

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập hợp $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$				1		$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng

- A. $(-\infty; -2)$. B. $(0; 1)$. C. $(1; 2)$. D. $(-2; -1)$.

Câu 2. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{2-x}$ có phương trình là

- A. $x = 2$. B. $y = -1$. C. $y = 2$. D. $x = 1$.

Câu 3. Hàm số $y = 3x^4 - 5x^2 - 4$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

- A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 4. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x - 4$ và trục Ox là

- A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 5. Cho a là số thực dương và khác 1. Giá trị của $\log_{\sqrt{a}} a^3$ bằng

- A. $\frac{3}{2}$. B. 1. C. $\frac{2}{3}$. D. 6.

Câu 6. Giá trị của $e^{2\ln 3}$ bằng

- A. 9. B. e^9 . C. 6. D. $2\ln 3$.

Câu 7. Hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ có tập xác định là

- A. $(-\infty; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $[0; +\infty)$.

Câu 8. Họ nguyên hàm của hàm số $y = \sin 3x$ là

- A. $-\frac{\cos 3x}{3} + C$. B. $\cos 3x + C$. C. $-\cos 3x + C$. D. $-3\cos 3x + C$.

Câu 9. Với $f(x) = e^x - e^{-x}$ thì $\int f(x) dx$ bằng

- A. $2e^x + C$. B. $e^x - e^{-x} + C$. C. $x + C$. D. $e^x + e^{-x} + C$.

Câu 10. Số phức liên hợp của số phức $z = -2 - 3i$ là

- A. $\bar{z} = 2 - 3i$. B. $\bar{z} = 3 - 2i$. C. $\bar{z} = -2 + 3i$ D. $\bar{z} = 2 + 3i$.

Câu 11. Trong mặt phẳng Oxy, điểm $M(3; -4)$ là biểu diễn hình học của số phức nào sau đây?

- A. $z = 3 - 4i$. B. $z = -4 + 3i$. C. $z = 3 + 4i$. D. $z = 4 - 3i$.

Câu 12. Cho số phức $z = 1 + i$. Số phức $w = 2z + 3i$ bằng

- A. $1 + 4i$. B. $2 + 5i$. C. $2 + 3i$. D. $4 + i$.

Câu 13. Khối hộp lập phương có cạnh bằng $a\sqrt{2}$ thì có thể tích bằng

- A. a^3 . B. $8a^3$. C. $2a^3\sqrt{2}$. D. $2a^3$.

Câu 14. Hình nón có bán kính đáy bằng a , chiều cao bằng $a\sqrt{3}$ thì có độ dài đường sinh bằng

- A. $2a$. B. $2a\sqrt{2}$. C. $a\sqrt{5}$. D. $4a$.

Câu 15. Khối trụ có đường kính đáy bằng a và chiều cao bằng $a\sqrt{2}$ thì có thể tích bằng

- A. $\pi a^3\sqrt{2}$. B. $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$. D. $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{4}$.

Câu 16. Cho tập hợp A có 12 phần tử. Số tập hợp con có 3 phần tử của tập hợp A là

- A. 12^3 . B. A_{12}^3 . C. C_{12}^3 . D. 3^{12} .

Câu 17. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = -3$, $u_6 = 5$. Giá trị của u_4 bằng

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 8.

Câu 18. Trong không gian Oxyz, vectơ $\vec{a} = (2; 1; -2)$ có độ dài bằng

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 9.

Câu 19. Trong không gian Oxyz, mặt phẳng nào sau đây chứa trục Ox ?

- A. $x + 2y - z - 1 = 0$. B. $2y - z - 1 = 0$. C. $2y - z = 0$. D. $x - z - 1 = 0$.

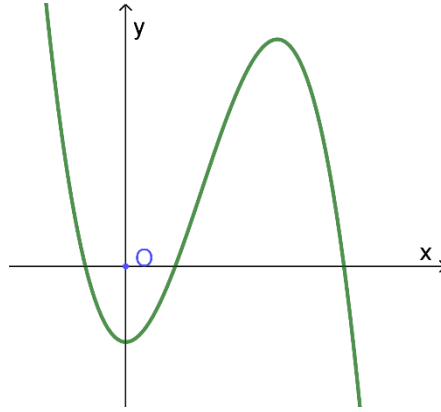
Câu 20. Trong không gian Oxyz, cho $A(2; 3; 0)$ và $B(0; 1; -4)$, trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

- A. $(1; 1; 2)$. B. $(1; 2; -2)$. C. $(2; 2; 4)$. D. $(2; 4; -4)$.

Câu 21. Hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ cắt nhau tại điểm có tọa độ là

- A. $(-2; 1)$. B. $(1; 2)$. C. $(2; -1)$. D. $(1; -2)$.

Câu 22. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình vẽ bên?



- A. $y = \frac{x-3}{x+1}$. B. $y = x^4 + 3x^2 - 1$. C. $y = x^3 + 3x - 1$. D. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

Câu 23. Hàm số nào sau đây có 2 điểm cực trị?

- A. $y = x^4 - 2x^2 - 3$. B. $y = \frac{3-x}{x+2}$.
C. $y = x^3 - 2x^2 - 5x - 1$. D. $y = -x^2 + 2x + 3$.

Câu 24. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 - 2$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng

- A. -6 . B. $-6\sqrt{2}$. C. 10 . D. -12 .

Câu 25. Tích các nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 3x) = 4$ bằng

- A. -4 . B. 8 . C. 4 . D. -16 .

Câu 26. Bất phương trình $3^{2x^2-5x} < \frac{1}{9}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên ?

- A. 1 . B. 2 . C. 3 . D. 4 .

Câu 27. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. $y = 2^x$. B. $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$. C. $y = (e-2)^x$. D. $y = \pi^x$.

Câu 28. Cho biết $\int f(x)dx = 4x^3 - 3x^2 + 2x + C$. Hàm số $f(x)$ là

- A. $f(x) = x^4 - x^3 + x^2$. B. $f(x) = x^3 - x^2 + 2x + 1$.
C. $f(x) = x^4 - x^3 + x^2 + 3x$. D. $f(x) = 12x^2 - 6x + 2$.

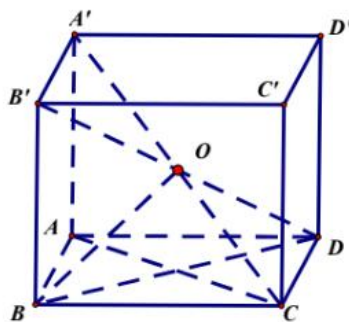
Câu 29. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x - 3$, các đường thẳng $x = 0$, $x = 1$ và trục Ox bằng

- A. -1 . B. $\frac{11}{3}$. C. 3 . D. $\frac{2}{3}$.

Câu 30. Mô đun của số phức $z = \frac{3-5i}{1+i}$ bằng

- A. $\sqrt{17}$. B. $\sqrt{21}$. C. $2\sqrt{3}$. D. $\sqrt{34}$.

Câu 31. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$, tâm là O (tham khảo hình vẽ bên). Thể tích của khối tứ diện $OBCD$ bằng



- A. $\frac{2a^3}{3}$. B. $2a^3$. C. $8a^3$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 32. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Khoảng cách giữa AD và BC bằng

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, giao điểm của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 4 - 2t \\ y = 2 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$ với mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A. $(2; -3; 0)$. B. $(4; 2; 1)$. C. $(0; 4; -1)$. D. $(2; 3; 0)$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 4z = 0$ có đường kính bằng

- A. 9 . B. 6 . C. 3 . D. 12 .

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(1; -1; 3)$ đến mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 15 = 0$ bằng

- A. 3 . B. $\frac{2}{3}$. C. 6 . D. 2 .

Câu 36. Cho hàm số $f(x) = x^3 - (m+2)x^2 - (2m+3)x - 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. 8 . B. 6 . C. 11 . D. 7 .

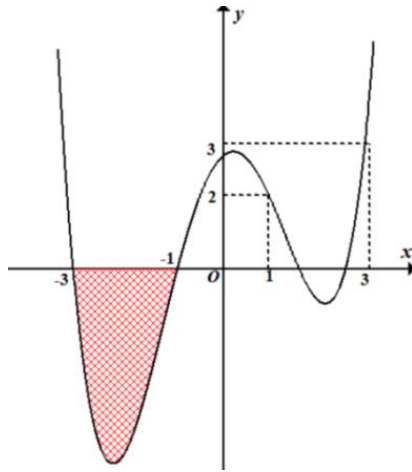
Câu 37. Bất phương trình $\log(x+2) + x^2 + 12x < \frac{12}{x} + \frac{1}{x^2} + \log\left(\frac{2x+1}{x}\right)$ có tập nghiệm là $(a;b) \cup (c;d)$ với a, b, c, d là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $M = a + b + c - d$ bằng

- A. -4 . B. 7 . C. $-\frac{11}{2}$. D. -2 .

Câu 38. Cho số phức z thỏa mãn $\frac{z-7}{z+2} = z+3$ và có phần ảo âm. Số phức $\frac{i-z}{2z+3i}$ có mô-đun bằng

- A. $\frac{2}{5}$. B. $2\sqrt{5}$. C. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. D. $\sqrt{13}$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ sau. Biết diện tích phần gạch chéo trên hình vẽ bằng 5.



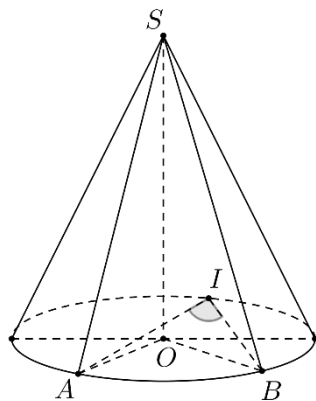
Giá trị của biểu thức $T = \int_{-1}^0 f(2x-1)dx + \int_0^1 f'(x+2)dx + \int_1^2 f'(x)dx$ bằng

- A. -5 . B. $-\frac{3}{2}$. C. 6 . D. $-\frac{4}{3}$.

Câu 40. Cho biết $\int_{-1}^0 \frac{x+5}{x^2-3x+2} dx = a \ln 2 + b \ln 3$, với a, b là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $M = a + 2b$ bằng

- A. -7 . B. 27 . C. 13 . D. -1 .

Câu 41. Một thợ thủ công trang trí 100 chiếc nón lá có hình nón giống nhau như hình vẽ bên. Biết $SA = 25cm$, $AB = 20\sqrt{3}cm$ và $\angle AIB = 60^\circ$. Ở phần mặt trước của mỗi chiếc nón (từ A đến B không chứa điểm I) có sơn và vẽ hình trang trí với giá tiền công là 50000 đồng/ m^2 , phần còn lại của mỗi chiếc nón chỉ sơn với giá tiền công là 12000 đồng/ m^2 . Tổng số tiền (làm tròn đến hàng nghìn) mà người thợ nhận được mỗi đợt trang trí nón bằng

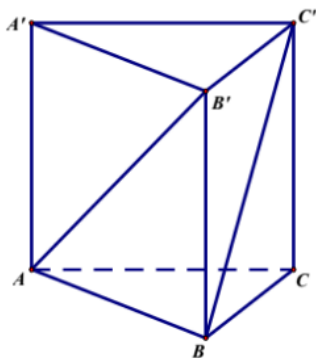


- A. 387000 đồng. B. 257000 đồng. C. 410000 đồng. D. 262000 đồng.

Câu 42. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 9\}$, gọi S là tập hợp các số tự nhiên gồm 3 chữ số khác nhau được lập từ các phần tử của tập A . Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp S , xác suất để số được chọn là số lẻ bằng

- A. $\frac{3}{7}$. B. $\frac{4}{7}$. C. $\frac{11}{27}$. D. $\frac{3}{14}$.

Câu 43. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a\sqrt{3}$ và AB' vuông góc với BC' (tham khảo hình vẽ bên). Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng



- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$. C. $\frac{9a^3\sqrt{2}}{8}$. D. $\frac{9a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$, $\triangle ABC$ đều có cạnh bằng $2a$, $SB = SC = a\sqrt{3}$, góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) bằng 60° . Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $2a\sqrt{6}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ và $A(3; -1; 1)$. Mặt phẳng chứa d và

A có phương trình $2x + ay + bz + c = 0$. Giá trị của $M = a + b + c$ bằng

- A. 9. B. 5. C. 0. D. -2.

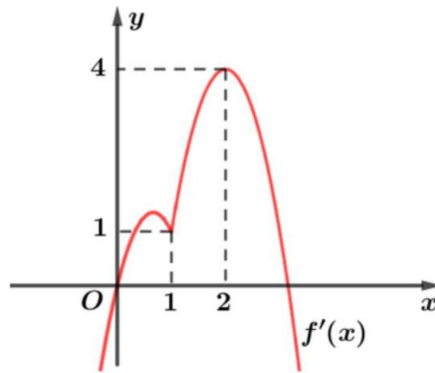
Câu 46. Cho các số thực $x > 0, y > 0$ thỏa mãn $2x(y+2) + \log_2(xy+3x)^x = 8$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = 2x^2 + y$ bằng

- A. 3. B. 1. C. $2\sqrt{3}$. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $2x^2 + f(x) = 2xf'(x)$. Cho biết $f(1) = \frac{5}{3}$, giá trị của $f(4)$ bằng

- A. 1. B. $\frac{38}{3}$. C. 53. D. $\frac{187}{2}$.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có $f(0) = 0$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Số điểm cực trị của hàm số $y = |3f(x) - x^3|$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 25$ và điểm $M(3;5;1)$. Các điểm A, B, C thuộc mặt cầu (S) sao cho MA, MB, MC đôi một vuông góc với nhau. Mặt phẳng (ABC) luôn đi qua một điểm cố định $H(a,b,c)$. Giá trị của biểu thức $T = 6a + b + 5c$ bằng

- A. 10. B. $\frac{29}{2}$. C. $\frac{13}{3}$. D. 6.

Câu 50. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 2| = |z_1 - 1 - 3i|$ và $|z_2 + 5 - i| = 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z_1 + 2 - i| + |z_1 - z_2|$ bằng

- A. 3. B. $2 + \sqrt{10}$. C. 1. D. $\sqrt{29} - 2$.

∞ HẾT ∞

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.C	4.B	5.D	6.A	7.B	8.A	9.D	10.C
11.A	12.B	13.C	14.A	15.D	16.C	17.A	18.B	19.C	20.B
21.A	22.D	23.C	24.A	25.D	26.A	27.C	28.D	29.B	30.A
31.A	32.D	33.D	34.B	35.D	36.D	37.A	38.C	39.B	40.D
41.A	42.B	43.C	44.D	45.D	46.A	47.B	48.C	49.A	50.D

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập hợp $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$				1		$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng

- A. $(-\infty; -2)$. B. $(0; 1)$. C. $(1; 2)$. D. $(-2; -1)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$. Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; -1)$.

Câu 2. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{2-x}$ có phương trình là

- A. $x = 2$. B. $y = -1$. C. $y = 2$. D. $x = 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{2-x} = -1$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-1}{2-x} = -1$. Do đó đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{2-x}$ là đường thẳng có phương trình $y = -1$.

Câu 3. Hàm số $y = 3x^4 - 5x^2 - 4$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

- A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 12x^3 - 10x.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 12x^3 - 10x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{\frac{5}{6}} \\ x = -\sqrt{\frac{5}{6}} \end{cases}$$

Phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt nên hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 4. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x - 4$ và trục Ox là

- A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y = x^3 - 3x - 4$.

$$y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$	
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$			-2		-6	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x - 4$ cắt trục Ox tại duy nhất 1 điểm, điểm này có hoành độ thuộc khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 5. Cho a là số thực dương và khác 1. Giá trị của $\log_{\sqrt{a}} a^3$ bằng

- A. $\frac{3}{2}$. B. 1. C. $\frac{2}{3}$. D. 6.

Lời giải

Chọn D

Với a là số thực dương và khác 1, ta có

$$\log_{\sqrt{a}} a^3 = \log_{\frac{1}{a^2}} a^3 = 3 \cdot \frac{1}{\frac{1}{2}} \log_a a = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6.$$

Câu 6. Giá trị của $e^{2\ln 3}$ bằng

- A. 9. B. e^9 . C. 6. D. $2\ln 3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $e^{2\ln 3} = e^{\ln 3^2} = 3^2 = 9$.

Câu 7. Hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ có tập xác định là

- A.** $(-\infty; +\infty)$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 0)$. **D.** $[0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Vì $\sqrt{2} \notin \mathbb{Z}$ nên hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ xác định khi và chỉ khi $x > 0$.

Vậy hàm số đã cho có tập xác định $D = (0; +\infty)$.

Câu 8. Họ nguyên hàm của hàm số $y = \sin 3x$ là

- A.** $-\frac{\cos 3x}{3} + C$. **B.** $\cos 3x + C$. **C.** $-\cos 3x + C$. **D.** $-3\cos 3x + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int \sin 3x dx = \frac{1}{3}(-\cos 3x) + C = -\frac{\cos 3x}{3} + C$.

Câu 9. Với $f(x) = e^x - e^{-x}$ thì $\int f(x) dx$ bằng

- A.** $2e^x + C$. **B.** $e^x - e^{-x} + C$. **C.** $x + C$. **D.** $e^x + e^{-x} + C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int f(x) dx = \int (e^x - e^{-x}) dx = e^x + e^{-x} + C$

Câu 10. Số phức liên hợp của số phức $z = -2 - 3i$ là

- A.** $\bar{z} = 2 - 3i$. **B.** $\bar{z} = 3 - 2i$. **C.** $\bar{z} = -2 + 3i$ **D.** $\bar{z} = 2 + 3i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có Số phức liên hợp của số phức $z = -2 - 3i$ là $\bar{z} = -2 + 3i$.

Câu 11. Trong mặt phẳng Oxy, điểm $M(3; -4)$ là biểu diễn hình học của số phức nào sau đây?

- A.** $z = 3 - 4i$. **B.** $z = -4 + 3i$. **C.** $z = 3 + 4i$. **D.** $z = 4 - 3i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có điểm $M(3; -4)$ là biểu diễn hình học của số phức $z = 3 - 4i$.

Câu 12. Cho số phức $z = 1 + i$. Số phức $w = 2z + 3i$ bằng

- A.** $1 + 4i$. **B.** $2 + 5i$. **C.** $2 + 3i$. **D.** $4 + i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $w = 2z + 3i = 2(1 + i) + 3i = 2 + 5i$

Câu 13. Khối hộp lập phương có cạnh bằng $a\sqrt{2}$ thì có thể tích bằng

- A.** a^3 . **B.** $8a^3$. **C.** $2a^3\sqrt{2}$. **D.** $2a^3$.

Lời giải

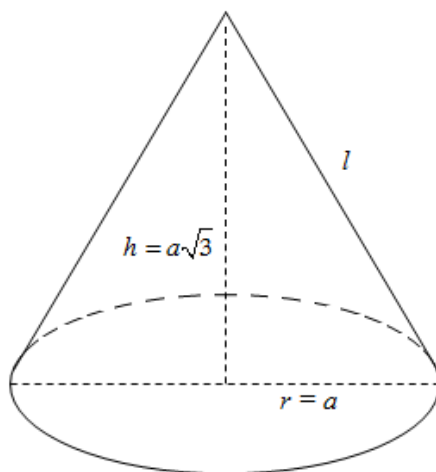
Chọn C

Thể tích của khối lập phương bằng: $V = (a\sqrt{2})^3 = 2a^3\sqrt{2}$.

- Câu 14.** Hình nón có bán kính đáy bằng a , chiều cao bằng $a\sqrt{3}$ thì có độ dài đường sinh bằng
A. $2a$. **B.** $2a\sqrt{2}$. **C.** $a\sqrt{5}$. **D.** $4a$.

Lời giải

Chọn A



Đường sinh của hình nón có độ dài bằng: $l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{a^2 + (a\sqrt{3})^2} = 2a$.

- Câu 15.** Khối trụ có đường kính đáy bằng a và chiều cao bằng $a\sqrt{2}$ thì có thể tích bằng
A. $\pi a^3\sqrt{2}$. **B.** $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$. **D.** $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Bán kính đáy của khối trụ là: $r = \frac{a}{2}$.

Thể tích của khối trụ bằng: $V = \pi r^2 h = \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{\pi a^3\sqrt{2}}{4}$.

- Câu 16.** Cho tập hợp A có 12 phần tử. Số tập hợp con có 3 phần tử của tập hợp A là
A. 12^3 . **B.** A_{12}^3 . **C.** C_{12}^3 . **D.** 3^{12} .

Lời giải

Chọn C

Mỗi tập hợp con có 3 phần tử của tập hợp A là một tổ hợp chập 3 của 12 phần tử của tập A .
 Vậy, số tập hợp con có 3 phần tử của tập hợp A là: C_{12}^3 .

- Câu 17.** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = -3$, $u_6 = 5$. Giá trị của u_4 bằng
A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

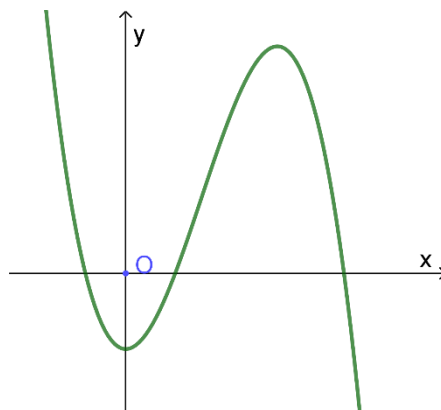
Cách 1: Công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) là: $u_n = u_1 + d$.

Vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-1}{x+2} = 1$ nên đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang và $\lim_{x \rightarrow -2^+} y = -\infty$,

$\lim_{x \rightarrow -2^-} y = +\infty$ nên đường thẳng $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$.

Do đó tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận là $(-2;1)$.

Câu 22. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình vẽ bên?



A. $y = \frac{x-3}{x+1}$.

B. $y = x^4 + 3x^2 - 1$.

C. $y = x^3 + 3x - 1$.

D. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta thấy đây là dạng đồ thị của hàm số bậc ba với hệ số $a < 0$. Do đó hàm số cần tìm là $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

Câu 23. Hàm số nào sau đây có 2 điểm cực trị?

A. $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

B. $y = \frac{3-x}{x+2}$.

C. $y = x^3 - 2x^2 - 5x - 1$.

D. $y = -x^2 + 2x + 3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có hàm số bậc hai có tối đa 1 cực trị nên loại phương án $y = -x^2 + 2x + 3$.

Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có 1 hoặc 3 cực trị nên loại phương án $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

Hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ không có cực trị nên loại phương án $y = \frac{3-x}{x+2}$.

Hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có 2 cực trị khi và chỉ khi phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

Xét hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 5x - 1$ có $y' = 3x^2 - 4x - 5$. Phương trình $y' = 0$ có $\Delta' = 19 > 0$ suy ra phương trình có 2 nghiệm phân biệt. Vậy hàm số đã cho có 2 cực trị.

Câu 24. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 - 2$ trên đoạn $[0;3]$ bằng

A. -6 .

B. $-6\sqrt{2}$.

C. 10 .

D. -12 .

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $\mathbb{R}$.

$$f'(x) = 4x^3 - 8x; \quad f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [0; 3] \\ x = -\sqrt{2} \notin (0; 3) \\ x = \sqrt{2} \in (0; 3) \end{cases}$$

$$f(0) = -2, \quad f(3) = 43, \quad f(\sqrt{2}) = -6.$$

Vậy $\min_{[0;3]} f(x) = -6$.

Câu 25. Tích các nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 3x) = 4$ bằng

A. -4.

B. 8.

C. 4.

D. -16.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Điều kiện } x^2 - 3x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 3 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \log_2(x^2 - 3x) = 4 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3 + \sqrt{73}}{2} \\ x = \frac{3 - \sqrt{73}}{2} \end{cases} \text{ (nhận)}$$

Tích hai nghiệm bằng -16.

Câu 26. Bất phương trình $3^{2x^2 - 5x} < \frac{1}{9}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên ?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } 3^{2x^2 - 5x} < \frac{1}{9} \Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 2 < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < 2$$

Vậy có 1 số nguyên thỏa mãn bất phương trình

Câu 27. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. $y = 2^x$.

B. $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$.

C. $y = (e - 2)^x$.

D. $y = \pi^x$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = a^x$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ khi $a < 1$. Chọn C

Câu 28. Cho biết $\int f(x) dx = 4x^3 - 3x^2 + 2x + C$. Hàm số $f(x)$ là

A. $f(x) = x^4 - x^3 + x^2$.

B. $f(x) = x^3 - x^2 + 2x + 1$.

C. $f(x) = x^4 - x^3 + x^2 + 3x$.

D. $f(x) = 12x^2 - 6x + 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x) = (4x^3 - 3x^2 + 2x + C)' = 12x^2 - 6x + 2$.

Câu 29. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x - 3$, các đường thẳng $x = 0$, $x = 1$ và trục Ox bằng

- A. -1. B. $\frac{11}{3}$. C. 3. D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $x^2 - 2x - 3 < 0$ với mọi $x \in (-1; 3)$ nên $x^2 - 2x - 3 < 0$ với mọi $x \in (0; 1)$.

Diện tích của hình phẳng cần tìm là:

$$S = \int_0^1 |x^2 - 2x - 3| dx = \int_0^1 (-x^2 + 2x + 3) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + x^2 + 3x \right) \Big|_0^1 = \frac{11}{3}.$$

Câu 30. Mô đun của số phức $z = \frac{3-5i}{1+i}$ bằng

- A. $\sqrt{17}$. B. $\sqrt{21}$. C. $2\sqrt{3}$. D. $\sqrt{34}$.

Lời giải

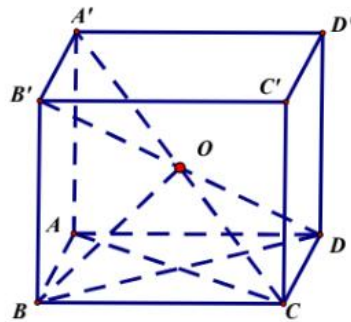
Chọn A

Ta có: $z = \frac{3-5i}{1+i} = \frac{(3-5i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{-2-8i}{2} = -1-4i$.

$$\Rightarrow |z| = \sqrt{(-1)^2 + (-4)^2} = \sqrt{17}.$$

Cách khác: Sử dụng MTCT

Câu 31. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$, tâm là O (tham khảo hình vẽ bên). Thể tích của khối tứ diện $OBCD$ bằng



- A. $\frac{2a^3}{3}$. B. $2a^3$. C. $8a^3$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$d(O, (BCD)) = a.$$

$$S_{BCD} = \frac{1}{2}.CB.CD = \frac{1}{2}.2a.2a = 2a^2.$$

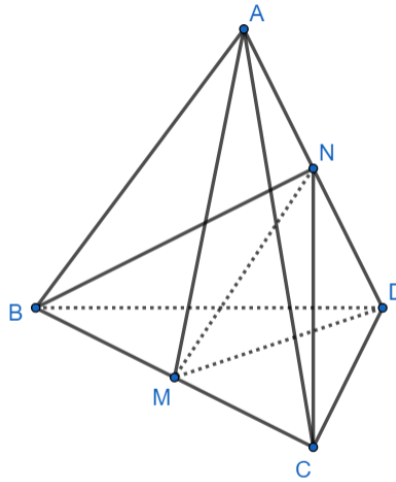
Thể tích của khối tứ diện $OBCD$ là: $V_{OBCD} = \frac{1}{3}.d(O, (BCD)).S_{BCD} = \frac{1}{3}.a.2a^2 = \frac{2a^3}{3}.$

Câu 32. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Khoảng cách giữa AD và BC bằng

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{4}.$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}.$ C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}.$ **D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}.$**

Lời giải

Chọn D



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và AD .

Ta có:

$MA = MD \Rightarrow$ Tam giác MAD cân tại $M \Rightarrow MN \perp AD.$ (1)

$NB = NC \Rightarrow$ Tam giác NBC cân tại $N \Rightarrow MN \perp BC.$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra MN là đoạn vuông góc chung của AD và BC .

Xét tam giác MND vuông tại N , có $ND = \frac{a}{2}$, $MD = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$

$$\Rightarrow MN = \sqrt{MD^2 - ND^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Khoảng cách giữa AD và BC bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}.$

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, giao điểm của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 4 - 2t \\ y = 2 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$ với mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

độ là

- A. $(2; -3; 0).$ B. $(4; 2; 1).$ C. $(0; 4; -1).$ **D. $(2; 3; 0).$**

Lời giải

Chọn D

Phương trình $(Oxy): z = 0$

Ta có $M \in d \Rightarrow M(4 - 2t; 2 + t; 1 - t)$, $M = d \cap (Oxy) \Rightarrow M \in (Oxy) \Rightarrow 1 - t = 0 \Rightarrow t = 1$

Suy ra $M(2;3;0)$.

- Câu 34.** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 4z = 0$ có đường kính bằng
- A.** 9. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B

Ta có $(S): x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 + z^2 + 4z + 4 = 9 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 9$

Suy ra bán kính $R = 3$ nên đường kính bằng 6.

- Câu 35.** Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(1;-1;3)$ đến mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 15 = 0$ bằng
- A.** 3. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** 6. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) là: $d(M;(P)) = \frac{|2+1+6-15|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}} = 2$.

- Câu 36.** Cho hàm số $f(x) = x^3 - (m+2)x^2 - (2m+3)x - 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?
- A.** 8. **B.** 6. **C.** 11. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 2(m+2)x - (2m+3)$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ khi và chỉ khi

$$f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 > 0 \\ (m+2)^2 + 3(2m+3) \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 10m + 13 \leq 0 \Leftrightarrow -5 - 2\sqrt{3} \leq m \leq 2\sqrt{3} - 5. \text{ Vì } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-8; -7; -6; -5; -4; -3; -2\}.$$

- Câu 37.** Bất phương trình $\log(x+2) + x^2 + 12x < \frac{12}{x} + \frac{1}{x^2} + \log\left(\frac{2x+1}{x}\right)$ có tập nghiệm là $(a;b) \cup (c;d)$ với a, b, c, d là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $M = a + b + c - d$ bằng
- A.** -4. **B.** 7. **C.** $-\frac{11}{2}$. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Điều kiện xác định của bất phương trình } \begin{cases} x+2 > 0 \\ \frac{2x+1}{x} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x < -\frac{1}{2} \vee x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < -\frac{1}{2} \\ x > 0. \end{cases}$$

Xét hàm số $y = f(x) = \log(x+2) + x^2 + 12x$ với $x \in (-2; +\infty)$.

Ta có $y' = \frac{1}{(x+2)\ln 10} + 2x + 12$.

Vì $\frac{1}{(x+2)\ln 10} > 0$ và $2x + 12 > 8 > 0$ với $x \in (-2; +\infty)$

nên $\frac{1}{(x+2)\ln 10} + 2x + 12 > 0$ với $x \in (-2; +\infty) \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.

Do đó hàm số cũng đồng biến trên các khoảng $\left(-2; -\frac{1}{2}\right)$ và $(0; +\infty)$. (*)

Lại có $f\left(\frac{1}{x}\right) = \log\left(\frac{1}{x} + 2\right) + \frac{1}{x^2} + \frac{12}{x} = \log\left(\frac{2x+1}{x}\right) + \frac{1}{x^2} + \frac{12}{x}$.

Theo đề bài và (*) ta có $f(x) < f\left(\frac{1}{x}\right) \Rightarrow x < \frac{1}{x} \Leftrightarrow \frac{x^2-1}{x} < 0 \Leftrightarrow x < -1 \vee 0 < x < 1$.

So sánh với điều kiện ta được $x \in (-2; -1) \cup (0; 1)$.

Vậy $a = -2, b = -1, c = 0, d = 1$. Do đó $M = a + b + c - d = -4$.

Câu 38. Cho số phức z thỏa mãn $\frac{z-7}{z+2} = z+3$ và có phần ảo âm. Số phức $\frac{i-z}{2z+3i}$ có mô-đun bằng

A. $\frac{2}{5}$.

B. $2\sqrt{5}$.

C. $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

D. $\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn C

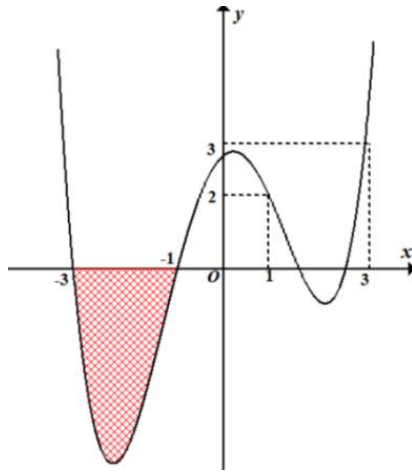
Điều kiện xác định của phương trình $z \neq -2$.

Ta có $\frac{z-7}{z+2} = z+3 \Leftrightarrow z-7 = z^2+5z+6 \Leftrightarrow z^2+4z+13=0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -2+3i \\ z = -2-3i \end{cases}$

Dựa vào đề bài và điều kiện của phương trình ta có $z = -2-3i$.

Khi đó $\left| \frac{i-z}{2z+3i} \right| = \left| \frac{i+2+3i}{-4-6i+3i} \right| = \left| \frac{2+4i}{-4-3i} \right| = \left| -\frac{4}{5} - \frac{2}{5}i \right| = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ sau. Biết diện tích phần gạch chéo trên hình vẽ bằng 5.



Giá trị của biểu thức $T = \int_{-1}^0 f(2x-1)dx + \int_0^1 f'(x+2)dx + \int_1^2 f'(x)dx$ bằng

- A.** -5 . **B.** $-\frac{3}{2}$. **C.** 6 . **D.** $-\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Vì diện tích phần gạch chéo trên hình vẽ bằng 5 nên $5 = \int_{-3}^{-1} |f(x)|dx = -\int_{-3}^{-1} f(x)dx$ hay

$$\int_{-3}^{-1} f(x)dx = -5.$$

Xét $T_1 = \int_{-1}^0 f(2x-1)dx$, đặt $t = 2x-1 \Rightarrow dx = \frac{dt}{2}$. Đổi cận ta được

$$T_1 = \int_{-3}^{-1} f(t) \frac{dt}{2} = \frac{1}{2} \int_{-3}^{-1} f(t)dt = -\frac{5}{2}.$$

Xét $T_2 = \int_0^1 f'(x+2)dx$, đặt $u = x+2 \Rightarrow dx = du$. Đổi cận ta được

$$T_2 = \int_2^3 f'(u)du = f(u) \Big|_2^3 = f(3) - f(2).$$

Ngoài ra ta thấy $T_3 = \int_1^2 f'(x)dx = f(x) \Big|_1^2 = f(2) - f(1).$

$$\text{Vậy } T = T_1 + T_2 + T_3 = -\frac{5}{2} + f(3) - f(1) = -\frac{5}{2} + 3 - 2 = -\frac{3}{2}.$$

Câu 40. Cho biết $\int_{-1}^0 \frac{x+5}{x^2-3x+2}dx = a \ln 2 + b \ln 3$, với a, b là các số nguyên. Giá trị của biểu thức

$M = a + 2b$ bằng

- A.** -7 . **B.** 27 . **C.** 13 . **D.** -1 .

Lời giải

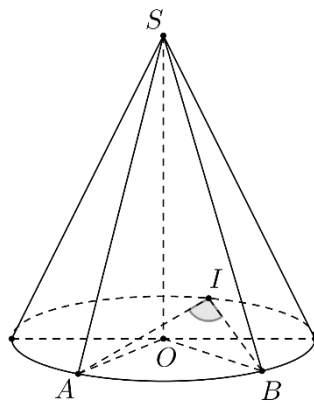
Chọn D

$$\text{Vì } \frac{x+5}{x^2-3x+2} = \frac{x+5}{(x-2)(x-1)} = \frac{7}{x-2} - \frac{6}{x-1}$$

$$\text{nên } \int_{-1}^0 \frac{x+5}{x^2-3x+2} dx = (7 \ln|x-2| - 6 \ln|x-1|) \Big|_{-1}^0 = 7 \ln 2 - (7 \ln 3 - 6 \ln 2) = 13 \ln 2 - 7 \ln 3.$$

Vì $a=13; b=-7$ nên $M=a+2b=-1$.

Câu 41. Một thợ thủ công trang trí 100 chiếc nón lá có hình nón giống nhau như hình vẽ bên. Biết $SA=25\text{cm}$, $AB=20\sqrt{3}\text{cm}$ và $\angle AIB=60^\circ$. Ở phần mặt trước của mỗi chiếc nón (từ A đến B không chứa điểm I) có sơn và vẽ hình trang trí với giá tiền công là $50000 \text{ đồng}/m^2$, phần còn lại của mỗi chiếc nón chỉ sơn với giá tiền công là $12000 \text{ đồng}/m^2$. Tổng số tiền (làm tròn đến hàng nghìn) mà người thợ nhận được mỗi đợt trang trí nón bằng



A. 387000 đồng.

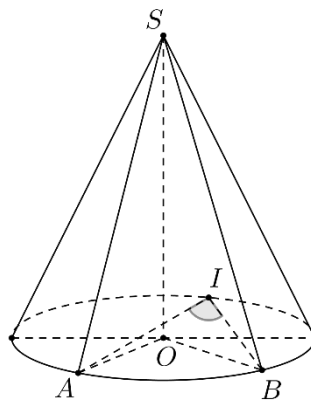
B. 257000 đồng.

C. 410000 đồng.

D. 262000 đồng.

Lời giải

Chọn A



$$\text{Đổi } SA=25\text{cm}=\frac{1}{4}\text{m}, AB=20\sqrt{3}\text{cm}=\frac{\sqrt{3}}{5}\text{m}.$$

$$\text{+) } \angle AIB=60^\circ \Rightarrow \angle AOB=2\angle AIB=120^\circ.$$

$$R=OA=\frac{AB}{2\sin 120^\circ}=\frac{AB}{2}\cdot\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{1}{5}\text{m}.$$

+) $AOB = 120^\circ \Rightarrow S_1 = \frac{1}{3} S_{xq}$ (S_1 là diện tích phần mặt trước của mỗi chiếc nón từ A đến B không chứa điểm I có sơn và vẽ hình trang trí).

$$\Rightarrow S_2 = \frac{2}{3} S_{xq} \text{ (} S_2 \text{ phần còn lại của mỗi chiếc nón chỉ sơn)}$$

$$S_{xq} = \pi Rl = \pi \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{20} \pi \text{ (m}^2\text{)}.$$

Suy ra tổng số tiền mà người thợ nhận được mỗi đợt trang trí 1 chiếc nón bằng

$$\begin{aligned} 50000.S_1 + 12000.S_2 &= 50000 \cdot \frac{1}{3} S_{xq} + 12000 \cdot \frac{2}{3} S_{xq} = 50000 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{20} \pi + 12000 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{20} \pi \\ &= \frac{3700}{3} \pi \text{ (đồng)}. \end{aligned}$$

Vậy tổng số tiền mà người thợ nhận được mỗi đợt trang trí 100 chiếc nón bằng $\frac{3700}{3} \pi \times 100 = 387463.0939$ đồng.

Vì số tiền làm tròn đến hàng nghìn nên số tiền người thợ nhận được là 387000 đồng.

Câu 42. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 9\}$, gọi S là tập hợp các số tự nhiên gồm 3 chữ số khác nhau được lập từ các phần tử của tập A . Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp S , xác suất để số được chọn là số lẻ bằng

A. $\frac{3}{7}$.

B. $\frac{4}{7}$.

C. $\frac{11}{27}$.

D. $\frac{3}{14}$.

Lời giải

Chọn B

Không gian mẫu: “Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau từ tập A ”.

Mỗi số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau được lập từ tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 9\}$ là một chỉnh hợp chập 3 của 7 phần tử suy ra $n(\Omega) = A_7^3$

Gọi B là biến cố “Số được chọn là số lẻ”

Gọi số tự nhiên gồm 3 chữ số khác nhau và là số lẻ được lập từ các phần tử của tập A là $\overline{abc}$, với $a, b, c \in A, a \neq b, b \neq c, c \neq a, c \in \{1; 3; 5; 9\}$.

Chọn c có 4 cách.

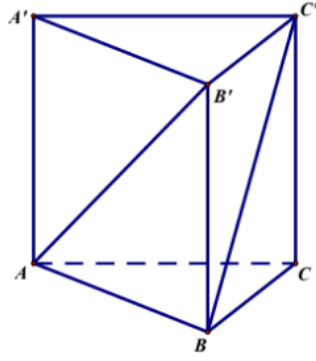
Có 6 cách chọn a ; Có 5 cách chọn b .

Vậy có thể lập được $4.6.5 = 120$ số tự nhiên gồm 3 chữ số khác nhau và là số lẻ.

Suy ra $n(B) = 120$.

$$\text{Xác suất của biến cố } B \text{ là: } P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{120}{A_7^3} = \frac{4}{7}.$$

Câu 43. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a\sqrt{3}$ và AB' vuông góc với BC' (tham khảo hình vẽ bên). Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng



A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.

C. $\frac{9a^3\sqrt{2}}{8}$.

D. $\frac{9a^3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$+AB' \perp BC' \Rightarrow \overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BC'} = 0 \Leftrightarrow (\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB}) \cdot (\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BC}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AA'}^2 + \overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$$

$$\Leftrightarrow AA'^2 + 0 + 0 + AB \cdot BC \cdot \cos(120^\circ) = 0$$

$$\Leftrightarrow AA'^2 + a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 0 \Rightarrow AA' = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

$$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = B.h = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = \frac{(a\sqrt{3})^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{9a^3\sqrt{2}}{8}.$$

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$, $\triangle ABC$ đều có cạnh bằng $2a$, $SB = SC = a\sqrt{3}$, góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) bằng 60° . Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

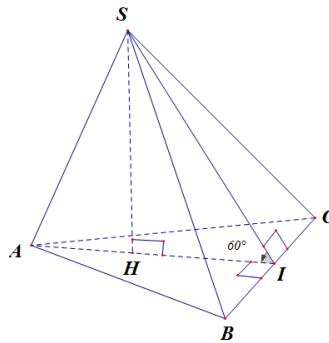
B. $2a\sqrt{6}$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



+Gọi I là trung điểm của BC , ta được:

- $(ABC) \cap (SBC) = BC$
- $SI \perp BC$ (tam giác SBC cân tại S), và $SI \subset (SBC)$.
- $AI \perp BC$ (tam giác ABC đều), và $AI \subset (ABC)$.

Vậy khi đó góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) là góc SIA và $SIA = 60^\circ$.

$$\Delta SIC \text{ vuông tại } I, \text{ ta được: } SI = \sqrt{SC^2 - IC^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 - a^2} = a\sqrt{2}.$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc lên AI , khi đó khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) là độ dài đoạn SH .

Xét ΔSHI vuông tại H , ta được:

$$\sin 60^\circ = \frac{SH}{a\sqrt{2}} \Rightarrow SH = a\sqrt{2} \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ và $A(3; -1; 1)$. Mặt phẳng chứa d và

A có phương trình $2x + ay + bz + c = 0$. Giá trị của $M = a + b + c$ bằng

- A.** 9. **B.** 5. **C.** 0. **D.** -2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $d: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ qua $B(0; 1; 3)$ và có một vector chỉ phương $\vec{u} = (1; -2; 2)$.

Mặt phẳng chứa d và A có phương trình $2x + ay + bz + c = 0$ nên mặt phẳng này đi qua $A(3; -1; 1)$ và $B(0; 1; 3)$, đồng thời vector pháp tuyến của nó vuông góc với $\vec{u} = (1; -2; 2)$, ta có hệ:

$$\begin{cases} 2.3 + a.(-1) + b.1 + c = 0 \\ 2.0 + a.1 + b.3 + c = 0 \\ 2.1 + a.(-2) + b.2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a + b + c = -6 \\ a + 3b + c = 0 \\ -2a + 2b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = -5 \end{cases}.$$

Do vậy $M = a + b + c = 2 + 1 - 5 = -2$.

Câu 46. Cho các số thực $x > 0, y > 0$ thỏa mãn $2x(y + 2) + \log_2(xy + 3x)^x = 8$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = 2x^2 + y$ bằng

- A.** 3. **B.** 1. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $2x(y + 2) + \log_2(xy + 3x)^x = 8$ (*)

$$\Leftrightarrow 2x(y+2) + x \log_2 [x(y+3)] = 8$$

$$\Leftrightarrow 2y+4 + \log_2 x + \log_2 (y+3) = \frac{8}{x}$$

$$\Leftrightarrow 2y+6 + \log_2 (y+3) = \frac{8}{x} + \log_2 \frac{1}{x} + 2$$

$$\Leftrightarrow 2(y+3) + \log_2 (y+3) = 2 \cdot \frac{4}{x} + \log_2 \frac{4}{x}$$

Xét hàm số $f(t) = 2t + \log_2 t$ có $f'(t) = 2 + \frac{1}{t \ln 2} > 0, \forall t > 0$

$$\text{Do vậy } (*) \Leftrightarrow f(y+3) = f\left(\frac{4}{x}\right)$$

$$\Leftrightarrow y+3 = \frac{4}{x}$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{4}{x} - 3$$

Khi đó $M = 2x^2 + \frac{4}{x} - 3$ với $x > 0; \frac{4}{x} - 3 > 0$ hay $0 < x < \frac{4}{3}$

Áp dụng bất đẳng thức Cossi ta có :

$$\begin{aligned} M &= 2(x^2 + 1) + \frac{4}{x} - 5 \geq 4x + \frac{4}{x} - 5 \\ &\geq 2 \cdot 4 \cdot \sqrt{x \cdot \frac{1}{x}} - 5 = 3 \end{aligned}$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} x^2 = 1 \\ \frac{4}{x} = 4x \Rightarrow x = 1 \\ x > 0 \end{cases}$$

Vậy min $M = 3$ khi $x = 1, y = 1$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $2x^2 + f(x) = 2xf'(x)$. Cho biết

$f(1) = \frac{5}{3}$, giá trị của $f(4)$ bằng

- A.** 1. **B.** $\frac{38}{3}$. **C.** 53. **D.** $\frac{187}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Trên khoảng $(0; +\infty)$, ta có $2x^2 + f(x) = 2xf'(x) \Leftrightarrow 2xf'(x) - f(x) = 2x^2$

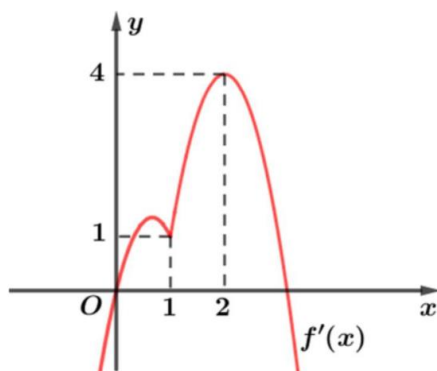
$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}f'(x) - \frac{1}{2\sqrt{x}}f(x)}{x} = \sqrt{x} \Leftrightarrow \left(\frac{f(x)}{\sqrt{x}} \right)' = \sqrt{x} \Leftrightarrow \frac{f(x)}{\sqrt{x}} = \frac{2}{3}x\sqrt{x} + C.$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{2}{3}x^2 + C\sqrt{x}.$$

$$\text{Theo bài, } f(1) = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{5}{3} = \frac{2}{3} + C \Leftrightarrow C = 1.$$

$$\text{Vậy } f(4) = \frac{2}{3} \cdot 4^2 + \sqrt{4} = \frac{38}{3}.$$

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có $f(0) = 0$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Số điểm cực trị của hàm số $y = |3f(x) - x^3|$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

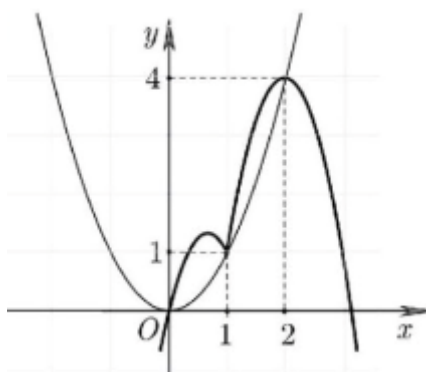
Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $g(x) = 3f(x) - x^3$, ta có $g'(x) = 3f'(x) - 3x^2$;

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 3f'(x) - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x^2.$$

Vẽ đồ thị hàm số $y = x^2$ trên cùng hệ trục với đồ thị hàm số $y = f'(x)$:



$$\text{Khi đó, } f'(x) = x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$g'(x)$		-	0	+	0	+	0	-	
$g(x)$	$+\infty$							$g(2)$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên, ta có $g(x) = 0$ có 2 nghiệm $x_1 = 0$ và $x_2 \in (2; +\infty)$.

Vậy hàm số $y = |g(x)|$ có 3 điểm cực trị.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 25$ và điểm $M(3;5;1)$. Các điểm A, B, C thuộc mặt cầu (S) sao cho MA, MB, MC đôi một vuông góc với nhau. Mặt phẳng (ABC) luôn đi qua một điểm cố định $H(a, b, c)$. Giá trị của biểu thức $T = 6a + b + 5c$ bằng

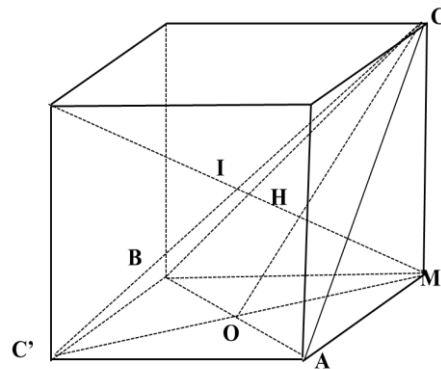
- A.** 10. **B.** $\frac{29}{2}$. **C.** $\frac{13}{3}$. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 1)$ và $M \in (S)$

Mà các điểm A, B, C thuộc mặt cầu (S) và MA, MB, MC đôi một vuông góc với nhau. Nên tâm I của mặt cầu là tâm hình hộp chữ nhật cạnh MA, MB, MC như hình vẽ.



Ta có I là trung điểm của đường chéo CC' , gọi O là trung điểm của MC' , H là giao điểm của MI và CO suy ra H là trọng tâm tam giác $\Delta MCC'$. Vậy $MH = \frac{2}{3}MI$

MI cắt mp (ABC) tại điểm $H(a; b; c)$ cố định

$$\overline{MH} = \frac{2}{3}\overline{MI} \Leftrightarrow \begin{cases} a-3 = \frac{2}{3}(-4) \\ b-5 = \frac{2}{3}(-3) \\ c-1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = 3 \\ c = 1 \end{cases}$$

Vậy $T = 6a + b + 5c = 10$.

- Câu 50.** Cho hai số phức z_1, z_2 thoả mãn $|z_1 + 2| = |z_1 - 1 - 3i|$ và $|z_2 + 5 - i| = 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z_1 + 2 - i| + |z_1 - z_2|$ bằng
- A. 3. B. $2 + \sqrt{10}$. C. 1. D. $\sqrt{29} - 2$.

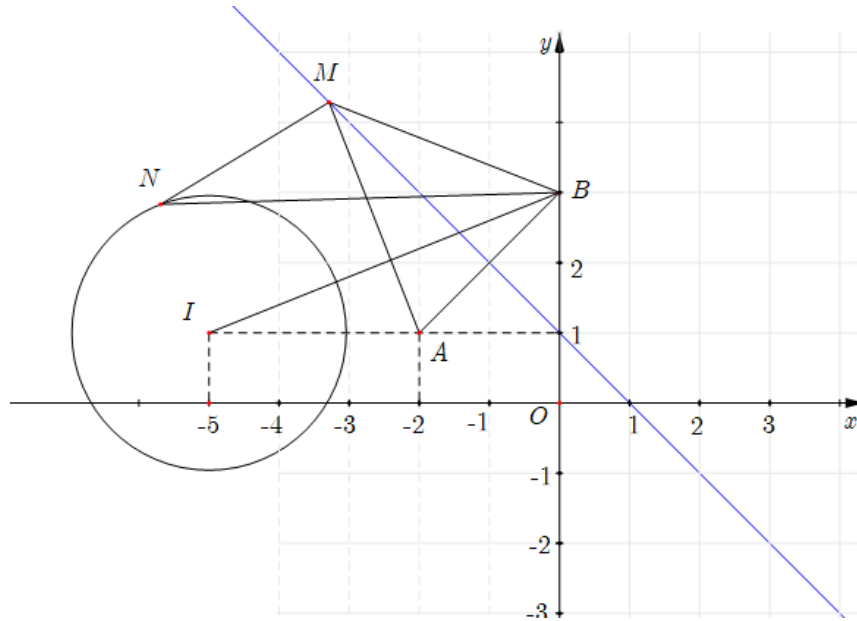
Lời giải

Chọn D

Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn của số phức z_1 và z_2 .

Do $|z_1 + 2| = |z_1 - 1 - 3i|$ nên M thuộc đường thẳng $d: x + y - 1 = 0$.

Vì $|z_2 + 5 - i| = 2$ nên N thuộc đường tròn tâm $I(-5; 1)$ bán kính $R = 2$.



Gọi $A(-2; 1)$ biểu diễn số phức $-2 + i$ thì $|z_1 + 2 - i| = AM$. Gọi B là điểm đối xứng với A qua $d \Rightarrow B(0; 3)$.

Do điểm A và đường tròn tâm I nằm cùng phía với đường thẳng d

$$\text{Có } P = |z_1 + 2 - i| + |z_1 - z_2| = AM + MN = BM + MN \geq BN \geq BI - R$$

$$\text{Mà } BI = \sqrt{29} \Rightarrow \min P = \sqrt{29} - 2.$$

Dấu bằng xảy ra khi I, N, M, B thẳng hàng.

∞ HẾT ∞