

Thời gian làm bài: 180 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1. a. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = -x^3 + 3x + 2$

b. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ x_0 thỏa mãn phương trình $y''(x_0) = 12$.

Câu 2. Giải phương trình lượng giác $\cos 2x + \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 1$

Câu 3. a. Giải phương trình $5.25^x - 26.5^x + 5 = 0$

b. Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{3x - 2}}{x - 1}$

Câu 4. Một trường có 55 đoàn viên học sinh tham dự đại hội Đoàn trường, trong đó khối 12 có 18 em, khối 11 có 20 em và 17 em khối 10. Đoàn trường muốn chọn 5 em để bầu vào ban chấp hành nhiệm kì mới. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho 5 em được chọn có cả 3 khối, đồng thời có ít nhất 2 em học sinh khối 12.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA = a\sqrt{3}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết tam giác SAB cân và góc giữa SD với mặt đáy bằng 30° .

a. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

b. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC .

Câu 6. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $A(1;5)$, $AB = 2BC$ và điểm C thuộc đường thẳng $d: x + 3y + 7 = 0$. Gọi M là điểm nằm trên tia đối của tia CB , N là hình chiếu vuông góc của B trên MD . Tìm tọa độ các điểm B và C biết $N(-\frac{5}{2}; \frac{1}{2})$ và điểm B có tung độ nguyên.

Câu 7. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 7\sqrt{x+1} - 1 = y(\sqrt{x+1} + 1) \\ (x+1)y^2 + y\sqrt{x+1} = 13x + 12 \end{cases}$$

Câu 8. Cho các số dương x, y, z thỏa mãn điều kiện $xy + yz + zx = xyz$. Chứng minh rằng

$$\sqrt{x + yz} + \sqrt{y + xz} + \sqrt{z + xy} \geq \sqrt{xyz} + \sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}$$

-----Hết-----

KỲ KTCL ÔN THI THPT QUỐC GIA LẦN I - NĂM HỌC 2015-2016
HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

Đáp án gồm: 04 trang.

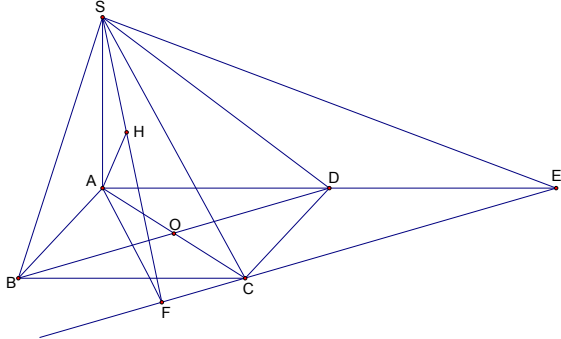
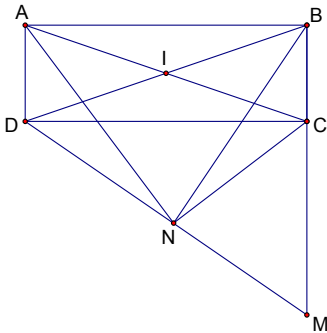
I. Hướng dẫn chung

Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án nhưng đúng thì cho đủ số điểm từng phần như hướng dẫn quy định.

II. Đáp án – thang điểm

Câu	Nội dung trình bày	Thang điểm															
Câu 1	a. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số • Tập xác định: $D = \mathbb{R}$ • Sự biến thiên: + Chiều biến thiên: $y' = -3x^2 + 3, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$, nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$	0,25															
	+ Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = 1, y_{_{CD}} = 4$ Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1, y_{_{CT}} = 0$ + Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$	0,25															
	+Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td>0</td><td>4</td><td>$-\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	y'	$+$	0	$-$	0	y	$+\infty$	0	4	$-\infty$	0,25
	x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$												
	y'	$+$	0	$-$	0												
y	$+\infty$	0	4	$-\infty$													
• Đồ thị:	0,25																
b. Có $y' = -3x^2 + 3 \Rightarrow y'' = -6x$	0,25																

	Theo giả thiết $y''(x_0) = 12 \Leftrightarrow -6x_0 = 12 \Leftrightarrow x_0 = -2$	0,25
	Có $y(-2) = 4, y'(-2) = -9$	0,25
	Vậy phương trình tiếp tuyến là: $y = -9x - 14$	0,25
Câu 2	Phương trình $\Leftrightarrow 1 - 2\sin^2 x - \sin x = 1$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = -\frac{1}{2} \end{cases}$	0,25
	• $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$	0,25
	• $\sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$	0,25
Câu 3	a. Phương trình $\Leftrightarrow (5^x - 5)(5 \cdot 5^x - 1) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 5^x = 5 \\ 5^x = \frac{1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm 1$	0,25
	Phương trình có nghiệm $x = \pm 1$.	
	b. Có $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{3x-2}}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x + \sqrt{3x-2})}$	0,25
	$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{\sqrt{3x-2} + x} = -\frac{1}{2}$	0,25
Câu 4	Chọn 5 em học sinh thỏa mãn yêu cầu bài toán xảy ra 3 trường hợp: + Trường hợp 1: Khối 12 có 2 em, khối 11 có 2 em, khối 10 có 1 em: Có $C_{18}^2 \cdot C_{20}^2 \cdot C_{17}^1 = 494190$ cách chọn	0,25
	+ Trường hợp 2: Khối 12 có 2 em, khối 11 có 1 em, khối 10 có 2 em Có $C_{18}^2 \cdot C_{20}^1 \cdot C_{17}^2 = 416160$ cách chọn	0,25
	+ Trường hợp 3: Khối 12 có 3 em, khối 11 có 1 em, khối 10 có 1 em Có $C_{18}^3 \cdot C_{20}^1 \cdot C_{17}^1 = 277440$ cách chọn	0,25
	Vậy có $494190 + 416160 + 277440 = 1187790$ cách chọn.	0,25

Câu 5	a. Do $SA \perp (ABCD)$ và ΔSAB cân nên $AB = SA = a\sqrt{3}$ 	0,25
	Góc giữa SD với mặt đáy là góc $\widehat{SDA} = 30^0$ Trong tam giác SAD có $\tan 30^0 = \frac{SA}{AD} \Rightarrow AD = \frac{SA}{\tan 30^0} = 3a$ $\Rightarrow S_{ABCD} = AB.AD = 3a.a\sqrt{3} = 3\sqrt{3}a^2$ $\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.a\sqrt{3}.3\sqrt{3}a^2 = 3a^3$ b. Qua C kẻ đường thẳng song song với BD, cắt AD tại E. Do $BD \parallel CE \Rightarrow BD \parallel (SCE)$ $\Rightarrow d(BD, SC) = d(BD, (SCE)) = d(O, (SCE)) = \frac{1}{2}d(A, (SCE))$ Kẻ $AF \perp CE, F \in CE \Rightarrow CE \perp (SAF)$ Kẻ $AH \perp SF, H \in SF \Rightarrow AH \perp CE \Rightarrow AH \perp (SCE)$ $\Rightarrow d(A, (SCE)) = AH$ Có $AE = 2AD = 6a, CE = BD = 2\sqrt{3}a$ $S_{ACE} = \frac{1}{2}AE.CD = \frac{1}{2}AF.CE \Rightarrow AF = \frac{AE.CD}{CE} = \frac{6a.a\sqrt{3}}{2a\sqrt{3}} = 3a$ Trong tam giác SAF có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AF^2} + \frac{1}{SA^2} \Rightarrow AH = \frac{3a}{2}$ Vậy $d(BD, SC) = \frac{1}{2}d(A, (SCE)) = \frac{1}{2}AH = \frac{3a}{4}$	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 6	Gọi $I = AC \cap BD$ Do $BN \perp DM \Rightarrow IN = IB = ID$ $\Rightarrow IN = IA = IC$ $\Rightarrow \Delta ANC$ vuông tại N 	0,25
	Đường thẳng CN qua $N\left(-\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$ và nhận $\overrightarrow{NA} = \left(\frac{7}{2}; \frac{9}{2}\right)$ là pháp tuyến nên có	0,25

	phương trình: $7x+9y+13=0$. Do $C=CN \cap d \Rightarrow C(2;-3)$	
	Gọi $B(a;b)$. Do $AB=2BC$ và $AB \perp BC$ nên ta có hệ phương trình: $\begin{cases} (a-1)(a-2)+(b-5)(b+3)=0 \\ (a-1)^2+(b-5)^2=4[(a-2)^2+(b+3)^2] \end{cases}$	0,25
	Giải hệ trên suy ra $\begin{cases} a=5, b=-1 \\ a=-\frac{7}{5}, b=-\frac{9}{5} \end{cases}$ (ktm) Vậy $B(5;-1), C(2;-3)$	0,25
Câu 7	Giải hệ: $\begin{cases} 7\sqrt{x+1}-1=y(\sqrt{x+1}+1) & (1) \\ (x+1)y^2+y\sqrt{x+1}=13x+12 & (2) \end{cases}$ Điều kiện: $x \geq -1, x, y \in \mathbb{R}$ $PT(1) \Leftrightarrow (7-y)\sqrt{x+1}=y+1 \Leftrightarrow \sqrt{x+1}=\frac{y+1}{7-y}$ (Do $y=7$ không là nghiệm của phương trình)	0,25
	Thay $\sqrt{x+1}=\frac{y+1}{7-y}$ vào (2) ta được phương trình: $y^2 \cdot \left(\frac{y+1}{7-y}\right)^2 + y \cdot \frac{y+1}{7-y} = 13 \cdot \left(\frac{y+1}{7-y}\right)^2 - 1$ $\Leftrightarrow y^2(y+1)^2 + y(y+1)(7-y) = 13(y+1)^2 - (7-y)^2$ $\Leftrightarrow y^4 + y^3 - 5y^2 - 33y + 36 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow (y-1)(y-3)(y^2+5y+12)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ y=3 \end{cases}$	0,25
	Với $y=1 \Rightarrow x=-\frac{8}{9}$ Với $y=3 \Rightarrow x=0$ Hệ phương trình có 2 nghiệm $(x;y)$ là $\left(-\frac{8}{9};1\right), (0;3)$.	0,25
Câu 8	Đặt $a=\frac{1}{x}, b=\frac{1}{y}, c=\frac{1}{z} \Rightarrow a,b,c > 0$ và $a+b+c=1$ Bất đẳng thức cần chứng minh tương đương: $\sqrt{a+bc} + \sqrt{b+ac} + \sqrt{c+ab} \geq \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ac} + 1$	0,25
	Thật vậy, $\sqrt{a+bc} = \sqrt{a(a+b+c)+bc} = \sqrt{a^2+a(b+c)+bc} \geq \sqrt{a^2+2a\sqrt{bc}+bc}$ $\Rightarrow \sqrt{a+bc} \geq \sqrt{(a+\sqrt{bc})^2} = a+\sqrt{bc}$	0,25
	Tương tự, $\sqrt{b+ac} \geq b+\sqrt{ac}$, $\sqrt{c+ab} \geq c+\sqrt{ab}$	0,25

	Cộng theo về các bất đẳng thức trên ta được: $\sqrt{a+bc} + \sqrt{b+ac} + \sqrt{c+ab} \geq \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ac} + a + b + c$ $\Leftrightarrow \sqrt{a+bc} + \sqrt{b+ac} + \sqrt{c+ab} \geq \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ac} + 1 \Rightarrow \text{đpcm}$ Dấu đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = y = z = 3$	0,25
--	--	------

-----Hết-----