

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN
Thời gian: 150 phút (không kể thời gian phát đề)
Ngày thi: 18/3/2022

Bài 1: (5,0 điểm)

- Giải phương trình: $4\sin^{2020}x + 4\cos^{2020}x = 8(\sin^{2022}x + \cos^{2022}x) + 5\cos 2x$.
- Tìm tất cả các đa thức $P(x)$ với hệ số nguyên thỏa mãn điều kiện:

$$16P(x^2) = [P(2x)]^2, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Bài 2: (3,0 điểm)

Rút ngẫu nhiên 8 tấm thẻ trong 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Tìm xác suất để 8 tấm thẻ rút ra có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 3 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó có đúng 3 tấm thẻ mang số chia hết cho 3.

Bài 3: (5,0 điểm)

- Cho tam giác ABC nhọn và $AB=c; AC=b; BC=a$. Chứng minh rằng:

$$\cos \frac{A-B}{2} + \cos \frac{B-C}{2} + \cos \frac{C-A}{2} \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{a+b}{\sqrt{a^2+b^2}} + \frac{b+c}{\sqrt{b^2+c^2}} + \frac{c+a}{\sqrt{c^2+a^2}} \right).$$

- Cho dãy số thực (x_n) được xác định bởi
$$\begin{cases} x_1 = a > 0 \\ x_{n+1} = \frac{n}{2n-1} \cdot \frac{x_n^2 + 2}{x_n}, \forall n \in \mathbb{Z}^+ \end{cases}$$

Chứng minh dãy số trên có giới hạn hữu hạn và tìm giới hạn đó.

Bài 4: (7,0 điểm)

- Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC cân tại $A(-1;3)$. Gọi D là một điểm trên cạnh AB sao cho $AB=3AD$ và H là hình chiếu vuông góc của B trên CD . Điểm $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$ là trung điểm đoạn HC . Xác định tọa độ điểm C biết đỉnh B nằm trên đường thẳng $x+y+7=0$.

- Cho hình thoi $ABCD$ có $\widehat{BAD}=60^\circ, AB=2a$. Gọi H là trung điểm AB , trên đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ tại H lấy điểm S thay đổi khác H . Tính SH khi góc giữa SC và mặt phẳng (SAD) có số đo lớn nhất.

----- HẾT -----