3z - 42 = 0$.
C. $7x - 2y + 3z + 46 = 0$. D. $7x - 2y + 3z - 46 = 0$.
- Câu 88.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(1;-1; 2)$, $B(2; 1;-1)$. Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (Oyz). Viết phương trình mặt phẳng (Q).
- A. $3y + 2z - 1 = 0$. B. $3y - 2z + 7 = 0$. C. $3y + 2z + 1 = 0$. D. $3y - 2z - 7 = 0$.
- Câu 89.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho (Q) là mặt phẳng chứa trục Oz và vuông góc với mặt phẳng (P): $x + 2y - 2z + 3 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q).
- A. $2x + y = 0$. B. $2y - z = 0$. C. $2x - y = 0$. D. $2y + z = 0$.

- Câu 90.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho (P) là mặt phẳng cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại $A(7;0;0)$, $B(0;9;0)$, $C(0;0;-2)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?
- A. Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $\frac{x}{7} + \frac{y}{9} + \frac{z}{-2} = 0$.
- B. Mặt phẳng (P) có 1 vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_p = (7;9;-2)$.
- C. Phương trình mặt phẳng (P) là $18x + 14y - 63z - 126 = 0$.
- D. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $D(7;9;-2)$.
- Câu 91.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho bốn điểm $A(-1;1;-2)$, $B(1;2;-1)$, $C(1;1;2)$, $D(-1;-1;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng AB và song song với đường thẳng CD. Viết phương trình mặt phẳng (P).
- A. $x - y - z = 0$. B. $x - y - z + 2 = 0$. C. $2x + y + z + 3 = 0$. D. $x - 2y - 2z - 1 = 0$.
- Câu 92.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho bốn điểm $A(1;-3;7)$, $B(2;-6;12)$, $C(4;-1;-1)$, $D(1;0;-1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng AD và song song với đường thẳng BC. Viết phương trình mặt phẳng (P).
- A. $33x - 8y - 3z - 36 = 0$. B. $x - 16y - 6z - 7 = 0$.
- C. $33x - 8y - 3z - 32 = 0$. D. $x - 16y - 6z + 7 = 0$.
- Câu 93.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho bốn điểm $A(1;2;7)$, $B(0;-2;3)$, $C(4;-1;-2)$, $D(1;-2;5)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm A và song song với mặt phẳng (BCD). Viết phương trình mặt phẳng (P).
- A. $2x + 8y - z - 11 = 0$. B. $2x + 8y - z + 11 = 0$.
- C. $2x - 8y - z + 21 = 0$. D. $2x - 8y - z - 21 = 0$.
- Câu 94.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $G(-2;-4;3)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x + 2y - z - 2 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng đối xứng với (P) qua điểm G.
- A. $2x + 2y - z + 18 = 0$. B. $2x + 2y - z + 32 = 0$.
- C. $2x + 2y - z + 36 = 0$. D. $2x + 2y - z + 24 = 0$.
- Câu 95.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $H(3;-1;-4)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x - 2y - 3z - 4 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng đối xứng với (P) qua điểm H.
- A. $x - 2y - 3z + 30 = 0$. B. $x - 2y - 3z - 3 = 0$.
- C. $x - 2y - 3z - 30 = 0$. D. $x - 2y - 3z + 3 = 0$.

- Câu 96.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $A(2;1;1)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x + 2y + 2z - 3 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng song song với (P) và (Q) cách A một khoảng bằng $\frac{1}{3}$. Viết phương trình mặt phẳng (Q).
- A. $x + 2y + 2z + 7 = 0, x + 2y + 2z + 5 = 0$. B. $x + 2y + 2z - 7 = 0$.
 C. $x + 2y + 2z - 7 = 0, x + 2y + 2z - 5 = 0$. D. $x + 2y + 2z - 7 = 0, x + 2y + 2z + 5 = 0$.
- Câu 97.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $M(1;0;3)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x + 2y + z - 10 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) biết (Q) song song với (P) và (Q) cách M một khoảng bằng $\sqrt{6}$.
- A. $x + 2y + z + 2 = 0$. B. $x + 2y + z + 2 = 0, x + 2y + z - 10 = 0$.
 C. $x + 2y + z - 2 = 0, x + 2y + z + 10 = 0$. D. $x + 2y + z + 10 = 0$.
- Câu 98.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $5x + y + z - 1 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) và cách (P) một khoảng bằng $\frac{4\sqrt{3}}{9}$. Viết phương trình mặt phẳng (Q).
- A. $5x + y + z + 5 = 0, 5x + y + z + 3 = 0$. B. $5x + y + z + 5 = 0, 5x + y + z - 3 = 0$.
 C. $5x + y + z - 5 = 0, 5x + y + z - 3 = 0$. D. $5x + y + z - 5 = 0, 5x + y + z + 3 = 0$.
- Câu 99.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho (P) là mặt phẳng song song với mặt phẳng $(\alpha): x - y - z - 1 = 0$ và cách (α) một khoảng bằng $\frac{11\sqrt{3}}{3}$. Viết phương trình mặt phẳng (α) .
- A. $x - y - z + 10 = 0, x - y - z - 12 = 0$. B. $x - y - z - 10 = 0, x - y - z - 12 = 0$.
 C. $x - y - z + 10 = 0, x - y - z + 12 = 0$. D. $x - y - z - 10 = 0, x - y - z + 12 = 0$.
- Câu 100.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-2}$. Trong các vector được cho ở các đáp án A B C D, vector nào cùng phương với vector chỉ phương của đường thẳng d?
- A. $\vec{m} = (1; 2; 2)$. B. $\vec{a} = \left(-\frac{1}{2}; -1; 1\right)$. C. $\vec{u} = (-1; 2; -2)$. D. $\vec{v} = (-1; 2; 2)$.
- Câu 101.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: (x = 3t - 1, y = 5 - 2t, z = 7 - 5t, t \in \mathbb{R})$. Trong các vector được cho ở các đáp án A B C D, vector nào cùng phương với vector chỉ phương của đường thẳng d?
- A. $\vec{m} = (-3; 2; -5)$. B. $\vec{a} = (9; -6; -25)$. C. $\vec{u} = (6; -6; -10)$. D. $\vec{v} = (-6; 4; 10)$.

Câu 102. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{-2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z+4}{3}$. Trong các điểm được cho ở các đáp án A B C D, điểm nào thuộc đường thẳng d?

- A. $M(-5; 8; -1)$. B. $N(-1; 6; 7)$. C. $T(-7; -9; 2)$. D. $V(1; -5; -10)$.

Câu 103. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 7t - 3 \\ z = 2020 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Mệnh đề

nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. Đường thẳng d đi qua điểm $M(1; -3; 0)$.
 B. Đường d song song với mặt phẳng Oyz.
 C. Đường thẳng d song song với đường thẳng $d': \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$.
 D. Đường thẳng d có một vector chỉ phương là $\vec{a_d} = (3; 7; 0)$.

Câu 104. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: (x = 3t + 1, y = 2t, z = 1 - 5t, t \in \mathbb{R})$. Trong các điểm được cho ở các đáp án A B C D, điểm nào thuộc đường thẳng d?

- A. $M(-2; -2; -6)$. B. $N(1; 2; 1)$. C. $T(7; 4; -9)$. D. $V(4; 2; -5)$.

Câu 105. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: (x = 1 - t, y = 7 - 2t, z = 1 + 2t, t \in \mathbb{R})$. Trong các mặt phẳng được cho ở các đáp án A B C D, đường thẳng d song song với mặt phẳng nào?

- A. $(P): 10x + 2y - 7z - 1 = 0$. B. $(P): 4x - y + z + 15 = 0$.
 C. $(P): x - 2y + 2z - 1 = 0$. D. $(P): 2x - 4y + 8z + 7 = 0$.

Câu 106. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y}{6} = \frac{z-4}{12}$. Trong các mặt phẳng được cho ở các đáp án A B C D, đường thẳng d song song với mặt phẳng nào?

- A. $(P): x + 3y + 6z - 1 = 0$. B. $(P): 3x + y - z + 12 = 0$.
 C. $(P): x + 2y + 2z + 5 = 0$. D. $(P): x + 3y + 8z - 7 = 0$.

Câu 107. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(-3; 2; -4)$, $B(1; -1; 9)$. Viết phương trình tham số đường thẳng AB.

- A. $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -1 + 3t \\ z = 9 + 13t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -1 - 3t \\ z = 9 + 13t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = -1 - 3t \\ z = 9 + 13t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -1 - 3t \\ z = 9 - 13t \end{cases}$

Câu 108. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho d là đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và có một vector chỉ phương là $\vec{u}_d = (-1; 2; -2)$. Viết phương trình đường thẳng d .

A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-2}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{2}$.

C. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{-2}$.

D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+3}{2}$.

Câu 109. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{-1}$ và

$\Delta': \frac{x-3}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{-1}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Δ, Δ' chéo nhau.

B. Δ cắt Δ' .

C. $\Delta \equiv \Delta'$.

D. Δ song song Δ' .

Câu 110. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+3}{-1}$ và

$\Delta': x = 4 + t, y = -1 - t, z = 12 + 4t, t \in \mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Δ, Δ' chéo nhau.

B. $\Delta \equiv \Delta'$.

C. Δ cắt Δ' .

D. $\Delta \perp \Delta'$.

Câu 111. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng $\Delta: \frac{x-5}{-7} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$ và

$\Delta': x = t, y = -1, z = 2 - 4t, t \in \mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Δ, Δ' chéo nhau.

B. $\Delta \equiv \Delta'$.

C. Δ cắt Δ' .

D. $\Delta \perp \Delta'$.

Câu 112. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{2} = \frac{z+5}{1}$ và mặt

phẳng $(P): 3x - 4y + 14z - 5 = 0$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\Delta \subset (P)$.

B. $\Delta // (P)$.

C. $\Delta \perp (P)$.

D. Δ cắt (P) .

Câu 113. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt

phẳng $(P): 3x - 4y + 14z - 5 = 0$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\Delta \subset (P)$.

B. $\Delta // (P)$.

C. $\Delta \perp (P)$.

D. Δ cắt (P) .

Câu 114. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}$ và mặt

phẳng $(P): -3x - 2y - z + 10 = 0$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\Delta \subset (P)$.

B. $\Delta // (P)$.

C. $\Delta \perp (P)$.

D. Δ cắt (P) .

Câu 115. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): x - y - z - 4 = 0$, đường thẳng

$d: \frac{x-12}{2} = \frac{y-7}{2} = \frac{z-4}{1}$ và điểm $M(6;1;1)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{a}_d = (2; 2; 1)$.

B. Mặt phẳng (P) có 1 vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_p = (1; -1; -1)$

C. M là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

D. $d \perp (P)$.

Câu 116. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 5 = 0$ và hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{10} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+7}{6}$, $d': x = 3-t, y = -2t, z = 2t+3, t \in \mathbb{R}$. Xét các mệnh đề sau:

i) Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) .

ii) Đường thẳng d' song song với mặt phẳng (P) .

Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Cả hai mệnh đề i) và ii) đều đúng.

B. Cả hai mệnh đề i) và ii) đều sai.

C. Mệnh đề i) sai và mệnh đề ii) đúng.

D. Mệnh đề i) đúng và mệnh đề ii) sai.

Câu 117. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(7; 1; -2)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{4} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-5}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm M và song song với đường thẳng Δ .

A. $d: \frac{x+7}{4} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{-1}$.

B. $d: \frac{x+7}{4} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{-1}$.

C. $d: \frac{x-7}{4} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{-1}$.

D. $d: \frac{x-7}{4} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-1}$.

Câu 118. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-1; 1; 2)$ và đường thẳng $\Delta: (x = 1-4t, y = 1-2t, z = 5t-1, t \in \mathbb{R})$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm M và song song với đường thẳng Δ .

A. $d: \frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{-5}$.

B. $d: \frac{x-1}{-4} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{5}$.

C. $d: \frac{x+1}{4} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-5}$.

D. $d: \frac{x+1}{-4} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{5}$.

Câu 119. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -1; -4)$ và mặt phẳng $(P): 5x - 3y - z - 12 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (P) .

A. $d: \frac{x+1}{5} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-4}{-1}$.

B. $d: \frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-4}{-1}$.

C. $d: \frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+4}{-1}$.

D. $d: \frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+4}{-1}$.

Câu 120. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $K(-2;3;-4)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y - 4z - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (P) .

A. $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z-4}{-4}$.

B. $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z+4}{-4}$.

C. $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+3}{3} = \frac{z+4}{-4}$.

D. $d: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-4}{-4}$.

Câu 121. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh là $A(1;2;3)$, $B(-3;5;7)$, $C(-1;-4;-1)$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và d là đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại G. Viết phương trình đường thẳng d .

A. $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+3}{5}$.

B. $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-3}{5}$.

C. $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{4} = \frac{z+3}{5}$.

D. $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z-3}{5}$.

Câu 122. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $M(1;-2;-3)$ và hai mặt phẳng $(P): x - y - z - 3 = 0$, $(Q): 3x - 2y - z + 11 = 0$. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm M và song song với cả hai mặt phẳng (P) , (Q) . Viết phương trình đường thẳng d .

A. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{-1}$.

B. $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-1}$.

C. $d: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1}$.

D. $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{1}$.

Câu 123. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho tứ diện ABCD có tọa độ các đỉnh lần lượt là $A(-1;2;-1)$, $B(5;-1;0)$, $C(-1;1;1)$, $D(3;2;-1)$. Gọi d là đường thẳng chứa đường cao từ đỉnh A của tứ diện ABCD. Viết phương trình đường thẳng d .

A. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{3}$.

B. $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{3}$.

C. $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{3}$.

D. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{3}$.

Câu 124. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $F(-2;3;-3)$, mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: x = 1 - 5t; y = 4 + t; z = 2 - 3t, t \in \mathbb{R}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm F, song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng d . Viết phương trình đường thẳng Δ .

A. $\Delta: \frac{x+2}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+3}{-3}.$

B. $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-3}{-3}.$

C. $\Delta: \frac{x+2}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+3}{-3}.$

D. $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-3}{-3}.$

Câu 125. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $L(5;-2;-1)$, mặt phẳng $(P): 4x + y - z - 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{1}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm L , song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng d . Viết phương trình đường thẳng Δ .

A. $\Delta: \frac{x+5}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{3}.$

B. $\Delta: \frac{x-5}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{3}.$

C. $\Delta: \frac{x-5}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{3}.$

D. $\Delta: \frac{x+5}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{3}.$

Câu 126. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $K(1;1;-1)$, mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 5 = 0$ và đường thẳng $d: (x=1+t; y=4-2t; z=1-t, t \in \mathbb{R})$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm F , nằm trong mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng d . Viết phương trình đường thẳng Δ .

A. $\Delta: \frac{x+1}{4} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{6}.$

B. $\Delta: \frac{x-1}{4} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{6}.$

C. $\Delta: \frac{x+1}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{6}.$

D. $\Delta: \frac{x-1}{4} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{6}.$

Câu 127. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $K(1;-4;-5)$ và hai đường thẳng $d: x=5-t; y=2t; z=3t-2 (t \in \mathbb{R})$, $d': \frac{x-1}{5} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+2}{-1}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm K và đồng thời vuông góc với hai đường thẳng d, d' . Viết phương trình đường thẳng Δ .

A. $\Delta: \frac{x-1}{5} = \frac{y+4}{14} = \frac{z+5}{11}.$

B. $\Delta: \frac{x-1}{5} = \frac{y+4}{-14} = \frac{z+5}{11}.$

C. $\Delta: \frac{x+1}{5} = \frac{y-4}{-14} = \frac{z-5}{11}.$

D. $\Delta: \frac{x+1}{5} = \frac{y-4}{14} = \frac{z-5}{11}.$

Câu 128. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $K(-1;-2;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{6}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm K và đồng thời vuông góc với hai đường thẳng d, Oy . Viết phương trình đường thẳng Δ .

A. $\Delta: \begin{cases} x = -3t - 1 \\ y = -2 \\ z = 3 - 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

B. $\Delta: \begin{cases} x = 3t - 1 \\ y = -2 \\ z = 3 - 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

C. $\Delta: \begin{cases} x = 3t - 1 \\ y = -2 \\ z = 3 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

D. $\Delta: \begin{cases} x = 3t + 1 \\ y = -2 \\ z = 3 - 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

Câu 129. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P): $x + 2y + z - 8 = 0$ và (Q): $2x - 2y - 3z + 11 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d.

A. $d: \frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-3}{6}.$

B. $d: \frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z-3}{6}.$

C. $d: \frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{5} = \frac{z+3}{6}.$

D. $d: \frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z+3}{6}.$

Câu 130. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P): $x - y + z - 3 = 0$ và (Q): $x + 2y + 3z - 8 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d.

A. $d: \frac{x-3}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-3}.$

B. $d: \frac{x+3}{5} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{-3}.$

C. $d: \frac{x-3}{5} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-3}.$

D. $d: \frac{x+3}{5} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+1}{-3}.$

Câu 131. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $x + 2y + z - 4 = 0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Gọi d là đường thẳng nằm trên mặt phẳng (P), đồng thời vuông góc và cắt đường thẳng Δ . Viết phương trình đường thẳng d.

A. $d: \frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{3}.$

B. $d: \frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}.$

C. $d: \frac{x+1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+1}{3}.$

D. $d: \frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{3}.$

Câu 132. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $x + y + z - 5 = 0$ và hai đường thẳng $\Delta: \frac{x-7}{3} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-5}{1}$, $\Delta': \frac{x-6}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+7}{-4}$. Gọi d là đường thẳng nằm trên mặt phẳng (P), đồng thời cắt cả hai đường thẳng Δ, Δ' . Viết phương trình đường thẳng d.

A. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{-2}.$

B. $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{-2}.$

C. $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{2}.$

D. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{2}.$

Câu 133. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{3}$ và mặt phẳng $P: x-y-z-1=0$. Viết phương trình chính tắc đường thẳng Δ đi qua $A(1;1;-2)$, song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng d

A. $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{-3}$

B. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{-1}$.

C. $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{3}$

D. $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+2}{-3}$

Câu 134. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, Viết phương trình d trong (P) cắt cả d_1, d_2 . biết

$(P): 4x-3y+11z-26=0$ (d_1): $\frac{x}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{3}$ & (d_2): $\frac{x-4}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{2}$

A. $\frac{x+2}{5} = \frac{y-7}{-8} = \frac{z-5}{-4}$

B. $\frac{x}{4} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z+1}{4}$

C. $\frac{x+2}{4} = \frac{y-7}{-3} = \frac{z-5}{-11}$

D. $\frac{x}{4} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z+1}{11}$

Câu 135. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $M(2;-1;3)$ và hai đường thẳng $\Delta: \frac{x}{4} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z+2}{-1}$, $\Delta': \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{4}$. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm M, vuông góc Δ và cắt Δ' . Viết phương trình đường thẳng d.

A. $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{2}$.

B. $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{-2}$.

C. $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{2}$.

D. $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+3}{2}$.

Câu 136. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $K(1;1;4)$ và hai đường thẳng $\Delta: \frac{x-10}{7} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-15}{8}$, $\Delta': \frac{x+1}{-3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z}{5}$. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm K, vuông góc Δ và cắt Δ' . Viết phương trình đường thẳng d.

A. $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-4}{1}$.

B. $d: \frac{x+1}{4} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+4}{-3}$.

C. $d: \frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+4}{1}$.

D. $d: \frac{x-1}{4} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z-4}{-3}$.

Câu 137. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $L(1;-1;4)$, đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{-3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z}{5}$ và mặt phẳng $(P): x+2y-2z-15=0$. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm L, song song mặt phẳng (P) và cắt đường thẳng Δ . Viết phương trình đường thẳng d.

A. $d: \frac{x+1}{4} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+4}{-1}.$

B. $d: \frac{x+1}{4} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z+4}{-3}.$

C. $d: \frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-4}{1}.$

D. $d: \frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-4}{-3}.$

Câu 138. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $V(-1;4;-2)$, đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{5} = \frac{y+8}{2} = \frac{z-1}{-3}$ và mặt phẳng $(P): y - z - 2017 = 0$. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm V , song song mặt phẳng (P) và cắt đường thẳng Δ . Viết phương trình đường thẳng d .

A. $d: \frac{x-1}{17} = \frac{y+4}{-6} = \frac{z-2}{-6}.$

B. $d: \frac{x-1}{4} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-2}{1}.$

C. $d: \frac{x+1}{17} = \frac{y-4}{-6} = \frac{z+2}{-6}.$

D. $d: \frac{x+1}{4} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+2}{1}.$

Câu 139. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-6}{2} = \frac{y+10}{-7} = \frac{z-5}{3}$, $d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{9}$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$. Gọi d là đường thẳng nằm trên (P) , cắt đường thẳng d_1 và vuông góc với đường thẳng d_2 . Viết phương trình đường thẳng d .

A. $d: \frac{x-4}{3} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-2}{1}.$

B. $d: \frac{x-4}{3} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z-2}{1}.$

C. $d: \frac{x+4}{3} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z+2}{1}.$

D. $d: \frac{x+4}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+2}{1}.$

Câu 140. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $T(-4;10;14)$ và hai đường thẳng $d_1: (x=6+2t, y=-7t-10, z=5+3t, t \in \mathbb{R})$, $d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{9}$. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm T và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 . Viết phương trình đường thẳng d .

A. $d: \frac{x+4}{4} = \frac{y-10}{9} = \frac{z-14}{2}.$

B. $d: \frac{x+4}{4} = \frac{y-10}{-9} = \frac{z-14}{2}.$

C. $d: \frac{x+4}{4} = \frac{y-10}{-9} = \frac{z-14}{-2}.$

D. $d: \frac{x+4}{4} = \frac{y-10}{9} = \frac{z-14}{-2}.$

Câu 141. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $U(27;8;84)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-1}$, $d_2: (x=1+4t, y=3t-1, z=12t, t \in \mathbb{R})$. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm U và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 . Viết phương trình đường thẳng d .

A. $d: \frac{x-27}{-4} = \frac{y-8}{1} = \frac{z-84}{12}.$

B. $d: \frac{x-27}{4} = \frac{y-8}{1} = \frac{z-84}{-12}.$

C. $d: \frac{x-27}{-4} = \frac{y-8}{1} = \frac{z-84}{-12}.$

D. $d: \frac{x-27}{4} = \frac{y-8}{1} = \frac{z-84}{12}.$

Câu 142. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $V(3;3;-8)$ và đường thẳng $d_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-1}$. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm V và cắt cả hai đường thẳng d_1, Oz . Viết phương trình đường thẳng d.

A. $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+8}{-4}.$

B. $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+8}{4}.$

C. $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+8}{-4}.$

D. $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+8}{4}.$

Câu 143. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $K(14;7;26)$ và đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{6}$. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm K và cắt cả hai đường thẳng d_1, Oy . Viết phương trình đường thẳng d.

A. $d: \frac{x-14}{7} = \frac{y-7}{3} = \frac{z-26}{13}.$

B. $d: \frac{x-14}{7} = \frac{y-7}{-3} = \frac{z-26}{13}.$

C. $d: \frac{x-14}{-7} = \frac{y-7}{3} = \frac{z-26}{13}.$

D. $d: \frac{x-14}{-7} = \frac{y-7}{-3} = \frac{z-26}{13}.$

Câu 144. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - 5z - 20 = 0$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+5}{1}$, $d_2: \frac{x+2}{4} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3}$. Gọi d là đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 . Viết phương trình đường thẳng d.

A. $d: \frac{x+4}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z+3}{-5}.$

B. $d: \frac{x-4}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z+3}{5}.$

C. $d: \frac{x+4}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z+3}{5}.$

D. $d: \frac{x-4}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z+3}{-5}.$

Câu 145. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): 7x + 12y - 23z + 1 = 0$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{-6}$, $d_2: \frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{5}$. Gọi d là đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 . Viết phương trình đường thẳng d.

A. $d: \frac{x}{7} = \frac{y-5}{-12} = \frac{z-11}{-23}$.

B. $d: \frac{x}{7} = \frac{y+5}{12} = \frac{z-11}{-23}$.

C. $d: \frac{x}{7} = \frac{y-5}{12} = \frac{z-11}{-23}$.

D. $d: \frac{x+1}{7} = \frac{y+5}{-12} = \frac{z-11}{-23}$.

Câu 146. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho ba đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{-6}$, $d_2: \frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{5}$, $d_3: (x=4t-2, y=5t+1, z=-9t-1, t \in \mathbb{R})$. Gọi d là đường thẳng cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 và song song với đường thẳng d_3 . Viết phương trình đường thẳng d.

A. $d: \frac{x-7}{4} = \frac{y-7}{-5} = \frac{z+12}{9}$.

B. $d: \frac{x-7}{4} = \frac{y-7}{5} = \frac{z+12}{-9}$.

C. $d: \frac{x-7}{4} = \frac{y-7}{5} = \frac{z+12}{9}$.

D. $d: \frac{x-7}{4} = \frac{y-7}{-5} = \frac{z+12}{-9}$.

Câu 147. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{5} = \frac{z-2}{-4}$ và mặt phẳng $(P): x-3y-4m^2z+m=0$. Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P).

A. $m = \pm 1$

B. $m = 1$

C. $m = -\frac{7}{8}$

D. $m = 1; m = -\frac{7}{8}$

Câu 148. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x+3}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+2}{-1}$, $d_2: (x=15+3t, y=-t, z=3t-2, t \in \mathbb{R})$. Gọi d là đường thẳng cắt hai đường thẳng d_1, Ox và song song với đường thẳng d_2 . Viết phương trình đường thẳng d.

A. $d: \frac{x+4}{3} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{3}$.

B. $d: \frac{x+8}{3} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{3}$.

C. $d: \frac{x-4}{3} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{3}$.

D. $d: \frac{x-8}{3} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{3}$.

Câu 149. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-6}{1} = \frac{y-4}{-4} = \frac{z-4}{1}$, $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-2}$. Gọi Δ là đường thẳng vuông góc chung của hai đường thẳng d_1, d_2 (đường thẳng Δ vuông góc với cả hai đường thẳng d_1, d_2 và Δ cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2). Viết phương trình đường thẳng Δ .

A. $\Delta: \frac{x-4}{8} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-4}.$

B. $\Delta: \frac{x-4}{9} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-1}.$

C. $\Delta: \frac{x-4}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{2}.$

D. $\Delta: \frac{x-4}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-2}{4}.$

Câu 150. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x+2}{7} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-3}$, $d_2: (x = -4 - 16t, y = 5t - 4, z = 2t - 4, t \in \mathbb{R})$. Gọi Δ là đường thẳng vuông góc chung của hai đường thẳng d_1, d_2 (đường thẳng Δ vuông góc với cả hai đường thẳng d_1, d_2 và Δ cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2). Viết phương trình đường thẳng Δ .

A. $\Delta: \frac{x+3}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+1}{3}.$

B. $\Delta: \frac{x+3}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+1}{3}.$

C. $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{3}.$

D. $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{3}.$

Câu 151. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có phương trình $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 + \left(z + \frac{1}{3}\right)^2 = 196$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; -\frac{1}{3}\right), R = 14.$

B. $I\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; -\frac{1}{3}\right), R = 196.$

C. $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{1}{3}\right), R = 14.$

D. $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{1}{3}\right), R = 196.$

Câu 152. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 8y - 11 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(-3; 4; 0), R = 6.$

B. $I(-3; -4; 0), R = 6.$

C. $I(-6; 8; 0), R = 6.$

D. $I(3; -4; 0), R = 6.$

Câu 153. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai mặt cầu (S) và (S') lần lượt có phương trình là $(x+1)^2 + (y-7)^2 + (z+2)^2 = 16$, $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 8y - 8z + 24 = 0$. Hãy chỉ ra mệnh đề sai trong các mệnh đề dưới đây?

A. Mặt cầu (S') có tâm $I'(1; 4; 4)$ và bán kính $R' = 3$.

B. Mặt cầu (S) đi qua điểm $M(-1; 7; -6)$.

C. Hai mặt cầu (S) và (S') tiếp xúc ngoài với nhau.

D. Hai mặt cầu (S) và (S') tiếp xúc trong với nhau.

Câu 154. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + x + y - z - \frac{1}{4} = 0$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right), R=1.$

B. $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right), R=1.$

C. $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right), R=1.$

D. $I\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right), R=1.$

Câu 155. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y - 2z - 1 = 0$ và mặt phẳng (P): $2x - 3y - 6z + 19 = 0$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. (P) cắt (S) tạo thành 1 đường tròn.

B. (P) tiếp xúc với (S).

C. (S) có tâm $I(-1; -1; 1)$ và bán kính $R = 1$.

D. (S) có tâm $I(1; 1; -1)$ và bán kính $R = 2$.

Câu 156. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 3 = 0$ và mặt phẳng (P): $2x - 2y - z - 1 = 0$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. (P) cắt (S) tạo thành 1 đường tròn.

B. (P) tiếp xúc với (S).

C. (S) có tâm $I(-3; 2; 0)$ và bán kính $R = 4$.

D. (S) có tâm $I(3; -2; 0)$ và bán kính $R = 16$.

Câu 157. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - x + y + 2z - \frac{5}{2} = 0$ và mặt phẳng (P): $2x - 2y - z - 3 = 0$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. (S) có tâm $I\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; -1\right)$ và bán kính $R = 4$.

B. (P) tiếp xúc với (S).

C. (P) cắt (S) tạo thành đường tròn có đường kính bằng 2.

D. (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_p = (2; 2; -1)$.

Câu 158. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 9$ và mặt phẳng (P): $x - 2y - 2z - 9 = 0$. Chỉ ra mệnh đề sai trong các mệnh đề được cho dưới đây:

A. (S) có tâm $I(1; 2; 2)$ và bán kính $R = 3$.

B. (P) đi qua điểm $M(5; -1; -1)$.

C. (P) cắt (S) tạo thành 1 đường tròn.

D. (S) đi qua điểm $N(3; -1; 0)$.

Câu 159. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-9)^2 + (y-3)^2 + (z-7)^2 = 49$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-4}{6}$. Chỉ ra mệnh đề sai trong các mệnh đề được cho dưới đây:

- A. (S) có tâm $I(9;3;7)$ và bán kính $R = 7$. B. d có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{a}_d = (2; 3; 6)$.
C. d cắt (S) tại hai điểm phân biệt. D. d tiếp xúc với (S).

Câu 160. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 8z + 9 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{3} = \frac{z-18}{7}$. Chỉ ra mệnh đề sai trong các mệnh đề được cho dưới đây:

- A. (S) có tâm $I(1;-1;4)$ và bán kính $R = 3$. B. d đi qua điểm $K(3; 5; 18)$.
C. d cắt (S) tại 2 điểm M,N thỏa $MN = 6$. D. d tiếp xúc với (S).

Câu 161. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;2)$ và đi qua điểm $M(-1;0;1)$. Viết phương trình mặt cầu (S).

- A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 9$. B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 9$.
C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 9$. D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 3$.

Câu 162. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có tâm $A(1;2;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P): $x + y + z - 3 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S).

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$. B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 3$.
C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 9$. D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 3$.

Câu 163. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có tâm $A(4;-11;5)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P): $3x - 12y + 4z + 5 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S).

- A. $(x-4)^2 + (y+11)^2 + (z-5)^2 = 13$. B. $(x-4)^2 + (y+11)^2 + (z-5)^2 = 169$.
C. $(x+4)^2 + (y-11)^2 + (z+5)^2 = 169$. D. $(x+4)^2 + (y-11)^2 + (z+5)^2 = 13$.

Câu 164. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;0;7)$ và đi qua điểm $K(2;4;-5)$. Viết phương trình mặt cầu (S).

- A. $(x-1)^2 + y^2 + (z+7)^2 = 13$. B. $(x-1)^2 + y^2 + (z+7)^2 = 169$.
C. $(x+1)^2 + y^2 + (z-7)^2 = 13$. D. $(x+1)^2 + y^2 + (z-7)^2 = 169$.

Câu 165. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có tâm $H(2;12;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng Oxz. Viết phương trình mặt cầu (S).

A. $(x+2)^2 + (y+12)^2 + (z-1)^2 = 144.$ B. $(x+2)^2 + (y+12)^2 + (z-1)^2 = 12.$

C. $(x-2)^2 + (y-12)^2 + (z+1)^2 = 144.$ D. $(x-2)^2 + (y-12)^2 + (z+1)^2 = 12.$

Câu 166. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có tâm $V(26;-12;2015)$ và tiếp xúc với mặt phẳng Oyz. Viết phương trình mặt cầu (S).

A. $(x-26)^2 + (y+12)^2 + (z-2015)^2 = 676.$ B. $(x-26)^2 + (y+12)^2 + (z-2015)^2 = 26.$

C. $(x+26)^2 + (y-12)^2 + (z+2015)^2 = 676.$ D. $(x+26)^2 + (y-12)^2 + (z+2015)^2 = 26.$

Câu 167. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có tâm $M(2;-4;-6)$ và tiếp xúc với mặt phẳng Oxy. Viết phương trình mặt cầu (S).

A. $(x-2)^2 + (y+4)^2 + (z+6)^2 = 6.$ B. $(x-2)^2 + (y+4)^2 + (z+6)^2 = 36.$

C. $(x+2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 36.$ D. $(x+2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 6.$

Câu 168. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$ và (P) là mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $M(3;0;2)$. Viết phương trình mặt phẳng (P).

A. (P): $2x - 2y - z - 4 = 0.$ B. (P): $2x + 2y - z - 4 = 0.$

C. (P): $2x + 2y + z - 8 = 0.$ D. (P): $2x - 2y + z - 8 = 0.$

Câu 169. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S): $(x+3)^2 + y^2 + z^2 = 49$ và mặt phẳng (P): $6x + 2y - 3z - 31 = 0$ tiếp xúc nhau tại điểm M. Tìm tọa độ điểm M.

A. $M(5;-1;-1).$ B. $M(6;-1;1).$ C. $M(3;2;-3).$ D. $M(3;5;-1).$

Câu 170. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai điểm $M(4;1;3)$, $N(2;-2;-3)$. Gọi (S) là mặt cầu có đường kính MN. Viết phương trình mặt cầu (S).

A. (S): $(x+3)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + z^2 = 49.$ B. (S): $(x-3)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 + z^2 = \frac{49}{4}.$

C. (S): $(x-3)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 + z^2 = \frac{7}{2}.$ D. (S): $(x+3)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + z^2 = 7.$

Câu 171. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho (S) là mặt cầu có tâm $M(1;-2;1)$ và tiếp xúc mặt phẳng (P): $4x - 3y - 12z + 5 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S).

A. $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = \frac{9}{169}$. B. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = \frac{9}{169}$.

C. $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = \frac{3}{13}$. D. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = \frac{3}{13}$.

Câu 172. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho (S) là mặt cầu có tâm $K(9; 3; 7)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-4}{6}$. Viết phương trình mặt cầu (S).

A. $(S): (x+9)^2 + (y+3)^2 + (z+7)^2 = 49$. B. $(S): (x+9)^2 + (y+3)^2 + (z+7)^2 = 7$.

C. $(S): (x-9)^2 + (y-3)^2 + (z-7)^2 = 49$. D. $(S): (x-9)^2 + (y-3)^2 + (z-7)^2 = 7$.

Câu 173. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho (S) là mặt cầu có tâm $I(0; -3; 2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d: (x = 2 + t; y = 3 - 2t; z = 4 + 5t, t \in \mathbb{R})$. Viết phương trình mặt cầu (S).

A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6y + 4z - 63 = 0$. B. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 6y - 4z - 63 = 0$.

C. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6y - 4z + 61 = 0$. D. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 6y + 4z + 63 = 0$.

Câu 174. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai điểm $T(-1; 2; -3), V(1; 0; -2)$. Gọi (S) là mặt cầu có đường kính TV. Viết phương trình mặt cầu (S).

A. $(S): x^2 + (y+1)^2 + \left(z - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{3}{2}$. B. $(S): x^2 + (y+1)^2 + \left(z - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$.

C. $(S): x^2 + (y-1)^2 + \left(z + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{3}{2}$. D. $(S): x^2 + (y-1)^2 + \left(z + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$.

Câu 175. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z+2}{3}$ và hai điểm $T(-1; 2; 4), K(7; -1; 3)$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm nằm trên đường thẳng d và đi qua hai điểm T, K. Viết phương trình mặt cầu (S).

A. $(S): (x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-1)^2 = 49$. B. $(S): (x+1)^2 + (y+4)^2 + (z-1)^2 = 49$.

C. $(S): (x+1)^2 + (y-4)^2 + (z+1)^2 = 49$. D. $(S): (x-1)^2 + (y-4)^2 + (z+1)^2 = 49$.

Câu 176. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai điểm $B(1; 2; 3), T(4; -6; 2)$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm nằm trên trục hoành và đi qua hai điểm B, T. Viết phương trình mặt cầu (S).

A. $(S): (x-7)^2 + y^2 + z^2 = 6$. B. $(S): (x+7)^2 + y^2 + z^2 = 36$.

C. $(S): (x+7)^2 + y^2 + z^2 = 6$. D. $(S): (x-7)^2 + y^2 + z^2 = 36$.

- Câu 177.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai điểm $B(2; 2; -3)$, $C(1; 2; -6)$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm nằm trên trục Oz và đi qua hai điểm B, C. Viết phương trình mặt cầu (S).
- A. (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 8z + 7 = 0$. B. (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 4z + 7 = 0$.
 C. (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 8z + 25 = 0$. D. (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 4z + 25 = 0$.
- Câu 178.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai điểm $K(2; 0; -2)$, $H(-1; 1; 2)$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm nằm trên trục Oy và đi qua hai điểm K, H. Viết phương trình mặt cầu (S).
- A. (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 8 = 0$. B. (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 8 = 0$.
 C. (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 2y + 8 = 0$. D. (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 8 = 0$.
- Câu 179.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $2x - y - z - 5 = 0$ và ba điểm $M(0; -1; 13)$, $N(1; -2; -11)$, $K(-8; 6; 4)$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm thuộc mặt phẳng (P) và đi qua ba điểm M, N, K. Viết phương trình mặt cầu (S).
- A. (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 4y - 2z - 148 = 0$. B. (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 4z - 19 = 0$.
 C. (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z + 2 = 0$. D. (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 6y + 8z + 1 = 0$.
- Câu 180.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho ba điểm $E(3; 0; -1)$, $F(6; -4; -2)$, $G(7; -1; 2)$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm thuộc mặt phẳng Oxy và đi qua ba điểm E, F, G. Viết phương trình mặt cầu (S).
- A. (S): $(x + 7)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 25$. B. (S): $(x - 5)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 9$.
 C. (S): $(x + 5)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 36$. D. (S): $(x + 7)^2 + (y - 8)^2 + z^2 = 49$.
- Câu 181.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(2; 4; -3)$, $B(6; 9; 6)$, $C(-3; 5; 9)$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm thuộc mặt phẳng Oyz và đi qua ba điểm A, B, C. Viết phương trình mặt cầu (S).
- A. (S): $x^2 + (y + 1)^2 + (z - 2)^2 = 9$. B. (S): $x^2 + (y - 7)^2 + (z - 3)^2 = 49$.
 C. (S): $x^2 + (y - 2)^2 + (z + 5)^2 = 169$. D. (S): $x^2 + (y + 6)^2 + (z - 1)^2 = 36$.
- Câu 182.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(1; -1; 2)$, $B(-1; 3; 0)$, $C(-3; 1; 4)$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm thuộc mặt phẳng Oxz và đi qua ba điểm A, B, C. Viết phương trình mặt cầu (S).
- A. (S): $(x - 5)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 11$. B. (S): $(x - 7)^2 + y^2 + (z - 6)^2 = 11$.
 C. (S): $(x + 2)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 11$. D. (S): $(x + 2)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 11$.

- Câu 183.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho bốn điểm $A(-6;2;1)$, $B(-2;4;3)$, $C(-4;0;5)$, $D(0;0;1)$. Gọi (S) là mặt cầu đi qua 4 điểm A, B, C, D. Viết phương trình mặt cầu (S).
- A. (S): $x^2 + y^2 + z^2 + x - y + z - 34 = 0$. B. (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 2y - 4z + 3 = 0$.
- C. (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 4x + y - 19 = 0$. D. (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 2y + z - 46 = 0$.
- Câu 184.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho tứ diện ABCD có tọa độ các đỉnh là $A(5;0;-1)$, $B(-2;2;-8)$, $C(-7;2;-3)$, $D(0;-5;-1)$. Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD. Viết phương trình mặt cầu (S).
- A. (S): $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 38$. B. (S): $(x-4)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = 27$.
- C. (S): $(x-4)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 38$. D. (S): $x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 27$.
- Câu 185.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai mặt phẳng phẳng (P): $2x + y - 2z - 9 = 0$, (Q): $2x + 2y - z - 8 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-5}{3} = \frac{y-14}{7} = \frac{z-3}{2}$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm thuộc đường thẳng d và tiếp xúc cả hai mặt phẳng (P), (Q). Viết phương trình mặt cầu (S).
- A. (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 10x - 28y - 6z + 1 = 0$. B. (S): $(x-8)^2 + (y-21)^2 + (z-5)^2 = 9$.
- C. (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2z - 7 = 0$. D. (S): $(x-2)^2 + (y-7)^2 + (z-1)^2 = 49$.
- Câu 186.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai mặt phẳng phẳng (P): $2x - 3y - 6z + 4 = 0$, (Q): $6x + 3y - 2z - 38 = 0$ và đường thẳng $d: (x=1+t, y=1-t, z=11+2t, t \in \mathbb{R})$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm thuộc đường thẳng d và tiếp xúc cả hai mặt phẳng (P), (Q). Viết phương trình mặt cầu (S) biết tâm của (S) có tọa độ là số nguyên.
- A. (S): $(x-4)^2 + (y+2)^2 + (z-17)^2 = 16$. B. (S): $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-11)^2 = 169$.
- C. (S): $(x+2)^2 + (y-4)^2 + (z-5)^2 = 144$. D. (S): $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-7)^2 = 49$.
- Câu 187.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng phẳng (P): $2x - 2y + z - 10 = 0$ và đường thẳng $d: (x=4t-1, y=2t+3, z=-t-6, t \in \mathbb{R})$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm thuộc đường thẳng d và tiếp xúc cả hai mặt phẳng (P), Oxy. Viết phương trình mặt cầu (S).
- A. (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y + 12z - 7 = 0$. B. (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 16y + 8z - 2 = 0$.
- C. (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 4y + 12z - 5 = 0$. D. (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 10y + 14z + 34 = 0$.
- Câu 188.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $I(-3;1;2)$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-3}{1}$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A và B sao cho $AB = 2\sqrt{6}$. Viết phương trình mặt cầu (S).

A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 2y - 4z + 3 = 0$. B. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 2y - 4z + 1 = 0$.

C. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 2y - 4z + 2 = 0$. D. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 2y - 4z - 1 = 0$.

Câu 189. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $I(-1;1;-2)$ và đường thẳng $d: (x=7t, y=-5-7t, z=-1+2t, t \in \mathbb{R})$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm M và N sao cho $MN = \sqrt{102}$. Viết phương trình mặt cầu (S) .

A. $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 27$. B. $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 37$.

C. $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 28$. D. $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 38$.

Câu 190. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai mặt phẳng $(P): 12x + 3y - 4z - 1 = 0$ và $(Q): 2x + 2y + z - 3 = 0$. Gọi φ là góc hợp bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) . Tính $\cos \varphi$.

A. $\cos \varphi = \frac{2}{3}$. B. $\cos \varphi = \frac{2}{39}$. C. $\cos \varphi = \frac{2}{5}$. D. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{26}}{39}$.

Câu 191. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): x + y - z - 5 = 0$ và điểm $K(-1;-3;-7)$. Tính khoảng cách $d[K, (P)]$ từ điểm K đến mặt phẳng (P) .

A. $d[K, (P)] = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. B. $d[K, (P)] = \sqrt{3}$. C. $d[K, (P)] = \frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $d[K, (P)] = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Câu 192. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai mặt phẳng $(P): x + y - z - 15 = 0$ và $(Q): x - y + z + 3 = 0$. Gọi α là góc hợp bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) . Tính $\cos \alpha$.

A. $\cos \alpha = \frac{2}{3}$. B. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. C. $\cos \alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}}$. D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 193. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{7}$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 1 = 0$. Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng d và cách mặt phẳng (P) một khoảng bằng $\frac{2}{3}$ biết tọa độ điểm M là số nguyên.

A. $M(-1;2;0)$. B. $M(-3;3;-7)$. C. $M(1;1;7)$. D. $M(-5;4;-14)$.

Câu 194. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, hãy tính $\sin \varphi$ với φ là góc hợp bởi mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 3 = 0$ và mặt phẳng Oxy.

A. $\sin \varphi = \frac{2}{3}$. B. $\sin \varphi = \frac{\sqrt{5}}{3}$. C. $\sin \varphi = \frac{1}{3}$. D. $\sin \varphi = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

- Câu 195.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: x = 3 + 3t, y = 1 + t, z = -2 - 9t, t \in \mathbb{R}$ và mặt phẳng $(P): x - y - z - 14 = 0$. Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng d và cách mặt phẳng (P) một khoảng bằng $7\sqrt{3}$, biết cao độ điểm M là số nguyên lớn hơn 5.
- A. $M(0;0;7)$. B. $M(3;1;-2)$. C. $M(-6;-2;25)$. D. $M(-3;-1;16)$.
- Câu 196.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, hãy tính $\tan \varphi$ với φ là góc hợp bởi mặt phẳng $(P): 2x - 3y - 6z + 1 = 0$ và mặt phẳng Oxz.
- A. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{10}}{20}$. B. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{10}}{10}$. C. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{10}}{5}$. D. $\tan \varphi = \frac{2\sqrt{10}}{3}$.
- Câu 197.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): x + y + 2z - 3 = 0$. Tìm tọa độ điểm K trên trục hoành và cách mặt phẳng (P) một khoảng bằng $2\sqrt{3}$, biết hoành độ điểm K là số nguyên nhỏ hơn -2.
- A. $K(9;0;0)$. B. $K(-3;0;0)$. C. $K(-4;0;0)$. D. $K(-7;0;0)$.
- Câu 198.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 7 = 0$. Tìm tọa độ điểm T trên trục tung và cách mặt phẳng (P) một khoảng bằng $2\sqrt{6}$, biết tung độ điểm T là số nguyên nhỏ hơn -4.
- A. $T(0;19;0)$. B. $T(0;-9;0)$. C. $T(0;-5;0)$. D. $T(0;-11;0)$.
- Câu 199.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{5} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - 3y - 4z + 17 = 0$. Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.
- A. Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng 180° .
 B. Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng 0° .
 C. Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng 90° .
 D. Khoảng cách từ đường thẳng d đến mặt phẳng (P) bằng 11.
- Câu 200.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, hãy tính $\cot \varphi$ với φ là góc hợp bởi mặt phẳng $(P): x - y - 5z + 7 = 0$ và mặt phẳng Oyz.
- A. $\cot \varphi = \frac{\sqrt{3}}{9}$. B. $\cot \varphi = \frac{\sqrt{26}}{26}$. C. $\cot \varphi = \frac{\sqrt{78}}{9}$. D. $\cot \varphi = \sqrt{26}$.
- Câu 201.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, hãy tính $\sin \alpha$ với α là góc hợp bởi mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 7 = 0$ và trục Oz.

A. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$. B. $\sin \alpha = \frac{1}{3}$. C. $\sin \alpha = \frac{2}{3}$. D. $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 202. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, hãy tính $\cos \varphi$ với φ là góc hợp bởi mặt phẳng $(P): 2x + 3y + 6z - 17 = 0$ và trục Oy.

A. $\cos \varphi = \frac{3}{7}$. B. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{10}}{7}$. C. $\cos \varphi = \frac{2\sqrt{10}}{7}$. D. $\cos \varphi = \frac{40}{49}$.

Câu 203. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, gọi φ là góc hợp bởi hai đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{2}$ và $d': \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Tính $\tan \varphi$.

A. $\tan \varphi = \sqrt{17}$. B. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{66}}{6}$. C. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{66}}{11}$. D. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{102}}{17}$.

Câu 204. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 12 = 0$ và đường thẳng $d: (x = 3 - 5t, y = t, z = 2 + t, t \in \mathbb{R})$. Gọi α là góc hợp bởi mặt phẳng (P) và đường thẳng d . Tính $\sin \alpha$.

A. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $\sin \alpha = \frac{1}{3}$. C. $\sin \alpha = -\frac{1}{3}$. D. $\sin \alpha = \frac{2}{3}$.

Câu 205. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): x + y - z + 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-7}{3} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-17}{6}$. Gọi φ là góc hợp bởi mặt phẳng (P) và đường thẳng d . Tính $\sin \varphi$.

A. $\sin \varphi = \frac{\sqrt{3}}{21}$. B. $\sin \varphi = \frac{\sqrt{3}}{7}$. C. $\sin \varphi = \frac{\sqrt{3}}{10}$. D. $\sin \varphi = \frac{\sqrt{3}}{15}$.

Câu 206. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, hãy tính $\tan \varphi$ với φ là góc hợp bởi mặt phẳng $(P): x + y + 5z - 2 = 0$ và trục Ox.

A. $\tan \varphi = \sqrt{26}$. B. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{78}}{9}$. C. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{3}}{9}$. D. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{26}}{26}$.

Câu 207. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z}{2}$ và điểm $M(-2; 4; 3)$. Tính khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ .

A. $d(M, \Delta) = \frac{3\sqrt{826}}{7}$. B. $d(M, \Delta) = \frac{3\sqrt{826}}{14}$.
C. $d(M, \Delta) = \frac{\sqrt{826}}{14}$. D. $d(M, \Delta) = \frac{\sqrt{826}}{7}$.

- Câu 208.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+3}{7} = \frac{y}{5} = \frac{z-2}{3}$ và điểm $K(1; 8; 7)$. Tính khoảng cách từ điểm K đến đường thẳng Δ .
- A. $d(K, \Delta) = 2\sqrt{11}$. B. $d(K, \Delta) = \sqrt{22}$. C. $d(K, \Delta) = \frac{\sqrt{22}}{22}$. D. $d(K, \Delta) = \frac{2\sqrt{11}}{11}$.
- Câu 209.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x-4}{1} = \frac{y+8}{-2} = \frac{z-6}{1}$ và điểm $H(1; -1; -1)$. Tính khoảng cách từ điểm H đến đường thẳng d.
- A. $d(H, d) = \frac{\sqrt{107}}{3}$. B. $d(H, d) = \frac{\sqrt{107}}{6}$. C. $d(H, d) = \sqrt{107}$. D. $d(H, d) = \frac{\sqrt{107}}{2}$.
- Câu 210.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+14}{5}$ và điểm $M(-2; 6; 1)$. Tính khoảng cách từ M đến đường thẳng d.
- A. $d(M, d) = \sqrt{3}$. B. $d(M, d) = \frac{\sqrt{3}}{6}$. C. $d(M, d) = 3\sqrt{3}$. D. $d(M, d) = 6\sqrt{3}$.
- Câu 211.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z}{2}$ và $\Delta': \frac{x+3}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-1}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng Δ và Δ' .
- A. $d(\Delta, \Delta') = \frac{\sqrt{19}}{19}$. B. $d(\Delta, \Delta') = \frac{\sqrt{19}}{3}$. C. $d(\Delta, \Delta') = \sqrt{19}$. D. $d(\Delta, \Delta') = 2\sqrt{19}$.
- Câu 212.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z}{2}$ và $\Delta': \frac{x+3}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-1}$. Gọi α là góc tạo bởi hai đường thẳng Δ và Δ' . Tính $\cos \alpha$.
- A. $\cos \alpha = \frac{-5}{14}$. B. $\cos \alpha = \frac{5}{14}$. C. $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{14}}$. D. $\cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{14}}$.
- Câu 213.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{6}$ và $\Delta': x = 4t - 3, y = 1 - 3t, z = 12t (t \in \mathbb{R})$. Gọi α là góc tạo bởi hai đường thẳng Δ và Δ' . Tính $\cos \alpha$.
- A. $\cos \alpha = \frac{75}{91}$. B. $\cos \alpha = \frac{73}{91}$. C. $\cos \alpha = \frac{71}{91}$. D. $\cos \alpha = \frac{69}{91}$.

- Câu 214.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{6}$ và $\Delta': x=4t-3, y=1-3t, z=12t (t \in \mathbb{R})$.
- A. $d(\Delta, \Delta') = \frac{\sqrt{10}}{10}$. B. $d(\Delta, \Delta') = \frac{5\sqrt{10}}{10}$. C. $d(\Delta, \Delta') = \frac{11\sqrt{10}}{10}$. D. $d(\Delta, \Delta') = \frac{17\sqrt{10}}{10}$.
- Câu 215.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): 3x+5y-z-2=0$ và đường thẳng $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$. Gọi M là giao điểm của (P) và d. Tìm tọa độ điểm M.
- A. $M(21; -40; 12)$. B. $M(21; 40; 12)$. C. $M(21; 40; -12)$. D. $M(-21; 40; -12)$.
- Câu 216.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x-6}{-3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1}$ và điểm $A(1; 7; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) biết (P) đi qua điểm A và vuông góc với d.
- A. $(P): 3x+2y-z-14=0$. B. $(P): -3x-2y+z-14=0$.
C. $(P): 3x+2y-z+11=0$. D. $(P): -3x-2y+z+11=0$.
- Câu 217.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): 2x+3y+z-11=0$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 14$. Chứng minh được (P) tiếp xúc với (S). Gọi M là tiếp điểm. Tìm tọa độ điểm M.
- A. $M(0; 3; 2)$. B. $M(1; 1; 6)$. C. $M(3; 1; 2)$. D. $M(2; 2; 1)$.
- Câu 218.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): 2x+3y-z-7=0$ và điểm $A(3; 5; 0)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P).
- A. $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z}{-1}$. B. $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-5}{3} = \frac{z}{-1}$.
C. $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-5}{-3} = \frac{z}{-1}$. D. $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y+5}{-3} = \frac{z}{-1}$.
- Câu 219.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): x+y-z+3=0$ và đường thẳng $d: x=3t+7, y=2t+5, z=6t+17, (t \in \mathbb{R})$. Gọi M là giao điểm của (P) và d. Tìm tọa độ điểm M.
- A. $M(-1; -1; 1)$. B. $M(1; 1; 5)$. C. $M(-1; 1; 3)$. D. $M(-3; 1; 1)$.

- Câu 220.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$. Mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (P) . Viết phương trình mặt phẳng (Q) .
- A. $5x + y - 6z = 0$. B. $5x - y - 6z + 2 = 0$. C. $5x + y - 6z - 7 = 0$. D. $5x + y - 6z - 17 = 0$.
- Câu 221.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$ và $d': \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-1}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa cả hai đường thẳng d và d' .
- A. $(P): y + 2z + 2 = 0$. B. $(P): y + 2z - 2 = 0$. C. $(P): y - 2z - 2 = 0$. D. $(P): y - 2z + 2 = 0$.
- Câu 222.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$, $B(2; -1; 0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng d sao cho tam giác ABM vuông tại M biết tọa độ điểm M là số nguyên.
- A. $M(5; -3; 2)$. B. $M(1; -1; 0)$. C. $M(-1; 0; -1)$. D. $M(11; -6; 5)$.
- Câu 223.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(-1; -1; -2)$, $B(0; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B và vuông góc với (P) . Viết phương trình (Q) .
- A. $(P): x - 2y + z + 1 = 0$. B. $(P): x - y + z + 2 = 0$.
C. $(P): 2x + y - z + 1 = 0$. D. $(P): 3x + y - 2z = 0$.
- Câu 224.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x-6}{-3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1}$ và điểm $A(1; 7; 3)$. Tìm tọa độ điểm B thuộc đường thẳng d sao cho độ dài đoạn $AB = 2\sqrt{30}$ biết điểm B có tọa độ là số nguyên.
- A. $B(3; -3; -1)$. B. $B(6; -1; -2)$. C. $B(0; -5; 0)$. D. $B(-9; -11; 3)$.
- Câu 225.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 49$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 2017 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) và (Q) cắt (S) tạo thành đường tròn có bán kính $r = 2\sqrt{10}$. Viết phương trình (Q) .
- A. $2x + 2y - z + 14 = 0$, $2x + 2y - z - 4 = 0$. B. $2x + 2y - z - 14 = 0$, $2x + 2y - z + 4 = 0$.
C. $2x + 2y - z + 14 = 0$, $2x + 2y - z + 4 = 0$. D. $2x + 2y - z - 14 = 0$, $2x + 2y - z - 4 = 0$.

- Câu 226.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng (P): $x + 2y - 3z + 4 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) sao cho d cắt và vuông góc với đường thẳng Δ .
- A. $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$. B. $d: \frac{x+3}{5} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{8}$.
- C. $d: \frac{x+3}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{7}$. D. $d: \frac{x+3}{8} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{5}$.
- Câu 227.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S): $x^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 5$ và đường thẳng $d: \frac{x+7}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và cắt (S) tạo thành đường tròn (C) có đường kính bằng $\sqrt{20}$. Viết phương trình mặt phẳng (P).
- A. (P): $x + y - z + 3 = 0$. B. (P): $x + y - 5z + 11 = 0$.
- C. (P): $x - 2y + z - 4 = 0$. D. (P): $x + 2y - 3z + 8 = 0$.
- Câu 228.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $I(2;1;3)$ và mặt phẳng (P): $2x + y - 2z + 10 = 0$. Gọi (S) là mặt cầu tâm I và cắt mặt phẳng (P) tạo thành một đường tròn có bán kính $r = 4$. Viết phương trình mặt cầu (S).
- A. (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 6z - 11 = 0$. B. (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 6z + 7 = 0$.
- C. (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y + 6z + 1 = 0$. D. (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y + 6z - 9 = 0$.
- Câu 229.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;3)$, $C(1;1;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B và có khoảng cách tới điểm C bằng $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. Viết phương trình mặt phẳng (P).
- A. $x + y + z - 1 = 0$, $23x - 37y - 17z - 23 = 0$. B. $x + y + z - 1 = 0$, $23x + 37y + 17z - 23 = 0$.
- C. $x + y - z + 1 = 0$, $23x - 37y - 17z - 23 = 0$. D. $x + y + z - 1 = 0$, $23x - 37y - 17z = 0$.
- Câu 230.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $2x + 3y - z - 55 = 0$ và điểm $A(1;-1;0)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (P). Tìm tọa độ H.
- A. $H(-9;-11;-106)$. B. $H(9;11;-4)$. C. $H(1;1;-50)$. D. $H(20;5;0)$.
- Câu 231.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(2;1;0)$, $B(-2;3;2)$ và đường thẳng $d: x = 1 + 2t, y = t, z = -2t, t \in \mathbb{R}$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm thuộc đường thẳng d và đi qua hai điểm A, B. Viết phương trình mặt cầu (S).

A. $(S): (x-1)^2 + y^2 + z^2 = 17$.

B. $(S): (x-5)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 17$.

C. $(S): (x+3)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 17$.

D. $(S): (x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 17$.

Câu 232. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y - z + 1 = 0$ và điểm $M(3; 2; -1)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (P). Tìm tọa độ H.

A. $H(1; -1; 0)$.

B. $H(-1; 1; 2)$.

C. $H(-1; -1; -4)$.

D. $H(1; 1; 6)$.

Câu 233. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai điểm $M(7; 1; -1)$, $N(-2; -2; 2)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 4z = 0$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm M, N và cắt (S) tạo thành đường tròn (C) có đường kính bằng $2\sqrt{5}$. Viết phương trình mặt phẳng (P).

A. $(P): x + y - z + 3 = 0$.

B. $(P): x + y - 5z + 11 = 0$.

C. $(P): x - 2y + z - 4 = 0$.

D. $(P): x + 2y - 3z + 8 = 0$.

Câu 234. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+3}{7} = \frac{y}{5} = \frac{z-2}{3}$ và điểm $K(1; 8; 7)$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm K lên đường thẳng Δ .

A. $(-10; -5; -1)$.

B. $(11; 10; 8)$.

C. $(4; 5; 5)$.

D. $(18; 15; 11)$.

Câu 235. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$ và $d_2: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A, vuông góc với d_1 và cắt d_2 .

A. $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{-4}$.

B. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-7} = \frac{z-3}{-9}$.

C. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z-3}{1}$.

D. $\Delta: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{5}$.

Câu 236. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{1}$ và điểm $B(1; -1; -1)$. Gọi C là chân đường vuông góc của B lên đường thẳng d. Tìm tọa độ C.

A. $C(0; 0; 2)$.

B. $C(1; -2; 3)$.

C. $C(2; 0; 2)$.

D. $C(-1; 2; 1)$.

Câu 237. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+4}{5}$ và điểm $M(-2; 6; 1)$. Gọi N là điểm đối xứng với M qua đường thẳng d. Tìm tọa độ điểm N.

A. $N(0; 0; -9)$.

B. $N(-2; 4; 1)$.

C. $N(4; -8; -29)$.

D. $N(-4; 8; 11)$.

- Câu 238.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): x - 2y - 5z + 19 = 0$ và điểm $E(-3; 7; 6)$. Gọi F là điểm đối xứng của E qua mặt phẳng (P). Tìm tọa độ điểm F.
- A. $F(25; 3; 2)$. B. $F(23; -3; -4)$. C. $F(-1; 5; -4)$. D. $F(-31; -5; -6)$.
- Câu 239.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): 6x + 3y - 2z - 1 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 2z - 11 = 0$. Ta chứng minh được (P) cắt (S) tạo thành một đường tròn. Gọi điểm J là tâm của đường tròn này. Tìm tọa độ điểm J.
- A. $J\left(1; -1; \frac{1}{2}\right)$. B. $J\left(-\frac{5}{2}; 5; -\frac{1}{2}\right)$. C. $J\left(0; 0; -\frac{1}{2}\right)$. D. $J\left(\frac{3}{7}; \frac{5}{7}; \frac{13}{7}\right)$.
- Câu 240.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $M(5; -2; -7)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 1 = 0$. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm M và cắt (S) tại hai điểm phân biệt K, H sao cho độ dài đoạn $KH = 2\sqrt{7}$. Viết phương trình đường thẳng d.
- A. $d: \frac{x-5}{4} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+7}{-9}$. B. $d: \frac{x-5}{8} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+7}{3}$.
- C. $d: \frac{x-5}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+7}{1}$. D. $d: \frac{x-5}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+7}{2}$.
- Câu 241.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 2 = 0$ và điểm $C(0; 0; 2)$. Gọi D là điểm đối xứng của C qua mặt phẳng (P). Tìm tọa độ điểm D.
- A. $D(2; 2; 4)$. B. $D(2; -2; -4)$. C. $D(6; 4; 4)$. D. $D(8; -10; 22)$.
- Câu 242.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z - 3 = 0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{-3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-6}{5}$. Gọi d là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P), vuông góc và cắt đường thẳng Δ . Hãy viết phương trình đường thẳng d.
- A. $d: \frac{x+4}{9} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{5}$. B. $d: \frac{x-4}{9} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-5}$.
- C. $d: \frac{x-4}{9} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{5}$. D. $d: \frac{x-4}{9} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{5}$.
- Câu 243.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(1; -1; 1)$, $B(-1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{3}$. Gọi d' là đường thẳng đi qua điểm A và đồng thời vuông góc cả hai đường thẳng AB, d. Viết phương trình đường thẳng d'.

A. $d': \frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-1}{1}$.

B. $d': \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}$.

C. $d': \frac{x-1}{7} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{4}$.

D. $d': \frac{x-1}{-5} = \frac{y+1}{-13} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 244. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(-2;1;1)$, $B(-3;-1;2)$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+5}{-2}$. Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng d sao cho tam giác ABM có diện tích bằng $3\sqrt{5}$ biết tung độ của điểm M là một số nguyên dương.

A. $M(-1;4;-7)$. B. $M(-3;-2;-3)$. C. $M(0;7;-9)$. D. $M(-2;1;-5)$.

Câu 245. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $A(1;0;-1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$. Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm A lên d.

A. $H(1;-1;0)$. B. $H\left(\frac{7}{5};-\frac{3}{5};-\frac{1}{5}\right)$. C. $H\left(\frac{5}{3};-\frac{1}{3};-\frac{1}{3}\right)$. D. $H(-1;-3;1)$.

Câu 246. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $2x + y - 4z + 13 = 0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{4} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-4}{1}$. Gọi d là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P), vuông góc và cắt đường thẳng Δ . Hãy viết phương trình đường thẳng d.

A. $d: \frac{x+5}{11} = \frac{y+5}{18} = \frac{z-2}{10}$.

B. $d: \frac{x+5}{11} = \frac{y-5}{18} = \frac{z-2}{10}$.

C. $d: \frac{x+5}{-11} = \frac{y-5}{18} = \frac{z-2}{10}$.

D. $d: \frac{x+5}{11} = \frac{y-5}{-18} = \frac{z-2}{10}$.

Câu 247. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng $\Delta_1: x = 3+t, y = t, z = t$

$\Delta_2: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$. Xác định tọa độ M thuộc Δ_1 sao cho khoảng cách từ M đến Δ_2

bằng 1 biết tung độ điểm M là số nguyên dương lớn hơn 1.

A. $M(5;2;2)$. B. $M(6;3;3)$. C. $M(7;4;4)$. D. $M(4;1;1)$.

Câu 248. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(-1;2;3)$, $B(1;0;-5)$ và mặt phẳng (P): $2x + y - 3z - 4 = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho A, B, M thẳng hàng.

A. $M(0;-5;-3)$. B. $M(5;3;1)$. C. $M(0;1;-1)$. D. $M(-1;0;-2)$.

- Câu 249.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ và đường thẳng $d: \frac{x}{18} = \frac{y+1}{-10} = \frac{z+2}{1}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm $K(24; -12; 1)$, song song đường thẳng d và tiếp xúc với mặt cầu (S) . Viết phương trình mặt phẳng (P) .
- A. $x + 2y + 2z - 2 = 0; 2x + 3y - 6z + 6 = 0$. B. $-x - y + 8z - 2 = 0; 2x + 3y - 6z - 6 = 0$.
C. $x + 2y + 2z - 2 = 0; 2x + 3y - 6z - 6 = 0$. D. $x + 2y + 2z + 2 = 0; 2x + 3y - 6z - 6 = 0$.
- Câu 250.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 5 = 0$ và điểm $A(1; -1; 2)$. Gọi Δ là đường thẳng cắt (P) và d lần lượt tại M, N sao cho A là trung điểm của đoạn MN. Viết phương trình đường thẳng Δ .
- A. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{-2}$. B. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{2}$.
C. $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y+4}{3} = \frac{z}{1}$. D. $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y+4}{3} = \frac{z}{2}$.
- Câu 251.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 1 = 0$ và hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+9}{6}, \Delta_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{-2}$. Xác định tọa độ M thuộc Δ_1 sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng Δ_2 và khoảng cách từ M đến (P) bằng nhau biết tọa độ điểm M là các số nguyên.
- A. $M(-1; 0; -9)$. B. $M(2; 3; 9)$. C. $M(-2; -1; -15)$. D. $M(0; 1; -3)$.
- Câu 252.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 4 = 0$ và hai điểm $A(2; 0; 1), B(0; -2; 3)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho $AM = BM = 3$ biết tọa độ điểm M là số nguyên.
- A. $M\left(-\frac{6}{7}; \frac{4}{7}; \frac{12}{7}\right)$. B. $M(5; 11; 3)$. C. $M(7; -1; 19)$. D. $M(0; 1; 3)$.
- Câu 253.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$ và điểm $I(0; 0; 3)$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A, B sao cho tam giác ABI vuông tại I. Viết phương trình mặt cầu (S) .
- A. $(S): x^2 + y^2 + (y-3)^2 = \frac{4}{3}$. B. $(S): x^2 + y^2 + (y-3)^2 = \frac{8}{3}$.
C. $(S): x^2 + y^2 + (y-3)^2 = \frac{1}{3}$. D. $(S): x^2 + y^2 + (y-3)^2 = \frac{7}{3}$.

- Câu 254.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(0;0;3)$, $M(1;2;0)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm A và cắt Ox, Oy lần lượt tại B và C sao cho trọng tâm tam giác ABC có trọng tâm nằm trên đường thẳng AM. Viết phương trình mặt phẳng (P).
- A. (P): $6x + 3y - 4z + 12 = 0$. B. (P): $2x + y - z + 3 = 0$.
 C. (P): $x + y + z - 3 = 0$. D. (P): $x + 4y - 7z + 21 = 0$.
- Câu 255.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $A(4;4;0)$ và mặt cầu (S) có phương trình (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 4z = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (ABO) biết điểm B thuộc (S) và tam giác ABO đều.
- A. $x - y + z = 0$, $x + y - z = 0$. B. $x - y + z = 0$, $x - y - z = 0$.
 C. $x - 2y + 2z = 0$, $x - y - z = 0$. D. $x - y + z = 0$, $x - 2y - 2z = 0$.
- Câu 256.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{-1}$. Gọi I là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P). Tìm tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho MI vuông góc với đường thẳng d và $MI = 4\sqrt{14}$ biết hoành độ điểm M là một số nguyên âm.
- A. $M(-2;3;2)$. B. $M(-3;-7;13)$. C. $M(-1;-2;6)$. D. $M(-1;-7;11)$.
- Câu 257.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng (P): $2x - y + 2z = 0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm thuộc đường thẳng Δ , bán kính bằng 1 và tiếp xúc với (P). Viết phương trình của mặt cầu (S).
- A. (S): $(x+5)^2 + (y-11)^2 + (z-2)^2 = 1$; (S): $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 1$.
 B. (S): $(x-5)^2 + (y-11)^2 + (z-2)^2 = 1$; (S): $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 1$.
 C. (S): $(x-5)^2 + (y+11)^2 + (z-2)^2 = 1$; (S): $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 1$.
 D. (S): $(x-5)^2 + (y-11)^2 + (z-2)^2 = 1$; (S): $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 1$.
- Câu 258.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{-2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A, vuông góc với đường thẳng d và cắt trục Ox.
- A. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$. B. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{3}$.
 C. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{5}$. D. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{5}$.

Câu 259. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-1}{1}$. Viết phương trình mặt cầu có tâm $I(1;2;-3)$ và cắt đường thẳng d tại hai điểm A, B sao cho $AB = \sqrt{26}$.

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 16$. B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$.
C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 18$. D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 25$.

Câu 260. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, Cho đường thẳng $(\Delta): \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+5}{-2}$ và hai điểm $A(-2; 1; 1); B(-3; -1; 2)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng (Δ) sao cho tam giác MAB có diện tích bằng $3\sqrt{5}$.

- A. $M(-2;1;-5)$ hoặc $M(-14;-35;19)$ B. $M(-1;4;-7)$ hoặc $M(3;16;-11)$
C. $M(-2;1;-5)$ hoặc $M(3;16;-11)$ C. $M(-1;4;-7)$ hoặc $M(-14;-35;19)$

Câu 261. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;0)$, $B(2;2;2)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{2}$. Tìm tọa độ điểm M trên Δ sao cho ΔMAB có diện tích nhỏ nhất.

- A. $M\left(\frac{1}{9}; \frac{26}{9}; \frac{7}{9}\right)$ B. $M\left(\frac{36}{29}; \frac{51}{29}; \frac{43}{29}\right)$ C. $M(4;-1;7)$ D. $M\left(\frac{5}{13}; \frac{25}{13}; -\frac{3}{13}\right)$

Câu 262. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;1;0), B(2;2;2), C(-2;3;1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}$. Tìm điểm M trên d để thể tích tứ diện $MABC$ bằng 3.

- A. $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{9}{4}; \frac{5}{2}\right)$ hoặc $M(5; -4; 7)$ B. $M\left(\frac{5}{3}; -\frac{7}{3}; \frac{19}{3}\right)$ hoặc $M\left(\frac{7}{5}; -\frac{11}{5}; \frac{17}{5}\right)$
C. $M\left(\frac{5}{3}; -\frac{7}{3}; \frac{19}{3}\right)$ hoặc $M(-3; 0; -1)$ D. $M\left(-\frac{3}{2}; -\frac{3}{4}; \frac{1}{2}\right)$ hoặc
 $M\left(-\frac{15}{2}; \frac{9}{4}; -\frac{11}{2}\right)$

Câu 263. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $(\Delta_1): \begin{cases} x = 3+t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$ và

$(\Delta_2): \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{2}$. Xác định tọa độ điểm M thuộc Δ_1 sao cho khoảng cách từ M đến Δ_2 bằng 1.

- A. $M(9;6;6)$ hoặc $M(6;3;3)$ B. $M(5;2;2)$ hoặc $M(2;0;0)$

C. $M(10;7;7)$ hoặc $M(0;-3;-3)$

D. $M(-2;-5;-5)$ hoặc $M(1;-2;-2)$

Câu 264. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(\Delta): \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x-2y+z=0$. Gọi C là giao điểm của Δ với (P) , M là điểm thuộc Δ . Tìm M biết $MC = \sqrt{6}$.

A. $M(1;0;-2)$ hoặc $M(5;2;-4)$

B. $M(3;1;-3)$ hoặc $M(-3;-2;0)$

C. $M(1;0;-2)$ hoặc $M(-3;-2;0)$

D. $M(3;1;-3)$ hoặc $M(-1;-1;-1)$

Câu 265. Cho đường thẳng $(\Delta): \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$. Xác định tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho khoảng cách từ M đến Δ bằng OM .

A. $M(-1;0;0)$ hoặc $M(2;0;0)$

B. $M(3;0;0)$ hoặc $M(1;0;0)$

C. $M(1;0;0)$ hoặc $M(-2;0;0)$

D. $M(4;0;0)$ hoặc $M(2;0;0)$

Câu 266. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-1=0$ và hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+9}{6}$, $\Delta_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{-2}$. Xác định tọa độ điểm M thuộc đường thẳng Δ_1 sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng Δ_2 và khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng nhau.

A. $M(1;2;3)$ hoặc $M\left(-\frac{6}{7}; \frac{1}{7}; -\frac{57}{7}\right)$

B. $M(0;1;-3)$ hoặc $M\left(\frac{18}{35}; \frac{53}{35}; \frac{3}{35}\right)$

C. $M(2;3;9)$ hoặc $M\left(\frac{11}{15}; \frac{4}{15}; -\frac{111}{15}\right)$

D. $M(-2;-1;-15)$ hoặc $M(1;2;3)$

Câu 267. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 1 \end{cases}$ và điểm $A(1,0,-1)$. Tìm tọa độ các điểm E và F thuộc đường thẳng Δ để tam giác AEF là tam giác đều.

A. $E(1;2;3), F\left(\frac{1+2\sqrt{2}}{5}, \frac{2+4\sqrt{2}}{5}, 1\right)$

B. $E\left(\frac{1-2\sqrt{2}}{5}, \frac{2-4\sqrt{2}}{5}, 1\right), F\left(\frac{1+2\sqrt{2}}{5}, \frac{2+4\sqrt{2}}{5}, 1\right)$

C. $E\left(\frac{1-2\sqrt{2}}{5}, \frac{2-4\sqrt{2}}{5}, 1\right), F(1;2;3)$

D. $E\left(\frac{1+2\sqrt{2}}{5}, \frac{4+\sqrt{2}}{5}, 1\right), F(1;2;3)$

Câu 268. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-1;0)$, đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-2=0$. Tìm tọa độ điểm A thuộc mặt phẳng (P) biết đường thẳng AM vuông góc với Δ và khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng Δ bằng $\sqrt{\frac{33}{2}}$.

A. $A(-1;1;4)$ hoặc $A\left(\frac{23}{7}; \frac{8}{7}; \frac{17}{7}\right)$.

B. $A(-1;-1;4)$ hoặc $A\left(\frac{23}{7}; \frac{8}{7}; -\frac{17}{7}\right)$.

C. $A(1;1;4)$ hoặc $A\left(\frac{23}{7}; \frac{8}{7}; -\frac{17}{7}\right)$.

D. $A\left(\frac{23}{7}; \frac{8}{7}; \frac{17}{7}\right)$ hoặc $A(1;2;3)$

Câu 269. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 4 = 0$ và hai điểm $A(3;3;1), B(0;2;1)$. Tìm tọa độ điểm I thuộc đường thẳng AB (I khác B) sao cho khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) bằng khoảng cách từ B đến mặt phẳng (P).

A. $I \equiv A$

B. $I(-3;1;1)$

C. $I\left(2; \frac{8}{3}; 1\right)$

D. $I\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; 1\right)$

Câu 270. Trong không gian với hệ trục Oxyz, cho điểm $A(1;2;-1)$ và hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-2}$, $\Delta_2: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-2}$. Xác định tọa độ các điểm M, N lần lượt thuộc các đường thẳng Δ_1 và Δ_2 sao cho đường thẳng MN vuông góc với mặt phẳng chứa điểm A và đường thẳng Δ_1 .

A. $M(-1;-2;5), N(-2;-3;4)$.

B. $M(1;0;1), N(-2;-3;4)$.

C. $M(-1;-2;5), N(2;3;4)$.

D. $M(-1;0;-1), N(-2;-3;4)$.

Câu 271. Trong không gian tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 9 = 0$ và hai điểm $A(3;-1;2), B(1;-5;0)$. Tìm tọa độ của điểm M thuộc (P) sao cho $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(-1;-3;-4)$

B. $M(2;1;3)$

C. $M(1;-13;1)$

D. $M(-2;-1;-3)$

Câu 272. Trong không gian tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z}{2}$ và các điểm $A(1;2;7), B(1;5;2), C(3;2;4)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc d sao cho $MA^2 - MB^2 - MC^2$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $M(1,3,-2)$

B. $M(-1;4;0)$

C. $M(-3,5,2)$

D. $M(0;-1;3)$

Câu 273. Trong không gian với hệ tọa Oxyz, tìm trên Ox điểm M cách đều đường thẳng $(d): \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{2}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z = 0$

A. $M(3;0;0)$

B. $M(-3;0;0)$

C. $M(2;0;0)$

D. $M(-2;0;0)$

Câu 274. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(1;4;2), B(-1;2;4)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{2}$. Tìm tọa độ điểm M trên Δ sao cho: $MA^2 + MB^2 = 28$.

- A. $M(-1;0;4)$ B. $M(2;-3;-2)$ C. $M(1;-2;0)$ D. $M(3;-4;-4)$

Câu 275. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ và hai điểm $A(0;0;3)$, $B(0;3;3)$. Tìm điểm M thuộc đường thẳng (d) sao cho: $MA+MB$ nhỏ nhất.

- A. $M\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ B. $M\left(\frac{3}{2};\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right)$ C. $M\left(\frac{2}{3};\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)$ D. $M(-1;-1;-1)$

Câu 276. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;3;9)$, $B(2;1;5)$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x=1+t \\ y=-5t \\ z=3-3t \end{cases}. \text{ Tìm điểm } M \text{ trên đường thẳng } d \text{ sao cho } |MA-MB| \text{ đạt giá trị lớn nhất.}$$

- A. $M(2;-5;0)$ B. $M(3;-10;-3)$ C. $M(1;0;3)$ D. $M(-1;10;6)$

Câu 277. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, Cho các điểm $A(1;1;2)$, $B(0;-1;3)$, $C(2;-3;-1)$, và

$$\text{đường thẳng } \Delta: \begin{cases} x=1 \\ y=t \\ z=3-2t \end{cases}. \text{ Tìm điểm } M \text{ thuộc đường thẳng } \Delta \text{ sao cho:}$$

$$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}| = 3\sqrt{19}$$

- A. $M(1;2;-1)$ hoặc $M(1;2;-1)$ B. $M(1;0;3)$ hoặc $M\left(1;-\frac{1}{2};4\right)$
C. $M\left(1;\frac{1}{3};\frac{7}{3}\right)$ hoặc $M\left(1;\frac{1}{2};5\right)$ D. $M(1;2;-1)$ hoặc $M\left(1;-\frac{1}{2};4\right)$

Câu 278. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, Cho các điểm $A(0;0;2)$, $B(1;-1;1)$, $C(2;2;-1)$, và

$$\text{đường thẳng } \Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}. \text{ Tìm điểm } M \text{ thuộc đường thẳng } \Delta \text{ sao cho:}$$

$$|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}| \text{ đạt giá trị nhỏ nhất.}$$

- A. $M\left(\frac{5}{3};\frac{1}{3};\frac{7}{3}\right)$ B. $M\left(-\frac{7}{3};-\frac{5}{3};\frac{1}{3}\right)$ C. $M\left(2;\frac{1}{2};\frac{5}{2}\right)$ D. $M(3;1;3)$

Câu 279. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, Cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{1}$ và $d_2: \begin{cases} x=1-t \\ y=t \\ z=-t \end{cases}$

. Tìm điểm M thuộc đường thẳng d_1 và N thuộc đường thẳng d_2 sao cho MN nhỏ nhất

- A. $M\left(1;\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right), N(1;0;0)$ B. $M(0;1;0), N(1;0;0)$

C. $M(2;0;1), N\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ D. $M\left(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right), N\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$

Câu 280. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(0;1;2)$ và hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-1}, d_2: \begin{cases} x=1+t \\ y=-1-2t \\ z=2+t \end{cases}. \text{ Tìm tọa độ các điểm } M \text{ thuộc } d_1, N \text{ thuộc } d_2 \text{ sao}$$

cho ba điểm A, M, N thẳng hàng.

A. $M(0;1;-1), N(3;-5;4)$ B. $M(2;2;-2), N(2;-3;3)$

C. $M(0;1;-1), N(0;1;1)$ D. $M(0;1;-1), N(2;-3;3)$

Câu 281. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho các điểm $A(2;1;0), B(1;2;2), C(1;1;0)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-20=0$. Xác định tọa độ điểm D thuộc đường thẳng AB sao cho đường thẳng CD song song với mặt phẳng (P).

A. $D\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; 1\right)$ B. $D\left(\frac{5}{3}; \frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right)$ C. $D\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}; -1\right)$ D. $D(-1;4;6)$

Câu 282. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(0;1;1), B(1;0;-3), C(-1;-2;-3)$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+2z-2=0$. Tìm tọa độ điểm D trên mặt cầu (S) sao cho tứ diện ABCD có thể tích lớn nhất.

A. $D\left(\frac{-1}{3}; \frac{4}{3}; \frac{-5}{3}\right)$ B. $D\left(1; \frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right)$ C. $D\left(\frac{7}{3}; \frac{-4}{3}; \frac{-1}{3}\right)$ D. $D(-1;4;0)$

Câu 283. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z+5=0$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y-z+16=0$. Điểm M di động trên (S) và điểm N di động trên (P). Tính độ dài ngắn nhất của đoạn thẳng MN. Xác định vị trí của M, N tương ứng.

A. $M(0;-3;4), N\left(-\frac{4}{3}; -\frac{13}{3}; \frac{14}{3}\right)$ B. $M(2;2;-2), N(-4;-4;0)$

C. $M(0;-3;4), N(-4;-4;0)$ D. $M(0;1;-1), N(2;-3;3)$

Câu 284. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(0,0,a), B(0,b,0), C(0,0,c)$ trong đó a,b,c là các số thực dương thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2$. Biết rằng mặt phẳng luôn đi qua một điểm cố định M. Tìm điểm cố định M.

A. $M\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$ B. $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ C. $M(0,1,1)$ D. $M(2;0;-1)$

Câu 285. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(0,1,2), B(2,-2,1), C(-2,0,1)$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y+z-3=0$. Tìm điểm C nằm trên mặt phẳng (P) sao cho $MA=MB=MC$

- A. $C(2,3,-7)$ B. $C(1,1,-1)$ C. $C(0,0,3)$ D. $C(1,-1,-5)$

Câu 286. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1,2,3), B(1,-4,2)$ và mặt phẳng $(P): x-y+z+1=0$ Có bao nhiêu điểm C nằm trên mặt phẳng (P) sao cho tam giác ABC đều.

- A. 1 B. 0 C. 2 D. 4

Câu 287. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2,0,1), B(0,-2,3)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+z+4=0$ Tìm điểm M nằm trên mặt phẳng (P) sao cho $MA=MB=3$.

- A. $M(0,1,3)$ hoặc $M\left(-\frac{6}{7}, \frac{4}{7}, \frac{12}{7}\right)$ B. $M(0,1,3)$ hoặc $M\left(-\frac{6}{7}, \frac{4}{7}, \frac{12}{7}\right)$
C. $M(0,1,3)$ hoặc $M\left(-\frac{6}{7}, \frac{4}{7}, \frac{12}{7}\right)$ D. $M(0,1,3)$ hoặc $M\left(-\frac{6}{7}, \frac{4}{7}, \frac{12}{7}\right)$

Câu 288. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2,0,1), B(0,-2,3)$. Viết phương trình mặt cầu tâm I đi qua hai điểm A, B sao cho độ dài đoạn OI là nhỏ nhất.

- A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 35$ B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{35}$
C. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = 35$ D. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{35}$

Câu 289. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1,1,2), B(4,1,2), C(1,4,2)$ tạo thành tam giác vuông cân. Tìm điểm M sao cho $MA \perp (ABC)$ và mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $M.ABC$ tiếp xúc với mặt phẳng $x+y+4=0$.

- A. $M(1,1,8)$ hoặc $M(1,1,-4)$ B. $M(1,1,3)$ hoặc $M(-1,1,4)$
C. $M(0,1,3)$ hoặc $M(1,1,-4)$ D. $M(0,1,3)$ hoặc $M(1,1,8)$

BẢNG ĐÁP ÁN CÁC CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	B	2	C	3	A	4	A
5	C	6	B	7	B	8	A
9	B	10	C	11	B	12	C
13	A	14	C	15	B	16	A
17	C	18	C	19	A	20	C
21	A	22	D	23	D	24	B
25	D	26	B	27	A	28	C
29	C	30	B	31	C	32	C
33	D	34	A	35	C	36	C
37	A	38	C	39	C	40	B
41	C	42	B	43	A	44	C

45	C	46	A	47	B	48	A
49	D	50	D	51	B	52	B
53	B	54	A	55	A	56	C
57	D	58	D	59	B	60	A
61	C	62	C	63	A	64	C
65	A	66	B	67	A	68	B
69	C	70	D	71	B	72	C
73	A	74	D	75	C	76	D
77	C	78	C	79	A	80	D
81	D	82	A	83	B	84	C
85	C	86	A	87	B	88	A
89	C	90	C	91	A	92	B
93	A	94	B	95	C	96	C
97	A	98	D	99	A	100	B
101	D	102	A	103	D	104	C
105	B	106	B	107	B	108	A
109	D	110	D	111	A	112	B
113	A	114	C	115	C	116	B
117	C	118	C	119	C	120	B
121	D	122	A	123	B	124	C
125	B	126	D	127	B	128	B
129	B	130	A	131	D	132	A
133	D	134	A	135	A	136	D
137	D	138	C	139	B	140	C
141	D	142	A	143	A	144	D
145	B	146	B	147	B	148	C
149	C	150	B	151	A	152	D
153	D	154	D	155	B	156	A
157	C	158	C	159	C	160	D
161	B	162	A	163	B	164	D
165	C	166	A	167	B	168	B
169	C	170	B	171	A	172	C
173	B	174	D	175	A	176	D
177	A	178	A	179	A	180	B
181	B	182	C	183	B	184	A
185	C	186	D	187	D	188	A
189	D	190	A	191	A	192	B
193	C	194	B	195	A	196	D
197	B	198	C	199	B	200	B
201	C	202	C	203	B	204	B
205	A	206	D	207	B	208	B
209	C	210	C	211	A	212	B
213	C	214	C	215	D	216	A
217	B	218	B	219	C	220	B
221	B	222	A	223	A	224	A
225	A	226	A	227	D	228	A

229	A	230	B	231	D	232	A
233	C	234	C	235	D	236	A
237	D	238	C	239	D	240	A
241	B	242	C	243	C	244	D
245	C	246	B	247	C	248	C
249	C	250	D	251	D	252	D
253	B	254	A	255	B	256	B
257	B	258	A	259	D	260	A
261	B	262	D	263	A	264	C
265	C	266	B	267	B	268	B
269	D	270	A	271	D	272	A
273	A	274	A	275	B	276	C
277	D	278	B	279	A	280	C
281	C	282	C	283	A	284	B
285	A	286	C	287	A	288	A
289	A						