

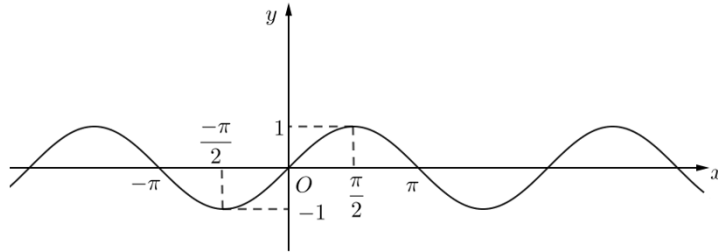
ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HKI
MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 01

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Trên đường tròn lượng giác, lấy điểm $M\left(-\frac{3}{5}; \frac{4}{5}\right)$ có góc lượng giác $(OA; OM)$ có số đo $\alpha + k2\pi$. Khi đó, giá trị của $\cot \alpha$ là giá trị nào trong các giá trị sau?

- A.** $\frac{3}{4}$. **B.** $-\frac{3}{4}$. **C.** $-\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Câu 2: Cho hàm số có đồ thị như sau:



Đây là đồ thị của hàm số

- A.** $y = \sin x$. **B.** $y = \cos x$. **C.** $y = \tan x$. **D.** $y = \cot x$.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ là

- A.** $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. **B.** $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi; -\frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. **D.** $S = \left\{ \frac{1}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 4: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số giảm?

- A.** $u_n = \frac{1}{2^n}$. **B.** $u_n = \frac{3n-1}{n+1}$. **C.** $u_n = n^2$. **D.** $u_n = \sqrt{n+2}$.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 8$ và $u_2 = 4$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** -2 . **D.** 2 .

Câu 6: Cho dãy (u_n) có $\lim u_n = 3$, dãy (v_n) có $\lim v_n = 5$. Khi đó $\lim(u_n \cdot v_n) = ?$

- A.** 15. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 7: Cho dãy số (u_n) có $\lim u_n = -3$. Tính $\lim(5 - u_n)$.

- A.** $\lim(5 - u_n) = 8$. **B.** $\lim(5 - u_n) = 2$. **C.** $\lim(5 - u_n) = -8$. **D.** $\lim(5 - u_n) = -2$.

Câu 8: Cho $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -2$. Tìm $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2f(x)+1}{2-3g(x)}$.

- A.** $-\frac{11}{4}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $-\frac{11}{8}$. **D.** $\frac{11}{8}$.

Câu 9: Tìm $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x+5}{(x+3)^2}$ ta được kết quả là

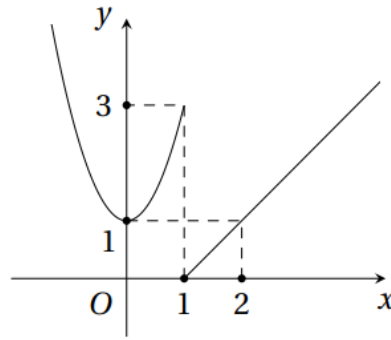
A. 0.

B. $+\infty$.

C. $-\infty$.

D. 2.

Câu 10: Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số gián đoạn tại điểm có hoành độ bằng bao nhiêu?



A. $x = 1$.

B. $x = 2$

C. $y = 1$.

D. $x = 3$.

Câu 11: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} & \text{khi } x > 1 \\ ax + 1 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$. Xác định số thực a để hàm số liên tục tại điểm

$x = 1$.

A. $a = -1$.

B. $a = 1$.

C. $a = 3$.

D. $a = -3$.

Câu 12: Hàm số nào dưới đây liên tục trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. $y = x + \frac{1}{x}$.

B. $y = \sqrt{2 - x}$.

C. $y = \frac{2x + 1}{x - 7}$.

D. $y = x + 7$.

Câu 13: điểm A thuộc mặt phẳng (P) , cách viết nào dưới đây là đúng?

A. $(P) \in A$.

B. $A \notin (P)$.

C. $A \subset (P)$.

D. $A \in (P)$.

Câu 14: Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm của tam giác BCD . Giao tuyến của mặt phẳng (ACD) và (GAB) là:

A. AM (M là trung điểm của AB).

B. AN (N là trung điểm của CD).

C. AH (H là hình chiếu của B trên CD).

D. AK (K là hình chiếu của C trên BD).

Câu 15: Cho hai đường thẳng phân biệt a và b trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa a và b ?

A. 3

B. 1

C. 2

D. 4

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. d qua S và song song với BC .

B. d qua S và song song với AD .

C. d qua S và song song với AB .

D. d qua S và song song với BD .

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M , N lần lượt là trọng tâm tam giác SAB và tam giác SCD . Khi đó MN song song với mặt phẳng

A. (SAC) .

B. (SBD) .

C. (SAB) .

D. $(ABCD)$.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình bình hành. Gọi A' , B' , C' , D' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA , SB , SC , SD . Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $A'C' \parallel (SBD)$.

B. $(A'B'C') \parallel (ABC)$.

C. $A'B' \parallel (SAD)$.

D. $A'C' \parallel BD$.

Câu 19: Hình hộp có bao nhiêu đỉnh?

A. 6.

B. 10.

C. 8.

D. 4.

Câu 20: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Hình chiếu song song của cạnh AB lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ theo phương OO' là

A. $B'C'$.

B. $A'B'$.

C. $A'D'$.

D. $A'C'$.

Câu 21: Một đu quay ở công viên có bán kính bằng 10m. Tốc độ của đu quay là 3 vòng/phút. Hỏi mất bao lâu để đu quay quay được góc 270° ?

A. $\frac{1}{3}$ phút.

B. $\frac{1}{6}$ phút.

C. $\frac{1}{4}$ phút.

D. 1,5 phút.

Câu 22: Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x}$

A. $A = \tan 6x$.

B. $A = \tan 3x$.

C. $A = \tan 2x$.

D. $A = \tan x + \tan 2x + \tan 3x$.

Câu 23: Tập xác định của hàm số $y = \cot\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

C. $D = \mathbb{R}$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 24: Cho dãy số (u_n) xác định bởi
$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_n = \frac{1}{2 - u_{n-1}}, \forall n \geq 2 \end{cases}$$
. Khi đó u_3 có giá trị bằng

A. $\frac{3}{4}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Câu 25: Một rạp hát có 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 25 ghế. Mỗi dãy sau có hơn dãy trước 3 ghế. Hỏi rạp hát có tất cả bao nhiêu ghế?

A. 1635.

B. 1792.

C. 2055.

D. 3125.

Câu 26: Năm 2022, một hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là 750.000.000 đồng và dự định trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm giảm 2% giá bán so với giá bán của năm liền trước. Theo dự định đó, năm 2027 hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là bao nhiêu?

A. 675.000.000 đồng.

B. 664.382.000 đồng.

C. 677.941.000 đồng.

D. 691.776.000 đồng.

Câu 27: Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 - 4}{an^3 + 2} = \frac{1}{2}$ với a là tham số. Khi đó $a - a^2$ bằng

A. -12.

B. -2.

C. 0.

D. -6.

Câu 28: Kết quả của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 4 \cdot 2^{n-1} - 3}{3 \cdot 2^n + 4^n}$ bằng:

A. $+\infty$.

B. $-\infty$.

C. 0.

D. 1.

Câu 29: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x - 2}$ bằng:

A. 1.

B. 2.

C. $\frac{3}{2}$.

D. 3.

Câu 30: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^2 - x + 3}}{2|x| - 1}$ bằng

A. $-\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 1.

D. $+\infty$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Đường thẳng SA không phải là giao tuyến của hai mặt phẳng nào sau đây?

A. (SAC) và (SCD) . B. (SAB) và (SAC) . C. (SOC) và (SAB) . D. $(SAC) \cap (SAD)$.

Câu 32: Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm tam giác BCD , M là trung điểm CD , I là điểm trên đoạn thẳng AG , BI cắt mặt phẳng (ACD) tại J . Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $AM = (ACD) \cap (ABG)$.

B. A, J, M thẳng hàng.

C. J là trung điểm AM .

D. $DJ = (ACD) \cap (BDJ)$.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N theo thứ tự là trọng tâm $\Delta SAB; \Delta SCD$. Gọi I là giao điểm của các đường thẳng $BM; CN$. Khi đó tỉ số $\frac{SI}{CD}$ bằng

A. 1

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{3}{2}$.

Câu 34: Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) và b là đường thẳng nằm trong (P) . Khi đó trường hợp nào sau đây không thể xảy ra?

A. a song song b .

B. a cắt b .

C. a và b chéo nhau.

D. a và b không có điểm chung.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành có tâm O , tam giác SAB cân tại S . Gọi (P) là mặt phẳng qua O và song song với (SAB) . Thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABCD$ là

A. Hình bình hành.

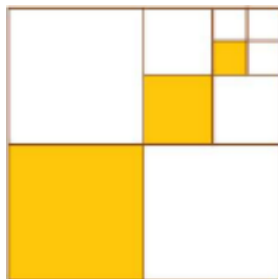
B. Tam giác cân.

C. Hình chữ nhật.

D. Hình thang cân.

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 36: Cho hình vuông cạnh 1. Chia hình vuông đó thành bốn hình vuông nhỏ bằng nhau, sau đó tô màu hình vuông nhỏ góc dưới bên trái. Lặp lại các thao tác này với hình vuông nhỏ góc trên bên phải. Giả sử quá trình trên tiếp diễn vô hạn lần. Gọi $u_1, u_2, \dots, u_n, \dots$ lần lượt là chu vi của các hình vuông được tô màu.



a) Tính tổng $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

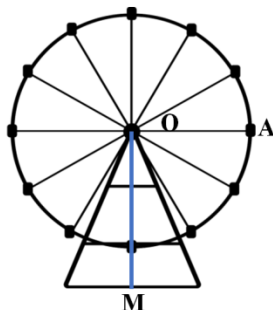
b) Tính tổng chu vi của tất cả các hình vuông được tô màu.

Câu 37: Cho tứ diện $ABCD$, O là một điểm thuộc miền trong tam giác BCD , M là điểm trên đoạn AO

a) Tìm giao tuyến của mặt phẳng (MCD) với các mặt phẳng $(ABC), (ABD)$.

b) Gọi I, J là các điểm tương ứng trên các cạnh BC và BD sao cho IJ không song song với CD . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (IJM) và (ACD) .

Câu 38: Một vòng quay quan sát quay ngược chiều kim đồng hồ quanh trục O của nó trên một mặt phẳng thẳng đứng vuông góc với mặt đất. Vòng quay có đường kính bánh xe là 20 m và có 12 khoang hành khách hình trụ được thiết kế ở những vị trí trên đường tròn bánh xe sao cho khoảng cách giữa hai khoang gần nhất luôn bằng nhau. Vị trí hành khách bước lên khoang hành khách cách mặt đất 5 m. Sau khi tất cả mọi người đã bước lên khoang hành khách, vị trí khoang hành khách của bạn A (như trong hình vẽ bên dưới). Hỏi vị trí khoang hành khách của bạn A sau khi vòng quay quay được $5\frac{1}{6}$ vòng cách mặt đất bao nhiêu mét? Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.



Câu 39: Công ty A kí hợp đồng với anh Bình để làm việc cho công ty trong 12 tháng với qui ước tháng đầu tiên anh Bình sẽ được nhận số tiền là X đồng. Sau đó mỗi tháng công ty sẽ tăng thêm cho anh Bình 250.000 đồng vào số lương của tháng trước. Đồng thời công ty này trả trước cho Bình tổng số tiền lương 12 tháng làm việc là 196.500.000 đồng. Nhưng khi làm việc đến hết tháng thứ mười thì do bận việc nên anh Bình xin nghỉ việc. Hỏi anh Bình phải trả lại công ty bao nhiêu tiền nếu công ty vẫn đồng ý trả lương cho anh trong mười tháng làm việc theo thỏa thuận ban đầu?

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Trên đường tròn lượng giác, lấy điểm $M\left(-\frac{3}{5}; \frac{4}{5}\right)$ có góc lượng giác $(OA; OM)$ có số đo $\alpha + k2\pi$. Khi đó, giá trị của $\cot \alpha$ là giá trị nào trong các giá trị sau?

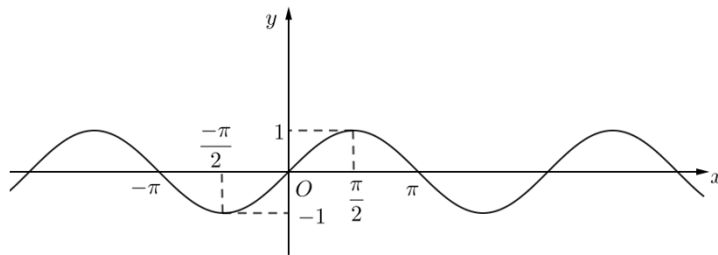
- A. $\frac{3}{4}$. B. $-\frac{3}{4}$. C. $-\frac{4}{3}$. D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Điểm $M\left(-\frac{3}{5}; \frac{4}{5}\right)$ có góc lượng giác $(OA; OM)$ có số đo $\alpha + k2\pi$. Khi đó, giá trị của

$$\cot \alpha = \frac{x_M}{y_M} = -\frac{3}{5} : \frac{4}{5} = -\frac{3}{4}$$

Câu 2: Cho hàm số có đồ thị như sau:



Đây là đồ thị của hàm số

- A. $y = \sin x$. B. $y = \cos x$. C. $y = \tan x$. D. $y = \cot x$.

Lời giải

Vì $\sin \frac{\pi}{2} = 1$; $\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -1$ và $\sin \pi = \sin(-\pi) = 0$ nên $y = \sin x$.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ là

- A. $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi; -\frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $S = \left\{ \frac{1}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 4: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số giảm?

- A. $u_n = \frac{1}{2^n}$. B. $u_n = \frac{3n-1}{n+1}$. C. $u_n = n^2$. D. $u_n = \sqrt{n+2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } u_n = \frac{1}{2^n} < \frac{1}{2^{n+1}} = u_{n+1} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 8$ và $u_2 = 4$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $-\frac{1}{2}$.

C. -2 .

D. 2 .

Lời giải

Ta có $u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{1}{2}$.

Câu 6: Cho dãy (u_n) có $\lim u_n = 3$, dãy (v_n) có $\lim v_n = 5$. Khi đó $\lim(u_n \cdot v_n) = ?$

A. 15 .

B. 8 .

C. 5 .

D. 3 .

Lời giải

Nếu $\lim u_n = a, \lim v_n = b$ thì $\lim(u_n \cdot v_n) = a \cdot b$

Do đó $\lim(u_n \cdot v_n) = 3 \cdot 5 = 15$.

Câu 7: Cho dãy số (u_n) có $\lim u_n = -3$. Tính $\lim(5 - u_n)$.

A. $\lim(5 - u_n) = 8$.

B. $\lim(5 - u_n) = 2$.

C. $\lim(5 - u_n) = -8$.

D. $\lim(5 - u_n) = -2$.

Lời giải

Ta có: $\lim(5 - u_n) = \lim 5 - \lim(u_n) = 5 - (-3) = 8$.

Câu 8: Cho $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5; \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -2$. Tìm $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2f(x) + 1}{2 - 3g(x)}$.

A. $-\frac{11}{4}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. $-\frac{11}{8}$.

D. $\frac{11}{8}$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2f(x) + 1}{2 - 3g(x)} = \frac{2 \cdot 5 + 1}{2 - 3 \cdot (-2)} = \frac{11}{8}$.

Câu 9: Tìm $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x + 5}{(x + 3)^2}$ ta được kết quả là

A. 0 .

B. $+\infty$.

C. $-\infty$.

D. 2 .

Lời giải

Cách 1: Tự luận

Ta có: • $\lim_{x \rightarrow -3} (2x + 5) = -1 < 0$

• $\lim_{x \rightarrow -3} (x + 3)^2 = 0$

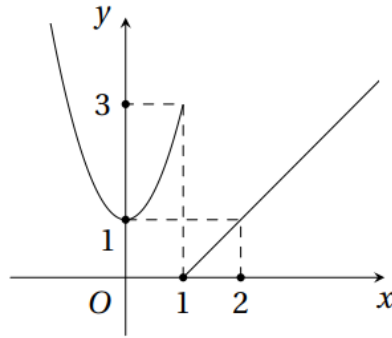
• $(x + 3)^2 > 0$ khi $x \rightarrow -3$

Vậy $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x + 5}{(x + 3)^2} = -\infty$

Cách 2: Casio

Bấm máy tính: $\frac{2x + 5}{(x + 3)^2} \rightarrow$ bấm CALC $\rightarrow$ bấm $-3 + 10^{-5} \rightarrow$ bấm $=$ rồi so đáp án.

Câu 10: Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số gián đoạn tại điểm có hoành độ bằng bao nhiêu?



A. $x = 1$.

B. $x = 2$

C. $y = 1$.

D. $x = 3$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị của hàm số, ta thấy hàm số gián đoạn tại điểm có hoành độ bằng 1.

Câu 11: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} & \text{khi } x > 1 \\ ax + 1 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$. Xác định số thực a để hàm số liên tục tại điểm

$x = 1$.

A. $a = -1$.

B. $a = 1$.

C. $a = 3$.

D. $a = -3$.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $f(1) = a + 1$

$$\text{và } \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (ax + 1) = a + 1; \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x - 3) = -2.$$

$$\text{Hàm số đã cho liên tục tại } x = 1 \Leftrightarrow f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \Leftrightarrow a + 1 = -2 \Leftrightarrow a = -3.$$

Câu 12: Hàm số nào dưới đây liên tục trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. $y = x + \frac{1}{x}$.

B. $y = \sqrt{2 - x}$.

C. $y = \frac{2x + 1}{x - 7}$.

D. $y = x + 7$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đa thức liên tục trên toàn bộ tập số thực $\mathbb{R}$.

Câu 13: điểm A thuộc mặt phẳng (P) , cách viết nào dưới đây là đúng?

A. $(P) \in A$.

B. $A \notin (P)$.

C. $A \subset (P)$.

D. $A \in (P)$.

Lời giải

Câu 14: Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm của tam giác BCD . Giao tuyến của mặt phẳng (ACD) và (GAB) là:

A. AM (M là trung điểm của AB).

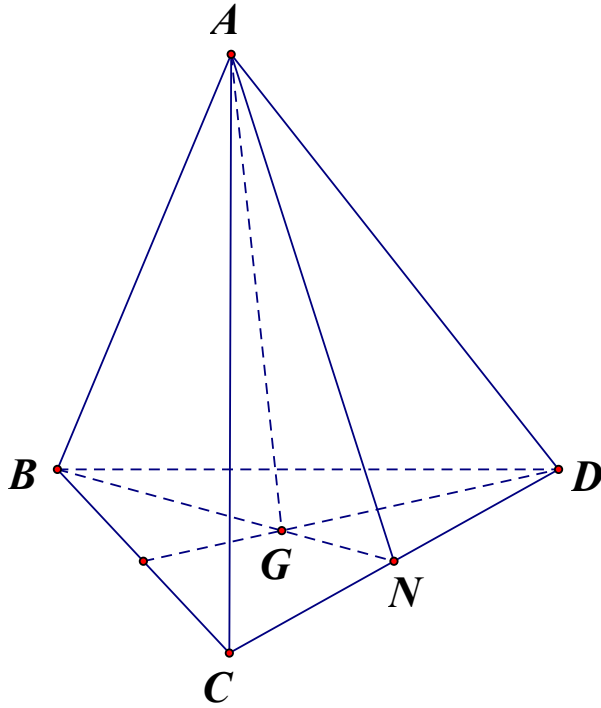
B. AN (N là trung điểm của CD).

C. AH (H là hình chiếu của B trên CD).

D. AK (K là hình chiếu của C trên BD).

Lời giải

$$\text{Ta có } (ACD) \cap (GAB) = (ACD) \cap (ABN) = AN.$$



Câu 15: Cho hai đường thẳng phân biệt a và b trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa a và b ?

A. 3

B. 1

C. 2

D. 4

Lời giải

Hai đường thẳng phân biệt a và b trong không gian có những vị trí tương đối sau:

Hai đường thẳng phân biệt a và b cùng nằm trong một mặt phẳng thì chúng có thể song song hoặc cắt nhau

Hai đường thẳng phân biệt a và b không cùng nằm trong một mặt phẳng thì chúng chéo nhau

Vậy chúng có 3 vị trí tương đối là song song hoặc cắt nhau hoặc chéo nhau.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) . Khẳng định nào sau đây đúng?

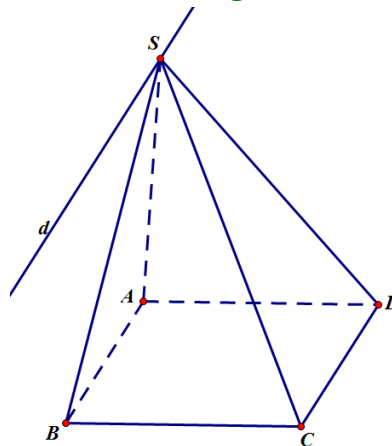
A. d qua S và song song với BC .

B. d qua S và song song với AD .

C. d qua S và song song với AB .

D. d qua S và song song với BD .

Lời giải



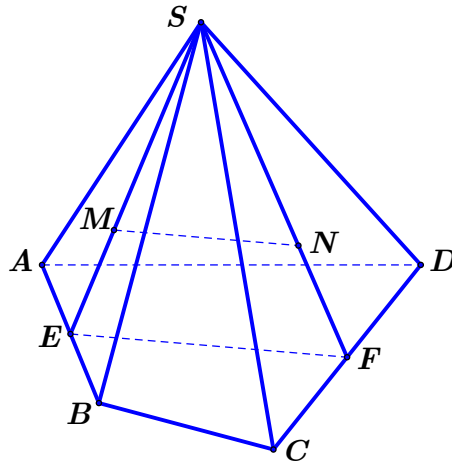
Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB // CD \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \end{array} \right\} \Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = d \text{ với } d \text{ qua } S \text{ và song song với } AB \text{ và } CD.$$

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm tam giác SAB và tam giác SCD . Khi đó MN song song với mặt phẳng

- A. (SAC) . B. (SBD) . C. (SAB) . **D. $(ABCD)$.**

Lời giải



Gọi E và F lần lượt là trung điểm của AB và CD .

Do M, N là trọng tâm $\triangle SAB, \triangle SCD$ nên S, M, E thẳng hàng; S, N, F thẳng hàng.

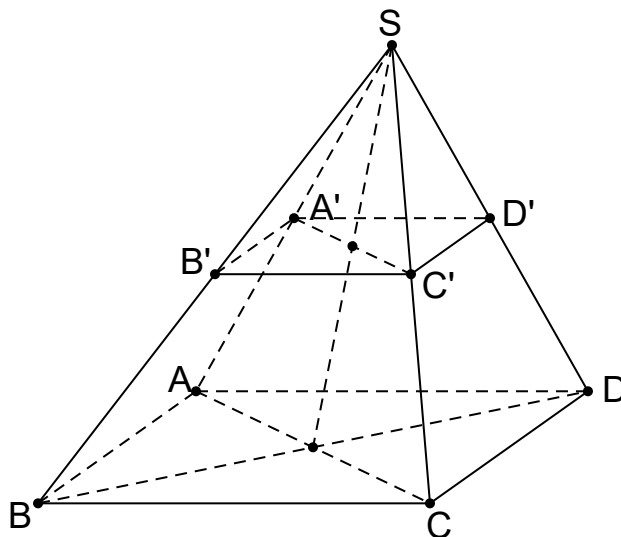
Xét $\triangle SEF$ có: $\frac{SM}{SE} = \frac{2}{3} = \frac{SN}{SF}$ nên theo định lý Ta lét $\Rightarrow MN // EF$.

Mà $EF \subset (ABCD)$ nên $MN // (ABCD)$.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình bình hành. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD . Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. $A'C' // (SBD)$. **B. $(A'B'C') // (ABC)$.** C. $A'B' // (SAD)$. D. $A'C' // BD$.

Lời giải



$$\text{Vì } \begin{cases} A'B' \parallel AB \\ B'C' \parallel BC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A'B' \parallel (ABC) \\ B'C' \parallel (ABC) \end{cases} \Rightarrow (A'B'C') \parallel (ABC) ..$$

Câu 19: Hình hộp có bao nhiêu đỉnh?

A. 6.

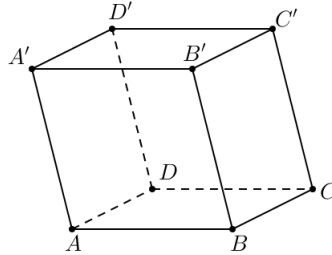
B. 10.

C. 8.

D. 4.

Lời giải

Hình hộp có 8 đỉnh.



Câu 20: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Hình chiếu song song của cạnh AB lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ theo phương OO' là

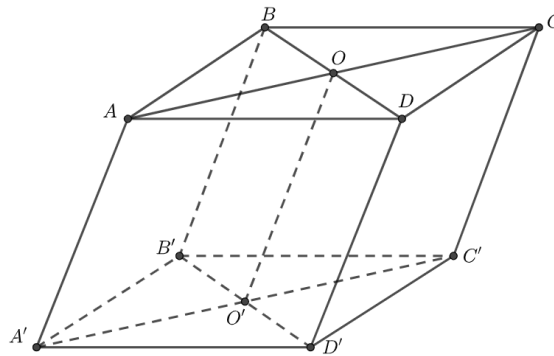
A. $B'C'$.

B. $A'B'$.

C. $A'D'$.

D. $A'C'$.

Lời giải



Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên $BB' \parallel AA' \parallel OO'$. Vậy hình chiếu song song của AB lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ theo phương OO' là $A'B'$.

Câu 21: Một đu quay ở công viên có bán kính bằng 10m. Tốc độ của đu quay là 3 vòng/phút. Hỏi mất bao lâu để đu quay quay được góc 270° ?

A. $\frac{1}{3}$ phút.

B. $\frac{1}{6}$ phút.

C. $\frac{1}{4}$ phút.

D. 1,5 phút.

Lời giải

$$\text{Tính được: } 270^\circ = \frac{270}{180} \pi = \frac{3}{2} \pi = \frac{3}{4} \cdot 2\pi$$

Vậy đu quay quay được góc 270° khi nó quay được $\frac{3}{4}$ vòng

Ta có: Đu quay quay được 1 vòng trong $\frac{1}{3}$ phút

Đu quay quay được $\frac{3}{4}$ vòng trong $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$ phút.

Câu 22: Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x}$

A. $A = \tan 6x$.

B. $A = \tan 3x$.

C. $A = \tan 2x$.

D. $A = \tan x + \tan 2x + \tan 3x$.

Lời giải

$$A = \frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x} = \frac{2 \sin 2x \cdot \cos x + \sin 2x}{2 \cos 2x \cdot \cos x + \cos 2x} = \frac{\sin 2x (2 \cos x + 1)}{\cos 2x (2 \cos x + 1)} = \tan 2x.$$

Câu 23: Tập xác định của hàm số $y = \cot\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$
 C. $D = \mathbb{R}$ **D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.**

Lời giải

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \neq 0 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{6} \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 24: Cho dãy số (u_n) xác định bởi
$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_n = \frac{1}{2 - u_{n-1}}, \forall n \geq 2 \end{cases}$$
. Khi đó u_3 có giá trị bằng

- A. $\frac{3}{4}$.** B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Theo công thức truy hồi ta có $u_2 = \frac{1}{2 - \frac{1}{2}} = \frac{2}{3} \Rightarrow u_3 = \frac{1}{2 - \frac{2}{3}} = \frac{3}{4}$.

Câu 25: Một rạp hát có 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 25 ghế. Mỗi dãy sau có hơn dãy trước 3 ghế. Hỏi rạp hát có tất cả bao nhiêu ghế?

- A. 1635. B. 1792. **C. 2055.** D. 3125.

Lời giải

Số ghế của mỗi dãy theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng có 30 số hạng có công sai $d = 3$ và $u_1 = 25$.

Tổng số ghế là $S_{30} = u_1 + u_2 + \dots + u_{30} = 30u_1 + \frac{30 \cdot 29}{2}d = 2055$

Câu 26: Năm 2022, một hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là 750.000.000 đồng và dự định trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm giảm 2% giá bán so với giá bán của năm liền trước. Theo dự định đó, năm 2027 hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là bao nhiêu?

- A. 675.000.000 đồng. B. 664.382.000 đồng.
C. 677.941.000 đồng. D. 691.776.000 đồng.

Lời giải

Gọi u_n là giá xe bán ra sau n năm kể từ năm 2022.

Theo giả thiết, ta có u_n lập thành cấp số nhân với số $u_1 = 750.000.000 \times 0,98$ và $q = 0,98$.

Giá tiền xe bán ra năm 2027 là $u_5 = u_1 \cdot q^4 = 750.000.000 \times (0,98)^5 = 677.940.597,6$ đồng.

Câu 27: Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 - 4}{an^3 + 2} = \frac{1}{2}$ với a là tham số. Khi đó $a - a^2$ bằng

- A. -12** B. -2. C. 0. D. -6.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 - 4}{an^3 + 2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \left(2 + \frac{1}{n} - \frac{4}{n^3} \right)}{n^3 \left(a + \frac{2}{n^3} \right)} = \frac{2}{a} = \frac{1}{2}.$$

Suy ra $a = 4$. Khi đó $a - a^2 = 4 - 4^2 = -12$.

Câu 28: Kết quả của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 4 \cdot 2^{n-1} - 3}{3 \cdot 2^n + 4^n}$ bằng:

A. $+\infty$.

B. $-\infty$.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 4 \cdot 2^{n-1} - 3}{3 \cdot 2^n + 4^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 2 \cdot 2^n - 3}{3 \cdot 2^n + 4^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^n - 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n - 3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^n}{3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n + 1} = 0$$

Câu 29: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x - 2}$ bằng:

A. 1.

B. 2.

C. $\frac{3}{2}$.

D. 3.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(2x - 1)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (2x - 1) = 3.$$

Câu 30: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^2 - x + 3}}{2|x| - 1}$ bằng

A. $-\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 1.

D. $+\infty$.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (2|x| - 1) = 0; 2|x| - 1 > 0, \forall x > 1 \text{ và } \lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{x^2 - x + 3} = 3 > 0.$$

$$\text{Do đó, } \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^2 - x + 3}}{2|x| - 1} = +\infty.$$

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Đường thẳng SA không phải là giao tuyến của hai mặt phẳng nào sau đây?

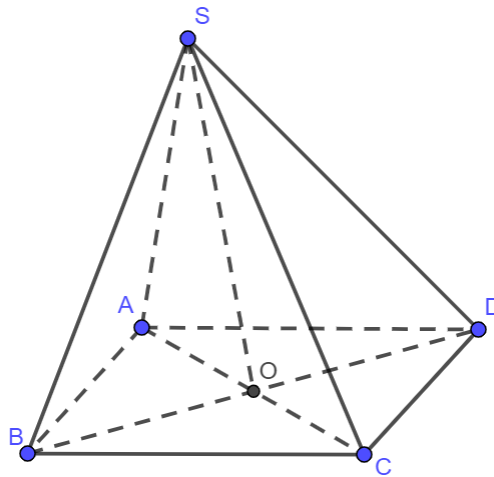
A. (SAC) và (SCD) .

B. (SAB) và (SAC) .

C. (SOC) và (SAB) .

D. $(SAC) \cap (SAD)$.

Lời giải



Ta có:

$$\begin{cases} S \in (SAC) \cap (SCD) \\ C \in (SAC) \cap (SCD) \end{cases} \Rightarrow (SAC) \cap (SCD) = SC.$$

Vậy SA không phải là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SCD).

Câu 32: Cho tứ diện ABCD. G là trọng tâm tam giác BCD, M là trung điểm CD, I là điểm trên đoạn thẳng AG, BI cắt mặt phẳng (ACD) tại J. Khẳng định nào sau đây **sai**?

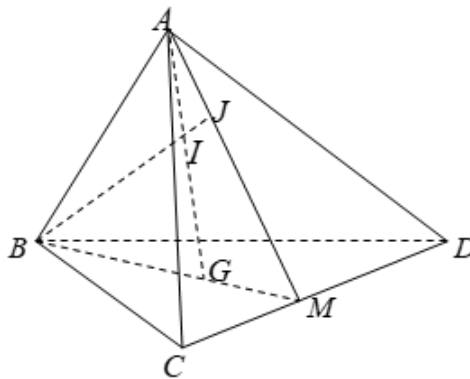
A. $AM = (ACD) \cap (ABG)$.

B. A, J, M thẳng hàng.

C. J là trung điểm AM.

D. $DJ = (ACD) \cap (BDJ)$.

Lời giải



Ta có $A \in (ACD) \cap (ABG)$, $\begin{cases} M \in BG \\ M \in CD \end{cases} \Rightarrow M \in (ACD) \cap (ABG)$ nên $AM = (ACD) \cap (ABG)$.

Nên $AM = (ACD) \cap (ABG)$ vậy A đúng.

A, J, M cùng thuộc hai mặt phẳng phân biệt (ACD), (ABG) nên A, J, M thẳng hàng, vậy B đúng.

Vì I là điểm tùy ý trên AG nên J không phải lúc nào cũng là trung điểm của AM.

Câu 33: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật. Gọi M, N theo thứ tự là trọng tâm ΔSAB ; ΔSCD . Gọi I là giao điểm của các đường thẳng BM; CN. Khi đó tỉ số $\frac{SI}{CD}$ bằng

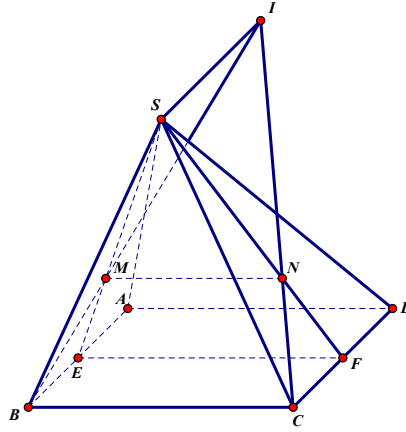
A. 1

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải



Gọi E và F lần lượt là trung điểm AB và CD .

$$\text{Ta có } I = BM \cap CN \Rightarrow \begin{cases} I \in BM \subset (SAB) \\ I \in CN \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow I \in (SAB) \cap (SCD).$$

Mà $S \in (SAB) \cap (SCD)$. Do đó $(SAB) \cap (SCD) = SI$.

$$\text{Ta có: } \left. \begin{array}{l} AB \parallel CD \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ (SAB) \cap (SCD) = SI \end{array} \right\} \Rightarrow SI \parallel AB \parallel CD. \text{ Vì } SI \parallel CD \text{ nên } SI \parallel CF.$$

$$\text{Theo định lý Ta - let ta có: } \frac{SI}{CF} = \frac{SN}{NF} = 2 \Rightarrow SI = 2CF = CD \Rightarrow \frac{SI}{CD} = 1.$$

Câu 34: Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) và b là đường thẳng nằm trong (P) . Khi đó trường hợp nào sau đây không thể xảy ra?

- A.** a song song b . **B.** a cắt b .
C. a và b chéo nhau. **D.** a và b không có điểm chung.

Lời giải

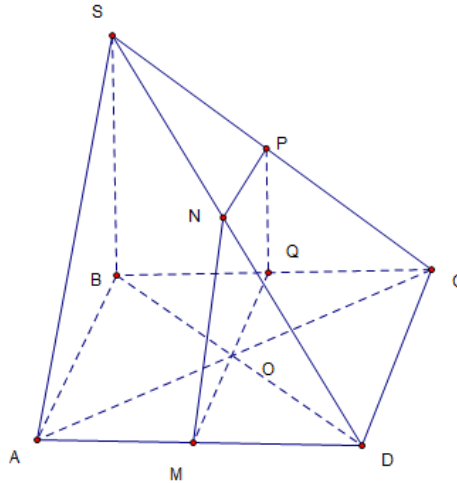
Vì $a \parallel (P)$ nên a không điểm chung với mặt phẳng (P) .

Mà $b \subset (P)$ nên a không điểm chung với b tức a không thể cắt b .

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành có tâm O , tam giác SAB cân tại S . Gọi (P) là mặt phẳng qua O và song song với (SAB) . Thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABCD$ là

- A.** Hình bình hành. **B.** Tam giác cân. **C.** Hình chữ nhật. **D.** Hình thang cân.

Lời giải



+ Xét hai mặt phẳng (P) và $(ABCD)$ có

$$\begin{cases} O \text{ chung} \\ (P) \parallel (SAB) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \end{cases} \Rightarrow \text{giao tuyến của } (P) \text{ và } (ABCD) \text{ là đường thẳng qua } O \text{ song song}$$

với AB cắt AD, BC lần lượt tại M, Q .

Tương tự: giao tuyến của (P) và (SAD) là $MN \parallel SA$;

giao tuyến của (P) và (SDC) là $NP \parallel DC$;

giao tuyến của (P) và (SBC) là $PQ \parallel SB$.

Vậy thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (P) là tứ giác $MNPQ$.

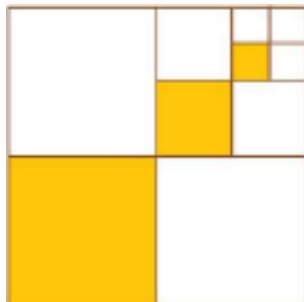
+ Xét tứ giác $MNPQ$ có: $\begin{cases} MQ \parallel NP \\ MN = PQ \end{cases}$ nên $MNPQ$ là hình thang cân.

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 36: Cho hình vuông cạnh 1. Chia hình vuông đó thành bốn hình vuông nhỏ bằng nhau, sau đó tô màu hình vuông nhỏ góc dưới bên trái. Lặp lại các thao tác này với hình vuông nhỏ góc trên bên phải. Giả sử quá trình trên tiếp diễn vô hạn lần. Gọi $u_1, u_2, \dots, u_n, \dots$ lần lượt là chu vi của các hình vuông được tô màu.

a) Tính tổng $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

b) Tính tổng chu vi của tất cả các hình vuông được tô màu.



Lời giải

Ta có:

$$u_1 = 4 \cdot \frac{1}{2}$$

$$u_2 = 4 \cdot \frac{1}{2^2}$$

$$u_3 = 4 \cdot \frac{1}{2^3}$$

...

$$u_n = 4 \cdot \frac{1}{2^n}$$

$$\text{Suy ra } S_n = 4 \cdot \frac{1}{2} + 4 \cdot \frac{1}{2^2} + \dots + 4 \cdot \frac{1}{2^n} = 2 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{1 - \frac{1}{2}} = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n.$$

Dãy số $u_1, u_2, \dots, u_n, \dots$ là cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = \frac{1}{2}$.

Vậy tổng chu vi của tất cả các hình vuông được tô màu là:

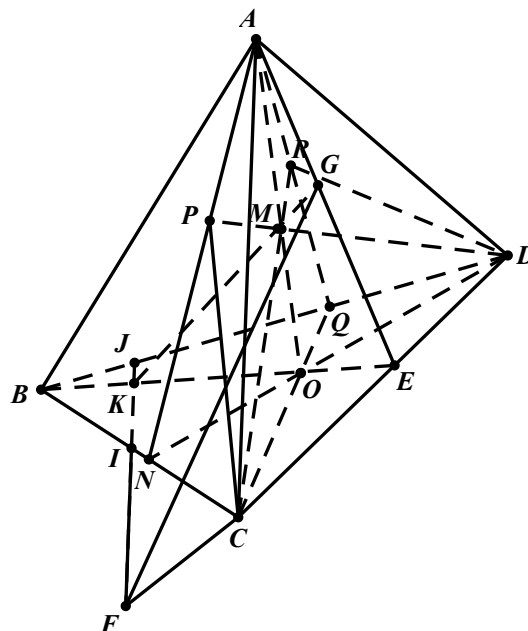
$$S = u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots = \frac{2}{1 - \frac{1}{2}} = 4$$

Câu 37: Cho tứ diện $ABCD$, O là một điểm thuộc miền trong tam giác BCD , M là điểm trên đoạn AO

a) Tìm giao tuyến của mặt phẳng (MCD) với các mặt phẳng (ABC) , (ABD) .

b) Gọi I, J là các điểm tương ứng trên các cạnh BC và BD sao cho IJ không song song với CD . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (IJM) và (ACD) .

Lời giải



a) Trong (BCD) gọi $N = DO \cap BC$, trong (ADN) gọi $P = DM \cap AN$

$$\Rightarrow \begin{cases} P \in DM \subset (CDM) \\ P \in AN \subset (ABC) \end{cases} \Rightarrow P \in (CDM) \cap (ABC)$$

Lại có $C \in (CDM) \cap (ABC) \Rightarrow PC = (CDM) \cap (ABC)$.

Tương tự, trong (BCD) gọi $Q = CO \cap BD$, trong (ACQ) gọi $R = CM \cap AQ$

$$\Rightarrow \begin{cases} R \in CM \subset (CDM) \\ R \in AQ \subset (ABD) \end{cases} \Rightarrow R \in (CDM) \cap (ABD)$$

$\Rightarrow D$ là điểm chung thứ hai của (MCD) và (ABD) nên $DR = (CDM) \cap (ABD)$.

b) Trong (BCD) gọi $E = BO \cap CD, F = IJ \cap CD, K = BE \cap IJ$;

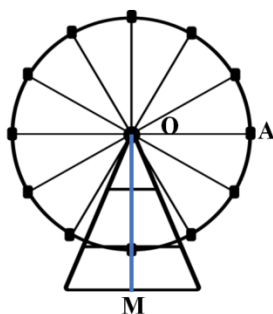
trong (ABE) gọi $G = KM \cap AE$.

Ta có:

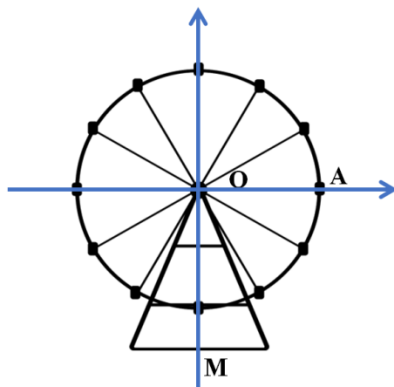
$$\begin{cases} F \in IJ \subset (IJM) \\ F \in CD \subset (ACD) \end{cases} \Rightarrow F \in (IJM) \cap (ACD),$$

$$\begin{cases} G \in KM \subset (IJM) \\ G \in AE \subset (ACD) \end{cases} \Rightarrow G \in (IJM) \cap (ACD).$$

Câu 38: Một vòng quay quan sát quay ngược chiều kim đồng hồ quanh trục O của nó trên một mặt phẳng thẳng đứng vuông góc với mặt đất. Vòng quay có đường kính bánh xe là 20 m và có 12 khoang hành khách hình trụ được thiết kế ở những vị trí trên đường tròn bánh xe sao cho khoảng cách giữa hai khoang gần nhất luôn bằng nhau. Vị trí hành khách bước lên khoang hành khách cách mặt đất 5 m. Sau khi tất cả mọi người đã bước lên khoang hành khách, vị trí khoang hành khách của bạn A (như trong hình vẽ bên dưới). Hỏi vị trí khoang hành khách của bạn A sau khi vòng quay quay được $5\frac{1}{6}$ vòng cách mặt đất bao nhiêu mét? Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.



Lời giải



Ta có: $5\frac{1}{6}$ vòng tương ứng với góc quay $\alpha = 5.2\pi + \frac{1}{6}.2\pi = 10\pi + \frac{\pi}{3}$.

Chọn đường tròn lượng giác như hình vẽ trên.

Khi đó vị trí khoang hành khách của bạn A cách mặt đất là

$$\begin{aligned}d &= 15 + 10 \sin \alpha = 15 + 10 \sin \left(10\pi + \frac{\pi}{3} \right) \\&= 15 + 10 \sin \left(10\pi + \frac{\pi}{3} \right) = 15 + 10 \sin \frac{\pi}{3} \approx 23,66025404\end{aligned}$$

Kết quả làm tròn đến hàng phần mười là 23,7 m.

Câu 39: Công ty A kí hợp đồng với anh Bình để làm việc cho công ty trong 12 tháng với qui ước tháng đầu tiên anh Bình sẽ được nhận số tiền là X đồng. Sau đó mỗi tháng công ty sẽ tăng thêm cho anh Bình 250.000 đồng vào số lương của tháng trước. Đồng thời công ty này trả trước cho Bình tổng số tiền lương 12 tháng làm việc là 196.500.000 đồng. Nhưng khi làm việc đến hết tháng thứ mười thì do bận việc nên anh Bình xin nghỉ việc. Hỏi anh Bình phải trả lại công ty bao nhiêu tiền nếu công ty vẫn đồng ý trả lương cho anh trong mười tháng làm việc theo thỏa thuận ban đầu?

Lời giải

Ta thấy số tiền lương hàng tháng mà anh Bình nhận được từ công ty A lập thành một cấp số cộng (u_n) . Trong đó $u_1 = X$ đồng là số tiền tháng lương đầu tiên mà anh Bình được nhận và công sai $d = 250.000$ đồng.

Vì công ty này trả trước cho Bình tổng số tiền lương 12 tháng làm việc là 196.500.000 đồng

$$\text{nên } S_{12} = \frac{12[2u_1 + (12-1)d]}{2} \Rightarrow 196.500.000 = \frac{12(2u_1 + 11 \times 250.000)}{2} \Rightarrow u_1 = 15.000.000 \text{ đồng.}$$

Tổng số tiền theo thỏa thuận mà anh Bình nhận được trong 10 tháng là:

$$S_{10} = \frac{10[2u_1 + (10-1)d]}{2} = \frac{10[2 \times 15.000.000 + 9 \times 250.000]}{2} = 161.250.000 \text{ đồng.}$$

Vậy số tiền anh Bình phải trả lại công ty là: $196.500.000 - 161.250.000 = 35.250.000$ đồng.

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HKI
MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 02

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Cho góc lượng giác (Ou, Ov) có số đo là $-\frac{3\pi}{4}$, góc lượng giác (Ou, Ow) có số đo là $\frac{11\pi}{4}$. Tìm số đo của góc lượng giác (Ov, Ow) .

- A.** $k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $2\pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. **C.** $\frac{3\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $-\frac{3\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 2: Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên khoảng

- A.** $(-\pi; 0)$. **B.** $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$. **C.** $(0; \pi)$. **D.** $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\cos x = 1$ là

- A.** $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

- C.** $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 4: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{2n+5}{5n-4}$. Số $\frac{7}{12}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

- A.** 6. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 10.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Tính u_3

- A.** $u_3 = 6$. **B.** $u_3 = 9$. **C.** $u_3 = 18$. **D.** $u_3 = 8$.

Câu 6: Cho $\lim u_n = -3$; $\lim v_n = 2$. Khi đó $\lim(u_n - v_n)$ bằng

- A.** -5. **B.** -1. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 7: $\lim(2^{2n} - 3^n)$ bằng

- A.** 3. **B.** 2. **C.** $-\infty$. **D.** $+\infty$.

Câu 8: Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2}(3x^2 + 7x + 11)$ là

- A.** 37. **B.** 38. **C.** 39. **D.** 40.

Câu 9: Tính $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x+1}{x-3}$?

- A.** $-\infty$. **B.** $+\infty$. **C.** 0. **D.** 7.

Câu 10: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{3-x}{\sqrt{x+1}-2} & \text{khi } x \neq 3 \\ m & \text{khi } x=3 \end{cases}$. Hàm số đã cho liên tục tại $x=3$ khi $m=?$

- A.** -1. **B.** 1. **C.** 4. **D.** -4.

Câu 11: Hàm số nào sau đây gián đoạn tại $x=1$?

- A.** $y = x^2 - 3x + 5$. **B.** $y = \frac{x^2 + x + 2}{x-1}$. **C.** $y = \frac{x-1}{x+2}$. **D.** $y = \frac{x+4}{x^2+1}$.

Câu 12: Hàm số $y = \frac{3}{x(x+1)(x+2)}$ liên tục tại điểm nào dưới đây?

A. $x = 0$.

B. $x = -1$.

C. $x = -2$.

D. $x = 3$.

Câu 13: Cho 2 đường thẳng a, b cắt nhau và không đi qua điểm A . Xác định được nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng bởi a, b và A ?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABC$. Các điểm M, N, P tương ứng trên SA, SB, SC sao cho MN, NP và PM cắt mặt phẳng (ABC) tương ứng tại các điểm D, E, F . Khi đó có thể kết luận gì về ba điểm D, E, F ?

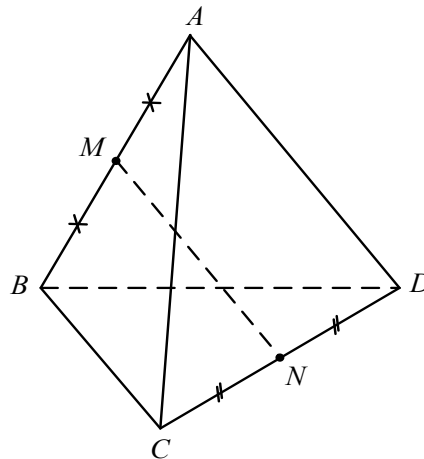
A. D, E, F thẳng hàng.

B. D, E, F tạo thành tam giác.

C. D, E, F cùng thuộc một mặt phẳng.

D. D, E, F không cùng thuộc một mặt phẳng.

Câu 15: Cho tứ diện $ABCD$, gọi M và N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD . Gọi G là trọng tâm tam giác BCD . Đường thẳng AG cắt đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây?



A. Đường thẳng MN . B. Đường thẳng CM . C. Đường thẳng DN . D. Đường thẳng CD .

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD . Trong các đường thẳng sau đây, đường thẳng nào không song song với $A'B'$?

A. AB .

B. CD .

C. $C'D'$.

D. SC .

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi. Gọi H, I, K lần lượt là trung điểm của SA, AB, CD . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $HK \parallel (SBC)$.

B. $HK \parallel (SBD)$.

C. $HK \parallel (SAC)$.

D. $HK \parallel (SAD)$.

Câu 18: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $(ABB'A') \parallel (CDD'C')$.

B. $(BDA') \parallel (D'B'C)$.

C. $(BA'D') \parallel (ADC)$.

D. $(ACD') \parallel (A'C'B)$.

Câu 19: Hình hộp có bao nhiêu đường chéo?

A. 16.

B. 12.

C. 8.

D. 4.

Câu 20: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Hình chiếu song song của điểm A lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ theo phương BC' là

A. A' .

B. B' .

C. D' .

D. C' .

Câu 21: Trên đường tròn bán kính $R = 6$, độ dài của cung có số đo $\frac{\pi}{4}$ là

A. $l = \frac{2\pi}{3}$.

B. $l = \frac{\pi}{24}$.

C. $l = 24\pi$.

D. $l = \frac{3\pi}{2}$.

Câu 22: Cho $\cos 2a = \frac{1}{9}$. Tính $\sin 2a \cos a$ với $0 < a < \frac{\pi}{2}$.

- A. $\frac{20}{27}$. B. $\frac{3\sqrt{10}}{8}$. C. $\frac{5}{27}$. D. $\frac{5\sqrt{6}}{16}$.

Câu 23: Tập giá trị của hàm số $y = 3 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ là:

- A. $[-3; 3]$. B. $[-1; 1]$. C. $[-3; 1]$. D. $\left[-\frac{3\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$.

Câu 24: Dãy số (u_n) có số hạng tổng quát: $u_n = 3n + n^2$. Hỏi số 40 là số hạng thứ mấy của dãy số đã cho?

- A. u_{10} . B. u_8 . C. u_5 . D. u_{40} .

Câu 25: Trên một bàn cờ có nhiều ô vuông, người ta đặt 7 hạt dẻ vào ô đầu tiên, sau đó đặt tiếp vào ô thứ hai số hạt nhiều hơn ô thứ nhất là 5, tiếp tục đặt vào ô thứ ba số hạt nhiều hơn ô thứ hai là 5, và cứ thế tiếp tục đến ô thứ n . Biết rằng đặt hết số ô trên bàn cờ người ta phải sử dụng 25450 hạt. Hỏi bàn cờ đó có bao nhiêu ô vuông?

- A. 98. B. 100. C. 102. D. 104.

Câu 26: Một loại lợi khuẩn được nuôi cấy trong phòng thí nghiệm, cứ cách hai phút số lượng lại tăng lên gấp đôi so với số lượng đang có. Từ một lợi khuẩn ban đầu, hãy tính tổng số lợi khuẩn có trong ống nghiệm sau 30 phút.

- A. 16384. B. 16383. C. 32767. D. 32768.

Câu 27: Tìm tất cả các giá trị của tham số a để $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 - 3an^4}{(1-a)n^4 + 2n + 1} > 0$.

- A. $a \leq 0; a \geq 1$. B. $0 < a < 1$. C. $a < 0; a > 1$. D. $0 \leq a < 1$.

Câu 28: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\sqrt{2n^2 + 2n + 1} - \sqrt[3]{n^3 + n^2} \right]$ bằng

- A. $-\infty$. B. 0. C. $+\infty$. D. 2.

Câu 29: Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{(2-x)^4}$.

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. -2. D. 1.

Câu 30: Biết giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{ax^2 + 2} + bx - 1}{x^3 - 3x + 2} = c$ với a, b, c là số thực. Tính $S = a + 6b + 12c$

- A. -3. B. 9. C. 3. D. -9.

Câu 31: Cho bốn điểm không đồng phẳng, ta có thể xác định được nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ bốn điểm đã cho?

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 6.

Câu 32: Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm tam giác BCD , M là trung điểm CD , I là điểm trên đoạn thẳng AG , BI cắt mặt phẳng (ACD) tại J . Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $AM = (ACD) \cap (ABG)$. B. A, J, M thẳng hàng.
C. J là trung điểm AM . D. $DJ = (ACD) \cap (BDJ)$.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi N là trung điểm của cạnh SC . Lấy điểm M đối xứng với B qua A . Gọi giao điểm G của đường thẳng MN với mặt phẳng (SAD) . Tính

tỉ số $\frac{GM}{GN}$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. 2.

D. 3.

Câu 34: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J lần lượt là trọng tâm $\triangle ABC$ và $\triangle ABD$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. IJ song song với CD .

B. IJ song song với AB .

C. IJ chéo nhau với CD .

D. IJ cắt AB .

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Gọi M là điểm trên cạnh SA sao cho $SM = 2MA$. Mặt phẳng (α) qua M và song song với $(ABCD)$. Tính diện tích của thiết diện hình chóp cắt bởi mặt phẳng (α) .

A. $\frac{2}{9}a^2$.

B. $\frac{2\sqrt{3}}{9}a^2$.

C. $4a^2$.

D. $\frac{8a^2}{3}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 36: Có 1 kg chất phóng xạ độc hại. Biết rằng, cứ sau mỗi khoảng thời gian $T = 24000$ năm thì một nửa số chất phóng xạ này bị phân rã thành chất khác không độc hại với sức khỏe con người (T gọi là chu kỳ bán rã). Gọi (u_n) là khối lượng chất phóng xạ còn sót lại sau chu kỳ thứ n .

a. Tìm số hạng tổng quát u_n

b. Tìm giới hạn u_n

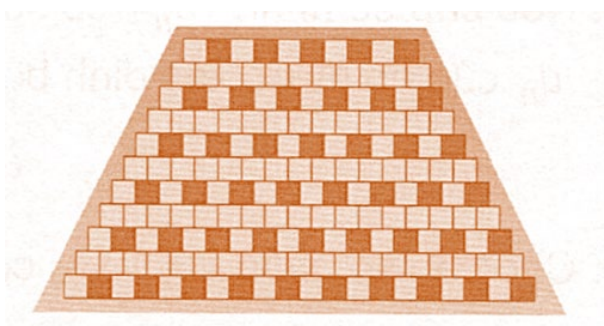
Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$. M là một điểm trên cạnh SC không trùng với S và C .

a) Tìm giao điểm của AM và (SBD)

b) Gọi N là một điểm trên cạnh BC . Tìm giao điểm của SD và (AMN) .

Câu 38: Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A trong ngày thứ t của năm 2023 được cho bởi một hàm số $y = 4\sin\left[\frac{\pi}{178}(t-60)\right] + 10$ với $t \in \mathbb{Z}$ và $1 \leq t \leq 365$. Vào ngày nào trong năm thì thành phố A có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất?

Câu 39: Một bức tường trang trí có dạng hình thang, rộng $2,4m$ ở đáy và rộng $1,2m$ ở đỉnh (hình vẽ bên).



Các viên gạch hình vuông có kích thước $10cm \times 10cm$ phải được đặt sao cho mỗi hàng ở phía trên chứa ít hơn một viên so với hàng ở ngay phía dưới nó. Hỏi sẽ cần bao nhiêu viên gạch hình vuông như vậy để ốp hết bức tường đó?

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Cho góc lượng giác (Ou, Ov) có số đo là $-\frac{3\pi}{4}$, góc lượng giác (Ou, Ow) có số đo là $\frac{11\pi}{4}$. Tìm số đo của góc lượng giác (Ov, Ow) .

- A. $k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $2\pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. C. $\frac{3\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $-\frac{3\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

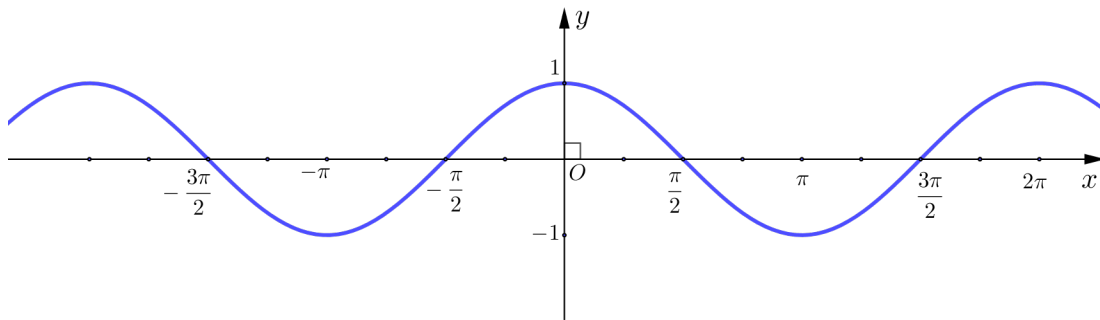
Theo hệ thức Chasles, ta có:

$$(Ov, Ow) = (Ou, Ow) - (Ou, Ov) + k2\pi = \frac{11\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} + k2\pi = \frac{3\pi}{2} + 2\pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 2: Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên khoảng

- A. $(-\pi; 0)$. B. $(\frac{\pi}{2}; \pi)$. C. $(0; \pi)$. D. $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$.

Lời giải



Dựa vào đồ thị của hàm số $y = \cos x$, ta có hàm số này đồng biến trên khoảng $(-\pi; 0)$.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\cos x = 1$ là

- A. $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Ta có: $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 4: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{2n+5}{5n-4}$. Số $\frac{7}{12}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

- A. 6. B. 8. C. 9. D. 10.

Lời giải

$$\text{Ta có } u_n = \frac{7}{12} \Leftrightarrow \frac{2n+5}{5n-4} = \frac{7}{12} (n \in \mathbb{N}^*) \Leftrightarrow 24n + 60 = 35n - 28 \Leftrightarrow 11n = 88 \Leftrightarrow n = 8$$

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Tính u_3

- A. $u_3 = 6$. B. $u_3 = 9$. C. $u_3 = 18$. D. $u_3 = 8$.

Lời giải

Áp dụng công thức tính số hạng tổng quát của cấp số nhân ta có: $u_3 = u_1 \cdot q^2 = 2 \cdot 3^2 = 18$.

Vậy $u_3 = 18$.

Câu 6: Cho $\lim u_n = -3$; $\lim v_n = 2$. Khi đó $\lim(u_n - v_n)$ bằng

A. -5

B. -1.

C. 5.

D. 1.

Lời giải

$$\lim(u_n - v_n) = \lim u_n - \lim v_n = -3 - 2 = -5.$$

Câu 7:

$$\lim(2^{2n} - 3^n) \text{ bằng}$$

A. 3.

B. 2.

C. $-\infty$.

D. $+\infty$

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim(2^{2n} - 3^n) = \lim(4^n - 3^n) = \lim 4^n \left[1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n \right] = +\infty \text{ vì } \lim 4^n = +\infty \text{ và}$$

$$\lim \left[1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n \right] = 1 > 0.$$

Câu 8: Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 + 7x + 11)$ là

A. 37.

B. 38.

C. 39.

D. 40.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 + 7x + 11) = 3 \cdot 2^2 + 7 \cdot 2 + 11 = 37$$

Câu 9:

$$\text{Tính } \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x+1}{x-3} ?$$

A. $-\infty$.

B. $+\infty$.

C. 0.

D. 7.

Lời giải

$$\text{Có } \lim_{x \rightarrow 3^-} (2x+1) = 7, \quad x \rightarrow 3^- \Leftrightarrow x-3 < 0 \text{ nên } \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x+1}{x-3} = -\infty.$$

Câu 10: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{3-x}{\sqrt{x+1}-2} & \text{khi } x \neq 3 \\ m & \text{khi } x=3 \end{cases}$. Hàm số đã cho liên tục tại $x=3$ khi $m=?$

A. -1.

B. 1.

C. 4.

D. -4.

Lời giải

$$f(3) = m$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3-x}{\sqrt{x+1}-2} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(3-x)(\sqrt{x+1}+2)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} (-\sqrt{x+1}-2) = -4$$

$$\text{Để hàm số liên tục tại } x=3 \text{ thì } \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3)$$

$$\text{Suy ra, } m = -4$$

Câu 11: Hàm số nào sau đây gián đoạn tại $x=1$?

A. $y = x^2 - 3x + 5$.

B. $y = \frac{x^2 + x + 2}{x-1}$.

C. $y = \frac{x-1}{x+2}$.

D. $y = \frac{x+4}{x^2+1}$.

Lời giải

Hàm số $y = \frac{x^2 + x + 2}{x-1}$ là hàm phân thức hữu tỉ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ nên gián đoạn tại $x=1$.

Câu 12: Hàm số $y = \frac{3}{x(x+1)(x+2)}$ liên tục tại điểm nào dưới đây?

A. $x = 0$.

B. $x = -1$.

C. $x = -2$.

D. $x = 3$.

Lời giải

Ta có: Tập xác định của hàm số $y = \frac{3}{x(x+1)(x+2)}$ là $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; -1; 0\}$. Vậy hàm số đã cho

liên tục trên các khoảng xác định của nó.

Suy ra hàm số liên tục tại điểm $x = 3$.

Câu 13: Cho 2 đường thẳng a, b cắt nhau và không đi qua điểm A . Xác định được nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng bởi a, b và A ?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Có 3 mặt phẳng gồm $(a, b), (A, a), (A, b)$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABC$. Các điểm M, N, P tương ứng trên SA, SB, SC sao cho MN, NP và PM cắt mặt phẳng (ABC) tương ứng tại các điểm D, E, F . Khi đó có thể kết luận gì về ba điểm D, E, F

A. D, E, F thẳng hàng.

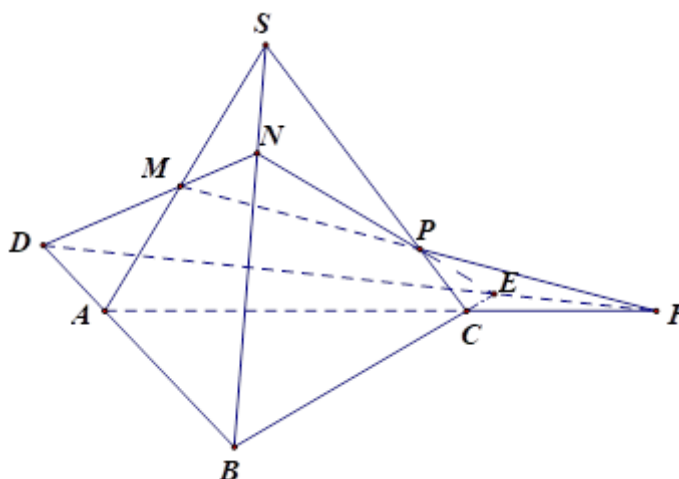
B. D, E, F tạo thành tam giác.

C. D, E, F cùng thuộc một mặt phẳng.

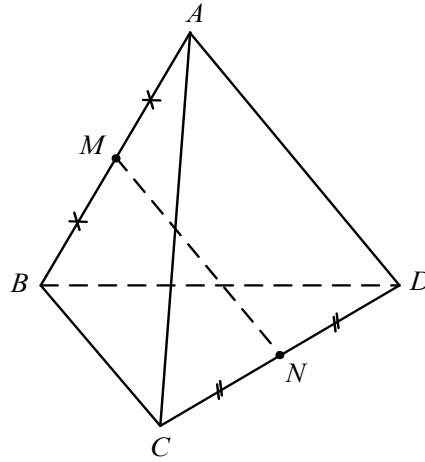
D. D, E, F không cùng thuộc một mặt phẳng.

Lời giải

Ta có 3 mặt phẳng $(ABC), (SAC)$ và (DNE) đồng quy tại 1 điểm. Mà $(ABC) \cap (SAC) = AC$, $(SAC) \cap (DNE) = MP$ và $(DNE) \cap (ABC) = DE$ nên AC, MP, DE đồng quy. Mà $AC \cap MP = F$ nên $F \in DE$.

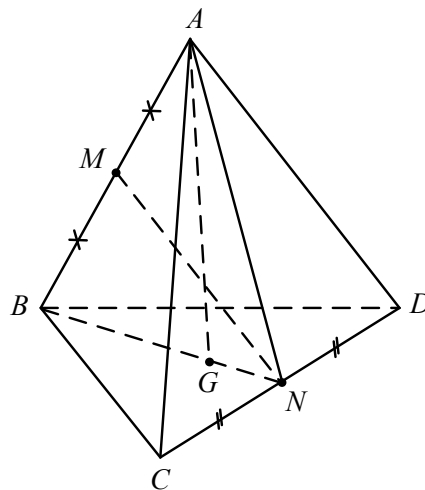


Câu 15: Cho tứ diện $ABCD$, gọi M và N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD . Gọi G là trọng tâm tam giác BCD . Đường thẳng AG cắt đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây?



A. Đường thẳng MN . **B.** Đường thẳng CM . **C.** Đường thẳng DN . **D.** Đường thẳng CD .

Lời giải

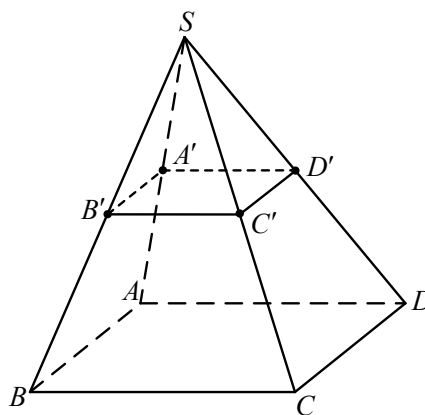


Do AG và MN cùng nằm trong mặt phẳng (ABN) nên hai đường thẳng cắt nhau.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD . Trong các đường thẳng sau đây, đường thẳng nào không song song với $A'B'$?

A. AB . **B.** CD . **C.** $C'D'$. **D.** SC .

Lời giải

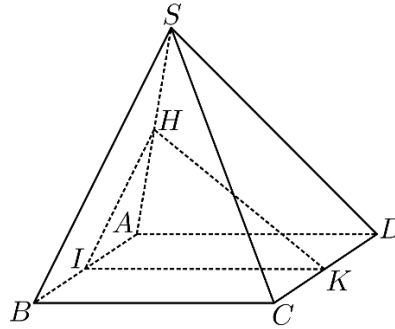


Do $A'B'$ và SC không đồng phẳng nên $A'B'$ và SC không song song nhau.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi. Gọi H, I, K lần lượt là trung điểm của SA, AB, CD . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $HK \parallel (SBC)$. **B.** $HK \parallel (SBD)$. **C.** $HK \parallel (SAC)$. **D.** $HK \parallel (SAD)$.

Lời giải



Ta có HI là đường trung bình của tam giác SAB nên $HI \parallel SB \subset (SBC) \Rightarrow HI \parallel (SBC)$

Lại có I, K lần lượt là trung điểm AB, CD nên $IK \parallel BC \subset (SBC) \Rightarrow IK \parallel (SBC)$

Từ, ta có $(HIK) \parallel (SBC)$, mà $HK \subset (HIK)$ nên $HK \parallel (SBC)$.

Câu 18: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

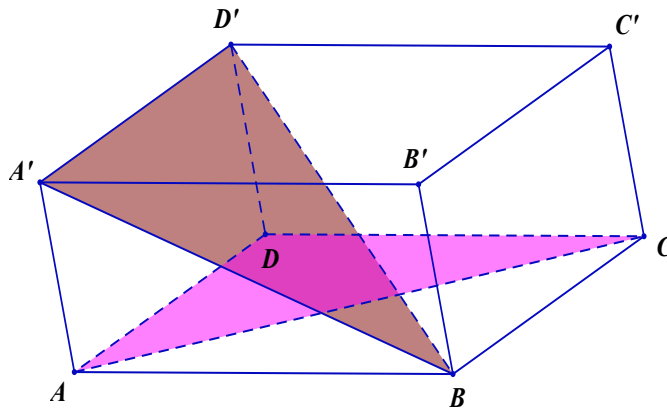
A. $(ABB'A') \parallel (CDD'C')$.

B. $(BDA') \parallel (D'B'C)$.

C. $(BA'D') \parallel (ADC)$.

D. $(ACD') \parallel (A'C'B)$.

Lời giải



Ta có $(BA'D') \equiv (BCA'D')$ và $(ADC) \equiv (ABCD)$.

Mà $(BCA'D') \cap (ABCD) = BC$, suy ra $(BA'D') \parallel (ADC)$ **sai**.

Câu 19: Hình hộp có bao nhiêu đường chéo?

A. 16.

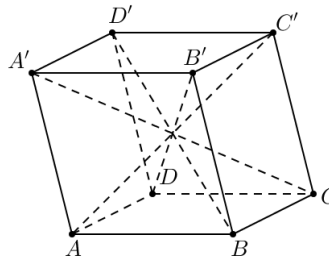
B. 12.

C. 8.

D. 4.

Lời giải

Hình hộp có 4 đường chéo.



Câu 20: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Hình chiếu song song của điểm A lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ theo phương BC' là

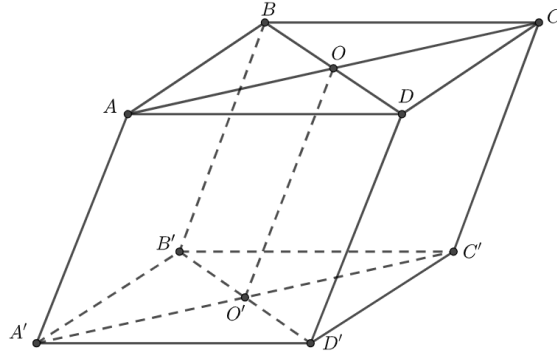
A. A' .

B. B' .

C. D' .

D. C' .

Lời giải



Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên $ABD'C'$ là hình bình hành. Vậy hình chiếu song song của A lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ theo phương BC' là D' .

Câu 21: Trên đường tròn bán kính $R = 6$, độ dài của cung có số đo $\frac{\pi}{4}$ là

A. $l = \frac{2\pi}{3}$.

B. $l = \frac{\pi}{24}$.

C. $l = 24\pi$.

D. $l = \frac{3\pi}{2}$.

Lời giải

Cung có số đo $\frac{\pi}{4}$ của đường tròn bán kính $R = 6$ có độ dài là $l = R \cdot \frac{\pi}{4} = 6 \cdot \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{2}$.

Câu 22: Cho $\cos 2a = \frac{1}{9}$. Tính $\sin 2a \cos a$ với $0 < a < \frac{\pi}{2}$.

A. $\frac{20}{27}$.

B. $\frac{3\sqrt{10}}{8}$.

C. $\frac{5}{27}$.

D. $\frac{5\sqrt{6}}{16}$.

Lời giải

Do $0 < a < \frac{\pi}{2}$ nên $\sin a > 0$, $\cos a > 0$.

Ta có:

$$\cos 2a = \frac{1}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\cos^2 a - 1 = \frac{1}{9} \\ 1 - 2\sin^2 a = \frac{1}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos^2 a = \frac{5}{9} \\ \sin^2 a = \frac{4}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos a = \frac{\sqrt{5}}{3} \\ \sin a = \frac{2}{3} \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } \sin 2a \cos a = 2 \sin a \cos^2 a = \frac{20}{27}.$$

Câu 23: Tập giá trị của hàm số $y = 3 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ là:

A. $[-3; 3]$.

B. $[-1; 1]$.

C. $[-3; 1]$.

D. $\left[-\frac{3\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$.

Lời giải

$$\text{Ta có } -1 \leq \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq 3 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \leq 3$$

Câu 24: Dãy số (u_n) có số hạng tổng quát: $u_n = 3n + n^2$. Hỏi số 40 là số hạng thứ mấy của dãy số đã cho?

A. u_{10} .

B. u_8 .

C. u_5 .

D. u_{40} .

Lời giải

Ta có

$$u_n = 40 \Leftrightarrow 3n + n^2 = 40 \Leftrightarrow n^2 + 3n - 40 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n \in \mathbb{N}^* \\ n = 5 \end{cases}$$

Vậy số 40 chính là số hạng u_5 .

Câu 25: Trên một bàn cờ có nhiều ô vuông, người ta đặt 7 hạt dẻ vào ô đầu tiên, sau đó đặt tiếp vào ô thứ hai số hạt nhiều hơn ô thứ nhất là 5, tiếp tục đặt vào ô thứ ba số hạt nhiều hơn ô thứ hai là 5, và cứ thế tiếp tục đến ô thứ n . Biết rằng đặt hết số ô trên bàn cờ người ta phải sử dụng 25450 hạt. Hỏi bàn cờ đó có bao nhiêu ô vuông?

A. 98.

B. 100.

C. 102.

D. 104.

Lời giải

Số hạt dẻ trên mỗi ô theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 7, d = 5$. Gọi n là số ô trên bàn cờ thì $u_1 + u_2 + \dots + u_n = 25450 = S_n$.

$$\text{Ta có } 25450 = S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d = 7n + \frac{n^2 - n}{2} \cdot 5$$

$$\Leftrightarrow 5n^2 + 9n - 50900 = 0 \Leftrightarrow n = 100.$$

Câu 26: Một loại lợi khuẩn được nuôi cấy trong phòng thí nghiệm, cứ cách hai phút số lượng lại tăng lên gấp đôi so với số lượng đang có. Từ một lợi khuẩn ban đầu, hãy tính tổng số lợi khuẩn có trong ống nghiệm sau 30 phút.

A. 16384.

B. 16383.

C. 32767

D. 32768.

Lời giải

Số lượng lợi khuẩn cứ sau 2 phút lập thành cấp số nhân với $u_1 = 1, q = 2$.

Thời gian 30 phút tương ứng trải qua $\frac{30}{2} = 15$ lần sinh trưởng.

$$\text{Do đó tổng số lợi khuẩn nuôi cấy được sau 30 phút là } S_{15} = u_1 \cdot \frac{1 - q^{15}}{1 - q} = 1 \cdot \frac{1 - 2^{15}}{1 - 2} = 32767.$$

Câu 27: Tìm tất cả các giá trị của tham số a để $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 - 3an^4}{(1-a)n^4 + 2n + 1} > 0$.

A. $a \leq 0; a \geq 1$.

B. $0 < a < 1$.

C. $a < 0; a > 1$.

D. $0 \leq a < 1$.

Lời giải

$$L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 - 3an^4}{(1-a)n^4 + 2n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{5}{n^2} - 3a}{(1-a) + \frac{2}{n^3} + \frac{1}{n^4}} = \frac{-3a}{(1-a)} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ a > 1 \end{cases}$$

Câu 28: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\sqrt{2n^2 + 2n + 1} - \sqrt[3]{n^3 + n^2} \right]$ bằng

A. $-\infty$.

B. 0.

C. $+\infty$

D. 2.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\sqrt{2n^2 + 2n + 1} - \sqrt[3]{n^3 + n^2} \right] = \lim_{n \rightarrow \infty} n \left[\sqrt{2 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}} - \sqrt[3]{1 + \frac{1}{n}} \right] = +\infty$$

$$\text{Vì } \lim_{n \rightarrow \infty} n = +\infty \text{ và } \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\sqrt{2 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}} - \sqrt[3]{1 + \frac{1}{n}} \right] = \sqrt{2} - 1 > 0.$$

Câu 29: Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{(2-x)^4}$.

A. $+\infty$

B. $-\infty$.

C. -2.

D. 1.

Lời giải

Đáp số: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{(2-x)^4} = +\infty$.

Câu 30: Biết giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{ax^2+2+bx-1}}{x^3-3x+2} = c$ với a, b, c là số thực. Tính $S = a + 6b + 12c$

A. -3.

B. 9.

C. 3.

D. -9.

Ta có $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{ax^2+2+bx-1}}{x^3-3x+2} = c \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2+2-(bx-1)^2}{(x-1)^2(x+2)(\sqrt{ax^2+2+bx-1})} = c$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(a-b^2)x^2+2bx+1}{(x-1)^2(x+2)(\sqrt{ax^2+2+bx-1})} = c$$

Để tồn tại giới hạn hữu hạn thì phương trình $(a-b^2)x^2+2bx+1=0$ có nghiệm kép $x=1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a-b^2 \neq 0 \\ \Delta' = 0 \\ x_1 = x_2 = \frac{-b}{a-b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b^2 \neq 0 \\ 2b^2-a=0 \\ b=b^2-a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b^2 \neq 0 \\ a=2b^2 \\ a=b^2-b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b^2 \neq 0 \\ a=2b^2 \\ 2b^2=b^2-b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-1 \end{cases}$$

Khi đó, $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-2x+1}{(x-1)^2(x+2)(\sqrt{2x^2+2+x+1})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x+2)(\sqrt{2x^2+2+x+1})} = \frac{1}{12}$

$\Rightarrow c = \frac{1}{12}$. Vậy $S = a + 6b + 12c = -3$.

Câu 31: Cho bốn điểm không đồng phẳng, ta có thể xác định được nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ bốn điểm đã cho?

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 6.

Lời giải

Do bốn điểm không đồng phẳng nên không tồn tại bộ ba điểm thẳng hàng trong số bốn điểm đó. Cứ ba điểm không thẳng hàng xác định một mặt phẳng nên số mặt phẳng phân biệt có thể lập được từ bốn điểm đã cho là $C_4^3 = 4$.

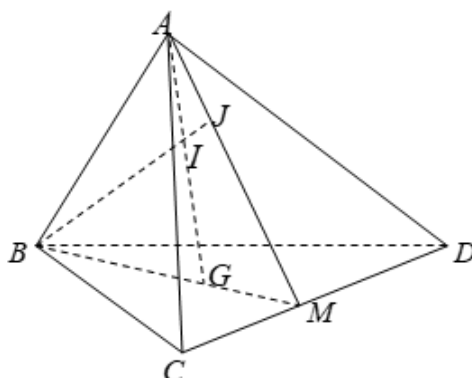
Câu 32: Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm tam giác BCD , M là trung điểm CD , I là điểm trên đoạn thẳng AG , BI cắt mặt phẳng (ACD) tại J . Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $AM = (ACD) \cap (ABG)$.

B. A, J, M thẳng hàng.

C. J là trung điểm AM .

D. $DJ = (ACD) \cap (BDJ)$.

Lời giải.

Ta có $A \in (ACD) \cap (ABG)$, $\begin{cases} M \in BG \\ M \in CD \end{cases} \Rightarrow M \in (ACD) \cap (ABG)$ nên $AM = (ACD) \cap (ABG)$.

Nên $AM = (ACD) \cap (ABG)$ vậy A đúng.

A, J, M cùng thuộc hai mặt phẳng phân biệt $(ACD), (ABG)$ nên A, J, M thẳng hàng, vậy B đúng.

Vì I là điểm tùy ý trên AG nên J không phải lúc nào cũng là trung điểm của AM .

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi N là trung điểm của cạnh SC . Lấy điểm M đối xứng với B qua A . Gọi giao điểm G của đường thẳng MN với mặt phẳng (SAD) . Tính tỉ số $\frac{GM}{GN}$.

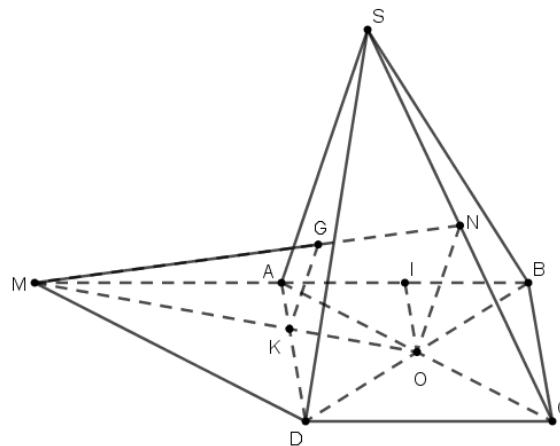
A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. 2.

D. 3.

Lời giải



Gọi giao điểm của AC và BD là O và kẻ OM cắt AD tại K . Vì O là trung điểm AC , N là trung điểm SC nên $ON \parallel SA$. Vậy hai mặt phẳng (MON)

và (SAD) cắt nhau tại giao tuyến GK song song với NO . Áp dụng định lý Talet cho $GK \parallel ON$, ta có:

$$\frac{GM}{GN} = \frac{KM}{KO}$$

Gọi I là trung điểm của AB , vì O là trung điểm của BD nên theo tính chất đường trung bình, $OI \parallel AD$, vậy theo định lý Talet:

$$\frac{KM}{KO} = \frac{AM}{AI} = \frac{AB}{AI} = 2.$$

Từ và, ta có $\frac{GM}{GN} = 2$.

Câu 34: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J lần lượt là trọng tâm $\triangle ABC$ và $\triangle ABD$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

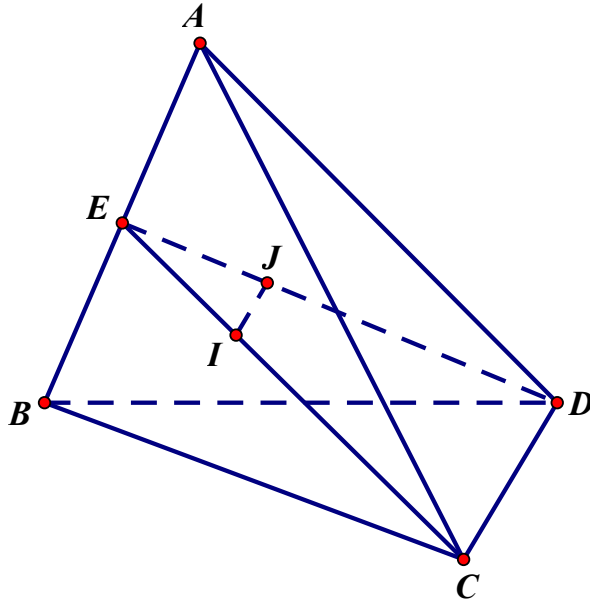
A. IJ song song với CD .

B. IJ song song với AB .

C. IJ chéo nhau với CD .

D. IJ cắt AB .

Lời giải



Gọi E là trung điểm AB .

Vì I và J lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và ABD nên: $\frac{EI}{EC} = \frac{EJ}{ED} = \frac{1}{3}$

Suy ra: $IJ \parallel CD$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Gọi M là điểm trên cạnh SA sao cho $SM = 2MA$. Mặt phẳng (α) qua M và song song với $(ABCD)$. Tính diện tích của thiết diện hình chóp cắt bởi mặt phẳng (α) .

A. $\frac{2}{9}a^2$.

B. $\frac{2\sqrt{3}}{9}a^2$.

C. $4a^2$.

D. $\frac{8a^2}{3}$.

Lời giải

Gọi N, P, Q lần lượt là giao điểm của (α) và các cạnh SB, SC, SD .

Vì $(\alpha) \parallel (ABCD)$ nên (α) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là hình thoi $MNPQ$.

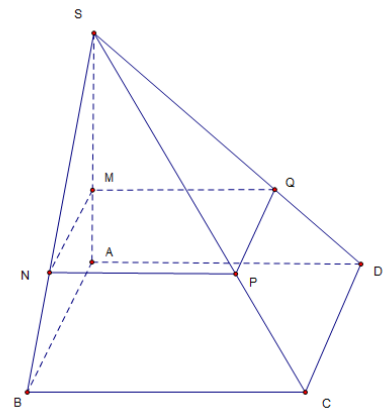
Vì $(\alpha) \parallel (ABCD)$ nên theo định lý Talet, ta có

$$\frac{MN}{AB} = \frac{NP}{BC} = \frac{PQ}{CD} = \frac{QM}{AD} = \frac{2}{3}.$$

$$\Rightarrow MN = NP = PQ = MQ = \frac{2}{3}a$$

Khi đó (α) cắt hình chóp theo thiết diện là hình bình hành

$$MNPQ \text{ có diện tích } S_{MNPQ} = MN \cdot NP \cdot \sin \widehat{MNP} = \frac{2\sqrt{3}}{9}a^2.$$



II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 36: Có 1 kg chất phóng xạ độc hại. Biết rằng, cứ sau mỗi khoảng thời gian $T = 24000$ năm thì một nửa số chất phóng xạ này bị phân rã thành chất khác không độc hại với sức khỏe con người (T gọi là chu kỳ bán rã). Gọi (u_n) là khối lượng chất phóng xạ còn sót lại sau chu kỳ thứ n .

Nếu AN và CD song song với nhau, ta chỉ việc kẻ MT song song với CD ($T \in SD$) từ đó cũng suy ra được T là điểm cần tìm.

Câu 38: Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A trong ngày thứ t của năm 2023 được cho bởi một hàm số $y = 4\sin\left[\frac{\pi}{178}(t-60)\right] + 10$ với $t \in \mathbb{Z}$ và $1 \leq t \leq 365$. Vào ngày nào trong năm thì thành phố A có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất?

Lời giải

$$\text{Vì } \sin\left[\frac{\pi}{178}(t-60)\right] \leq 1 \Rightarrow y = 4\sin\left[\frac{\pi}{178}(t-60)\right] + 10 \leq 14.$$

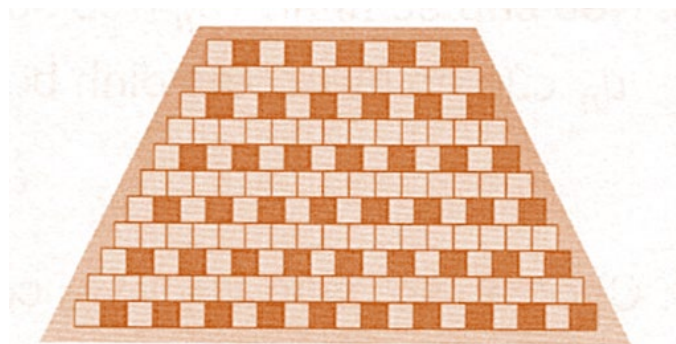
$$\text{Ngày có ánh sáng mặt trời nhiều nhất} \Leftrightarrow y = 14 \Leftrightarrow \sin\left[\frac{\pi}{178}(t-60)\right] = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{\pi}{178}(t-60) = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow t = 149 + 356k.$$

$$\text{Do } 0 < t \leq 365 \Rightarrow 0 < 149 + 356k \leq 365 \Leftrightarrow -\frac{149}{356} < k \leq \frac{54}{89} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 0.$$

Với $k = 0 \Rightarrow t = 149$ rơi vào ngày 29 tháng 5 (vì ta đã biết tháng 1 và 3 có 31 ngày, tháng 4 có 30 ngày, riêng đối với năm 2023 thì không phải năm nhuận nên tháng 2 có 28 ngày hoặc dựa vào dữ kiện $1 \leq t \leq 365$ thì ta biết năm này tháng 2 chỉ có 28 ngày).

Câu 39: Một bức tường trang trí có dạng hình thang, rộng $2,4m$ ở đáy và rộng $1,2m$ ở đỉnh (hình vẽ bên).



Các viên gạch hình vuông có kích thước $10cm \times 10cm$ phải được đặt sao cho mỗi hàng ở phía trên chứa ít hơn một viên so với hàng ở ngay phía dưới nó. Hỏi sẽ cần bao nhiêu viên gạch hình vuông như vậy để ốp hết bức tường đó?

Lời giải

$$\text{Đổi } 2,4m = 240cm; 1,2m = 120cm.$$

$$\text{Số viên gạch ở hàng đầu tiên (ứng với đáy lớn) là } u_1 = 240 : 10 = 24.$$

$$\text{Số viên gạch ở hàng trên cùng (ứng với đáy nhỏ) là}$$

$$u_n = 120 : 10 = 12.$$

Vì mỗi hàng ở phía trên chứa ít hơn một viên so với hàng ở ngay phía dưới nó nên ta thu được cấp số cộng có công sai $d = -1$.

$$\text{Như vậy } u_n = 12 = u_1 + (n-1)(-1) \Rightarrow n = 13.$$

Vậy số viên gạch hình vuông cần thiết để ốp hết bức tường đó là

$$S_{13} = \frac{(u_1 + u_{13})13}{2} = 234 \text{ (viên gạch).}$$

----- HẾT -----

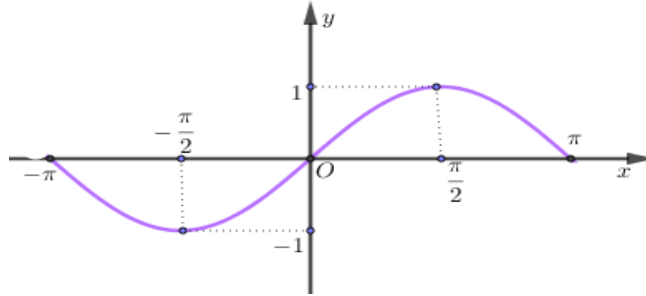
ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HKI
MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 03

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Trên đường tròn lượng giác, cho góc lượng giác có số đo $-\frac{\pi}{4}$ (rad) thì mọi góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với góc lượng giác trên đều có số đo dạng nào trong các dạng sau?

- A.** $\frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $-\frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$. **C.** $-\frac{\pi}{4} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $\frac{\pi}{4} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 2: Trên khoảng $(-\pi; \pi)$ đồ thị hàm số $y = \sin x$ được cho như hình vẽ:



Hỏi hàm số $y = \sin x$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A.** $(-\pi; 0)$. **B.** $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$. **C.** $(0; \pi)$. **D.** $(\frac{\pi}{2}; \pi)$.

Câu 3: Tập nghiệm của phương trình $\cot(2x - 30^\circ) = \sqrt{3}$ là

- A.** $S = \{45^\circ + k90^\circ | k \in \mathbb{Z}\}$. **B.** $S = \{30^\circ + k90^\circ | k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $S = \{60^\circ + k90^\circ | k \in \mathbb{Z}\}$. **D.** $S = \{90^\circ + k90^\circ | k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 4: Trong các dãy số (u_n) sau, dãy số nào bị chặn?

- A.** $u_n = n - \sin 3n$ **B.** $u_n = \frac{n^2 + 1}{n}$. **C.** $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$. **D.** $u_n = n \cdot \sin(3n - 1)$.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_2 = 2$ và $u_7 = -64$. Số hạng đầu của cấp số nhân đã cho bằng

- A.** -2 . **B.** -1 . **C.** 1 . **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 6: Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 2 \cdot 5^{2n}}{2^{n+1} + 5^{n+5}}$ bằng

- A.** $-\infty$. **B.** $+\infty$. **C.** 2 . **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 7: Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^4 - 2n^2)$ là

- A.** $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** 1 . **D.** 4 .

Câu 8: Cho $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = -\infty$, tính $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-5}{g(x)}$.

- A.** $-\infty$. **B.** -5 . **C.** $+\infty$. **D.** 0 .

Câu 9: Cho $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$, $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 3$. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + g(x)]$?

- A.** 5 . **B.** -5 . **C.** -1 . **D.** 1 .

Câu 10: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $f(1)$ không tính được. B. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$.
C. $f(x)$ gián đoạn tại $x = 1$. D. $f(x)$ liên tục tại $x = 1$.

Câu 11: Hàm số nào sau đây không liên tục tại $x = 2$?

- A. $y = \sqrt{x+2}$. B. $y = \sin x$. C. $y = \frac{x^2}{x-2}$. D. $y = x^2 - 3x + 2$.

Câu 12: Phương trình $x^5 - 3x + 23 = 0$ có nghiệm thuộc khoảng nào?

- A. $(-3; -2)$. B. $(0; 1)$. C. $(-2; -1)$. D. $(2; 3)$.

Câu 13: Các yếu tố nào sau đây xác định một mặt phẳng duy nhất?

- A. Ba điểm phân biệt. B. Một điểm và một đường thẳng.
C. Hai đường thẳng cắt nhau. D. Bốn điểm phân biệt.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi I là trung điểm của SD , J là điểm trên cạnh SC và J không trùng với trung điểm SC . Giao tuyến của hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (AIJ) là:

- A. AK (K là giao điểm của IJ và BC). B. AH (H là giao điểm của IJ và AB).
C. AG (G là giao điểm của IJ và AD). D. AF (F là giao điểm của IJ và CD).

Câu 15: Trong không gian, cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Một đường thẳng c song song với a . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. b và c chéo nhau. B. b và c cắt nhau.
C. b và c chéo nhau hoặc cắt nhau. D. b và c song song với nhau.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SC sao cho $SM = 3MC$, N là giao điểm của SD và (MAB) . Khi đó, hai đường thẳng CD và MN là hai đường thẳng:

- A. Cắt nhau. B. Chéo nhau. C. Song song. D. Có hai điểm chung.

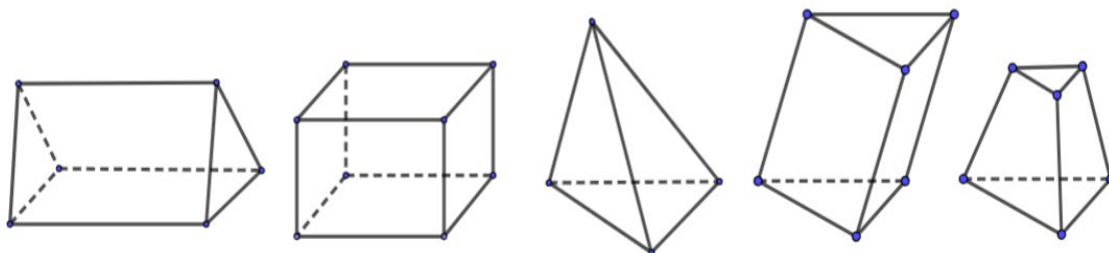
Câu 17: Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC . Mặt phẳng nào sau đây song song với đường thẳng MN ?

- A. (ACD) . B. (ABD) . C. (ABC) . D. (BCD) .

Câu 18: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $(A'BC) \parallel (AB'C')$. B. $(BA'C') \parallel (B'AC)$. C. $(ABC') \parallel (A'B'C)$. D. $(ABC) \parallel (A'B'C')$.

Câu 19: Cho các hình dưới đây. Có bao nhiêu hình là hình lăng trụ?



- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 20: Hình bình hành có thể là hình biểu diễn của các hình nào dưới đây?

- A. Hình ngũ giác. B. Hình thang. C. Hình tam giác. D. Hình vuông.

Câu 21: Bánh xe của người đi xe đạp quay được 5 vòng trong 8 giây. Hỏi trong 2 giây, bánh xe quay được một góc bao nhiêu độ?

A. 1800° . B. 225° . C. 360° . D. 450° .

Câu 22: Cho $\cos x = \frac{1}{2}$, giá trị của $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ là

A. $-\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{3}{4}$. D. 1.

Câu 23: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y = \tan 2023x + \cot 2024x$. B. $y = \sin|2023x| + \cos 2024x$.
C. $y = 2023 \cos x + 2024 \sin x$. D. $y = \cot 2023x - 2024 \sin x$.

Câu 24: Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_n = 3u_{n-1} - 1, \quad \forall n \geq 2 \end{cases}$. Tìm số hạng u_4 .

A. $u_4 = -76$. B. $u_4 = -77$. C. $u_4 = -66$. D. $u_4 = -67$.

Câu 25: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_2 = 3$ và $u_5 = 12$. Giá trị 759 là tổng của bao nhiêu số hạng đầu của cấp số cộng?

A. 22. B. 23. C. 24. D. 21.

Câu 26: Một loại thuốc được dùng mỗi ngày một lần. Lúc đầu nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân tăng nhanh, nhưng mỗi liều kế tiếp có tác dụng ít hơn liều trước đó. Lượng thuốc trong máu ở ngày thứ nhất là 50mg, và mỗi ngày sau đó giảm chỉ còn một nửa so với ngày kế trước đó. Tính tổng lượng thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi dùng thuốc 10 ngày liên tiếp.

A. 99,902. B. 99,805. C. 99,951. D. 99,976.

Câu 27: Tính giới hạn $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n - n^3)(3n^2 + 1)}{(2n - 1)(n^4 - 7)}$.

A. $L = -\frac{3}{2}$. B. $L = 1$. C. $L = 3$. D. $L = +\infty$.

Câu 28: Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1} - 4 \cdot 5^n}{2 \cdot 5^n + 5 \cdot 4^{n+1}}$.

A. $-\frac{1}{7}$. B. 2. C. -2. D. $-\frac{1}{5}$.

Câu 29: Tìm giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x^2 - 4x + 3}$:

A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. $\frac{3}{2}$. D. 1.

Câu 30: Biết rằng $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x - 2} + ax - b \right) = -5$. Tính tổng $a + b$.

A. 6. B. 7. C. 8. D. 5.

Câu 31: Trong mặt phẳng (α) , cho tứ giác $ABCD$ có AB cắt CD tại E , AC cắt BD tại F , S là điểm không thuộc (α) . Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là

A. AC . B. SE . C. SF . D. SD .

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ $AD \parallel BC$. Gọi I là giao điểm của AB và DC , M là trung điểm SC . DM cắt mặt phẳng (SAB) tại J . Khẳng định nào sau đây sai?

A. S, I, J thẳng hàng. B. $DM \subset mp(SCI)$. C. $JM \subset mp(SAB)$. D. $SI = (SAB) \cap (SCD)$.

- Câu 33:** Cho tứ diện $ABCD$. P, Q lần lượt là trung điểm của AB, CD . Điểm R nằm trên cạnh BC sao cho $BR = 2RC$. Gọi S là giao điểm của mặt phẳng (PQR) và AD . Khi đó
- A.** $SA = 3SD$. **B.** $SA = 2SD$. **C.** $SA = SD$. **D.** $2SA = 3SD$.
- Câu 34:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?
- A.** MN chéo SC . **B.** $MN \parallel (SBD)$. **C.** $MN \parallel (ABCD)$. **D.** MN cắt CD .
- Câu 35:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , biết $AB = 6, SA = SB = 4$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua O và song song với mặt phẳng (SAB) . Diện tích thiết diện của mặt phẳng (P) và hình chóp $S.ABCD$ bằng?
- A.** $\frac{9\sqrt{7}}{2}$. **B.** $9\sqrt{7}$. **C.** $\frac{9\sqrt{7}}{4}$. **D.** $3\sqrt{7}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

- Câu 36:** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 16}{x - 2} = 12$. Tính giới hạn
- $$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2f(x) - 16} - 4}{x^2 + x - 6}$$
- Câu 37:** Cho bốn điểm A, B, C, D không cùng thuộc một mặt phẳng. Trên các đoạn thẳng AB, AC, BD lần lượt lấy các điểm M, N, P sao cho MN không song song với BC . Tìm giao tuyến của (BCD) và (MNP) .
- Câu 38:** Cho tam giác ABC có $\cot \frac{C}{2} = \frac{2 \sin A \sin B}{\sin C}$. Tam giác ABC có đặc điểm gì?
- Câu 39:** Một cầu thang đường lên cổng trời của một điểm giải trí ở công viên tỉnh **X** được hàn bằng sắt có hình dáng các bậc thang đều là hình chữ nhật với cùng chiều rộng là 35cm và chiều dài của nó theo thứ tự mỗi bậc đều giảm dần đi 7cm. Biết rằng bậc đầu tiên của cầu thang là hình chữ nhật có chiều dài 189cm và bậc cuối cùng cầu thang là hình chữ nhật có chiều dài 63cm. Hỏi giá thành làm cầu thang đó gần với số nào dưới đây nếu giá thành làm một mét vuông cầu thang đó là 1250000 đồng trên một mét vuông?

----- **HẾT** -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Trên đường tròn lượng giác, cho góc lượng giác có số đo $-\frac{\pi}{4}$ (rad) thì mọi góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với góc lượng giác trên đều có số đo dạng nào trong các dạng sau?

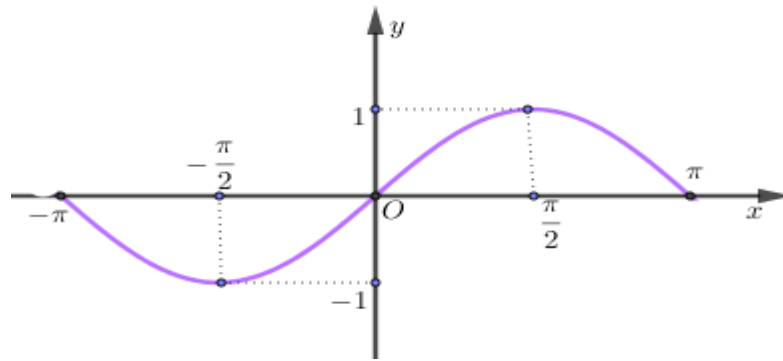
- A.** $\frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $-\frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$. **C.** $-\frac{\pi}{4} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $\frac{\pi}{4} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Góc lượng giác có số đo $-\frac{\pi}{4}$ (rad) thì mọi góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với góc

lượng giác trên đều có số đo dạng $-\frac{\pi}{4} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Câu 2: Trên khoảng $(-\pi; \pi)$ đồ thị hàm số $y = \sin x$ được cho như hình vẽ:



Hỏi hàm số $y = \sin x$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A.** $(-\pi; 0)$. **B.** $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$. **C.** $(0; \pi)$. **D.** $(\frac{\pi}{2}; \pi)$.

Lời giải

Từ hình vẽ, ta thấy đồ thị hàm số $y = \sin x$ “đi xuống” trên khoảng $(\frac{\pi}{2}; \pi)$, do đó hàm số nghịch biến trong khoảng $(\frac{\pi}{2}; \pi)$.

Câu 3: Tập nghiệm của phương trình $\cot(2x - 30^\circ) = \sqrt{3}$ là

- A.** $S = \{45^\circ + k90^\circ | k \in \mathbb{Z}\}$. **B.** $S = \{30^\circ + k90^\circ | k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $S = \{60^\circ + k90^\circ | k \in \mathbb{Z}\}$. **D.** $S = \{90^\circ + k90^\circ | k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải

Vì $\sqrt{3} = \cot 30^\circ$ nên

$$\cot(2x - 30^\circ) = \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow \cot(2x - 30^\circ) = \cot 30^\circ$$

$$\Leftrightarrow 2x - 30^\circ = 30^\circ + k180^\circ$$

$$\Leftrightarrow 2x = 60^\circ + k180^\circ$$

$$\Leftrightarrow x = 30^\circ + k90^\circ, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình $S = \{30^\circ + k90^\circ | k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 4: Trong các dãy số (u_n) sau, dãy số nào bị chặn?

A. $u_n = n - \sin 3n$ **B.** $u_n = \frac{n^2 + 1}{n}$. **C.** $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$. **D.** $u_n = n \cdot \sin(3n-1)$.

Lời giải

Ta có $0 < u_n = \frac{1}{n(n+1)} \leq \frac{1}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow$ Dãy (u_n) với $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$ bị chặn

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_2 = 2$ và $u_7 = -64$. Số hạng đầu của cấp số nhân đã cho bằng

A. -2 . **B.** -1 . **C.** 1 . **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có $u_7 = u_2 \cdot q^5 \Rightarrow q = \sqrt[5]{\frac{u_7}{u_2}} = -2$.

Số hạng đầu của cấp số nhân đã cho bằng $u_1 = \frac{u_2}{q} = -1$.

Câu 6: Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 2 \cdot 5^{2n}}{2^{n+1} + 5^{n+5}}$ bằng

A. $-\infty$. **B.** $+\infty$. **C.** 2 . **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Ta có $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 2 \cdot 5^{2n}}{2^{n+1} + 5^{n+5}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 2 \cdot 25^n}{2 \cdot 2^n + 5^5 \cdot 5^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{3}{5}\right)^n - 2 \cdot 5^n}{2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^n + 5^5} = -\infty$.

Câu 7: Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^4 - 2n^2)$ là

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** 1 . **D.** 4 .

Lời giải

$\lim_{n \rightarrow \infty} (n^4 - 2n^2) = \lim_{n \rightarrow \infty} n^4 \left(1 - \frac{2}{n^2}\right) = +\infty$

Câu 8: Cho $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = -\infty$, tính $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-5}{g(x)}$.

A. $-\infty$. **B.** -5 . **C.** $+\infty$. **D.** 0 .

Lời giải

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-5}{g(x)} = 0$

Câu 9: Cho $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$, $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 3$. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + g(x)]$?

A. 5 . **B.** -5 . **C.** -1 . **D.** 1 .

Lời giải

Có $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow 1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2 + 3 = 5$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $f(1)$ không tính được.

B. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$.

C. $f(x)$ gián đoạn tại $x = 1$.

D. $f(x)$ liên tục tại $x = 1$.

Lời giải

Ta có: Hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) = 2 \text{ và } f(1) = 2.$$

Suy ra hàm số đã cho liên tục tại $x = 1$.

Câu 11: Hàm số nào sau đây không liên tục tại $x = 2$?

A. $y = \sqrt{x+2}$.

B. $y = \sin x$.

C. $y = \frac{x^2}{x-2}$.

D. $y = x^2 - 3x + 2$.

Lời giải

Hàm số $y = \frac{x^2}{x-2}$ có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ nên không liên tục tại $x = 2$.

Câu 12: Phương trình $x^5 - 3x + 23 = 0$ có nghiệm thuộc khoảng nào?

A. $(-3; -2)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(-2; -1)$.

D. $(2; 3)$.

Lời giải

Xét $f(x) = x^5 - 3x + 23$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên $f(x)$ liên tục trên $[-2; -1]$.

Ta có $f(-2) = -3$; $f(-1) = 25 \Rightarrow f(-2) \cdot f(-1) < 0$. Vậy phương trình $f(x) = 0$ luôn có nghiệm thuộc khoảng $(-2; -1)$.

Câu 13: Các yếu tố nào sau đây xác định một mặt phẳng duy nhất?

A. Ba điểm phân biệt. **B.** Một điểm và một đường thẳng.

C. Hai đường thẳng cắt nhau.

D. Bốn điểm phân biệt.

Lời giải.

- A sai. Trong trường hợp 3 điểm phân biệt thẳng hàng thì sẽ có vô số mặt phẳng chứa 3 điểm thẳng hàng đã cho.
- B sai. Trong trường hợp điểm thuộc đường thẳng đã cho, khi đó ta chỉ có 1 đường thẳng, có vô số mặt phẳng đi qua đường thẳng đó.
- D sai. Trong trường hợp 4 điểm phân biệt thẳng hàng thì có vô số mặt phẳng đi qua 4 điểm đó hoặc trong trường hợp 4 điểm mặt phẳng không đồng phẳng thì sẽ tạo không tạo được mặt phẳng nào đi qua cả 4 điểm.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi I là trung điểm của SD , J là điểm trên cạnh SC và J không trùng với trung điểm SC . Giao tuyến của hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (AIJ) là:

A. AK (K là giao điểm của IJ và BC).

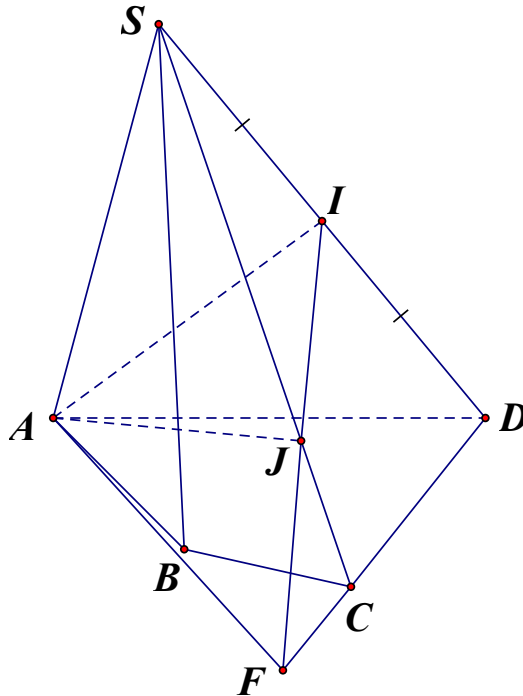
B. AH (H là giao điểm của IJ và AB).

C. AG (G là giao điểm của IJ và AD).

D. AF (F là giao điểm của IJ và CD).

Lời giải

Ta có $(ABCD) \cap (AIJ) = (ABCD) \cap (AIF) = AF$.



Câu 15: Trong không gian, cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Một đường thẳng c song song với a . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. b và c chéo nhau. **B.** b và c cắt nhau.

C. b và c chéo nhau hoặc cắt nhau.

D. b và c song song với nhau.

Lời giải

Phương án A sai vì b, c có thể cắt nhau.

Phương án B sai vì b, c có thể chéo nhau.

Phương án D sai vì nếu b và c song song thì a và b song song hoặc trùng nhau.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SC sao cho $SM = 3MC$, N là giao điểm của SD và (MAB) . Khi đó, hai đường thẳng CD và MN là hai đường thẳng:

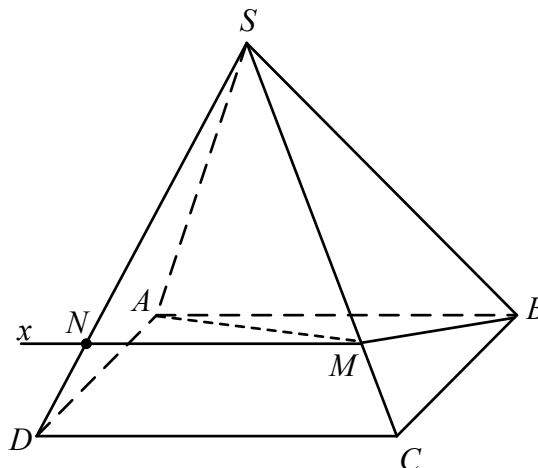
A. Cắt nhau.

B. Chéo nhau.

C. Song song.

D. Có hai điểm chung.

Lời giải



Ta có:
$$\begin{cases} M \in (MAB) \cap (SCD) \\ AB \subset (MAB); CD \subset (SCD) \Rightarrow Mx = (MAB) \cap (SCD) \text{ với } Mx \parallel CD \parallel AB \\ AB \parallel CD \end{cases}$$

Gọi $N = Mx \cap SD$ trong $(SCD) \Rightarrow N = SD \cap (MAB)$

Vậy MN song song với CD .

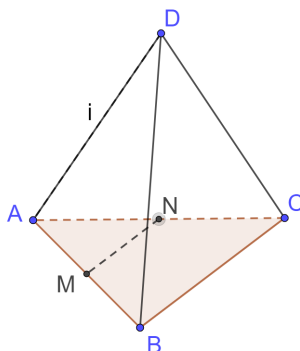
Câu 17: Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC . Mặt phẳng nào sau đây song song với đường thẳng MN ?

- A.** (ACD) . **B.** (ABD) . **C.** (ABC) . **D.** (BCD) .

Lời giải

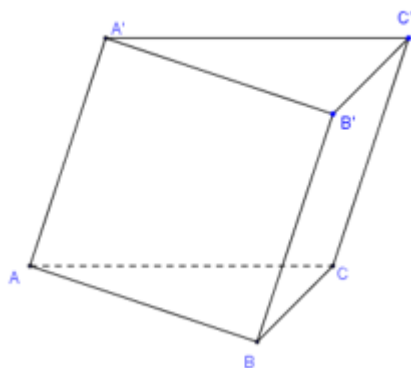
Vì M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC nên MN là đường trung bình của tam giác ABC , do đó $MN \parallel BC$, lại có $MN \not\subset (BCD)$ và $BC \subset (BCD)$ nên $MN \parallel (BCD)$.

Vậy đáp án **D** đúng.



Câu 18: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** $(A'BC) \parallel (AB'C')$. **B.** $(BA'C') \parallel (B'AC)$.
C. $(ABC') \parallel (A'B'C)$. **D.** $(ABC) \parallel (A'B'C')$.

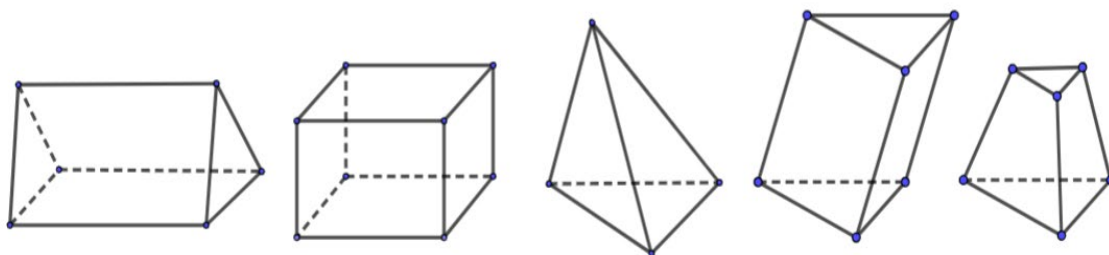


Lời giải

Đáp án.

- B.** $(ABC) \parallel (A'B'C')$.

Câu 19: Cho các hình dưới đây. Có bao nhiêu hình là hình lăng trụ?



- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Có ba hình lăng trụ lần lượt là các hình thứ 1, 2 và 4

Câu 20: Hình bình hành có thể là hình biểu diễn của các hình nào dưới đây?

- A.** Hình ngũ giác. **B.** Hình thang. **C.** Hình tam giác. **D.** Hình vuông.

Lời giải

Hình biểu diễn của 1 hình vuông là 1 hình bình hành.

Câu 21: Bánh xe của người đi xe đạp quay được 5 vòng trong 8 giây. Hỏi trong 2 giây, bánh xe quay được một góc bao nhiêu độ?

- A.** 1800° . **B.** 225° . **C.** 360° . **D.** 450° .

Lời giải

Ta có: trong 8 giây quay được $5 \times 360^\circ = 1800^\circ$.

Khi đó trong 1 giây bánh xe quay được: $\frac{1800^\circ}{8} = 225^\circ$.

Vậy trong 2 giây bánh xe quay được: 450° .

Câu 22: Cho $\cos x = \frac{1}{2}$, giá trị của $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ là

- A.** $-\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** 1.

Lời giải

Ta có:

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}(\cos \pi - \cos 2x) = \frac{1}{2}[-1 - (2\cos^2 x - 1)] = -\cos^2 x = -\frac{1}{4}.$$

Câu 23: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- A.** $y = \tan 2023x + \cot 2024x$. **B.** $y = \sin|2023x| + \cos 2024x$.
C. $y = 2023 \cos x + 2024 \sin x$. **D.** $y = \cot 2023x - 2024 \sin x$.

Lời giải

Xét hàm số $y = f(x) = \sin|2023x| + \cos 2024x$. Tập xác định. $D = \mathbb{R}$.

Với mọi $x \in D$, ta có $-x \in D$.

Ta có $f(-x) = \sin|-2023x| + \cos(-2024x) = \sin|2023x| + \cos 2024x = f(x)$.

Vậy $f(x)$ là hàm số chẵn.

Câu 24: Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_n = 3u_{n-1} - 1, \quad \forall n \geq 2 \end{cases}$. Tìm số hạng u_4 .

- A.** $u_4 = -76$. **B.** $u_4 = -77$. **C.** $u_4 = -66$. **D.** $u_4 = -67$.

Lời giải

Cách 1. Ta có

$$u_2 = 3u_1 - 1 = 3 \cdot (-2) - 1 = -7$$

$$u_3 = 3u_2 - 1 = 3 \cdot (-7) - 1 = -22$$

$$u_4 = 3u_3 - 1 = 3 \cdot (-22) - 1 = -67$$

Cách 2.

$$u_n = 3u_{n-1} - 1 = 3u_{n-1} - \frac{3}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow u_n - \frac{1}{2} = 3\left(u_{n-1} - \frac{1}{2}\right)$$

$$\text{Xét dãy số } (v_n) \text{ có } \begin{cases} v_1 = -\frac{5}{2} \\ v_n = u_n - \frac{1}{2} \end{cases}$$

Khi đó ta có $v_n = 3v_{n-1}$ là cấp số nhân có công bội bằng 3.

$$\Rightarrow v_n = \frac{-5}{2} \cdot 3^{n-1}$$

$$\text{Vậy } u_n = \frac{1}{2} - \frac{5}{2} \cdot 3^{n-1}.$$

Câu 25: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_2 = 3$ và $u_5 = 12$. Giá trị 759 là tổng của bao nhiêu số hạng đầu của cấp số cộng?

A. 22.

B. 23.

C. 24.

D. 21.

Lời giải

Ta có:

$$\begin{cases} u_2 = u_1 + d = 3 \\ u_5 = u_1 + 4d = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 0 \\ d = 3 \end{cases}$$

Gọi tổng của n ($n > 0, n \in \mathbb{N}$) số hạng đầu bằng 759 suy ra

$$S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = 759 \Leftrightarrow \frac{n[0 + (n-1) \cdot 3]}{2} = 759$$

$$\Leftrightarrow n(n-1) = 506 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -22 (\text{loại}) \\ n = 23 \end{cases}$$

Câu 26: Một loại thuốc được dùng mỗi ngày một lần. Lúc đầu nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân tăng nhanh, nhưng mỗi liều kế tiếp có tác dụng ít hơn liều trước đó. Lượng thuốc trong máu ở ngày thứ nhất là 50mg, và mỗi ngày sau đó giảm chỉ còn một nửa so với ngày kế trước đó. Tính tổng lượng thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi dùng thuốc 10 ngày liên tiếp.

A. 99,902.

B. 99,805.

C. 99,951.

D. 99,976.

Lời giải

Lượng thuốc trong máu mỗi ngày của bệnh nhân lập thành cấp số nhân với số hạng đầu là 50 và công bội $q = 0.5$

Tổng lượng thuốc trong máu 10 ngày liên tiếp chính là tổng 10 số hạng đầu của cấp số nhân này

$$\text{và bằng: } S_n = \frac{50[1 - (0.5)^{10}]}{1 - 0.5} = 99.902(\text{mg}).$$

$$L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n - n^3)(3n^2 + 1)}{(2n - 1)(n^4 - 7)}.$$

Câu 27: Tính giới hạn

A. $L = -\frac{3}{2}$.

B. $L = 1$.

C. $L = 3$.

D. $L = +\infty$.

Lời giải

Ta có

$$L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n - n^3)(3n^2 + 1)}{(2n - 1)(n^4 - 7)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \left(\frac{2}{n^2} - 1 \right) \cdot n^2 \left(3 + \frac{1}{n^2} \right)}{n \left(2 - \frac{1}{n} \right) \cdot n^4 \left(1 - \frac{7}{n^4} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{2}{n^2} - 1 \right) \left(3 + \frac{1}{n^2} \right)}{\left(2 - \frac{1}{n} \right) \left(1 - \frac{7}{n^4} \right)} = \frac{-1 \cdot 3}{2 \cdot 1} = -\frac{3}{2}.$$

Giải nhanh: $\frac{(2n-n^3)(3n^2+1)}{(2n-1)(n^4-7)} \sim \frac{-n^3 \cdot 3n^2}{2n \cdot n^4} = -\frac{3}{2}.$

Câu 28: Tính giới hạn $\lim \frac{3^{n+1} - 4 \cdot 5^n}{2 \cdot 5^n + 5 \cdot 4^{n+1}}.$

A. $-\frac{1}{7}.$

B. $2.$

C. $-2.$

D. $-\frac{1}{5}.$

Lời giải

Ta có $\lim \frac{3^{n+1} - 4 \cdot 5^n}{2 \cdot 5^n + 5 \cdot 4^{n+1}} = \lim \frac{3 \cdot 3^n - 4 \cdot 5^n}{2 \cdot 5^n + 20 \cdot 4^n} = \lim \frac{3 \left(\frac{3}{5}\right)^n - 4}{2 + 20 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^n} = -2.$

Câu 29: Tìm giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x^2 - 4x + 3} :$

A. $+\infty.$

B. $-\infty.$

C. $\frac{3}{2}.$

D. $1.$

Lời giải

Ta có: $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x^2 - 4x + 3} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2 - 2x - 2)}{(x-1)(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x - 2}{x-3} = \frac{3}{2}.$

Câu 30: Biết rằng $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x - 2} + ax - b \right) = -5.$ Tính tổng $a + b.$

A. $6.$

B. $7.$

C. $8.$

D. $5.$

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x - 2} + ax - b \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{(a+1)x^2 - (2a+b)x + 2b+1}{x-2} \right)$

Nếu $a+1 > 0$ thì $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{(a+1)x^2 - (2a+b)x + 2b+1}{x-2} \right) = +\infty$

Nếu $a+1 < 0$ thì $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{(a+1)x^2 - (2a+b)x + 2b+1}{x-2} \right) = -\infty$

Do đó $a+1 = 0$, khi đó

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{(a+1)x^2 - (2a+b)x + 2b+1}{x-2} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{-(2a+b)x + 2b+1}{x-2} \right) = -(2a+b)$

Vậy $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x - 2} + ax - b \right) = -5 \Leftrightarrow \begin{cases} a+1=0 \\ 2a+b=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=7 \end{cases}$

Do đó $a+b=6$

Câu 31: Trong mặt phẳng (α) , cho tứ giác $ABCD$ có AB cắt CD tại E , AC cắt BD tại F , S là điểm không thuộc (α) . Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là

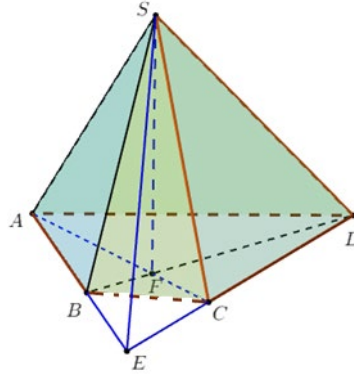
A. $AC.$

B. $SE.$

C. $SF.$

D. $SD.$

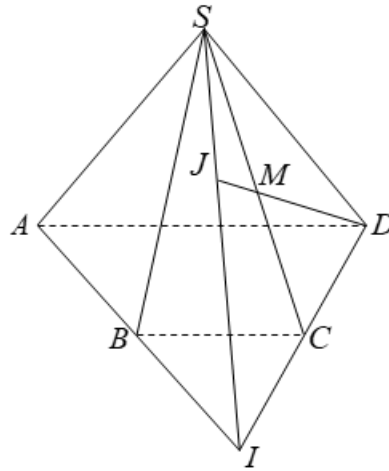
Lời giải



Hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) có hai điểm chung là S và E nên có giao tuyến là đường thẳng SE .

- Câu 32:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ $AD // BC$. Gọi I là giao điểm của AB và DC , M là trung điểm SC . DM cắt mặt phẳng (SAB) tại J . Khẳng định nào sau đây **sai**?
- A.** S, I, J thẳng hàng. **B.** $DM \subset mp(SCI)$. **C.** $JM \subset mp(SAB)$. **D.** $SI = (SAB) \cap (SCD)$.

Lời giải.

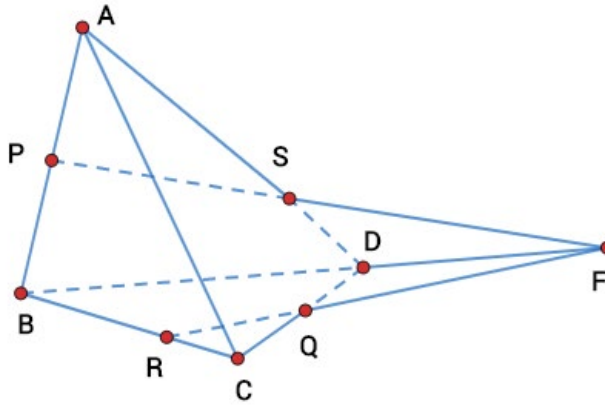


- ☐ S, I, J thẳng hàng vì ba điểm cùng thuộc hai mp (SAB) và (SCD) nên A đúng.
- ☐ $M \in SC \Rightarrow M \in (SCI)$ nên $DM \subset mp(SCI)$ vậy B đúng.
- ☐ $M \notin (SAB)$ nên $JM \not\subset mp(SAB)$ vậy C sai.
- ☐ Hiển nhiên D đúng theo giải thích **A.**

$$S_{\Delta MND} = \frac{1}{2} MN \cdot DH = \frac{1}{2} MN \cdot \sqrt{DM^2 - MH^2} = \frac{a^2 \sqrt{11}}{4}.$$

- Câu 33:** Cho tứ diện $ABCD$. P, Q lần lượt là trung điểm của AB, CD . Điểm R nằm trên cạnh BC sao cho $BR = 2RC$. Gọi S là giao điểm của mặt phẳng (PQR) và AD . Khi đó
- A.** $SA = 3SD$. **B.** $SA = 2SD$. **C.** $SA = SD$. **D.** $2SA = 3SD$.

Lời giải



Gọi $F = BD \cap RQ$. Nối P với F cắt AD tại S .

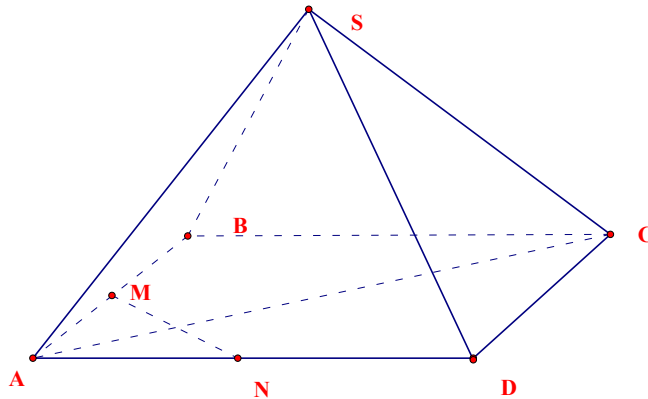
$$\text{Ta có } \frac{DF}{FB} \cdot \frac{BR}{RC} \cdot \frac{CQ}{QD} = 1 \Rightarrow \frac{DF}{FB} = \frac{RC}{BR} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Tương tự ta có } \frac{DF}{FB} \cdot \frac{BP}{PA} \cdot \frac{AS}{SD} = 1 \Rightarrow \frac{SA}{SD} = \frac{FB}{DF} = 2 \Rightarrow SA = 2SD.$$

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A.** MN chéo SC . **B.** $MN \parallel (SBD)$. **C.** $MN \parallel (ABCD)$. **D.** MN cắt CD .

Lời giải

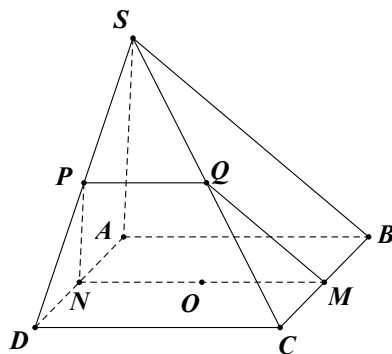


Vì $MN \subset (ABCD)$ nên MN không song song với mặt phẳng $(ABCD) \Rightarrow$ câu **C sai**.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , biết $AB = 6$, $SA = SB = 4$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua O và song song với mặt phẳng (SAB) . Diện tích thiết diện của mặt phẳng (P) và hình chóp $S.ABCD$ bằng?

- A.** $\frac{9\sqrt{7}}{2}$. **B.** $9\sqrt{7}$. **C.** $\frac{9\sqrt{7}}{4}$. **D.** $3\sqrt{7}$.

Lời giải



Qua O kẻ đường thẳng song song với AB cắt BC , AD lần lượt tại M và N .

Qua N kẻ đường thẳng song song với SA cắt SD tại P .

Qua M kẻ đường thẳng song song với SB cắt SC tại Q .

Khi đó mặt phẳng $(P) \equiv (MNPQ)$ và thiết diện tạo bởi (P) và hình chóp là tứ giác $MNPQ$.

Vì M, N là trung điểm của BC và AD nên P, Q là trung điểm của SD và SC

$$\Rightarrow PQ \parallel MN \parallel CD$$

Ta có:

$$- PQ \text{ là đường trung bình của tam giác } SCD \Rightarrow PQ = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}AB = 3.$$

$$- PN \text{ là đường trung bình của tam giác } SAD \Rightarrow PN = \frac{1}{2}SA = 2.$$

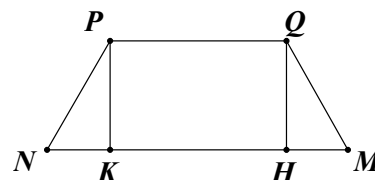
$$- QM \text{ là đường trung bình của tam giác } SBC \Rightarrow QM = \frac{1}{2}SB = 2.$$

Do đó tứ giác $MNPQ$ là hình thang cân.

Hạ PK và QH cùng vuông góc MN .

Ta có:

$$- HM = \frac{1}{2}(MN - HK) = \frac{3}{2}$$



$$- \text{Xét tam giác vuông } QHM \text{ có: } QH = \sqrt{QM^2 - HM^2} = \sqrt{4 - \frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{7}}{2}.$$

$$- \text{Diện tích hình thang } MNPQ \text{ là: } S = \frac{1}{2}(PQ + MN) \cdot QH = \frac{1}{2}(3 + 6) \cdot \frac{\sqrt{7}}{2} = \frac{9\sqrt{7}}{4}.$$

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 16}{x - 2} = 12$. Tính giới hạn

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2f(x) - 16} - 4}{x^2 + x - 6}$$

Lời giải

Vì $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 16}{x - 2} = 12$ nên $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) - 16] = 0$ do nếu giới hạn này khác 0 thì giới hạn

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 16}{x - 2}$ sẽ bằng vô cùng. Ta suy ra được $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 16$.

Biến đổi

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2f(x)-16}-4}{x^2+x-6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x)-32}{(x-2)(x+3)(\sqrt{2f(x)-16}+4)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{f(x)-16}{(x-2)} \cdot \frac{2}{(x+3)(\sqrt{2f(x)-16}+4)} \right]$$

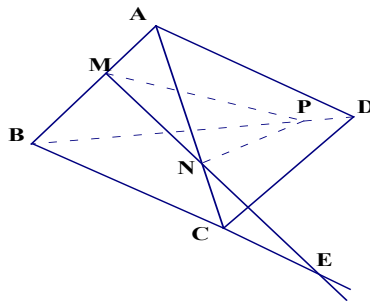
Do $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 16$ nên suy ra $\lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{2}{(x+3)(\sqrt{2f(x)-16}+4)} \right] = \frac{1}{20}$.

Vậy

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2f(x)-16}-4}{x^2+x-6} = \lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{f(x)-16}{(x-2)} \cdot \frac{2}{(x+3)(\sqrt{2f(x)-16}+4)} \right] = 12 \cdot \frac{1}{20} = \frac{3}{5}.$$

Câu 37: Cho bốn điểm A, B, C, D không cùng thuộc một mặt phẳng. Trên các đoạn thẳng AB, AC, BD lần lượt lấy các điểm M, N, P sao cho MN không song song với BC . Tìm giao tuyến của (BCD) và (MNP) .

Lời giải



• $P \in BD$ mà $BD \subset (BCD) \Rightarrow P \in (BCD)$

• $P \in (BCD)$

$\Rightarrow P$ là điểm chung của (BCD) và (MNP)

Trong mp (ABC) , gọi $E = MN \cap BC$

• $E \in BC$ mà $BC \subset (BCD) \Rightarrow E \in (BCD)$

• $E \in MN$ mà $MN \subset (MNP) \Rightarrow E \in (MNP)$

$\Rightarrow E$ là điểm chung của (BCD) và (MNP)

Vậy PE là giao tuyến của (BCD) và (MNP) .

Câu 38: Cho tam giác ABC có $\cot \frac{C}{2} = \frac{2 \sin A \sin B}{\sin C}$. Tam giác ABC có đặc điểm gì?

Lời giải

$$\text{Ta có : } \cot \frac{C}{2} = \frac{2 \sin A \sin B}{\sin C} \Leftrightarrow \frac{\cos \frac{C}{2}}{\sin \frac{C}{2}} = \frac{2 \sin A \sin B}{2 \sin \frac{C}{2} \cos \frac{C}{2}}$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos^2 \frac{C}{2} = 2 \sin A \sin B \Leftrightarrow 1 + \cos C = \cos(A-B) - \cos(A+B)$$

$$\Leftrightarrow 1 + \cos C = \cos(A - B) + \cos C \Leftrightarrow \cos(A - B) = 1 \Leftrightarrow A - B = 0 \Leftrightarrow A = B$$

$\Leftrightarrow$ tam giác ABC cân.

Câu 39: Một cầu thang đường lên cổng trời của một điểm giải trí ở công viên tỉnh X được hàn bằng sắt có hình dáng các bậc thang đều là hình chữ nhật với cùng chiều rộng là 35cm và chiều dài của nó theo thứ tự mỗi bậc đều giảm dần đi 7cm. Biết rằng bậc đầu tiên của cầu thang là hình chữ nhật có chiều dài 189cm và bậc cuối cùng cầu thang là hình chữ nhật có chiều dài 63cm. Hỏi giá thành làm cầu thang đó gần với số nào dưới đây nếu giá thành làm một mét vuông cầu thang đó là 1250000 đồng trên một mét vuông?

Lời giải

Ta có chiều dài của mỗi bậc cầu thang theo thứ tự lập thành một cấp số cộng với số hạng đầu tiên là $u_1 = 189$, công sai $d = -7$ và số hạng cuối cùng là $u_n = 63$.

Khi đó áp dụng công thức tính số hạng tổng quát ta có:

$$u_n = u_1 + (n - 1)d \Leftrightarrow 63 = 189 - 7(n - 1) \Leftrightarrow n = 19$$

Tổng chiều dài của 19 hình chữ nhật đó là: $S_{19} = 19 \cdot \frac{u_1 + u_{19}}{2} = 2394$.

Diện tích của 19 bậc thang là: $S = 35 \cdot 2394 = 83790 (cm^2) = 8,379 (m^2)$

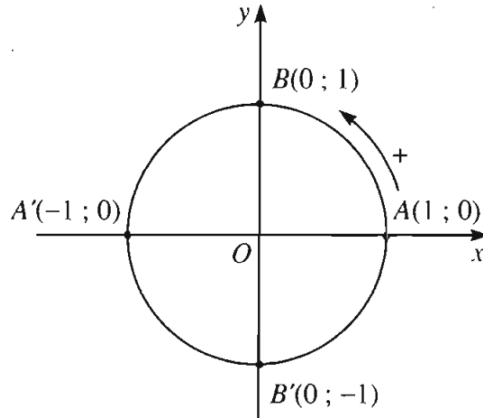
Tổng số tiền để làm cầu thang đó là: $T = 8,379 \cdot 1250000 = 10473750$ đồng.

----- **HẾT** -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HKI
MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 04

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Trên đường tròn lượng giác



Trong các số đo được cho bên dưới, số đo nào là số đo của góc lượng giác (OA, OB) ?

- A.** $-\frac{3\pi}{2} + k\pi$. **B.** $\frac{3\pi}{2} + k2\pi$. **C.** $-\frac{3\pi}{2} + k2\pi$. **D.** $\frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 2: Tập giá trị của hàm số $y = \sin 2x$ là

- A.** $[-2; 2]$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $[-1; 1]$. **D.** $[0; 2]$.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\tan x = \tan \frac{\pi}{3}$ là

- A.** $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$. **B.** $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. **C.** $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$. **D.** $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$.

Câu 4: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{10}{3^n}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Dãy số vừa tăng vừa giảm

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -3, u_6 = 27$. Tính công sai d .

- A.** $d = 8$. **B.** $d = 7$. **C.** $d = 5$. **D.** $d = 6$.

Câu 6: Kết quả của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n - n^4}{4n - 5}$ là:

- A.** 0. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Câu 7: Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7 \cdot 2^n + 4^n}{2 \cdot 3^n + 4^n}$ bằng

- A.** $\frac{7}{2}$. **B.** 0. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

Câu 8: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - 1}$ bằng

- A.** $-\infty$. **B.** -1. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

Câu 9: Cho các giới hạn: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 2$; $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 3$. Hỏi $\lim_{x \rightarrow x_0} [3f(x) - 4g(x)]$ bằng

- A.** 5. **B.** 2. **C.** -6. **D.** 3.

Câu 10: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} & \text{khi } x > 1 \\ ax + 1 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$. Xác định số thực a để hàm số liên tục tại điểm $x = 1$.

- A. $a = -1$. B. $a = 1$. C. $a = 3$. D. $a = -3$.

Câu 11: Hàm số nào trong các hàm số dưới đây không liên tục trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = |x|$. B. $y = \frac{x}{x-1}$. C. $y = \sin x$. D. $y = \frac{x}{|x|+1}$.

Câu 12: Phương trình nào dưới đây có nghiệm trong khoảng $(0;1)$?

- A. $2x^2 - x + 9 = 0$. B. $x^9 - x^7 - 2 = 0$.
C. $3x^4 - 4x^2 + 5x + 1 = 0$. D. $x^{2023} - 8x + 5 = 0$.

Câu 13: Trong không gian, cho 4 điểm không đồng phẳng. Có thể xác định được bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đã cho?

- A. 6. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AD \parallel BC$). Gọi M là trung điểm CD .

Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là:

- A. SI (I là giao điểm của AC và BM). B. SJ (J là giao điểm của AM và BD).
C. SO (O là giao điểm của AC và BD). D. SP (P là giao điểm của AB và CD).

Câu 15: Cho tứ diện $ABCD$, gọi I và J lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC . Đường thẳng IJ song song với đường nào?

- A. AB . B. CD . C. BC . D. AD .

Câu 16: Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α) , giả sử $b \not\subset (\alpha)$. Trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định đúng?

Nếu $b \parallel (\alpha)$ thì $b \parallel a$.

Nếu b cắt (α) thì b cắt a .

Nếu b cắt (α) và (β) chứa b thì giao tuyến của (α) và (β) là đường thẳng cắt cả a và b

Nếu $b \parallel a$ thì $b \parallel (\alpha)$.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đường thẳng AB song song với mặt phẳng nào dưới đây?

- A. (SAB) . B. $(ABCD)$. C. (SCD) . D. (SAC) .

Câu 18: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng (ABA') song song với mặt phẳng nào sau đây:

- A. $(AA'C')$. B. $(CC'D')$. C. (ADD') . D. $(BB'A')$.

Câu 19: Số cạnh của một hình lăng trụ có thể là số nào dưới đây?

- A. 2026. B. 2023. C. 2024. D. 2025.

Câu 20: Qua phép chiếu song song, tính chất nào không được bảo toàn?

- A. Chéo nhau B. Đồng qui C. Song song D. thẳng hàng.

Câu 21: Cho tam giác $\triangle ABC$ có $\tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \tan \frac{A}{2}$ bằng

- A. 0 B. -1. C. 2. D. 1

Câu 22: Gọi $M = \cos^4 75^\circ - \sin^4 75^\circ$ thì:

- A. $M = 1$. B. $M = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. 0 .

Câu 23: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\tan x}{1 - \tan x}$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi; -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 24: Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tìm số hạng tổng quát của dãy số (u_n) .

- A. $u_n = 3^n$. B. $u_n = n^{n+1}$. C. $u_n = 3^{n+1}$. D. $u_n = 3^{n-1}$.

Câu 25: Cho cấp số cộng có $u_2 + u_{22} = 60$. Tổng của 23 số hạng đầu tiên là

- A. 1380. B. 690. C. 120. D. 180.

Câu 26: Bốn góc của một tứ giác tạo thành cấp số nhân và góc lớn nhất gấp 27 lần góc nhỏ nhất. Tổng của góc lớn nhất và góc bé nhất bằng

- A. 56° . B. 102° . C. 252° . D. 168° .

Câu 27: Trong các giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng 0?

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + 2n^3}{2n^2 - 1}$. B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3}{-2n^3 - 4}$. C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - 3n^3}{-2n^2 - 1}$. D. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3n^4}{-2n^4 + n^2}$.

Câu 28: Cho $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + an} - n) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Số thực a thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(2; 3)$. B. $(1; 2)$. C. $(-1; 0)$. D. $(0; 1)$.

Câu 29: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1}$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{4}$. C. 0 . D. 1 .

Câu 30: Cho $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{ax^2 + bx + 6}{x + 2} = -1$. Tính $a^2 - b$?

- A. 11. B. -4. C. -3. D. -1.

Câu 31: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD và AB . Khẳng định nào dưới đây sai?

- A. $(ABM) \cap (ACD) = AM$. B. $(ABM) \cap (DCN) = MN$.
C. $(AMN) \cap (ACD) = AB$. D. $(ACD) \cap (BDC) = CD$.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ không phải là hình thang. Trên cạnh SC lấy điểm M . Gọi N là giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMB) . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Ba đường thẳng AB, CD, MN đôi một song song.
B. Ba đường thẳng AB, CD, MN đôi một cắt nhau.
C. Ba đường thẳng AB, CD, MN đồng quy.
D. Ba đường thẳng AB, CD, MN cùng thuộc một mặt phẳng.

Câu 33: Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD ; điểm R nằm trên cạnh BC sao cho $BR = 2RC$. Gọi S là giao điểm của $mp(PQR)$ và cạnh AD . Tính tỉ số $\frac{SA}{SD}$.

A. $\frac{7}{3}$.

B. 2.

C. $\frac{5}{3}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Câu 34: Cho hai đường thẳng phân biệt a , b và mặt phẳng (α) . Giả sử $a \parallel b$, $b \parallel (\alpha)$. Khi đó

A. $a \parallel (\alpha)$.

B. $a \subset (\alpha)$.

C. a cắt (α) .

D. $a \parallel (\alpha)$ hoặc $a \subset (\alpha)$.

Câu 35: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I , J , K lần lượt là trọng tâm tam giác ABC , ACC' , $AB'C'$. Mặt phẳng nào sau đây song song với (IJK) ?

A. $(BC'A)$.

B. $(AA'B)$.

C. $(BB'C)$.

D. $(CC'A)$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

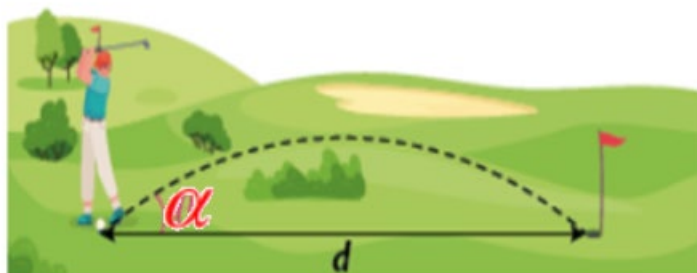
Câu 36: Một hồ nuôi tôm chứa $600 m^3$ nước mặn với nồng độ muối $1 kg / m^3$. Chủ hồ nuôi tôm dự định chuyển đổi giống mới nên bơm nước vào hồ với vận tốc $3 m^3 / \text{phút}$ để làm ngọt hóa nước trong hồ.

a) Viết biểu thức $C(x)$ biểu thị nồng độ muối trong hồ sau x phút kể từ khi bắt đầu bơm.

b) Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} C(x)$ và giải thích ý nghĩa của kết quả này.

Câu 37: Cho tứ diện $ABCD$, M là một điểm bên trong tam giác ABD , N là một điểm bên trong tam giác ACD . Tìm giao tuyến của (AMN) và (BCD)

Câu 38: Một quả bóng golf kể từ lúc được đánh đến lúc chạm đất đã di chuyển được một khoảng cách $d(m)$ theo phương nằm ngang. Biết rằng $d = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$ trong đó $v_0(m/s)$ là vận tốc ban đầu của quả bóng, $g(m/s^2)$ là gia tốc trọng trường và α là góc đánh quả bóng so với phương nằm ngang. Tính khoảng cách d biết rằng $v_0 = 15(m/s)$; $g = 10(m/s^2)$ và $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ với $(0 \leq \alpha \leq 45^\circ)$.



Câu 39: Công ty A muốn thuê hai mảnh đất để làm 2 nhà kho, một mảnh trong vòng 10 năm và 1 mảnh trong vòng 15 năm ở hai chỗ khác nhau. Công ty bất động sản C, công ty bất động sản B đều muốn cho thuê. Hai công ty đưa ra phương án cho thuê như sau

Công ty C: Năm đầu tiên tiền thuê đất là 60 triệu và kể từ năm thứ hai trở đi mỗi năm tăng thêm 3 triệu đồng.

Công ty B: Trả tiền theo quý, quý đầu tiên là 8 triệu đồng và từ quý thứ hai trở đi mỗi quý tăng thêm 500000 đồng.

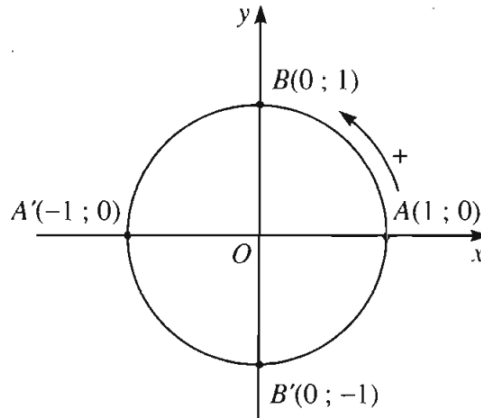
Hỏi công ty A nên lựa chọn thuê đất của công ty bất động sản nào để chi phí là thấp nhất biết rằng các mảnh đất cho thuê về diện tích, độ tiện lợi đều như nhau?

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Trên đường tròn lượng giác



Trong các số đo được cho bên dưới, số đo nào là số đo của góc lượng giác (OA, OB) ?

- A.** $-\frac{3\pi}{2} + k\pi$. **B.** $\frac{3\pi}{2} + k2\pi$. **C.** $-\frac{3\pi}{2} + k2\pi$. **D.** $\frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Lời giải

Từ hình vẽ ta có số đo $(OA, OB) = -\frac{3\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 2: Tập giá trị của hàm số $y = \sin 2x$ là

- A.** $[-2; 2]$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $[-1; 1]$. **D.** $[0; 2]$.

Lời giải

Ta có $-1 \leq \sin 2x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy tập giá trị của hàm số $y = \sin 2x$ là $[-1; 1]$.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\tan x = \tan \frac{\pi}{3}$ là

- A.** $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$. **B.** $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. **C.** $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$. **D.** $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$.

Lời giải

+ Điều kiện : $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

$$\diamond \tan x = \tan \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 4: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{10}{3^n}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Dãy số vừa tăng vừa giảm

Lời giải

$$\text{Ta có } u_{n+1} - u_n = \frac{10}{3^{n+1}} - \frac{10}{3^n} = \frac{10}{3 \cdot 3^n} - \frac{10}{3^n} = \frac{-20}{3 \cdot 3^n} < 0$$

$$\text{Vậy } u_{n+1} - u_n < 0 \Leftrightarrow u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -3, u_6 = 27$. Tính công sai d .

- A.** $d = 8$. **B.** $d = 7$. **C.** $d = 5$. **D.** $d = 6$.

Lời giải

Ta có: $u_6 = u_1 + 5d \Leftrightarrow 27 = -3 + 5d \Leftrightarrow d = 6$.

Câu 6: Kết quả của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n - n^4}{4n - 5}$ là:

- A.** 0. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Lời giải

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n - n^4}{4n - 5} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4 \left(\frac{3}{n^3} - 1 \right)}{n \left(4 - \frac{5}{n} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} n^3 \cdot \frac{\frac{3}{n^3} - 1}{4 - \frac{5}{n}}. \text{ Ta có}$$

$$\begin{cases} \lim_{n \rightarrow \infty} n^3 = +\infty \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{3}{n^3} - 1}{4 - \frac{5}{n}} = -\frac{1}{4} < 0 \end{cases} \longrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n - n^4}{4n - 5} = \lim_{n \rightarrow \infty} n^3 \cdot \frac{\frac{3}{n^3} - 1}{4 - \frac{5}{n}} = -\infty.$$

Giải nhanh : $\frac{3n - n^4}{4n - 5} \sim \frac{-n^4}{4n} = -\frac{1}{4}n^3 \longrightarrow -\infty$.

Câu 7: Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7 \cdot 2^n + 4^n}{2 \cdot 3^n + 4^n}$ bằng

- A.** $\frac{7}{2}$. **B.** 0. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Ta có: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7 \cdot 2^n + 4^n}{2 \cdot 3^n + 4^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7 \left(\frac{2}{4} \right)^n + 1}{2 \left(\frac{3}{4} \right)^n + 1} = \frac{0 + 1}{0 + 1} = 1$

Câu 8: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - 1}$ bằng

- A.** $-\infty$. **B.** -1. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - 1} = +\infty \text{ vì } \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 - x + 1) = 1 > 0 \text{ và } \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 - 1) = 0; x^2 - 1 > 0, \forall x > 1.$$

Câu 9: Cho các giới hạn: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 2$; $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 3$. Hỏi $\lim_{x \rightarrow x_0} [3f(x) - 4g(x)]$ bằng

- A.** 5. **B.** 2. **C.** -6. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow x_0} [3f(x) - 4g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} 3f(x) - \lim_{x \rightarrow x_0} 4g(x) = 3 \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) - 4 \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = -6$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} & \text{khi } x > 1 \\ ax + 1 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$. Xác định số thực a để hàm số liên tục tại điểm

$x = 1$.

- A.** $a = -1$. **B.** $a = 1$.
C. $a = 3$. **D.** $a = -3$.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $f(1) = a + 1$

$$\text{và } \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (ax + 1) = a + 1; \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x - 3) = -2.$$

Hàm số đã cho liên tục tại $x = 1 \Leftrightarrow f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \Leftrightarrow a + 1 = -2 \Leftrightarrow a = -3$.

Câu 11: Hàm số nào trong các hàm số dưới đây không liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $y = |x|$.

B. $y = \frac{x}{x-1}$.

C. $y = \sin x$.

D. $y = \frac{x}{|x|+1}$.

Lời giải

Tập xác định của hàm số $y = \frac{x}{x-1}$ là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Hàm số liên tục trên từng khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$ nên hàm số không liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 12: Phương trình nào dưới đây có nghiệm trong khoảng $(0; 1)$?

A. $2x^2 - x + 9 = 0$.

B. $x^9 - x^7 - 2 = 0$.

C. $3x^4 - 4x^2 + 5x + 1 = 0$.

D. $x^{2023} - 8x + 5 = 0$.

Lời giải

Xét hàm số $f(x) = x^{2023} - 8x + 5$.

Hàm số liên tục trên đoạn $[0; 1]$ và $f(0) \cdot f(1) = 5 \cdot (-2) = -10 < 0$.

Vậy phương trình $x^{2023} - 8x + 5 = 0$ có nghiệm trong khoảng $(0; 1)$.

Câu 13: Trong không gian, cho 4 điểm không đồng phẳng. Có thể xác định được bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đã cho?

A. 6.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Với 3 điểm phân biệt không thẳng hàng, ta luôn tạo được 1 mặt phẳng xác định.

Vậy với 4 điểm không đồng phẳng ta có $C_4^3 = 4$ mặt phẳng.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AD \parallel BC$). Gọi M là trung điểm CD .

Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là:

A. SI (I là giao điểm của AC và BM).

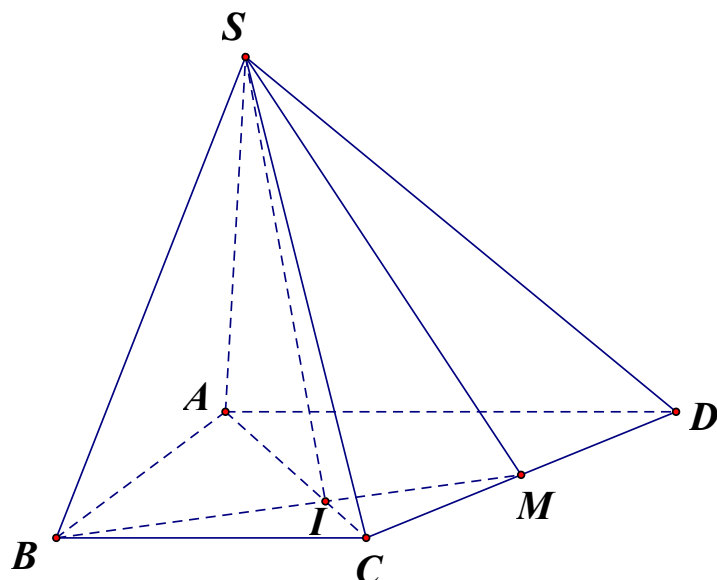
B. SJ (J là giao điểm của AM và BD).

C. SO (O là giao điểm của AC và BD).

D. SP (P là giao điểm của AB và CD).

Lời giải

Ta có $(MSB) \cap (SAC) = SI$.



Câu 15: Cho tứ diện $ABCD$, gọi I và J lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC . Đường thẳng IJ song song với đường nào?

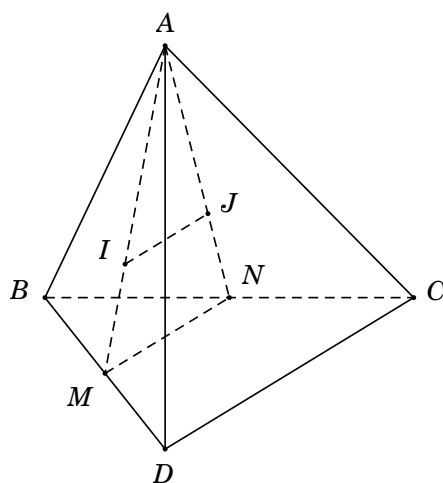
A. AB .

B. CD .

C. BC .

D. AD .

Lời giải



Gọi N, M lần lượt là trung điểm của BC, BD .

$\Rightarrow MN$ là đường trung bình của tam giác $BCD \Rightarrow MN \parallel CD$ (1)

$J; I$ lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và $ABD \Rightarrow \frac{AI}{AM} = \frac{AJ}{AN} = \frac{2}{3} \Rightarrow IJ \parallel MN$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $IJ \parallel CD$.

Câu 16: Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α) , giả sử $b \not\subset (\alpha)$. Trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định đúng?

Nếu $b \parallel (\alpha)$ thì $b \parallel a$.

Nếu b cắt (α) thì b cắt a .

Nếu b cắt (α) và (β) chứa b thì giao tuyến của (α) và (β) là đường thẳng cắt cả a và b

Nếu $b \parallel a$ thì $b \parallel (\alpha)$.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

sai vì nếu $b // (\alpha)$ thì $b // a$ hoặc a, b chéo nhau.

sai vì nếu b cắt (α) thì b cắt a hoặc a, b chéo nhau.

sai vì nếu b cắt (α) và (β) chứa b thì giao tuyến của (α) và (β) là đường thẳng cắt a hoặc song song với a hoặc trùng với a .

đúng.

Vậy có 1 khẳng định đúng.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đường thẳng AB song song với mặt phẳng nào dưới đây?

A. (SAB) .

B. $(ABCD)$.

C. (SCD) .

D. (SAC) .

Lời giải

$$\left. \begin{array}{l} AB // CD \\ CD \subset (SCD) \\ AB \not\subset (SCD) \end{array} \right\} \Rightarrow AB // (SCD).$$

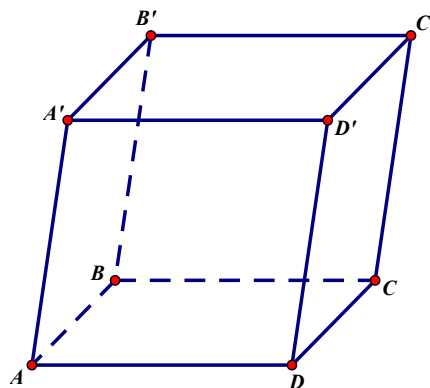
Câu 18: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng (ABA') song song với mặt phẳng nào sau đây:

A. $(AA'C')$.

B. $(CC'D')$.

C. (ADD') .

D. $(BB'A')$.



Lời giải

$$\text{Ta có: } \left\{ \begin{array}{l} CC' // AA' \\ CC' \not\subset (ABA') \\ AA' \subset (ABA') \end{array} \right. \Rightarrow CC' // (ABA'), \text{ tương tự } C'D' // (ABA')$$

$$\text{Mặt khác: } \left\{ \begin{array}{l} CC', C'D' \subset (CC'D') \\ CC' \cap C'D' = \{C'\} \\ CC' // (ABA'), C'D' // (ABA') \end{array} \right. \Rightarrow (CC'D') // (ABA').$$

Câu 19: Số cạnh của một hình lăng trụ có thể là số nào dưới đây?

A. 2026.

B. 2023.

C. 2024.

D. 2025.

Lời giải

Giả sử đa giác đáy của hình lăng trụ có n cạnh. Khi đó hình lăng trụ có tất cả $3n$ cạnh. Suy ra số cạnh của hình lăng trụ là một số chia hết cho 3.

Vậy trong số các phương án đã cho thì số cạnh của hình lăng trụ chỉ có thể là 2025.

Câu 20: Qua phép chiếu song song, tính chất nào không được bảo toàn?

A. Chéo nhau

B. Đồng qui

C. Song song

D. thẳng hàng.

Lời giải

Theo tính chất của phép chiếu song song.

Câu 21: Cho tam giác ΔABC có $\tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \tan \frac{A}{2}$ bằng

A. 0

B. -1.

C. 2.

D. 1

Lời giải

$$\text{Ta có: } \tan\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cot \frac{C}{2} \Leftrightarrow \frac{\tan \frac{A}{2} + \tan \frac{B}{2}}{1 - \tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2}} = \frac{1}{\tan \frac{C}{2}}$$

$$\Leftrightarrow \tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \tan \frac{A}{2} = 1$$

Câu 22: Gọi $M = \cos^4 75^\circ - \sin^4 75^\circ$ thì:

A. $M = 1$.

B. $M = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. 0.

Lời giải

$$M = \cos^4 75^\circ - \sin^4 75^\circ = (\cos^2 75^\circ - \sin^2 75^\circ)(\cos^2 75^\circ + \sin^2 75^\circ) = \cos 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 23: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\tan x}{1 - \tan x}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi; -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

$$\text{Hàm số xác định khi } \begin{cases} \cos x \neq 0 \\ 1 - \tan x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Vậy tập xác định của hàm số là } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Câu 24: Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tìm số hạng tổng quát của dãy số (u_n) .

A. $u_n = 3^n$.

B. $u_n = n^{n+1}$.

C. $u_n = 3^{n+1}$.

D. $u_n = 3^{n-1}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } u_1 = 3 \text{ và } \frac{u_{n+1}}{u_n} = 3$$

$$\text{Suy ra dãy số } (u_n) \text{ là cấp số nhân với } \begin{cases} u_1 = 3 \\ q = 3 \end{cases}$$

$$\text{Do đó } u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = 3 \cdot 3^{n-1} = 3^n$$

Câu 25: Cho cấp số cộng có $u_2 + u_{22} = 60$. Tổng của 23 số hạng đầu tiên là

A. 1380.

B. 690.

C. 120.

D. 180.

Lời giải

Ta có:

$$S_{23} = \frac{23(u_1 + u_{23})}{2} = \frac{23(u_1 + u_1 + 22d)}{2} = \frac{23(u_1 + d + u_1 + 21d)}{2} = \frac{23(u_2 + u_{22})}{2} = \frac{23 \cdot 60}{2} = 690.$$

Câu 26: Bốn góc của một tứ giác tạo thành cấp số nhân và góc lớn nhất gấp 27 lần góc nhỏ nhất. Tổng của góc lớn nhất và góc bé nhất bằng

- A.** 56^0 . **B.** 102^0 . **C.** 252^0 . **D.** 168^0 .

Lời giải

Giả sử 4 góc A, B, C, D theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân thỏa yêu cầu với công bội q . Ta có

$$\begin{cases} A + B + C + D = 360^0 \\ D = 27A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A(1 + q + q^2 + q^3) = 360^0 \\ Aq^3 = 27A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 3 \\ A = 9^0 \\ D = Aq^3 = 243^0 \end{cases} \Rightarrow A + D = 252^0.$$

Câu 27: Trong các giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng 0?

- A.** $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + 2n^3}{2n^2 - 1}$. **B.** $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3}{-2n^3 - 4}$. **C.** $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - 3n^3}{-2n^2 - 1}$. **D.** $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3n^4}{-2n^4 + n^2}$.

Lời giải

Theo dấu hiệu ở đã nêu ở phần **Chú ý** trên thì ta chọn giới hạn nào rơi vào trường hợp « bậc tử » < « bậc mẫu » !

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + 2n^3}{2n^2 - 1} = +\infty : \text{« bậc tử »} > \text{« bậc mẫu »} \text{ và } a_m b_k = 2 \cdot 2 = 4 > 0.$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3}{-2n^3 - 4} = 0 : \text{« bậc tử »} < \text{« bậc mẫu »}.$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - 3n^3}{-2n^2 - 1} = +\infty : \text{« bậc tử »} > \text{« bậc mẫu »} \text{ và } a_n b_k = (-3) \cdot (-2) > 0.$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3n^4}{-2n^4 + n^2} = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2} : \text{« bậc tử »} = \text{« bậc mẫu »} \text{ và } \frac{a_m}{b_k} = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}.$$

Câu 28: Cho $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + an} - n) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Số thực a thuộc khoảng nào sau đây?

- A.** $(2; 3)$. **B.** $(1; 2)$. **C.** $(-1; 0)$. **D.** $(0; 1)$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + an} - n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an}{\sqrt{n^2 + an} + n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a}{\sqrt{1 + \frac{a}{n}} + 1} = \frac{a}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow a = \sqrt{2} \in (1; 2).$$

Câu 29: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1}$ bằng

- A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x+3} - 2)(\sqrt{x+3} + 2)}{(x-1)(\sqrt{x+3} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1)(\sqrt{x+3} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{x+3} + 2} = \frac{1}{4}$$

Câu 30: Cho $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{ax^2 + bx + 6}{x+2} = -1$. Tính $a^2 - b$?

- A.** 11. **B.** -4. **C.** -3. **D.** -1.

Lời giải

Vì $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{ax^2 + bx + 6}{x + 2}$ là giới hạn hữu hạn nên $a \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) + 6 = 0 \Leftrightarrow 2a - b + 3 = 0$
 $\Leftrightarrow b = 2a + 3$.

Có $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{ax^2 + bx + 6}{x + 2} = -1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -2} \frac{ax^2 + (2a + 3)x + 6}{x + 2} = -1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -2} \frac{ax^2 + 2ax + 3x + 6}{x + 2} = -1$.

$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x + 2)(ax + 3)}{x + 2} = -1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -2} (ax + 3) = -1 \Leftrightarrow -2a + 3 = -1 \Leftrightarrow a = 2 \Rightarrow b = 7$.

Nên $a^2 - b = -3$.

Câu 31: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD và AB . Khẳng định nào dưới đây **sai**?

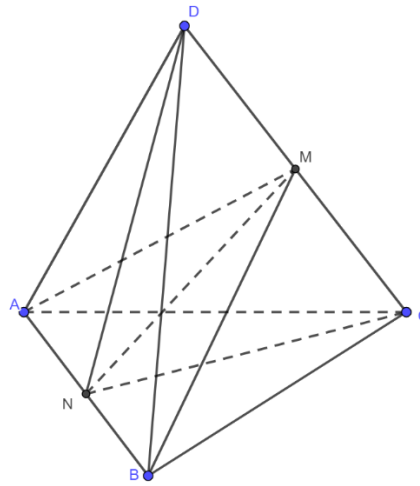
A. $(ABM) \cap (ACD) = AM$.

B. $(ABM) \cap (DCN) = MN$.

C. $(AMN) \cap (ACD) = AB$.

D. $(ACD) \cap (BDC) = CD$.

Lời giải



Ta có: $A \in (AMN) \cap (ACD)$ (1)

$\begin{cases} M \in (AMN) \\ M \in CD \subset (ACD) \end{cases} \Rightarrow M \in (AMN) \cap (ACD)$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $(AMN) \cap (ACD) = AM$.

Vậy khẳng định C sai.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ không phải là hình thang. Trên cạnh SC lấy điểm M . Gọi N là giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMB) . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Ba đường thẳng AB, CD, MN đôi một song song.

B. Ba đường thẳng AB, CD, MN đôi một cắt nhau.

C. Ba đường thẳng AB, CD, MN đồng quy.

D. Ba đường thẳng AB, CD, MN cùng thuộc một mặt phẳng.

Lời giải.

Trong (ABD) , dựng $DF \parallel AB \Rightarrow \frac{DF}{BP} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{DF}{PA} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{SA}{SD} = 2$.

Câu 34: Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α) . Giả sử $a \parallel b, b \parallel (\alpha)$. Khi đó

- A. $a \parallel (\alpha)$. B. $a \subset (\alpha)$.
C. a cắt (α) . D. $a \parallel (\alpha)$ hoặc $a \subset (\alpha)$.

Lời giải

Vì $b \parallel (\alpha)$ nên tồn tại đường thẳng $c \subset (\alpha)$ thỏa mãn $b \parallel c$. Mà $a \parallel b$ suy ra $a \parallel c$ hoặc $a \equiv c$.

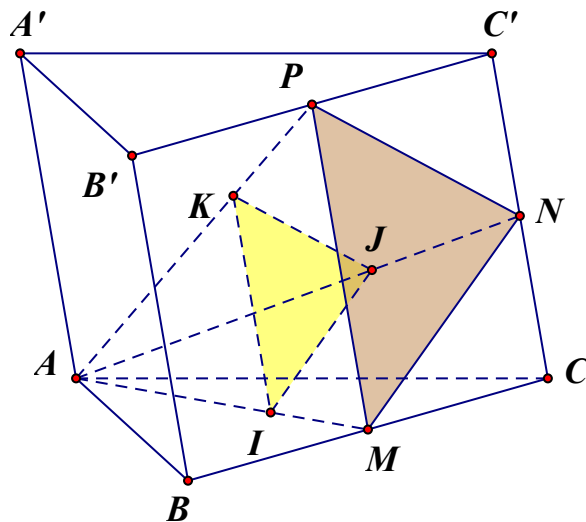
Nếu $a \equiv c$ thì $a \subset (\alpha)$.

Nếu $a \parallel c, c \subset (\alpha)$ thì $a \parallel (\alpha)$ hoặc $a \subset (\alpha)$.

Câu 35: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm tam giác $ABC, ACC', AB'C'$. Mặt phẳng nào sau đây song song với (IJK) ?

- A. $(BC'A)$. B. $(AA'B)$. C. $(BB'C)$. D. $(CC'A)$.

Lời giải.



Do I, J, K lần lượt là trọng tâm tam giác ABC, ACC' nên $\frac{AI}{AM} = \frac{AJ}{AN} = \frac{2}{3}$ nên $IJ \parallel MN$.

$\Rightarrow IJ \parallel (BCC'B')$

Tương tự $IK \parallel (BCC'B')$

$\Rightarrow (IJK) \parallel (BCC'B')$

Hay $(IJK) \parallel (BB'C)$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 36: Một hồ nuôi tôm chứa $600 m^3$ nước mặn với nồng độ muối $1 kg / m^3$. Chủ hồ nuôi tôm dự định chuyển đổi giống mới nên bơm nước vào hồ với vận tốc $3 m^3 / \text{phút}$ để làm ngọt hóa nước trong hồ.

a) Viết biểu thức $C(x)$ biểu thị nồng độ muối trong hồ sau x phút kể từ khi bắt đầu bơm.

b) Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} C(x)$ và giải thích ý nghĩa của kết quả này.

Lời giải

a) Khối lượng muối có trong hồ nuôi tôm là: $1.600 = 600 \text{ (kg)}$.

Sau x phút, lượng nước trong hồ là: $600 + 3x \text{ (m}^3\text{)}$.

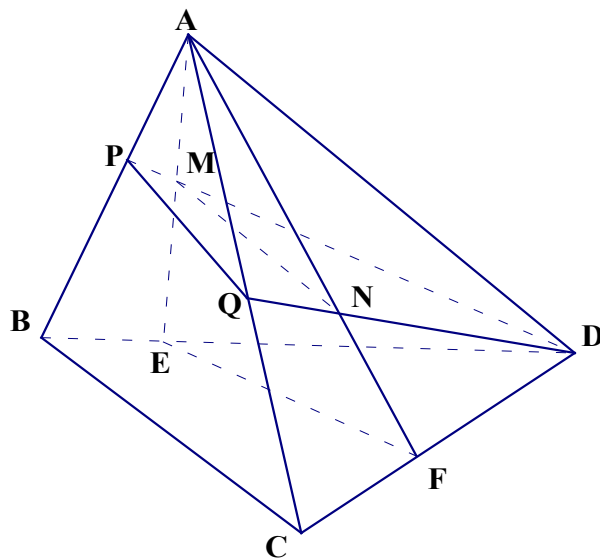
Nồng độ muối tại thời điểm x phút kể từ khi bơm thêm nước ngọt vào là: $C(x) = \frac{600}{600 + 3x}$.

b) Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} C(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{600}{600 + 3x} = 0$.

Ý nghĩa: Điều này có nghĩa là khi t càng lớn thì nồng độ muối trong hồ sẽ dần về 0. Tức là đến một thời điểm nào đó muối trong hồ không còn đáng kể và nước trong hồ coi như nước ngọt.

Câu 37: Cho tứ diện $ABCD$, M là một điểm bên trong tam giác ABD , N là một điểm bên trong tam giác ACD . Tìm giao tuyến của (AMN) và (BCD)

Lời giải



Trong (ABD) , gọi $E = AM \cap BD$

• $E \in AM$ mà $AM \subset (AMN) \Rightarrow E \in (AMN)$

• $E \in BD$ mà $BD \subset (BCD) \Rightarrow E \in (BCD)$

$\Rightarrow E$ là điểm chung của (AMN) và (BCD)

Trong (ACD) , gọi $F = AN \cap CD$

• $F \in AN$ mà $AN \subset (AMN) \Rightarrow F \in (AMN)$

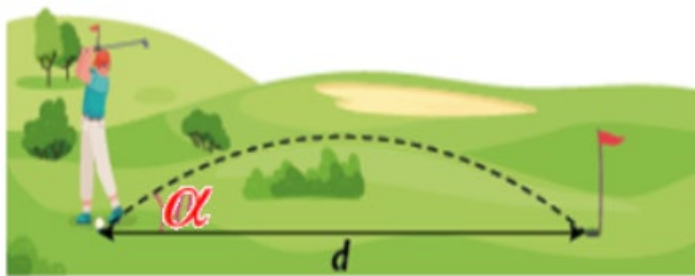
• $F \in CD$ mà $CD \subset (BCD) \Rightarrow F \in (BCD)$

$\Rightarrow F$ là điểm chung của (AMN) và (BCD)

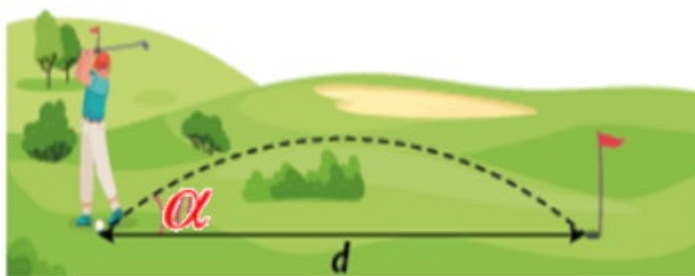
Vậy EF là giao tuyến của (AMN) và (BCD)

Câu 38: Một quả bóng golf kể từ lúc được đánh đến lúc chạm đất đã di chuyển được một khoảng cách $d(m)$ theo phương nằm ngang. Biết rằng $d = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$ trong đó $v_0(m/s)$ là vận tốc ban đầu của quả bóng, $g(m/s^2)$ là gia tốc trọng trường và α là góc đánh quả bóng so với phương nằm

ngang. Tính khoảng cách d biết rằng $v_0 = 15(m/s)$; $g = 10(m/s^2)$ và $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ với $(0 \leq \alpha \leq 45^\circ)$.



Lời giải.



Ta có: $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ và $0 \leq \alpha \leq 45^\circ \Rightarrow \sin \alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{24}{25}$.

Khi đó $d = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{15^2 \cdot \frac{24}{25}}{10} = \frac{108}{5}$.

Vậy $d = \frac{108}{5} \text{ cm}$.

Câu 39: Công ty A muốn thuê hai mảnh đất để làm 2 nhà kho, một mảnh trong vòng 10 năm và 1 mảnh trong vòng 15 năm ở hai chỗ khác nhau. Công ty bất động sản C, công ty bất động sản B đều muốn cho thuê. Hai công ty đưa ra phương án cho thuê như sau

Công ty C: Năm đầu tiên thuê đất là 60 triệu và kể từ năm thứ hai trở đi mỗi năm tăng thêm 3 triệu đồng.

Công ty B: Trả tiền theo quý, quý đầu tiên là 8 triệu đồng và từ quý thứ hai trở đi mỗi quý tăng thêm 500000 đồng.

Hỏi công ty A nên lựa chọn thuê đất của công ty bất động sản nào để chi phí là thấp nhất biết rằng các mảnh đất cho thuê về diện tích, độ tiện lợi đều như nhau?

Lời giải

Gọi B_n, C_n lần lượt là số tiền công ty A cần trả theo các tính của hai công ty B và C

Theo bài ra ta có :

B_n là tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng với $u_1 = 8$ triệu đồng $d = 0,5$ triệu đồng.

C_n là tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng với $u_1 = 60$ triệu đồng $d = 3$ triệu đồng.

Do đó : Nếu thuê đất của công ty B trong vòng 15 năm = 60 quý số tiền công ty A phải trả là

$B_{60} = (2.8 + 59.0,5).30 = 1365$ triệu đồng

Nếu thuê đất của công ty C trong vòng 15 năm số tiền công ty A phải trả là

$C_{15} = (2.60 + 14.3).7,5 = 1215$ triệu đồng

Vậy thuê mảnh đất trong vòng 15 năm của công ty C

Nếu thuê đất của công ty B trong vòng 10 năm = 40 quý số tiền công ty A phải trả là

$$B_{40} = (2.8 + 39.0,5).20 = 710 \text{ triệu đồng}$$

Nếu thuê đất của công ty C trong vòng 10 năm số tiền công ty A phải trả là

$$C_{10} = (2.60 + 9.3).4,5 = 661,5 \text{ triệu đồng}$$

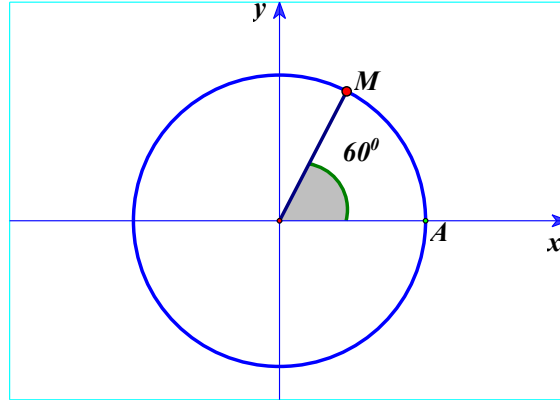
Vậy thuê mảnh đất trong vòng 10 năm của công ty **C**.

----- **HẾT** -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HKI
MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 05

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Công thức số đo tổng quát của góc lượng giác (OA, OM) theo độ trong hình bên là



- A.** $60^\circ + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $60^\circ + k180^\circ (k \in \mathbb{Z})$
C. $60^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $-60^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 2: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lẻ?

- A.** $y = x \sin x$. **B.** $y = \sin^2 x$. **C.** $y = \cos 3x$. **D.** $y = 2x \cos x$.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\sin x = -\frac{1}{2}$ là

- A.** $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi$. **B.** $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi$.
C. $x = \pi + k2\pi; x = \frac{\pi}{8} + k2\pi$. **D.** $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$.

Câu 4: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 5^{n+1}$. Tìm số hạng u_{n-1} .

- A.** $u_{n-1} = 5^{n-1}$. **B.** $u_{n-1} = 5^n$. **C.** $u_{n-1} = 5.5^{n+1}$. **D.** $u_{n-1} = 5.5^{n-1}$.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 1, u_2 = 4$ thì u_3 bằng

- A.** 16 **B.** 4. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 6: Tính giới hạn $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n + 5}{2n^2 + 1}$.

- A.** $L = \frac{3}{2}$. **B.** $L = \frac{1}{2}$. **C.** $L = 2$. **D.** $L = 1$.

Câu 7: Kết quả của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 2n}{1 - 3n^2}$ là:

- A.** $-\frac{1}{3}$. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 8: Tìm giới hạn $D = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{7x+1} + 1}{x - 2}$.

- A.** $+\infty$. **B.** -3. **C.** $-\infty$. **D.** -2

Câu 9: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{(x+2)^2}$ bằng

A. $-\infty$.

B. $\frac{3}{16}$.

C. 0.

D. $+\infty$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{\sqrt{x+2}-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 4 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Chọn mệnh đề đúng?

A. Hàm số liên tục tại $x = 2$.

B. Hàm số gián đoạn tại $x = 2$.

C. $f(4) = 2$.

D. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2$.

Câu 11: Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên $\mathbb{R}$?

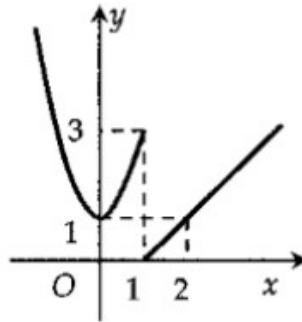
A. $f(x) = \sqrt{x-5}$.

B. $f(x) = \frac{x+5}{x^2+4}$.

C. $f(x) = \cot x + 3$.

D. $f(x) = \frac{x^2+3}{2-x}$.

Câu 12: Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị dưới đây gián đoạn tại điểm nào?



A. $x = 0$.

B. $x = 1$.

C. $x = 2$.

D. $x = 3$.

Câu 13: Trong mặt phẳng (α) , cho 3 điểm A, B, C không thẳng hàng. Điểm S không thuộc mặt phẳng (α) . Có mấy mặt phẳng tạo bởi S và 2 trong 3 điểm nói trên?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Câu 14: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB và CD . Mặt phẳng (α) đi qua MN , cắt AD, BC lần lượt tại P và Q . Biết MP cắt NQ tại I . Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

A. I, A, C .

B. I, B, D .

C. I, A, B .

D. I, D, C .

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. d qua S và song song với BC .

B. d qua S và song song với DC .

C. d qua S và song song với AB .

D. d qua S và song song với BD .

Câu 16: Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) . Mặt phẳng (β) chứa a và cắt mặt phẳng (α) theo giao tuyến d . Kết luận nào sau đây đúng?

A. a và d cắt nhau.

B. a và d trùng nhau.

C. a và d chéo nhau.

D. a và d song song.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mệnh đề nào sau đây là đúng:

A. $SA \parallel (SBC)$.

B. $CD \parallel (SAD)$.

C. $SB \parallel (ACD)$.

D. $AB \parallel (SCD)$.

Câu 18: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?

A. (BCA') .

B. $(BC'D)$.

C. $(A'C'C)$.

D. (BDA') .

Câu 19: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Hình lăng trụ có các cạnh bên song song và bằng nhau.

B. Hai mặt đáy của hình lăng trụ nằm trên hai mặt phẳng song song.

C. Hai đáy của lăng trụ là hai đa giác đều.

D. Các mặt bên của lăng trụ là các hình bình hành.

Câu 20: Ta chỉ xét phép chiếu song song mà các đoạn thẳng hay đường thẳng không song song hoặc trùng với phương chiếu. Một tam giác đều mà mặt phẳng chứa tam giác không song song với phương chiếu, có hình chiếu là:

- A.** Một điểm. **B.** Một đoạn thẳng. **C.** Một tam giác. **D.** Một tam giác đều.

Câu 21: Cho $\tan \alpha = 2$. Tính $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$.

- A.** $-\frac{1}{3}$. **B.** 1. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 22: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A.** $\cos 3x + \cos x = 2 \cos 2x \cdot \cos x$. **B.** $\cos 3x - \cos x = 2 \sin 2x \cdot \sin x$.
C. $\sin 3x - \sin x = 2 \cos 2x \cdot \sin x$. **D.** $\sin 3x + \sin x = 2 \sin 2x \cdot \cos x$.

Câu 23: Tìm chu kì T của hàm số $y = 5 \cos\left(\frac{\pi}{7} - 3x\right)$.

- A.** $T = \frac{\pi}{7}$. **B.** $T = \frac{3\pi}{5}$. **C.** $T = \frac{2\pi}{3}$. **D.** $T = \frac{2\pi}{5}$.

Câu 24: Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1, u_2 = 2 \\ u_{n+2} = au_{n+1} + (1-a)u_n \end{cases} \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tìm tất cả các giá trị của a để (u_n) tăng?

- A.** $a > 0$. **B.** $0 < a < 1$. **C.** $a < 1$. **D.** $a > 1$.

Câu 25: Một gia đình cần khoan một cái giếng để lấy nước. Họ thuê một đội khoan giếng nước đến để khoan giếng nước. Biết giá của mét khoan đầu tiên là 80.000 đồng, kể từ mét khoan thứ 2 giá của mỗi mét khoan tăng thêm 5000 đồng so với giá của mét khoan trước đó. Biết cần phải khoan sâu xuống 50m mới có nước. Vậy hỏi phải trả bao nhiêu tiền để khoan cái giếng đó?

- A.** 5.2500.000 đồng. **B.** 10.125.000 đồng. **C.** 4.000.000 đồng. **D.** 4.245.000 đồng.

Câu 26: Theo ước tính, kể từ lúc mới mua, cứ sau mỗi 200 lần sạc thì pin của điện thoại Iphone sẽ giảm 5% so với chu kỳ 200 lần sạc trước đó. Hỏi sau 1200 lần sạc thì pin của điện thoại Iphone còn lại bao nhiêu phần trăm so với lúc mới mua?

- A.** 75%. **B.** 73,51%. **C.** 77,38%. **D.** 70%.

Câu 27: Giá trị của tham số a để $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - n + 4}{an^2 + n + 3} = \frac{4}{3}$ là

- A.** $a = \frac{8}{3}$. **B.** $a = \frac{2}{3}$. **C.** $a = \frac{3}{2}$. **D.** $a = 6$.

Câu 28: Kết quả của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 2 \cdot 5^{2n}}{2^{n+1} + 5^{n+5}}$ bằng

- A.** $-\infty$. **B.** $+\infty$. **C.** 2 **D.** $\frac{3}{2}$.

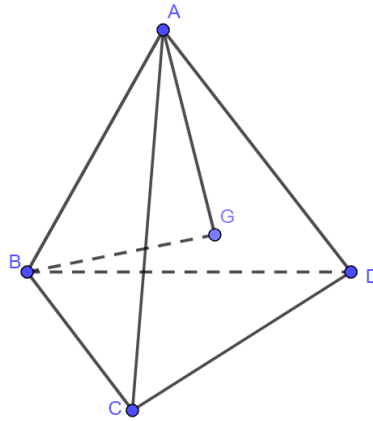
Câu 29: Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 + x + 2x})$ là:

- A.** 0. **B.** $+\infty$. **C.** $-\frac{1}{4}$. **D.** $-\infty$.

Câu 30: Cho $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt[3]{5x+3}}{x^2 - 3x + 2} = \frac{a}{b}$, với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a^2 + b$?

- A.** 11. **B.** -4. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 31: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ACD . Giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (ABG) là



- A. điểm M là trung điểm của CD . B. điểm C .
C. điểm D . D. điểm G .

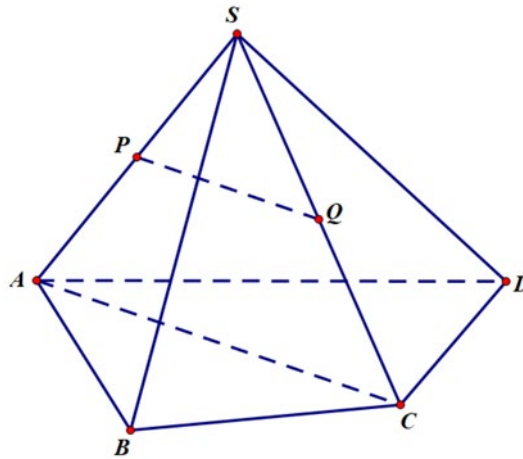
Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ $AD \parallel BC$. Gọi I là giao điểm của AB và DC , M là trung điểm SC . DM cắt mặt phẳng (SAB) tại J . Khẳng định nào sau đây **sai**

- A. S, I, J thẳng hàng. B. $DM \subset mp(SCI)$. C. $JM \subset mp(SAB)$. D. $SI = (SAB) \cap (SCD)$.

Câu 33: Cho tứ diện $ABCD$. Lấy ba điểm P, Q, R lần lượt trên ba cạnh AB, CD, BC sao cho $PR \parallel AC$ và $CQ = 2QD$. Gọi giao điểm của đường thẳng AD và mặt phẳng (PQR) là S . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $AS = 3DS$. B. $AD = 3DS$. C. $AD = 2DS$. D. $AS = DS$.

Câu 34: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi P và Q lần lượt là trung điểm của SA và SC . Khẳng định nào sau đây **đúng**?



- A. $PQ \parallel (ABCD)$ B. $PQ \parallel (SAB)$ C. $PQ \parallel (SCD)$ D. $PQ \parallel (SBC)$

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M là điểm di động trên đoạn AB . Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SBC) . Thiết diện tạo bởi (α) và hình chóp $S.ABCD$ là hình gì?

- A. Hình tam giác. B. Hình bình hành. C. Hình vuông. D. Hình thang.

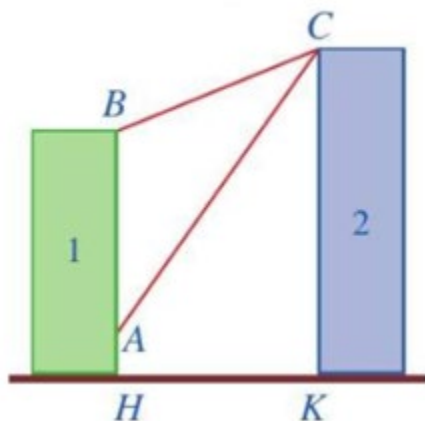
II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 36: Gọi a, b là các giá trị để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 1}, & x < -1 \\ x + 1, & x \geq -1 \end{cases}$ có giới hạn hữu hạn khi x dần tới

-1 . Tính $a - b$.

Câu 37: Cho tứ diện $ABCD$, M là một điểm bên trong tam giác ABD , N là một điểm bên trong tam giác ACD . Tìm giao tuyến của (DMN) và (ABC)

Câu 38: Có hai chung cư cao tầng xây cạnh nhau với khoảng cách giữa chúng là $HK = 20$ m. Để đảm bảo an ninh, trên nóc chung cư thứ hai người ta lắp camera ở vị trí **C**. Gọi A, B lần lượt là vị trí thấp nhất, cao nhất trên chung cư thứ nhất mà camera có thể quan sát được. Hãy tính số đo góc $\widehat{ACB}$ (phạm vi camera có thể quan sát được ở chung cư thứ nhất). Biết rằng chiều cao của chung cư hai chung cư lần lượt là $BH = 24$ m, $CK = 32$ m và khoảng cách từ A đến mặt đất là $AH = 6$ m.



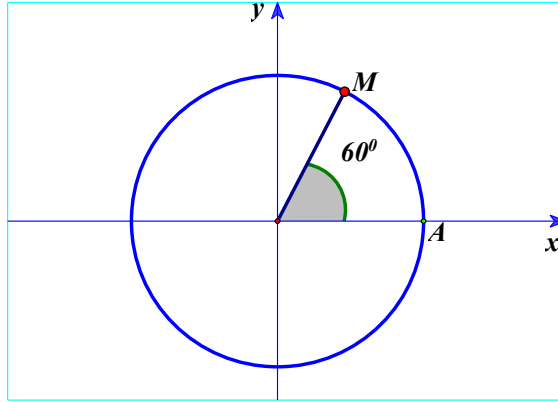
Câu 39: Vào năm 2020, dân số của một quốc gia là khoảng 97 triệu người và tốc độ tăng trưởng dân số là 0,91%. Nếu tốc độ tăng trưởng dân số này được giữ nguyên hằng năm, hãy ước tính dân số của quốc gia đó vào năm 2030.

----- **HẾT** -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Công thức số đo tổng quát của góc lượng giác (OA, OM) theo độ trong hình bên là



- A.** $60^\circ + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $60^\circ + k180^\circ (k \in \mathbb{Z})$
C. $60^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $-60^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Câu 2: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lẻ?

- A.** $y = x \sin x$. **B.** $y = \sin^2 x$. **C.** $y = \cos 3x$. **D.** $y = 2x \cos x$.

Lời giải

Xét $y = 2x \cos 2x$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$ thỏa mãn $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$

Ta có $y(-x) = 2 \cdot (-x) \cos(-2x) = -2x \cdot \cos 2x = -y(x)$.

Vậy $y = 2x \cos 2x$ là hàm số lẻ.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\sin x = -\frac{1}{2}$ là

- A.** $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi$. **B.** $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi$.
C. $x = \pi + k2\pi; x = \frac{\pi}{8} + k2\pi$. **D.** $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \pi + \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy phương trình có nghiệm là $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi$.

Câu 4: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 5^{n+1}$. Tìm số hạng u_{n-1} .

- A.** $u_{n-1} = 5^{n-1}$. **B.** $u_{n-1} = 5^n$. **C.** $u_{n-1} = 5 \cdot 5^{n+1}$. **D.** $u_{n-1} = 5 \cdot 5^{n-1}$.

Lời giải

Ta có $u_{n-1} = 5^{(n-1)+1} = 5^n$

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 1, u_2 = 4$ thì u_3 bằng

- A.** 16 **B.** 4. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Ta có: $q = \frac{u_2}{u_1} = 4 \Rightarrow u_3 = 16$

Câu 6: Tính giới hạn $L = \lim \frac{n^2 + n + 5}{2n^2 + 1}$.

A. $L = \frac{3}{2}$.

B. $L = \frac{1}{2}$.

C. $L = 2$.

D. $L = 1$.

Lời giải

Ta có $L = \lim \frac{n^2 + n + 5}{2n^2 + 1} = \lim \frac{1 + \frac{1}{n} + \frac{5}{n^2}}{2 + \frac{1}{n^2}} = \frac{1}{2}$

Giải nhanh: $\frac{n^2 + n + 5}{2n^2 + 1} \sim \frac{n^2}{2n^2} = \frac{1}{2}$.

Câu 7: Kết quả của giới hạn $\lim \frac{n^3 - 2n}{1 - 3n^2}$ là:

A. $-\frac{1}{3}$.

B. $+\infty$.

C. $-\infty$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

$\lim \frac{n^3 - 2n}{1 - 3n^2} = \lim \frac{n^3 \left(1 - \frac{2}{n^2}\right)}{n^2 \left(\frac{1}{n^2} - 3\right)} = \lim n \cdot \frac{1 - \frac{2}{n^2}}{\frac{1}{n^2} - 3}$. Ta có

$$\begin{cases} \lim n = +\infty \\ \lim \frac{1 - \frac{2}{n^2}}{\frac{1}{n^2} - 3} = -\frac{1}{3} < 0 \end{cases} \longrightarrow \lim \frac{n^3 - 2n}{1 - 3n^2} = \lim n \cdot \frac{1 - \frac{2}{n^2}}{\frac{1}{n^2} - 3} = -\infty$$

Giải nhanh : $\frac{n^3 - 2n}{1 - 3n^2} \sim \frac{n^3}{-3n^2} = -\frac{1}{3}n \longrightarrow -\infty$.

Câu 8: Tìm giới hạn $D = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{7x+1} + 1}{x - 2}$.

A. $+\infty$.

B. -3 .

C. $-\infty$.

D. -2 .

Lời giải

Ta có: $D = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{7x+1} + 1}{x - 2} = \frac{\sqrt[3]{7 \cdot 1 + 1} + 1}{1 - 2} = -3$

Câu 9: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{(x+2)^2}$ bằng

A. $-\infty$.

B. $\frac{3}{16}$.

C. 0 .

D. $+\infty$.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{(x+2)^2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{(x+2)^2} \cdot (x+1) = -\infty$. Do $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{(x+2)^2} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -2} (x+1) = -1 < 0$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{\sqrt{x+2}-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 4 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Chọn mệnh đề đúng?

A. Hàm số liên tục tại $x = 2$.

B. Hàm số gián đoạn tại $x = 2$.

C. $f(4) = 2$.

D. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{x+2}-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(\sqrt{x+2}+2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (\sqrt{x+2}+2) = 4$$

$$f(2) = 4$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$$

Vậy hàm số liên tục tại $x = 2$.

Câu 11: Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $f(x) = \sqrt{x-5}$.

B. $f(x) = \frac{x+5}{x^2+4}$.

C. $f(x) = \cot x + 3$.

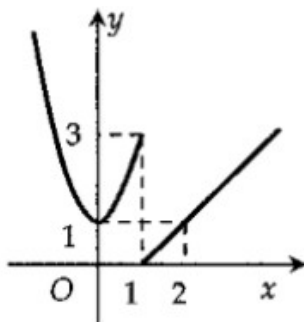
D. $f(x) = \frac{x^2+3}{2-x}$.

Lời giải

Hàm số $f(x) = \frac{x+5}{x^2+4}$ là hàm phân thức hữu tỉ và có TXĐ là $D = \mathbb{R}$ do đó hàm số

$$f(x) = \frac{x+5}{x^2+4} \text{ liên tục trên } \mathbb{R}.$$

Câu 12: Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị dưới đây gián đoạn tại điểm nào?



A. $x = 0$.

B. $x = 1$.

C. $x = 2$.

D. $x = 3$.

Lời giải

Quan sát đồ thị ta thấy $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 3$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 0$.

Vậy $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 3 \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 0$ nên $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ không tồn tại. Do đó hàm số gián đoạn tại $x = 1$.

Câu 13: Trong mặt phẳng (α) , cho 3 điểm A, B, C không thẳng hàng. Điểm S không thuộc mặt phẳng (α) . Có mấy mặt phẳng tạo bởi S và 2 trong 3 điểm nói trên?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

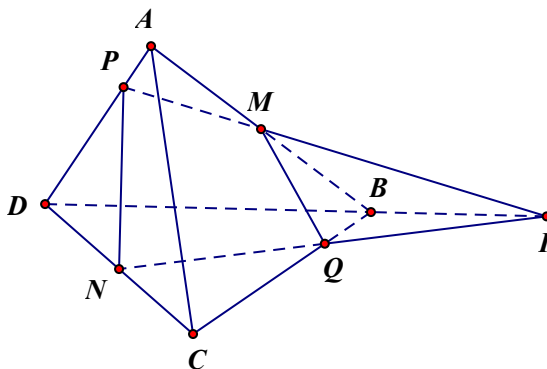
D. 1.

Lời giải

Các mặt phẳng tạo được là (SAB) , (SBC) , (SAC) .

- Câu 14:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB và CD . Mặt phẳng (α) đi qua MN , cắt AD, BC lần lượt tại P và Q . Biết MP cắt NQ tại I . Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?
- A.** I, A, C . **B.** I, B, D . **C.** I, A, B . **D.** I, D, C .

Lời giải



$$\left. \begin{array}{l} M \in (\alpha) \cap (ABD) \\ P \in (\alpha) \cap (ABD) \end{array} \right\} \Rightarrow MP = (\alpha) \cap (ABD)$$

hay MP là giao tuyến của (α) và;

Tương tự ta tìm được:

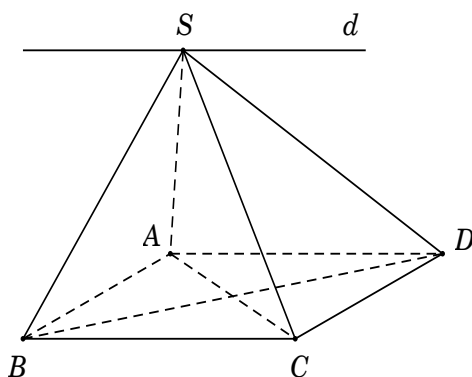
NQ là giao tuyến của (α) và (BCD) ; BD là giao tuyến của (BCD) và (ABD) ; Theo định lý về giao tuyến của ba mặt phẳng, ta suy ra MP, NQ, BD hoặc đôi một song song hoặc đồng quy.

Mặt khác, MP cắt NQ tại I nên I, B, D thẳng hàng.

- Câu 15:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** d qua S và song song với BC . **B.** d qua S và song song với DC .
C. d qua S và song song với AB . **D.** d qua S và song song với BD .

Lời giải



$$\text{Ta có } \left\{ \begin{array}{l} (SAD) \cap (SBC) = S \\ AD \subset (SAD), BC \subset (SBC) \longrightarrow (SAD) \cap (SBC) = Sx \parallel AD \parallel BC. \\ AD \parallel BC \end{array} \right.$$

- Câu 16:** Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) . Mặt phẳng (β) chứa a và cắt mặt phẳng (α) theo giao tuyến d . Kết luận nào sau đây đúng?

- A.** a và d cắt nhau. **B.** a và d trùng nhau. **C.** a và d chéo nhau. **D.** a và d song song.

Lời giải

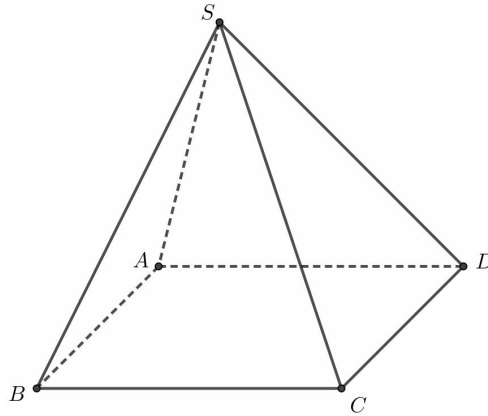
$$\left. \begin{array}{l} d = (\alpha) \cap (\beta) \\ \text{Ta có } a \subset (\beta) \\ a // (\alpha) \end{array} \right\} \Rightarrow d // a.$$

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mệnh đề nào sau đây là đúng:
A. $SA // (SBC)$. **B.** $CD // (SAD)$. **C.** $SB // (ACD)$. **D.** $AB // (SCD)$.

Lời giải

Vì $AB // DC$, lại có $AB \not\subset (SCD)$ và $DC \subset (SCD)$ nên $AB // (SCD)$.

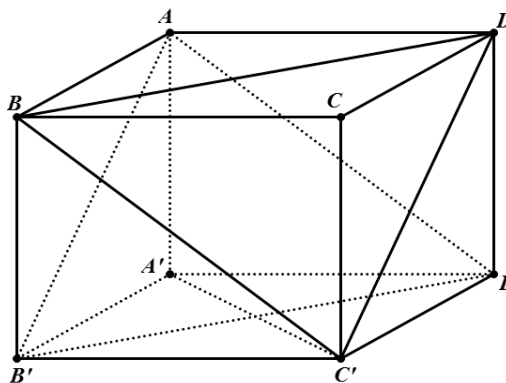
Vậy đáp án **D** đúng.



Câu 18: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?

A. (BCA') . **B.** $(BC'D)$. **C.** $(A'C'C)$. **D.** (BDA') .

Lời giải



Do $ADC'B'$ là hình bình hành nên $AB' // DC'$, và $ABC'D'$ là hình bình hành nên $AD' // BC'$ nên $(AB'D') // (BC'D)$.

Câu 19: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Hình lăng trụ có các cạnh bên song song và bằng nhau.
B. Hai mặt đáy của hình lăng trụ nằm trên hai mặt phẳng song song.
C. Hai đáy của lăng trụ là hai đa giác đều.
D. Các mặt bên của lăng trụ là các hình bình hành.

Lời giải

Xét hình lăng trụ có đáy là một đa giác (tam giác, tứ giác, ...), ta thấy rằng Hình lăng trụ luôn có các cạnh bên song song và bằng nhau.
Hai mặt đáy của hình lăng trụ nằm trên hai mặt phẳng song song.
Hai đáy của lăng trụ là hai đa giác bằng nhau (tam giác, tứ giác, ...)

Các mặt bên của lăng trụ là các hình bình hành vì có hai cạnh là hai cạnh bên của hình lăng trụ, hai cạnh còn lại thuộc hai đáy song song.

Câu 20: Ta chỉ xét phép chiếu song song mà các đoạn thẳng hay đường thẳng không song song hoặc trùng với phương chiếu. Một tam giác đều mà mặt phẳng chứa tam giác không song song với phương chiếu, có hình chiếu là:

- A. Một điểm. B. Một đoạn thẳng. C. Một tam giác. D. Một tam giác đều.

Lời giải

Câu 21: Cho $\tan \alpha = 2$. Tính $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$.

- A. $-\frac{1}{3}$. B. 1. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan \alpha - \tan \frac{\pi}{4}}{1 + \tan \alpha \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{2 - 1}{1 + 2} = \frac{1}{3}.$$

Câu 22: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $\cos 3x + \cos x = 2 \cos 2x \cdot \cos x$. B. $\cos 3x - \cos x = 2 \sin 2x \cdot \sin x$.
C. $\sin 3x - \sin x = 2 \cos 2x \cdot \sin x$. D. $\sin 3x + \sin x = 2 \sin 2x \cdot \cos x$.

Lời giải

$$\cos 3x - \cos x = -2 \sin 2x \cdot \sin x$$

Suy ra B sai.

Câu 23: Tìm chu kì T của hàm số $y = 5 \cos\left(\frac{\pi}{7} - 3x\right)$.

- A. $T = \frac{\pi}{7}$. B. $T = \frac{3\pi}{5}$. C. $T = \frac{2\pi}{3}$. D. $T = \frac{2\pi}{5}$.

Lời giải

Hàm số $y = A \cos(ax + b)$ tuần hoàn với chu kì $T = \frac{2\pi}{|a|}$.

Áp dụng: Hàm số $y = 5 \cos\left(\frac{\pi}{7} - 3x\right)$ tuần hoàn với chu kì $T = \frac{2\pi}{3}$.

Câu 24: Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1, u_2 = 2 \\ u_{n+2} = au_{n+1} + (1-a)u_n \end{cases} \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tìm tất cả các giá trị của a để (u_n) tăng?

- A. $a > 0$. B. $0 < a < 1$. C. $a < 1$. D. $a > 1$.

Lời giải

$$\text{Xét hiệu } u_{n+2} - u_{n+1} = au_{n+1} + (1-a)u_n - u_{n+1} = (a-1)(u_{n+1} - u_n)$$

$$\Rightarrow u_3 - u_2 = (a-1)(u_2 - u_1) = (a-1)$$

$$\Rightarrow u_4 - u_3 = (a-1)(u_3 - u_2) = (a-1)^2$$

...

$$\Rightarrow u_{n+1} - u_n = (a-1)^{n-1} > 0$$

Để dãy số (u_n) tăng suy ra $a > 1$.

Câu 25: Một gia đình cần khoan một cái giếng để lấy nước. Họ thuê một đội khoan giếng nước đến để khoan giếng nước. Biết giá của mét khoan đầu tiên là 80.000 đồng, kể từ mét khoan thứ 2 giá của

mỗi mét khoan tăng thêm 5000 đồng so với giá của mét khoan trước đó. Biết cần phải khoan sâu xuống 50m mới có nước. Vậy hỏi phải trả bao nhiêu tiền để khoan cái giếng đó?

- A. 5.2500.000 đồng. B. 10.125.000 đồng. C. 4.000.000 đồng. D. 4.245.000 đồng.

Lời giải

Giá tiền khoan mỗi mét lập thành cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 80000, d = 5000$. Do cần khoan 50 mét nên tổng số tiền cần trả là

$$u_1 + u_2 + \dots + u_{50} = S_{50} = 50u_1 + \frac{50 \cdot 49}{2}d = 50 \cdot 80000 + 1225 \cdot 5000 = 10125000$$

Câu 26: Theo ước tính, kể từ lúc mới mua, cứ sau mỗi 200 lần sạc thì pin của điện thoại Iphone sẽ giảm 5% so với chu kỳ 200 lần sạc trước đó. Hỏi sau 1200 lần sạc thì pin của điện thoại Iphone còn lại bao nhiêu phần trăm so với lúc mới mua?

- A. 75% . B. 73,51% . C. 77,38% . D. 70% .

Lời giải

Dung lượng pin sau mỗi 200 lần sạc kể từ lúc mới mua lập thành cấp số nhân có công bội $q = 0,95$ và số hạng đầu $u_1 = 100\%$.

Dung lượng pin của điện thoại Iphone sau 1200 lần sạc còn lại so với lúc mới mua là $u_7 = u_1 \cdot q^6 = 100\% \cdot (0,95)^6 \approx 73,51\%$.

Câu 27: Giá trị của tham số a để $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - n + 4}{an^2 + n + 3} = \frac{4}{3}$ là

- A. $a = \frac{8}{3}$. B. $a = \frac{2}{3}$. C. $a = \frac{3}{2}$. D. $a = 6$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - n + 4}{an^2 + n + 3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{1}{n} + \frac{4}{n^2}}{a + \frac{1}{n} + \frac{3}{n^2}} = \frac{2}{a}. \text{ Theo giả thiết: } \frac{2}{a} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow a = \frac{3}{2}.$$

Câu 28: Kết quả của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 2 \cdot 5^{2n}}{2^{n+1} + 5^{n+5}}$ bằng

- A. $-\infty$. B. $+\infty$. C. 2 D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 2 \cdot 5^{2n}}{2^{n+1} + 5^{n+5}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 2 \cdot 25^n}{2 \cdot 2^n + 5^5 \cdot 5^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{3}{5}\right)^n - 2 \cdot 5^n}{2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^n + 5^5} = -\infty.$$

Câu 29: Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 + x + 2x})$ là:

- A. 0 . B. $+\infty$. C. $-\frac{1}{4}$. D. $-\infty$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 + x + 2x}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\sqrt{4x^2 + x} - 2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{-\sqrt{4 + \frac{1}{x}} - 2} = -\frac{1}{4}$$

Câu 30: Cho $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt[3]{5x+3}}{x^2 - 3x + 2} = \frac{a}{b}$, với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a^2 + b$?

A. 11.

B. -4.

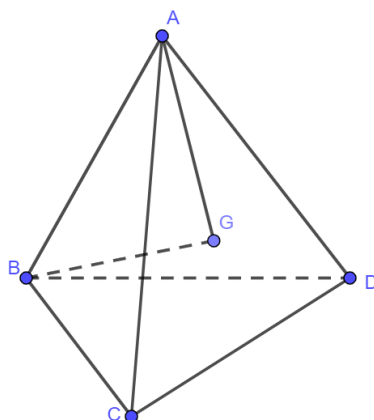
C. 7.

D. 5.

Lời giải

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt[3]{5x+3}}{x^2 - 3x + 2} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2 + 2 - \sqrt[3]{5x+3}}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 - 3x + 2} - \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{5x+3} - 2}{x^2 - 3x + 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1)(x-2)(\sqrt{x+3}+2)} - \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5(x-1)}{(x-1)(x-2)(\sqrt[3]{(5x+3)^2} + 2\sqrt[3]{5x+3} + 4)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-2)(\sqrt{x+3}+2)} - \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5}{(x-2)(\sqrt[3]{(5x+3)^2} + 2\sqrt[3]{5x+3} + 4)} = \frac{1}{6} \Rightarrow a^2 + b = 1^2 + 6 = 7. \end{aligned}$$

Câu 31: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ACD . Giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (ABG) là



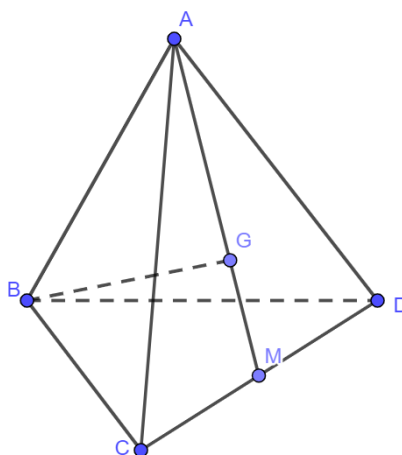
A. điểm M là trung điểm của CD .

B. điểm C .

C. điểm D .

D. điểm G .

Lời giải



Trong mặt phẳng (ACD) , gọi M là giao điểm của AG và CD .

Do G là trọng tâm của tam giác ACD nên M là trung điểm của CD .

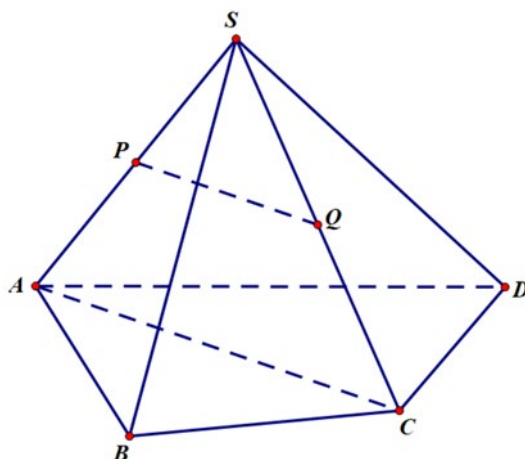
Ta có:

$$\begin{cases} M \in CD \\ M \in AG \subset (ABG) \end{cases} \Rightarrow (ABG) \cap CD = \{M\}.$$

Xét tam giác ACD có $QS \parallel AC$

Ta có: $\frac{SD}{AD} = \frac{QD}{CD} = \frac{1}{3} \Rightarrow AD = 3SD$.

Câu 34: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi P và Q lần lượt là trung điểm của SA và SC . Khẳng định nào sau đây đúng?



- A.** $PQ \parallel (ABCD)$ **B.** $PQ \parallel (SAB)$ **C.** $PQ \parallel (SCD)$ **D.** $PQ \parallel (SBC)$

Lời giải

PQ là đường trung bình của $\triangle SAC$ nên $PQ \parallel AC$

$$\left. \begin{array}{l} PQ \parallel AC \\ AC \subset (ABCD) \\ PQ \not\subset (ABCD) \end{array} \right\} \Rightarrow PQ \parallel (ABCD).$$

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M là điểm di động trên đoạn AB . Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SBC) . Thiết diện tạo bởi (α) và hình chóp $S.ABCD$ là hình gì?

- A.** Hình tam giác. **B.** Hình bình hành. **C.** Hình vuông. **D.** Hình thang.

Lời giải

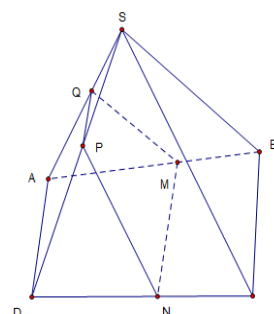
Lần lượt lấy các điểm N, P, Q thuộc các cạnh CD, SD, SA thỏa mãn $MN \parallel BC, NP \parallel SC$

$PQ \parallel AD$. Suy ra $(MNPQ) \parallel (SBC)$ và $(\alpha) \equiv (MNPQ)$.

Theo cách dựng trên thì $PQ \parallel MN$.

Vì $(MNPQ) \parallel (SBC)$ nên $MQ \parallel SB$ và $NP \parallel SC$ mà $SC \cap SB = S$ nên MQ cắt NP .

Do vậy thiết diện là hình thang.



II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 36: Gọi a, b là các giá trị để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 1}, & x < -1 \\ x + 1, & x \geq -1 \end{cases}$ có giới hạn hữu hạn khi x dần tới

-1 . Tính $a - b$.

Lời giải

Do hàm số $f(x)$ có giới hạn hữu hạn khi x dần tới -1 nên $x = -1$ là nghiệm của phương trình $x^2 + ax + b = 0$, do đó ta $1 - a + b = 0 \Leftrightarrow b = a - 1$.

Ta viết lại hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x-1+a}{x-1}, x < -1 \\ x+1, x \geq -1 \end{cases}$.

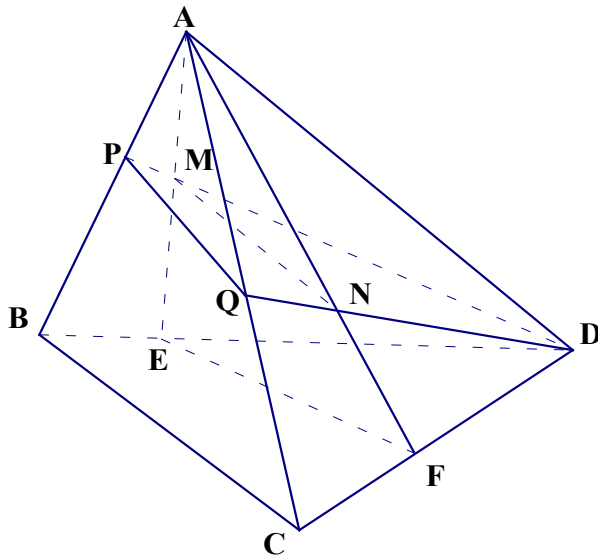
Mặt khác giới hạn cần tìm tồn tại

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) \Leftrightarrow \frac{a-2}{-2} = 0 \Leftrightarrow a = 2 \Rightarrow b = 1.$$

Do đó $a - b = 1$.

Câu 37: Cho tứ diện $ABCD$, M là một điểm bên trong tam giác ABD , N là một điểm bên trong tam giác ACD . Tìm giao tuyến của (DMN) và (ABC)

Lời giải



Trong (ABD) , gọi $P = DM \cap AB$

- $P \in DM$ mà $DM \subset (DMN) \Rightarrow P \in (DMN)$
- $P \in AB$ mà $AB \subset (ABC) \Rightarrow P \in (ABC)$

$\Rightarrow P$ là điểm chung của (DMN) và (ABC)

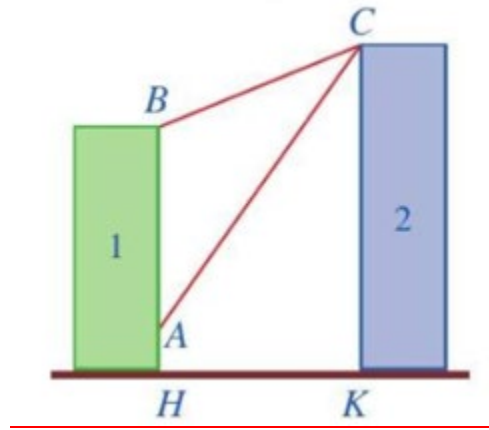
Trong (ACD) , gọi $Q = DN \cap AC$

- $Q \in DN$ mà $DN \subset (DMN) \Rightarrow Q \in (DMN)$
- $Q \in AC$ mà $AC \subset (ABC) \Rightarrow Q \in (ABC)$

$\Rightarrow Q$ là điểm chung của (DMN) và (ABC)

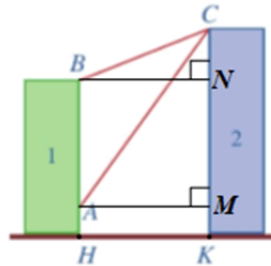
Vậy PQ là giao tuyến của (DMN) và (ABC)

Câu 38: Có hai chung cư cao tầng xây cạnh nhau với khoảng cách giữa chúng là $HK = 20$ m. Để đảm bảo an ninh, trên nóc chung cư thứ hai người ta lắp camera ở vị trí **C**. Gọi A, B lần lượt là vị trí thấp nhất, cao nhất trên chung cư thứ nhất mà camera có thể quan sát được. Hãy tính số đo góc $\widehat{ACB}$ (phạm vi camera có thể quan sát được ở chung cư thứ nhất). Biết rằng chiều cao của chung cư hai chung cư lần lượt là $BH = 24$ m, $CK = 32$ m và khoảng cách từ A đến mặt đất là $AH = 6$ m.



Lời giải

Kẻ $AM \perp CK$, $BN \perp CK$ (hình vẽ) ta có:



$$BN = AM = HK = 20 \text{ (m)};$$

$$CN = CK - NK = CK - BH = 32 - 24 = 8 \text{ (m)};$$

$$MN = AB = BH - AH = 24 - 6 = 18 \text{ (m)};$$

$$CM = CN + MN = 8 + 18 = 26 \text{ (m)}.$$

$$\text{Đặt } \widehat{BCN} = \alpha, \widehat{ACM} = \beta.$$

$$\text{Xét } \triangle BCN \text{ vuông tại } N \text{ có: } \tan \alpha = \frac{BN}{CN} = \frac{20}{8} = \frac{5}{2};$$

$$\text{Xét } \triangle ACM \text{ vuông tại } M \text{ có: } \tan \beta = \frac{AM}{CM} = \frac{20}{26} = \frac{10}{13};$$

$$\text{Ta có: } \tan \widehat{ACB} = \tan (\widehat{BCN} - \widehat{ACM}) = \tan (\alpha - \beta)$$

$$\Rightarrow \tan \widehat{ACB} = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} = \frac{\frac{5}{2} - \frac{10}{13}}{1 + \frac{5}{2} \cdot \frac{10}{13}} = \frac{45}{76}.$$

Câu 39: Vào năm 2020, dân số của một quốc gia là khoảng 97 triệu người và tốc độ tăng trưởng dân số là 0,91%. Nếu tốc độ tăng trưởng dân số này được giữ nguyên hằng năm, hãy ước tính dân số của quốc gia đó vào năm 2030.

Lời giải

Giả sử dân số của quốc gia đó là N . Vì tốc độ tăng trưởng dân số là 0,91% nên sau một năm, số dân tăng thêm là $0,91\%.N$.

Vậy dân số của quốc gia đó vào năm sau là: $N + 0,91\%.N = 100,91\%.N = 1,0091N$.

Như vậy, dân số của quốc gia đó sau mỗi năm lập thành một cấp số nhân với số hạng đầu $u_1 = N$ và công bội $q = 1,0091$.

Theo bài ra ta có: $u_1 = 97$ ứng với năm 2020.

Ta có: $2030 - 2020 = 10$.

Dân số của quốc gia đó vào năm 2030 chính là dân số của quốc gia sau 10 năm kể từ năm 2020, ứng với u_{11} và $u_{11} = u_1 \cdot q^{10} = 97.1,0091^{10} \approx 106,2$ triệu người.

Vậy nếu tốc độ tăng trưởng dân số được giữ nguyên hằng năm thì dân số của quốc gia đó vào năm 2030 xấp xỉ khoảng 106,2 triệu người.

----- **HẾT** -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HKI
MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 06

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

- Câu 1:** Số đo theo độ của góc $\frac{3\pi}{5}rad$ là
A. 72° . B. -72° C. 108° . D. 300° .
- Câu 2:** Hàm số nào sau đây là hàm số tuần hoàn với chu kỳ bằng 2π ?
A. $y = \sin 2x$. B. $y = \sin x$. C. $y = \tan x$. D. $y = \cot x$.
- Câu 3:** Nghiệm của phương trình $\cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ là
A. $x = k\pi, (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
- Câu 4:** Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 2n^2 + 3n + 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. Dãy số tăng B. Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm D. Dãy số vừa tăng vừa giảm
- Câu 5:** Cho dãy số (u_n) là cấp số nhân có số hạng đầu u_1 và công bội q . Đẳng thức nào sau đây sai?
A. $u_{n+1} = u_n q (n \geq 1)$. B. $u_n = u_1 q^{n-1} (n \geq 2)$.
C. $u_n = u_1 q^n (n \geq 2)$. D. $u_k^2 = u_{k-1} u_{k+1} (k \geq 2)$.
- Câu 6:** Kết quả của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 3n^3}{4n^2 + 2n + 1}$ là:
A. $\frac{3}{4}$. B. $+\infty$. C. 1. D. $\frac{5}{7}$.
- Câu 7:** Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} (3^n - 7^n)$ bằng
A. $-\infty$. B. 1. C. $\frac{7}{3}$. D. $+\infty$.
- Câu 8:** Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3x^2 + 1} - x}{x - 1}$ là
A. $-\frac{3}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{3}{2}$.
- Câu 9:** Tính $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{25 - 5x}$.
A. $-\frac{2}{5}$. B. $+\infty$. C. $\frac{2}{5}$. D. $-\infty$.
- Câu 10:** Hàm số $y = \frac{x}{x+1}$ gián đoạn tại điểm x_0 bằng?
A. $x_0 = 2023$. B. $x_0 = 1$. C. $x_0 = 0$ D. $x_0 = -1$.
- Câu 11:** Cho $f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng.
A. Hàm số liên tục tại $x = 1$.

- B.** Hàm số liên tục tại mọi điểm trên tập xác định nhưng gián đoạn tại điểm $x = 1$.
C. Hàm số không liên tục tại $x = 1$.
D. Tất cả đều sai.

Câu 12: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{(x-3)(x-1)}{x-3} & \text{khi } x \neq 3 \\ m & \text{khi } x = 3 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số liên tục tại điểm $x = 3$.

- A.** $m = 2$. **B.** $m \in \mathbb{R}$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = -1$.

Câu 13: Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai?

- A.** Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có vô số điểm chung khác nữa.
B. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.
C. Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.
D. Hai mặt phẳng cùng đi qua 3 điểm A, B, C không thẳng hàng thì hai mặt phẳng đó trùng nhau.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang có đáy lớn AB . Gọi M là trung điểm của SC . Giao điểm của BC với $mp(ADM)$ là:

- A.** giao điểm của BC và AM . **B.** giao điểm của BC và SD .
C. giao điểm của BC và AD . **D.** giao điểm của BC và DM .

Câu 15: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J theo thứ tự là trung điểm của AD và AC , G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng:

- A.** qua I và song song với AB . **B.** qua J và song song với BD .
C. qua G và song song với CD . **D.** qua G và song song với BC .

Câu 16: Cho hai mặt phẳng song song (α) và (β) , đường thẳng $a // (\alpha)$. Có bao nhiêu vị trí tương đối của a và (β) ?

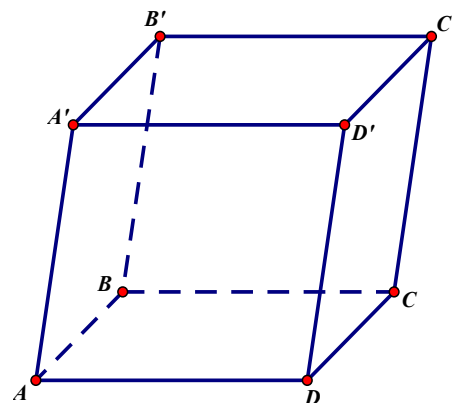
- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi A', B' lần lượt là trung điểm của SA, SB . Đường thẳng $A'B'$ song song với mặt phẳng nào dưới đây?

- A.** (SAB) . **B.** $(ABCD)$. **C.** (SAD) . **D.** (SBC) .

Câu 18: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng (ABA') song song với

- A.** $(AA'C')$. **B.** $(CC'D')$.
C. (ADD') . **D.** $(BB'A')$.



Câu 19: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A.** $ABCD$ là hình bình hành.
B. Các đường thẳng A_1C, AC_1, DB_1, D_1B đồng quy.
C. $(ADD_1A_1) // (BCC_1B_1)$.

D. AD_1CB là hình chữ nhật.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $SA \perp (ABCD)$, $AD = 2a, AB = BC = a$. Hình chiếu song song của điểm C theo phương AB lên mặt phẳng (SAD) là điểm nào sau đây?

- A.** S . **B.** Trung điểm của AD .
C. A . **D.** D .

Câu 21: Với mọi α thì $\cos\left(\frac{5\pi}{2} + \alpha\right)$ bằng

- A.** $-\sin \alpha$. **B.** $-\cos \alpha$. **C.** $\cos \alpha$. **D.** $\sin \alpha$.

Câu 22: Cho a, b thỏa mãn $\sin a = \frac{\sqrt{7}}{4}$ và $\sin b = \frac{\sqrt{3}}{4}$. Giá trị của $\sin(a+b)\sin(a-b)$ là

- A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** $-\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 23: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{2023}{1 - \cos x}}$ là

- A.** $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
C. $D = \mathbb{R} \setminus \{2023 + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

Câu 24: Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 2au_n + 3 \end{cases} \forall n \geq 1$. Tìm tất cả các giá trị của a để (u_n) tăng?

- A.** $a > 0$. **B.** $a < 0$. **C.** $a \leq 0$. **D.** $a < 1$.

Câu 25: Cho cấp số cộng có $u_2 + u_{22} = 60$. Số hạng thứ 12 là

- A.** 22. **B.** 20. **C.** 60. **D.** 30.

Câu 26: Diện tích rừng tự nhiên của nước ta năm 2021 là xấp xỉ 10171757ha. Giả sử tỉ lệ tăng diện tích rừng tự nhiên hàng năm kể từ năm 2021 là 0,7%/năm. Diện tích rừng tự nhiên của nước ta vào năm 2025 xấp xỉ bằng

- A.** 10386863ha. **B.** 10532788ha. **C.** 10468251ha. **D.** 10459571ha.

Câu 27: Cho a, b là các số thực thỏa mãn $\lim\left(\sqrt{n^2 + an + 2} - \sqrt{n^2 + bn + 1}\right) = 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $a + b = 2$. **B.** $a - b = 2$. **C.** $a + b = 1$. **D.** $a - b = 1$.

Câu 28: Tổng vô hạn sau đây $S = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$ có giá trị bằng:

- A.** 3. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 29: Biết giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt[3]{8x^3 - x^2} + \sqrt{4x^2 + 3x}\right) = -\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a^2 + b^2$.

- A.** 61. **B.** 11. **C.** 9. **D.** 30.

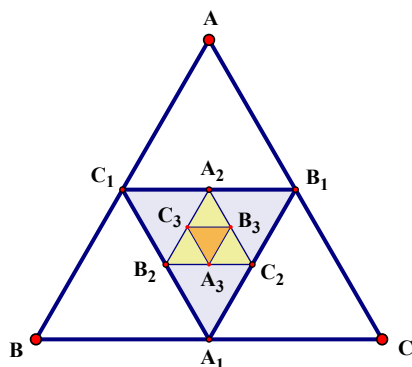
Câu 30: Tìm $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{4x + 1} - 3}$ là

- A.** $\frac{3}{2}$. **B.** $-\frac{2}{3}$. **C.** $-\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

- Câu 31:** Cho bốn điểm A, B, C, D không cùng nằm trong một mặt phẳng. Trên AB, AD lần lượt lấy các điểm M và N sao cho MN cắt BD tại E . Điểm E không thuộc mặt phẳng nào sau đây?
- A. (ACD) . B. (BCD) . C. (ABD) . D. (CMN) .
- Câu 32:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F, G là các điểm lần lượt thuộc các cạnh AB, AC, BD sao cho EF cắt BC tại I , EG cắt AD tại H . Ba đường thẳng nào sau đây đồng quy?
- A. CD, EF, EG . B. CD, IG, HF . C. AB, IG, HF . D. AC, IG, BD .
- Câu 33:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi K, L lần lượt là trung điểm của AB và BC . N là điểm thuộc đoạn CD sao cho $CN = 2ND$. Gọi P là giao điểm của AD với mặt phẳng (KLN) . Tính tỉ số $\frac{PA}{PD}$
- A. $\frac{PA}{PD} = \frac{1}{2}$. B. $\frac{PA}{PD} = \frac{2}{3}$. C. $\frac{PA}{PD} = \frac{3}{2}$. D. $\frac{PA}{PD} = 2$.
- Câu 34:** Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm $\triangle ABD$ và M là điểm trên cạnh BC sao cho $BM = 2MC$. Đường thẳng MG song song với mặt phẳng nào sau đây?
- A. (ACD) . B. (ABC) . C. (ABD) . D. (BCD) .
- Câu 35:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, AD . Mặt phẳng (MNO) song song với mặt phẳng nào sau đây?
- A. (SBC) . B. (SAB) . C. (SAD) . D. (SCD) .

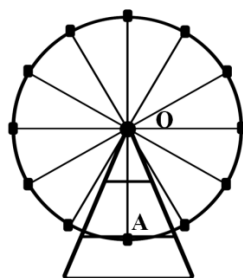
II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

- Câu 36:** Cho tam giác đều ABC có độ dài cạnh bằng 1. Nối các trung điểm A_1, B_1, C_1 của các cạnh BC, CA, AB ta được tam giác đều $A_1B_1C_1$. Tiếp tục nối các trung điểm A_2, B_2, C_2 của các cạnh B_1C_1, C_1A_1, A_1B_1 ta được tam giác đều $A_2B_2C_2$, thực hiện quá trình này đến vô hạn. Gọi S_n là diện tích của tam giác đều $A_nB_nC_n$.



- a) Tính S_8
- b) Tính tổng diện tích các tam giác đều $A_nB_nC_n$ thu được
- c) Tính tổng các độ dài $l = AA_1 + A_1A_2 + A_2A_3 + \dots + A_{n-1}A_n + \dots$
- Câu 37:** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, M là một điểm trên cạnh SC , N là trên cạnh BC . Tìm giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMN) .
- Câu 38:** Một vòng quay quan sát quay ngược chiều kim đồng hồ quanh trục O của nó trên một mặt phẳng thẳng đứng vuông góc với mặt đất. Vòng quay có đường kính bánh xe là 20 m và có 12 khoang hành khách hình trụ được thiết kế ở những vị trí trên đường tròn bánh xe sao cho khoảng cách giữa hai khoang gần nhất luôn bằng nhau. Vị trí hành khách bước lên khoang hành khách cách mặt đất 5 m. Bạn A bước lên vòng quay và đi được $3\frac{7}{10}$ vòng. Hỏi vị trí khoang hành khách

của bạn A cách mặt đất bao nhiêu mét? Kết quả làm tròn đến hàng phần mười (hình vẽ minh họa bên dưới).



Câu 39: Một đội thợ công nhân dùng gạch cỡ $30 \times 30 \text{ cm}$ để lát nền cho một toà tháp gồm 7 tầng theo cấu trúc diện tích mặt sàn của tầng trên bằng một nửa diện tích mặt sàn của tầng dưới. Biết diện tích mặt đáy của tháp là 16 m^2 , hỏi đội công nhân dự định dùng tối thiểu khoảng bao nhiêu viên gạch?

----- **HẾT** -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Số đo theo độ của góc $\frac{3\pi}{5}rad$ là

- A.** 72° . **B.** -72° **C.** 108° . **D.** 300° .

Lời giải

$$\text{Ta có: } \frac{3\pi}{5}rad = \frac{3\pi}{5} \cdot \frac{1}{\pi} 180^\circ = 108^\circ$$

Câu 2: Hàm số nào sau đây là hàm số tuần hoàn với chu kỳ bằng 2π ?

- A.** $y = \sin 2x$. **B.** $y = \sin x$. **C.** $y = \tan x$. **D.** $y = \cot x$.

Lời giải

Hàm số $y = \sin x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ bằng 2π vì: $\sin(x + k2\pi) = \sin x$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ là

- A.** $x = k\pi, (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x = k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + k\pi \Leftrightarrow x = k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 4: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 2n^2 + 3n + 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Dãy số vừa tăng vừa giảm

Lời giải

$$\text{Ta có } u_{n+1} - u_n = 2(n+1)^2 + 3(n+1) + 1 - 2n^2 - 3n - 1 = 4n + 5 > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

$$\text{Vậy } u_{n+1} - u_n > 0 \Leftrightarrow u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

Câu 5: Cho dãy số (u_n) là cấp số nhân có số hạng đầu u_1 và công bội q . Đẳng thức nào sau đây sai?

- A.** $u_{n+1} = u_n q$ ($n \geq 1$). **B.** $u_n = u_1 q^{n-1}$ ($n \geq 2$).
C. $u_n = u_1 q^n$ ($n \geq 2$). **D.** $u_k^2 = u_{k-1} u_{k+1}$ ($k \geq 2$).

Lời giải

Ta có C là công thức sai.

Câu 6: Kết quả của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 3n^3}{4n^2 + 2n + 1}$ là:

- A.** $\frac{3}{4}$. **B.** $+\infty$. **C.** 1. **D.** $\frac{5}{7}$.

Lời giải

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 3n^3}{4n^2 + 2n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \left(\frac{2}{n^2} + 3 \right)}{n^2 \left(4 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot \frac{\frac{2}{n^2} + 3}{4 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}}. \text{ Ta có}$$

$$\begin{cases} \lim n = +\infty \\ \lim \frac{\frac{2}{n^2} + 3}{4 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}} = \frac{3}{4} > 0 \end{cases} \longrightarrow \lim \frac{2n + 3n^3}{4n^2 + 2n + 1} = \lim n \cdot \frac{\frac{2}{n^2} + 3}{4 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}} = +\infty.$$

Giải nhanh : $\frac{2n + 3n^3}{4n^2 + 2n + 1} \sim \frac{3n^3}{4n^2} = \frac{3}{4} \cdot n \longrightarrow +\infty.$

Câu 7: Giới hạn $\lim(3^n - 7^n)$ bằng

- A.** $-\infty$. **B.** 1. **C.** $\frac{7}{3}$. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Ta có $\lim(3^n - 7^n) = \lim\left(\left(\frac{3}{7}\right)^n - 1\right)7^n = -\infty.$

Câu 8: Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3x^2 + 1} - x}{x - 1}$ là

- A.** $-\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3x^2 + 1} - x}{x - 1} = \frac{\sqrt{3+1} + 1}{-1 - 1} = -\frac{3}{2}$

Câu 9: Tính $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{25 - 5x}$.

- A.** $-\frac{2}{5}$. **B.** $+\infty$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $-\infty$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{25 - 5x} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-7)(x-5)}{-5(x-5)} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-7}{-5} = \frac{2}{5}.$

Câu 10: Hàm số $y = \frac{x}{x+1}$ gián đoạn tại điểm x_0 bằng?

- A.** $x_0 = 2023$. **B.** $x_0 = 1$. **C.** $x_0 = 0$ **D.** $x_0 = -1$.

Lời giải

Vì hàm số $y = \frac{x}{x+1}$ có TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ nên hàm số gián đoạn tại điểm $x_0 = -1$.

Câu 11: Cho $f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng.

- A.** Hàm số liên tục tại $x = 1$.
B. Hàm số liên tục tại mọi điểm trên tập xác định nhưng gián đoạn tại điểm $x = 1$.
C. Hàm số không liên tục tại $x = 1$.
D. Tất cả đều sai.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x-1} = 1 = f(1)$

Vậy hàm số liên tục tại $x = 1$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{(x-3)(x-1)}{x-3} & \text{khi } x \neq 3 \\ m & \text{khi } x = 3 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số liên

tục tại điểm $x = 3$.

A. $m = 2$.

B. $m \in \mathbb{R}$.

C. $m = 1$.

D. $m = -1$.

Lời giải

Hàm số đã cho xác định trên $\mathbb{R}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x-1)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-1)}{1} = 2$ và $f(3) = m$

Vậy với mọi $m = 2$ hàm số đã cho liên tục tại điểm $x = 3$.

Câu 13: Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai?

A. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có vô số điểm chung khác nữa.

B. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.

C. Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.

D. Hai mặt phẳng cùng đi qua 3 điểm A, B, C không thẳng hàng thì hai mặt phẳng đó trùng nhau

.

Lời giải.

Nếu 2 mặt phẳng trùng nhau, khi đó 2 mặt phẳng có vô số điểm chung và chung nhau vô số đường thẳng.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang có đáy lớn AB . Gọi M là trung điểm của SC . Giao điểm của BC với $mp(ADM)$ là:

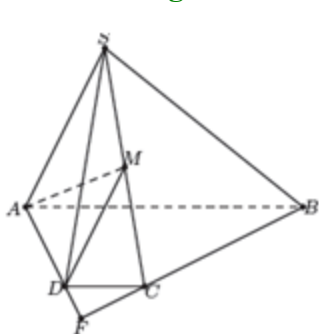
A. giao điểm của BC và AM .

B. giao điểm của BC và SD .

C. giao điểm của BC và AD .

D. giao điểm của BC và DM .

Lời giải



Dễ thấy các cặp đường thẳng BC và AM , BC và SD , BC và DM là các cặp đường thẳng chéo nhau nên chúng không cắt nhau. Theo giả thiết, BC và AD cắt nhau. Ta gọi F là giao điểm của BC và AD .

Do $F \in AD$ nên $F \in (ADM)$, từ đó suy ra F là giao điểm của đường thẳng BC và mặt phẳng (ADM) .

Câu 15: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J theo thứ tự là trung điểm của AD và AC , G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng:

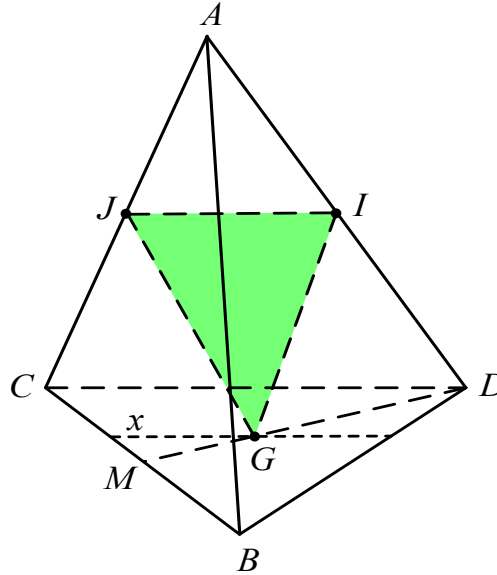
A. qua I và song song với AB .

B. qua J và song song với BD .

C. qua G và song song với CD .

D. qua G và song song với BC .

Lời giải



$$\text{Ta có } \begin{cases} (GIJ) \cap (BCD) = G \\ IJ \subset (GIJ), CD \subset (BCD) \\ IJ \parallel CD \end{cases} \longrightarrow (GIJ) \cap (BCD) = Gx \parallel IJ \parallel CD.$$

Câu 16: Cho hai mặt phẳng song song (α) và (β) , đường thẳng $a \parallel (\alpha)$. Có bao nhiêu vị trí tương đối của a và (β) ?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Vì $\begin{cases} (\alpha) \parallel (\beta) \\ a \parallel (\alpha) \end{cases}$ nên a và (β) chỉ có thể có 2 vị trí tương đối: $(\alpha) \parallel (\beta)$ hoặc a nằm trên (β) .

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi A', B' lần lượt là trung điểm của SA, SB . Đường thẳng $A'B'$ song song với mặt phẳng nào dưới đây?

A. (SAB) .

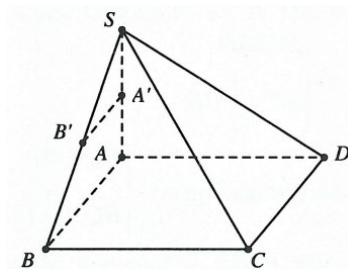
B. $(ABCD)$.

C. (SAD) .

D. (SBC) .

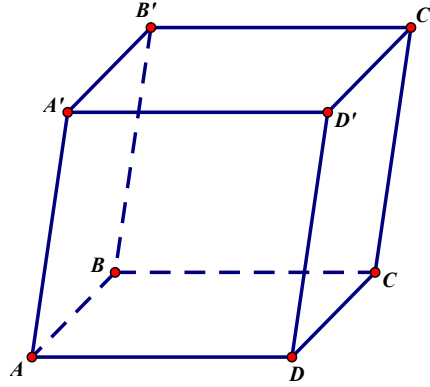
Lời giải

Ta có



$$\left. \begin{array}{l} A'B' \parallel AB \\ AB \subset (ABCD) \\ A'B' \not\subset (ABCD) \end{array} \right\} \Rightarrow A'B' \parallel (ABCD).$$

Câu 18: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng (ABA') song song với



- A.** $(AA'C')$. **B.** $(CC'D')$. **C.** (ADD') . **D.** $(BB'A')$.

Lời giải

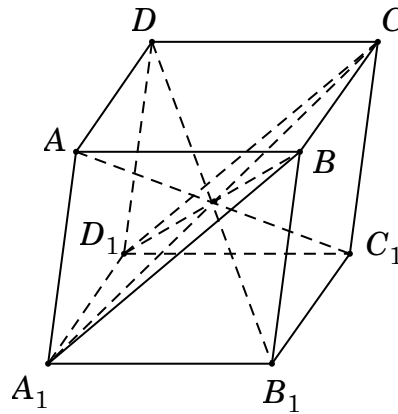
Ta có: $CC' \parallel AA' \Rightarrow CC' \parallel (ABA')$, $C'D' \parallel AB \Rightarrow C'D' \parallel (ABA')$

$$\text{Mặt khác: } \begin{cases} CC', C'D' \subset (CC'D') \\ CC' \cap C'D' = \{C'\} \\ CC' \parallel (ABA'), C'D' \parallel (ABA') \end{cases} \Rightarrow (CC'D') \parallel (ABA').$$

Câu 19: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A.** $ABCD$ là hình bình hành.
B. Các đường thẳng A_1C , AC_1 , DB_1 , D_1B đồng quy.
C. $(ADD_1A_1) \parallel (BCC_1B_1)$.
D. AD_1CB là hình chữ nhật.

Lời giải



Dựa vào hình vẽ và tính chất của hình hộp chữ nhật, ta thấy rằng:

- Hình hộp có đáy $ABCD$ là hình bình hành.
- Các đường thẳng A_1C , AC_1 , DB_1 , D_1B cắt nhau tại tâm của AA_1C_1C , BDD_1B_1 .
- Hai mặt bên (ADD_1A_1) , (BCC_1B_1) đối diện và song song với nhau.
- AD_1 và CB là hai đường thẳng chéo nhau suy ra AD_1CB không phải là hình chữ nhật.

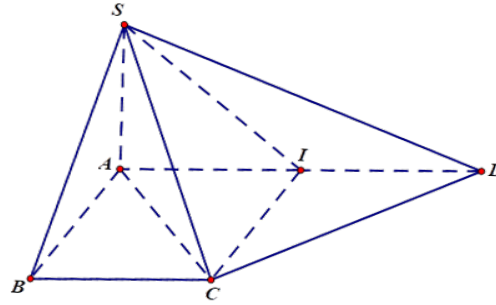
Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $SA \perp (ABCD)$, $AD = 2a$, $AB = BC = a$. Hình chiếu song song của điểm C theo phương AB lên mặt phẳng (SAD) là điểm nào sau đây?

- A.** S . **B.** Trung điểm của AD .

C. A.

D. D.

Lời giải



Gọi I là trung điểm của AD . Ta có $AI \parallel BC$; $AI = \frac{1}{2}AD = BC$.

Do đó $ABCI$ là hình bình hành. Suy ra $CI \parallel AB$; $I \in (SAD)$.

Vậy hình chiếu song song của điểm C theo phương AB lên mặt phẳng (SAD) là điểm I .

Câu 21: Với mọi α thì $\cos\left(\frac{5\pi}{2} + \alpha\right)$ bằng

A. $-\sin \alpha$.

B. $-\cos \alpha$.

C. $\cos \alpha$.

D. $\sin \alpha$.

Lời giải

Với mọi α thì

$$\cos\left(\frac{5\pi}{2} + \alpha\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha + 2\pi\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - (-\alpha)\right) = \sin(-\alpha) = -\sin \alpha.$$

Câu 22: Cho a, b thỏa mãn $\sin a = \frac{\sqrt{7}}{4}$ và $\sin b = \frac{\sqrt{3}}{4}$. Giá trị của $\sin(a+b)\sin(a-b)$ là

A. $\frac{1}{2}$.

B. $-\frac{1}{2}$.

C. $-\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sin(a-b) = \sin a \cdot \cos b - \sin b \cdot \cos a$$

$$\sin(a+b) = \sin a \cdot \cos b + \sin b \cdot \cos a$$

Nhân vế với vế ta có:

$$\sin(a+b) \cdot \sin(a-b) = \sin^2 a \cdot \cos^2 b - \sin^2 b \cdot \cos^2 a$$

$$\Rightarrow \sin(a+b) \cdot \sin(a-b) = \sin^2 a \cdot (1 - \sin^2 b) - \sin^2 b \cdot (1 - \sin^2 a) = \frac{1}{4}$$

Câu 23: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{2023}{1 - \cos x}}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{2023 + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

Lời giải

Hàm số xác định khi và chỉ khi $1 - \cos x > 0 \Leftrightarrow \cos x < 1$ mà $-1 \leq \cos x \leq 1$
nên $\cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

- Câu 24:** Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 2au_n + 3 \forall n \geq 1 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của a để (u_n) tăng?
- A.** $a > 0$. **B.** $a < 0$. **C.** $a \leq 0$. **D.** $a < 1$.

Lời giải

Ta có: $u_{n+1} - u_n = (2au_n + 3) - (2au_{n-1} + 3) = 2a(u_n - u_{n-1}) \forall n \geq 2$.

$$\Rightarrow u_3 - u_2 = 2a(u_2 - u_1) = 2a(6a + 3 - 2) = 2a.6a = 3.(2a)^2$$

$$\Rightarrow u_4 - u_3 = 2a(u_3 - u_2) = 2a.3.(2a)^2 = 3.(2a)^3$$

...

$$\Rightarrow u_{n+1} - u_n = 3.(2a)^n$$

Để dãy số (u_n) tăng thì $u_{n+1} - u_n = 3.(2a)^n > 0 \forall n \geq 1$.

Suy ra $a > 0$.

- Câu 25:** Cho cấp số cộng có $u_2 + u_{22} = 60$. Số hạng thứ 12 là

- A.** 22. **B.** 20. **C.** 60. **D.** 30.

Lời giải

Ta có

$$u_2 + u_{22} = 60 \Rightarrow u_1 + d + u_1 + 21d = 60 \Rightarrow 2u_1 + 22d = 60$$

$$\Rightarrow u_1 + 11d = 30 \Rightarrow u_{12} = 30$$

- Câu 26:** Diện tích rừng tự nhiên của nước ta năm 2021 là xấp xỉ 10171757ha. Giả sử tỉ lệ tăng diện tích rừng tự nhiên hàng năm kể từ năm 2021 là 0,7%/năm. Diện tích rừng tự nhiên của nước ta vào năm 2025 xấp xỉ bằng

- A.** 10386863ha. **B.** 10532788ha. **C.** 10468251ha. **D.** 10459571ha.

Lời giải

Diện tích rừng tự nhiên hàng năm kể từ năm 2021 lập thành một cấp số nhân có công bội $q = 1,007$ và số hạng đầu là diện tích rừng tự nhiên năm 2021: $u_1 = 10171757$ ha.

Do đó diện tích rừng tự nhiên của nước ta vào năm 2025 là

$$u_5 = u_1.q^4 = 10171757.(1,007)^4 \approx 10459571 \text{ha}.$$

- Câu 27:** Cho a, b là các số thực thỏa mãn $\lim(\sqrt{n^2 + an + 2} - \sqrt{n^2 + bn + 1}) = 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $a + b = 2$. **B.** $a - b = 2$. **C.** $a + b = 1$. **D.** $a - b = 1$.

Lời giải

$$\text{Do } \lim(\sqrt{n^2 + an + 2} - \sqrt{n^2 + bn + 1}) = 1 \Rightarrow \lim \frac{(n^2 + an + 2) - (n^2 + bn + 1)}{\sqrt{n^2 + an + 1} + \sqrt{n^2 + bn + 2}} = 1$$

$$\Leftrightarrow \lim \frac{(a-b)n+1}{\sqrt{n^2 + an + 2} + \sqrt{n^2 + bn + 1}} = 1 \Leftrightarrow \lim \frac{(a-b) + \frac{1}{n}}{\sqrt{1 + \frac{a}{n} + \frac{2}{n^2}} + \sqrt{1 + \frac{b}{n} + \frac{1}{n^2}}} = 1 \Leftrightarrow \frac{a-b}{2} = 1 \Leftrightarrow a-b = 2.$$

- Câu 28:** Tổng vô hạn sau đây $S = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$ có giá trị bằng:

- A.** 3. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Ta có $1; \frac{1}{3}; \frac{1}{3^2}; \dots; \frac{1}{3^n}; \dots$ là một cấp số nhân lùi vô hạn với công bội $q = \frac{1}{3} < 1$.

$$S = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots = \frac{1}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{3}{2}.$$

Câu 29: Biết giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt[3]{8x^3 - x^2} + \sqrt{4x^2 + 3x} \right) = -\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a^2 + b^2$.

A. 61.

B. 11.

C. 9.

D. 30.

Lời giải

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt[3]{8x^3 - x^2} + \sqrt{4x^2 + 3x} \right) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\left(\sqrt[3]{8x^3 - x^2} - 2x \right) + \left(2x + \sqrt{4x^2 + 3x} \right) \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{-x^2}{\left(\sqrt[3]{8x^3 - x^2} \right)^2 + \sqrt[3]{8x^3 - x^2} \cdot 2x + 4x^2} + \frac{3x}{\sqrt{4x^2 + 3x} - 2x} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{-1}{\left(\sqrt[3]{8 - \frac{1}{x}} \right)^2 + \sqrt[3]{8 - \frac{1}{x}} \cdot 2 + 4} + \frac{3}{-\sqrt{4 + \frac{3}{x}} - 2} \right] = -\frac{1}{12} - \frac{3}{4} = -\frac{5}{6} \end{aligned}$$

Vậy $a = 5, b = 6 \Rightarrow a^2 + b^2 = 61$.

Câu 30: Tìm $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{4x + 1} - 3}$ là

A. $\frac{3}{2}$.

B. $-\frac{2}{3}$.

C. $-\frac{3}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{4x + 1} - 3} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x - 3)(\sqrt{4x + 1} + 3)}{4(x - 2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 3)(\sqrt{4x + 1} + 3)}{4} = -\frac{3}{2}$$

Câu 31: Cho bốn điểm A, B, C, D không cùng nằm trong một mặt phẳng. Trên AB, AD lần lượt lấy các điểm M và N sao cho MN cắt BD tại E . Điểm E không thuộc mặt phẳng nào sau đây?

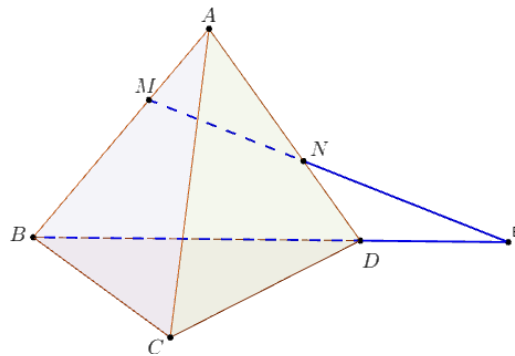
A. (ACD) .

B. (BCD) .

C. (ABD) .

D. (CMN) .

Lời giải

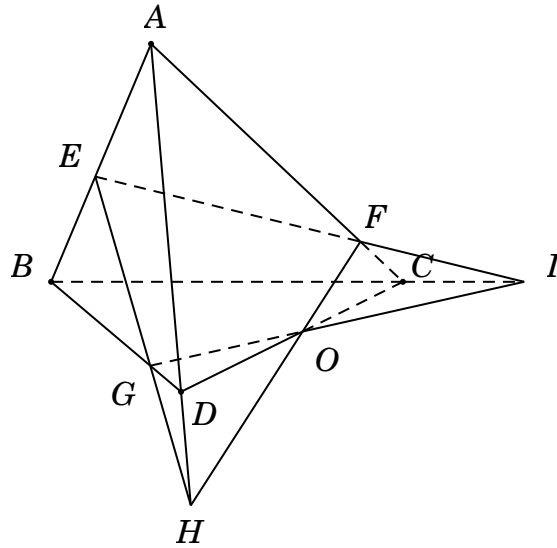


$E \in BD \Rightarrow E \in (BCD)$ và (ABD) .

$E \in MN \Rightarrow E \in (CMN)$.

- Câu 32:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F, G là các điểm lần lượt thuộc các cạnh AB, AC, BD sao cho EF cắt BC tại I , EG cắt AD tại H . Ba đường thẳng nào sau đây đồng quy?
- A.** CD, EF, EG . **B.** CD, IG, HF . **C.** AB, IG, HF . **D.** AC, IG, BD .

Lời giải.



Phương pháp: Để chứng minh ba đường thẳng d_1, d_2, d_3 đồng quy ta chứng minh giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 là điểm chung của hai mặt phẳng (α) và (β) ; đồng thời d_3 là giao tuyến (α) và (β) .

Gọi $O = HF \cap IG$. Ta có

- $O \in HF$ mà $HF \subset (ACD)$ suy ra $O \in (ACD)$.
- $O \in IG$ mà $IG \subset (BCD)$ suy ra $O \in (BCD)$.

Do đó $O \in (ACD) \cap (BCD)$. (1)

Mà $(ACD) \cap (BCD) = CD$. (2)

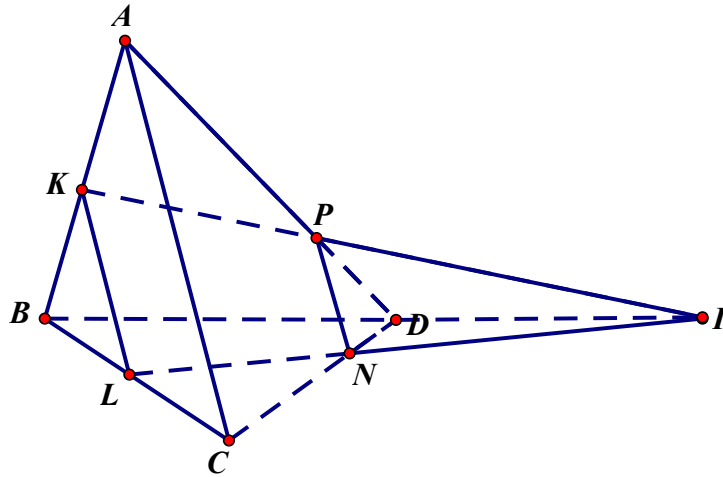
Từ (1) và (2), suy ra $O \in CD$.

Vậy ba đường thẳng CD, IG, HF đồng quy.

- Câu 33:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi K, L lần lượt là trung điểm của AB và BC . N là điểm thuộc đoạn CD sao cho $CN = 2ND$. Gọi P là giao điểm của AD với mặt phẳng (KLN) . Tính tỉ số $\frac{PA}{PD}$

- A.** $\frac{PA}{PD} = \frac{1}{2}$. **B.** $\frac{PA}{PD} = \frac{2}{3}$. **C.** $\frac{PA}{PD} = \frac{3}{2}$. **D.** $\frac{PA}{PD} = 2$.

Lời giải



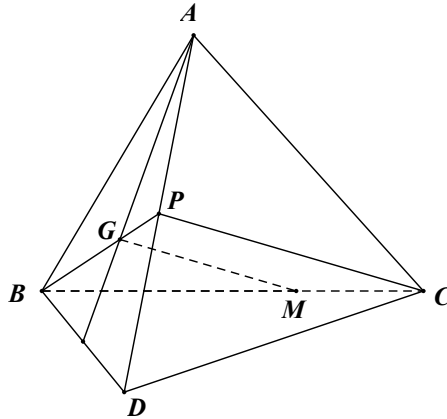
Giả sử $LN \cap BD = I$. Nối K với I cắt AD tại P Suy ra $(KLN) \cap AD = P$

Ta có: $KL \parallel AC \Rightarrow PN \parallel AC$ Suy ra: $\frac{PA}{PD} = \frac{NC}{ND} = 2$

Câu 34: Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm $\triangle ABD$ và M là điểm trên cạnh BC sao cho $BM = 2MC$. Đường thẳng MG song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (ACD) . B. (ABC) . C. (ABD) . D. (BCD) .

Lời giải

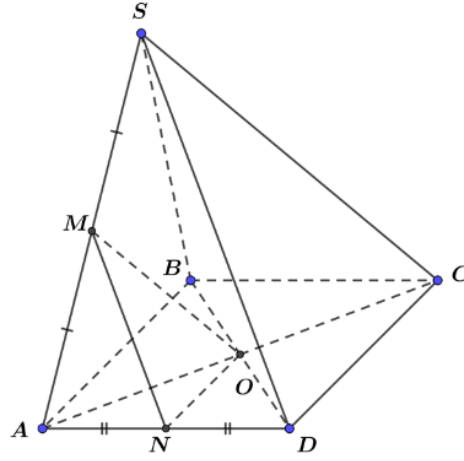


Gọi P là trung điểm của AD .

Ta có: $\frac{BM}{BC} = \frac{BG}{BP} = \frac{2}{3} \Rightarrow MG \parallel CP$. Mà $\begin{cases} CP \subset (ACD) \\ MG \not\subset (ACD) \end{cases}$ nên $MG \parallel (ACD)$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , gọi M , N lần lượt là trung điểm SA , AD . Mặt phẳng (MNO) song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (SBC) . B. (SAB) . C. (SAD) . D. (SCD) .



Lời giải

Vì MN là đường trung bình của tam giác $SAD \Rightarrow MN \parallel SD$.

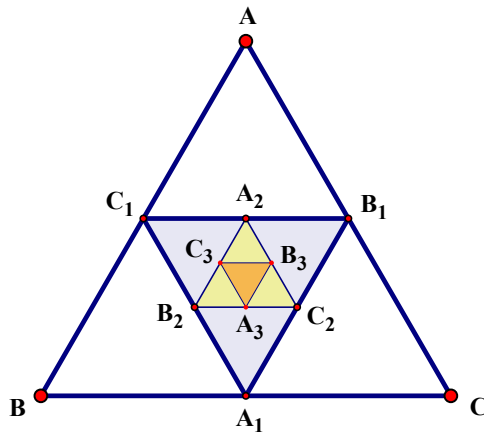
$$\text{Ta có } \begin{cases} MN \parallel SD \\ MN \not\subset (SCD) \Rightarrow MN \parallel (SCD) \\ SD \subset (SCD) \end{cases}$$

Tương tự $ON \parallel (SCD)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} MN \parallel (SCD), ON \parallel (SCD) \\ MN \subset (MNO), ON \subset (MNO) \Rightarrow (MNO) \parallel (SCD) \\ MN \cap ON = \{N\} \end{cases}$$

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 36: Cho tam giác đều ABC có độ dài cạnh bằng 1. Nối các trung điểm A_1, B_1, C_1 của các cạnh BC, CA, AB ta được tam giác đều $A_1B_1C_1$. Tiếp tục nối các trung điểm A_2, B_2, C_2 của các cạnh B_1C_1, C_1A_1, A_1B_1 ta được tam giác đều $A_2B_2C_2$, thực hiện quá trình này đến vô hạn. Gọi S_n là diện tích của tam giác đều $A_nB_nC_n$.



- Tính S_8
- Tính tổng diện tích các tam giác đều $A_nB_nC_n$ thu được
- Tính tổng các độ dài $l = AA_1 + A_1A_2 + A_2A_3 + \dots + A_{n-1}A_n + \dots$

Lời giải

a) Diện tích tam giác ABC là: $S_0 = \frac{\sqrt{3}}{4}$

Ta có: $S_1 = \frac{1}{4}S_0, S_2 = \frac{1}{4}S_1, S_3 = \frac{1}{4}S_2, \dots$. Do đó $\{S_n\}$ là một cấp số nhân với công bội $q = \frac{1}{4}$

$$\Rightarrow S_8 = S_1 \cdot q^7 = S_0 \cdot q^8 = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^8 = \frac{\sqrt{3}}{4^9}$$

b) Tổng diện tích các tam giác đều $A_n B_n C_n$ là tổng của một CSN lùi vô hạn với công bội $q = \frac{1}{4}$.

Do đó tổng diện tích là

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n + \dots = \frac{S_1}{1-q} = \frac{\sqrt{3}}{12}$$

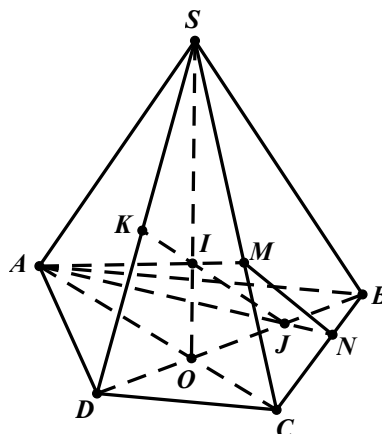
c) Đặt $u_1 = AA_1, u_2 = A_1A_2, u_3 = A_2A_3, \dots, u_n = A_{n-1}A_n$, ta có:

$$u_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}, u_2 = \frac{1}{2}u_1, u_3 = \frac{1}{2}u_2, \dots, u_n = \frac{1}{2}u_{n-1}, \dots \Rightarrow \{u_n\} \text{ là một CSN lùi vô hạn với công bội } q = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow l = \frac{u_1}{1-q} = \sqrt{3}.$$

Câu 37: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, M là một điểm trên cạnh SC , N là trên cạnh BC . Tìm giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMN) .

Lời giải.



Trong mặt phẳng $(ABCD)$ gọi $O = AC \cap BD, J = AN \cap BD$.

Trong (SAC) gọi $I = SO \cap AM$ và $K = IJ \cap SD$.

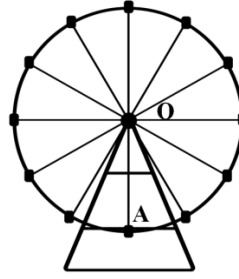
Ta có $I \in AM \subset (AMN), J \in AN \subset (AMN)$

$\Rightarrow IJ \subset (AMN)$.

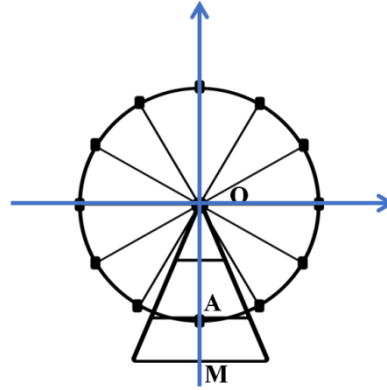
Do đó $K \in IJ \subset (AMN) \Rightarrow K \in (AMN)$.

Vậy $K = SD \cap (AMN)$

Câu 38: Một vòng quay quan sát quay ngược chiều kim đồng hồ quanh trục O của nó trên một mặt phẳng thẳng đứng vuông góc với mặt đất. Vòng quay có đường kính bánh xe là 20 m và có 12 khoang hành khách hình trụ được thiết kế ở những vị trí trên đường tròn bánh xe sao cho khoảng cách giữa hai khoang gần nhất luôn bằng nhau. Vị trí hành khách bước lên khoang hành khách cách mặt đất 5 m. Bạn A bước lên vòng quay và đi được $3\frac{7}{10}$ vòng. Hỏi vị trí khoang hành khách của bạn A cách mặt đất bao nhiêu mét? Kết quả làm tròn đến hàng phần mười (hình vẽ minh họa bên dưới).



Lời giải



Ta có: $3\frac{7}{10}$ vòng tương ứng với góc quay $\alpha = 3.2\pi + \frac{7}{10}.2\pi = 6\pi + \frac{7\pi}{5}$.

Chọn đường tròn lượng giác như hình vẽ trên.

Khi đó vị trí khoang hành khách của bạn A cách mặt đất là

$$\begin{aligned} d &= 15 + 10 \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = 15 + 10 \sin\left(6\pi + \frac{7\pi}{5} - \frac{\pi}{2}\right) \\ &= 15 + 10 \sin\left(6\pi + \frac{9\pi}{10}\right) = 15 + 10 \sin \frac{9\pi}{10} \approx 18,09016994 \end{aligned}$$

Kết quả làm tròn đến hàng phần mười là 18,1 m.

Câu 39: Một đội thợ công nhân dùng gạch cỡ $30 \times 30 \text{ cm}$ để lát nền cho một toà tháp gồm 7 tầng theo cấu trúc diện tích mặt sàn của tầng trên bằng một nửa diện tích mặt sàn của tầng dưới. Biết diện tích mặt đáy của tháp là 16 m^2 , hỏi đội công nhân dự định dùng tối thiểu khoảng bao nhiêu viên gạch?

Lời giải

Giả sử diện tích mặt sàn tầng 1 là $S_1 \text{ (m}^2\text{)}$.

Suy ra, diện tích mặt sàn tầng 2 là $S_2 = \frac{1}{2} S_1 \text{ (m}^2\text{)}$;

Diện tích mặt sàn tầng 3 là $S_3 = \frac{1}{2} S_2 = \frac{1}{2^2} S_1 \text{ (m}^2\text{)}$;

.....

Diện tích mặt sàn tầng 7 là $S_7 = \frac{1}{2^6} S_1 \text{ (m}^2\text{)}$.

Tổng diện tích mặt sàn của toà tháp là $S = S_1 + S_2 + \dots + S_7 = S_1 \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^6}\right)$

$$= S_1 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^7}{1 - \frac{1}{2}} = 16 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^7}{1 - \frac{1}{2}} = 31,75 \text{ m}^2.$$

Số viên gạch cần dùng là $31,75 : (0,3.0,3) \approx 353$ viên.

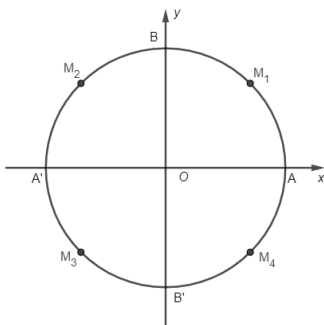
Vậy phải dùng tối thiểu 353 viên gạch.

----- **HẾT** -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HKI
MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 07

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Góc lượng giác có số đo $-\frac{7\pi}{4}$ được biểu diễn bởi điểm nào trên đường tròn lượng giác?



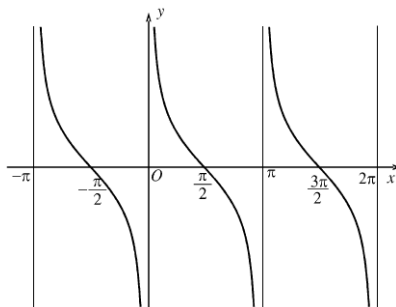
A. M_1 .

B. M_2 .

C. M_3 .

D. M_4 .

Câu 2: Hàm số nào dưới đây có đồ thị là đường cong như hình bên.



A. $y = \sin x$.

B. $y = \tan x$.

C. $y = \cot x$.

D. $y = \cos x$.

Câu 3: Phương trình $\cot(x + 45^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ có nghiệm là

A. $15^\circ + k180^\circ$

B. $30^\circ + k180^\circ$

C. $45^\circ + k180^\circ$

D. $60^\circ + k180^\circ$

Câu 4: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số tăng?

A. $u_n = \frac{1}{2^n}$.

B. $u_n = \frac{1}{n}$.

C. $u_n = \frac{n+5}{3n+1}$.

D. $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$.

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) biết ba số hạng đầu lần lượt là 9, x , 17. Số hạng tổng quát u_n là:

A. $u_n = 4n + 5$

B. $u_n = 9n - 5$

C. $u_n = 4n + 1$

D. $u_n = 4n + 9$

Câu 6: Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-n^2}{2n^2+1}$ bằng

A. 0.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 7: Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

A. $u_n = \left(-\frac{2}{3}\right)^n$.

B. $u_n = \left(\frac{6}{5}\right)^n$.

C. $u_n = \frac{n^3-3n}{n+1}$.

D. $u_n = n^2 - 4n$.

Câu 8: Tìm $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^{2023}$ ta được kết quả là

A. 2023.

B. 0.

C. $+\infty$.

D. $-\infty$.

Câu 9: Kết quả của $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-15}{x-2}$ là:

- A. $-\infty$. B. $+\infty$. C. $-\frac{15}{2}$. D. 1.

Câu 10: Xác định giá trị $f(0)$ để hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{2x+1}-1}{x(x+1)}$ liên tục tại điểm $x=0$.

- A. $f(0)=1$. B. $f(0)=2$. C. $f(0)=3$. D. $f(0)=4$.

Câu 11: Tìm a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x+1}-2}{x^2-1} & \text{khi } x > 1 \\ \frac{a(x^2-2)}{x-3} & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$ liên tục tại $x=1$.

- A. $a = \frac{1}{2}$. B. $a = \frac{1}{4}$. C. $a = \frac{3}{4}$. D. $a = 1$.

Câu 12: Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^3 + 2x + 2023$. B. $y = \frac{2}{\sin 2x}$. C. $y = \frac{x-1}{x^2-1}$. D. $y = \sqrt{x^2-1}$.

Câu 13: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và CD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (MBD) và (ABN) là:

- A. Đường thẳng MN .
B. Đường thẳng AM .
C. Đường thẳng BG (G là trọng tâm $\triangle ACD$).
D. Đường thẳng AH (H là trực tâm $\triangle ACD$).

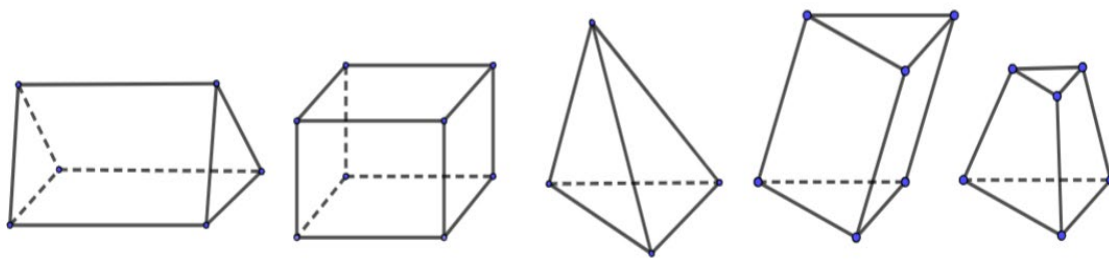
Câu 14: Hình chóp có 16 cạnh thì có bao nhiêu mặt?

- A. 10. B. 8. C. 7. D. 9.

Câu 15: Có bao nhiêu mặt phẳng song song với cả hai đường thẳng chéo nhau?

- A. 3. B. Vô số. C. 2. D. 1.

Câu 16: Cho các hình dưới đây. Có bao nhiêu hình là hình lăng trụ?



- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) song song với đường thẳng nào sau đây?

- A. AB . B. AD . C. BC . D. BD .

Câu 18: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $(AB'D') \parallel (A'BD)$. B. $(AB'D') \parallel (C'BD)$. C. $(DA'C') \parallel (ACB)$. D. $(AB'D') \parallel (BCD)$.

Câu 19: Trong không gian cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trong các mệnh đề dưới đây, có bao nhiêu mệnh đề đúng?

- (1) Các đường chéo của hình hộp đồng quy tại một điểm.
(2) Hai đáy là hai hình chữ nhật bằng nhau.
(3) Các mặt bên là các hình bình hành.

(4) Các cạnh bên song song với nhau.

(5) Hai mặt phẳng chứa hai mặt đối diện của hình hộp thì song song với nhau.

A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M là trung điểm của SC . Hình chiếu song song của điểm M theo phương AB lên mặt phẳng (SAD) là điểm nào sau đây?

A. S . B. D .
C. A . D. Trung điểm của SD .

Câu 21: Đơn giản biểu thức $D = \sin\left(\frac{5\pi}{2} - a\right) + \cos(13\pi + a) - 3\sin(a - 5\pi)$

A. $2\cos a + 3\sin a$. B. $3\sin a - 2\cos a$. C. $-3\sin a$. D. $4\cos a - \sin a$.

Câu 22: Rút gọn biểu thức $A = \frac{1 + \cos x + \cos 2x + \cos 3x}{2\cos^2 x + \cos x - 1}$.

A. $\cos x$. B. $2\cos x - 1$. C. $2\cos x$. D. $\cos x - 1$.

Câu 23: Trong các hàm số sau đây, hàm nào có đồ thị nhận trục tung làm trục đối xứng?

A. $y = \tan x$. B. $y = \sin^3 x$. C. $y = \sin x$. D. $y = \cos x$.

Câu 24: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{an+2}{3n+1}$. Tìm tất cả các giá trị của a để dãy số tăng.

A. $a = 6$ B. $a > 6$ C. $a < 6$ D. $a \geq 6$

Câu 25: Tìm công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) thỏa mãn: $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 7 \\ u_1 + u_6 = 12 \end{cases}$

A. $u_n = 2n + 3$. B. $u_n = 2n - 1$. C. $u_n = 2n + 1$. D. $u_n = 2n - 3$.

Câu 26: Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp. Biết diện tích của đế tháp là $12288m^2$. Diện tích mặt trên cùng của tháp là

A. $6m^2$. B. $8m^2$. C. $10m^2$. D. $12m^2$.

Câu 27: Tính giới hạn $L = \lim \left[\frac{1}{1.4} + \frac{1}{2.5} + \dots + \frac{1}{n(n+3)} \right]$.

A. 1. B. 2. C. $\frac{11}{18}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 28: Cho dãy số có giới hạn (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 1}{2}, (n \geq 1) \end{cases}$

Tìm $\lim u_n$.

A. $\lim u_n = 1$. B. $\lim u_n = 0$. C. $\lim u_n = +\infty$. D. $\lim u_n = 2$.

Câu 29: Với a, b là hai số thực dương, tính $A = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{ax^2 + 3x - 2021}}{bx + 5}$.

A. $A = \frac{\sqrt{a}}{b}$. B. $A = -\frac{\sqrt{a}}{b}$. C. $A = -\infty$. D. $A = -\frac{\sqrt{a}}{5}$.

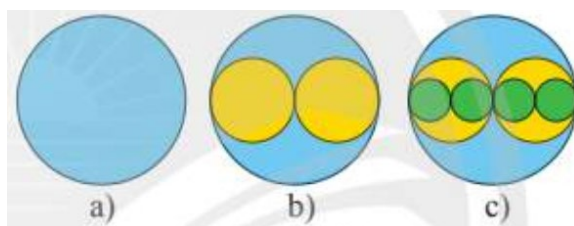
Câu 30: Tìm $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{2x - 1}}{x^2 + x - 2}$.

A. -5 . B. $-\infty$. C. 0. D. 1.

- Câu 31:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = M$ và $AB \cap CD = N$. Giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (SBD) là đường thẳng
- A. SN . B. SM . C. SB . D. SC .
- Câu 32:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm SA và SB . Khẳng định nào sau đây là sai?
- A. $IJCD$ là hình thang.
 B. $(SAB) \cap (IBC) = IB$.
 C. $(SBD) \cap (JCD) = JD$.
 D. $(IAC) \cap (JBD) = AO$, O là tâm hình bình hành $ABCD$.
- Câu 33:** Cho tứ diện $ABCD$, M là điểm thuộc BC sao cho $MC = 2MB$. Gọi N, P lần lượt là trung điểm của BD và AD . Điểm Q là giao điểm của AC với (MNP) . Tính $\frac{QC}{QA}$.
- A. $\frac{QC}{QA} = \frac{3}{2}$. B. $\frac{QC}{QA} = \frac{5}{2}$. C. $\frac{QC}{QA} = 2$. D. $\frac{QC}{QA} = \frac{1}{2}$.
- Câu 34:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABD , Q thuộc cạnh AB sao cho $AQ = 2QB$ và P là trung điểm của AB . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $GQ \parallel (ACD)$ B. $GQ \parallel (BCD)$
 C. GQ cắt (BCD) . D. Q thuộc mặt phẳng (CDP) .
- Câu 35:** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?
- A. $(BA'C')$. B. $(C'BD)$. C. (BDA') . D. (ACD') .

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

- Câu 36:** Từ tờ giấy, cắt một hình tròn bán kính R (cm) như hình a. Tiếp theo, cắt hai hình tròn bán kính $\frac{R}{2}$ chồng lên hình tròn đầu tiên như hình b.



Tiếp theo, cắt bốn hình tròn bán kính $\frac{R}{4}$ rồi chồng lên các hình trước như hình c. Cứ thế tiếp tục mãi. Tính tổng diện tích của các hình tròn.

- Câu 37:** Cho tứ diện $SABC$. Trên SA, SB và SC lấy các điểm D, E và F sao cho DE cắt AB tại I , EF cắt BC tại J , FD cắt CA tại K . Chứng minh ba điểm I, J, K thẳng hàng.
- Câu 38:** Hằng ngày, mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (m) của mực nước trong kênh tính theo thời gian t (h) được cho bởi công thức $h = 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) + 12$.

Tìm thời gian ngắn nhất để mực nước của kênh là cao nhất?

- Câu 39:** Một nhà thi đấu có 20 hàng ghế dành cho khán giả. Hàng thứ nhất có 20 ghế, hàng thứ hai có 21 ghế, hàng thứ ba có 22 ghế,. Cứ như thế, số ghế ở hàng sau nhiều hơn số ghế ở hàng trước là 1 ghế. Trong một giải thi đấu, ban tổ chức đã bán được hết số vé phát ra và số tiền thu được từ bán

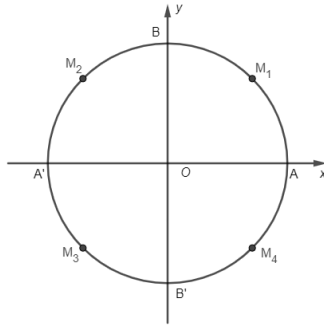
vé là 70800000 đồng. Tính giá tiền của mỗi vé (đơn vị: đồng), biết số vé bán ra bằng số ghế dành cho khán giả của nhà thi đấu và các vé là đồng giá.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Góc lượng giác có số đo $-\frac{7\pi}{4}$ được biểu diễn bởi điểm nào trên đường tròn lượng giác?



A. M_1 .

B. M_2 .

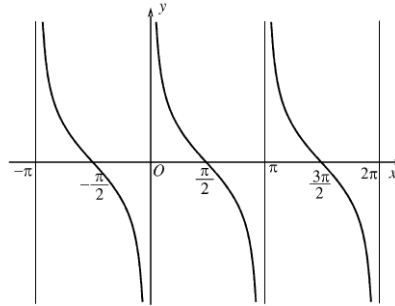
C. M_3 .

D. M_4 .

Lời giải

$-\frac{7\pi}{4} = \frac{\pi}{4} - 2\pi \Rightarrow$ góc lượng giác có số đo $-\frac{7\pi}{4}$ được biểu diễn bởi điểm M_1 .

Câu 2: Hàm số nào dưới đây có đồ thị là đường cong như hình bên.



A. $y = \sin x$.

B. $y = \tan x$.

C. $y = \cot x$.

D. $y = \cos x$.

Lời giải

Hàm số $y = \cot x$ có đồ thị như hình vẽ.

Câu 3: Phương trình $\cot(x + 45^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ có nghiệm là

A. $15^\circ + k180^\circ$

B. $30^\circ + k180^\circ$

C. $45^\circ + k180^\circ$

D. $60^\circ + k180^\circ$

Lời giải

Phương trình $\cot(x + 45^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow \cot(x + 45^\circ) = \cot 60^\circ \Leftrightarrow x + 45^\circ = 60^\circ + k180^\circ$

$\Leftrightarrow x = 15^\circ + k180^\circ$.

Câu 4: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số tăng?

A. $u_n = \frac{1}{2^n}$.

B. $u_n = \frac{1}{n}$.

C. $u_n = \frac{n+5}{3n+1}$.

D. $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$.

Lời giải

Vì $2^n; n$ là các dãy dương và tăng nên $\frac{1}{2^n}; \frac{1}{n}$ là các dãy giảm, do đó loại các đáp án A và

B.

Xét đáp án C: $u_n = \frac{n+5}{3n+1} \rightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{3}{2} \\ u_2 = \frac{7}{6} \end{cases} \rightarrow u_1 > u_2 \rightarrow \text{loại C.}$

Xét đáp án D: $u_n = \frac{2n-1}{n+1} = 2 - \frac{3}{n+1} \Rightarrow u_{n+1} - u_n = 3\left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}\right) > 0$

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) biết ba số hạng đầu lần lượt là 9, x, 17. Số hạng tổng quát u_n là:

A. $u_n = 4n + 5$

B. $u_n = 9n - 5$

C. $u_n = 4n + 1$

D. $u_n = 4n + 9$

Lời giải

Ta có: $u_1 = 9, u_3 = 17$. Công sai $d = \frac{u_3 - u_1}{2} = 4$

Số hạng tổng quát u_n là: $u_n = u_1 + (n-1)d = 9 + (n-1)4 = 4n + 5$

Câu 6: Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-n^2}{2n^2+1}$ bằng

A. 0.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-n^2}{2n^2+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2(\frac{1}{n^2}-1)}{n^2(2+\frac{1}{n^2})} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n^2}-1}{2+\frac{1}{n^2}} = \frac{-1}{2}.$$

Câu 7: Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

A. $u_n = \left(-\frac{2}{3}\right)^n$

B. $u_n = \left(\frac{6}{5}\right)^n$

C. $u_n = \frac{n^3-3n}{n+1}$

D. $u_n = n^2 - 4n$

Lời giải

Ta thấy $-\frac{2}{3} < 1 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \left(-\frac{2}{3}\right)^n = 0$.

Câu 8: Tìm $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^{2023}$ ta được kết quả là

A. 2023.

B. 0.

C. $+\infty$.

D. $-\infty$.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^{2023} = -\infty$$

Câu 9: Kết quả của $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-15}{x-2}$ là:

A. $-\infty$.

B. $+\infty$.

C. $-\frac{15}{2}$.

D. 1.

Lời giải

$$\forall \left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 2^+} (x-15) = -13 < 0 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) = 0 \text{ \& } x-2 > 0, \forall x > 2 \end{array} \right. \longrightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-15}{x-2} = -\infty.$$

Câu 10: Xác định giá trị $f(0)$ để hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{2x+1}-1}{x(x+1)}$ liên tục tại điểm $x=0$.

A. $f(0) = 1$.

B. $f(0) = 2$.

C. $f(0) = 3$.

D. $f(0) = 4$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+1}-1}{x(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{x(x+1)(\sqrt{2x+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{(x+1)(\sqrt{2x+1}+1)} = 1$$

Để hàm số liên tục tại điểm $x = 0$ thì $f(0) = 1$.

Câu 11: Tìm a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x+1}-2}{x^2-1} & \text{khi } x > 1 \\ \frac{a(x^2-2)}{x-3} & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$ liên tục tại $x = 1$.

A. $a = \frac{1}{2}$.

B. $a = \frac{1}{4}$.

C. $a = \frac{3}{4}$.

D. $a = 1$.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{3x+1}-2}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3(x-1)}{(x-1)(x+1)(\sqrt{3x+1}+2)}$

$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3}{(x+1)(\sqrt{3x+1}+2)} = \frac{3}{8}$.

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{a(x^2-2)}{x-3} = \frac{a}{2}$.

Suy ra hàm số liên tục tại $x = 1 \Leftrightarrow \frac{3}{8} = \frac{a}{2} \Leftrightarrow a = \frac{3}{4}$.

Câu 12: Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 + 2x + 2023$.

B. $y = \frac{2}{\sin 2x}$.

C. $y = \frac{x-1}{x^2-1}$.

D. $y = \sqrt{x^2-1}$.

Lời giải

Vì $y = x^3 + 2x + 2023$ là đa thức nên nó liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 13: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và CD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (MBD) và (ABN) là:

A. Đường thẳng MN .

B. Đường thẳng AM .

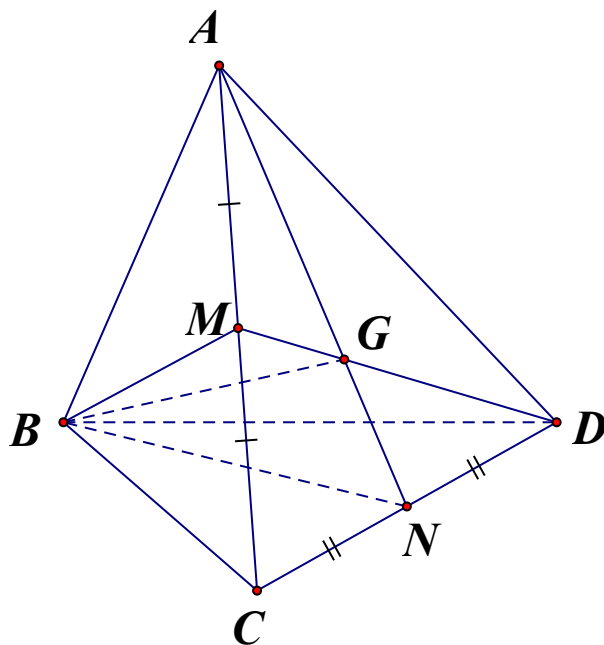
C. Đường thẳng BG (G là trọng tâm $\triangle ACD$).

D. Đường thẳng AH (H là trực tâm $\triangle ACD$).

Lời giải

Ta có $(MBD) \cap (ABN) = BG$.

Mà G là trọng tâm của $\triangle ACD$.



Câu 14: Hình chóp có 16 cạnh thì có bao nhiêu mặt?

A. 10.

B. 8.

C. 7.

D. 9.

Lời giải

Hình chóp $S.A_1A_2...A_n$, ($n \geq 3$) có n cạnh bên và n cạnh đáy nên có $2n$ cạnh.

Ta có: $2n = 16 \Leftrightarrow n = 8$.

Vậy khi đó hình chóp có 8 mặt bên và 1 mặt đáy nên nó có 9 mặt.

Câu 15: Có bao nhiêu mặt phẳng song song với cả hai đường thẳng chéo nhau?

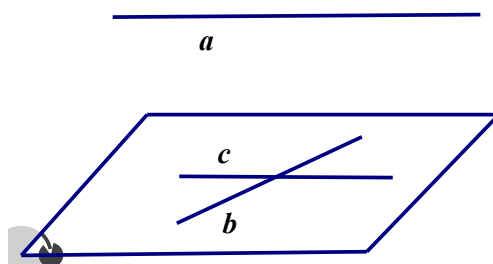
A. 3.

B. Vô số.

C. 2.

D. 1.

Lời giải



Gọi hai đường thẳng chéo nhau là a và b , c là đường thẳng song song với a và cắt b .

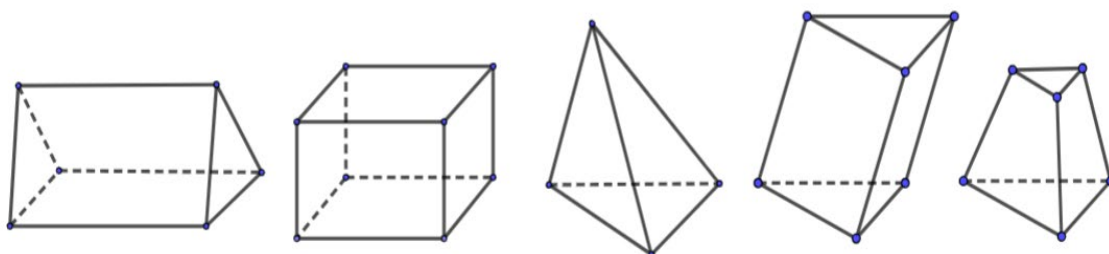
Gọi mặt phẳng $(\alpha) \equiv (b, c)$. Do $a \parallel c \Rightarrow a \parallel (\alpha)$

Giải sử mặt phẳng $(\beta) \parallel (\alpha)$ mà $b \subset (\alpha) \Rightarrow b \parallel (\beta)$

Mặt khác $a \parallel (\alpha) \Rightarrow a \parallel (\beta)$. Có vô số mặt phẳng $(\beta) \parallel (\alpha)$

nên có vô số mặt phẳng song song với cả hai đường thẳng chéo nhau.

Câu 16: Cho các hình dưới đây. Có bao nhiêu hình là hình lăng trụ?



A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Có ba hình lăng trụ lần lượt là các hình thứ 1, 2 và 4

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) song song với đường thẳng nào sau đây?

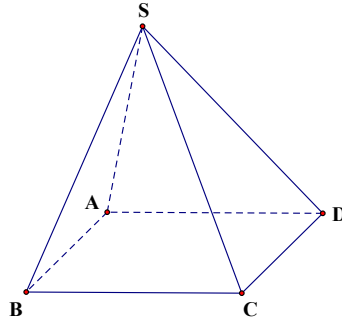
A. AB .

B. AD .

C. BC .

D. BD .

Lời giải



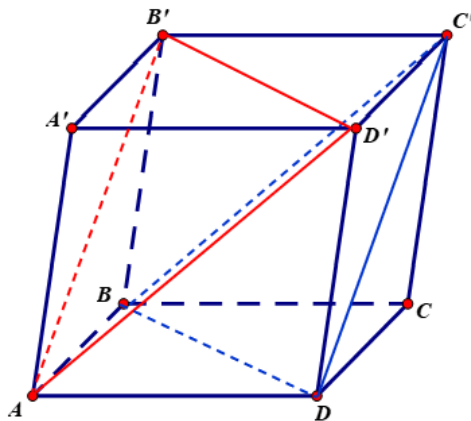
$$\left. \begin{array}{l} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ AB \parallel CD \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Giao tuyến của hai mặt phẳng } (SAB) \text{ và } (SCD) \text{ song song với}$$

đường thẳng AB và CD .

Câu 18: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $(AB'D') \parallel (A'BD)$. B. $(AB'D') \parallel (C'BD)$. C. $(DA'C') \parallel (ACB)$. D. $(AB'D') \parallel (BCD)$.

Lời giải



Ta có: $BD \parallel B'D' \Rightarrow BD \parallel (AB'D')$, $DC' \parallel AB' \Rightarrow DC' \parallel (AB'D')$

$$\text{Mặt khác: } \left\{ \begin{array}{l} BD, DC' \subset (C'BD) \\ BD \cap DC' = \{D\} \\ BD \parallel (AB'D'), DC' \parallel (AB'D') \end{array} \right. \Rightarrow (C'BD) \parallel (AB'D').$$

Câu 19: Trong không gian cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trong các mệnh đề dưới đây, có bao nhiêu mệnh đề đúng?

- (1) Các đường chéo của hình hộp đồng quy tại một điểm.
- (2) Hai đáy là hai hình chữ nhật bằng nhau.
- (3) Các mặt bên là các hình bình hành.
- (4) Các cạnh bên song song với nhau.

(5) Hai mặt phẳng chứa hai mặt đối diện của hình hộp thì song song với nhau.

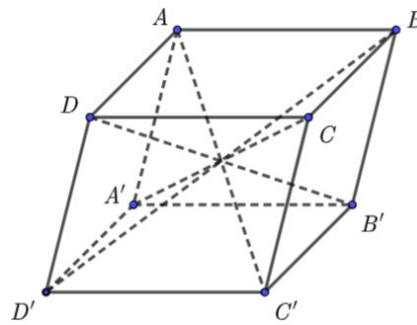
A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Lời giải



Từ tính chất của hình hộp ta thấy mệnh đề (2) sai, các mệnh đề còn lại đúng. **Chọn C**

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M là trung điểm của SC . Hình chiếu song song của điểm M theo phương AB lên mặt phẳng (SAD) là điểm nào sau đây?

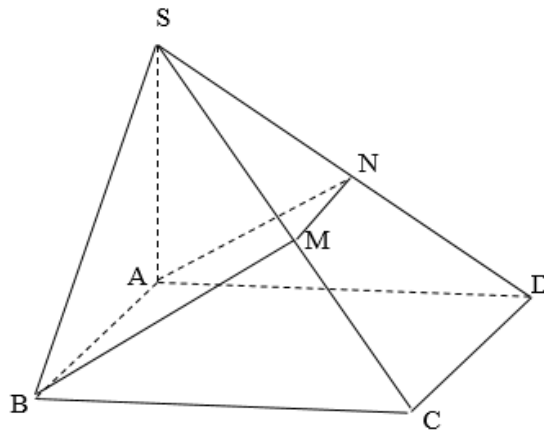
A. S .

B. D .

C. A .

D. Trung điểm của SD .

Lời giải



Ta có:

$$AB // CD$$

$$AB \subset (SAB)$$

$$CD \subset (SCD)$$

$$M \in (SAB) \cap (SCD)$$

$$\left. \begin{array}{l} AB // CD \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ M \in (SAB) \cap (SCD) \end{array} \right\} \Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = MN \text{ với } MN // AB // CD; N \in SD.$$

Khi đó MN là đường trung bình của tam giác SCD nên hình chiếu song song của điểm M theo phương AB lên mặt phẳng (SAD) là điểm N .

Câu 21: Đơn giản biểu thức $D = \sin\left(\frac{5\pi}{2} - a\right) + \cos(13\pi + a) - 3\sin(a - 5\pi)$

A. $2\cos a + 3\sin a$.

B. $3\sin a - 2\cos a$.

C. $-3\sin a$.

D. $4\cos a - \sin a$.

Lời giải

$$D = \sin\left(2\pi + \frac{\pi}{2} - a\right) + \cos(12\pi + \pi + a) - 3\sin(a + \pi - 6\pi)$$

$$D = \sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right) + \cos(\pi + a) - 3\sin(a + \pi)$$

$$D = \cos a - \sin a + 3\cos a$$

$$D = 4\cos a - \sin a$$

Câu 22: Rút gọn biểu thức $A = \frac{1 + \cos x + \cos 2x + \cos 3x}{2 \cos^2 x + \cos x - 1}$.

A. $\cos x$.

B. $2 \cos x - 1$.

C. $2 \cos x$.

D. $\cos x - 1$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } A &= \frac{(1 + \cos 2x) + (\cos x + \cos 3x)}{(2 \cos^2 x - 1) + \cos x} = \frac{2 \cos^2 x + 2 \cos 2x \cos x}{\cos x + \cos 2x} \\ &= \frac{2 \cos x (\cos x + \cos 2x)}{\cos x + \cos 2x} = 2 \cos x. \end{aligned}$$

Câu 23: Trong các hàm số sau đây, hàm nào có đồ thị nhận trục tung làm trục đối xứng?

A. $y = \tan x$.

B. $y = \sin^3 x$.

C. $y = \sin x$.

D. $y = \cos x$.

Lời giải

Ta có $\cos(-x) = \cos x, \forall x \in \mathbb{R}$.

$\Rightarrow y = \cos x$ là hàm số chẵn trên $\mathbb{R}$.

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số $y = \cos x$ nhận trục tung làm trục đối xứng

Câu 24: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{an+2}{3n+1}$. Tìm tất cả các giá trị của a để dãy số tăng.

A. $a = 6$

B. $a > 6$

C. $a < 6$

D. $a \geq 6$

Lời giải

$$\text{Ta có } u_{n+1} - u_n = \frac{an+a+2}{3n+4} - \frac{an+2}{3n+1} = \frac{a-6}{(3n+4)(3n+1)}, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

$$\text{Để dãy số tăng thì } u_{n+1} - u_n = \frac{a-6}{(3n+4)(3n+1)} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow a > 6$$

Câu 25: Tìm công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) thỏa mãn: $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 7 \\ u_1 + u_6 = 12 \end{cases}$

A. $u_n = 2n + 3$.

B. $u_n = 2n - 1$.

C. $u_n = 2n + 1$.

D. $u_n = 2n - 3$.

Lời giải

Giả sử dãy cấp số cộng (u_n) có công sai là d . Khi đó, $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 7 \\ u_1 + u_6 = 12 \end{cases}$ trở thành:

$$\begin{cases} (u_1 + d) - (u_1 + 2d) + (u_1 + 4d) = 7 \\ u_1 + (u_1 + 5d) = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 7 \\ 2u_1 + 5d = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 2 \end{cases}$$

Số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) : $u_n = u_1 + (n-1)d = 1 + (n-1).2 = 2n - 1$

Vậy $u_n = 2n - 1$.

Câu 26: Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp. Biết diện tích của đế tháp là $12288m^2$. Diện tích mặt trên cùng của tháp là

A. $6m^2$.

B. $8m^2$.

C. $10m^2$.

D. $12m^2$.

Lời giải

Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng lập thành một cấp số nhân có công bội $q = \frac{1}{2}$ và số hạng đầu

$$u_1 = \frac{12288}{2} = 6144.$$

Khi đó diện tích mặt trên cùng của tháp là $u_{11} = u_1 \cdot q^{10} = 6144 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{10} = 6 \text{ (m}^2\text{)}.$

Câu 27: Tính giới hạn $L = \lim \left[\frac{1}{1.4} + \frac{1}{2.5} + \dots + \frac{1}{n(n+3)} \right].$

A. 1.

B. 2.

C. $\frac{11}{18}.$

D. $\frac{3}{2}.$

Lời giải

$$\begin{aligned} L &= \lim \left[\frac{1}{1.4} + \frac{1}{2.5} + \dots + \frac{1}{n(n+3)} \right] = \lim \left[\frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+3} \right) \right] \\ &= \lim \left[\frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+3} \right) \right] = \lim \left[\frac{1}{3} \left(\frac{11}{6} - \frac{3n^2 + 12n + 11}{(n+1)(n+2)(n+3)} \right) \right] \\ &= \lim \left[\frac{1}{3} \left(\frac{11}{6} - \frac{\frac{3}{n} + \frac{12}{n^2} + \frac{11}{n^3}}{\left(1 + \frac{1}{n}\right)\left(1 + \frac{2}{n}\right)\left(1 + \frac{3}{n}\right)} \right) \right] = \lim \left[\frac{1}{3} \left(\frac{11}{6} - \frac{0}{1} \right) \right] = \frac{11}{18}. \end{aligned}$$

Câu 28: Cho dãy số có giới hạn (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 1}{2}, (n \geq 1) \end{cases}.$

Tìm $\lim u_n.$

A. $\lim u_n = 1.$

B. $\lim u_n = 0.$

C. $\lim u_n = +\infty.$

D. $\lim u_n = 2.$

Lời giải

Cách 1.

Từ giả thiết $u_{n+1} = \frac{u_n + 1}{2} \Leftrightarrow 2u_{n+1} = u_n + 1 \Leftrightarrow 2(u_{n+1} - 1) = u_n - 1.$

Đặt $v_n = u_n - 1 \Rightarrow 2v_{n+1} = v_n \Leftrightarrow \frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{1}{2}.$

Do đó (v_n) là một cấp số nhân có $\begin{cases} v_1 = 1 \\ q = \frac{1}{2} \end{cases}.$

Suy ra $v_n = v_1 \cdot q^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \Rightarrow u_n = v_n + 1 = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} + 1.$

Vậy $\lim u_n = \lim \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} + 1 \right] = 1.$

Cách 2.

Gọi $\lim u_n = a \Rightarrow \lim u_{n+1} = a.$

Do $u_{n+1} = \frac{u_n + 1}{2}$ nên $a = \frac{a + 1}{2} \Leftrightarrow a = 1.$

Câu 29: Với a, b là hai số thực dương, tính $A = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{ax^2 + 3x - 2021}}{bx + 5}$.

A. $A = \frac{\sqrt{a}}{b}$.

B. $A = -\frac{\sqrt{a}}{b}$.

C. $A = -\infty$.

D. $A = -\frac{\sqrt{a}}{5}$.

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} A &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{ax^2 + 3x - 2021}}{bx + 5} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| \sqrt{a + \frac{3}{x} - \frac{2021}{x^2}}}{x \left(b + \frac{5}{x} \right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x \sqrt{a + \frac{3}{x} - \frac{2021}{x^2}}}{x \left(b + \frac{5}{x} \right)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{a + \frac{3}{x} - \frac{2021}{x^2}}}{b + \frac{5}{x}} = -\frac{\sqrt{a}}{b}. \end{aligned}$$

Câu 30: Tìm $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{2x - 1}}{x^2 + x - 2}$.

A. -5 .

B. $-\infty$.

C. 0 .

D. 1 .

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{2x - 1}}{x^2 + x - 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{(x - 1)(x + 2)(x + \sqrt{2x - 1})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{(x + 2)(x + \sqrt{2x - 1})} = 0$$

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = M$ và $AB \cap CD = N$. Giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (SBD) là đường thẳng

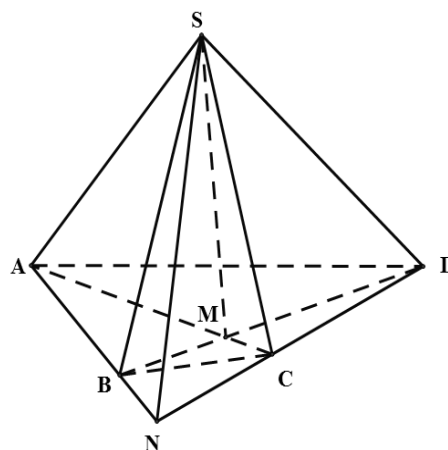
A. SN .

B. SM .

C. SB .

D. SC .

Lời giải



Giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (SBD) là đường thẳng SM .

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm SA và SB . Khẳng định nào sau đây là sai?

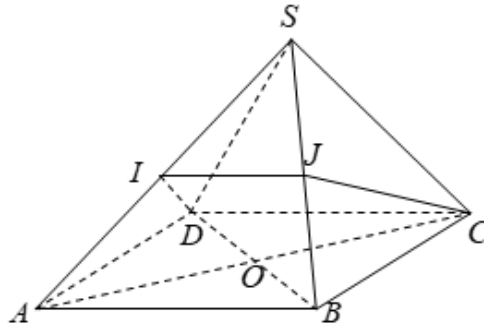
A. $IJCD$ là hình thang.

B. $(SAB) \cap (IBC) = IB$.

C. $(SBD) \cap (JCD) = JD$.

D. $(IAC) \cap (JBD) = AO$, O là tâm hình bình hành $ABCD$.

Lời giải.



Ta có $(IAC) \equiv (SAC)$ và $(JBD) \equiv (SBD)$. Mà $(SAC) \cap (SBD) = SO$ trong đó O là tâm hình bình hành $ABCD$.

Câu 33: Cho tứ diện $ABCD$, M là điểm thuộc BC sao cho $MC = 2MB$. Gọi N, P lần lượt là trung điểm của BD và AD . Điểm Q là giao điểm của AC với (MNP) . Tính $\frac{QC}{QA}$.

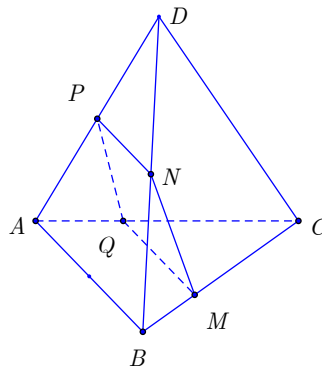
A. $\frac{QC}{QA} = \frac{3}{2}$.

B. $\frac{QC}{QA} = \frac{5}{2}$.

C. $\frac{QC}{QA} = 2$.

D. $\frac{QC}{QA} = \frac{1}{2}$.

Lời giải



Ta có $NP \parallel AB \Rightarrow AB \parallel (MNP)$.

Mặt khác $AB \subset (ABC)$, (ABC) và (MNP) có điểm M chung nên giao tuyến của (ABC) và (MNP) là đường thẳng $MQ \parallel AB$ ($Q \in AC$).

Ta có: $\frac{QC}{QA} = \frac{MC}{MB} = 2$. Vậy

Câu 34: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABD , Q thuộc cạnh AB sao cho $AQ = 2QB$ và P là trung điểm của AB . Khẳng định nào sau đây đúng?

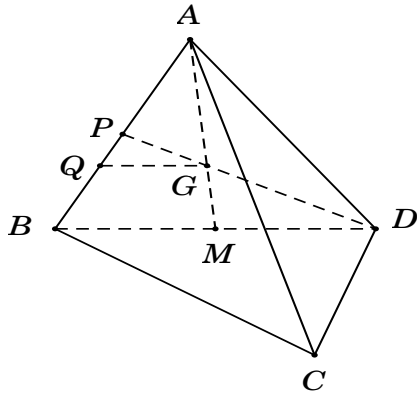
A. $GQ \parallel (ACD)$

B. $GQ \parallel (BCD)$

C. GQ cắt (BCD) .

D. Q thuộc mặt phẳng (CDP) .

Lời giải



Gọi M là trung điểm của BD .

Vì G là trọng tâm tam giác $ABD \Rightarrow \frac{AG}{AM} = \frac{2}{3}$.

Điểm $Q \in AB$ sao cho $AQ = 2QB \Leftrightarrow \frac{AQ}{AB} = \frac{2}{3}$. Suy ra $\frac{AG}{AM} = \frac{AQ}{AB} \Rightarrow GQ \parallel BD$.

Mặt khác BD nằm trong mặt phẳng (BCD) suy ra $GQ \parallel (BCD)$.

Câu 35: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

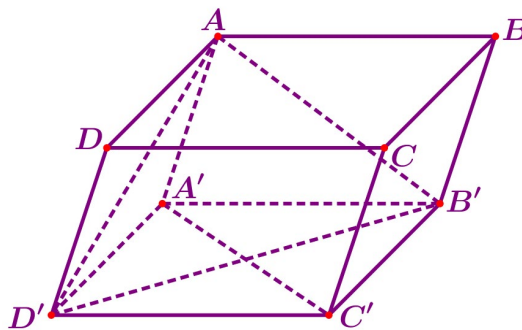
A. $(BA'C')$.

B. $(C'BD)$.

C. (BDA') .

D. (ACD') .

Lời giải

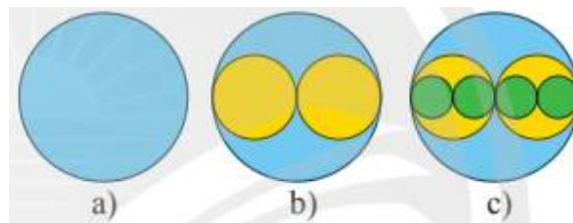


Ta có $B'D' \parallel BD$; $AD' \parallel C'B \Rightarrow (AB'D') \parallel (C'BD)$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 36: Từ tờ giấy, cắt một hình tròn bán kính R (cm) như hình a. Tiếp theo, cắt hai hình tròn bán kính

$\frac{R}{2}$ chồng lên hình tròn đầu tiên như hình b.



Tiếp theo, cắt bốn hình tròn bán kính $\frac{R}{4}$ rồi chồng lên các hình trước như hình c. Cứ thế tiếp tục mãi. Tính tổng diện tích của các hình tròn.

Lời giải

Gọi u_1 là diện tích của hình tròn thứ nhất, ta có $u_1 = \pi R^2$.

Gọi u_2 là tổng diện tích của 2^1 hình tròn cắt lần thứ hai, ta có $u_2 = 2\pi \cdot \left(\frac{R}{2}\right)^2 = \pi R^2 \cdot \frac{1}{2}$.

Gọi u_3 là tổng diện tích của 2^2 hình tròn cắt lần thứ ba, ta có $u_3 = 4\pi \cdot \left(\frac{R}{4}\right)^2 = \pi R^2 \cdot \frac{1}{2^2}$.

...

Gọi u_n là diện tích của 2^{n-1} hình tròn cắt lần thứ n , ta có $u_n = 2^{n-1}\pi \cdot \left(\frac{R}{2^{n-1}}\right)^2 = \pi R^2 \cdot \frac{1}{2^{n-1}}$.

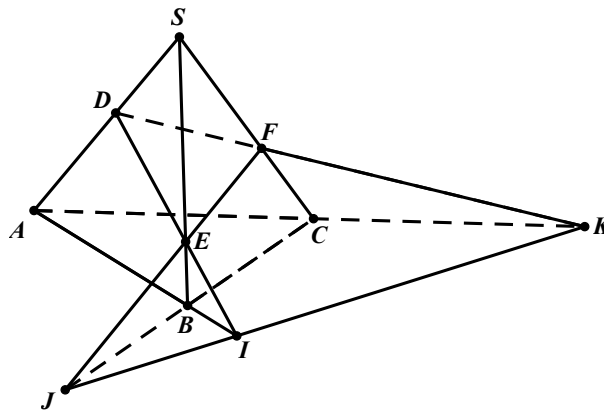
Dãy $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n, \dots$ là cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu $u_1 = \pi R^2$ và công bội $q = \frac{1}{2}$.

Vậy tổng diện tích của các hình tròn là:

$$S = \pi R^2 + \pi R^2 \cdot \frac{1}{2} + \pi R^2 \cdot \frac{1}{2^2} + \dots = \frac{\pi R^2}{1 - \frac{1}{2}} = 2\pi R^2.$$

Câu 37: Cho tứ diện $SABC$. Trên SA, SB và SC lấy các điểm D, E và F sao cho DE cắt AB tại I , EF cắt BC tại J , FD cắt CA tại K . Chứng minh ba điểm I, J, K thẳng hàng.

Lời giải



Ta có $I = DE \cap AB, DE \subset (DEF) \Rightarrow I \in (DEF)$;

$AB \subset (ABC) \Rightarrow I \in (ABC)$ (1).

Tương tự:

$$J = EF \cap BC \Rightarrow \begin{cases} J \in EF \subset (DEF) \\ J \in BC \subset (ABC) \end{cases} \quad (2)$$

$$K = DF \cap AC \Rightarrow \begin{cases} K \in DF \subset (DEF) \\ K \in AC \subset (ABC) \end{cases} \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) ta có I, J, K là điểm chung của hai mặt phẳng (ABC) và (DEF) nên chúng thẳng hàng.

Câu 38: Hằng ngày, mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (m) của mực nước trong kênh tính theo thời gian t (h) được cho bởi công thức $h = 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) + 12$.

Tìm thời gian ngắn nhất để mực nước của kênh là cao nhất?

Lời giải

Ta có: $-1 \leq \cos\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{3}\right) \leq 1 \Leftrightarrow 9 \leq h \leq 15$. Do đó mực nước cao nhất của kênh là 15m đạt được

khi $\cos\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{3} = k2\pi \Leftrightarrow t = -2 + 12k$

Vì $t > 0 \Leftrightarrow -2 + 12k > 0 \Leftrightarrow k > \frac{1}{6}$

Chọn số k nguyên dương nhỏ nhất thỏa $k > \frac{1}{6}$ là $k = 1 \Rightarrow t = 10$.

Câu 39: Một nhà thi đấu có 20 hàng ghế dành cho khán giả. Hàng thứ nhất có 20 ghế, hàng thứ hai có 21 ghế, hàng thứ ba có 22 ghế,. Cứ như thế, số ghế ở hàng sau nhiều hơn số ghế ở hàng trước là 1 ghế. Trong một giải thi đấu, ban tổ chức đã bán được hết số vé phát ra và số tiền thu được từ bán vé là 70800000 đồng. Tính giá tiền của mỗi vé (đơn vị: đồng), biết số vé bán ra bằng số ghế dành cho khán giả của nhà thi đấu và các vé là đồng giá.

Lời giải

Số ghế ở mỗi hàng lập thành một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 20$, công sai $d = 1$. Cấp số cộng này có 20 số hạng.

Do đó, tổng số ghế trong nhà thi đấu là: $S_{20} = \frac{[2 \cdot 20 + (20 - 1) \cdot 1] \cdot 20}{2} = 590$.

Vì số vé bán ra bằng số ghế dành cho khán giả của nhà thi đấu nên số vé bán ra là 590.

Vậy giá tiền của một vé là: $70800000 : 590 = 120000$ (đồng).

----- **HẾT** -----

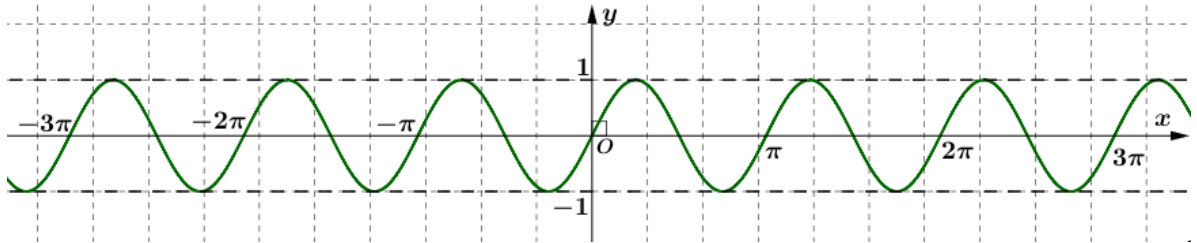
ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HKI
MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 08

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Trên đường tròn lượng giác, lấy điểm $M\left(-\frac{\sqrt{5}}{4}; -\frac{\sqrt{11}}{4}\right)$ có góc lượng giác $(OA; OM)$ có số đo $\alpha + k2\pi$. Khi đó, giá trị của $\tan \alpha$ là giá trị nào trong các giá trị sau?

- A. $\frac{\sqrt{55}}{11}$. B. $-\frac{\sqrt{55}}{11}$. C. $\frac{\sqrt{55}}{5}$. D. $-\frac{\sqrt{55}}{5}$.

Câu 2: Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau:



- A. $y = \sin x$. B. $y = \cos 2x$. C. $y = \sin 2x$. D. $y = \cos x$.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\tan 2x = 1$ là:

- A. $x = \frac{\pi}{8} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = \frac{\pi}{8} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \frac{\pi}{8} + k4\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 4: Dãy số nào trong các dãy số sau đây là dãy số bị chặn?

- A. $(u_n), u_n = \frac{n}{n+1} \ \forall n \in \mathbb{N}^*$. B. $(u_n), u_n = n+1 \ \forall n \in \mathbb{N}^*$.
C. $(u_n), u_n = -n \ \forall n \in \mathbb{N}^*$. D. $(u_n), u_n = n^2 \ \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = -2, d = 9$. Khi đó số 2023 là số hạng thứ mấy

- A. 225 B. 226 C. 224 D. 227

Câu 6: Tính giới hạn $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 3n^3}{2n^3 + 5n - 2}$.

- A. $L = -\frac{3}{2}$. B. $L = \frac{1}{5}$. C. $L = \frac{1}{2}$. D. $L = 0$.

Câu 7: Kết quả của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 - 7x^2 + 11}{3x^6 + 2x^5 - 5}$ là:

- A. -2. B. $+\infty$. C. 0. D. $-\infty$.

Câu 8: Kết quả của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - 3}{x^2 + x + 3}$ là:

- A. -2. B. $+\infty$. C. 3. D. 2.

Câu 9: Kết quả của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 + 5x^2 - 3}{x^2 + 6x + 3}$ là:

- A. -2. B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. 2.

Câu 10: Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x^2+5x+6}$. Khi đó hàm số $y = f(x)$ liên tục trên các khoảng nào sau đây?

- A. $(-3; 2)$. B. $(-3; +\infty)$. C. $(-\infty; 3)$. D. $(2; 3)$.

Câu 11: Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x} - m & \text{khi } x \geq 0 \\ mx + 2 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

- A. $m = 2$. B. $m = \pm 2$. C. $m = -2$. D. $m = 0$.

Câu 12: Cho bốn hàm số $f_1(x) = x^3 - x + 5$, $f_2(x) = \frac{3x-1}{x^2-2}$, $f_3(x) = \cos x$ và $f_4(x) = \sqrt{x} - 3$. Hỏi có bao nhiêu hàm số liên tục trên tập $\mathbb{R}$?

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 13: Một hình chóp có đáy là ngũ giác có số mặt và số cạnh là

- A. 6 mặt, 8 cạnh. B. 6 mặt, 12 cạnh. C. 6 mặt, 10 cạnh. D. 5 mặt, 10 cạnh.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $A \in (SBC)$. B. $A \in (BCD)$. C. $A \in (SCD)$. D. $A \in (SBD)$.

Câu 15: Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Đường thẳng $d \subset (P)$ và $d' \subset (Q)$ thì $d \parallel d'$.
 B. Mọi đường thẳng đi qua điểm $A \in (P)$ và song song với (Q) đều nằm trong (P) .
 C. Nếu đường thẳng Δ cắt (P) thì Δ cũng cắt (Q) .
 D. Nếu đường thẳng $a \subset (Q)$ thì $a \parallel (P)$.

Câu 16: Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau :

- A. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) đều song song với mặt phẳng (β) .
 B. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) đều song song với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (β) .
 C. Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt mặt phẳng (α) và (β) thì (α) và (β) song song với nhau.
 D. Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng cho trước ta vẽ được một và chỉ một đường thẳng song song với mặt phẳng cho trước đó.

Câu 17: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có M , N lần lượt là trung điểm của BB' và CC' . Gọi Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (AMN) và $(A'B'C')$. Khi đó

- A. $\Delta \parallel AB$. B. $\Delta \parallel AC$. C. $\Delta \parallel BC$. D. $\Delta \parallel AA'$.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , gọi M , N lần lượt là trung điểm SA , AD . Mặt phẳng (MNO) song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (SBC) . B. (SAB) . C. (SAD) . D. (SCD) .

Câu 19: Trong không gian cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O, O' lần lượt là tâm của hai đáy $ABCD, A'B'C'D'$. Khi đó có bao nhiêu hình lăng trụ đáy tam giác có đỉnh là đỉnh của hình hộp chữ nhật và hai điểm O, O' ?

- A. 6. B. 8. C. 10. D. 12.

Câu 20: Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hình biểu diễn của một hình bình hành là một hình bình hành.
 B. Hình biểu diễn của một hình chữ nhật là một hình chữ nhật.

C. Hình biểu diễn của một hình vuông là một hình vuông.

D. Hình biểu diễn của một hình thoi là một hình thoi.

Câu 21: Bánh xe máy có đường kính kể cả lốp xe 55 cm. Nếu xe chạy với vận tốc 40 km/h thì trong một giây bánh xe quay được bao nhiêu vòng?

A. 3.

B. 2.

C. 3,2.

D. 2,2.

Câu 22: Cho hai góc α, β thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{5}{13}, \left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$ và $\cos \beta = \frac{3}{5}, \left(0 < \beta < \frac{\pi}{2}\right)$. Tính giá trị đúng của $\cos(\alpha - \beta)$.

A. $\frac{16}{65}$.

B. $-\frac{18}{65}$.

C. $\frac{18}{65}$.

D. $-\frac{16}{65}$.

Câu 23: Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h của mực nước trong kênh tính theo thời gian t được cho bởi công thức $h = 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) + 14$. Khi nào mực nước của kênh là cao nhất với thời gian ngắn nhất?

A. 9

B. 14

C. 16.

D. 19

Câu 24: Dãy số nào trong các dãy số sau đây là dãy số bị chặn?

A. $(u_n), u_n = \frac{n}{n+1} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

B. $(u_n), u_n = n+1 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

C. $(u_n), u_n = -n \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

D. $(u_n), u_n = n^2 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 25: Một đội hình văn nghệ có 15 hàng, hàng đầu tiên có 9 học sinh, mỗi hàng sau hơn hàng trước 5 học sinh. Hỏi đội văn nghệ có tất cả bao nhiêu học sinh?

A. 600.

B. 330.

C. 1320.

D. 660.

Câu 26: Cho cấp số nhân (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = -2u_n, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Số 3072 là số hạng thứ mấy.

A. 9.

B. 10.

C. 12.

D. 11.

Câu 27: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1).(2n+1)}$. Tính $\lim u_n$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. 0.

C. 1.

D. $\frac{1}{4}$.

Câu 28: Tính giới hạn $T = \lim \left(\sqrt{16^{n+1} + 4^n} - \sqrt{16^{n+1} + 3^n} \right)$

A. $T = \frac{1}{8}$.

B. $T = \frac{1}{16}$

C. $T = 0$.

D. $T = \frac{1}{4}$

Câu 29: Tính $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+x^2} - 2}{x^2}$.

A. $\frac{1}{12}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Câu 30: Chọn kết quả đúng của $\lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{2}{x^3} \right)$

A. -1.

B. $+\infty$.

C. 0.

D. $-\infty$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I là trung điểm SA . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IBC) là:

A. Tam giác IBC .

B. Hình thang $IJCB$ (J là trung điểm SD).

C. Hình thang $IGBC$ (G là trung điểm SB).

D. Tứ giác $IBCD$.

Câu 32: Cho hình tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, BD . Các điểm G, H lần lượt trên cạnh AC, CD sao cho NH cắt MG tại I . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. A, C, I thẳng hàng.

B. B, C, I thẳng hàng.

C. N, G, H thẳng hàng.

D. B, G, H thẳng hàng.

Câu 33: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và ABD . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. IJ song song với CD .

B. IJ song song với AB .

C. IJ chéo CD .

D. IJ cắt AB .

Câu 34: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ nằm trong hai mặt phẳng khác nhau lần lượt có tâm O và O' . Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $OO' \parallel (ADF)$.

B. $OO' \parallel (BCE)$.

C. $OO' \parallel (ACE)$.

D. $OO' \parallel (DCEF)$.

Câu 35: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, SBC và SAC . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $(IJK) \parallel (SAB)$.

B. $(IJK) \parallel (SAC)$.

C. $(IJK) \parallel (SDC)$.

D. $(IJK) \parallel (SBC)$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

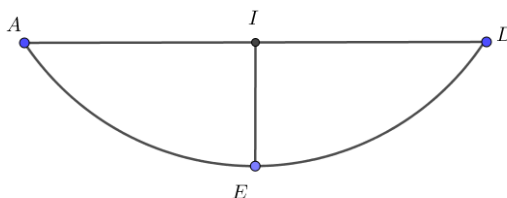
Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ có giới hạn hữu hạn tại $x = -1$ và thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) + 3}{x^2 - 1} = 2$. Tính

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{f(x) + 7} - \sqrt[3]{2f(x) + 14}}{x^3 + x^2}.$$

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA và SC . Điểm N thuộc cạnh SB sao cho $\frac{SN}{SB} = \frac{2}{3}$. Gọi Q là giao điểm của

cạnh SD và mặt phẳng (MNP) . Tính tỷ số $\frac{SQ}{SD}$.

Câu 38: Một tấm bìa (phần kè) là một phần của hình tròn. Bạn Bình đo được độ dài đoạn thẳng $AD = 10\text{ cm}$, khoảng cách $IE = 3\text{ cm}$ với I là trung điểm của AD và $IE \perp AD$. Hỏi độ dài cung tròn AD bằng bao nhiêu?



Câu 39: Công ty A kí hợp đồng với anh Bình để làm việc cho công ty trong 12 tháng với qui ước tháng đầu tiên anh Bình sẽ được nhận số tiền là X đồng. Sau đó mỗi tháng công ty sẽ tăng thêm cho anh Bình 250.000 đồng vào số lương của tháng trước. Đồng thời công ty này trả trước cho Bình tổng số tiền lương 12 tháng làm việc là 196.500.000 đồng. Nhưng khi làm việc đến hết tháng thứ mười thì do bận việc nên anh Bình xin nghỉ việc. Hỏi anh Bình phải trả lại công ty bao nhiêu tiền nếu công ty vẫn đồng ý trả lương cho anh trong mười tháng làm việc theo thỏa thuận ban đầu?

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

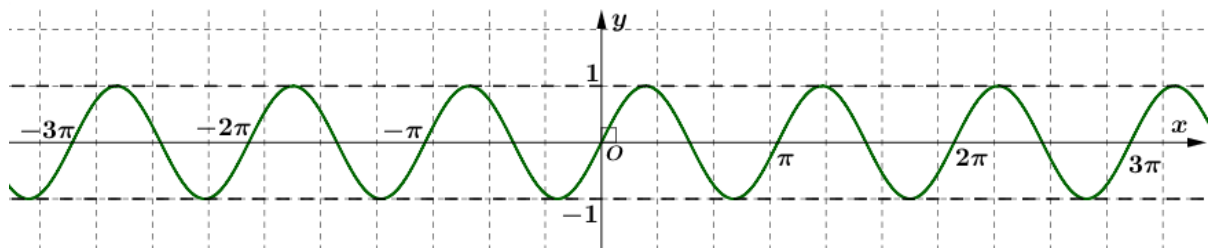
I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

- Câu 1:** Trên đường tròn lượng giác, lấy điểm $M\left(-\frac{\sqrt{5}}{4}; -\frac{\sqrt{11}}{4}\right)$ có góc lượng giác $(OA; OM)$ có số đo $\alpha + k2\pi$. Khi đó, giá trị của $\tan \alpha$ là giá trị nào trong các giá trị sau?
- A.** $\frac{\sqrt{55}}{11}$. **B.** $-\frac{\sqrt{55}}{11}$. **C.** $\frac{\sqrt{55}}{5}$. **D.** $-\frac{\sqrt{55}}{5}$.

Lời giải

Điểm $M\left(-\frac{\sqrt{5}}{4}; -\frac{\sqrt{11}}{4}\right)$ có góc lượng giác $(OA; OM)$ có số đo $\alpha + k2\pi$. Khi đó, giá trị của $\tan \alpha = \frac{y_M}{x_M} = \frac{-\frac{\sqrt{11}}{4}}{-\frac{\sqrt{5}}{4}} = \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{55}}{5}$

- Câu 2:** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau:



- A.** $y = \sin x$. **B.** $y = \cos 2x$. **C.** $y = \sin 2x$. **D.** $y = \cos x$.

Lời giải

Do đồ thị hàm số đối xứng qua gốc tọa độ O nên hàm số lẻ. Vậy loại các đáp án B và D, chỉ có thể là đáp án A hoặc **C**.

Nhận thấy hàm số tuần hoàn chu kỳ π nên loại đáp án A, chọn đáp án **C**.

- Câu 3:** Nghiệm của phương trình $\tan 2x = 1$ là:

- A.** $x = \frac{\pi}{8} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = \frac{\pi}{8} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x = \frac{\pi}{8} + k4\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Ta có: $\tan 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})$.

- Câu 4:** Dãy số nào trong các dãy số sau đây là dãy số bị chặn?

- A.** $(u_n), u_n = \frac{n}{n+1} \ \forall n \in \mathbb{N}^*$. **B.** $(u_n), u_n = n+1 \ \forall n \in \mathbb{N}^*$.
C. $(u_n), u_n = -n \ \forall n \in \mathbb{N}^*$. **D.** $(u_n), u_n = n^2 \ \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Lời giải

Xét dãy $(u_n), u_n = \frac{n}{n+1}; \forall n \in \mathbb{N}^*$. Ta có $0 < n < n+1; \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow 0 < \frac{n}{n+1} < 1; \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên $0 < u_n < 1; \forall n \in \mathbb{N}^*$. Suy ra dãy số (u_n) bị chặn.

Xét dãy $(u_n), u_n = n+1; \forall n \in \mathbb{N}^*$ ta có $u_n = n+1 \geq 2; \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy số (u_n) bị chặn dưới.

Xét dãy $(u_n), u_n = -n; \forall n \in \mathbb{N}^*$ ta có $u_n = -n \leq -1; \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy số (u_n) bị chặn trên.

Xét dãy $(u_n), u_n = n^2; \forall n \in \mathbb{N}^*$ ta có $u_n = n^2 \geq 1; \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy số (u_n) bị chặn dưới.

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = -2$, $d = 9$. Khi đó số 2023 là số hạng thứ mấy

A. 225

B. 226

C. 224

D. 227

Lời giải

Theo công thức số hạng tổng quát của u_n ta có

$$u_n = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow 2023 = -2 + (n-1)9$$

$$\Leftrightarrow n = 226$$

Vậy số 2023 là số hạng thứ 226.

Câu 6: Tính giới hạn $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 3n^3}{2n^3 + 5n - 2}$.

A. $L = -\frac{3}{2}$.

B. $L = \frac{1}{5}$.

C. $L = \frac{1}{2}$.

D. $L = 0$.

Lời giải

$$L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 3n^3}{2n^3 + 5n - 2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n} - 3}{2 + \frac{5}{n^2} - \frac{2}{n^3}} = \frac{-3}{2}$$

Giải nhanh: $\frac{n^2 - 3n^3}{2n^3 + 5n - 2} \sim \frac{-3n^3}{2n^3} = -\frac{3}{2}$.

Câu 7: Kết quả của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 - 7x^2 + 11}{3x^6 + 2x^5 - 5}$ là:

A. -2.

B. $+\infty$.

C. 0.

D. $-\infty$.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 - 7x^2 + 11}{3x^6 + 2x^5 - 5} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{2}{x^3} - \frac{7}{x^4} + \frac{11}{x^6}}{3 + \frac{2}{x} - \frac{5}{x^6}} = \frac{0}{3} = 0$.

Câu 8: Kết quả của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - 3}{x^2 + x + 3}$ là:

A. -2.

B. $+\infty$.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - 3}{x^2 + x + 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - \frac{3}{x^2}}{1 + \frac{1}{x} + \frac{3}{x^2}} = 2$.

Câu 9: Kết quả của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 + 5x^2 - 3}{x^2 + 6x + 3}$ là:

A. -2.

B. $+\infty$.

C. $-\infty$.

D. 2.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 + 5x^2 - 3}{x^2 + 6x + 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x \cdot \frac{2 + \frac{5}{x} - \frac{3}{x^2}}{1 + \frac{6}{x} + \frac{3}{x^2}} = -\infty$.

Câu 10: Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x^2+5x+6}$. Khi đó hàm số $y = f(x)$ liên tục trên các khoảng nào sau đây?

A. $(-3; 2)$.

B. $(-3; +\infty)$.

C. $(-\infty; 3)$.

D. $(2; 3)$.

Lời giải

Hàm số có nghĩa khi $x^2 + 5x + 6 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -3 \\ x \neq -2 \end{cases}$.

Vậy theo định lí ta có hàm số $f(x) = \frac{x-2}{x^2+5x+6}$ liên tục trên khoảng $(-\infty; -3); (-3; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

Câu 11: Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x} - m & \text{khi } x \geq 0 \\ mx + 2 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $m = 2$.

B. $m = \pm 2$.

C. $m = -2$.

D. $m = 0$.

Lời giải

Trên khoảng $(0; +\infty)$ hàm số $f(x) = 2\sqrt{x} - m$ là hàm số liên tục.

Trên khoảng $(-\infty; 0)$ hàm số $f(x) = mx + 2$ là hàm số liên tục.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (2\sqrt{x} - m) = -m = f(0)$ và $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (mx + 2) = 2$.

Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) \Leftrightarrow -m = 2 \Leftrightarrow m = -2.$$

Câu 12: Cho bốn hàm số $f_1(x) = x^3 - x + 5$, $f_2(x) = \frac{3x-1}{x^2-2}$, $f_3(x) = \cos x$ và $f_4(x) = \sqrt{x} - 3$.

Hỏi có bao nhiêu hàm số liên tục trên tập $\mathbb{R}$?

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

* Ta có hai hàm số $f_2(x) = \frac{3x-1}{x^2-2}$ và $f_4(x) = \sqrt{x} - 3$ có tập xác định không phải là tập $\mathbb{R}$ nên không thỏa yêu cầu.

* Cả hai hàm số $f_1(x) = x^3 - x + 5$ và $f_3(x) = \cos x$ đều có tập xác định là $\mathbb{R}$ nên hai hàm số đó liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 13: Một hình chóp có đáy là ngũ giác có số mặt và số cạnh là

A. 6 mặt, 8 cạnh.

B. 6 mặt, 12 cạnh.

C. 6 mặt, 10 cạnh.

D. 5 mặt, 10 cạnh.

Lời giải

Hình chóp có đáy là ngũ giác có:

- 6 mặt gồm 5 mặt bên và 1 mặt đáy.
- 10 cạnh gồm 5 cạnh bên và 5 cạnh đáy.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

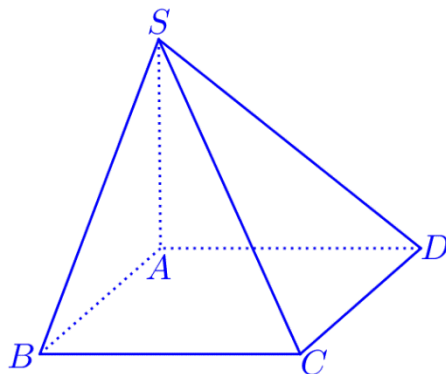
A. $A \in (SBC)$.

B. $A \in (BCD)$.

C. $A \in (SCD)$.

D. $A \in (SBD)$.

Lời giải



Ta có $A \in (BCD)$.

Câu 15: Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.** Đường thẳng $d \subset (P)$ và $d' \subset (Q)$ thì $d \parallel d'$.
- B.** Mọi đường thẳng đi qua điểm $A \in (P)$ và song song với (Q) đều nằm trong (P) .
- C.** Nếu đường thẳng Δ cắt (P) thì Δ cũng cắt (Q) .
- D.** Nếu đường thẳng $a \subset (Q)$ thì $a \parallel (P)$.

Lời giải

Đường thẳng $d \subset (P)$ và $d' \subset (Q)$ thì $d \parallel d'$ là mệnh đề **sai**.

Hai đường thẳng d và d' còn có thể chéo nhau.

Câu 16: Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau :

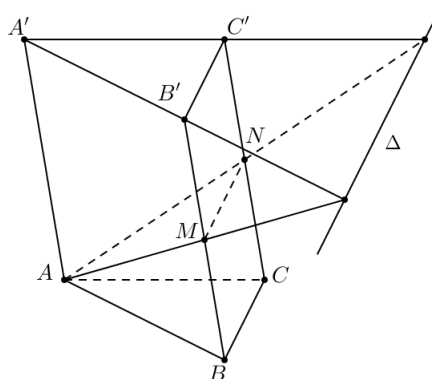
- A.** Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) đều song song với mặt phẳng (β) .
- B.** Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) đều song song với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (β) .
- C.** Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt (α) và (β) thì (α) và (β) song song với nhau.
- D.** Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng cho trước ta vẽ được một và chỉ một đường thẳng song song với mặt phẳng cho trước đó.

Lời giải

Câu 17: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có M , N lần lượt là trung điểm của BB' và CC' . Gọi Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (AMN) và $(A'B'C')$. Khi đó

- A.** $\Delta \parallel AB$.
- B.** $\Delta \parallel AC$.
- C.** $\Delta \parallel BC$.
- D.** $\Delta \parallel AA'$.

Lời giải



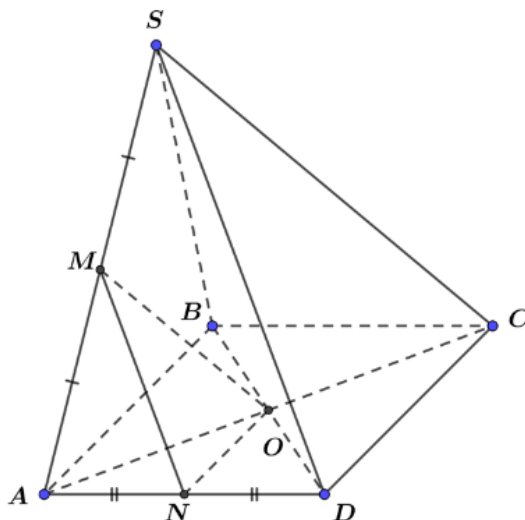
Ta có $MN \parallel B'C'$, $MN \subset (AMN)$, $B'C' \subset (A'B'C')$ và $(AMN) \cap (A'B'C') = \Delta$ nên $\Delta \parallel B'C'$.
Mà $B'C' \parallel BC$ nên $\Delta \parallel BC$.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , gọi M , N lần lượt là trung điểm SA , AD . Mặt phẳng (MNO) song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (SBC) . B. (SAB) . C. (SAD) . **D. (SCD) .**

Lời giải

Chọn D



Vì MN là đường trung bình của tam giác $SAD \Rightarrow MN \parallel SD$.

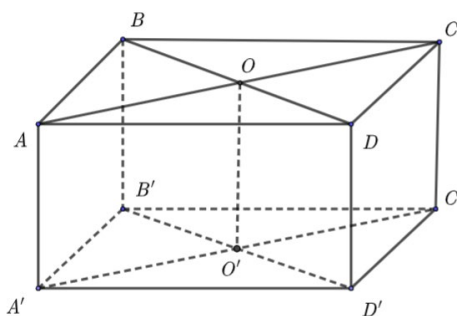
Tương tự ON là đường trung bình của tam giác $ACD \Rightarrow ON \parallel CD$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} MN \parallel SD, ON \parallel CD \\ MN \subset (MNO), ON \subset (MNO) \Rightarrow (MNO) \parallel (SCD). \\ SD \subset (SCD), CD \subset (SCD) \end{cases}$$

Câu 19: Trong không gian cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O, O' lần lượt là tâm của hai đáy $ABCD, A'B'C'D'$. Khi đó có bao nhiêu hình lăng trụ đáy tam giác có đỉnh là đỉnh của hình hộp chữ nhật và hai điểm O, O' ?

- A. 6. **B. 8.** C. 10. D. 12.

Lời giải



Từ hình vẽ ta xác định được có 8 hình lăng trụ đáy tam giác thỏa yêu cầu bài toán là $ABO.A'B'O', BCO.B'C'O', CDO.C'D'O', DAO.D'A'O', ABC.A'B'C', BCD.B'C'D', CDAC'D'A', DAB.D'A'B'$. **Chọn B**

Câu 20: Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** Hình biểu diễn của một hình bình hành là một hình bình hành.
B. Hình biểu diễn của một hình chữ nhật là một hình chữ nhật.
C. Hình biểu diễn của một hình vuông là một hình vuông.

D. Hình biểu diễn của một hình thoi là một hình thoi.

Lời giải

Các phương án B, C sai vì phép chiếu song song không bảo toàn góc. Phương án D sai vì phép chiếu song song chưa chắc bảo toàn tỉ số hai đoạn nằm trên hai đường thẳng cắt nhau.

Câu 21: Bánh xe máy có đường kính kẻ cả lốp xe 55 cm. Nếu xe chạy với vận tốc 40 km/h thì trong một giây bánh xe quay được bao nhiêu vòng?

- A.** 3. **B.** 2. **C.** 3,2. **D.** 2,2.

Lời giải

Ta có $40 \text{ km/h} = \frac{10000}{9} \text{ cm/s}$.

1 vòng bánh xe có chiều dài là $110\pi \text{ cm}$.

Số vòng bánh xe quay được trong 1 giây là $\frac{10000}{9} : (110\pi) \approx 3,2$.

Câu 22: Cho hai góc α, β thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{5}{13}, \left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$ và $\cos \beta = \frac{3}{5}, \left(0 < \beta < \frac{\pi}{2}\right)$. Tính giá trị đúng của $\cos(\alpha - \beta)$.

- A.** $\frac{16}{65}$. **B.** $-\frac{18}{65}$. **C.** $\frac{18}{65}$. **D.** $-\frac{16}{65}$.

Lời giải

Ta có: $\sin \alpha = \frac{5}{13}, \left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$ nên $\cos \alpha = -\sqrt{1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2} = -\frac{12}{13}$.

$\cos \beta = \frac{3}{5}, \left(0 < \beta < \frac{\pi}{2}\right)$ nên $\sin \beta = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}$.

$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta = -\frac{12}{13} \cdot \frac{3}{5} + \frac{5}{13} \cdot \frac{4}{5} = -\frac{16}{65}$.

Câu 23: Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h của mực nước trong kênh tính theo thời gian t được cho bởi công thức $h = 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) + 14$. Khi nào mực nước của kênh là cao nhất với thời gian ngắn nhất?

- A.** 9 **B.** 14 **C.** 16. **D.** 19

Lời giải

Ta có $-3 \leq 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) \leq 3 \Leftrightarrow 11 \leq 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) + 14 \leq 17 \Leftrightarrow 11 \leq h \leq 17$

$\text{Max } h = 17 \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4} = k2\pi \Leftrightarrow t = -3 + 12k$

Thời gian ngắn nhất $t = -3 + 12 = 9$

Câu 24: Dãy số nào trong các dãy số sau đây là dãy số bị chặn?

- A.** $(u_n), u_n = \frac{n}{n+1} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$. **B.** $(u_n), u_n = n+1 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.
C. $(u_n), u_n = -n \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$. **D.** $(u_n), u_n = n^2 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Lời giải

Xét dãy $(u_n), u_n = \frac{n}{n+1}; \forall n \in \mathbb{N}^*$. Ta có $0 < n < n+1; \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow 0 < \frac{n}{n+1} < 1; \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên

$0 < u_n < 1; \forall n \in \mathbb{N}^*$. Suy ra dãy số (u_n) bị chặn.

Xét dãy (u_n) , $u_n = n+1; \forall n \in \mathbb{N}^*$ ta có $u_n = n+1 \geq 2; \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy số (u_n) bị chặn dưới.

Xét dãy (u_n) , $u_n = -n; \forall n \in \mathbb{N}^*$ ta có $u_n = -n \leq -1; \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy số (u_n) bị chặn trên.

Xét dãy (u_n) , $u_n = n^2; \forall n \in \mathbb{N}^*$ ta có $u_n = n^2 \geq 1; \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy số (u_n) bị chặn dưới.

Câu 25: Một đội hình văn nghệ có 15 hàng, hàng đầu tiên có 9 học sinh, mỗi hàng sau hơn hàng trước 5 học sinh. Hỏi đội văn nghệ có tất cả bao nhiêu học sinh?

A. 600.

B. 330.

C. 1320.

D. 660.

Lời giải

Coi cách sắp xếp đội hình thành một cấp số cộng với $u_1 = 9$, $d = 5$.

Tổng số học sinh tham gia văn nghệ là $S_{15} = u_1 + u_2 + \dots + u_{15} = \frac{15}{2} \cdot (2 \cdot 9 + 14 \cdot 5) = 660$.

Câu 26: Cho cấp số nhân (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = -2u_n, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Số 3072 là số hạng thứ mấy.

A. 9.

B. 10.

C. 12.

D. 11.

Lời giải

Từ giả thiết $u_{n+1} = -2u_n, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow q = \frac{u_{n+1}}{u_n} = -2$

Áp dụng công thức tổng quát của cấp số nhân $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}, \forall n \geq 2$

Ta có: $3072 = 3 \cdot (-2)^{n-1} \Leftrightarrow (-2)^{n-1} = (-2)^{10} \Leftrightarrow n-1 = 10 \Leftrightarrow n = 11$

Câu 27: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1) \cdot (2n+1)}$. Tính $\lim u_n$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. 0.

C. 1.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Ta có: $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1) \cdot (2n+1)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right)$
 $= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2n+1} \right) = \frac{n}{2n+1}$

Suy ra: $\lim u_n = \lim \frac{n}{2n+1} = \frac{1}{2}$.

Câu 28: Tính giới hạn $T = \lim \left(\sqrt{16^{n+1} + 4^n} - \sqrt{16^{n+1} + 3^n} \right)$

A. $T = \frac{1}{8}$.

B. $T = \frac{1}{16}$

C. $T = 0$.

D. $T = \frac{1}{4}$

Lời giải

Ta có $T = \lim \left(\sqrt{16^{n+1} + 4^n} - \sqrt{16^{n+1} + 3^n} \right) = \lim \frac{4^n - 3^n}{\sqrt{16^{n+1} + 4^n} + \sqrt{16^{n+1} + 3^n}}$

$= \lim \frac{4^n - 3^n}{\sqrt{16 \cdot 16^n + 4^n} + \sqrt{16 \cdot 16^n + 3^n}} = \lim \frac{1 - \left(\frac{3}{4} \right)^n}{\sqrt{16 + \left(\frac{1}{4} \right)^n} + \sqrt{16 + \left(\frac{3}{4} \right)^n}} = \frac{1}{4+4} = \frac{1}{8}$.

Câu 29: Tính $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+x^2} - 2}{x^2}$.

A. $\frac{1}{12}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+x^2} - 2}{x^2} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{8+x^2-8}{x^2 \left(\sqrt[3]{(8+x^2)^2} + 2\sqrt[3]{8+x^2} + 4 \right)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt[3]{(8+x^2)^2} + 2\sqrt[3]{8+x^2} + 4} = \frac{1}{12}. \end{aligned}$$

Câu 30: Chọn kết quả đúng của $\lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{2}{x^3} \right)$

A. -1 .

B. $+\infty$.

C. 0 .

D. $-\infty$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{2}{x^3} \right) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-2}{x^3}.$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^-} (x-2) = -2 < 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} x^3 = 0 \\ x^3 < 0 \text{ khi } x \rightarrow 0^- \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{2}{x^3} \right) = +\infty.$$

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I là trung điểm SA . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IBC) là:

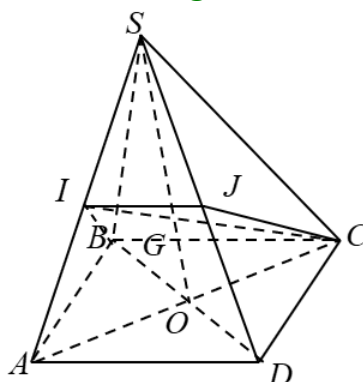
A. Tam giác IBC .

B. Hình thang $IJCB$ (J là trung điểm SD).

C. Hình thang $IGBC$ (G là trung điểm SB).

D. Tứ giác $IBCD$.

Lời giải



Gọi O là giao điểm của AC và BD , G là giao điểm của CI và SO .

Khi đó G là trọng tâm tam giác SAC . Suy ra G là trọng tâm tam giác SBD .

Gọi $J = BG \cap SD$. Khi đó J là trung điểm SD .

Do đó thiết diện của hình chóp cắt bởi (IBC) là hình thang $IJCB$ (J là trung điểm SD).

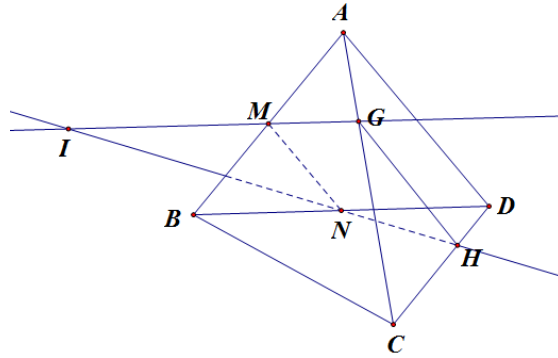
Câu 32: Cho hình tứ diện $ABCD$ có M , N lần lượt là trung điểm của AB , BD . Các điểm G , H lần lượt trên cạnh AC , CD sao cho NH cắt MG tại I . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. A , C , I thẳng hàng **B.** B , C , I thẳng hàng.

C. N, G, H thẳng hàng.

D. B, G, H thẳng hàng.

Lời giải



Do NH cắt MG tại I nên bốn điểm M, N, H, G cùng thuộc mặt phẳng (α) . Xét ba mặt phẳng

$$(ABC), (BCD), (\alpha) \text{ phân biệt, đồng thời } \begin{cases} (\alpha) \cap (ABC) = MG \\ (\alpha) \cap (BCD) = NH \\ (ABC) \cap (BCD) = BC \end{cases} \quad \text{mà } MG \cap NH = I$$

Suy ra MG, NH, BC đồng quy tại I nên B, C, I thẳng hàng.

Câu 33: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và ABD . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

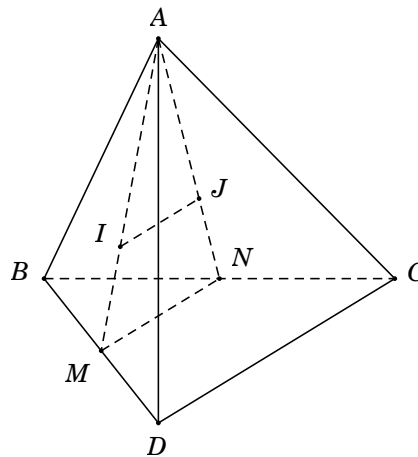
A. IJ song song với CD .

B. IJ song song với AB .

C. IJ chéo CD .

D. IJ cắt AB .

Lời giải



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, BD .

$\Rightarrow MN$ là đường trung bình của tam giác $BCD \Rightarrow MN \parallel CD$ (1)

$$I, J \text{ lần lượt là trọng tâm các tam giác } ABC \text{ và } ABD \Rightarrow \frac{AI}{AM} = \frac{AJ}{AN} = \frac{2}{3} \Rightarrow IJ \parallel MN \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2) suy ra: $IJ \parallel CD$.

Câu 34: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ nằm trong hai mặt phẳng khác nhau lần lượt có tâm O và O' . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

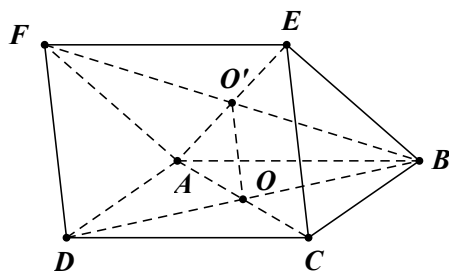
A. $OO' \parallel (ADF)$.

B. $OO' \parallel (BCE)$.

C. $OO' \parallel (ACE)$.

D. $OO' \parallel (DCEF)$.

Lời giải



Đáp án A đúng vì

$$\left. \begin{array}{l} OO' \parallel DF \\ DF \subset (ADF) \\ OO' \not\subset (ADF) \end{array} \right\} \Rightarrow OO' \parallel (ADF)$$

Đáp án B đúng vì

$$\left. \begin{array}{l} OO' \parallel EC \\ EC \subset (BCE) \\ OO' \not\subset (BCE) \end{array} \right\} \Rightarrow OO' \parallel (BCE)$$

Đáp án C sai vì $OO' \subset (ACE)$

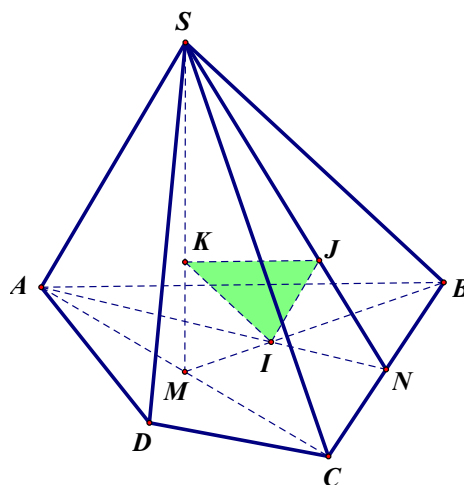
Đáp án D đúng vì

$$\left. \begin{array}{l} OO' \parallel EC \\ EC \subset (DCEF) \\ OO' \not\subset (DCEF) \end{array} \right\} \Rightarrow OO' \parallel (DCEF)$$

Câu 35: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, SBC và SAC . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $(IJK) \parallel (SAB)$. **B.** $(IJK) \parallel (SAC)$. **C.** $(IJK) \parallel (SDC)$. **D.** $(IJK) \parallel (SBC)$

Lời giải



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AC và BC .

Do I, K lần lượt là trọng tâm của $\triangle ABC, \triangle SAC$ nên ta có $\frac{MK}{MS} = \frac{MI}{MB} = \frac{1}{3} \Rightarrow IK \parallel SB$

$$\text{Ta có } \begin{cases} IK // SB \\ IK \not\subset (SAB) \Rightarrow IK // (SAB). \\ AB \subset (SAB) \end{cases}$$

Chứng minh tương tự : $IJ // (SAB)$.

Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} IK // (SAB) \\ IJ // (SAB) \\ \text{Trong } (IJK): IK \cap IJ = \{I\} \end{array} \right\} \Rightarrow (IJK) // (SAB).$$

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ có giới hạn hữu hạn tại $x = -1$ và thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)+3}{x^2-1} = 2$. Tính

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{f(x)+7} - \sqrt[3]{2f(x)+14}}{x^3+x^2}.$$

Lời giải

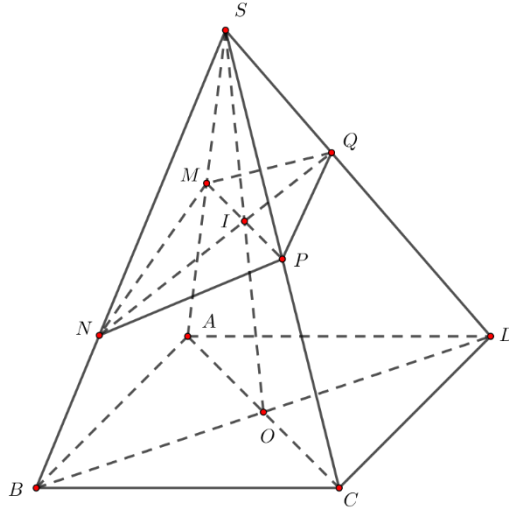
Nếu $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) \neq -3$ thì $\lim_{x \rightarrow -1} [f(x)+3] \neq 0$ và $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2-1) = 0$.

Khi đó $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)+3}{x^2-1}$ không thể hữu hạn. Do đó, $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -3$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{f(x)+7} - \sqrt[3]{2f(x)+14}}{x^3+x^2} &= \lim_{x \rightarrow -1} \left[\frac{\sqrt{f(x)+7}-2}{x^3+x^2} - \frac{\sqrt[3]{2f(x)+14}-2}{x^3+x^2} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \left\{ \frac{f(x)+3}{x^2(x+1)[\sqrt{f(x)+7}+2]} - \frac{2f(x)+6}{x^2(x+1)[\sqrt[3]{(2f(x)+14)^2} + 2\sqrt[3]{2f(x)+14} + 4]} \right\} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \left\{ \frac{f(x)+3}{x^2-1} \cdot \left[\frac{x-1}{x^2 \cdot (\sqrt{f(x)+7}+2)} - \frac{2(x-1)}{x^2 \cdot (\sqrt[3]{(2f(x)+14)^2} + 2\sqrt[3]{2f(x)+14} + 4)} \right] \right\} \\ &= 2 \cdot \left(\frac{-2}{2+2} - \frac{-4}{4+4+4} \right) = -\frac{1}{3}. \end{aligned}$$

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA và SC . Điểm N thuộc cạnh SB sao cho $\frac{SN}{SB} = \frac{2}{3}$. Gọi Q là giao điểm của cạnh SD và mặt phẳng (MNP) . Tính tỷ số $\frac{SQ}{SD}$.

Lời giải

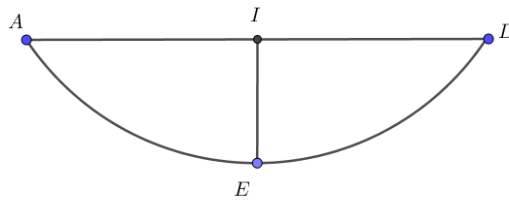


Gọi O là giao điểm của AC và BD , I là giao điểm của MP và SO thì Q là giao điểm của NI với SD . I là trung điểm của SO .

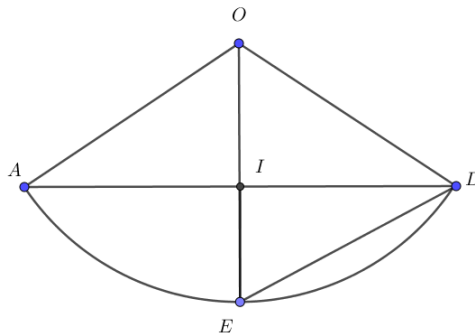
Đặt $\frac{SD}{SQ} = x$. Do $2\overrightarrow{SO} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$ nên $4\overrightarrow{SI} = \frac{3}{2}\overrightarrow{SN} + x\overrightarrow{SQ} \Rightarrow x = 4 - \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$.

Vậy $\frac{SQ}{SD} = \frac{2}{5}$.

Câu 38: Một tấm bìa (phần kè) là một phần của hình tròn. Bạn Bình đo được độ dài đoạn thẳng $AD = 10\text{ cm}$, khoảng cách $IE = 3\text{ cm}$ với I là trung điểm của AD và $IE \perp AD$. Hỏi độ dài cung tròn AD bằng bao nhiêu?



Lời giải



Gọi O là tâm hình tròn chứa mảnh bìa. Khi đó $ID = 5\text{ cm}$. Do tam giác OID vuông tại I nên

ta có phương trình: $(3 + OI)^2 = OI^2 + 5^2 \Leftrightarrow OI = \frac{8}{3} \Rightarrow R = 3 + \frac{8}{3} = \frac{17}{3}$.

Trong tam giác vuông OID ta có:

$$\sin \widehat{EOD} = \frac{ID}{R} = \frac{5}{\frac{17}{3}} = \frac{15}{17} \Rightarrow \cos \widehat{AOD} = \cos(2 \cdot \widehat{EOD}) = 1 - 2\sin^2 \widehat{EOD}$$

$$= 1 - 2 \cdot \frac{15^2}{17^2} = -\frac{161}{289} \Rightarrow \widehat{AOD} \approx 2,16 \text{ rad}$$

Vậy độ dài cung tròn AD là: $l \approx \frac{17}{3} \cdot 2,16 \approx 12,24 \text{ cm}$.

Câu 39: Công ty A kí hợp đồng với anh Bình để làm việc cho công ty trong 12 tháng với qui ước tháng đầu tiên anh Bình sẽ được nhận số tiền là X đồng. Sau đó mỗi tháng công ty sẽ tăng thêm cho anh Bình 250.000 đồng vào số lương của tháng trước. Đồng thời công ty này trả trước cho Bình tổng số tiền lương 12 tháng làm việc là 196.500.000 đồng. Nhưng khi làm việc đến hết tháng thứ mười thì do bận việc nên anh Bình xin nghỉ việc. Hỏi anh Bình phải trả lại công ty bao nhiêu tiền nếu công ty vẫn đồng ý trả lương cho anh trong mười tháng làm việc theo thỏa thuận ban đầu?

Lời giải

Ta thấy số tiền lương hàng tháng mà anh Bình nhận được từ công ty A lập thành một cấp số cộng (u_n) . Trong đó $u_1 = X$ đồng là số tiền tháng lương đầu tiên mà anh Bình được nhận và công sai $d = 250.000$ đồng.

Vì công ty này trả trước cho Bình tổng số tiền lương 12 tháng làm việc là 196.500.000 đồng

$$\text{nên } S_{12} = \frac{12[2u_1 + (12-1)d]}{2} \Rightarrow 196.500.000 = \frac{12(2u_1 + 11 \times 250.000)}{2} \Rightarrow u_1 = 15.000.000 \text{ đồng.}$$

Tổng số tiền theo thỏa thuận mà anh Bình nhận được trong 10 tháng là:

$$S_{10} = \frac{10[2u_1 + (10-1)d]}{2} = \frac{10[2 \times 15.000.000 + 9 \times 250.000]}{2} = 161.250.000 \text{ đồng.}$$

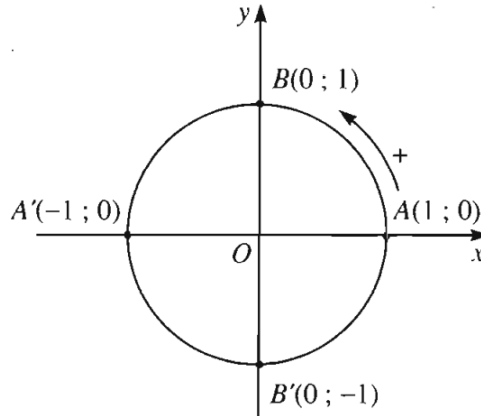
Vậy số tiền anh Bình phải trả lại công ty là: $196.500.000 - 161.250.000 = 35.250.000$ đồng.

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HKI
MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 09

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Trên đường tròn lượng giác



Trong các số đo được cho bên dưới, số đo nào là số đo của góc lượng giác (OA, OB') ?

- A.** $\frac{5\pi}{2}$. **B.** $\frac{3\pi}{2}$. **C.** $-\frac{3\pi}{2}$. **D.** $\frac{\pi}{2}$.

Câu 2: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số chẵn?

- A.** $y = \tan 4x$. **B.** $y = \cos 3x$. **C.** $y = \cot 5x$. **D.** $y = \sin 2x$.

Câu 3: Tất cả các nghiệm của phương trình $\sin x = \sin \frac{\pi}{3}$ là

- A.** $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.
- C.** $x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 4: Cho dãy số (u_n) có $u_n = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1}$. Tính u_2 .

- A.** $u_2 = \frac{1}{5}$. **B.** $u_2 = \frac{2}{5}$. **C.** $u_2 = \frac{3}{5}$. **D.** $u_2 = \frac{4}{5}$.

Câu 5: Trong các dãy số sau, dãy nào là cấp số nhân?

- A.** $u_n = (-1)^n n$ **B.** $u_n = n^2$ **C.** $u_n = 2^n$ **D.** $u_n = \frac{n}{3^n}$

Câu 6: Giá trị của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3}{4n^2 - 2n + 1}$ là:

- A.** $-\frac{3}{4}$. **B.** $-\infty$. **C.** 0. **D.** -1.

Câu 7: Tính giới hạn $L = \lim_{n \rightarrow \infty} (3n^2 + 5n - 3)$.

- A.** $L = 3$. **B.** $L = -\infty$. **C.** $L = 5$. **D.** $L = +\infty$.

Câu 8: Giá trị của $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{x^2} - \frac{3}{x^4} - 1 \right)$ bằng

- A. -1. B. 2. C. 0. D. -3.

Câu 9: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} 3x$ có giá trị bằng bao nhiêu?

- A. 0. B. -2. C. 3. D. -1.

Câu 10: Hàm số $y = \frac{1}{2x+4}$ gián đoạn tại điểm nào dưới đây?

- A. 2. B. 1 C. 4. D. -2.

Câu 11: Cho hàm số $y = \frac{x^2+1}{x^2+5x+4}$. Khi đó, hàm số liên tục trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-3;2)$. B. $(-\infty;3)$. C. $(-5;3)$. D. $(-1;+\infty)$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} m^2 + mx - 2 & \text{khi } x \neq 1 \\ 0 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tính tổng các giá trị tìm được của tham số m để hàm số liên tục tại $x = 1$

- A. -1. B. 1 C. 4. D. -2.

Câu 13: Một hình chóp có đáy là một ngũ giác có số mặt và số cạnh lần lượt là

- A. 5 mặt, 5 cạnh. B. 6 mặt, 5 cạnh. C. 6 mặt, 10 cạnh. D. 5 mặt, 10 cạnh.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$. Giao tuyến của mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (SAD) là đường thẳng

- A. SA . B. SB . C. SC . D. SD .

Câu 15: Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng:

- A. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì hai mặt phẳng đó song song với nhau.
 B. Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì hai đường thẳng đó song song với nhau.
 C. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của hai mặt phẳng đó cũng song song với đường thẳng.
 D. Nếu một mặt phẳng song song với một trong hai đường thẳng song song với nhau thì nó cũng song song với đường thẳng còn lại.

Câu 16: Qua một điểm cho trước nằm ngoài mặt phẳng có bao nhiêu đường thẳng đi qua điểm đó và song song với mặt phẳng đã cho:

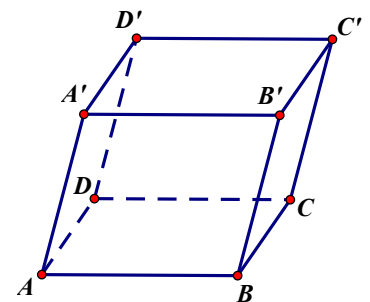
- A. Một. B. Hai.
 C. Không có đường nào. D. Có vô số đường.

Câu 17: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $BC' \parallel (ACD)$. B. $BC' \parallel (AB'A')$. C. $BC' \parallel (CDD')$. D. $BC' \parallel (ACD')$.

Câu 18: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ như hình vẽ. Mặt phẳng (BCC') song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. $(DC'D')$. B. (CDA') .
 C. $(A'DD')$. D. $(A'C'A)$.



Câu 19: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Khẳng định nào sau đây là đúng:

- A. Các mặt bên của lăng trụ là các hình bình hành.
 B. Các mặt bên của lăng trụ là hình chữ nhật.

C. Các mặt bên của lăng trụ là hình vuông.

D. Hai đáy của lăng trụ là các tam giác đều.

Câu 20: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Hình chiếu song song của hai đường thẳng song song có thể trùng nhau.

B. Một đường thẳng luôn cắt hình chiếu song song của nó.

C. Hình chiếu song song của hai đường thẳng cắt nhau thì cắt nhau hoặc trùng nhau.

D. Một đường thẳng có thể song song hoặc trùng với hình chiếu song song của nó.

Câu 21: Cho $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$; $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ thì $\sin 2\alpha$ bằng

A. $-\frac{24}{25}$.

B. $\frac{24}{25}$.

C. $\frac{4}{5}$.

D. $-\frac{4}{5}$.

Câu 22: Rút gọn biểu thức $A = \frac{3 - 4 \cos 2a + \cos 4a}{3 + 4 \cos 2a + \cos 4a}$ ta được kết quả nào sau đây

A. $\cot^4 a$.

B. $\tan^4 a$.

C. 1.

D. $\cos 2a$.

Câu 23: Tìm chu kì T của hàm số $y = 3 \sin\left(5x - \frac{\pi}{3}\right)$.

A. $T = \frac{\pi}{3}$.

B. $T = \frac{3\pi}{5}$.

C. $T = \frac{2\pi}{3}$.

D. $T = \frac{2\pi}{5}$.

Câu 24: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{2n+1}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Dãy số bị chặn trên bởi số $M = -\frac{1}{3}$.

B. Dãy số bị chặn dưới bởi số $M = 3$.

C. Dãy số bị chặn dưới bởi số $M = \frac{1}{3}$.

D. Dãy số bị chặn trên bởi số $M = \frac{1}{3}$.

Câu 25: Một chiếc đồng hồ đánh chuông, số tiếng chuông được đánh bằng số giờ mà đồng hồ chỉ tại thời điểm đánh chuông. Hỏi một ngày đồng hồ đó đánh bao nhiêu tiếng chuông báo giờ

A. 120.

B. 78.

C. 156.

D. 24.

Câu 26: Ngày đầu tiên của vụ thu hoạch na, một vựa na thu hoạch được 50kg na. Mỗi ngày tiếp theo, khối lượng na thu hoạch được tăng gấp đôi so với ngày trước đó. Tổng khối lượng na mà vựa na thu hoạch được sau 7 ngày là

A. 3150kg.

B. 6350kg.

C. 4250kg.

D. 5150kg.

Câu 27: Tìm giới hạn sau $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n}{1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^n}$

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. $\frac{3}{2}$.

Câu 28: Cho dãy số có giới hạn xác định bởi:
$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = \frac{1}{2 - u_n}, n \geq 1 \end{cases}$$
. Tính giá trị của $\lim u_n$.

A. 0.

B. 1.

C. -1.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 29: Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^3 + x^2 + 1} - 1}{x^2}$ bằng

A. 1.

B. $\frac{1}{2}$.

C. -1.

D. 0.

Câu 30: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{x}, & -1 \leq x < 0 \\ -2 + \frac{1-x}{1+x}, & x \geq 0 \end{cases}$. Tính $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

- A. 1. B. -1.
C. 2. D. Không tồn tại giới hạn.

Câu 31: Trong $mp(\alpha)$, cho bốn điểm A, B, C, D trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Điểm $S \notin mp(\alpha)$. Có mấy mặt phẳng tạo bởi S và hai trong số bốn điểm nói trên?

- A. 4. B. 5. C. 6. D. 8.

Câu 32: Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) là:

- A. AM , M là trung điểm AB . B. AN , N là trung điểm CD .
C. AH , H là hình chiếu của B trên CD . D. AK , K là hình chiếu của C trên BD .

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình thang với đáy lớn AB . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SB . Gọi P là giao điểm của SC và (ADN) , I là giao điểm của AN và DP . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. SI song song với CD . B. SI chéo với CD .
C. SI cắt với CD . D. SI trùng với CD .

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SC . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $MN \parallel (ABC)$. B. $MN \parallel (SAB)$. C. $MN \parallel (SAC)$. D. $MN \parallel (SBC)$.

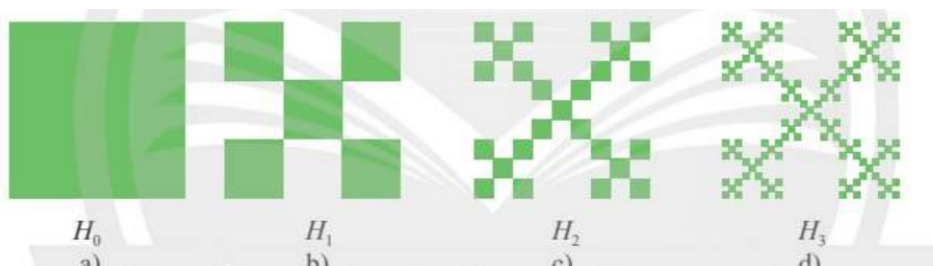
Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O . Tam giác ΔSAD đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $ABCD$. Gọi (α) là mặt phẳng qua O và song song với mặt phẳng (SAD) . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (α) là hình gì

- A. Tam giác. B. Hình tứ giác nhưng không phải là hình thang.
C. Hình thang cân. D. Hình thang không cân.

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 36: Xét quá trình tạo ra hình có chu vi vô cực và diện tích bằng 0 như sau:

Bắt đầu bằng một hình vuông H_0 cạnh bằng 1 đơn vị độ dài. Chia hình vuông H_0 thành chín hình vuông bằng nhau, bỏ đi bốn hình vuông, nhận được hình H_1 . Tiếp theo, chia mỗi hình vuông của H_1 thành chín hình vuông rồi bỏ đi bốn hình vuông, nhận được hình H_2 . Tiếp tục quá trình này, ta nhận được một dãy hình H_n ($n = 1, 2, 3, \dots$).



Ta có: H_1 có 5 hình vuông, mỗi hình vuông có cạnh bằng $\frac{1}{3}$;

H_2 có $5 \cdot 5 = 5^2$ hình vuông, mỗi hình vuông có cạnh bằng $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3^2}; \dots$

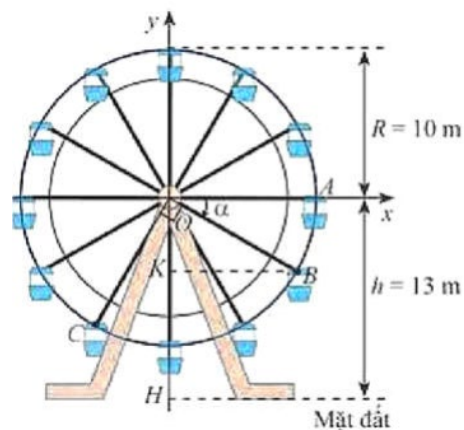
Từ đó, nhận được H_n có 5^n hình vuông, mỗi hình vuông có cạnh bằng $\frac{1}{3^n}$.

a) Tính diện tích S_n của H_n và tính $\lim S_n$.

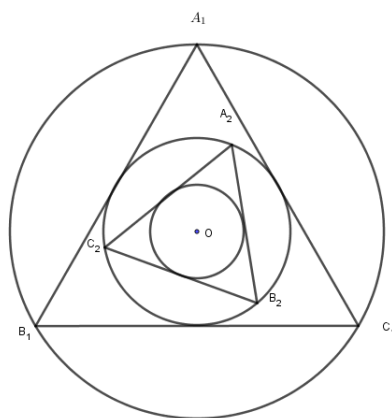
b) tính chu vi p_n của hình H_n và tính $\lim p_n$.

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, BC và P là điểm nằm trên cạnh AB sao cho $AP = \frac{1}{3} AB$. Gọi Q là giao điểm của SC và (MNP) . Tính tỉ số $\frac{SQ}{SC}$.

Câu 38: Vị trí cabin mà Bảo và Cao ngồi trên vòng quay được đánh dấu với điểm B và C như hình sau
Gọi α là số đo của góc lượng giác tia đầu OA và tia cuối OB , β là góc tạo bởi tia đầu OA và tia cuối OC . Khi điểm B cách mặt đất 4m thì điểm C cách mặt đất bao nhiêu mét. Kết quả gần với đáp án nào nhất?



Câu 39: Cho một hình tròn tâm O bán kính là $R = 60m$. Dựng tam giác đều $A_1B_1C_1$ nội tiếp đường tròn, sau đó lấy đường tròn nội tiếp tam giác $A_1B_1C_1$. Cứ tiếp tục làm quá trình như trên. Diện tích của tam giác $A_9B_9C_9$ là

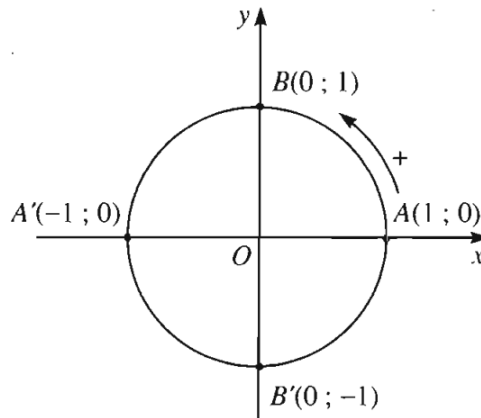


----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Trên đường tròn lượng giác



Trong các số đo được cho bên dưới, số đo nào là số đo của góc lượng giác (OA, OB') ?

A. $\frac{5\pi}{2}$.

B. $\frac{3\pi}{2}$.

C. $-\frac{3\pi}{2}$.

D. $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải

Từ hình vẽ ta có $(OA, OB') = \frac{3\pi}{2}$.

Câu 2: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y = \tan 4x$.

B. $y = \cos 3x$.

C. $y = \cot 5x$.

D. $y = \sin 2x$.

Lời giải

Hàm số $y = \cos 3x$ là hàm số chẵn do có tập xác định là $D = \mathbb{R}$, $\forall x \in D, -x \in D$ ta có:
 $\cos 3(-x) = \cos(-3x) = \cos 3x$.

Câu 3: Tất cả các nghiệm của phương trình $\sin x = \sin \frac{\pi}{3}$ là

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Áp dụng công thức: $\sin x = \sin a \Leftrightarrow \begin{cases} x = a + k2\pi \\ x = \pi - a + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 4: Cho dãy số (u_n) có $u_n = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1}$. Tính u_2 .

A. $u_2 = \frac{1}{5}$.

B. $u_2 = \frac{2}{5}$.

C. $u_2 = \frac{3}{5}$.

D. $u_2 = \frac{4}{5}$.

Lời giải

Ta có $u_2 = \frac{2^2 - 1}{2^2 + 1} = \frac{3}{5}$.

Câu 5: Trong các dãy số sau, dãy nào là cấp số nhân?

A. $u_n = (-1)^n n$

B. $u_n = n^2$

C. $u_n = 2^n$

D. $u_n = \frac{n}{3^n}$

Lời giải

Lập tỉ số $\frac{u_{n+1}}{u_n}$

A: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(-1)^{n+1} \cdot (n+1)}{(-1)^n \cdot n} = -\frac{n+1}{n} \Rightarrow (u_n)$ không phải cấp số nhân.

B: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(n+1)^2}{n^2} \Rightarrow (u_n)$ không phải là cấp số nhân.

C: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2^{n+1}}{2^n} = 2 \Rightarrow u_{n+1} = 2u_n \Rightarrow (u_n)$ là cấp số nhân có công bội bằng 2.

D: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n+1}{3n} \Rightarrow (u_n)$ không phải là cấp số nhân.

Câu 6: Giá trị của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3}{4n^2 - 2n + 1}$ là:

A. $-\frac{3}{4}$.

B. $-\infty$.

C. 0.

D. -1.

Lời giải

Ta có $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3}{4n^2 - 2n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{-3}{n^2}}{4 - \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}} = \frac{0}{4} = 0$.

Giải nhanh : Dạng « bậc tử » < « bậc mẫu » nên kết quả bằng 0.**Câu 7:** Tính giới hạn $L = \lim_{n \rightarrow \infty} (3n^2 + 5n - 3)$.

A. $L = 3$.

B. $L = -\infty$.

C. $L = 5$.

D. $L = +\infty$.

Lời giải

$$L = \lim_{n \rightarrow \infty} (3n^2 + 5n - 3) = \lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \left(2 + \frac{5}{n} - \frac{3}{n^2} \right) = +\infty \text{ vì } \begin{cases} \lim_{n \rightarrow \infty} n^2 = +\infty \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 + \frac{5}{n} - \frac{3}{n^2} \right) = 2 > 0 \end{cases}$$

Giải nhanh : $3n^2 + 5n - 3 \sim 3n^2 \longrightarrow +\infty$.**Câu 8:** Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2}{x^2} - \frac{3}{x^4} - 1 \right)$ bằng

A. -1.

B. 2.

C. 0.

D. -3.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2}{x^2} - \frac{3}{x^4} - 1 \right) = -1$

Câu 9: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} 3x$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. 0.

B. -2.

C. 3.

D. -1.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1} 3x = 3.1 = 3$

Câu 10: Hàm số $y = \frac{1}{2x+4}$ gián đoạn tại điểm nào dưới đây?

A. 2.

B. 1

C. 4.

D. -2.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$, suy ra hàm số gián đoạn tại $x = -2$.

Câu 11: Cho hàm số $y = \frac{x^2+1}{x^2+5x+4}$. Khi đó, hàm số liên tục trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3; 2)$.

B. $(-\infty; 3)$.

C. $(-5; 3)$.

D. $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Hàm số xác định khi và chỉ khi $x^2+5x+4 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq -4 \end{cases}$.

Tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; -4) \cup (-4; -1) \cup (-1; +\infty)$.

Hàm số $y = \frac{x^2+1}{x^2+5x+4}$ là hàm phân thức hữu tỉ, nên liên tục trên từng khoảng của tập xác định $(-\infty; -4)$, $(-4; -1)$ và $(-1; +\infty)$. Vậy hàm số đã cho liên tục trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} m^2+mx-2 & \text{khi } x \neq 1 \\ 0 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tính tổng các giá trị tìm được của tham số m để hàm số liên tục tại $x = 1$

A. -1.

B. 1

C. 4.

D. -2.

Lời giải

Để hàm số liên tục tại $x = 1$ thì $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow m^2+m-2=0$, phương trình có hai nghiệm phân biệt $m=1$ và $m=-2$ nên tổng các giá trị của tham số m tìm được bằng $1+(-2)=-1$.

Câu 13: Một hình chóp có đáy là một ngũ giác có số mặt và số cạnh lần lượt là

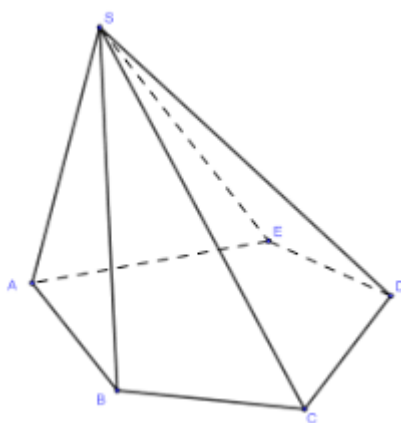
A. 5 mặt, 5 cạnh.

B. 6 mặt, 5 cạnh.

C. 6 mặt, 10 cạnh.

D. 5 mặt, 10 cạnh.

Lời giải



Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$. Giao tuyến của mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (SAD) là đường thẳng

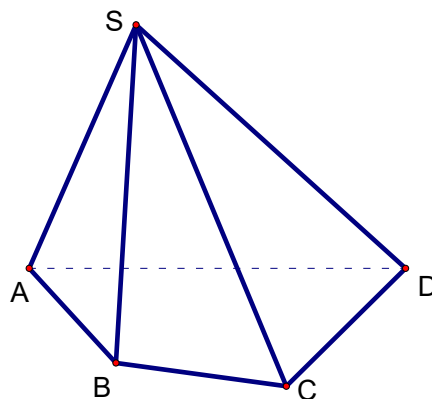
A. SA.

B. SB.

C. SC.

D. SD.

Lời giải



Ta có: $(SAB) \cap (SAD) = SA$.

Câu 15: Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng:

- A. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì hai mặt phẳng đó song song với nhau.
- B. Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì hai đường thẳng đó song song với nhau.
- C. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của hai mặt phẳng đó cũng song song với đường thẳng.**
- D. Nếu một mặt phẳng song song với một trong hai đường thẳng song song với nhau thì nó cũng song song với đường thẳng còn lại.

Lời giải

Đáp án C đúng, dựa theo tính chất đường thẳng song song với mặt phẳng.

Câu 16: Qua một điểm cho trước nằm ngoài mặt phẳng có bao nhiêu đường thẳng đi qua điểm đó và song song với mặt phẳng đã cho:

- A. Một.
- B. Hai.
- C. Không có đường nào.
- D. Có vô số đường.**

Lời giải

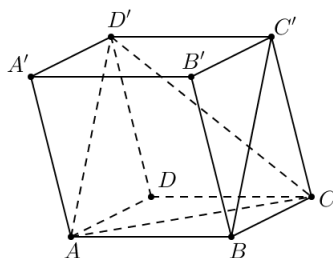
Với mỗi điểm cho trước nằm ngoài mặt phẳng có thể dựng vô số đường thẳng đi qua điểm đó và song song với mặt phẳng cho trước.

Vậy đáp án D đúng.

Câu 17: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $BC' \parallel (ACD)$.
- B. $BC' \parallel (AB'A')$.
- C. $BC' \parallel (CDD')$.
- D. $BC' \parallel (ACD')$.**

Lời giải

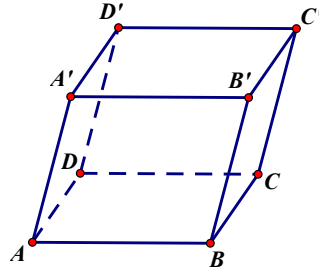


Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên $AB \parallel C'D'$ và $AB = C'D'$.

Do đó $ABC'D'$ là hình bình hành. Suy ra $BC' \parallel AD'$, mà $AD' \subset (ACD')$.

Vậy $BC' \parallel (ACD')$.

Câu 18: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ như hình vẽ. Mặt phẳng (BCC') song song với mặt phẳng nào sau đây?



A. $(DC'D')$.

B. (CDA') .

C. $(A'DD')$.

D. $(A'C'A)$.

Lời giải

Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên $(BCC'B') \parallel (ADD'A')$.

Do đó $(BCC'B') \parallel (A'DD')$.

Câu 19: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Khẳng định nào sau đây là đúng:

A. Các mặt bên của lăng trụ là các hình bình hành.

B. Các mặt bên của lăng trụ là hình chữ nhật.

C. Các mặt bên của lăng trụ là hình vuông.

D. Hai đáy của lăng trụ là các tam giác đều.

Lời giải

Theo lý thuyết SGK thì A là đáp án đúng.

Câu 20: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Hình chiếu song song của hai đường thẳng song song có thể trùng nhau.

B. Một đường thẳng luôn cắt hình chiếu song song của nó.

C. Hình chiếu song song của hai đường thẳng cắt nhau thì cắt nhau hoặc trùng nhau.

D. Một đường thẳng có thể song song hoặc trùng với hình chiếu song song của nó.

Lời giải

Một đường thẳng và hình chiếu song song của nó có thể song song hoặc trùng nhau.

Câu 21: Cho $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$; $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ thì $\sin 2\alpha$ bằng

A. $-\frac{24}{25}$.

B. $\frac{24}{25}$.

C. $\frac{4}{5}$.

D. $-\frac{4}{5}$.

Lời giải

Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\sin \alpha > 0$; $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$.

Ta có $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{4}{5}$.

$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \cdot \frac{4}{5} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{24}{25}$.

Câu 22: Rút gọn biểu thức $A = \frac{3 - 4 \cos 2a + \cos 4a}{3 + 4 \cos 2a + \cos 4a}$ ta được kết quả nào sau đây

A. $\cot^4 a$.

B. $\tan^4 a$.

C. 1.

D. $\cos 2a$.

Lời giải

Ta có $A = \frac{3 - 4 \cos 2a + \cos 4a}{3 + 4 \cos 2a + \cos 4a}$

$$\begin{aligned}
&= \frac{3 - 4\cos 2a + 2\cos^2 2a - 1}{3 + 4\cos 2a + 2\cos^2 2a - 1} \\
&= \frac{2\cos^2 2a - 4\cos 2a + 2}{2\cos^2 2a + 4\cos 2a + 2} \\
&= \frac{(\cos 2a - 1)^2}{(\cos 2a + 1)^2} \\
&= \frac{\sin^4 a}{\cos^4 a} = \tan^4 a
\end{aligned}$$

Câu 23: Tìm chu kì T của hàm số $y = 3\sin\left(5x - \frac{\pi}{3}\right)$.

- A. $T = \frac{\pi}{3}$. B. $T = \frac{3\pi}{5}$. C. $T = \frac{2\pi}{3}$. **D. $T = \frac{2\pi}{5}$.**

Lời giải

Hàm số $y = A\sin(ax + b)$ tuần hoàn với chu kì $T = \frac{2\pi}{|a|}$.

Áp dụng: Hàm số $y = 3\sin\left(5x - \frac{\pi}{3}\right)$ tuần hoàn với chu kì $T = \frac{2\pi}{5}$.

Câu 24: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{2n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Dãy số bị chặn trên bởi số $M = -\frac{1}{3}$. B. Dãy số bị chặn dưới bởi số $M = 3$.
C. Dãy số bị chặn dưới bởi số $M = \frac{1}{3}$. **D. Dãy số bị chặn trên bởi số $M = \frac{1}{3}$.**

Lời giải

Ta có $2n+1 \geq 3, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow u_n = \frac{1}{2n+1} \leq \frac{1}{3}$ nên dãy số bị chặn trên bởi số $M = \frac{1}{3}$.

Câu 25: Một chiếc đồng hồ đánh chuông, số tiếng chuông được đánh bằng số giờ mà đồng hồ chỉ tại thời điểm đánh chuông. Hỏi một ngày đồng hồ đó đánh bao nhiêu tiếng chuông báo giờ

- A. 120. B. 78. **C. 156.** D. 24.

Lời giải

Gọi u_n là số tiếng chuông ở giờ thứ n , trong đó $1 \leq n \leq 12$. Sau 12 giờ đồng hồ đánh được:

$$S_{12} = U_1 + \dots + U_{12} = 1 + 2 + \dots + 12 = 6 \cdot (1 + 12) = 78 \text{ tiếng.}$$

Một ngày đồng hồ đánh được $78 \cdot 2 = 156$ tiếng

Câu 26: Ngày đầu tiên của vụ thu hoạch na, một vựa na thu hoạch được 50kg na. Mỗi ngày tiếp theo, khối lượng na thu hoạch được tăng gấp đôi so với ngày trước đó. Tổng khối lượng na mà vựa na thu hoạch được sau 7 ngày là

- A. 3150kg. **B. 6350kg.** C. 4250kg. D. 5150kg.

Lời giải

Khối lượng na thu hoạch được mỗi ngày lập thành cấp số nhân với số hạng đầu là $u_1 = 50$ và công bội $q = 2$.

Tổng khối lượng na thu hoạch được sau 7 ngày chính là tổng 7 số hạng đầu của cấp số nhân này

$$\text{và bằng } S_7 = 50 \cdot \frac{1-2^7}{1-2} = 6350(\text{kg})$$

Câu 27: Tìm giới hạn sau $\lim \frac{1+2+2^2+\dots+2^n}{1+3+3^2+\dots+3^n}$

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

$$\lim \frac{1+2+2^2+\dots+2^n}{1+3+3^2+\dots+3^n} = \lim \frac{\frac{1-2^{n+1}}{-1}}{\frac{1-3^{n+1}}{-2}} = \lim \frac{(1-2^{n+1}) \cdot 2}{1-3^{n+1}} = \lim \frac{\left(\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right) \cdot 2}{\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} - 1} = 0$$

Câu 28: Cho dãy số có giới hạn xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = \frac{1}{2-u_n}, n \geq 1 \end{cases}$. Tính giá trị của $\lim u_n$.

A. 0.

B. 1.

C. -1.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có: $u_1 = \frac{1}{2}; u_2 = \frac{2}{3}; u_3 = \frac{3}{4}; u_4 = \frac{4}{5}; u_5 = \frac{5}{6}; \dots$

Dự đoán $u_n = \frac{n}{n+1}$ với $n \in \mathbb{N}^*$

Để dàng chứng minh dự đoán trên bằng phương pháp quy nạp.

Từ đó $\lim u_n = \lim \frac{n}{n+1} = \lim \frac{1}{1+\frac{1}{n}} = 1$.

Câu 29: Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^3+x^2+1}-1}{x^2}$ bằng

A. 1.

B. $\frac{1}{2}$.

C. -1.

D. 0.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^3+x^2+1}-1}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3+x^2+1-1}{x^2(\sqrt{x^3+x^2+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{(\sqrt{x^3+x^2+1}+1)} = \frac{1}{2}.$$

Câu 30: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}{x}, & -1 \leq x < 0 \\ -2 + \frac{1-x}{1+x}, & x \geq 0 \end{cases}$. Tính $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

A. 1.

B. -1.

C. 2.

D. Không tồn tại giới hạn.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(-2 + \frac{1-x}{1+x}\right) = -1$.

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{(1-x)-(1+x)}{x(\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-2x}{x(\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x})} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-2}{\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}} = -1.$$

Vì $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -1$ nên $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -1$.

Câu 31: Trong mp(α), cho bốn điểm A, B, C, D trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Điểm $S \notin mp(\alpha)$. Có mấy mặt phẳng tạo bởi S và hai trong số bốn điểm nói trên?

- A. 4. B. 5. **C. 6.** D. 8.

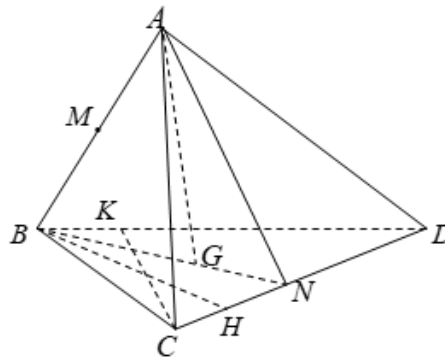
Lời giải

Điểm S cùng với hai trong số bốn điểm A, B, C, D tạo thành một mặt phẳng, từ bốn điểm ta có 6 cách chọn ra hai điểm, nên có tất cả 6 mặt phẳng tạo bởi S và hai trong số bốn điểm nói trên.

Câu 32: Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) là:

- A. AM , M là trung điểm AB . **B. AN , N là trung điểm CD .**
C. AH , H là hình chiếu của B trên CD . D. AK , K là hình chiếu của C trên BD .

Lời giải



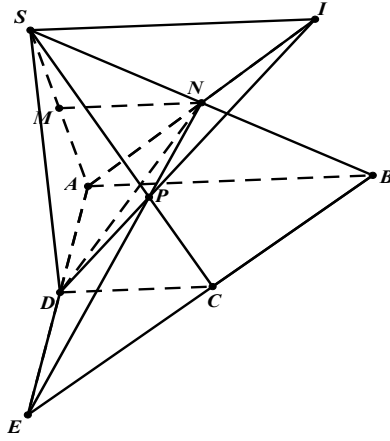
A là điểm chung thứ nhất của (ACD) và (GAB)

G là trọng tâm tam giác BCD , N là trung điểm CD nên $N \in BG$ nên N là điểm chung thứ hai của (ACD) và (GAB) . Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) là AN .

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình thang với đáy lớn AB . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SB . Gọi P là giao điểm của SC và (ADN) , I là giao điểm của AN và DP . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. SI song song với CD .** B. SI chéo với CD .
C. SI cắt với CD . D. SI trùng với CD .

Lời giải



Trong $(ABCD)$ gọi $E = AD \cap BC$, trong (SCD) gọi $P = SC \cap EN$.

Ta có $E \in AD \subset (ADN) \Rightarrow EN \subset (AND) \Rightarrow P \in (ADN)$.

Vậy $P = SC \cap (ADN)$.

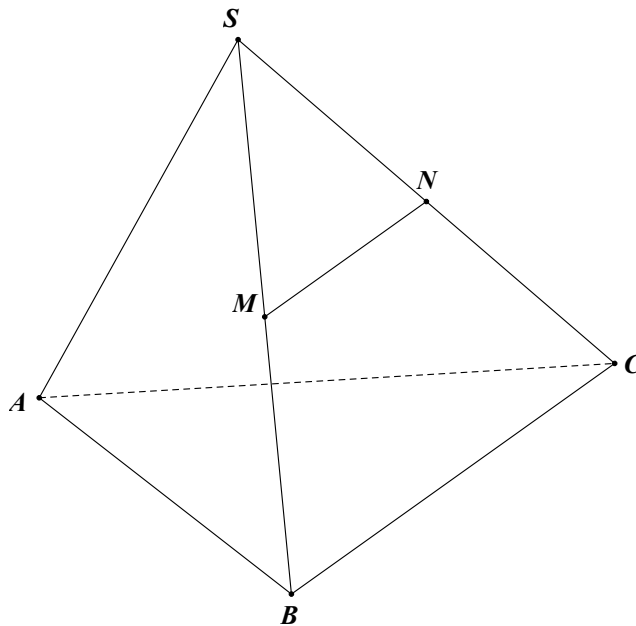
Do $I = AN \cap DP \Rightarrow \begin{cases} I \in AN \\ I \in DP \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I \in (SAB) \\ I \in (SCD) \end{cases} \Rightarrow SI = (SAB) \cap (SCD)$

Ta có $\begin{cases} AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ AB \parallel CD \\ (SAB) \cap (SCD) = SI \end{cases} \Rightarrow SI \parallel CD$.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SC . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A.** $MN \parallel (ABC)$. **B.** $MN \parallel (SAB)$. **C.** $MN \parallel (SAC)$. **D.** $MN \parallel (SBC)$.

Lời giải



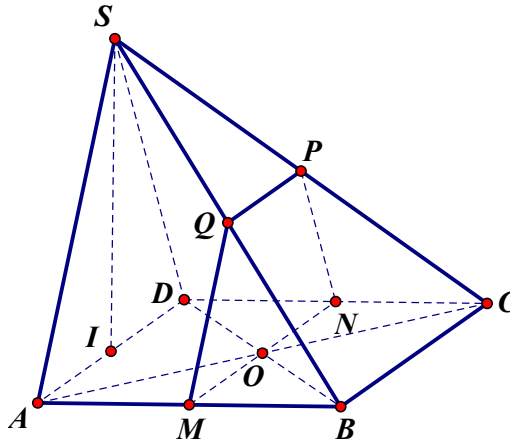
Theo giả thiết thì M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC nên MN là đường trung bình của ΔSBC , do đó $MN \parallel BC$.

$$\text{Vì } \begin{cases} MN \not\subset (ABC) \\ BC \subset (ABC) \\ MN \parallel BC \end{cases} \Rightarrow MN \parallel (ABC).$$

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O . Tam giác $\triangle SAD$ đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $ABCD$. Gọi (α) là mặt phẳng qua O và song song với mặt phẳng (SAD) . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (α) là hình gì

- A. Tam giác. B. Hình tứ giác nhưng không phải là hình thang.
C. Hình thang cân. D. Hình thang không cân.

Lời giải



Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh AB, DC, SC, SB khi đó mặt phẳng $(MNPQ)$ đi qua O và song song với mặt phẳng (SAD) nên $MNPQ$ là thiết diện.

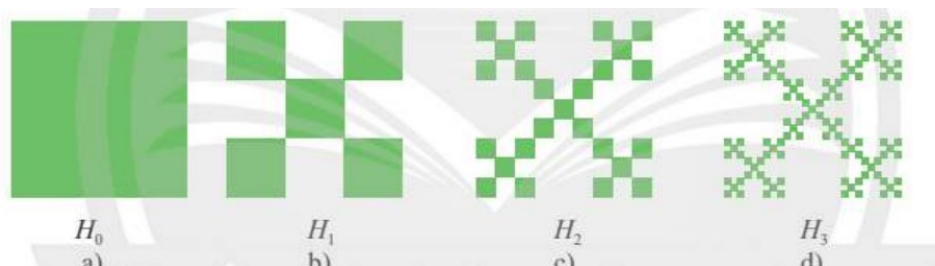
Ta có $MN \parallel PQ$ suy ra $MNPQ$ là hình thang

$$MQ = \frac{1}{2}SA, NP = \frac{1}{2}SD, SA = SD \text{ suy ra } MQ = NP \text{ suy ra } MNPQ \text{ là hình thang cân.}$$

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 36: Xét quá trình tạo ra hình có chu vi vô cực và diện tích bằng 0 như sau:

Bắt đầu bằng một hình vuông H_0 cạnh bằng 1 đơn vị độ dài. Chia hình vuông H_0 thành chín hình vuông bằng nhau, bỏ đi bốn hình vuông, nhận được hình H_1 . Tiếp theo, chia mỗi hình vuông của H_1 thành chín hình vuông rồi bỏ đi bốn hình vuông, nhận được hình H_2 . Tiếp tục quá trình này, ta nhận được một dãy hình H_n ($n = 1, 2, 3, \dots$).



Ta có: H_1 có 5 hình vuông, mỗi hình vuông có cạnh bằng $\frac{1}{3}$;

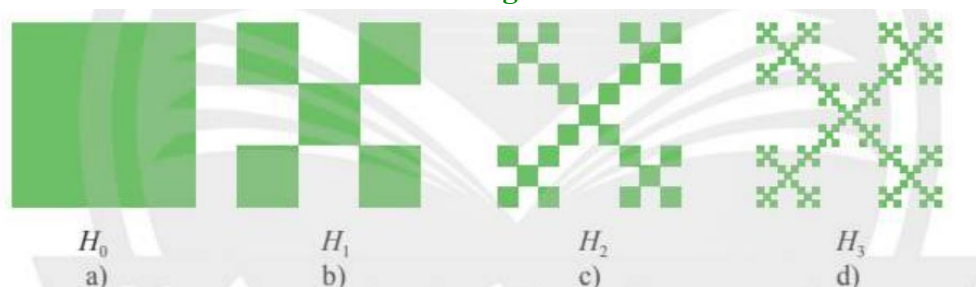
H_2 có $5 \cdot 5 = 5^2$ hình vuông, mỗi hình vuông có cạnh bằng $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3^2}$;...

Từ đó, nhận được H_n có 5^n hình vuông, mỗi hình vuông có cạnh bằng $\frac{1}{3^n}$.

a) Tính diện tích S_n của H_n và tính $\lim S_n$.

b) tính chu vi p_n của hình H_n và tính $\lim p_n$.

Lời giải



a) Diện tích S_n của H_n là: $S_n = 5^n \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n = 5^n \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2n} = \left(\frac{5}{9}\right)^n$

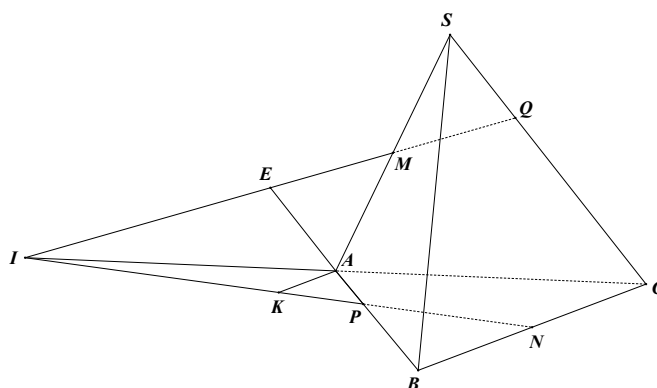
Khi đó $\lim S_n = \lim \left(\frac{5}{9}\right)^n = 0$.

b) Chu vi P_n của H_n là: $P_n = 5^n \cdot 4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n = 4 \left(\frac{5}{3}\right)^n$

Khi đó $\lim P_n = \lim \left[4 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^n\right] = +\infty$.

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, BC và P là điểm nằm trên cạnh AB sao cho $AP = \frac{1}{3}AB$. Gọi Q là giao điểm của SC và (MNP) . Tính tỉ số $\frac{SQ}{SC}$.

Lời giải



Gọi I là giao điểm của NP và AC . Khi đó Q là giao điểm của MI và SC .

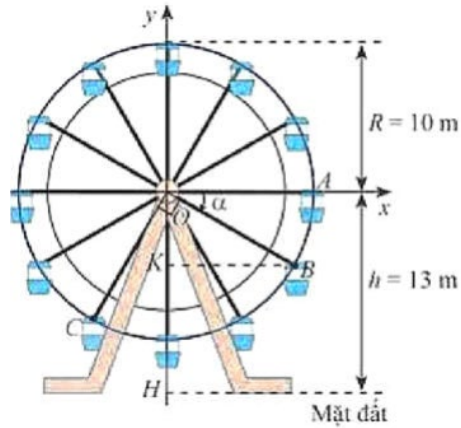
Từ A kẻ đường thẳng song song với BC , cắt IN tại K .

Khi đó $\frac{AK}{BN} = \frac{AP}{BP} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{IA}{IC} = \frac{AK}{CN} = \frac{1}{2}$.

Từ A kẻ đường thẳng song song với SC , cắt IQ tại E .

Khi đó $\frac{AE}{SQ} = \frac{AM}{SM} = 1 \Rightarrow AE = SQ$, $\frac{AE}{CQ} = \frac{IA}{IC} = \frac{1}{2} \Rightarrow AE = \frac{1}{2}CQ$. Do đó $\frac{SQ}{SC} = \frac{1}{3}$.

Câu 38: Vị trí cabin mà Bảo và Cao ngồi trên vòng quay được đánh dấu với điểm B và C như hình sau



Gọi α là số đo của góc lượng giác tia đầu OA và tia cuối OB , β là góc tạo bởi tia đầu OA và tia cuối OC . Khi điểm B cách mặt đất 4m thì điểm C cách mặt đất bao nhiêu mét. Kết quả gần với đáp án nào nhất?

Lời giải

Chiều cao từ điểm B đến mặt đất bằng $KH = 13 + 10\sin \alpha$.

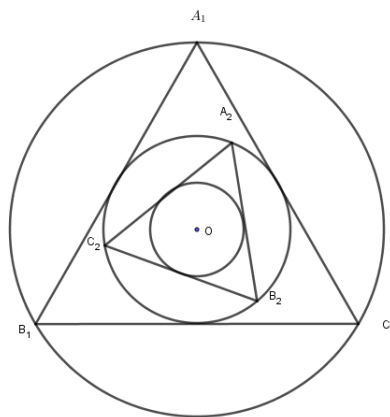
$$\text{Khi } KH = 4 \Leftrightarrow 13 + 10\sin \alpha = 4 \Leftrightarrow \sin \alpha = -\frac{9}{10} \Rightarrow \cos(\alpha - 90^\circ) = -\frac{9}{10},$$

$$\text{Ta lại có: } \beta = \alpha - 90^\circ \Rightarrow \cos \beta = \cos(\alpha - 90^\circ) = -\frac{9}{10}.$$

$$\sin \beta = -\sqrt{1 - \left(-\frac{9}{10}\right)^2} = -\frac{\sqrt{19}}{10}$$

Tương tự điểm B, điểm C cách mặt đất là: $13 + 10\sin \beta \approx 8,64$.

Câu 39: Cho một hình tròn tâm O bán kính là $R = 60m$. Dựng tam giác đều $A_1B_1C_1$ nội tiếp đường tròn, sau đó lấy đường tròn nội tiếp tam giác $A_1B_1C_1$. Cứ tiếp tục làm quá trình như trên. Diện tích của tam giác $A_9B_9C_9$ là



Lời giải

Ta có $R = 60m \Rightarrow OA_1 = 60m$

$$\text{Xét } \triangle A_1OB_1 \text{ có } A_1B_1^2 = 2OA_1^2 - 2OA_1^2 \cdot \cos 120^\circ \Rightarrow A_1B_1^2 = 2 \cdot 60^2 + 2 \cdot 60^2 \cdot \frac{1}{2} = 10800m^2$$

$$\Rightarrow A_1B_1 = 60\sqrt{3}m^2 \Rightarrow OA_2 = 30m$$

$$\text{Xét } \triangle A_2OB_2 \text{ có } A_2B_2^2 = 2OA_2^2 - 2OA_2^2 \cdot \cos 120^\circ \Rightarrow A_2B_2^2 = 2 \cdot 30^2 + 2 \cdot 30^2 \cdot \frac{1}{2} = 2700m^2$$

$$\Rightarrow A_2B_2 = 30\sqrt{3}m^2$$

Thực hiện tương tự, ta có các tam giác $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, \dots$ có độ dài các cạnh tạo thành cấp số nhân với công bội $q_c = \frac{1}{2}$.

Nên diện tích các tam giác $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, \dots$ là cấp số nhân với công bội $q_s = \frac{1}{4}$.

$$S_1 = S_{A_1B_1C_1} = \frac{A_1B_1^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{10800\sqrt{3}}{4} = 2700\sqrt{3}m^2.$$

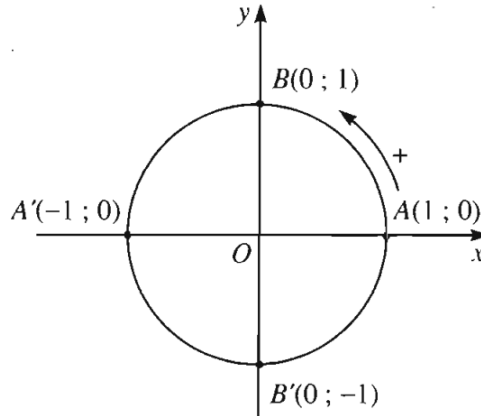
$$S_9 = S_1 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^8 = 0,285m^2.$$

----- **HẾT** -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HKI
MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 10

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Trên đường tròn lượng giác



Trong các số đo được cho bên dưới, số đo nào là số đo của góc lượng giác (OA, OB) ?

- A.** $\frac{5\pi}{2}$. **B.** $\frac{3\pi}{2}$. **C.** $-\frac{3\pi}{2}$. **D.** $\frac{\pi}{2}$.

Câu 2: Có bao nhiêu hàm số chẵn trong các hàm số sau: $y = \sin|x|$, $y = \cos 3x$, $y = \tan 2x$ và $y = \cot x$?

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 3: Phương trình $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$ có nghiệm là

- A.** $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. **C.** $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 4: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n}{3^n - 1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là

- A.** $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}$. **B.** $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{3}{26}$. **C.** $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{16}$. **D.** $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}$.

Câu 5: Các số $-1; \frac{1}{2}; -\frac{1}{2^2}; \frac{1}{2^3}; -\frac{1}{2^2}$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân với công bội là

- A.** $q = -2$. **B.** $q = \frac{1}{2}$. **C.** $q = -\frac{1}{2}$. **D.** $q = 2$.

Câu 6: Giá trị của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 - 2n + 1}{4n^4 + 2n + 1}$ là:

- A.** $+\infty$. **B.** 0. **C.** $\frac{2}{7}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Câu 7: Giới hạn $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2023n + 2n^2}{2024n^3 + 3n - 1}$ bằng

- A.** $\frac{2019}{2020}$. **B.** $\frac{1}{1010}$. **C.** $+\infty$. **D.** 0.

Câu 8: Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3}{x + 2}$ bằng

A. 2.

B. 0.

C. -2.

D. $-\frac{3}{2}$.

Câu 9: Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3)$ bằng

A. 1.

B. $+\infty$.

C. $-\infty$.

D. -1.

Câu 10: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} & \text{khi } x > 0 \\ mx+m+\frac{1}{4} & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$, m là tham số. Tìm giá trị của m để hàm số có

giới hạn tại $x = 0$.

A. $m = \frac{1}{2}$.

B. $m = 1$.

C. $m = 0$.

D. $m = -\frac{1}{2}$.

Câu 11: Hàm số $y = -\frac{1}{x}$ gián đoạn tại điểm nào dưới đây?

A. $x = 0$.

B. $x = 1$.

C. $x = -1$.

D. $x = 2$.

Câu 12: Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m+2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$.

A. $m = 3$.

B. $m = 0$.

C. $m = 4$.

D. $m = 1$.

Câu 13: Trong phát biểu sau đây, phát biểu nào đúng?

A. Hình chóp có tất cả các mặt là hình tam giác.

B. Tất cả các mặt bên của hình chóp là hình tam giác.

C. Tồn tại một mặt bên của hình chóp không phải là hình tam giác.

D. Số cạnh bên của hình chóp bằng số mặt của nó.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là đường thẳng

A. SA .

B. SB .

C. SD .

D. AC .

Câu 15: Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng?

A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.

B. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

C. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì song song.

D. Hai đường thẳng không nằm trên cùng một mặt phẳng thì chéo nhau.

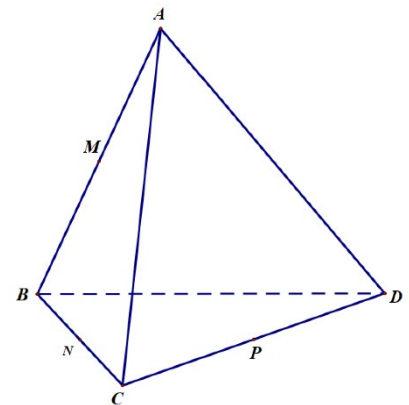
Câu 16: Cho tứ diện $ABCD$ có M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $MP \parallel AD$.

B. BC, AD có điểm chung.

C. $MN \parallel AC$.

D. $MP \parallel BC$.



Câu 17: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Mệnh đề nào sau đây đúng?

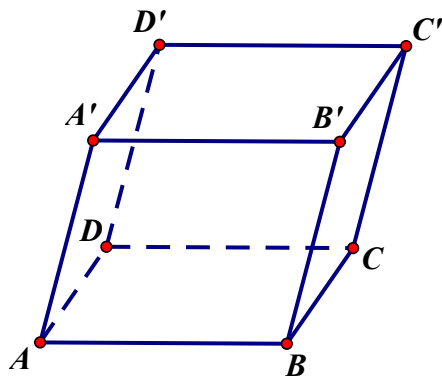
A. $MN \parallel (SAB)$.

B. $MN \parallel (SBC)$.

C. $MN \parallel (SBD)$.

D. $MN \parallel (ABCD)$.

Câu 18: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?



- A. (BCA') . B. (BDA') . C. $(A'C'C)$. D. $(BC'D)$.

Câu 19: Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hình lăng trụ tam giác có 5 mặt và 9 cạnh.
 B. Hình lăng trụ tam giác có 3 mặt và 6 cạnh.
 C. Hình lăng trụ tam giác có 3 mặt và 3 cạnh.
 D. Hình lăng trụ tam giác có 4 mặt và 9 cạnh.

Câu 20: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, gọi O, O' lần lượt là tâm của hai đáy $ABCD, A'B'C'D'$. Hình chiếu song song của O lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ theo phương AA' là

- A. O' . B. A' . C. B' . D. C' .

Câu 21: Tính giá trị $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)$ biết $\sin \alpha = \frac{1}{3}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

- A. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$. B. $-\frac{1+2\sqrt{6}}{6}$. C. $\frac{1-2\sqrt{6}}{6}$. D. $\frac{1+2\sqrt{6}}{6}$.

Câu 22: Cho $\cot \alpha = 15$ thì $\sin 2\alpha$ bằng

- A. $\frac{15}{113}$. B. $-\frac{15}{113}$. C. $\frac{15}{226}$. D. $-\frac{15}{226}$.

Câu 23: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 6 \cos 2x - 7$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{6}\right]$. Tính $M + m$.

- A. -14 . B. 3 . C. -11 . D. -10 .

Câu 24: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n+1}{2n+1}$. Số $\frac{9}{17}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

- A. 6 . B. 7 . C. 8 . D. 9 .

Câu 25: An tiết kiệm theo hình thức như sau: Ngày đầu tiên bỏ ống heo 1000 đồng. Trong các ngày tiếp theo, ngày sau bỏ ống nhiều hơn ngày trước 1000 đồng. Hỏi ngày thứ 89, An có bao nhiêu tiền?

- A. 4095000 đồng. B. 89000 đồng. C. 4005000 đồng. D. 3960000 đồng.

Câu 26: Tế bào E.Coli trong điều kiện nuôi cấy thích hợp cứ 20 phút lại nhân đôi một lần. Nếu lúc đầu có 10^{12} tế bào thì sau 3 giờ sẽ phân chia thành số tế bào là

- A. $1024 \cdot 10^{12}$. B. $256 \cdot 10^{12}$. C. $512 \cdot 10^{12}$. D. $512 \cdot 10^{13}$.

Câu 27: Cho $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(an+1)^3 (n^2+3n+5)}{(2n-1)^2 (n^2+3)^2}$. Tìm tất cả các giá trị của a để $L = \frac{1}{2}$.

- A. $a = 0$. B. $a = 1$. C. $a \in \mathbb{R}$. D. $a \in \emptyset$.

- Câu 28:** Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 3 \\ 2(n+1)u_{n+1} = nu_n + n + 2 \end{cases}$. Tính $\lim u_n$.
- A. $\lim u_n = 1$. B. $\lim u_n = 4$. C. $\lim u_n = 3$. D. $\lim u_n = 0$.
- Câu 29:** Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{4x^2 - 3x + 1} - (ax + b) \right) = 0$. Tính $a + 4b$
- A. 3. B. 5. C. -1. D. 2.
- Câu 30:** Kết quả của $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) \sqrt{\frac{x}{x^2-4}}$ bằng
- A. $+\infty$. B. 0. C. $-\infty$. D. 1.
- Câu 31:** Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O . P là một điểm thuộc cạnh SD . Giả sử SO cắt BP tại I . Giao tuyến của hai mặt phẳng (ABP) và (SAC) là:
- A. SO . B. PI . C. PO . D. AI .
- Câu 32:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của AB và CD ; G là trọng tâm tam giác BCD . Giao điểm của đường thẳng EG và mặt phẳng (ACD) là
- A. điểm F . B. giao điểm của đường thẳng EG và AF .
C. giao điểm của đường thẳng EG và AC . D. giao điểm của đường thẳng EG và CD .
- Câu 33:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J theo thứ tự là trung điểm của AD và AC , G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng:
- A. qua I và song song với AB . B. qua J và song song với BD .
C. qua G và song song với CD . D. qua G và song song với BC .
- Câu 34:** Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi H, K lần lượt là trung điểm của BC, CD . Mệnh đề nào dưới đây **sai**?
- A. $HK \parallel (SBD)$. B. $OK \parallel (SAD)$. C. $OH \parallel (SAB)$. D. $HK \parallel (SAB)$.
- Câu 35:** Cho hình chóp $S.ABC$ có G là trọng tâm tam giác ABC . Gọi (α) là mặt phẳng qua G và song song với mặt phẳng (SBC) . Gọi thiết diện của hình chóp $S.ABC$ cắt bởi mặt phẳng (α) là tam giác MNP với $M \in SA, N \in AB, P \in AC$. Tính giá trị của biểu thức $\frac{SM}{SA}$
- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{3}{2}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

- Câu 36:** Tính giới hạn sau: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sqrt{1-x} - \sqrt[3]{8-x}}{x}$
- Câu 37:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ với $AD \parallel BC$ và $AD = 2BC$. Gọi M là điểm trên cạnh SD thỏa mãn $SM = \frac{1}{3}SD$. Mặt phẳng (ABM) cắt cạnh bên SC tại điểm N .
Tính tỉ số $\frac{SN}{SC}$.
- Câu 38:** Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A trong ngày thứ t của năm 2023 được cho bởi một hàm số $y = 4\sin\left[\frac{\pi}{178}(t-60)\right] + 10$ với $t \in \mathbb{Z}$ và $1 \leq t \leq 365$. Vào ngày nào trong năm thì thành phố A có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất?

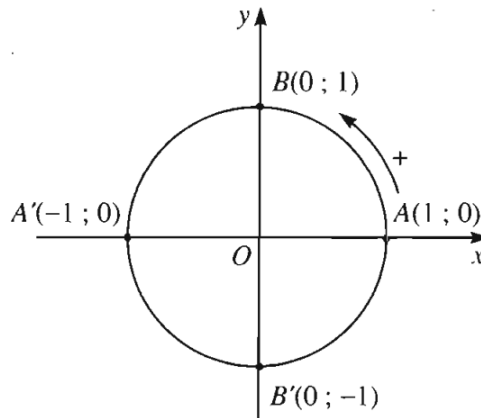
Câu 39: Cho hình vuông C_1 có cạnh bằng 1, C_2 là hình vuông có các đỉnh là các trung điểm của cạnh hình vuông C_1 . Tương tự, gọi C_3 là hình vuông có các đỉnh là trung điểm của các cạnh hình vuông C_2 . Tiếp tục như vậy ta được một dãy các hình vuông $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n, \dots$. Tính tổng diện tích của 10 hình vuông đầu tiên của dãy.

----- **HẾT** -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Trên đường tròn lượng giác



Trong các số đo được cho bên dưới, số đo nào là số đo của góc lượng giác (OA, OB) ?

- A. $\frac{5\pi}{2}$. B. $\frac{3\pi}{2}$. C. $-\frac{3\pi}{2}$. D. $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải

Từ hình vẽ ta có $(OA, OB) = -\frac{3\pi}{2}$.

Câu 2: Có bao nhiêu hàm số chẵn trong các hàm số sau: $y = \sin|x|$, $y = \cos 3x$, $y = \tan 2x$ và $y = \cot x$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Vì hàm số $y = \sin|x|$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$ và $\sin|-x| = \sin|x|$ nên $y = \sin|x|$ là hàm số chẵn.

Vì hàm số $y = \cos 3x$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$ và $\cos(3(-x)) = \cos(-3x) = \cos 3x$ nên $y = \cos 3x$ là hàm số chẵn.

Câu 3: Phương trình $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$ có nghiệm là

- A. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{3} = k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 4: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n}{3^n - 1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là

- A. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}$. B. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{3}{26}$. C. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{16}$. D. $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}$.

Lời giải

Câu 5: Các số $-1; \frac{1}{2}; -\frac{1}{2^2}; \frac{1}{2^3}; -\frac{1}{2^2}$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân với công bội là

- A. $q = -2$. B. $q = \frac{1}{2}$. C. $q = -\frac{1}{2}$. D. $q = 2$.

Lời giải

$$u_1 = -1; u_2 = \frac{1}{2}; q = \frac{u_2}{u_1} = -\frac{1}{2}.$$

Câu 6: Giá trị của giới hạn $\lim \frac{3n^3 - 2n + 1}{4n^4 + 2n + 1}$ là:

A. $+\infty$.

B. 0.

C. $\frac{2}{7}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim \frac{3n^3 - 2n + 1}{4n^4 + 2n + 1} = \lim \frac{\frac{3}{n} - \frac{2}{n^2} + \frac{1}{n^4}}{4 + \frac{2}{n^3} + \frac{1}{n^4}} = \frac{0}{4} = 0.$$

Câu 7: Giới hạn $L = \lim \frac{2023n + 2n^2}{2024n^3 + 3n - 1}$ bằng

A. $\frac{2019}{2020}$.

B. $\frac{1}{1010}$.

C. $+\infty$.

D. 0.

Lời giải

$$\text{Ta có } L = \lim \frac{2023n + 2n^2}{2024n^3 + 3n - 1} = \lim \frac{\frac{2023}{n^2} + \frac{2}{n}}{2024 + \frac{3}{n^2} - \frac{1}{n^3}} = \frac{0}{2024} = 0.$$

Câu 8: Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3}{x + 2}$ bằng

A. 2.

B. 0.

C. -2.

D. $-\frac{3}{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3}{x + 2} = \frac{1 - 3}{-1 + 2} = -2$$

Câu 9: Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3)$ bằng

A. 1.

B. $+\infty$

C. $-\infty$.

D. -1.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3) = +\infty$$

Câu 10: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} & \text{khi } x > 0 \\ mx + m + \frac{1}{4} & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$, m là tham số. Tìm giá trị của m để hàm số có

giới hạn tại $x = 0$.

A. $m = \frac{1}{2}$.

B. $m = 1$.

C. $m = 0$.

D. $m = -\frac{1}{2}$.

Lời giải:

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(x+4)-2^2}{x(\sqrt{x+4}+2)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x(\sqrt{x+4}+2)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x+4}+2} = \frac{1}{4}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(mx + m + \frac{1}{4} \right) = m + \frac{1}{4}$$

Hàm số đã cho có giới hạn tại $x = 0$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4} = m + \frac{1}{4} \Leftrightarrow m = 0.$$

Câu 11: Hàm số $y = -\frac{1}{x}$ gián đoạn tại điểm nào dưới đây?

A. $x = 0$.

B. $x = 1$.

C. $x = -1$.

D. $x = 2$.

Lời giải

Ta có: Tập xác định của hàm số $y = -\frac{1}{x}$ là $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Suy ra hàm số gián đoạn tại điểm $x = 0$.

Câu 12: Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m+2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$.

A. $m = 3$.

B. $m = 0$.

C. $m = 4$.

D. $m = 1$.

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R} \Rightarrow x_0 = 1 \in D$.

Ta có: $f(1) = m + 2$.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+1)(x-1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = 2.$$

Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Rightarrow m + 2 = 2 \Leftrightarrow m = 0$.

Câu 13: Trong phát biểu sau đây, phát biểu nào đúng?

A. Hình chóp có tất cả các mặt là hình tam giác.

B. Tất cả các mặt bên của hình chóp là hình tam giác.

C. Tồn tại một mặt bên của hình chóp không phải là hình tam giác.

D. Số cạnh bên của hình chóp bằng số mặt của nó.

Lời giải

Phương án A sai vì mặt đáy có thể không phải là tam giác.

Phương án B đúng vì theo định nghĩa.

Phương án C sai vì theo định nghĩa mặt bên của hình chóp luôn là tam giác.

Có thể giải thích D sai vì xét với hình chóp tam giác số cạnh bên bằng 3 nhưng số mặt bằng 4.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là đường thẳng

A. SA .

B. SB .

C. SD .

D. AC .

Lời giải

Vì S và B là hai điểm chung của hai mặt phẳng nên $(SAB) \cap (SBC) = SB$.

Câu 15: Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng?

A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.

B. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

C. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì song song.

D. Hai đường thẳng không nằm trên cùng một mặt phẳng thì chéo nhau.

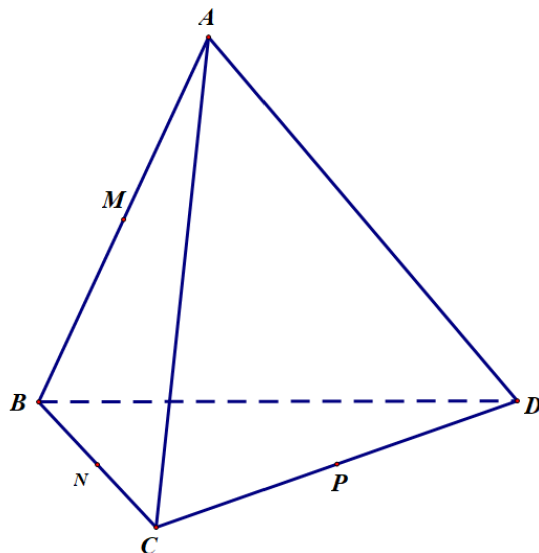
Lời giải

Phương án “Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau” sai vì hai đường thẳng có thể chéo nhau.

Phương án “Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau” sai vì hai đường thẳng có thể song song.

Phương án “Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì song song” sai vì hai đường thẳng có thể chéo nhau.

Câu 16: Cho tứ diện $ABCD$ có M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD . Mệnh đề nào sau đây đúng



A. $MP \parallel AD$.

B. BC, AD có điểm chung.

C. $MN \parallel AC$.

D. $MP \parallel BC$.

Lời giải

Ta có MP, AD, BC là các cặp đường thẳng chéo nhau.

Nên $MP \parallel AD, BC, AD$ có điểm chung, $MP \parallel BC$ là các mệnh đề sai.

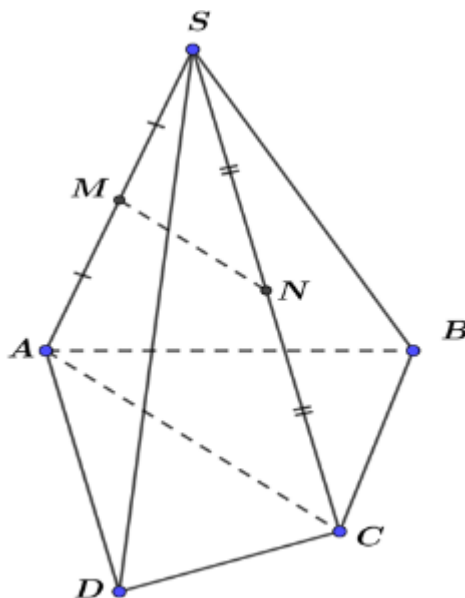
Câu 17: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $MN \parallel (SAB)$.

B. $MN \parallel (SBC)$.

C. $MN \parallel (SBD)$.

D. $MN \parallel (ABCD)$.

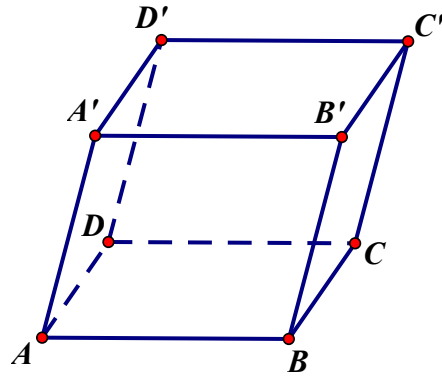


Lời giải

Vì MN là đường trung bình của tam giác $SAC \Rightarrow MN // AC$.

Mặt khác $AC \subset (ABCD) \Rightarrow MN // (ABCD)$.

Câu 18: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?



A. (BCA') .

B. (BDA') .

C. $(A'C'C)$.

D. $(BC'D)$.

Câu 19: Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hình lăng trụ tam giác có 5 mặt và 9 cạnh.

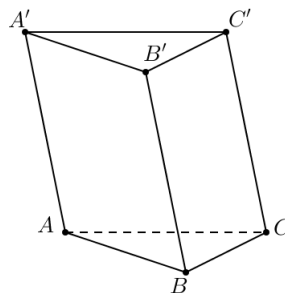
B. Hình lăng trụ tam giác có 3 mặt và 6 cạnh.

C. Hình lăng trụ tam giác có 3 mặt và 3 cạnh.

D. Hình lăng trụ tam giác có 4 mặt và 9 cạnh.

Lời giải

Hình lăng trụ tam giác có 5 mặt và 9 cạnh.



Câu 20: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, gọi O, O' lần lượt là tâm của hai đáy $ABCD, A'B'C'D'$. Hình chiếu song song của O lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ theo phương AA' là

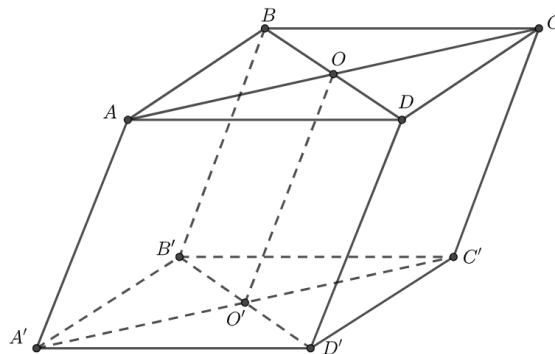
A. O' .

B. A' .

C. B' .

D. C' .

Lời giải



Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên $OO' // AA'$. Vậy hình chiếu song song của O lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ theo phương AA' là O' .

Câu 21: Tính giá trị $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)$ biết $\sin \alpha = \frac{1}{3}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

- A. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$. B. $-\frac{1+2\sqrt{6}}{6}$. C. $\frac{1-2\sqrt{6}}{6}$. D. $\frac{1+2\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải

Vì $\sin \alpha = \frac{1}{3}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Do đó $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = \cos \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{6} + \sin \alpha \cdot \sin \frac{\pi}{6} = -\frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1-2\sqrt{6}}{6}$.

Câu 22: Cho $\cot \alpha = 15$ thì $\sin 2\alpha$ bằng

- A. $\frac{15}{113}$. B. $-\frac{15}{113}$. C. $\frac{15}{226}$. D. $-\frac{15}{226}$.

Lời giải

Ta có $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin^2 \alpha \cdot \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} = 2 \sin^2 \alpha \cdot \cot \alpha$.

Mà $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{1 + \cot^2 \alpha}$.

Từ đó ta có $\sin 2\alpha = \frac{2 \cot \alpha}{1 + \cot^2 \alpha} = \frac{2 \cdot 15}{1 + 15^2} = \frac{15}{113}$.

Câu 23: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 6 \cos 2x - 7$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{6}\right]$. Tính $M + m$.

- A. -14. B. 3. C. -11. D. -10.

Lời giải

Ta có: $-\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow -\frac{2\pi}{3} \leq 2x \leq \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq \cos 2x \leq 1 \Leftrightarrow -10 \leq 6 \cos 2x - 7 \leq -1$.

Suy ra $M = -1, m = -10$. Vậy $M + m = -11$.

Câu 24: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n+1}{2n+1}$. Số $\frac{9}{17}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

- A. 6. B. 7. C. 8. D. 9.

Lời giải

Ta có $u_n = \frac{9}{17} \Leftrightarrow \frac{n+1}{2n+1} = \frac{9}{17} (n \in \mathbb{N}^*) \Leftrightarrow 17n+17 = 18n+9 \Leftrightarrow n = 8$

Câu 25: An tiết kiệm theo hình thức như sau: Ngày đầu tiên bỏ heo 1000 đồng. Trong các ngày tiếp theo, ngày sau bỏ heo nhiều hơn ngày trước 1000 đồng. Hỏi ngày thứ 89, An có bao nhiêu tiền?

- A. 4095000 đồng. B. 89000 đồng. C. 4005000 đồng. D. 3960000 đồng.

Lời giải

* Số tiền bỏ heo của An mỗi ngày tạo thành một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 1000$ công sai $d = 1000$.

* Tổng số tiền bỏ heo tính đến ngày thứ n là:

$$S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$$

* Ngày thứ 89, tổng số tiền bỏ heo là:

$$S_{89} = \frac{89[2.1000 + (89-1).1000]}{2} = 45.89.1000 = 4005000 \text{ đồng.}$$

Câu 26: Tế bào E.Coli trong điều kiện nuôi cấy thích hợp cứ 20 phút lại nhân đôi một lần. Nếu lúc đầu có 10^{12} tế bào thì sau 3 giờ sẽ phân chia thành số tế bào là

- A. 1024.10^{12} . B. 256.10^{12} . C. 512.10^{12} . D. 512.10^{13} .

Lời giải

Lúc đầu có 10^{12} tế bào và mỗi lần phân chia thì một tế bào tách thành hai tế bào nên ta có cấp số nhân với $u_1 = 10^{12}$ và công bội $q = 2$.

Do cứ 20 phút lại nhân đôi một lần nên sau 3 giờ sẽ có 9 lần phân chia tế bào.

Ta có u_{10} là số tế bào nhận được sau 3 giờ.

Vậy số tế bào nhận được sau 3 giờ là $u_{10} = u_1.q^9 = 10^{12}.2^9 = 512.10^{12}$.

Câu 27: Cho $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(an+1)^3(n^2+3n+5)}{(2n-1)^2(n^2+3)^2}$. Tìm tất cả các giá trị của a để $L = \frac{1}{2}$.

- A. $a = 0$. B. $a = 1$. C. $a \in \mathbb{R}$. D. $a \in \emptyset$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(an+1)^3(n^2+3n+5)}{(2n-1)^2(n^2+3)^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3\left(a+\frac{1}{n}\right)^3.n^2\left(1+\frac{3}{n}+\frac{5}{n^2}\right)}{n\left(2-\frac{1}{n}\right).n^4\left(1+\frac{3}{n^2}\right)^2}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(a+\frac{1}{n}\right)^3.\left(1+\frac{3}{n}+\frac{5}{n^2}\right)}{\left(2-\frac{1}{n}\right).\left(1+\frac{3}{n^2}\right)^2} = \frac{a^3}{2}.$$

$$\text{Từ đề bài suy ra } \frac{a^3}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = 1.$$

Vậy $a = 1$ là giá trị cần tìm.

Câu 28: Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 3 \\ 2(n+1)u_{n+1} = nu_n + n + 2 \end{cases}$. Tính $\lim u_n$.

- A. $\lim u_n = 1$. B. $\lim u_n = 4$. C. $\lim u_n = 3$. D. $\lim u_n = 0$.

Lời giải

$$\text{Ta có } u_{n+1} = \frac{n}{2n+2}u_n + \frac{n+2}{2n+2} \quad (*)$$

$$\text{Đặt } a = \lim u_n, \text{ trong biểu thức } (*) \text{ cho } n \rightarrow +\infty \text{ ta được } a = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = 1 = \lim u_n.$$

Chú ý: Để chặt chẽ hơn ta có thể lập luận như sau:

Sử dụng quy nạp toán học, ta chứng minh được $u_n > 1$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$, nên dãy (u_n) bị chặn dưới.

Khi đó ta cũng có $u_{n+1} = \frac{n.u_n}{2n+2} + \frac{n+2}{2n+2} < \frac{n.u_n}{2n+2} + \frac{n+2}{2n+2}.u_n = u_n$ nên dãy (u_n) là dãy giảm.

Vậy, dãy (u_n) có giới hạn.

Đặt $a = \lim u_n$, trong biểu thức (*) cho $n \rightarrow +\infty$ ta được $a = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = 1 = \lim u_n$.

Câu 29: Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{4x^2 - 3x + 1} - (ax + b) \right) = 0$. Tính $a + 4b$

A. 3.

B. 5.

C. **-1.**

D. 2.

Lời giải

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{4x^2 - 3x + 1} - (ax + b) \right) = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x \left(\sqrt{4 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}} - a - \frac{b}{x} \right) \right] = 0$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{4 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}} - a - \frac{b}{x} \right) = 2 - a \end{cases}$$

Nếu $2 - a < 0$ thì $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x \left(\sqrt{4 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}} - a - \frac{b}{x} \right) \right] = -\infty$ nên không thỏa mãn

Nếu $2 - a > 0$ thì $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x \left(\sqrt{4 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}} - a - \frac{b}{x} \right) \right] = +\infty$ nên không thỏa mãn

Nếu $2 - a = 0 \Leftrightarrow a = 2$ thì trở thành

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x \left(\sqrt{4 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}} - 2 \right) - b \right] = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{-3 + \frac{1}{x}}{\sqrt{4 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}} + 2} - b \right) = 0 \Leftrightarrow \frac{-3}{4} - b = 0 \Leftrightarrow b = \frac{-3}{4}$$

Vậy $a + 4b = -1$.

Câu 30: Kết quả của $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) \sqrt{\frac{x}{x^2-4}}$ bằng

A. $+\infty$.

B. **0.**

C. $-\infty$.

D. 1.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) \sqrt{\frac{x}{x^2-4}} = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) \sqrt{\frac{x}{(x-2)(x+2)}} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \sqrt{x-2} \sqrt{\frac{x}{x+2}} = 0.$$

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O . P là một điểm thuộc cạnh SD . Giả sử SO cắt BP tại I . Giao tuyến của hai mặt phẳng (ABP) và (SAC) là:

A. SO .

B. PI .

C. PO .

D. **AI .**

Lời giải

Vậy giao điểm của EG và $mp(ACD)$ là giao điểm $M = EG \cap AF$.

Câu 33: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J theo thứ tự là trung điểm của AD và AC , G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng:

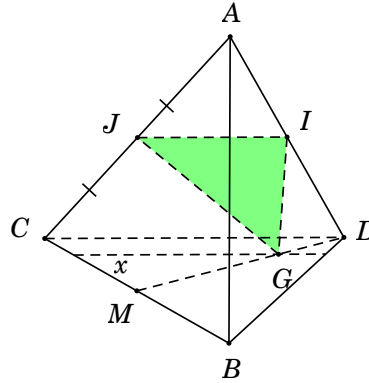
A. qua I và song song với AB .

B. qua J và song song với BD .

C. qua G và song song với CD .

D. qua G và song song với BC .

Lời giải



$$\text{Ta có } \begin{cases} (GIJ) \cap (BCD) = G \\ IJ \subset (GIJ), CD \subset (BCD) \\ IJ \parallel CD \end{cases} \longrightarrow (GIJ) \cap (BCD) = Gx \parallel IJ \parallel CD.$$

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi H, K lần lượt là trung điểm của BC, CD . Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

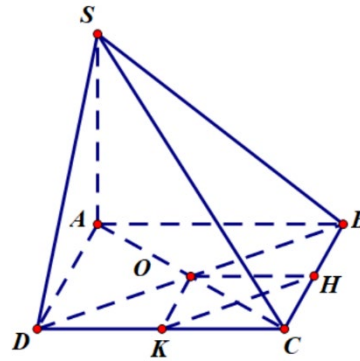
A. $HK \parallel (SBD)$.

B. $OK \parallel (SAD)$.

C. $OH \parallel (SAB)$.

D. $HK \parallel (SAB)$.

Lời giải



+ Ta có $HK \not\subset (SBD)$.

Ta thấy HK là đường trung bình của tam giác BCD nên $HK \parallel BD$ mà $BD \subset (SBD)$.

Do đó $HK \parallel (SBD)$.

+ Ta có $OK \not\subset (SAD)$.

Ta thấy OK là đường trung bình của tam giác ACD nên $OK \parallel AD$ mà $AD \subset (SAD)$.

Do đó $OK \parallel (SAD)$.

+ Ta có $OH \not\subset (SAB)$.

Ta thấy OH là đường trung bình của tam giác ABC nên $OH \parallel AB$ mà $AB \subset (SAB)$.

Do đó $OH \parallel (SAB)$.

+ Trong mp $(ABCD)$ ta thấy: $AB \cap HK$ mà $AB \subset (SAB)$ nên HK không song song với (SAB) .

.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có G là trọng tâm tam giác ABC . Gọi (α) là mặt phẳng qua G và song song với mặt phẳng (SBC) . Gọi thiết diện của hình chóp $S.ABC$ cắt bởi mặt phẳng (α) là tam giác MNP với $M \in SA, N \in AB, P \in AC$. Tính giá trị của biểu thức $\frac{SM}{SA}$

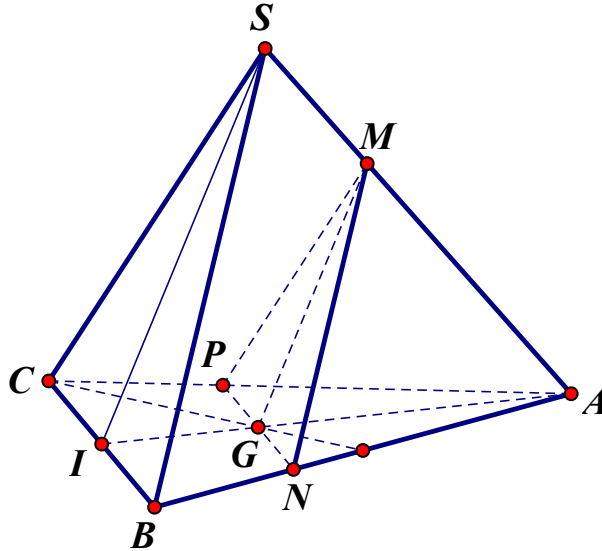
A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải



Gọi I là trung điểm BC

Ta có $SI \parallel MG$ suy ra $\frac{SM}{SA} = \frac{IG}{IA} = \frac{1}{3}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 36: Tính giới hạn sau: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sqrt{1-x} - \sqrt[3]{8-x}}{x}$

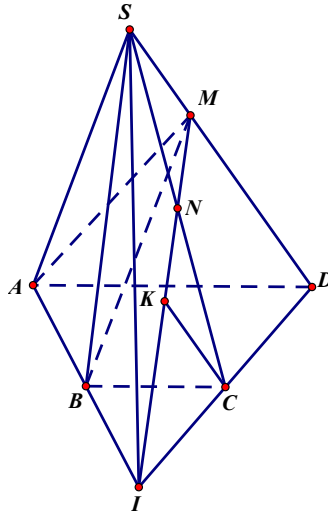
Lời giải

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sqrt{1-x} - \sqrt[3]{8-x}}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sqrt{1-x} - 2 + 2 - \sqrt[3]{8-x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2\sqrt{1-x} - 2}{x} + \frac{2 - \sqrt[3]{8-x}}{x} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{-2x}{x(\sqrt{1-x} + 1)} + \frac{x}{x \left[\left(\sqrt[3]{8-x} \right)^2 + 2\sqrt[3]{8-x} + 4 \right]} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{-2}{\sqrt{1-x} + 1} + \frac{1}{\left(\sqrt[3]{8-x} \right)^2 + 2\sqrt[3]{8-x} + 4} \right) = -\frac{11}{12}. \end{aligned}$$

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ với $AD \parallel BC$ và $AD = 2BC$. Gọi M là điểm trên cạnh SD thỏa mãn $SM = \frac{1}{3}SD$. Mặt phẳng (ABM) cắt cạnh bên SC tại điểm N .

Tính tỉ số $\frac{SN}{SC}$.

Lời giải



Trong mặt phẳng $(ABCD)$:

Gọi $I = AB \cap CD \Rightarrow I \in AB \subset (ABM)$

Trong mặt phẳng (SCD) :

Gọi $N = IM \cap SC$ và K là trung điểm IM .

Ta có: $\frac{IC}{ID} = \frac{BC}{AD} = \frac{1}{2}$

Trong tam giác IMD có KC là đường trung bình nên $KC \parallel MD$ và $KC = \frac{1}{2}MD$

Mà $SM = \frac{1}{2}MD \Rightarrow SM = KC$.

Lại có $KC \parallel SM$ (do $M \in SD$)

$\Rightarrow \frac{SN}{NC} = \frac{SM}{KC} = 1$. Vậy $\frac{SN}{SC} = \frac{1}{2}$.

Câu 38: Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A trong ngày thứ t của năm 2023 được cho bởi một hàm số $y = 4 \sin \left[\frac{\pi}{178}(t-60) \right] + 10$ với $t \in \mathbb{Z}$ và $1 \leq t \leq 365$. Vào ngày nào trong năm thì thành phố A có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất?

Lời giải

Vì $\sin \left[\frac{\pi}{178}(t-60) \right] \leq 1 \Rightarrow y = 4 \sin \left[\frac{\pi}{178}(t-60) \right] + 10 \leq 14$.

Ngày có ánh sáng mặt trời nhiều nhất $\Leftrightarrow y = 14 \Leftrightarrow \sin \left[\frac{\pi}{178}(t-60) \right] = 1$

$\Leftrightarrow \frac{\pi}{178}(t-60) = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow t = 149 + 356k$.

Do $0 < t \leq 365 \Rightarrow 0 < 149 + 356k \leq 365 \Leftrightarrow -\frac{149}{356} < k \leq \frac{54}{89} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 0$.

Với $k = 0 \Rightarrow t = 149$ rơi vào ngày 29 tháng 5 (vì ta đã biết tháng 1 và 3 có 31 ngày, tháng 4 có 30 ngày, riêng đối với năm 2023 thì không phải năm nhuận nên tháng 2 có 28 ngày hoặc dựa vào dữ kiện $1 \leq t \leq 365$ thì ta biết năm này tháng 2 chỉ có 28 ngày).

Câu 39: Cho hình vuông C_1 có cạnh bằng 1, C_2 là hình vuông có các đỉnh là các trung điểm của cạnh hình vuông C_1 . Tương tự, gọi C_3 là hình vuông có các đỉnh là trung điểm của các cạnh hình

vuông C_2 . Tiếp tục như vậy ta được một dãy các hình vuông $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n, \dots$. Tính tổng diện tích của 10 hình vuông đầu tiên của dãy.

Lời giải

Diện tích của hình vuông C_1 là 1

Độ dài đường chéo hình vuông C_1 là $\sqrt{2}$

Hình vuông C_2 có cạnh bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo hình vuông C_1

$\Rightarrow$ Diện tích của hình vuông C_2 là $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$

Hình vuông C_3 có cạnh bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo hình vuông C_2

$\Rightarrow$ Diện tích của hình vuông C_3 là $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^4$

Hình vuông C_n có cạnh bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo hình vuông C_{n-1}

$\Rightarrow$ Diện tích của hình vuông C_n là $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2(n-1)}$

Do đó, dãy diện tích các hình vuông $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n, \dots$ lập thành cấp số nhân với số hạng đầu

$$u_1 = 1, q = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow S_{10} = u_1 \cdot \frac{1 - q^{10}}{1 - q} = \frac{1023}{512}$$

----- **HẾT** -----