

PHẦN 1. ÔN TẬP THEO CHỦ ĐỀ
CHỦ ĐỀ I. TÍCH PHÂN VÀ ỨNG DỤNG

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

I. TÍCH PHÂN

1. Định nghĩa

Cho f là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Giả sử F là một nguyên hàm của f trên $[a; b]$. Hiệu số $F(b) - F(a)$ được gọi là tích phân từ a đến b (hay tích phân xác định trên đoạn $[a; b]$ của hàm số $f(x)$), kí hiệu là $\int_a^b f(x)dx$.

Ta dùng kí hiệu $F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$ để chỉ hiệu số $F(b) - F(a)$. Vậy $\int_a^b f(x)dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$.

2. Tính chất của tích phân

$$1. \int_a^a f(x)dx = 0$$

$$2. \int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$$

$$3. \int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx = \int_a^c f(x)dx \quad (a < b < c)$$

$$4. \int_a^b k \cdot f(x)dx = k \cdot \int_a^b f(x)dx \quad (k \in \mathbb{R})$$

$$5. \int_a^b [f(x) \pm g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx.$$

II. PHƯƠNG PHÁP TÍNH TÍCH PHÂN

1. Phương pháp đổi biến số

Phương pháp 1: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Để tính $\int_a^b f(x)dx$, đôi khi ta chọn hàm số $u = u(x)$ làm biến số mới, trong đó trên đoạn $[a; b]$, $u(x)$ có đạo hàm liên tục và $u(x) \in [\alpha; \beta]$.

Giả sử có thể viết $f(x) = g(u(x))u'(x)$, $x \in [a; b]$, với $g(u)$ liên tục trên đoạn $[\alpha; \beta]$. Khi đó

$$\int_a^b f(x)dx = \int_{u(a)}^{u(b)} g(u)du.$$

Phương pháp 2: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Giả sử hàm số $x = \varphi(t)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[\alpha; \beta]$ (*) sao cho $\varphi(\alpha) = a$, $\varphi(\beta) = b$ và $a \leq \varphi(t) \leq b$ với $t \in [\alpha; \beta]$. Khi đó

$$\int_a^b f(x)dx = \int_{\alpha}^{\beta} f(\varphi(t))\varphi'(t)dt.$$

(*) Nếu $\beta < \alpha$ thì ta xét đoạn $[\beta; \alpha]$.

2. Phương pháp tích phân từng phần

Định lý: Nếu hai hàm số $u = u(x)$ và $v = v(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[a; b]$ thì

$$\int_a^b u(x)v'(x)dx = (u(x)v(x))|_a^b - \int_a^b u'(x)v(x)dx$$

Hay

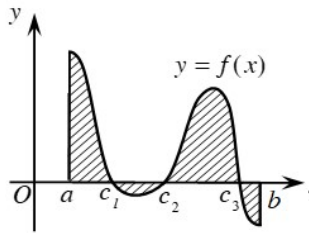
$$\int_a^b u dv = uv|_a^b - \int_a^b v du.$$

II. ỨNG DỤNG CỦA TÍCH PHÂN TRONG HÌNH HỌC

1. Tính diện tích hình phẳng

a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

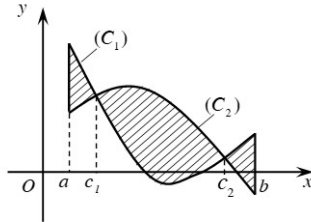
$$S = \int_a^b |f(x)|dx$$



$$(H) \begin{cases} y = f(x) \\ y = 0 \\ x = a \\ x = b \end{cases}$$

b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f_1(x)$, $y = f_2(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính bởi công thức

$$S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx$$



$$(H) \begin{cases} y = f_1(x) \\ y = f_2(x) \\ x = a \\ x = b \end{cases}$$

Chú ý

- Nếu trên đoạn $[a; b]$, hàm số $f(x)$ không đổi dấu thì: $\int_a^b |f(x)| dx = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$.

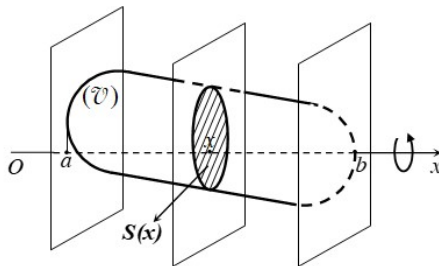
2. Thể tích vật thể và thể tích khối tròn xoay

a. Thể tích vật thể

Cắt một vật thể (V) bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với trục Ox lần lượt tại $x = a$, $x = b$ ($a < b$). Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với Ox tại điểm x ($a \leq x \leq b$) cắt (V) theo thiết diện có diện tích $S(x)$ (hình vẽ). Giả sử $S(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$.

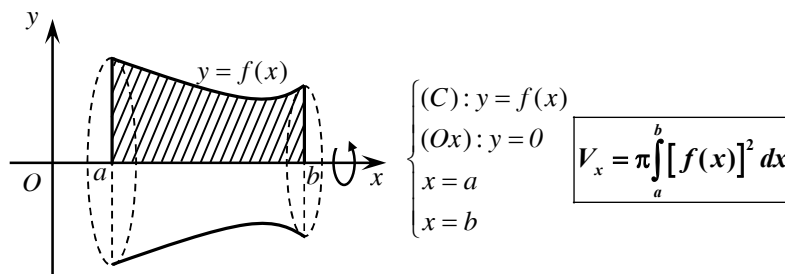
Khi đó, thể tích V của vật thể (V) được tính bởi công thức

$$V = \int_a^b S(x) dx$$



b. Thể tích khối tròn xoay

Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ quanh trục Ox :



Chú ý: Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = g(x)$

và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ quanh trục Ox :

$$V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx$$

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. $\int_1^2 e^{3x-1} dx$ bằng

- A. $\frac{1}{3}(e^5 - e^2)$. B. $\frac{1}{3}e^5 - e^2$. C. $e^5 - e^2$. D. $\frac{1}{3}(e^5 + e^2)$.

Câu 2. Biết $\int_1^5 f(x) dx = 4$. Giá trị của $\int_1^5 3f(x) dx$ bằng

- A. 7. B. $\frac{4}{3}$. C. 64. D. 12.

Câu 3. Cho $\int_0^6 f(x) dx = 12$. Tính $I = \int_0^2 f(3x) dx$.

- A. $I = 6$ B. $I = 36$ C. $I = 2$ D. $I = 4$

Câu 4. Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2 (2 + f(x)) dx$ bằng

- A. $\frac{23}{4}$. B. 7. C. 9. D. $\frac{15}{4}$.

Câu 5. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (1+x) \cos 2x dx = \frac{1}{a} + \frac{\pi}{b}$. Giá trị của ab là

- A. 32 B. 12 C. 24 D. 2

Câu 6. Biết $\int_1^e \frac{2 \ln x}{x^2} dx = -a + b.e^{-1}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. $a + b = 6$. B. $a + b = -6$. C. $a + b = 3$. D. $a + b = -3$.

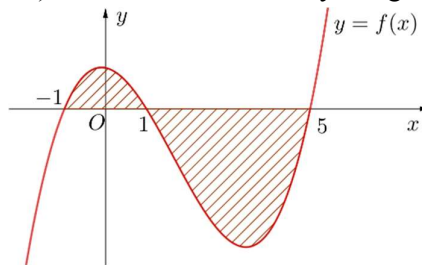
Câu 7. Cho $\int_{16}^{55} \frac{dx}{x\sqrt{x+9}} = a \ln 2 + b \ln 5 + c \ln 11$, với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a - b = -c$. B. $a + b = -c$. C. $a + b = 3c$. D. $a - b = -3c$.

Câu 8. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = \pi \int_0^2 e^{2x} dx$. B. $S = \int_0^2 e^x dx$. C. $S = \pi \int_0^2 e^x dx$. D. $S = \int_0^2 e^{2x} dx$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 5$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^5 f(x) dx$. B. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^5 f(x) dx$.
C. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^5 f(x) dx$. D. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^5 f(x) dx$.

Câu 10. Cho hình phẳng (D) được giới hạn bởi các đường $x = 0$, $x = \pi$, $y = 0$ và $y = -\sin x$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) xung quanh trục Ox được tính theo công thức

A. $V = \pi \int_0^{\pi} |\sin x| dx$. B. $V = \pi \int_0^{\pi} \sin^2 x dx$. C. $V = \int_0^{\pi} \sin^2 x dx$. D. $V = \pi \left| \int_0^{\pi} (-\sin x) dx \right|$.

Câu 11. Biết $\int_1^2 \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^2+1}-1} = a\sqrt{5} + b\sqrt{2} + c$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Tính $P = a + b + c$.

A. $P = -\frac{5}{2}$. B. $P = \frac{7}{2}$. C. $P = \frac{5}{2}$. D. $P = 2$.

Câu 12. Cho $\int_1^2 \frac{2x-1}{4x^2+4x+1} dx = \frac{1}{2}(\ln a - \ln b) + c$, với a, b, c là các số hữu tỷ. Giá trị của $3a + b + 10c$ bằng

A. 15. B. -15. C. 14. D. 9.

Câu 13. Cho $\int_0^2 f(x) dx = 4$. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{12}} \frac{f(2 \tan 3x)}{\cos^2 3x} dx$.

A. $I = \frac{1}{3}$. B. $I = \frac{2}{3}$. C. $I = \frac{8}{3}$. D. $I = \frac{4}{3}$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^2 (x+3)f'(x) dx = 50$ và $5f(2) - 3f(0) = 60$. Tính $\int_0^2 f(x) dx$

A. $I = 12$. B. $I = 8$. C. $I = 10$. D. $I = -12$.

Câu 15. Biết rằng $\int_1^2 f(x) dx = 2016$. Tính tích phân $J = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{3x+1}} f(\sqrt{3x+1}) dx$

A. $J = 2016$. B. $J = 1008$. C. $J = 1344$. D. $J = 3024$.

Câu 16. Biết $I = \int_{\ln 3}^{\ln 6} \frac{dx}{e^x + 2e^{-x} - 3} = 3 \ln a - \ln b$ với a, b là các số nguyên dương. Tính $P = ab$.

A. $P = -10$. B. $P = 15$. C. $P = 20$. D. $P = 10$.

Câu 17. Biết $\int_2^3 \ln x dx = a \ln 3 - b \ln 2 - 1; a, b \in \mathbb{Z}$. Khi đó, giá trị của $a + b$ là

A. 5 B. -5 C. 1 D. 6

Câu 18. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \cos x}$, trục hoành và các đường thẳng

$x = 0, x = \frac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = \pi - 1$ B. $V = (\pi - 1)\pi$ C. $V = (\pi + 1)\pi$ D. $V = \pi + 1$

Câu 19. Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{180}t^2 + \frac{11}{18}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A , nhưng chậm hơn 5 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 10 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

A. 22 (m/s). B. 15 (m/s). C. 10 (m/s). D. 7 (m/s).

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{2}{9}$, $f'(x) = 2x[f(x)]^2 \forall x \in \mathbb{R}$, $f(1) = \frac{3}{2}$. Giá trị $f(1)$ bằng:

A. $-\frac{35}{36}$. B. $-\frac{2}{3}$. C. $-\frac{19}{36}$. D. $-\frac{2}{15}$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(5) = 1$ và $\int_0^1 xf(5x) dx = 1$, khi đó

$\int_0^5 x^2 f'(x) dx$ bằng

A. 15.

B. 23.

C. $\frac{123}{5}$.

D. -25.

Câu 22. Một biển quảng cáo có dạng hình elip với bốn đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 như hình vẽ bên. Biết chi phí sơn phần tô đậm là 200.000 đồng/m² và phần còn lại là 100.000 đồng/m². Hỏi số tiền để sơn theo cách trên gần nhất với số tiền nào dưới đây, biết $A_1A_2 = 8$ m, $B_1B_2 = 6$ m và tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật có $MQ = 3$ m?

A. 7.322.000 đồng.

B. 7.213.000 đồng.

C. 5.526.000 đồng.

D. 5.782.000 đồng.

Câu 23. Cho đường thẳng $y = \frac{3}{4}x$ và parabol $y = \frac{1}{2}x^2 + a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1 = S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{1}{4}; \frac{9}{32}\right)$.

B. $\left(\frac{3}{16}; \frac{7}{32}\right)$.

C. $\left(0; \frac{3}{16}\right)$.

D. $\left(\frac{7}{32}; \frac{1}{4}\right)$.

Câu 24. Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2}$ và $g(x) = dx^2 + ex + 1$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-3; -1; 1$ (tham khảo hình vẽ).

Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

A. $\frac{9}{2}$.

B. 8.

C. 4.

D. 5.

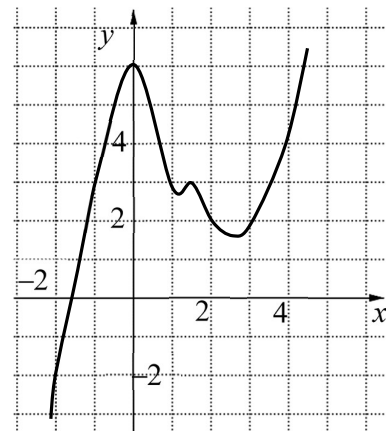
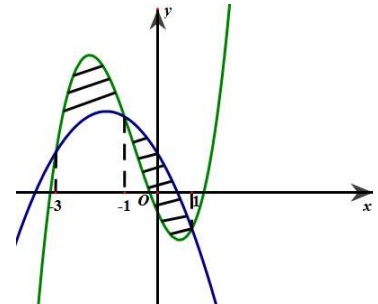
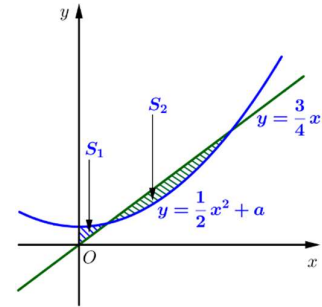
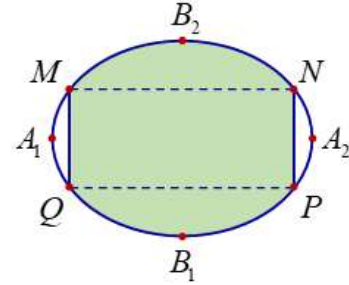
Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $h(x) = 2f(x) - x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $h(4) = h(-2) > h(2)$

B. $h(4) = h(-2) < h(2)$

C. $h(2) > h(4) > h(-2)$

D. $h(2) > h(-2) > h(4)$



CHỦ ĐỀ II. SỐ PHỨC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Định nghĩa số phức

- Mỗi biểu thức dạng $z = a + bi$, trong đó $a, b \in \mathbb{R}$, $i^2 = -1$ được gọi là một **số phức**.
- i được gọi là **đơn vị ảo**.

- Đối với số phức $z = a + bi$, ta nói a là phần thực và b là phần ảo của z .
- Tập hợp các số phức kí hiệu là $\mathbb{C}$.

Số phức bằng nhau

Hai số phức là **bằng nhau** nếu phần thực và phần ảo của chúng tương ứng bằng nhau.

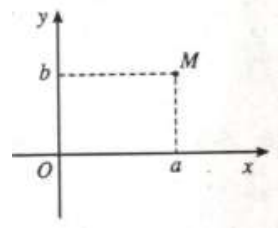
$$a + bi = c + di \Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ b = d \end{cases}.$$

Chú ý: • Mỗi số thực a được coi là số phức với phần ảo bằng 0 và viết là $a = a + 0i$. Ta có $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$.

- Số phức $0 + bi$ được gọi là số ảo và viết đơn giản là bi .

Biểu diễn hình học số phức

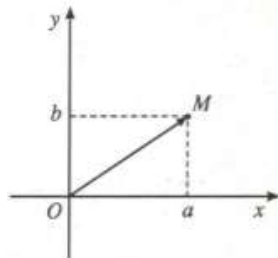
Điểm $M(a; b)$ trong một hệ tọa độ vuông góc của mặt phẳng được gọi là **điểm biểu diễn số phức** $z = a + bi$.



Môđun của số phức

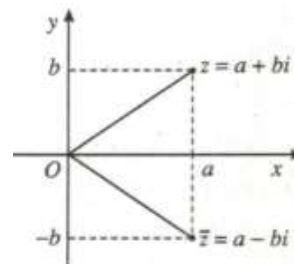
Giả sử số phức $z = a + bi$ được biểu diễn bởi điểm $M(a; b)$ trên mặt phẳng tọa độ. Độ dài của vector $\overrightarrow{OM}$ được gọi là **môđun** của số phức z và kí hiệu là $|z|$.

$$|a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$$



Số phức liên hợp

- Cho số phức $z = a + bi$. Ta gọi $a - bi$ là **số phức liên hợp** của z và kí hiệu là $\bar{z} = a - bi$.
- Trên mặt phẳng tọa độ, các điểm biểu diễn z và $\bar{z}$ đối xứng nhau qua trục Ox .
- Nhận xét. $\bar{\bar{z}} = z, |\bar{z}| = |z|$.



Phép cộng và phép trừ số phức

$$(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i;$$

$$(a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)i.$$

Phép nhân số phức

$$(a + bi)(c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i.$$

Tổng và tích của hai số phức liên hợp

Cho số phức $z = a + bi$. Ta có

$$z + \bar{z} = (a + bi) + (a - bi) = 2a.$$

$$z \cdot \bar{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2 = |z|^2.$$

Tổng và tích của hai số phức liên hợp là một số thực.

Phép chia hai số phức

$$\frac{a + bi}{c + di} = \frac{(a + bi)(c - di)}{(c + di)(c - di)} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \frac{ad - bc}{c^2 + d^2}i.$$

Căn bậc hai của số thực âm

Các căn bậc hai của số thực $a < 0$ là $\pm i\sqrt{|a|}$.

Phương trình bậc hai với hệ số thực

Cho phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$. Xét biệt số $\Delta = b^2 - 4ac$ của phương trình. Ta thấy

- Khi $\Delta = 0$, phương trình có một nghiệm thực $x = -\frac{b}{2a}$;
- Khi $\Delta > 0$, phương trình có hai nghiệm thực phân biệt, được xác định bởi công thức $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$;
- Khi $\Delta < 0$, phương trình không có nghiệm thực. Khi đó phương trình có hai nghiệm phức được xác định bởi công thức $x = \frac{-b \pm i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$.

Trên tập hợp số phức, mọi phương trình bậc hai đều có hai nghiệm (không nhất thiết phân biệt).

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức

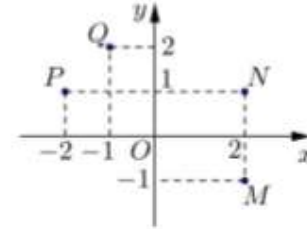
$$z = -1 + 2i?$$

A. N .

B. P .

C. M .

D. Q .



Câu 2. Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?

A. $z = -2 + 3i$.

B. $z = 3i$.

C. $z = -2$.

D. $z = \sqrt{3} + i$.

Câu 3. Cho hai số phức $z_1 = 7 - 4i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Tìm số phức $z = z_1 - \overline{z_2}$.

A. $z = 5 - i$.

B. $z = 9 - 7i$.

C. $z = 5 - 7i$.

D. $z = 9 - i$.

Câu 4. Cho hai số phức $z_1 = 3 + 2i$ và $z_2 = 2 - i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. $5 - i$.

B. $5 + i$.

C. $-5 - i$.

D. $-5 + i$.

Câu 5. Số phức liên hợp của số phức $-2 + 5i$ là

A. $\bar{z} = 2 - 5i$.

B. $\bar{z} = 2 + 5i$.

C. $\bar{z} = -2 + 5i$.

D. $\bar{z} = -2 - 5i$.

Câu 6. Cho số phức $z = 2 + i$. Tính $|z|$.

A. $|z| = 3$.

B. $|z| = 5$.

C. $|z| = 2$.

D. $|z| = \sqrt{5}$.

Câu 7. Gọi A là điểm biểu diễn của số phức $z = 3 + 2i$ và B là điểm biểu diễn của số phức $z' = 2 + 3i$.

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.

B. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua gốc tọa độ O .

C. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua trục tung.

D. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua trục hoành.

Câu 8. Cho số phức $z = 1 - 2i$. Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz$ trên mặt phẳng tọa độ?

A. $Q(1; 2)$.

B. $N(2; 1)$.

C. $M(1; -2)$.

D. $P(-2; 1)$.

Câu 9. Tìm số phức z thỏa mãn $z + 2 - 3i = 3 - 2i$.

A. $z = 1 - 5i$.

B. $z = 1 + i$.

C. $z = 5 - 5i$.

D. $z = 1 - i$.

Câu 10. Cho số phức $z_1 = 1 - 2i$, $z_2 = -3 + i$. Tìm điểm biểu diễn của số phức $z = z_1 + z_2$ trên mặt phẳng tọa độ.

A. $N(4; -3)$.

B. $M(2; -5)$.

C. $P(-2; -1)$.

D. $Q(-1; 7)$.

Câu 11. Cho hai số phức $z = 2 + 2i$ và $w = 2 + i$. Mô đun của số phức $z\bar{w}$

A. 40.

B. 8.

C. $2\sqrt{2}$.

D. $2\sqrt{10}$.

Câu 12. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 1 + 3i - |z|i = 0$. Tính $S = a + 3b$

A. $S = \frac{7}{3}$.

B. $S = -5$.

C. $S = 5$.

D. $S = -\frac{7}{3}$.

Câu 13. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - 6z + 13 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $1 - z_0$ là

A. $M(-2; 2)$.

B. $Q(4; -2)$.

C. $N(4; 2)$.

D. $P(-2; -2)$.

Câu 14. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức phương trình $z^2 - 6z + 10 = 0$. Giá trị $z_1^2 + z_2^2$ bằng

- A.** 16. **B.** 56. **C.** 20. **D.** 26.

Câu 15. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 4 = 0$. Gọi M, N lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ. Tính $T = OM + ON$ với O là gốc tọa độ.

- A.** $T = 2\sqrt{2}$. **B.** $T = 2$ **C.** $T = 8$. **D.** $T = 4$.

Câu 16. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 3z + 5 = 0$. Giá trị của $|z_1| + |z_2|$ là

- A.** $2\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 3. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 17. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 5$ và $|z + 3| = |z + 3 - 10i|$. Tìm số phức $w = z - 4 + 3i$.

- A.** $w = -3 + 8i$ **B.** $w = 1 + 3i$ **C.** $w = -1 + 7i$ **D.** $z = -4 + 8i$

Câu 18. Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z} + i)(z + 2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

- A.** 1. **B.** $\frac{5}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 19. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z - 4 - i) + 2i = (5 - i)z$?

- A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 10.

Câu 20. Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z} + 3i)(z - 3)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

- A.** $\frac{9}{2}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** 3. **D.** $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 21. Xét các số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp điểm biểu diễn các số phức $w = \frac{3 + iz}{1 + z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

- A.** $2\sqrt{3}$. **B.** 12. **C.** 20. **D.** $2\sqrt{5}$.

Câu 22. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|^2 = 2|z + \bar{z}| + 4$ và $|z - 1 - i| = |z - 3 + 3i|$?

- A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 23. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để tồn tại duy nhất số phức z thỏa mãn $z\bar{z} = 1$ và $|z - \sqrt{3} + i| = m$. Tìm số phần tử của S .

- A.** 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 24. Cho số phức z thỏa $(1 + 2i)|z| = \frac{\sqrt{10}}{z} - 2 + i$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $\frac{3}{2} < |z| < 2$. **B.** $|z| > 2$. **C.** $|z| < \frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{2} < |z| < \frac{3}{2}$.

Câu 25. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - 3i| = 5$ và $\frac{z}{z - 4}$ là số thuần ảo?

- A.** 0. **B.** Vô số. **C.** 1. **D.** 2.

CHỦ ĐỀ III. PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

I. HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

1. Tọa độ của điểm và của vectơ

a. Tọa độ của một điểm

Trong không gian $Oxyz$ cho một điểm M tùy ý. Ta có $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, ta gọi $(x; y; z)$ là tọa độ của điểm M và viết $M = (x; y; z)$ hoặc $M(x; y; z)$.

b. Tọa độ của vectơ

Trong không gian $Oxyz$ cho vectơ $\vec{a}$. Ta có $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, ta gọi $(a_1; a_2; a_3)$ là tọa độ của vectơ $\vec{a}$ và viết $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ hoặc $\vec{a}(a_1; a_2; a_3)$.

2. Biểu thức tọa độ của các phép toán vector

Định lý. Trong không gian $Oxyz$ cho hai vector $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ và $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Ta có

- $\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1; a_2 + b_2; a_3 + b_3)$,
- $\vec{a} - \vec{b} = (a_1 - b_1; a_2 - b_2; a_3 - b_3)$,
- $k\vec{a} = k(a_1; a_2; a_3) = (ka_1; ka_2; ka_3)$ với k là một số thực.

Hệ quả.

- Cho hai vector $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ và $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Ta có $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases}$.

- Vector $\vec{0}$ có tọa độ là $(0; 0; 0)$.

- Với $\vec{b} \neq \vec{0}$ thì hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương khi và chỉ khi có một số k sao cho $\begin{cases} a_1 = kb_1 \\ a_2 = kb_2 \\ a_3 = kb_3 \end{cases}$.

- Trong không gian $Oxyz$, nếu cho hai điểm $A = (x_A; y_A; z_A)$ và $B = (x_B; y_B; z_B)$ thì

$$\vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A).$$

3. Tích vô hướng

a. Biểu thức tọa độ của tích vô hướng:

Trong không gian $Oxyz$ cho hai vector $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ và $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Ta có

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3.$$

b. Ứng dụng

- **Độ dài của một vector.** Cho vector $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$. Khi đó $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$.

- **Khoảng cách giữa hai điểm.** Trong không gian $Oxyz$, nếu cho hai điểm $A = (x_A; y_A; z_A)$ và $B = (x_B; y_B; z_B)$ thì $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$.

- **Góc giữa hai vector.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ và $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Ta có

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}.$$

Đặc biệt, $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 = 0$.

4. Phương trình mặt cầu

Định lý. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(a; b; c)$ và bán kính R có phương trình là

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2.$$

Nhận xét. Phương trình dạng $x^2 + y^2 + z^2 + 2Ax + 2By + 2Cz + D = 0$ với điều kiện $A^2 + B^2 + C^2 - D > 0$ là phương trình của mặt cầu tâm $I(-A; -B; -C)$ có bán kính $R = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2 - D}$.

II. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

1. Vector pháp tuyến của mặt phẳng

Cho mặt phẳng (α) . Nếu vector $\vec{n}$ khác $\vec{0}$ và có giá vuông góc với mặt phẳng (α) thì $\vec{n}$ được gọi là vector pháp tuyến của (α) .

Chú ý:

- Nếu $\vec{n}$ là vector pháp tuyến của một mặt phẳng thì $k\vec{n}$ với $k \neq 0$, cũng là vector pháp tuyến của mặt phẳng đó.

2. Tích có hướng của hai vector

Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ và $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Tích có hướng của hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$, kí hiệu là $\vec{a} \wedge \vec{b}$ hoặc $[\vec{a}, \vec{b}]$, là một vector vuông góc với cả hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$, có tọa độ được tính bởi công thức

$$[\vec{a}, \vec{b}] = (a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 - a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1).$$

3. Phương trình tổng quát của mặt phẳng

Định nghĩa. Phương trình có dạng $Ax + By + Cz + D = 0$ trong đó A, B, C không đồng thời bằng 0 được gọi là phương trình tổng quát của mặt phẳng.

Nhận xét.

• Nếu mặt phẳng (α) có phương trình tổng quát là $Ax + By + Cz + D = 0$ thì nó có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (A; B; C)$.

• Phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ nhận vector $\vec{n} = (A; B; C)$ khác $\vec{0}$ làm vector pháp tuyến là

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0.$$

Các trường hợp riêng.

+ Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ: $Ax + By + Cz = 0$.

+ Phương trình mặt phẳng song song hoặc chứa trục Ox : $By + Cz + D = 0$.

Phương trình mặt phẳng song song hoặc chứa trục Oy : $Ax + Cz + D = 0$.

Phương trình mặt phẳng song song hoặc chứa trục Oz : $Ax + By + D = 0$.

+ Phương trình mặt phẳng song song hoặc trùng với mặt phẳng (Oxy) : $Cz + D = 0$.

Phương trình mặt phẳng song song hoặc trùng với mặt phẳng (Oxz) : $By + D = 0$.

Phương trình mặt phẳng song song hoặc trùng với mặt phẳng (Oyz) : $Ax + D = 0$.

+ Phương trình mặt phẳng cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm $(a; 0; 0), (0; b; 0), (0; 0; c)$ (với

$$abc \neq 0): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1.$$

4. Điều kiện để hai mặt phẳng song song, cắt nhau, vuông góc

Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (α_1) và (α_2) có phương trình

$$(\alpha_1): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0,$$

$$(\alpha_2): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0.$$

Khi đó (α_1) và (α_2) có hai vector pháp tuyến lần lượt là

$$\vec{n}_1 = (A_1; B_1; C_1),$$

$$\vec{n}_2 = (A_2; B_2; C_2).$$

$$\bullet (\alpha_1) // (\alpha_2) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n}_1 = k\vec{n}_2 \\ D_1 \neq kD_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (A_1; B_1; C_1) = k(A_2; B_2; C_2) \\ D_1 \neq kD_2 \end{cases}.$$

$$\bullet (\alpha_1) \equiv (\alpha_2) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n}_1 = k\vec{n}_2 \\ D_1 = kD_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (A_1; B_1; C_1) = k(A_2; B_2; C_2) \\ D_1 = kD_2 \end{cases}.$$

$$\bullet (\alpha_1) \text{ cắt } (\alpha_2) \Leftrightarrow \vec{n}_1 \neq k\vec{n}_2 \Leftrightarrow (A_1; B_1; C_1) \neq k(A_2; B_2; C_2).$$

$$\bullet (\alpha_1) \perp (\alpha_2) \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0.$$

5. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) có phương trình $Ax + By + Cz + D = 0$ và điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$.

Khoảng cách từ điểm M_0 đến mặt phẳng (α) , kí hiệu là $d(M_0, (\alpha))$, được tính bởi công thức

$$d(M_0, (\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

III. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

1. Phương trình tham số của đường thẳng

Định nghĩa. Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và có vector chỉ phương $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ là phương trình có dạng

$$\begin{cases} x = x_0 + ta_1 \\ y = y_0 + ta_2 \\ z = z_0 + ta_3 \end{cases} \quad (1),$$

trong đó t là tham số.

• Nếu $a_1; a_2; a_3$ đều khác 0 thì người ta còn có thể viết phương trình của đường thẳng Δ dưới dạng chính tắc như sau

$$\frac{x-x_0}{a_1} = \frac{y-y_0}{a_2} = \frac{z-z_0}{a_3}.$$

2. Điều kiện để hai đường thẳng song song, cắt nhau, chéo nhau

a. Điều kiện để hai đường thẳng song song

d song song với d' khi và chỉ khi chúng không có điểm chung và hai vectơ $\vec{a}, \vec{a}'$ cùng phương

$$\text{Ta có } d \text{ song song với } d' \text{ khi và chỉ khi } \begin{cases} \vec{a} = k\vec{a}' \\ M \in d \\ M \notin d' \end{cases}.$$

$$\text{Đặc biệt } d \text{ trùng với } d' \text{ khi và chỉ khi } \begin{cases} \vec{a} = k\vec{a}' \\ M \in d \\ M \in d' \end{cases}.$$

b. Điều kiện để hai đường thẳng cắt nhau

Gọi phương trình tham số của hai đường thẳng d và d' lần lượt là

$$d: \begin{cases} x = x_0 + ta_1 \\ y = y_0 + ta_2 \\ z = z_0 + ta_3 \end{cases} \text{ và } d': \begin{cases} x = x'_0 + t'a'_1 \\ y = y'_0 + t'a'_2 \\ z = z'_0 + t'a'_3 \end{cases}$$

Hai đường thẳng d và d' cắt nhau khi và chỉ khi hệ phương trình ẩn t, t' sau

$$\begin{cases} x_0 + ta_1 = x'_0 + t'a'_1 \\ y_0 + ta_2 = y'_0 + t'a'_2 \\ z_0 + ta_3 = z'_0 + t'a'_3 \end{cases} \quad (I)$$

có đúng một nghiệm.

Chú ý. Giả sử hệ (I) có nghiệm $(t_0; t'_0)$, để tìm giao điểm M_0 của d và d' ta có thể thay t_0 vào phương trình tham số d hoặc thay t'_0 vào phương trình tham số d' .

c. Điều kiện để hai đường thẳng chéo nhau

Hai đường thẳng d và d' chéo nhau khi và chỉ khi $\vec{a}$ và $\vec{a}'$ không cùng phương và hệ phương trình ẩn t, t' sau

$$\begin{cases} x_0 + ta_1 = x'_0 + t'a'_1 \\ y_0 + ta_2 = y'_0 + t'a'_2 \\ z_0 + ta_3 = z'_0 + t'a'_3 \end{cases} \quad (I)$$

vô nghiệm (d và d' có phương trình như ở mục 2).

3. Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng.

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = x_0 + ta_1 \\ y = y_0 + ta_2 \\ z = z_0 + ta_3 \end{cases}$.

Xét phương trình $A(x_0 + ta_1) + B(y_0 + ta_2) + C(z_0 + ta_3) + D = 0$ (t là ẩn). (1)

+ Nếu phương trình (1) vô nghiệm thì d và (α) không có điểm chung, vậy $d \parallel (\alpha)$

+ Nếu phương trình (1) có đúng một nghiệm $t = t_0$ thì d cắt (α) tại điểm $M(x_0 + t_0a_1; y_0 + t_0a_2; z_0 + t_0a_3)$

+ Nếu phương trình (1) có vô số nghiệm thì d chứa trong (α) .

4. Góc

a. Góc giữa hai đường thẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = x_0 + ta_1 \\ y = y_0 + ta_2 \\ z = z_0 + ta_3 \end{cases} \text{ và } d': \begin{cases} x = x'_0 + t'a'_1 \\ y = y'_0 + t'a'_2 \\ z = z'_0 + t'a'_3 \end{cases}$$

Ta có d có vector chỉ phương $\vec{u} = (a_1; a_2; a_3)$, d' có vector chỉ phương $\vec{v} = (a'_1; a'_2; a'_3)$

$$\cos(d, d') = \left| \cos(\vec{u}, \vec{v}) \right| = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{|a_1 a'_1 + a_2 a'_2 + a_3 a'_3|}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{a'^2_1 + a'^2_2 + a'^2_3}}.$$

b. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): Ax + By + Cz + D = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = x_0 + ta_1 \\ y = y_0 + ta_2 \\ z = z_0 + ta_3 \end{cases}$.

(P) có vector pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$, d có vector chỉ phương $\vec{u} = (a_1; a_2; a_3)$.

Gọi φ là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) . Khi đó

$$\sin \varphi = \left| \cos(\vec{u}, \vec{n}) \right| = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{|a_1 A + a_2 B + a_3 C|}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

5. Khoảng cách.

a. Khoảng cách từ điểm đến đường thẳng

Cho đường thẳng d đi qua M_0 , có VTCP $\vec{u}$ và điểm M . Tính khoảng cách từ M đến d .

• Cách 1:

Gọi U là điểm sao cho $\overrightarrow{M_0 U} = \vec{u}$ (hình vẽ).

Nếu điểm $M \notin d$ thì diện tích S của hình bình hành có hai cạnh $M_0 M$ và $M_0 U$ là

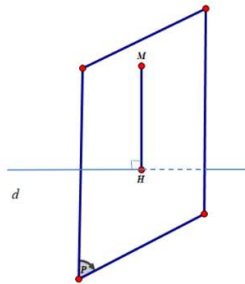
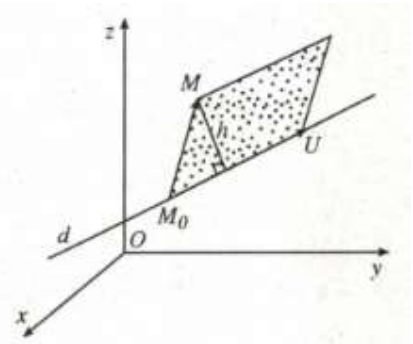
$$S = \left| \left[\overrightarrow{M_0 M}, \overrightarrow{M_0 U} \right] \right| = \left| \left[\overrightarrow{M_0 M}, \vec{u} \right] \right|.$$

Vì khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng d là chiều cao của

$$\text{hình bình hành nói trên nên ta có } d(M, d) = \frac{\left| \left[\overrightarrow{M_0 M}, \vec{u} \right] \right|}{|\vec{u}|}$$

Nếu $M \in d$ thì hiển nhiên $d(M, d) = 0$ và công thức nói trên đúng.

• **Cách 2:** Lập phương trình mặt phẳng (P) đi qua M vuông góc với d . Tìm giao điểm H của (P) với d . Khi đó độ dài MH là khoảng cách cần tìm.



b. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau.

Cho hai đường thẳng chéo nhau d_1 và d_2 , biết d_1 đi qua điểm M_1 và có vector chỉ phương $\vec{u}_1$; d_2 đi qua điểm M_2 và có vector chỉ phương $\vec{u}_2$. Tính khoảng cách giữa d_1 và d_2 .

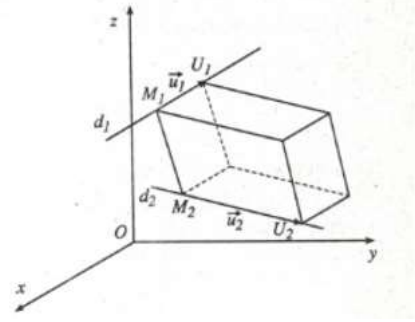
• Cách 1:

Lấy các điểm U_1 và U_2 sao cho $\overrightarrow{M_1U_1} = \vec{u}_1$; $\overrightarrow{M_2U_2} = \vec{u}_2$. Xét hình hộp có ba cạnh là M_1U_1 , M_2U_2 , M_1M_2 . Ta biết rằng thể tích V của hình hộp đó là

$$V = \left| \left[\overrightarrow{M_1U_1}, \overrightarrow{M_2U_2} \right] \cdot \overrightarrow{M_1M_2} \right| = \left| \left[\vec{u}_1, \vec{u}_2 \right] \cdot \overrightarrow{M_1M_2} \right|.$$

Nếu ta xem M_1M_2 là cạnh bên của hình hộp đó thì diện tích đáy của hình hộp là $S = \left| \left[\vec{u}_1, \vec{u}_2 \right] \right|$. Khi đó chiều cao của hình hộp chính là khoảng cách giữa d_1 và d_2 . Vậy ta có

$$d(d_1, d_2) = \frac{\left| \left[\vec{u}_1, \vec{u}_2 \right] \cdot \overrightarrow{M_1M_2} \right|}{\left| \left[\vec{u}_1, \vec{u}_2 \right] \right|}$$



• **Cách 2:** Tìm đoạn vuông góc chung MN . Khi đó độ dài MN là khoảng cách cần tìm.

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -4; 3)$ và $B(2; 2; 7)$. Trung điểm của đoạn AB có tọa độ là

- A. $(1; 3; 2)$. B. $(2; 6; 4)$. C. $(2; -1; 5)$. D. $(4; -2; 10)$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2; 3; -1)$, $N(-1; 1; 1)$ và $P(1; m-1; 2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .

- A. $m = -6$. B. $m = 0$. C. $m = -4$. D. $m = 2$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 16$. Bán kính của mặt cầu (S) bằng

- A. 4. B. 32. C. 16. D. 8.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

- A. $\sqrt{7}$. B. 9. C. 3. D. $\sqrt{15}$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_3 = (1; 2; -1)$. B. $\vec{n}_4 = (1; 2; 3)$. C. $\vec{n}_1 = (1; 3; -1)$. D. $\vec{n}_2 = (2; 3; -1)$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$?

- A. $x - 2y + 3z - 12 = 0$. B. $x - 2y - 3z + 6 = 0$. C. $x - 2y + 3z + 12 = 0$. D. $x - 2y - 3z - 6 = 0$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; 0)$ và $B(5; 1; -2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

- A. $2x - y - z + 5 = 0$. B. $2x - y - z - 5 = 0$. C. $x + y + 2z - 3 = 0$. D. $3x + 2y - z - 14 = 0$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2; -1; 2)$ và song song với mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 2 = 0$ có phương trình là

- A. $2x + y + 3z - 9 = 0$. B. $2x - y + 3z + 11 = 0$. C. $2x - y - 3z + 11 = 0$. D. $2x - y + 3z - 11 = 0$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu đi qua ba điểm $M(2; 3; 3)$, $N(2; -1; -1)$, $P(-2; -1; 3)$ và có tâm thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x + 3y - z + 2 = 0$.

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2z - 10 = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z - 2 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z + 2 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2z - 2 = 0$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; -1; 0)$, $C(0; 0; 3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

- A. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-3} = 1$. C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-4}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{-2}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_2 = (4; -2; 3)$. B. $\vec{u}_4 = (4; 2; -3)$. C. $\vec{u}_3 = (3; -1; -2)$. D. $\vec{u}_1 = (3; 1; 2)$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 0)$ và $B(0; 1; 2)$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng AB ?

- A. $\vec{b} = (-1; 0; 2)$. B. $\vec{c} = (1; 2; 2)$. C. $\vec{d} = (-1; 1; 2)$. D. $\vec{a} = (-1; 0; -2)$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(8; 1; 2)$ trên trục Ox có tọa độ là

- A. $(0; 1; 0)$. B. $(8; 0; 0)$. C. $(0; 1; 2)$. D. $(0; 0; 2)$.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các trục tọa độ Ox, Oy . Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng M_1M_2 ?

- A. $\vec{u}_2 = (1; 2; 0)$. B. $\vec{u}_3 = (1; 0; 0)$. C. $\vec{u}_4 = (-1; 2; 0)$. D. $\vec{u}_1 = (0; 2; 0)$

Câu 15. Trong gian gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; -2; 2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-2}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

- A. $x+2y-2z+5=0$. B. $3x-2y+2z-17=0$. C. $3x-2y+2z+17=0$. D. $x+2y-2z-5=0$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; 0), B(1; 0; 1), C(3; 1; 0)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là:

- A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{1}$. B. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1}$. D. $\frac{x-1}{4} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 2; 0), B(2; 0; 2), C(2; -1; 3)$ và $D(1; 1; 3)$. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = -2 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -4 + 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{-2}$. Đường thẳng đi qua A , vuông góc với d và cắt trục Ox có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \\ z = t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$.

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2), B(-1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{2}$. Tìm điểm $M(a; b; c)$ thuộc d sao cho $MA^2 + MB^2 = 28$ biết $c < 0$.

- A. $M(-1; 0; -3)$. B. $M(2; 3; 3)$. C. $M\left(\frac{1}{6}; \frac{7}{6}; -\frac{2}{3}\right)$. D. $M\left(-\frac{1}{6}; -\frac{7}{6}; -\frac{2}{3}\right)$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 9$ và điểm $A(2; 3; -1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S) . M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

- A. $6x+8y+11=0$. B. $3x+4y+2=0$. C. $3x+4y-2=0$. D. $6x+8y-11=0$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; 4; -3)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $P(-3; 0; -3)$. B. $M(0; -3; -5)$. C. $N(0; 3; -5)$. D. $Q(0; 5; -3)$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z + \sqrt{2})^2 = 3$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a; b; c)$ (a, b, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

- A. 12. B. 8. C. 16. D. 4.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-2; 1; 2)$ và đi qua điểm $A(1; -2; -1)$. Xét các điểm B, C, D thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng

- A. 72. B. 216. C. 108. D. 36.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng qua $A(1; 1; 1)$ và

có vector chỉ phương $\vec{u} = (1; -2; 2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 1 + 7t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 5t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -10 + 11t \\ z = -6 - 5t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -10 + 11t \\ z = 6 - 5t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 - 5t \end{cases}$.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 0; 0)$, $B(0; -2; 0)$ và $C(0; 0; -2)$. Gọi D là điểm khác 0 sao cho DA, DB, DC đôi một vuông góc với nhau và $I(a; b; c)$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Tính $S = a + b + c$.

- A. $S = -4$. B. $S = -1$. C. $S = -2$. D. $S = -3$.

PHẦN 2. ĐỀ ÔN TẬP THAM KHẢO

ĐỀ 1 (ĐỀ THI HKII NĂM HỌC 2017-2018 – TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN)

Câu 1. Giả sử hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có một nguyên hàm là $F(x)$. Cho các mệnh đề sau:

- Nếu $\int f(x)dx = F(x) + C$ thì $\int f(t)dx = F(t) + C$
- $\left[\int f(x)dx \right]' = f(x)$
- $\int f(x)dx = f'(x) + C$

Trong số các mệnh đề trên, số mệnh đề **sai** là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 2. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{3}{x} - 2\sqrt{x}$ là

- A. $\frac{x^3}{3} + 3\ln|x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$. B. $\frac{x^3}{3} + 3\ln|x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3}$.
C. $\frac{x^3}{3} + 3\ln x + \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$. D. $\frac{x^3}{3} - 3\ln|x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$.

Câu 3. Hàm số $F(x) = \ln x$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây trên $(0; +\infty)$?

- A. $f(x) = \frac{1}{x}$. B. $f(x) = -\frac{1}{x}$. C. $f(x) = x \ln x - x + C$. D. $f(x) = -\frac{1}{x^2}$.

Câu 4. Giá trị tham số m để hàm số $F(x) = mx^3 + (3m + 2)x^2 - 4x + 3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 10x - 4$ là

- A. Không có giá trị m . B. $m = 0$. C. $m = 1$. D. $m = 2$.

Câu 5. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = (2x - 3)\ln x$ và $F(1) = 0$. Khi đó phương trình $2F(x) + x^2 - 6x + 5 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 1. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 6. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{x}{\cos^2 x}$ thỏa $F(0) = 0$. Tính $F(\pi)$.

- A. $F(\pi) = -1$. B. $F(\pi) = 1$. C. $F(\pi) = 0$. D. $F(\pi) = \frac{1}{2}$.

Câu 7. Cho $a \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Tính $J = \int_0^a \frac{29}{\cos^2 x} dx$ theo a .

- A. $J = \frac{1}{29} \tan a$. B. $J = 29 \cot a$. C. $J = 29 \tan a$. D. $J = -29 \tan a$.

Câu 8. Tính $I = \int_0^1 e^{2x} dx$.

- A. $e + \frac{1}{2}$. B. $e - 1$. C. $e^2 - 1$. D. $\frac{e^2 - 1}{2}$.

Câu 9. Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{x^2 + 4x}{x} dx$.

- A. $I = \frac{-29}{2}$. B. $I = \frac{29}{2}$. C. $I = \frac{-11}{2}$. D. $I = \frac{11}{2}$.

Câu 10. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^6 x \cos x dx$.

- A. $\frac{1}{7}$. B. $I = -\frac{1}{7}$. C. $I = -\frac{1}{6}$. D. $I = \frac{1}{6}$.

Câu 11. Biết $\int_1^e \frac{2 \ln x}{x^2} dx = -a + b.e^{-1}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. $a + b = 3$. B. $a + b = 6$. C. $a + b = -3$ D. $a + b = -6$.

Câu 12. Cho $\int_{-1}^5 f(x) dx = 5$, $\int_4^5 f(t) dt = -2$ và $\int_{-1}^4 g(u) du = \frac{1}{3}$. Tính $\int_{-1}^4 (f(x) + g(x)) dx$ bằng

- A. $\frac{8}{3}$. B. $\frac{10}{3}$. C. $\frac{22}{3}$. D. $\frac{-20}{3}$.

Câu 13. Tính tích phân: $I = \int_1^5 \frac{dx}{x\sqrt{3x+1}}$ được kết quả $I = a \ln 3 + b \ln 5$. Tổng $a + b$ là.

- A. -1 . B. 1 . C. 3 . D. 2 .

Câu 14. Gọi S là diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ (liên tục trên $[a; b]$), trục hoành Ox và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$. Khi đó S được tính theo công thức nào sau đây?

- A. $S = \int_a^b f(x) dx$. B. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$. C. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. D. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Khi cho hình phẳng (D) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = 0$, $x = \pi$, $x = e$, quay quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích V. Khi đó V được xác định bằng công thức nào sau đây?

- A. $V = \pi \int_e^\pi |f(x)| dx$. B. $V = \pi \int_\pi^e f^2(x) dx$. C. $V = \int_e^\pi |f(x)| dx$. D. $V = \pi \int_e^\pi f^2(x) dx$.

Câu 16. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = -2x^3 + x^2 + x + 5$ và $y = x^2 - x + 5$ bằng

- A. $S = 0$. B. $S = 1$. C. $S = \pi$. D. $S = \frac{1}{2}$.

Câu 17. Tính thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{4}{x}$, trục hoành, và các đường thẳng $x = 1$, $x = 4$ quanh Ox.

- A. $V = \ln 256$. B. $V = 12\pi$. C. $V = 12\pi^2$. D. $V = 6\pi$.

Câu 18. Một chất điểm chuyển động trên trục Ox với vận tốc thay đổi theo thời gian $v(t) = 3t^2 - 6t$ (m/s). Tính quãng đường chất điểm đó đi được từ thời điểm $t_1 = 0$ đến $t_2 = 4$ (s).

- A. 16m. B. $\frac{1536}{5}$ m. C. 96m. D. 24m.

Câu 19. Cho số phức z thỏa mãn $(2-i)(1+i) + \bar{z} = 4 - 2i$. Tính mô đun của z

- A. $|z| = 2\sqrt{2}$. B. $|z| = 3\sqrt{2}$. C. $|z| = 3$. D. $|z| = \sqrt{10}$.

Câu 20. Cho số phức z thỏa mãn hệ thức: $(1 - 2i)z + 3(1 + i)\bar{z} = 2 + 7i$. Tìm phần thực, phần ảo của số phức z .

- A. Phần thực của z là -3, phần ảo của z là 2. B. Phần thực của z là 3, phần ảo của z là -2.
C. Phần thực của z là -3, phần ảo của z là -2. D. Phần thực của z là 3, phần ảo của z là 2.

Câu 21. Tìm số phức z sao cho $|z - 4| = |z|$ và $(z + 4)(\bar{z} + 2i)$ là số thực

- A. $z = -2 - 3i$. B. $z = -2 + 3i$. C. $z = 2 - 3i$. D. $z = 2 + 3i$.

Câu 22. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|\bar{z} + i| = |(z - 1)(1 - i)|$

- A. $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 = 4$. B. $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 4$.
C. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$. D. $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$.

Câu 23. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - i| = 1$ là

- A. Một đường thẳng. B. Một đường tròn. C. Một đoạn thẳng. D. Một hình vuông.

Câu 24. Tìm số phức z biết $|z| = 2\sqrt{5}$ và phần thực gấp đôi phần ảo

- A. $z_1 = 4 - 2i$; $z_2 = 4 + 2i$. B. $z_1 = -4 + 2i$; $z_2 = 4 + 2i$.
C. $z_1 = 2 + 4i$; $z_2 = -2 - 4i$. D. $z_1 = 4 + 2i$; $z_2 = -4 - 2i$.

Câu 25. Cho x, y là các số thực. Hai số phức $z_1 = 3 + i$ và $z = x + 2y - yi$ bằng nhau khi

- A. $x = 5$; $y = -1$. B. $x = 1$; $y = 1$. C. $x = 3$; $y = 0$. D. $x = 2$; $y = -1$.

Câu 26. Cho x, y là các số thực. Số phức $z = 1 + xi + y + 2i$ bằng 0 khi

- A. $x = 2$; $y = 1$. B. $x = -2$; $y = -1$. C. $x = -2$; $y = 1$. D. $x = 2$; $y = -1$.

Câu 27. Có bao nhiêu số phức z thỏa $z^2 + |z| = 0$?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 28. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa điều kiện $|z + 1 - i| = |z + 3 - 2i|$

- A. Đường thẳng. B. Elip. C. Đoạn thẳng. D. Đường tròn.

Câu 29. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn 2 nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 13 = 0$. Diện tích tam giác OAB bằng

- A. 16. B. 8. C. 6. D. 2.

Câu 30. Phần thực và phần ảo của số phức $z = (1 + i)^{2018}$ bằng

- A. Phần thực bằng 0, phần ảo bằng 2^{1009} . B. Phần thực bằng 0, phần ảo bằng -2^{1009} .
C. Phần thực bằng 2^{1009} , phần ảo bằng 0. D. Phần thực bằng -2^{1009} , phần ảo bằng 0.

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+3}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{1}$ và điểm $M(0;0;-2)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng Δ .

- A. $4x+3y+z+7=0$. B. $4x+3y+z+2=0$. C. $3x+y-2z-13=0$. D. $3x+y-2z-4=0$.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) song song với hai đường thẳng

$$\Delta_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{4}, \Delta_2: \begin{cases} x=2+t \\ y=3+2t \\ z=1-t \end{cases}. \text{ Vector nào sau đây là vector pháp tuyến của } (P)?$$

- A. $\vec{n}=(-5;6;-7)$. B. $\vec{n}=(-5;-6;7)$. C. $\vec{n}=(5;-6;7)$. D. $\vec{n}=(-5;6;7)$.

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(-2;1;3)$. Gọi M_1, M_2, M_3 lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M lên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz . Mặt phẳng (P) đi qua ba điểm M_1, M_2, M_3 có phương trình

- A. $(P): -3x+6y+2z=0$. B. $(P): 6x-3y+2z=0$. C. $(P): -3x+6y+2z=6$. D. $(P): 6x-3y+2z=6$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{2}$. Vector chỉ phương của đường thẳng d là

- A. $\vec{u}(2;1;2)$. B. $\vec{u}(1;-1;-3)$. C. $\vec{u}(-2;-1;-2)$. D. $\vec{u}(-2;1;-2)$.

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1;3;2), B(2;0;5), C(0;-2;1)$. Viết phương trình đường trung tuyến AM của tam giác ABC .

- A. $AM: \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-2}{1}$. B. $AM: \frac{x-2}{1} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z+1}{3}$.
C. $AM: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z+2}{-1}$. D. $AM: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z+2}{1}$.

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho d là đường thẳng đi qua $A(1;-2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 3x-4y-5z+1=0$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng d .

- A. $\frac{x-1}{-3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{-5}$. B. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{5}$. C. $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z+3}{-5}$. D. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{-5}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x-4}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{-2}, d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}. \text{ Viết phương trình đường thẳng } d \text{ đi qua điểm } A, \text{ vuông góc với đường thẳng } d_1 \text{ và cắt đường thẳng } d_2.$$

- A. $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{3}$. B. $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{3}$.
C. $d: \frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{4}$. D. $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{-1}$.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;1)$ và $B(0;-1;1)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính AB .

- A. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 2$. B. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 8$.
C. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$. D. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 8$.

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 6z - 2 = 0$. Mặt cầu (S) có tâm I và bán kính R là.

A. $I(-2;1;3), R = 2\sqrt{3}$.

B. $I(2;-1;-3), R = \sqrt{12}$.

C. $I(2;-1;-3), R = 4$.

D. $I(-2;1;3), R = 4$.

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 2 = 0$ có phương trình

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$.

B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3$.

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$.

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;5)$, $B(5;-5;7)$ và $M(x; y; 1)$. Với giá trị nào của x, y thì A, B, M thẳng hàng?

A. $x = 4; y = 7$.

B. $x = 4; y = -7$.

C. $x = -4; y = -7$.

D. $x = -4; y = 7$.

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(a; -1; 6)$, $B(-3; -1; -4)$, $C(5; -1; 0)$ và $D(1; 2; 1)$. Nếu bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng thì giá trị của a là.

A. $a = 17$

B. $a = 32$.

C. $a = 1$.

D. $a = 2$.

Câu 43. Tìm giá trị m để góc giữa hai vector $\vec{u} = (1; \log_3 5; \log_m 2)$, $\vec{v} = (3; \log_5 3; 4)$ là góc nhọn.

A. $0 < m < \frac{1}{2}$.

B. $m > 1$ hoặc $0 < m < \frac{1}{2}$.

C. $m > \frac{1}{2}, m \neq 1$.

D. $m > 1$.

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -3 + t \\ z = 4 - 2t \end{cases}$ và

$d': \frac{x-4}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng Δ thuộc mặt phẳng chứa d và d' , đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

A. $\frac{x-3}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-2}$.

B. $\frac{x+3}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+2}{-2}$.

C. $\frac{x+3}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{-2}$.

D. $\frac{x-3}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{-2}$.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1}$ và

$d_2: \begin{cases} x = 1 + kt \\ y = t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$. Tìm giá trị của k để d_1 cắt d_2 .

A. $k = 1$.

B. $k = -1$.

C. $k = -\frac{1}{2}$.

D. $k = 0$.

Câu 46. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng có phương trình lần lượt là $2x - y + z + 2017 = 0$ và $x + y - z + 5 = 0$. Tính số đo độ góc giữa đường thẳng d và trục Oz .

A. 45° .

B. 0° .

C. 30° .

D. 60° .

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và hai điểm $A(1; -2; 3)$, $B(1; 1; 2)$. Gọi d_1, d_2 lần lượt là khoảng cách từ điểm A và B đến mặt phẳng (P) . Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. $d_2 = 2d_1$.

B. $d_2 = 3d_1$.

C. $d_2 = d_1$.

D. $d_2 = 4d_1$.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$.
Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa Oy cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là đường tròn có chu vi bằng 8π .

- A. $(\alpha): x - 3z = 0$. B. $(\alpha): 3x + z + 2 = 0$. C. $(\alpha): 3x + z = 0$. D. $(\alpha): 3x - z = 0$.

Câu 49. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + 2y - z - 4 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+2}{-1}$. Tam giác ABC có $A(-1; 2; 1)$, các điểm B, C nằm trên (α) và trọng tâm G nằm trên đường thẳng d . Tọa độ trung điểm M của BC là.

- A. $M(0; 1; -2)$. B. $M(2; 1; 2)$. C. $M(1; -1; -4)$. D. $M(2; -1; -2)$.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng

$(\alpha): x + y + z - 3 = 0$ đồng thời đi qua điểm $M(1; 2; 0)$ và cắt đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{1}$. Một vector chỉ phương của Δ là

- A. $\vec{u} = (1; -1; -2)$. B. $\vec{u} = (1; 0; -1)$. C. $\vec{u} = (1; -2; 1)$. D. $\vec{u} = (1; -2; 1)$.

ĐỀ 2 (ĐỀ THI HKII NĂM HỌC 2018-2019 – TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN)

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{3}$. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa Δ tiếp xúc với mặt cầu (S) ?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x + 3y + 4z - 5 = 0$ và điểm $A(2; -1; -3)$. Phương trình mặt phẳng (Q) đối xứng với mặt phẳng (P) qua điểm A là:

- A. $(Q): x + 3y + 4z + 23 = 0$. B. $(Q): x + 3y + 4z - 23 = 0$.
C. $(Q): x + 3y + 4z - 31 = 0$. D. $(Q): x + 3y + 4z + 31 = 0$.

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai vec tơ $\vec{a} = (2; 1; 3)$ và $\vec{b} = (3; -2; 1)$. Góc giữa các vec tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

- A. 60° . B. 120° . C. 30° . D. 45° .

Câu 4. Cho các số phức $z = 4 - 3i$ và $w = z \cdot \left(\frac{12}{13} - \frac{5}{13}i \right)^{2019}$. Hãy chọn **khẳng định đúng**

- A. w là số thuần ảo. B. $|w| = 5$.
C. $|w| = \sqrt{5}$. D. w là số thực.

Câu 5. Hàm số nào **không phải** là nguyên hàm của hàm số $f(x) = -\frac{1}{x^2 + 2x + 1}$?

- A. $F(x) = \frac{2x+3}{x+1}$. B. $F(x) = -\frac{x}{x+1}$.
C. $F(x) = -\frac{x-1}{x+1}$. D. $F(x) = \frac{x+2}{x+1}$.

- Câu 6.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \cos x$ và các đường thẳng $y = 0$; $x = 0$; $x = \pi$ bằng
- A. 1. B. 2. C. π . D. 2π .
- Câu 7.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1; -2; 3)$. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm M cắt các trục tọa độ $x'Ox$; $y'Oy$; $z'Oz$ lần lượt tại các điểm A ; B ; C sao cho M là trọng tâm tam giác ABC là:
- A. $(ABC): x + 2y - 3z + 12 = 0$. B. $(ABC): x - 2y + 3z + 14 = 0$.
C. $(ABC): x + 2y - 3z - 12 = 0$. D. $(ABC): x - 2y + 3z - 14 = 0$.
- Câu 8.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng $(\Delta_1): \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ và $(\Delta_2): \frac{x-4}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-5}{-2}$. Tọa độ giao điểm M của hai đường thẳng đã cho là:
- A. $M(2; 3; 7)$. B. $M(3; 5; 7)$. C. $M(0; -1; -1)$. D. $M(5; 1; 3)$.
- Câu 9.** Kết quả của phép tính tích phân $I = \int_2^{2\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}}{x\sqrt{x^2-3}} dx$ bằng
- A. $\frac{\pi}{2}$. B. $\frac{\pi}{6}$. C. $\frac{\pi}{4}$. D. $\frac{\pi}{3}$.
- Câu 10.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(1; -1; 3)$; $B(2; -2; 1)$ và $C(-1; 2; 1)$. Mặt phẳng (ABC) có một vectơ pháp tuyến là:
- A. $\vec{n} = (8; 6; 1)$. B. $\vec{n} = (-8; 6; 1)$. C. $\vec{n} = (8; -6; 1)$. D. $\vec{n} = (8; 6; -1)$.
- Câu 11.** Cho các số phức $z_1 = 3 + 2i$ và $z_2 = 6 + 5i$. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = 2z_1 - 3z_2$.
- A. $\bar{z} = -12 + 11i$. B. $\bar{z} = -11 + 12i$. C. $\bar{z} = -11 - 12i$. D. $\bar{z} = -12 - 11i$.
- Câu 12.** Kết quả phép tính tích phân $I = \int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) dx$ được viết dưới dạng $I = a \ln b + \ln c$ với a, b, c là các số dương. Tính giá trị biểu thức $S = ab + 6c$.
- A. $S = 1$. B. $S = 4$. C. $S = 6$. D. $S = 3$.
- Câu 13.** Khi tính tích phân $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2-1} dx$ bằng cách đặt $u = x^2 - 1$ ta được tích phân nào bên dưới?
- A. $I = \frac{1}{2} \int_0^3 \sqrt{u} du$. B. $I = \int_1^2 \sqrt{u} du$. C. $I = \int_0^3 \sqrt{u} du$. D. $I = 2 \int_0^3 \sqrt{u} du$.
- Câu 14.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z - 7 = 0$ và điểm $I(2; -1; 1)$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) là:
- A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z + 2 = 0$. B. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z - 2 = 0$.
C. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z - 2 = 0$. D. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z + 2 = 0$.
- Câu 15.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 6 = 0$ và mặt phẳng $(Q): x + y + 2z - 4 = 0$. Phương trình giao tuyến Δ của hai mặt phẳng đã cho là

A. $\Delta: \begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=1+2t \end{cases}$. B. $\Delta: \begin{cases} x=1+2t \\ y=1-3t \\ z=1+t \end{cases}$. C. $\Delta: \begin{cases} x=6+5t \\ y=-2-3t \\ z=-t \end{cases}$. D. $\Delta: \begin{cases} x=6+5t \\ y=-2+3t \\ z=t \end{cases}$.

Câu 16. Cho các số phức $z_1; z_2$ thỏa $|z_1| = 2; |z_2| = \sqrt{7}; |z_1 - z_2| = \sqrt{5}$. Tính $|z_1 + z_2|$

A. $|z_1 + z_2| = \sqrt{17}$. B. $|z_1 + z_2| = 3\sqrt{2}$. C. $|z_1 + z_2| = \sqrt{19}$. D. $|z_1 + z_2| = 2\sqrt{2}$.

Câu 17. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho vec tơ $\overrightarrow{MO} = 5(\vec{3i} - \vec{j}) + 2(\vec{3j} - 2\vec{k}) - 3(\vec{k} - 2\vec{i})$. Tọa độ điểm M là:

A. $M(14; 1; -7)$. B. $M(-14; -1; 7)$. C. $M(14; -1; 7)$. D. $M(14; -1; -7)$.

Câu 18. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho các vec tơ $\overrightarrow{AB} = (3; -2; 5)$ và $\overrightarrow{AC} = (1; 4; -1)$. Độ dài trung tuyến AM của tam giác ABC là:

A. $AM = 3\sqrt{2}$. B. $AM = 6\sqrt{2}$. C. $AM = 6$. D. $AM = 3$.

Câu 19. Biết rằng $f(2) = 3$; hàm số $f'(x)$ liên tục và $\int_2^5 f'(x)dx = 1$ thì giá trị của $f(5)$ là:

A. 5. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 20. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(2; 3; 4)$. Mặt cầu tâm A tiếp xúc với trục tọa độ $x'Ox$ có bán kính R bằng

A. $R = 4$. B. $R = 5$. C. $R = 2$. D. $R = 3$.

Câu 21. Số phức z nào thỏa phương trình $z = \frac{z}{z+i}$?

A. $z = 1 - i$. B. $z = -1 - i$. C. $z = -1 + i$. D. $z = 1 + i$.

Câu 22. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = 3; y = 2$; trục hoành và trục tung. Thể tích khối tròn xoay sinh bởi (H) quay quanh trục hoành bằng

A. $V = 12\pi$. B. $V = 24\pi$. C. $V = 36\pi$. D. $V = 18\pi$.

Câu 23. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ viết phương trình mặt phẳng (P) chứa điểm $M(2; 2; 1)$ và trục hoành.

A. $(P): 2x - y - 2z = 0$ B. $(P): x - y + z - 1 = 0$.

C. $(P): y + 2z - 4 = 0$. D. $(P): y - 2z = 0$.

Câu 24. Kết quả của phép tính tích phân $I = \int_0^1 5^x dx$ bằng

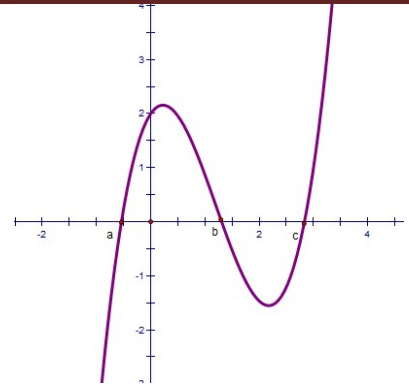
A. $I = 4 \ln 5$. B. $I = 5 \ln 5$. C. $I = \frac{5}{\ln 5}$. D. $I = \frac{4}{\ln 5}$.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa $f'(x) = 2 - 3 \sin x$ và $f(0) = 10$. Hãy chọn **khẳng định đúng**

A. $f(x) = 2x - 3 \cos x + 11$. B. $f(x) = 2x + 3 \cos x + 7$.

C. $f(x) = 2x + 3 \sin x + 7$. D. $f(x) = 2x - 3 \sin x + 11$.

Câu 26. Cho hàm số liên tục $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên cạnh. Biết rằng đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục hoành tại các điểm có hoành độ theo thứ tự là a, b, c . Hãy chọn khẳng định đúng



- A. $f(c) < f(a) < f(b)$. B. $f(a) < f(c) < f(b)$
C. $f(a) < f(b) < f(c)$. D. $f(c) < f(b) < f(a)$

Câu 27. Biết $\int_0^3 f(x)dx = 6$ và $\int_0^{10} f(x)dx = 10$. Tính $I = \int_3^{10} f(x)dx$

- A. 6. B. -4. C. 16. D. 4.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và $\int_0^2 f(x)dx = 12$. Tính $I = \int_0^1 f(2x)dx$

- A. 24. B. 18. C. 12. D. 6.

Câu 29. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ và $F(1) = 5$. Tính $F(4)$

- A. $F(4) = 6$. B. $F(4) = 7$. C. $F(4) = 8$. D. $F(4) = 5$.

Câu 30. Cho các số phức $z_1 = a_1 + b_1i$ và $z_2 = a_2 + b_2i$. Số phức $z = z_1 \cdot z_2$ là số thực thì

- A. $a_1b_2 + b_1a_2 = 0$. B. $a_1a_2 - b_1b_2 = 0$. C. $a_1b_2 - b_1a_2 = 0$. D. $a_1a_2 + b_1b_2 = 0$.

Câu 31. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ phương trình của trục tung $y'Oy$ viết là:

- A. $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$.

Câu 32. Cho các số phức $z_1 = a - 3bi$ và $z_2 = 2b + ai$. Tìm a và b sao cho $z_1 - z_2 = 6 - i$

- A. $\begin{cases} a = -4 \\ b = 1 \end{cases}$. B. $\begin{cases} a = 4 \\ b = 1 \end{cases}$. C. $\begin{cases} a = 4 \\ b = -1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} a = -4 \\ b = -1 \end{cases}$.

Câu 33. Gọi $z_1; z_2; z_3$ là các nghiệm của phương trình $z^3 + 1 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = z_1^{2019} + z_2^{2019} + z_3^{2019}$.

- A. $P = -3i$. B. $P = -3$. C. $P = 3$. D. $P = 3i$.

Câu 34. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(6; 3; 4)$. Mặt cầu tâm A tiếp xúc với mặt phẳng tọa độ (yOz) có bán kính R bằng

- A. $R = 5$. B. $R = 3$. C. $R = 4$. D. $R = 6$.

Câu 35. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x + y + 5z - 14 = 0$ và điểm $M(1; -4; -2)$. Tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (P) là:

- A. $H(2; 2; 2)$. B. $H(-1; -6; -12)$.
C. $H(4; 0; 2)$. D. $H(2; -3; 3)$.

Câu 36. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng Δ có phương trình

$$\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+3}{4}. \text{ Đường thẳng } \Delta \text{ đi qua điểm } M \text{ nào bên dưới?}$$

- A. $M(5; -4; 7)$. B. $M(-5; 7; -12)$.
C. $M(5; 4; -7)$. D. $M(-5; 11; -15)$.

Câu 37. Biết $\int_1^3 f(x)dx = 8$. Khi đó kết quả của phép tính tích phân $I = \int_1^3 [2f(x) - 3]dx$ bằng

- A. 9. B. 13. C. 16. D. 10.

Câu 38. Hàm số nào là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+7}$?

- A. $F(x) = \ln|2x+7| + C$. B. $F(x) = \frac{1}{2} \ln\left|x + \frac{7}{2}\right| + C$.
C. $F(x) = 2 \ln|2x+7| + C$. D. $F(x) = 2 \ln\left|x + \frac{7}{2}\right| + C$.

Câu 39. Gọi m, n là các số nguyên thoả $\int_1^e x^2 \cdot \ln x dx = \frac{2e^m + 1}{n}$. Hãy chọn **kết quả đúng**

- A. $m+n=6$. B. $m-n=6$. C. $n-m=6$. D. $m.n=6$.

Câu 40. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = f(x) = \frac{1}{x-2018}$. Biết rằng $F(2020) = F(2015) = \ln 6$. Tính $S = F(2022) + F(2016)$.

- A. $S = \ln 72$. B. $S = \ln 24$. C. $S = \ln 36$. D. $S = \ln 48$.

Câu 41. Kết quả của phép tính tích phân $I = \int_1^2 (x^4 + 4x^3)e^x dx$ bằng

- A. $e(16e-1)$. B. $16e^2-1$. C. e^2-16e . D. $16e-e^2$.

Câu 42. Trong mặt phẳng phức gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn số phức $z_1 = \sqrt{3} - i\sqrt{14}$; $z_2 = -\sqrt{7} + i\sqrt{10}$ và $z_3 = -\sqrt{3} + i\sqrt{14}$. Hãy chọn **khẳng định đúng**

- A. Tam giác ABC là tam giác đều. B. Tam giác ABC là tam giác vuông tại A .
C. Tam giác ABC là tam giác vuông tại B . D. Tam giác ABC là tam giác vuông tại C .

Câu 43. Cho các số thực x, y thoả $x(3-5i) - y(2-i)^2 = 4-2i$. Tính giá trị biểu thức $S = 2x - y$.

- A. $S = -1$. B. $S = -2$. C. $S = 2$. D. $S = 1$.

Câu 44. Cho số phức z thoả $|z-1+i| = 3$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = (3+4i)z$ là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn đó.

- A. $I(-7; -1)$. B. $I(-7; 1)$. C. $I(7; 1)$. D. $I(7; -1)$.

Câu 45. Cho các số phức $z_1 = 2-3i$ và $z_2 = 3+i$. Tính môđun của số phức $z = z_1 + z_2$

- A. $|z| = \sqrt{29}$. B. $|z| = \sqrt{21}$. C. $|z| = \sqrt{41}$. D. $|z| = \sqrt{23}$.

Câu 46. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết rằng $\overrightarrow{AB} = (1; 3; 4)$; $\overrightarrow{AD} = (-2; 3; 5)$ và $\overrightarrow{AC'} = (1; 1; 1)$. Tính thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 6$. **B.** $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 12$. **C.** $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 1$. **D.** $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 3$

Câu 47. Cho phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2mx + 2(m-2)y + 2m + 24 = 0$ (*). Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, (*) là phương trình của một mặt cầu khi và chỉ khi m thỏa:

A. $-2 < m < 5$. **B.** $\begin{cases} m < -5 \\ m > 2 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} m < -2 \\ m > 5 \end{cases}$. **D.** $-5 < m < 2$.

Câu 48. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y = 0$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 5z - 2019 = 0$. Các tiếp diện với mặt cầu (S) song song với mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) tại hai điểm A và B . Phương trình đường thẳng AB là:

A. $AB: \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = -4 - 2t \\ z = 5 + 5t \end{cases}$ **B.** $AB: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 - 2t \\ z = 0 \end{cases}$
C. $AB: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 - 2t \\ z = 5 \end{cases}$ **D.** $AB: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2 - 2t \\ z = 5t \end{cases}$

Câu 49. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(2; -3; 1)$. Gọi $N; P; Q$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của M xuống các trục tọa độ $x'Ox; y'Oy; z'Oz$. Phương trình mặt phẳng (NPQ) là:

A. $(NPQ): 2x - 3y + z - 6 = 0$. **B.** $(NPQ): 3x - 2y + 6z - 6 = 0$.
C. $(NPQ): 3x - 2y + 6z + 6 = 0$. **D.** $(NPQ): 2x - 3y + z + 6 = 0$.

Câu 50. Gọi $z_1; z_2$ là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 6z + 21 = 0$. Tính $P = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}$.

A. $P = -\frac{7}{2}$. **B.** $P = -\frac{2}{7}$. **C.** $P = \frac{2}{7}$. **D.** $P = \frac{7}{2}$.

ĐỀ 3 (ĐỀ THI HKII NĂM HỌC 2019-2020 – TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN)

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ phương trình của trục tung $y'Oy$ viết là:

A. $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$

Câu 2. Cho các số thực x, y thỏa $x(3 - 5i) - y(2 - i)^2 = 4 - 2i$. Tính giá trị biểu thức $S = 2x - y$.

A. $S = 2$. **B.** $S = 1$. **C.** $S = -1$. **D.** $S = -2$.

Câu 3. Biết $\int_1^3 f(x)dx = 8$. Khi đó kết quả của phép tính tích phân $I = \int_1^3 [2f(x) - 3]dx$ bằng

A. 9. **B.** 10. **C.** 13. **D.** 16.

Câu 4. Cho các số phức $z_1; z_2$ thỏa $|z_1| = 2; |z_2| = \sqrt{7}; |z_1 - z_2| = \sqrt{5}$. Tính $|z_1 + z_2|$

A. $|z_1 + z_2| = \sqrt{17}$. **B.** $|z_1 + z_2| = 3\sqrt{2}$. **C.** $|z_1 + z_2| = \sqrt{19}$. **D.** $|z_1 + z_2| = 2\sqrt{2}$.

Câu 5. Cho phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2mx + 2(m-2)y + 2m + 24 = 0$ (*). Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, (*) là phương trình của một mặt cầu khi và chỉ khi m thỏa:

- A. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 5 \end{cases}$.. B. $-2 < m < 5$.. C. $\begin{cases} m < -5 \\ m > 2 \end{cases}$.. D. $-5 < m < 2$..

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(2; 3; 4)$. Mặt cầu tâm A tiếp xúc với trục tọa độ $x'Ox$ có bán kính R bằng

- A. $R = 4$. B. $R = 5$. C. $R = 2$. D. $R = 3$.

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(2; -3; 1)$. Gọi $N; P; Q$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của M xuống các trục tọa độ $x'Ox; y'Oy; z'Oz$. Phương trình mặt phẳng (NPQ) là:

- A. $(NPQ): 2x - 3y + z + 6 = 0$. B. $(NPQ): 2x - 3y + z - 6 = 0$.
C. $(NPQ): 3x - 2y + 6z - 6 = 0$. D. $(NPQ): 3x - 2y + 6z + 6 = 0$.

Câu 8. Cho số phức z thỏa $|z - 1 + i| = 3$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = (3 + 4i)z$ là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn đó.

- A. $I(7; 1)$. B. $I(-7; -1)$. C. $I(-7; 1)$. D. $I(7; -1)$.

Câu 9. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = 3; y = 2$; trục hoành và trục tung. Thể tích khối tròn xoay sinh bởi (H) quay quanh trục hoành bằng

- A. $V = 18\pi$. B. $V = 12\pi$. C. $V = 24\pi$. D. $V = 36\pi$.

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(1; -1; 3); B(2; -2; 1)$ và $C(-1; 2; 1)$. Mặt phẳng (ABC) có một vec tơ pháp tuyến là:

- A. $\vec{n} = (8; 6; -1)$. B. $\vec{n} = (8; 6; 1)$. C. $\vec{n} = (-8; 6; 1)$. D. $\vec{n} = (8; -6; 1)$.

Câu 11. Cho các số phức $z_1 = 2 - 3i$ và $z_2 = 3 + i$. Tính môđun của số phức $z = z_1 + z_2$

- A. $|z| = \sqrt{23}$. B. $|z| = \sqrt{21}$. C. $|z| = \sqrt{41}$. D. $|z| = \sqrt{29}$.

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ viết phương trình mặt phẳng (P) chứa điểm $M(2; 2; 1)$ và trục hoành.

- A. $(P): 2x - y - 2z = 0$ B. $(P): x - y + z - 1 = 0$.
C. $(P): y + 2z - 4 = 0$. D. $(P): y - 2z = 0$.

Câu 13. Trong mặt phẳng phức gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn số phức $z_1 = \sqrt{3} - i\sqrt{14}$; $z_2 = -\sqrt{7} + i\sqrt{10}$ và $z_3 = -\sqrt{3} + i\sqrt{14}$. Hãy chọn **khẳng định đúng**

- A. Tam giác ABC là tam giác vuông tại B . B. Tam giác ABC là tam giác vuông tại C .
C. Tam giác ABC là tam giác đều. D. Tam giác ABC là tam giác vuông tại A .

Câu 14. Biết $\int_0^3 f(x)dx = 6$ và $\int_0^{10} f(x)dx = 10$. Tính $I = \int_3^{10} f(x)dx$

- A. 16. B. 6. C. 4. D. -4.

Câu 15. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 6 = 0$ và mặt phẳng $(Q): x + y + 2z - 4 = 0$. Phương trình giao tuyến Δ của hai mặt phẳng đã cho là

- A. $\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ B. $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$ C. $\Delta: \begin{cases} x = 6 + 5t \\ y = -2 - 3t \\ z = -t \end{cases}$ D. $\Delta: \begin{cases} x = 6 + 5t \\ y = -2 + 3t \\ z = t \end{cases}$

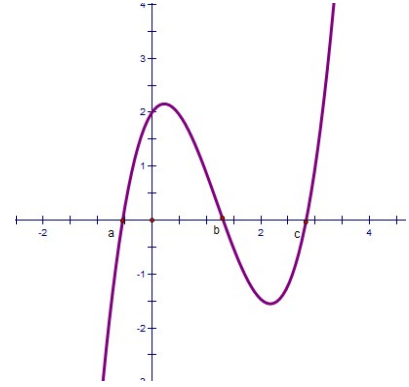
Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và $\int_0^2 f(x)dx = 12$. Tính $I = \int_0^1 f(2x)dx$

- A. 24. B. 18. C. 12. D. 6.

Câu 17. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho các vec tơ $\overrightarrow{AB} = (3; -2; 5)$ và $\overrightarrow{AC} = (1; 4; -1)$. Độ dài trung tuyến AM của tam giác ABC là:

- A. $AM = 6$. B. $AM = 3$. C. $AM = 3\sqrt{2}$. D. $AM = 6\sqrt{2}$.

Câu 18. Cho hàm số liên tục $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên cạnh. Biết rằng đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục hoành tại các điểm có hoành độ theo thứ tự là a, b, c . Hãy chọn khẳng định đúng



- A. $f(c) < f(a) < f(b)$. B. $f(a) < f(c) < f(b)$.
C. $f(a) < f(b) < f(c)$. D. $f(c) < f(b) < f(a)$.

Câu 19. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{3}$. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa Δ tiếp xúc với mặt cầu (S) ?

- A. 2. B. Vô số. C. 0. D. 1.

Câu 20. Gọi m, n là các số nguyên thỏa $\int_1^e x^2 \cdot \ln x dx = \frac{2e^m + 1}{n}$. Hãy chọn **kết quả đúng**

- A. $m + n = 6$. B. $m - n = 6$. C. $n - m = 6$. D. $m \cdot n = 6$.

Câu 21. Cho các số phức $z_1 = a_1 + b_1 i$ và $z_2 = a_2 + b_2 i$. Số phức $z = z_1 \cdot z_2$ là số thực thì

- A. $a_1 b_2 + b_1 a_2 = 0$. B. $a_1 a_2 - b_1 b_2 = 0$. C. $a_1 b_2 - b_1 a_2 = 0$. D. $a_1 a_2 + b_1 b_2 = 0$.

Câu 22. Hàm số nào **không phải** là nguyên hàm của hàm số $f(x) = -\frac{1}{x^2 + 2x + 1}$?

- A. $F(x) = \frac{x+2}{x+1}$. B. $F(x) = \frac{2x+3}{x+1}$.
C. $F(x) = -\frac{x}{x+1}$. D. $F(x) = -\frac{x-1}{x+1}$.

Câu 23. Gọi $z_1; z_2; z_3$ là các nghiệm của phương trình $z^3 + 1 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = z_1^{2019} + z_2^{2019} + z_3^{2019}$.

- A. $P = 3$. B. $P = 3i$. C. $P = -3i$. D. $P = -3$.

Câu 24. Biết rằng $f(2) = 3$; hàm số $f'(x)$ liên tục và $\int_2^5 f'(x)dx = 1$ thì giá trị của $f(5)$ là:

- A. 4. B. 5. C. 2. D. 3.

Câu 25. Cho các số phức $z = 4 - 3i$ và $w = z \cdot \left(\frac{12}{13} - \frac{5}{13}i \right)^{2019}$. Hãy chọn **khẳng định đúng**

- A. w là số thực. B. w là số thuần ảo.
C. $|w| = 5$. D. $|w| = \sqrt{5}$.

Câu 26. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = f(x) = \frac{1}{x - 2018}$. Biết rằng $F(2020) = F(2015) = \ln 6$. Tính $S = F(2022) + F(2016)$.

- A. $S = \ln 36$. B. $S = \ln 72$. C. $S = \ln 48$. D. $S = \ln 24$.

Câu 27. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết rằng $\overrightarrow{AB} = (1; 3; 4)$; $\overrightarrow{AD} = (-2; 3; 5)$ và $\overrightarrow{AC'} = (1; 1; 1)$. Tính thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

- A. $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 6$. B. $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 12$.
C. $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 1$. D. $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 3$.

Câu 28. Số phức z nào thỏa phương trình $z = \frac{z}{z + i}$?

- A. $z = -1 - i$. B. $z = -1 + i$. C. $z = 1 + i$. D. $z = 1 - i$.

Câu 29. Hàm số nào là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x + 7}$?

- A. $F(x) = \frac{1}{2} \ln \left| x + \frac{7}{2} \right| + C$. B. $F(x) = 2 \ln |2x + 7| + C$.
C. $F(x) = 2 \ln \left| x + \frac{7}{2} \right| + C$. D. $F(x) = \ln |2x + 7| + C$.

Câu 30. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x + 3y + 4z - 5 = 0$ và điểm $A(2; -1; -3)$. Phương trình mặt phẳng (Q) đối xứng với mặt phẳng (P) qua điểm A là:

- A. $(Q): x + 3y + 4z + 23 = 0$. B. $(Q): x + 3y + 4z - 23 = 0$.
C. $(Q): x + 3y + 4z - 31 = 0$. D. $(Q): x + 3y + 4z + 31 = 0$.

Câu 31. Cho các số phức $z_1 = a - 3bi$ và $z_2 = 2b + ai$. Tìm a và b sao cho $z_1 - z_2 = 6 - i$

- A. $\begin{cases} a = -4 \\ b = 1 \end{cases}$. B. $\begin{cases} a = 4 \\ b = 1 \end{cases}$. C. $\begin{cases} a = 4 \\ b = -1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} a = -4 \\ b = -1 \end{cases}$.

Câu 32. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y = 0$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 5z - 2019 = 0$. Các tiếp diện với mặt cầu (S) song song với mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) tại hai điểm A và B . Phương trình đường thẳng AB là:

- A. $AB: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2 - 2t \\ z = 5t \end{cases}$. B. $AB: \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = -4 - 2t \\ z = 5 + 5t \end{cases}$. C. $AB: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 - 2t \\ z = 0 \end{cases}$. D. $AB: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 - 2t \\ z = 5 \end{cases}$.

Câu 33. Kết quả của phép tính tích phân $I = \int_0^1 5^x dx$ bằng

A. $I = \frac{4}{\ln 5}$. **B.** $I = 4 \ln 5$. **C.** $I = 5 \ln 5$. **D.** $I = \frac{5}{\ln 5}$.

Câu 34. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \cos x$ và các đường thẳng $y = 0$; $x = 0$; $x = \pi$ bằng

A. 2π . **B.** 1. **C.** 2. **D.** π .

Câu 35. Kết quả của phép tính tích phân $I = \int_1^2 (x^4 + 4x^3)e^x dx$ bằng

A. $16e - e^2$. **B.** $16e^2 - 1$. **C.** $e^2 - 16e$. **D.** $e(16e - 1)$.

Câu 36. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z - 7 = 0$ và điểm $I(2; -1; 1)$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) là:

A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z + 2 = 0$. **B.** $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z - 2 = 0$.
C. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z - 2 = 0$. **D.** $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z + 2 = 0$.

Câu 37. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x + y + 5z - 14 = 0$ và điểm $M(1; -4; -2)$. Tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (P) là:

A. $H(4; 0; 2)$. **B.** $H(2; 2; 2)$. **C.** $H(2; -3; 3)$. **D.** $H(-1; -6; -12)$.

Câu 38. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(6; 3; 4)$. Mặt cầu tâm A tiếp xúc với mặt phẳng tọa độ (yOz) có bán kính R bằng

A. $R = 5$. **B.** $R = 6$. **C.** $R = 3$. **D.** $R = 4$.

Câu 39. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng Δ có phương trình $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+3}{4}$. Đường thẳng Δ đi qua điểm M nào bên dưới?

A. $M(5; 4; -7)$. **B.** $M(5; -4; 7)$. **C.** $M(-5; 11; -15)$. **D.** $M(-5; 7; -12)$.

Câu 40. Kết quả của phép tính tích phân $I = \int_2^{2\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}}{x\sqrt{x^2-3}} dx$ bằng

A. $\frac{\pi}{2}$. **B.** $\frac{\pi}{4}$. **C.** $\frac{\pi}{3}$. **D.** $\frac{\pi}{6}$.

Câu 41. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng $(\Delta_1): \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$

và $(\Delta_2): \frac{x-4}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-5}{-2}$. Tọa độ giao điểm M của hai đường thẳng đã cho là:

A. $M(3; 5; 7)$. **B.** $M(0; -1; -1)$. **C.** $M(5; 1; 3)$. **D.** $M(2; 3; 7)$.

Câu 42. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1; -2; 3)$. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm M cắt các trục tọa độ $x'Ox; y'Oy; z'Oz$ lần lượt tại các điểm $A; B; C$ sao cho M là trọng tâm tam giác ABC là:

A. $(ABC): x + 2y - 3z + 12 = 0$. **B.** $(ABC): x - 2y + 3z - 14 = 0$.
C. $(ABC): x - 2y + 3z + 14 = 0$. **D.** $(ABC): x + 2y - 3z - 12 = 0$.

Câu 43. Kết quả phép tính tích phân $I = \int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) dx$ được viết dưới dạng $I = a \ln b + \ln c$

với a, b, c là các số dương. Tính giá trị biểu thức $S = ab + 6c$.

- A.** $S = 4$. **B.** $S = 6$. **C.** $S = 3$. **D.** $S = 1$.

Câu 44. Cho các số phức $z_1 = 3 + 2i$ và $z_2 = 6 + 5i$. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = 2z_1 - 3z_2$.

- A.** $\bar{z} = -12 - 11i$. **B.** $\bar{z} = -12 + 11i$. **C.** $\bar{z} = -11 + 12i$. **D.** $\bar{z} = -11 - 12i$.

Câu 45. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho vec tơ $\vec{MO} = 5(\vec{3i} - \vec{j}) + 2(\vec{3j} - 2\vec{k}) - 3(\vec{k} - 2\vec{i})$. Tọa độ điểm M là:

- A.** $M(14; 1; -7)$. **B.** $M(-14; -1; 7)$. **C.** $M(14; -1; 7)$. **D.** $M(14; -1; -7)$.

Câu 46. Gọi $z_1; z_2$ là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 6z + 21 = 0$. Tính $P = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}$.

- A.** $P = \frac{2}{7}$. **B.** $P = \frac{7}{2}$. **C.** $P = -\frac{7}{2}$. **D.** $P = -\frac{2}{7}$.

Câu 47. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai vec tơ $\vec{a} = (2; 1; 3)$ và $\vec{b} = (3; -2; 1)$. Góc giữa các vec tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

- A.** 120° . **B.** 30° . **C.** 45° . **D.** 60° .

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa $f'(x) = 2 - 3 \sin x$ và $f(0) = 10$. Hãy chọn **khẳng định đúng**

- A.** $f(x) = 2x + 3 \cos x + 7$. **B.** $f(x) = 2x + 3 \sin x + 7$.
C. $f(x) = 2x - 3 \sin x + 11$. **D.** $f(x) = 2x - 3 \cos x + 11$.

Câu 49. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ và $F(1) = 5$. Tính $F(4)$

- A.** $F(4) = 8$. **B.** $F(4) = 5$. **C.** $F(4) = 6$. **D.** $F(4) = 7$.

Câu 50. Khi tính tích phân $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2 - 1} dx$ bằng cách đặt $u = x^2 - 1$ ta được tích phân nào bên dưới?

- A.** $I = \frac{1}{2} \int_0^3 \sqrt{u} du$. **B.** $I = \int_1^2 \sqrt{u} du$. **C.** $I = \int_0^3 \sqrt{u} du$. **D.** $I = 2 \int_0^3 \sqrt{u} du$.

===== Hết =====