

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ 101

Họ và tên:.....Số báo danh:.....Lớp:.....

Câu 1. Cho hình nón có đường kính đáy bằng 2 và độ dài đường sinh bằng 3. Diện tích toàn phần của hình nón đã cho bằng

- A. 10π . B. 4π . C. 3π . D. 6π .

Câu 2. Giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-2x}{x-3}$ là

- A. $M(-2;3)$. B. $M(3;1)$. C. $M(3;-2)$. D. $M(1;3)$.

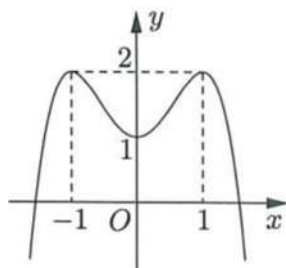
Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-3)^2 = 15$. Bán kính của (S) là

- A. $R = \sqrt{15}$. B. $R = 225$. C. $R = 15$. D. $R = \sqrt{22}$.

Câu 4. Số phức liên hợp của số phức $z = -1$ là

- A. 1. B. -1 . C. $-i$. D. i .

Câu 5. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

- A. $y = 2$. B. $y = 1$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

Câu 6. Đạo hàm của hàm số $y = \cot x$ trên tập xác định của nó là

- A. $y' = -\frac{1}{\sin^2 x}$. B. $y' = 1 + \sin^2 x$. C. $y' = 1 + \cot^2 x$. D. $y' = \cot^2 x$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = y = \frac{z+3}{-2}$?

- A. $H(1; -3; 0)$. B. $N(1; 0; -3)$. C. $G(2; -2; 1)$. D. $M(2; 1; -2)$.

Câu 8. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_4 = 54$. Công bội của cấp số nhân này bằng

- A. $\frac{52}{3}$. B. -3 . C. $-\frac{52}{3}$. D. 3.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x - y - 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n}(1; -1; -1)$. B. $\vec{n}(1; -1; 0)$. C. $\vec{n}(-1; -1; 0)$. D. $\vec{n}(2; -2; -2)$.

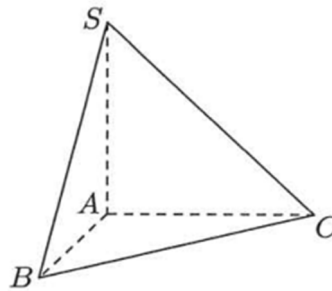
Câu 10. Một hình hộp chữ nhật có thể tích bằng 36. Biết hai kích thước của nó bằng 2 và 6. Kích thước còn lại của hình hộp chữ nhật đã cho bằng

- A. 3. B. 6. C. 2. D. 1.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa trục Ox và mặt phẳng (Oxy) bằng

- A. 45^0 . B. 180^0 . C. 90^0 . D. 0^0 .

Câu 12. Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $SA = 3$, $AB = 3$, $CB = 4$ và $\widehat{ABC} = 30^0$.



Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. 9. B. 1. C. 6. D. 3.

Câu 13. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-1;3)$ là điểm biểu diễn của số phức nào trong các số sau?

- A. $z = -1 - 3i$. B. $z = -1 + 3i$. C. $z = -i + 3$. D. $z = \sqrt{10}$.

Câu 14. Phần ảo của số phức $(-3 + 2i)(2 - 6i)$ bằng

- A. 22. B. $6 + 22i$. C. $22i$. D. 6.

Câu 15. Cho hai mặt phẳng (P) , (Q) song song nhau và cùng tiếp xúc với mặt cầu $S(O;R)$. Gọi d là khoảng cách từ O đến (P) và d' là khoảng cách giữa (P) và (Q) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $d = \frac{d'}{2}$. B. $d = \frac{1}{4}d'$. C. $d = 2d'$. D. $d = d'$.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x+1) > 2$ là

- A. $(-1; 0,75)$. B. $(-\infty; -0,75)$. C. $(-0,75; +\infty)$. D. $(-1; -0,75)$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 4]$. Nếu $\int_{-1}^4 f(x) = -2$ thì $\int_4^{-1} -2f(x)$ bằng

- A. -4. B. 4. C. -2. D. 2.

Câu 18. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình bên?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				2		$-\infty$

- A. $y = \frac{x-3}{2x-1}$. B. $y = -x^4 + 4x^2$. C. $y = x^3 - 3x$. D. $y = -x^3 + 3x$.

Câu 19. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_{\pi} x$ là

- A. $y' = \frac{1}{x \ln \pi}$. B. $y' = \frac{1}{\ln \pi}$. C. $y' = \frac{x}{\ln \pi}$. D. $y' = \frac{\ln \pi}{x}$.

Câu 20. Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	$-$		$-$
y	-1 $\searrow$ $-\infty$		$+\infty$ $\searrow$ -1

Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục hoành là

- A. 1. B. 3. C. 0. D. 2.

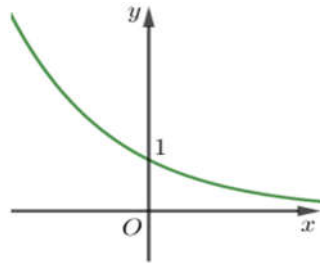
Câu 21. Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|2z + 2 - i| = 3$ là một đường tròn tâm I và bán kính r với

- A. $I\left(1; -\frac{1}{2}\right), r = \frac{3}{2}$. B. $I(-2; 1), r = \frac{3}{2}$. C. $I\left(-1; \frac{1}{2}\right), r = \frac{3}{2}$. D. $I(-2; 1), r = 3$.

Câu 22. Một hộp chứa 15 quả cầu gồm 9 quả màu xanh được đánh số từ 1 đến 9 và 6 quả màu đỏ được đánh số từ 1 đến 6. Lấy ngẫu nhiên hai quả từ hộp đó, xác suất để lấy được hai quả khác màu đồng thời khác số bằng

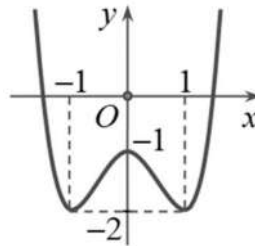
- A. $\frac{3}{7}$. B. $\frac{16}{35}$. C. $\frac{18}{35}$. D. $\frac{8}{35}$.

Câu 23. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



- A. $y = \log_{0,4} x$. B. $y = (\sqrt{2})^x$. C. $y = \frac{1}{2^x}$. D. $y = \log_2 x$.

Câu 24. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A. $(-1; 1)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(1; +\infty)$.

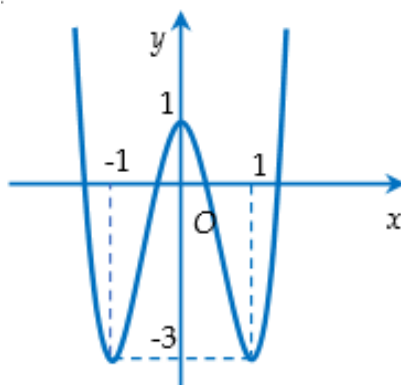
Câu 25. Số nghiệm nguyên không âm của bất phương trình $\pi^{2023-x} \geq \pi$ là

- A. 2022. B. 2024. C. 2023. D. 2025.

Câu 26. Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số và các chữ số thuộc A ?

- A. 1296. B. 300. C. 1080. D. 360.

Câu 27. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m , ($m < 2023$) để phương trình $f(2x) = m$ có đúng hai nghiệm phân biệt?

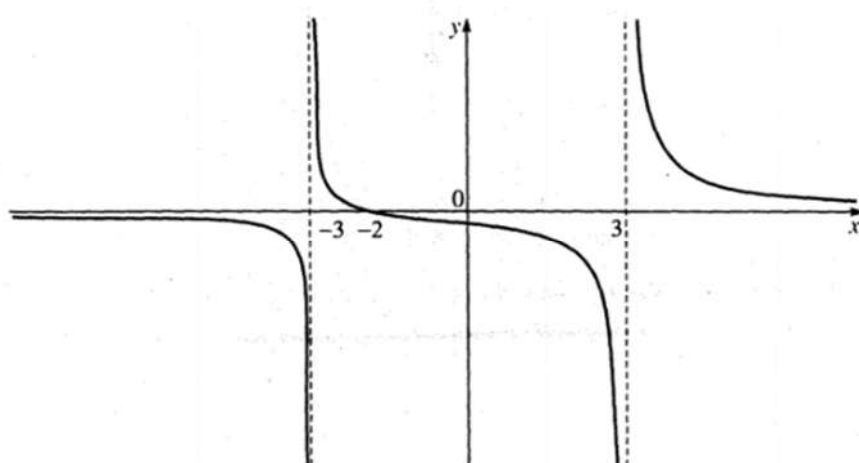
A. 2021.

B. 2022.

C. 2023.

D. 2020.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-3; 3\}$ và có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số bằng

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Câu 29. Cho $\int \frac{1}{2x} dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

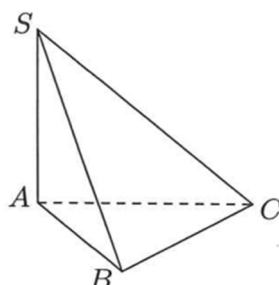
A. $F'(x) = \frac{1}{x^2}$.

B. $F'(x) = \frac{1}{2x}$.

C. $F'(x) = \frac{1}{2} \ln|x|$.

D. $F'(x) = \frac{1}{2x} + C$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , SA vuông góc với đáy và $SA = AB$ (tham khảo hình vẽ).



Tang của góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SBA) bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 2.

D. $\sqrt{2}$.

Câu 31. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = xe^x$ là

A. $(x-1)e^x$.

B. $(x+1)e^x$.

C. $(x-1)e^x + C$.

D. $(x+1)e^x + C$.

Câu 32. Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2x$, $y = 0$ và $x = 3$ quay quanh trục Ox bằng

A. $\frac{18\pi}{5}$.

B. $\frac{8\pi}{3}$.

C. $\frac{18}{5}$.

D. $\frac{8}{3}$.

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+	0	-
y	-1	4	1

A. Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x = 1$.

B. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng 1.

C. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng -1.

D. Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $y = 4$.

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có một nguyên hàm là $F(x)$. Nếu $\int_0^1 f(2x)dx = 6$ thì giá trị $F(0) - F(2)$ bằng

A. -12.

B. 3.

C. 12.

D. -3.

Câu 35. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $4^{3-2x^2} = 5^{x+1}$ gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

A. -1,07.

B. -0,92.

C. 0,92.

D. 1,07.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa trục Oz và đi qua điểm $A(1;1;1)$ có phương trình là

A. $x + y - 2 = 0$.

B. $y - z = 0$.

C. $z - 1 = 0$.

D. $x - y = 0$.

Câu 37. Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng đáy một góc α sao cho $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ được thiết diện là một tam giác vuông có cạnh huyền bằng $4\sqrt{3}$. Thể tích khối nón đã cho bằng

A. 15,8.

B. 37,5.

C. 47,4.

D. 15,7.

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) + f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 1 + \sin 2x$,

với mọi $x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 0$. Giá trị của tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cdot f'(2x) dx$ gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

A. 1,08.

B. 0,07.

C. 0,83.

D. 0,17.

Câu 39. Số nghiệm nguyên thuộc $[-100; 100]$ của bất phương trình

$$\log_5(3^x - 1) \cdot \log_{\frac{1}{5}}\left(\frac{3^x - 1}{25}\right) \leq -143$$
 là

A. 81.

B. 79.

C. 83.

D. 84.

Câu 40. Cho hàm số $f(x) = x^2 - 2x$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $|f(2 + \sin x) + m|$ bằng 2023?

- A. 1013. B. 1012. C. 2. D. 1.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;1)$. Đường thẳng đi qua M đồng thời cắt và vuông góc với trục Oy có phương trình tham số là

- A. $\begin{cases} x=t \\ y=1, t \in \mathbb{R} \\ z=t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=1+t \\ y=1 \\ z=t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. C. $\begin{cases} x=1 \\ y=t, t \in \mathbb{R} \\ z=1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=t \\ y=t, t \in \mathbb{R} \\ z=t \end{cases}$.

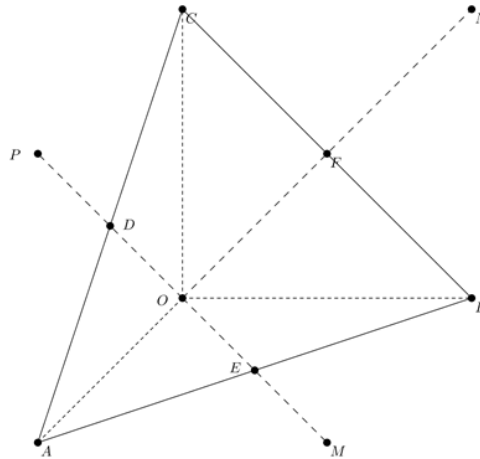
Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân $AB = AC = 6$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Các cạnh bên bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng đáy góc 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. 36. B. 162. C. 18. D. 54.

Câu 43. Cho phương trình $z^2 - 4(m+1)z + 4m^2 + 2 = 0$ (m là tham số thực). Gọi S là tổng tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phức phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|^2 + |z_2|^2 = 2028$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- A. $S \in (2;3)$. B. $S \in (1;2)$. C. $S \in (-2;-1)$. D. $S \in (-1;0)$.

Câu 44. Cho tứ diện $OABC$ vuông tại O có $OA = 2a$, $OB = 3a$, $OC = 4a$. Gọi M, N, P lần lượt là điểm đối xứng với điểm O qua trung điểm ba cạnh AB, BC, CA của tam giác ABC .



Thể tích của tứ diện $OMNP$ bằng

- A. $16a^3$. B. $4a^3$. C. $8a^3$. D. $12a^3$.

Câu 45. Cho hàm số $F(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[-1;3]$, $F(3) = 1$ và $\int_{-1}^3 F(x) dx = 6$. Gọi

$f(x)$ là đạo hàm của hàm số $F(x)$ trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị của $\int_0^2 xf(2x-1)dx$ bằng

- A. 2. B. -1. C. -2. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;2;1)$, $B(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 1 = 0$. Đường thẳng d đi qua điểm A , song song với mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ B đến d nhỏ nhất có một vector chỉ phương là $\vec{u}(1; a; b)$. Khi đó $a + 2b$ bằng

A. -11.

B. 22.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. 1.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng

$(P): 2x - y + 2z - 1 = 0$, $(Q): 2x - y + 2z + 11 = 0$ và các điểm $A(-1; 1; 1)$, $B(1; 2; 3)$. Gọi (S) là mặt cầu bất kỳ qua A và tiếp xúc với cả hai mặt phẳng (P) , (Q) . Gọi I là tâm của mặt cầu (S) . Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng BI thuộc khoảng nào dưới đây?

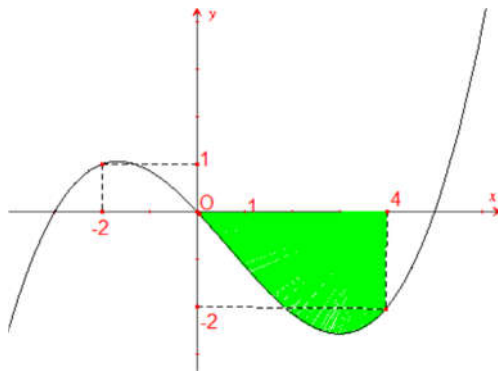
A. (5; 6).

B. (4; 5).

C. (6; 7).

D. (3; 4).

Câu 48. Cho hàm đa thức bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình sau.



Biết $f(0) = \frac{1}{2}$ và diện tích phần tô màu bằng 7. Tìm số giá trị nguyên dương của tham số m để

hàm số $g(x) = |4f(x) + x^2 + m|$ có ít nhất 5 điểm cực trị.

A. 10.

B. 12.

C. 9.

D. 11.

Câu 49. Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn của số phức z có phần thực không âm và số phức w thỏa mãn $|2\bar{z} \cdot z^2 - 4|z|^2| = z \cdot (\bar{z})^2 + \bar{z} \cdot z^2 + 4|z|^2$; $|w| = |\bar{w} + 4 + 2i|$. Giá trị nhỏ nhất của khoảng cách MN bằng $\frac{a}{\sqrt{b}}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$, $\frac{a}{b}$ tối giản. Khi đó $a + 2b$ bằng

A. 26.

B. 16.

C. 11.

D. 14.

Câu 50. Có bao nhiêu số nguyên y sao cho ứng với mỗi số nguyên y có đúng 5 số nguyên x thỏa mãn $7^{x^2 - |y - 2x + 4|} \cdot \log_{(|y - 2x + 4| + 5)}(x^2 + 5) \leq 1$?

A. 10.

B. 11.

C. 16.

D. 12.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.A	4.B	5.A	6.A	7.B	8.D	9.B	10.A
11.D	12.D	13.B	14.A	15.A	16.D	17.A	18.D	19.A	20.A
21.C	22.B	23.C	24.A	25.C	26.C	27.B	28.D	29.B	30.D
31.C	32.A	33.A	34.A	35.B	36.D	37.C	38.B	39.A	40.C
41.A	42.D	43.C	44.C	45.D	46.B	47.B	48.C	49.D	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hình nón có đường kính đáy bằng 2 và độ dài đường sinh bằng 3. Diện tích toàn phần của hình nón đã cho bằng

A. 10π .

B. 4π .

C. 3π .

D. 6π .

Lời giải

Chọn B

Diện tích toàn phần của hình nón đã cho bằng $S_{tp} = \pi Rl + \pi R^2 = \pi.1.3 + \pi.1^2 = 4\pi$.

Câu 2: Giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-2x}{x-3}$ là

A. $M(-2;3)$.

B. $M(3;1)$.

C. $M(3;-2)$.

D. $M(1;3)$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-2x}{x-3}$ lần lượt là $x = 3$ và $y = -2$.

Khi đó, giao điểm cần tìm là $M(3;-2)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-3)^2 = 15$. Bán kính của (S) là

A. $R = \sqrt{15}$.

B. $R = 225$.

C. $R = 15$.

D. $R = \sqrt{22}$.

Lời giải

Chọn A

Bán kính của (S) là $R = \sqrt{15}$.

Câu 4: Số phức liên hợp của số phức $z = -1$ là

A. 1.

B. -1 .

C. $-i$.

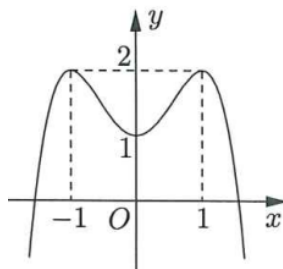
D. i .

Lời giải

Chọn B

Số phức liên hợp của số phức $z = -1$ là $\bar{z} = -1$.

Câu 5: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới



Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. $y = 2$.

B. $y = 1$.

C. $x = 1$.

D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn A

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là $y = 2$.

Câu 6: Đạo hàm của hàm số $y = \cot x$ trên tập xác định của nó là

A. $y' = -\frac{1}{\sin^2 x}$.

B. $y' = 1 + \sin^2 x$.

C. $y' = 1 + \cot^2 x$.

D. $y' = \cot^2 x$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y = \cot x \Rightarrow y' = -\frac{1}{\sin^2 x}$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = y = \frac{x+3}{-2}$?

A. $H(1; -3; 0)$.

B. $N(1; 0; -3)$.

C. $G(1; -2; 1)$.

D. $M(2; 1; -2)$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = y = \frac{x+3}{-2} \Rightarrow N(1; 0; -3) \in d$.

Câu 8: Cho cấp số nhân với (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_4 = 54$. Công bội của cấp số nhân này bằng

A. $\frac{52}{3}$.

B. -3 .

C. $-\frac{52}{3}$.

D. 3 .

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_4 = u_1 \cdot q^3 = 2 \cdot q^3 = 54 \Rightarrow q^3 = 27 \Rightarrow q = 3$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x - y - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là

A. $\vec{n}(1; -1; -1)$.

B. $\vec{n}(1; -1; 0)$.

C. $\vec{n}(-1; -1; 0)$.

D. $\vec{n}(2; -2; -2)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 10: Một hình hộp chữ nhật có thể tích bằng 36. Biết hai kích thước của nó bằng 2 và 6. Kích thước còn lại của hình hộp chữ nhật đã cho bằng

A. 3.

B. 6.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

Gọi kích thước còn lại là a .

Ta có $V = 2 \cdot 6 \cdot a = 36 \Rightarrow a = 3$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa trục Ox và mặt phẳng (Oxy) bằng

A. 45° .

B. 180° .

C. 90° .

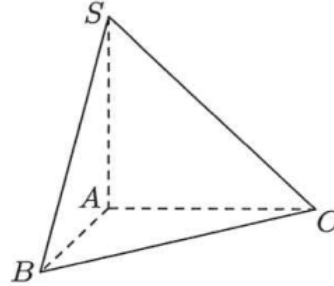
D. 0° .

Lời giải

Chọn D

Ta có $Ox \subset (Oxy)$, nên góc giữa trục Ox và mặt phẳng (Oxy) bằng 0° .

Câu 12: Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $SA = 3$, $AB = 3$, $CB = 4$ và $\widehat{ABC} = 30^\circ$.



Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 9.

B. 1.

C. 6.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin \widehat{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \cdot \sin 30^\circ = 3.$$

Câu 13: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-1;3)$ là điểm biểu diễn của số phức nào trong các số sau?

A. $z = -1 - 3i$.

B. $z = -1 + 3i$.

C. $z = -i + 3$.

D. $z = \sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 14: Phần ảo của số phức $(-3 + 2i)(2 - 6i)$ bằng

A. 22.

B. $6 + 22i$.

C. $22i$.

D. 6.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } (-3 + 2i)(2 - 6i) = 6 + 22i.$$

Câu 15: Cho hai mặt phẳng (P) , (Q) song song nhau và cùng tiếp xúc với mặt cầu $S(O; R)$. Gọi d là khoảng cách từ O đến (P) và d' là khoảng cách giữa (P) và (Q) . Khẳng định nào sau đây đúng?

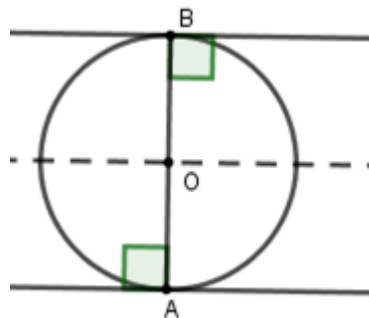
A. $d = \frac{d'}{2}$.

B. $d = \frac{1}{4}d'$.

C. $d = 2d'$.

D. $d = d'$.

Lời giải



Chọn A

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x+1) > 2$ là

- A.** $(-1; 0,75)$. **B.** $(-\infty; -0,75)$. **C.** $(-0,75; +\infty)$. **D.** $(-1; -0,75)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \log_{0,5}(x+1) > 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ x+1 < 0,5^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x < -0,75 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < -0,75.$$

Tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-1; -0,75)$.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 4]$. Nếu $\int_{-1}^4 f(x) dx = -2$ thì $\int_4^{-1} -2f(x) dx$ bằng

- A.** -4 . **B.** 4 . **C.** -2 . **D.** 2 .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \int_4^{-1} -2f(x) dx = -2 \cdot \int_4^{-1} f(x) dx = 2 \cdot \int_{-1}^4 f(x) dx = 2 \cdot (-2) = -4.$$

Câu 18: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$				2		$-\infty$

- A.** $y = \frac{x-3}{2x-1}$. **B.** $y = -x^4 + 4x^2$. **C.** $y = x^3 - 3x$. **D.** $y = -x^3 + 3x$.

Lời giải

Chọn D

Câu 19: Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_{\pi} x$ là

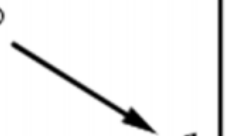
- A.** $y' = \frac{1}{x \cdot \ln \pi}$. **B.** $y' = \frac{1}{\ln \pi}$. **C.** $y' = \frac{x}{\ln \pi}$. **D.** $y' = \frac{\ln \pi}{x}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } y' = (\log_{\pi} x)' = \frac{1}{x \cdot \ln \pi}.$$

Câu 20: Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	$-$		$-$
y	-1 		$+\infty$ 
			$-\infty$

Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục hoành là

A. 1.

B. 3.

C. 0

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị, nhận thấy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 1 điểm duy nhất.

Câu 21: Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|2z + 2 - i| = 3$ là một

đường tròn tâm I và bán kính r với

A. $I\left(1; -\frac{1}{2}\right), r = \frac{3}{2}$.

B. $I(-2; 1), r = \frac{3}{2}$.

C. $I\left(-1; \frac{1}{2}\right), r = \frac{3}{2}$.

D. $I(-2; 1), r = 3$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$.

Theo giả thiết, ta có $|2z + 2 - i| = 3 \Leftrightarrow |2x + 2yi + 2 - i| = 3 \Leftrightarrow |(2x + 2) + (2y - 1)i|$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(2x + 2)^2 + (2y - 1)^2} = 3 \Leftrightarrow (2x + 2)^2 + (2y - 1)^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 + 4y^2 + 8x - 4y - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x - y - 1 = 0$$

Do đó điểm biểu diễn của số phức là đường tròn tâm và bán kính là $I\left(-1; \frac{1}{2}\right), r = \frac{3}{2}$

Câu 22: Một hộp chứa 15 quả cầu gồm 9 quả màu xanh được đánh số từ 1 đến 9 và 6 quả màu đỏ được đánh

số từ 1 đến 6. Lấy ngẫu nhiên hai quả từ hộp đó, xác suất để lấy được hai quả khác màu đồng thời

khác số bằng

A. $\frac{3}{7}$.

B. $\frac{16}{35}$.

C. $\frac{18}{35}$.

D. $\frac{8}{35}$

Lời giải

Chọn B

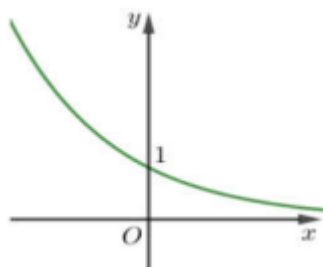
Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{15}^2 = 105$

Gọi A là biến cố: “Lấy được hai khác màu đồng thời khác số”.

Số kết quả thuận lợi của biến cố A là: $n(A) = C_6^1 \cdot C_8^1 = 48$ cách

$$\text{Xác suất của biến cố A: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{48}{105} = \frac{16}{35}.$$

Câu 23: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



- A. $y = \log_{0,4} x$. B. $y = (\sqrt{2})^x$. **C. $y = \frac{1}{2^x}$.** D. $y = \log_2 x$.

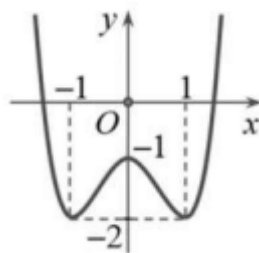
Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;1)$ nên loại đáp án A và D.

Đồ thị nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên chọn đáp án C

Câu 24: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1;1)$** B. $(-\infty; -1)$ C. $(0; +\infty)$ D. $(1; +\infty)$

Lời giải

Chọn A

Câu 25: Số nghiệm nguyên không âm của bất phương trình $\pi^{2023-x} \geq \pi$

- A. 2022. B. 2024 **C. 2023.** D. 2025.

Lời giải

Chọn C

$$\pi^{2023-x} \geq \pi \Leftrightarrow 2023 - x \geq 1 \Leftrightarrow x \leq 2022$$

Theo giả thiết: $x \in \mathbb{Z}$, $0 \leq x \leq 2022$, suy ra $x \in \{0; \dots; 2022\}$.

Do đó có 2023 giá trị nguyên.

Câu 26: Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số và các chữ số thuộc A?

- A. 1296. B. 300. **C. 1080.** D. 360.

Lời giải

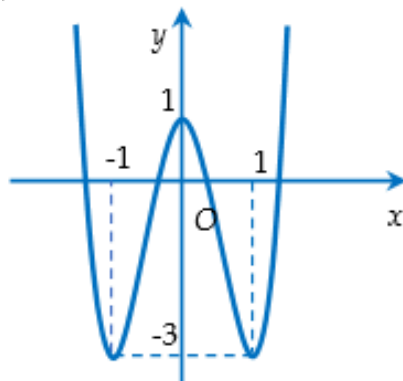
Chọn C

Gọi số tự nhiên cần tìm là $\overline{abcd}$.

- Chọn a có 5 cách,
- Chọn b có 6 cách,
- Chọn c có 6 cách,
- Chọn d có 6 cách.

Vậy có tất cả $5.6.6.6 = 1080$ số thỏa đề.

Câu 27: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m , ($m < 2023$) để phương trình $f(2x) = m$ có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. 2021.

B. 2022.

C. 2023.

D. 2020.

Lời giải

Chọn B

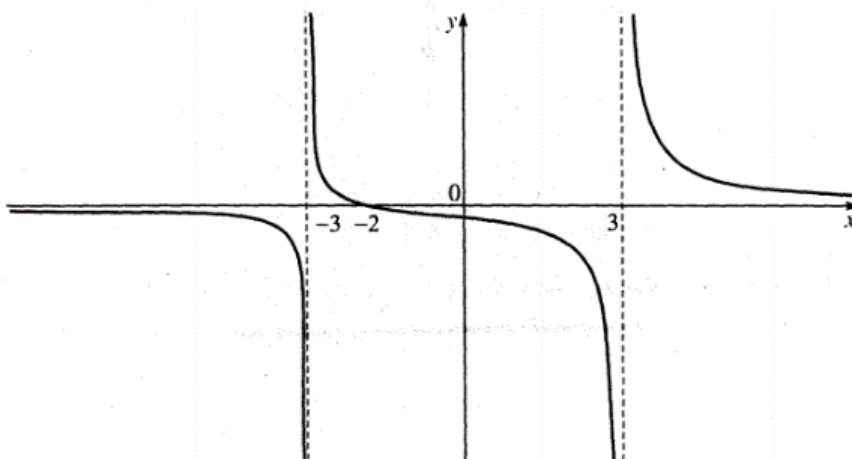
Đặt $t = 2x \Rightarrow x = \frac{t}{2}$. Khi đó, phương trình $f(2x) = m$ có đúng hai nghiệm phân biệt khi

phương trình $f(t) = m$ có đúng hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 \\ m > 1 \end{cases}$ mà $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m < 2023 \end{cases}$

nên $m \in \{2; 3; 4; 5; \dots; 2020; 2021; 2022\} \cup \{-3\}$

Vậy có tất cả 2022 giá trị nguyên của m thỏa đề.

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-3; 3\}$ và có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số bằng

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị, ta có

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho

$\lim_{x \rightarrow (-3)^+} y = +\infty \Rightarrow x = -3$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho

$\lim_{x \rightarrow 3^-} y = -\infty \Rightarrow x = 3$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho

$\Rightarrow$ Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số bằng 3.

Câu 29: Cho $\int \frac{1}{2x} dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $F'(x) = \frac{1}{x^2}$.

B. $F'(x) = \frac{1}{2x}$.

C. $F'(x) = \frac{1}{2} \ln|x|$.

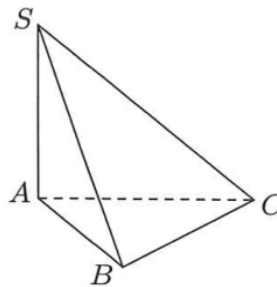
D. $F'(x) = \frac{1}{2x} + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int \frac{1}{2x} dx = F(x) + C$ nên $F'(x) = \frac{1}{2x}$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , SA vuông góc với đáy và $SA = AB$ (tham khảo hình vẽ).



Tang của góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SBA) bằng

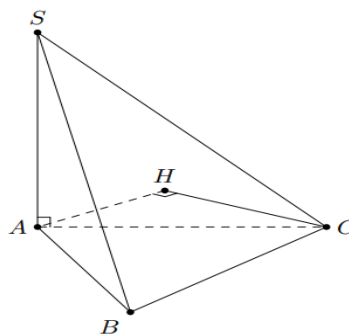
A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 2.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , SA vuông góc với đáy và $SA = AB = 1$ suy ra $\triangle SBC$ đều cạnh $\sqrt{2}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (SBC) suy ra $AH \perp (SBC)$ và H là trọng tâm của $\triangle SBC$.

Vì $AC \perp (SAB)$ và $AH \perp (SBC)$ nên $\left(\widehat{(SBC), (SBA)} \right) = \left(\widehat{AC, AH} \right) = \widehat{HAC}$.

Ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AS^2} \Leftrightarrow AH = \frac{\sqrt{3}}{3}$ và $HC = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{3}$ nên $\tan \widehat{HAC} = \frac{HC}{HA} = \sqrt{2}$.

Câu 31: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = xe^x$ là

- A. $(x-1)e^x$. B. $(x+1)e^x$. C. $(x-1)e^x + C$. D. $(x+1)e^x + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int xe^x dx = \int xde^x = x.e^x - \int e^x dx = x.e^x - e^x + C = (x-1)e^x + C$.

Câu 32: Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2x$, $y = 0$ và $x = 3$ quay quanh trục Ox bằng

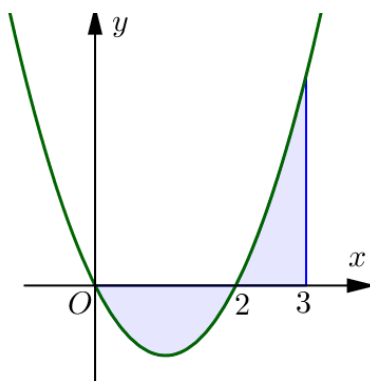
- A. $\frac{18\pi}{5}$. B. $\frac{8\pi}{3}$. C. $\frac{18}{5}$. D. $\frac{8}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình $x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Ta có hình phẳng (Hình vẽ)



Khi đó $V = \pi \int_0^3 (x^2 - 2x)^2 dx = \pi \int_0^3 (x^4 - 4x^3 + 4x^2) dx = \pi \left(\frac{x^5}{5} - x^4 + \frac{4x^3}{3} \right) \Big|_0^3 = \frac{18\pi}{5}$

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+	0	-
y	-1	4	1

- A. Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x = 1$. B. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng 1.
C. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng -1. D. Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $y = 4$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x = 1$.

Câu 34: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có một nguyên hàm là $F(x)$. Nếu $\int_0^1 f(2x)dx = 6$ thì giá trị $F(0) - F(2)$ bằng

A. -12.

B. 3.

C. 12.

D. -3.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \int_0^1 f(2x)dx = 6 \Rightarrow \frac{1}{2} \int_0^1 f(2x)d2x = 6 \Rightarrow \int_0^2 f(x)dx = 12 \Rightarrow F(0) - F(2) = -12$$

Câu 35: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $4^{3-2x^2} = 5^{x+1}$ gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

A. -1,07.

B. -0,92.

C. 0,92.

D. 1,07.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } 4^{3-2x^2} = 5^{x+1} \Leftrightarrow 3 - 2x^2 = (x+1)\log_4 5 \Leftrightarrow 2x^2 + \log_4 5 \cdot x + \log_4 5 - 3 = 0.$$

$$\text{Nên tích các nghiệm bằng } \frac{\log_4 5 - 3}{2} \approx -0,92.$$

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa trục Oz và đi qua điểm $A(1;1;1)$ có phương trình là

A. $x + y - 2 = 0$.

B. $y - z = 0$.

C. $z - 1 = 0$.

D. $x - y = 0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (P) chứa trục Oz và đi qua điểm $A(1;1;1)$

$$\Rightarrow (P) \text{ có VTPT là } \vec{n} = [\vec{OA}, \vec{k}] = (1; -1; 0) \text{ (với } \vec{k} = (0; 0; 1) \text{ là véc tơ đơn vị của trục } Oz)$$

Khi đó (P) đi qua $O(0;0;0)$ và có VTPT $\vec{n}$ có phương trình là $x - y = 0$.

Câu 37: Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng đáy một góc α sao cho $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ được thiết diện là một tam giác vuông có cạnh huyền bằng $4\sqrt{3}$. Thể tích khối nón đã cho bằng

A. 15,8.

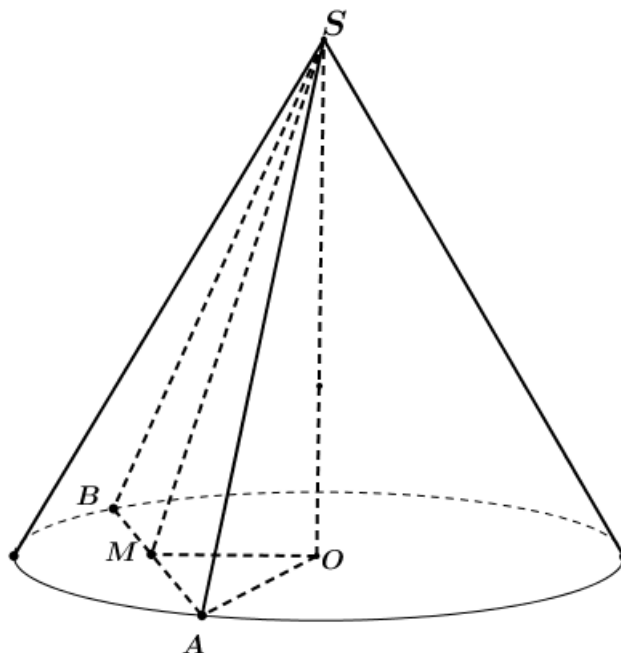
B. 37,5.

C. 47,4.

D. 15,7.

Lời giải

Chọn C



Gọi thiết diện của hình nón và mặt phẳng qua đỉnh S của hình nón là tam giác SAB

Từ giả thiết suy ra tam giác SAB vuông cân tại S và có cạnh huyền $AB = 4\sqrt{3}$

$$\Rightarrow SA = SB = 2\sqrt{6}; SM = \frac{AB}{2} = 2\sqrt{3}$$

Gọi M là trung điểm của AB . Khi đó góc giữa mặt phẳng (SAB) và đáy là $\alpha = \widehat{SMO}$

$$\text{Xét tam giác vuông } SMO: \cos \alpha = \frac{MO}{SM} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{MO}{2\sqrt{3}} \Leftrightarrow MO = 2$$

$$\text{Suy ra bán kính đường tròn đáy của hình nón là } r = OA = \sqrt{OM^2 + AM^2} = \sqrt{4 + 12} = 4$$

(với O là tâm đường tròn đáy của hình nón)

$$\text{Chiều cao của hình nón là } h = SO = \sqrt{SM^2 - MO^2} = \sqrt{12 - 4} = 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \text{Thể tích khối nón đã cho là } V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \pi \cdot 16 \cdot 2\sqrt{2} \approx 47,4.$$

Câu 38: Cho hàm số ch phân $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn

$$f(x) + f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 1 + \sin 2x, \text{ với mọi } x \in \mathbb{R} \text{ và } f(0) = 0. \text{ Giá trị của tích phân } \int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cdot f'(2x) dx$$

gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

A. 1,08.

B. 0,07.

C. 0,83.

D. 0,17.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Xét } A = \int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cdot f'(2x) dx$$

+) Đặt $t = 2x \Rightarrow dx = \frac{1}{2} dt$

+) $x = 0 \Rightarrow t = 0; x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{t}{2} \cdot f'(t) dt = \frac{1}{4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} t \cdot f'(t) dt = \frac{1}{4} \left[t f(t) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t) dt \right] = \frac{1}{4} \left[\frac{\pi}{2} f\left(\frac{\pi}{2}\right) - \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t) dt \right]$$

Xét $f(x) + f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 1 + \sin 2x$ (*)

+) Từ (*) suy ra $f(0) + f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$, mà $f(0) = 0 \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$

+) Từ (*) suy ra $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \sin 2x) dx$ (**)

Đặt $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx \Rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) dx = I$

Khi đó (**) $\Leftrightarrow 2I = \frac{\pi}{2} + 1 \Leftrightarrow I = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{t}{2} \cdot f'(t) dt = \frac{1}{4} \left[\frac{\pi}{2} \cdot 1 - \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \right] = \frac{\pi}{16} - \frac{1}{8} \approx 0,07.$$

Câu 39: Số nghiệm nguyên thuộc $[-100; 100]$ của bất phương trình $\log_5(3^x - 1) \cdot \log_{\frac{1}{5}}\left(\frac{3^x - 1}{25}\right) \leq -143$ là

A. 81.

B. 79.

C. 83.

D. 84.

Lời giải

Chọn A

+ Điều kiện xác định của bất phương trình là $3^x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 0$ (*).

+ Ta có, $\log_5(3^x - 1) \cdot \log_{\frac{1}{5}}\left(\frac{3^x - 1}{25}\right) \leq -143 \Leftrightarrow \log_5(3^x - 1) \left[\log_5\left(\frac{25}{3^x - 1}\right) \right] \leq -143$

$$\Leftrightarrow \log_5(3^x - 1) [2 - \log_5(3^x - 1)] + 143 \leq 0 \quad (1)$$

+ Đặt $t = \log_5(3^x - 1)$, bất phương trình (1) trở thành

$$t(2 - t) + 143 \leq 0 \Leftrightarrow -t^2 + 2t + 143 \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq -11 \\ t \geq 13 \end{cases}.$$

+ Với $t \leq -11 \Rightarrow \log_5(3^x - 1) \leq -11 \Rightarrow 3^x - 1 \leq 5^{-11} \Rightarrow x < 1$. Do x nguyên thỏa điều kiện $x > 0$ nên trường hợp này không tồn tại giá trị x .

+ Với $t \geq 13 \Rightarrow \log_5(3^x - 1) \geq 13 \Rightarrow 3^x - 1 \geq 5^{13} \Rightarrow 3^x \geq 1 + 5^{13}$. Do x nguyên thoả điều kiện $x > 0$ và $x \in [-100; 100]$ nên chọn $x \in \{20, 21, \dots, 100\}$. Vậy có 81 số nguyên x thoả mãn điều kiện.

Câu 40: Cho hàm số $f(x) = x^2 - 2x$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $|f(2 + \sin x) + m|$ bằng 2023?

A. 1013.

B. 1012.

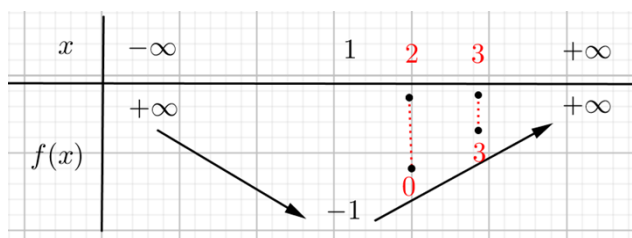
C. 2.

D. 1.

Lời giải

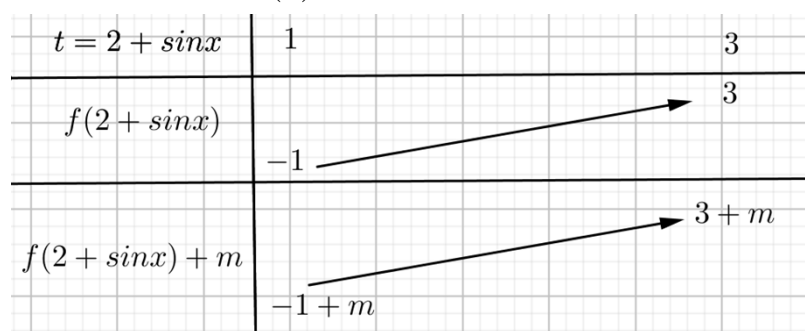
Chọn C

+ Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$



+ Xét hàm số $g(x) = f(2 + \sin x) + m$. Đặt $t = 2 + \sin x$, khi đó $1 \leq t \leq 3$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Ta có, bảng biến thiên của hàm số $g(x)$.



+ Từ bảng biến thiên ta suy ra giá trị lớn nhất của hàm số $|g(x)|$ có thể là $|-1 + m|$ hoặc $|3 + m|$

* Trường hợp 1: $|-1 + m| = 2023 \Rightarrow \begin{cases} -1 + m = 2023 \\ -1 + m = -2023 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 2024 \\ m = -2022 \end{cases}$. Thử lại $m = -2022$ thoả mãn.

* Trường hợp 2: $|3 + m| = 2023 \Rightarrow \begin{cases} 3 + m = 2023 \\ 3 + m = -2023 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 2020 \\ m = -2026 \end{cases}$. Thử lại $m = 2020$ thoả mãn.

Vậy có hai giá trị m thoả mãn yêu cầu bài toán là $m = -2022$ và $m = 2020$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 1; 1)$. Đường thẳng đi qua M đồng thời cắt và vuông góc với trục Oy có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = t \\ y = 1, t \in \mathbb{R} \\ z = t \end{cases}$

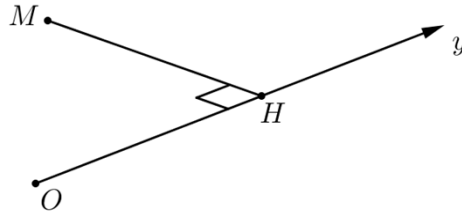
B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 \\ z = t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$

C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = t, t \in \mathbb{R} \\ z = 1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = t \\ y = t, t \in \mathbb{R} \\ z = t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A



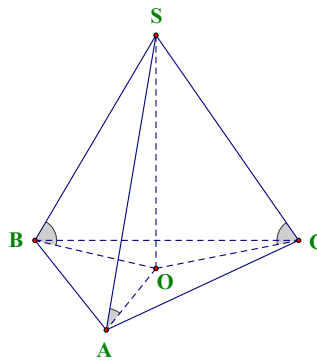
- Gọi H là hình chiếu của điểm M lên trục Oy . Khi đó, $H(0;1;0)$. Đường thẳng MH đi qua điểm $H(0;1;0)$ và có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{HM} = (1;0;1)$ có phương trình tham số
$$\begin{cases} x = t \\ y = 1, t \in \mathbb{R}. \\ z = t \end{cases}$$

- Câu 42:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân $AB = AC = 6$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Các cạnh bên bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng đáy góc 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng
- A.** 36. **B.** 162. **C.** 18. **D.** 54.

Lời giải

Chọn D

Gọi O là hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) .



Nhận thấy: $(SA, (ABC)) = \widehat{SAO}$, $(SB, (ABC)) = \widehat{SBO}$ và $(SC, (ABC)) = \widehat{SCO}$ nên suy ra $OA = OB = OC$ hay O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Tam giác ABC cân tại A có $\widehat{BAC} = 120^\circ$, nên $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 30^\circ$.

Khi đó: $\frac{AB}{\sin \widehat{ACB}} = 2OA$ hay $OA = \frac{AB}{2 \sin \widehat{ACB}} = \frac{6}{2 \cdot \sin 30^\circ} = 6$.

Ta có: $SO = OA \cdot \tan \widehat{SAO} = 6 \cdot \tan 60^\circ = 6\sqrt{3}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 6\sqrt{3} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \sin 120^\circ \right) = 54$.

- Câu 43:** Cho phương trình $z^2 - 4(m+1)z + 4m^2 + 2 = 0$ (m là tham số thực). Gọi S là tổng tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phức phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|^2 + |z_2|^2 = 2028$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $S \in (2;3)$. **B.** $S \in (1;2)$. **C.** $S \in (-2;-1)$. **D.** $S \in (-1;0)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\Delta' = [-2(m+1)]^2 - (4m^2 + 2) = 8m + 2$.

Phương trình luôn có 2 nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn: $\begin{cases} z_1 + z_2 = 4m + 4 \\ z_1 \cdot z_2 = 4m^2 + 2 \end{cases} (*)$

TH1: Nếu $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{4}$ thì phương trình có 2 nghiệm thực phân biệt nên

$$|z_1|^2 + |z_2|^2 = 2028 \Leftrightarrow |z_1 + z_2|^2 - 2|z_1 z_2| = 2028 (1)$$

Thay (*) vào (1), ta có: $|4m + 4|^2 - 2|4m^2 + 2| = 2028 \Leftrightarrow 8m^2 + 32m - 2016 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 14 \\ m = -18 \end{cases}$.

Kết hợp $m > -\frac{1}{4}$ ta được $m = 14$.

TH2: Nếu $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{1}{4}$ thì phương trình có 2 nghiệm phức phân biệt nên

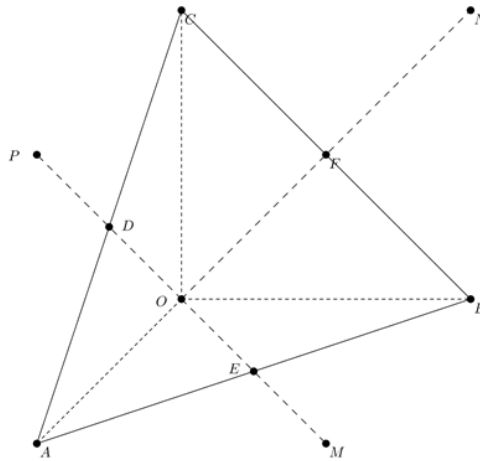
$$|z_1|^2 + |z_2|^2 = 2028 \Leftrightarrow 2|z_1|^2 = 2028 \Leftrightarrow z_1 \bar{z}_1 = 1014 \Leftrightarrow z_1 \cdot z_2 = 1014 (2)$$

Thay (*) vào (2), ta có: $4m^2 + 2 = 1014 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \sqrt{253} \\ m = -\sqrt{253} \end{cases}$.

Kết hợp $m < -\frac{1}{4}$ ta được $m = -\sqrt{253}$.

Vậy $S = 14 - \sqrt{253} \approx -1,905 \in (-2; -1)$.

Câu 44: Cho tứ diện $OABC$ vuông tại O có $OA = 2a$, $OB = 3a$, $OC = 4a$. Gọi M, N, P lần lượt là điểm đối xứng với điểm O qua trung điểm ba cạnh AB, BC, CA của tam giác ABC .



Thể tích của tứ diện $OMNP$ bằng

A. $16a^3$.

B. $4a^3$.

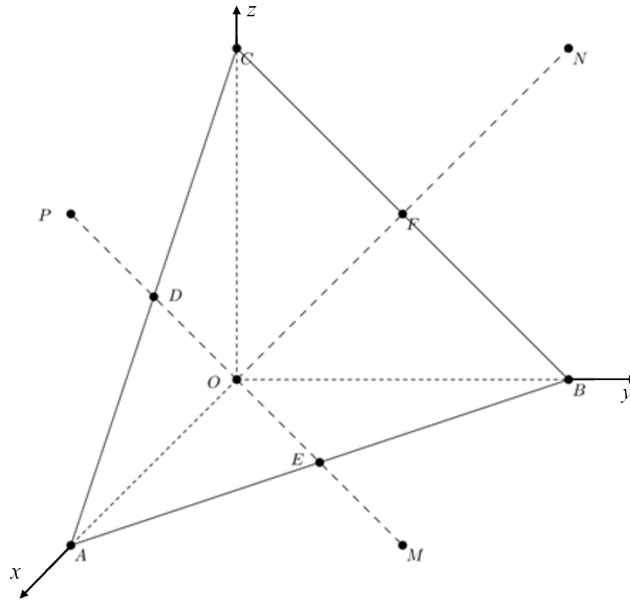
C. $8a^3$.

D. $12a^3$.

Lời giải

Chọn C

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ



Ta có: $O(0;0;0), A(2;0;0), B(0;3;0), C(0;0;4), D(1;0;2), E\left(1;\frac{3}{2};0\right), F\left(0;\frac{3}{2};2\right)$

$P(2;0;4), M(2;3;0)$ và $N(0;3;4)$.

$$\overrightarrow{OM} = (2;3;0), \overrightarrow{ON} = (0;3;4) \Rightarrow [\overrightarrow{OM}; \overrightarrow{ON}] = (12; -8; 6) \text{ và } \overrightarrow{OP} = (2;0;4)$$

$$\text{Thể tích khối tứ diện } OMNP \text{ là: } V_{O.MNP} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{OM}; \overrightarrow{ON}] \cdot \overrightarrow{OP}| = 8.$$

Thể tích của tứ diện $OMNP$ bằng $8a^3$.

Câu 45: Cho hàm số $F(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[-1;3]$, $F(3)=1$ và $\int_{-1}^3 F(x)dx = 6$. Gọi $f(x)$

là đạo hàm của hàm số $F(x)$ trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị của $\int_0^2 xf(2x-1)dx$ bằng

A. 2.

B. -1.

C. -2.

D. $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \int_0^2 xf(2x-1)dx &= \frac{1}{2} \int_0^2 xf(2x-1)d(2x-1) = \frac{1}{4} \int_{-1}^3 (t+1)f(t)dt = \frac{1}{4} \int_{-1}^3 (t+1)d(F(t)) \\ &= \frac{1}{4} (t+1)F(t) \Big|_{-1}^3 - \frac{1}{4} \int_{-1}^3 F(t)dt = \frac{1}{4} (t+1)F(t) \Big|_{-1}^3 - \frac{1}{4} \int_{-1}^3 F(t)dt = F(3) - \frac{1}{4} \int_{-1}^3 F(t)dt = -\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;2;1), B(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 1 = 0$. Đường thẳng d đi qua điểm A , song song với mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ B đến d nhỏ nhất có một vector chỉ phương là $\vec{u}(1;a;b)$. Khi đó $a + 2b$ bằng.

A. -11.

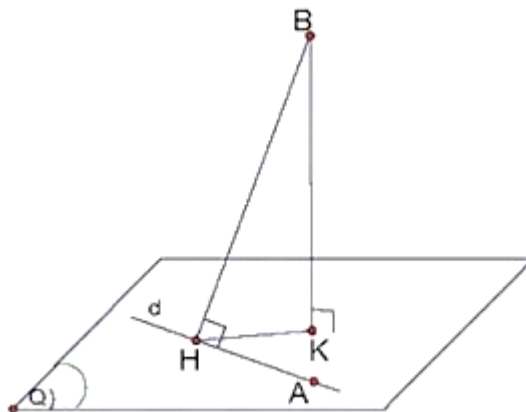
B. 22.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. 1.

Lời giải

Chọn B



Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua $A(0;2;1)$ và song song với $(P) \Rightarrow \vec{n}_Q = \vec{n}_P = (2; -1; 0)$.

Phương trình mặt phẳng $(Q): 2x - y + 2 = 0$.

Vì đường thẳng d đi qua A , song song với mặt phẳng với mặt phẳng (P) nên $d \subset (Q)$.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của B lên đường thẳng d và mặt phẳng (Q) .

Khi đó $d(B; (d)) = BH \geq BK$. Suy ra $d(B; d)_{\min} = BK \Leftrightarrow H \equiv K$.

Gọi Δ là đường thẳng đi qua B và vuông góc với mặt phẳng $(Q) \Rightarrow \vec{u}_\Delta = \vec{n}_p = (2; -1; 0)$.

Phương trình tham số $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3 \end{cases}$. Lấy $H(1 + 2t; 2 - t; 3) \in \Delta$.

Vì $H \in (Q)$ nên $2(1 + 2t) - 2 + t + 2 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{2}{5}$.

Suy ra $H\left(\frac{1}{5}; \frac{12}{5}; 3\right)$. Khi đó $\overrightarrow{AH} = \left(\frac{1}{5}; \frac{2}{5}; 2\right) = \frac{1}{5}(1; 2; 10)$.

Suy ra một vector chỉ phương của d là $\vec{u}_d = (1; 2; 10) \Rightarrow a = 2, b = 10$.

Vậy $a + 2b = 2 + 2 \cdot 10 = 22$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 1 = 0$, $(Q): 2x - y + 2z + 11 = 0$ và các điểm $A(-1; 1; 1)$, $B(1; 2; 3)$. Gọi (S) là mặt cầu bất kỳ qua A và tiếp xúc với cả hai mặt phẳng $(P), (Q)$. Gọi I là tâm của mặt cầu (S) . Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng BI thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(5; 6)$.

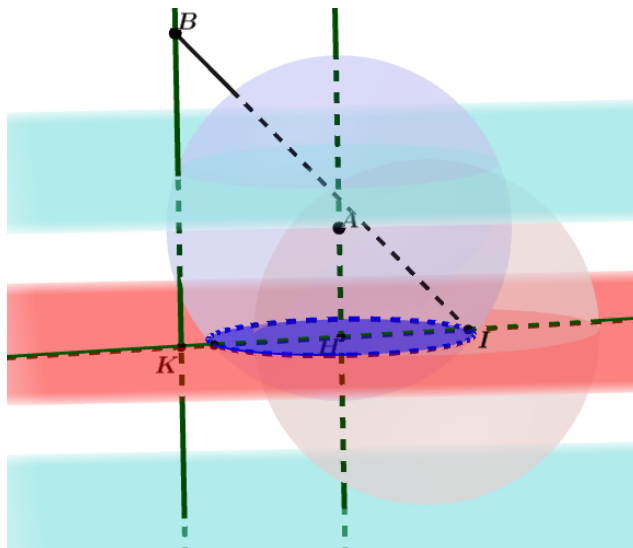
B. $(4; 5)$.

C. $(6; 7)$.

D. $(3; 4)$.

Lời giải

Chọn B



Gọi I là tâm mặt cầu (S) thì I chạy trên mặt phẳng (α) song song và cách đều $(P), (Q)$ nên mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z + 5 = 0$ và bán kính mặt cầu (S) là

$$AI = d_{((\alpha); (P))} = \frac{|5+1|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}} = 2. \text{ Từ đó suy ra } I \text{ cũng thuộc mặt cầu } (S') \text{ tâm } A, \text{ bk } AI.$$

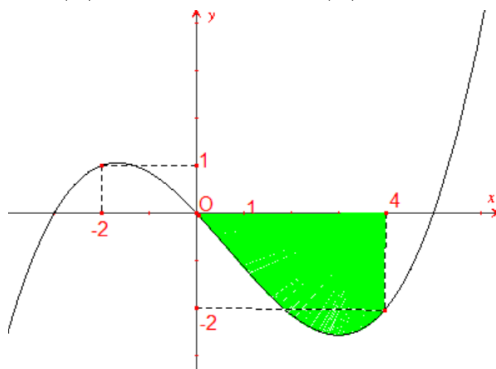
Suy ra: tập hợp điểm I là đường tròn $(C) = (\alpha) \cap (S')$ có bán kính $r = \sqrt{AI^2 - d_{(A; (\alpha))}^2} = \frac{2\sqrt{5}}{3}$.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A, B lên $(\alpha) \Rightarrow BK = d_{(B; (\alpha))} = \frac{11}{3}$ và $K\left(-\frac{13}{9}; \frac{29}{9}; \frac{5}{9}\right)$.

$$\text{Ta có: } BI = \sqrt{BK^2 + IK^2} \Rightarrow BI_{\max} \Leftrightarrow IK_{\max} = r + HK = r + \sqrt{AK^2 - AH^2} = \frac{2\sqrt{5+4\sqrt{2}}}{3}.$$

$$\text{Vậy } BI_{\max} = \sqrt{BK^2 + IK^2} \approx 4,98 \in (4; 5).$$

Câu 48: Cho hàm đa thức bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình sau.



Biết $f(0) = \frac{1}{2}$ và diện tích phần tô màu bằng 7. Tìm số giá trị nguyên dương của tham số m

để hàm số $g(x) = |4f(x) + x^2 + m|$ có ít nhất 5 điểm cực trị.

A. 10.

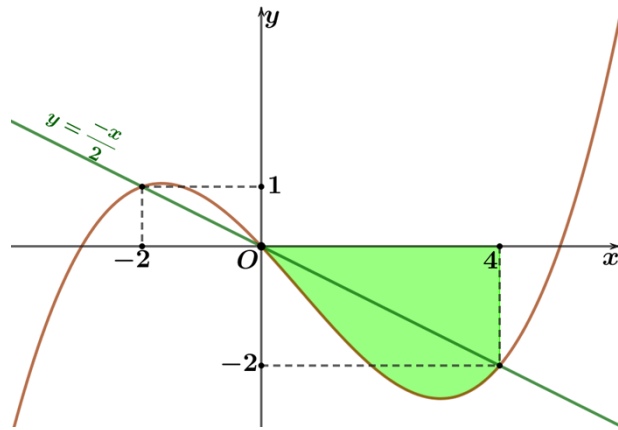
B. 12.

C. 9.

D. 11.

Lời giải

Chọn C



Từ đồ thị hàm số $f'(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đi qua các điểm $(-2; 1), (0; 0), (4; 2)$

và $\int_0^4 -f'(x) dx = 7 \Leftrightarrow \left(\frac{ax^4}{4} + \frac{bx^3}{3} + \frac{cx^2}{2} \right) \Big|_0^4 = -7$ nên ta tính được:

$$a = \frac{9}{128}, b = -\frac{3}{64}, c = -\frac{17}{32}, d = 0 \Rightarrow f'(x) = \frac{9}{128}x^3 - \frac{9}{64}x^2 - \frac{17}{16}x$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{9}{512}x^4 - \frac{3}{64}x^3 - \frac{17}{32}x^2 + C.$$

$$+ f(0) = \frac{1}{2} \Rightarrow C = \frac{1}{2}.$$

Xét hàm số $h(x) = 4f(x) + x^2 + m \rightarrow h'(x) = 4f'(x) + 2x$. Cho $h'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$.

Ta có: $h(-2) = 4f(-2) + 4 + m = \frac{1}{8} + m$ và $h(4) = 4f(4) + 16 + m = -10 + m$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2		0		4		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$h(x)$	$+\infty$			$m+2$				$+\infty$
		$h(-2)$				$-10+m$		
							$y=0$	

Từ BBT, để hàm số $g(x) = |h(x)|$ có ít nhất 5 cực trị khi $-10 + m < 0 \Leftrightarrow m < 10$.

Câu 49: Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn của số phức z có phần thực không âm và số phức w thỏa mãn $|2\bar{z}.z^2 - 4|z|^2| = z.(\bar{z})^2 + \bar{z}.z^2 + 4|z|^2$; $|w| = |\bar{w} + 4 + 2i|$. Giá trị nhỏ nhất của khoảng cách MN bằng $\frac{a}{\sqrt{b}}$ với $a, b \in \mathbb{Z}, \frac{a}{b}$ tối giản. Khi đó $a + 2b$ bằng

A. 26.

B. 16.

C. 11.

D. 14.

Lời giải

Chọn D

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}; x \geq 0$), ta có

$$\left| 2\bar{z}.z^2 - 4|z|^2 \right| = z.(\bar{z})^2 + \bar{z}.z^2 + 4|z|^2 \Leftrightarrow |z|^2 |2z - 4| = (\bar{z} + z + 4)|z|^2 \Leftrightarrow \begin{cases} |z| = 0 \\ |2z - 4| = (\bar{z} + z + 4) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z = 0 \\ (x-2)^2 + y^2 = (x+2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 0 \\ y^2 = 8x \end{cases}.$$

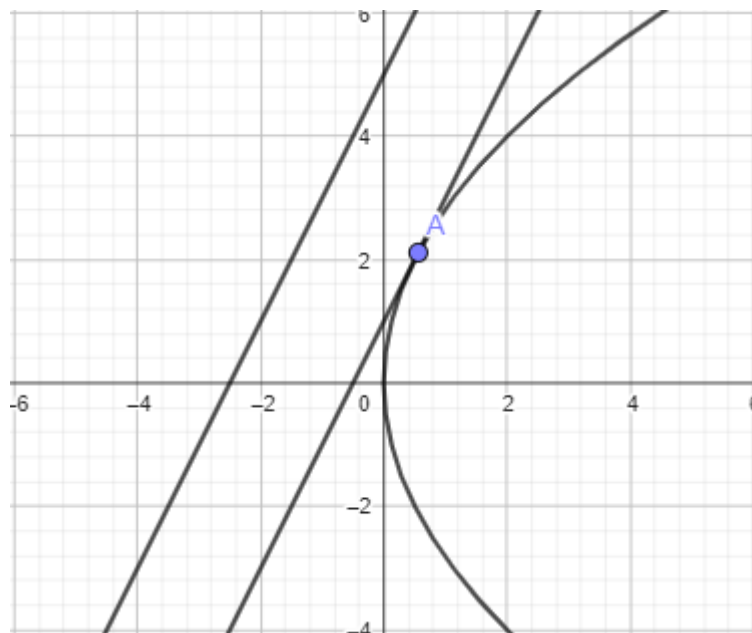
Đặt $w = a + bi$ ($x, y \in \mathbb{R}$), ta được

$$|w| = |\bar{w} + 4 + 2i| \Leftrightarrow a^2 + b^2 = (a+4)^2 + (b-2)^2 \Leftrightarrow 2a - b + 5 = 0$$

Vậy quỹ tích các điểm N là đường thẳng $\Delta: 2x - y + 5 = 0$.

Nếu $M \equiv O$ thì khoảng cách MN nhỏ nhất bằng $d(O, \Delta) = \frac{|2 \cdot 0 - 0 + 5|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$.

Nếu M thuộc parabol $y^2 = 8x$, ta kẻ tiếp tuyến song song với Δ là đường thẳng $\Delta': 2x - y + 1 = 0$.



thì khoảng cách MN nhỏ nhất bằng $d(\Delta, \Delta') = \frac{4}{\sqrt{5}}$.

Vậy khoảng cách MN nhỏ nhất bằng $d(\Delta, \Delta') = \frac{4}{\sqrt{5}}$.

Câu 50: Có bao nhiêu số nguyên y sao cho ứng với mỗi số nguyên y có đúng 5 số nguyên x thỏa mãn

$$7^{x^2 - |y - 2x + 4|} \cdot \log_{(|y - 2x + 4| + 5)}(x^2 + 5) \leq 1?$$

A. 10.

B. 11.

C. 16.

D. 12.

Lời giải

Chọn B

$$7^{x^2 - |y - 2x + 4|} \cdot \log_{(|y - 2x + 4| + 5)}(x^2 + 5) \leq 1 \Leftrightarrow 7^{x^2 + 5} \cdot 7^{-5 - |y - 2x + 4|} \cdot \log_{(|y - 2x + 4| + 5)} 7 \cdot \log_7(x^2 + 5) \leq 1$$

$$\Leftrightarrow 7^{x^2 + 5} \cdot \log_7(x^2 + 5) \leq 7^{|y - 2x + 4| + 5} \cdot \log_7(|y - 2x + 4| + 5) \quad (1)$$

Xét hàm số $f(t) = 7^t \cdot \log_7 t$ với $t > 1$ nên $f'(t) = 7^t \cdot \ln 7 \cdot \log_7 t + \frac{7^t}{t \cdot \ln 7} > 0, \forall t > 1$, hay hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(1; +\infty)$.

$$\text{Vậy } (1) \Leftrightarrow x^2 \leq |y - 2x + 4| \Leftrightarrow x^2 \leq |y - 2x + 4| \Leftrightarrow \begin{cases} y - 2x + 4 \geq x^2 \\ y - 2x + 4 \leq -x^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y + 5 \geq (x + 1)^2 \\ y + 3 \leq -(x - 1)^2 \end{cases}$$

$$\text{Phương trình có đúng 5 số nguyên } x \text{ khi } \begin{cases} 3 > \sqrt{y+5} \geq 2 \\ 3 > \sqrt{-y-3} \geq 2 \\ y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 > y+5 \geq 4 \\ 9 > -y-3 \geq 4 \\ y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq y < 4 \\ -12 < y \leq -7 \\ y = -4 \end{cases}$$

.

Vậy có 11 giá trị nguyên của y thỏa yêu cầu bài toán.