

(Đề thi có ____ trang)

Thời gian làm bài: 90 PHÚT
(không kể thời gian phát đề)

Họ và tên: Số báo danh: **Mã đề 113**

Câu 1: Nếu $\int_2^5 f(x)dx = 3$ và $\int_2^5 g(x)dx = -2$ thì $\int_2^5 [2f(x) + g(x)]dx$ bằng

- A. -5 . B. 1 . C. 4 . D. 8 .

Câu 2: Cho số phức $z = 3 - 2i$, khi đó iz bằng

- A. $3 + 2i$. B. $-2 + 3i$. C. $2 + 3i$. D. $-3 - 2i$.

Câu 3: Cho khối trụ có diện tích đáy $B = 4$ và chiều cao $h = 6$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A. 56 . B. 24 . C. 72 . D. 8 .

Câu 4: Với mọi số thực $a \neq 0$, $\log_2(4a^2)$ bằng

- A. $2(1 + \log_2|a|)$. B. $2 - \log_2 a$. C. $2 + \log_2|a|$. D. $2 + \log_2 a$.

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = x^{\frac{1}{4}}$ là

- A. $(0; +\infty) \setminus \{1\}$. B. $(0; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 6: Cho hình nón có diện tích xung quanh là S , bán kính đường tròn đáy là r . Đường sinh của hình nón được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $\frac{S}{2\pi r}$. B. $\frac{S}{\pi r}$. C. $\frac{S}{r}$. D. $\frac{S}{r^2}$.

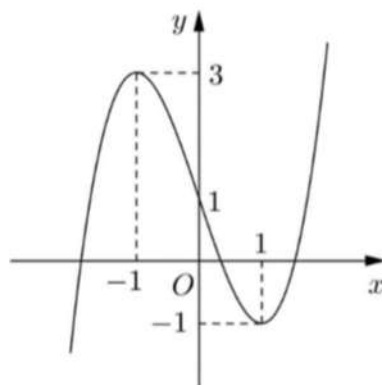
Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-2	1	-1	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 2)$. B. $(0; 1)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(-1; 1)$.

Câu 8: Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



- A. $y = x^2 - 3x - 1$. B. $y = x^3 - 3x^2 - 1$. C. $y = x^4 + 3x^2 + 1$. D. $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 9: Trên $\mathbb{R}$, họ nguyên hàm của hàm số $y = 3^x$ là

- A. $\int 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C$. B. $\int 3^x dx = 3^x + C$. C. $\int 3^x dx = 3^x \ln 3 + C$ D. $\int 3^x dx = \frac{3^{x+1}}{x+1} + C$.

Câu 10: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$ là

- A. $\int f(x) dx = \tan x + C$. B. $\int f(x) dx = \cot x + C$.
C. $\int f(x) dx = -\tan x + C$ D. $\int f(x) dx = -\cot x + C$.

Câu 11: Cho cấp nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$, công bội $q = -2$. Số hạng thứ 3 của (u_n) bằng.

- A. 2. B. 8. C. -4. D. -6.

Câu 12: Cho khối trụ có chiều cao h , bán kính r . Thể tích của khối trụ được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$. B. $V = \pi r^2 h$. C. $V = \frac{1}{3} \pi r h$. D. $V = \pi r h$.

Câu 13: Số phức liên hợp của số phức $z = 3 - i$ là

- A. $-3 - i$. B. $3 - i$. C. $3 + i$. D. $-3 + i$.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x^2 - 1), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 5. C. 2. D. 4.

Câu 15: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-1) > -3$ là

- A. $(-\infty; 9)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(9; +\infty)$. D. $(1; 9)$.

Câu 16: Nghiệm của phương trình $3^{x+1} = 5$ là:

- A. $x = \log_3 3$. B. $x = -1 + \log_5 3$. C. $x = -1 + \log_3 5$. D. $x = 1 + \log_3 5$.

Câu 17: Trên $\mathbb{R}$ đạo hàm của hàm số $y = 3^x$ là

- A. $y' = x3^{x-1}$. B. $y' = 3^x \log 3$. C. $y' = 3^x$. D. $y' = 3^x \ln 3$.

Câu 18: Số phức $z = 2 - 3i$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là

- A. $Q(-2; -3)$. B. $M(2; -3)$. C. $N(2; 3)$. D. $P(-2; 3)$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2t \\ z = 2 - t \end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $P(1; -2; -1)$. B. $M(-1; 4; 4)$. C. $N(1; -2; 2)$. D. $Q(-1; 0; -2)$.

Câu 20: Diện tích của hình cầu có bán kính r được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = \frac{4}{3}\pi r^2$

B. $S = 4\pi r^2$

C. $S = 4\pi r^3$

D. $S = 4\pi r$.

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y			3		-1		3		

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. -1.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, tâm mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z = 0$ có tọa độ là

A. $(-1; -2; 3)$.

B. $(1; 2; 3)$.

C. $(1; -2; 3)$.

D. $(-1; 2; -3)$.

Câu 23: Nếu $\int_0^2 f(x)dx = 4$, thì $\int_0^1 [1 - 2f(2x)]dx$ bằng

A. -6

B. -7

C. -3

D. 9

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -4t \\ z = 3 + 6t \end{cases}$ có một véc tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_3 = (1; 2; 3)$.

B. $\vec{u}_1 = (1; -2; 3)$.

C. $\vec{u}_4 = (1; -4; 3)$.

D. $\vec{u}_2 = (1; 0; 3)$.

Câu 25: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y = 2$.

B. $y = 0$.

C. $y = -2$.

D. $y = 1$.

Câu 26: hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 - x + 1$.

B. $y = x^3 + x + 2$.

C. $y = \frac{x+1}{x+3}$.

D. $y = x^4 + x^2$.

Câu 27: Điểm nào sau đây thuộc đồ thị của hàm số $y = x^3 - x$.

A. $Q(2; -4)$

B. $N(2; 4)$

C. $P(2; 0)$

D. $M(2; 6)$

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, độ dài của véc tơ $\vec{a} = (2; 2; -1)$ bằng

A. $\sqrt{7}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. 3.

D. 9.

Câu 29: Nếu $\int_1^2 f(x)dx = -2$ và $\int_2^4 f(x)dx = 3$, thì $\int_1^4 2f(x)dx$ bằng

A. -10

B. 2.

C. -1.

D. 1.

Câu 30: Với n là số nguyên $n \geq 2$ công thức nào sau đây đúng?

A. $A_n^2 = \frac{n!}{(n-2)!}$.

B. $A_n^2 = \frac{n!}{2!}$.

C. $A_n^2 = \frac{n!}{(n-2)}$.

D. $A_n^2 = \frac{n!}{2(n-2)!}$.

Câu 31: Cho a và b thỏa mãn $\log_4 a + \log_2 b = 1$. Khẳng định nào sau đây đúng.

A. $a + 2b = 4$.

B. $a = \frac{2}{b^2}$.

C. $a + b^2 = 2$.

D. $ab^2 = 4$.

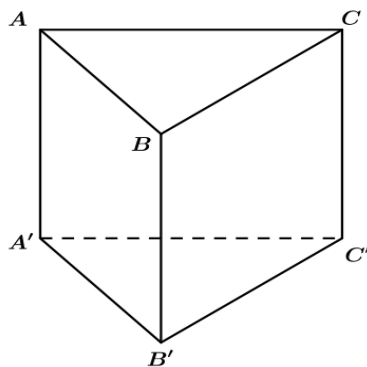
Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{1}$ đường thẳng đi qua điểm A cắt trục Oz và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

A. $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-4}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{-1}$. C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{-1}$. D. $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-7}{-4}$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng chứa trục Ox và đi qua điểm $M(3; 2; -1)$ là

A. $y - 2z + 6 = 0$. B. $y + 2z = 0$. C. $3x + 2y - z = 0$. D. $y - 2z - 4 = 0$.

Câu 34: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau, gọi α là góc giữa đường thẳng CB' với mặt phẳng $ABB'A'$. Giá trị $\sin \alpha$ bằng.



A. $\frac{\sqrt{15}}{10}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{4}$ C. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{4}$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm các điểm $M(1; 2; 0), N(0; 1; -1)$ và $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$

Mặt phẳng đi qua hai điểm M, N và song song với đường thẳng d có phương trình là

A. $2x - y - z = 0$. B. $x - 3y + 2z + 5 = 0$ C. $-x + y + 2z - 1 = 0$. D. $x - 2z + 2 = 0$

Câu 36: Từ hộp chứa 12 quả cầu gồm 3 quả cầu đỏ, 4 quả cầu xanh và 5 quả cầu vàng, lấy ngẫu nhiên đồng thời 5 quả. Xác suất để số quả cầu còn lại trong hộp có đủ 3 màu là

A. $\frac{762}{792}$. B. $\frac{25}{87}$. C. $\frac{83}{88}$. D. $\frac{203}{792}$.

Câu 37: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \frac{2}{x^3} - 1, \forall x \neq 0$ và $f(1) = 0$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của

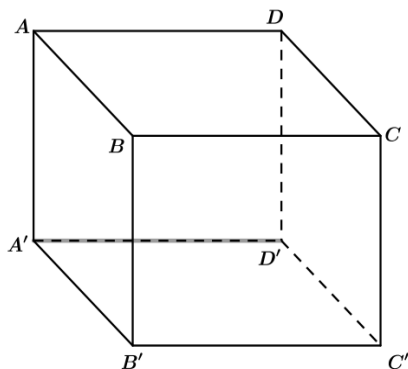
$f(x)$ trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $F(1) = \frac{3}{2}$, khi đó $F(2)$ là

A. $\frac{5}{2}$. B. $-\frac{3}{4}$ C. $\frac{7}{2}$ D. $\frac{3}{2}$

Câu 38: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy 1, hai mặt phẳng (ABC') và $(A'B'C)$ vuông góc với nhau. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. 2. D. $\frac{3}{8}$

Câu 39: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $AA' = 1, AB = 2$ Khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng $ADC'B'$ bằng.



- A. $\sqrt{5}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. D. $\sqrt{2}$.

Câu 40: Cho số phức z có phần thực bằng 1 thỏa mãn $(z+1)(\bar{z}+1)=8$. Mô đun của z bằng

- A. $\sqrt{2}$. B. $\sqrt{5}$. C. $2\sqrt{2}$. D. $5\sqrt{5}$.

Câu 41: Trên đoạn $[1;3]$ hàm số $y = e^x - 2x$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm.

- A. $x = \ln 2$. B. $x = 1$. C. $x = 3$. D. $x = 2$.

Câu 42: Cho số phức w và hai số thực a, b . Biết rằng $w+2i$ và $2w-1-11i$ là hai nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b$.

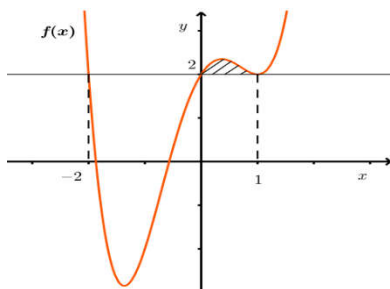
- A. $P = 28$ B. $P = \frac{1}{9}$ C. $P = 24$ D. $P = -\frac{5}{9}$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 4y - z + 3 = 0$ và mặt cầu

$(S): (x-4)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 4$. Có bao nhiêu điểm M thuộc mặt phẳng Oxy với tung độ nguyên, mà từ M kẻ được tiếp tuyến với (S) đồng thời vuông góc với mặt phẳng (P)

- A. 34 B. 18 C. 32 D. 20

Câu 44: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$, có đồ thị tiếp xúc và cắt đường thẳng $y = 2$ tại các điểm có hoành độ $x = 1, x = 0, x = -2$ (hình vẽ dưới). Biết diện tích phần gạch chéo bằng $\frac{1}{5}$, gọi $g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị đi qua 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f(x)$ và $y = g(x)$ gần bằng với giá trị nào nhất



- A. 6. B. 3. C. 4. D. 5.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	1	-5	$+\infty$	

Số điểm cực trị của hàm số $f(f(x))$ là

- A. 5. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 46: Xét các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z - 2 - 2i| = 2$. Đặt $a = |z_1 - z_2|$. Tìm a sao cho $P = |z_1 - i.z_2|$ đạt giá trị lớn nhất.

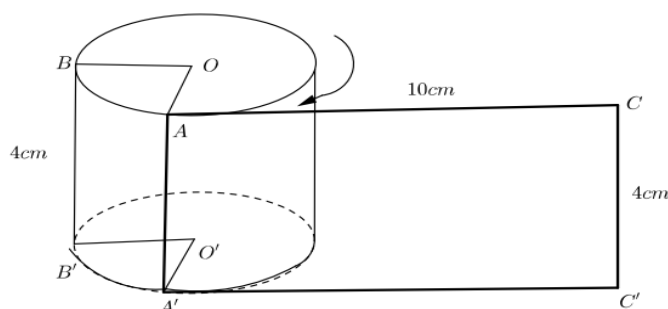
- A. $a = 2$ B. $a = 2\sqrt{3}$ C. $a = 4$ D. $a = 2\sqrt{2}$

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = (x-7)(x^2-9)$.

Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $g(x) = f(|x^3 + x| + 2m + 3)$ có ít nhất 3 điểm cực trị.

- A. 4. B. 1 C. 0. D. 2.

Câu 48: Người ta dùng một mảnh giấy hình chữ nhật $ACC'A'$ có kích thước $AC = 10cm$, $AA' = 4cm$, cuộn quanh một khối trụ có đường cao bằng $4cm$. Biết rằng khi cuộn xong, mảnh giấy chưa bao hết mặt xung quanh của khối trụ, đỉnh C trùng với điểm B và đỉnh C' trùng với điểm B' , góc $\angle AOB$ bằng 60° (Hình vẽ). Thể tích của khối trụ là.



- A. $\frac{144}{\pi}(cm^3)$. B. $144\pi(cm^3)$. C. $\frac{124}{\pi}(cm^3)$. D. $124\pi(cm^3)$.

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $(m - 2^x + 64x)\sqrt{1 - \log(x-2)} \geq 0$ có đúng 5 nghiệm nguyên.

- A. 16. B. 55. C. 15. D. 56.

Câu 50: Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho tồn tại số thực $x \in [1;6]$ thỏa mãn:

$$(3x - y - 3)e^x = y(2xy - 3x^2).$$

- A. 15 B. 14 C. 13 D. 12

BẢNG ĐÁP ÁN MÃ 101

1.C.	2.C	3.B	4.A	5.B	6.B	7.B	8.D	9.A	10.D
11.B	12.B	13.C	14.A	15.D	16.C	17.D	18.B	19.B	20.B
21.A	22.C	23.C	24.B	25.B	26.B	27.D	28.C	29.B	30.A
31.D	32.D	33.B	34.B	35.B	36.C	37.D	38.D	39.C	40.B
41.B	42.C	43.A	44.B	45.B	46.D	47.B	48.A	49.A	50.C

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.C	3.B	4.A	5.B	6.B	7.B	8.D	9.A	10.D
11.B	12.B	13.C	14.A	15.D	16.C	17.D	18.B	19.B	20.B
21.A	22.C	23.C	24.B	25.B	26.B	27.D	28.C	29.B	30.A
31.D	32.D	33.B	34.B	35.B	36.C	37.D	38.D	39.C	40.B
41.B	42.C	43.A	44.B	45.B	46.D	47.B	48.A	49.D	50.B

- Câu 1:** Nếu $\int_2^5 f(x) dx = 3$ và $\int_2^5 g(x) dx = -2$ thì $\int_2^5 (2f(x) + g(x)) dx$ bằng
A. -5 . **B.** 1 . **C.** 4 . **D.** 8 .

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } \int_2^5 (2f(x) + g(x)) dx = \int_2^5 2f(x) dx + \int_2^5 g(x) dx = 2 \cdot 3 + (-2) = 4.$$

- Câu 2:** Cho số phức $z = 3 - 2i$, khi đó iz bằng
A. $3 + 2i$. **B.** $-2 + 3i$. **C.** $2 + 3i$. **D.** $-3 - 2i$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } iz = i \cdot (3 - 2i) = 2 + 3i.$$

- Câu 3:** Cho khối trụ có diện tích đáy $B = 4$ và chiều cao $h = 6$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng
A. 56 . **B.** 24 . **C.** 72 . **D.** 8 .

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Thể tích của khối trụ đã cho bằng } V = B \cdot h = 4 \cdot 6 = 24.$$

- Câu 4:** Với mọi số thực $a \neq 0$, $\log_2(4a^2)$ bằng
A. $2(1 + \log_2 |a|)$. **B.** $2 - \log_2 a$. **C.** $2 + \log_2 |a|$. **D.** $2 + \log_2 a$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } \log_2(4a^2) = \log_2(2a)^2 = 2 \log_2 |2a| = 2 \cdot (\log_2 2 + \log_2 |a|) = 2 \cdot (1 + \log_2 |a|).$$

- Câu 5:** Tập xác định của hàm số $y = x^{\frac{1}{4}}$ là
A. $(0; +\infty) \setminus \{1\}$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Vì } \frac{1}{4} \text{ là số không nguyên nên hàm số } y = x^{\frac{1}{4}} \text{ xác định khi } x > 0.$$

Câu 6: Cho hình nón có diện tích xung quanh là S , bán kính đường tròn đáy là r . Đường sinh của hình nón được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $\frac{S}{2\pi r}$. B. $\frac{S}{\pi r}$. C. $\frac{S}{r}$. D. $\frac{S}{r^2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có diện tích xung quanh hình nón là $S = \pi r l \Rightarrow l = \frac{S}{\pi r}$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

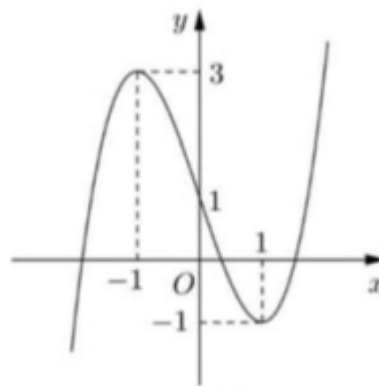
Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 2)$. B. $(0; 1)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(-1; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 8: Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



- A. $y = x^2 - 3x - 1$. B. $y = x^3 - 3x^2 - 1$. C. $y = x^4 + 3x^2 + 1$. D. $y = x^3 - 3x + 1$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị đi qua điểm $(0; 1)$ nên loại A, B.

Đồ thị không thể của hàm bậc 4 trùng phương nên loại C.

Câu 9: Trên $\mathbb{R}$, họ nguyên hàm của hàm số $y = 3^x$ là

- A. $\int 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C$. B. $\int 3^x dx = 3^x + C$.
C. $\int 3^x dx = 3^x \ln 3 + C$. D. $\int 3^x dx = \frac{3^{x+1}}{x+1} + C$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 10: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$ là

A. $\int f(x) dx = \tan x + C$.

B. $\int f(x) dx = \cot x + C$.

C. $\int f(x) dx = -\tan x + C$.

D. $\int f(x) dx = -\cot x + C$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 11: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$, công bội $q = -2$. Số hạng thứ 3 của (u_n) bằng.

A. 2.

B. 8.

C. -4.

D. -6.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $u_3 = u_1 \cdot q^2 = 2 \cdot (-2)^2 = 8$

Câu 12: Khối trụ có chiều cao h , bán kính r . Thể tích của khối trụ được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.

B. $V = \pi r^2 h$.

C. $V = \frac{1}{3} \pi r h$.

D. $V = \pi r h$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 13: Số phức liên hợp của số phức $z = 3 - i$ là

A. $-3 - i$.

B. $3 - i$.

C. $3 + i$.

D. $-3 + i$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $z = 3 - i \Rightarrow \bar{z} = 3 + i$.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x^2 - 1)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3.

B. 5.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn A.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Phương trình $f'(x) = 0$ có 3 nghiệm bội lẻ.

$\Rightarrow f(x)$ có ba điểm cực trị,

Câu 15: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-1) > -3$ là

A. $(-\infty; 9)$.

B. $(-\infty; +\infty)$.

C. $(9; +\infty)$.

D. $(1; 9)$.

Lời giải

Chọn D.

$$\log_{0,5}(x-1) > -3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 < 0,5^{-3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 9 \end{cases}.$$

- Câu 16:** Nghiệm của phương trình $3^{x+1} = 5$ là
A. $x = \log_5 3$. **B.** $x = -1 + \log_5 3$. **C.** $x = -1 + \log_3 5$. **D.** $x = 1 + \log_3 5$.

Lời giải

Chọn C.

$$3^{x+1} = 5 \Leftrightarrow x+1 = \log_3 5 \Leftrightarrow x = -1 + \log_3 5.$$

- Câu 17:** Trên $\mathbb{R}$ đạo hàm của hàm số $y = 3^x$ là
A. $y' = x3^{x-1}$. **B.** $y' = 3^x \log 3$. **C.** $y' = 3^x$. **D.** $y' = 3^x \ln 3$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } y' = 3^x \ln 3.$$

- Câu 18:** Số phức $z = 2 - 3i$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là
A. $Q(-2; -3)$. **B.** $M(2; -3)$. **C.** $Q(2; 3)$. **D.** $P(-2; 3)$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Số phức } z = 2 - 3i \text{ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là } M(2; -3).$$

- Câu 19:** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = -2t \\ z = 2-t \end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?
A. $P(1; -2; -1)$. **B.** $M(-1; 4; 4)$. **C.** $N(1; -2; 2)$. **D.** $Q(-1; 0; -2)$.

Lời giải

Chọn B.

Thay tọa độ điểm $M(-1; 4; 4)$ vào phương trình đường thẳng d ta được

$$\begin{cases} -1 = 1+t \\ 4 = -2t \\ 4 = 2-t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ t = -2 \\ t = -2 \end{cases} \Leftrightarrow t = -2.$$

Vậy điểm $M(-1; 4; 4)$ thuộc d .

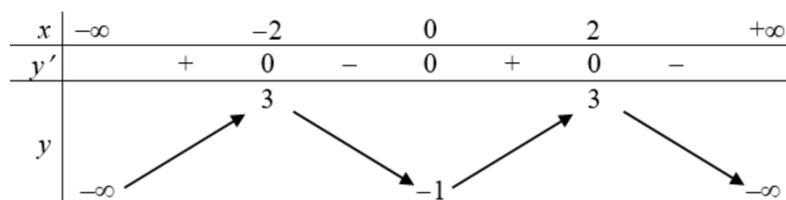
- Câu 20:** Diện tích hình cầu có bán kính r được tính theo công thức nào dưới đây?
A. $S = \frac{4}{3} \pi r^2$. **B.** $S = 4\pi r^2$. **C.** $S = 4\pi r^3$. **D.** $S = 4\pi r$.

Lời giải

Chọn B.

Diện tích hình cầu có bán kính r được tính theo công thức $S = 4\pi r^2$.

- Câu 21:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A.** 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** -1.

Lời giải

Chọn A.

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là $x = 0$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, tâm mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z = 0$ có tọa độ là

- A.** $(-1; -2; 3)$. **B.** $(1; 2; 3)$. **C.** $(1; -2; 3)$. **D.** $(-1; 2; -3)$.

Lời giải

Chọn C.

Tâm mặt cầu là $(1; -2; 3)$.

Câu 23: Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 4$ thì $\int_0^1 [1 - 2f(2x)] dx$ bằng

A. -6. **B.** -7. **C.** -3. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\int_0^1 [1 - 2f(2x)] dx = \int_0^1 dx - \int_0^1 f(2x) d(2x) = x \Big|_0^1 - \int_0^2 f(t) dt = 1 - 4 = -3$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -4t \\ z = 3 + 6t \end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_3 = (1; 2; 3)$. **B.** $\vec{u}_1 = (1; -2; 3)$. **C.** $\vec{u}_4 = (1; -4; 3)$. **D.** $\vec{u}_2 = (1; 0; 3)$.

Lời giải

Chọn B.

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (1; -2; 3)$.

Câu 25: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y = 2$ **B.** $y = 0$ **C.** $y = -2$ **D.** $y = 1$

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2}{x-1} = 0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng có phương trình $y = 0$

Câu 26: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 - x + 1$

B. $y = x^3 + x + 2$

C. $y = \frac{x+1}{x+3}$

D. $y = x^4 + x^2$

Lời giải

Chọn B

Ta có $y = x^3 + x + 2$ suy ra $y = 3x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó hàm số $y = x^3 + x + 2$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 27: Điểm nào sau đây thuộc đồ thị của hàm số $y = x^3 - x$.

A. $Q(2; -4)$

B. $N(2; 4)$

C. $P(2; 0)$

D. $M(2; 6)$

Lời giải

Chọn D

Ta thay tọa độ điểm M , $x = 2; y = 6$ vào PT hàm số, ta được $6 = 2^3 - 2$ (đúng)
Vậy điểm M thuộc đồ thị hs đã cho.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, độ dài của véc tơ $\vec{a} = (2; 2; -1)$ bằng

A. $\sqrt{7}$

B. $\sqrt{3}$

C. 3

D. 9

Lời giải

Chọn C

Ta có $|\vec{a}| = \sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2} = \sqrt{9} = 3$.

Câu 29: Nếu $\int_1^2 f(x) dx = -2$ và $\int_2^4 f(x) dx = 3$, thì $\int_1^4 2f(x) dx$ bằng?

A. -10 .

B. 2.

C. -1 .

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_1^4 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^4 f(x) dx = 1$

$\Rightarrow \int_1^4 2f(x) dx = 2$.

Câu 30: Với n là số nguyên $n \geq 2$ công thức nào sau đây đúng?

A. $A_n^2 = \frac{n!}{(n-2)!}$

B. $A_n^2 = \frac{n!}{2!}$

C. $A_n^2 = \frac{n!}{(n-2)}$

D. $A_n^2 = \frac{n!}{2(n-2)!}$

Lời giải

Chọn A

$A_n^2 = \frac{n!}{(n-2)!}$

Câu 31: Cho a và b thỏa mãn $\log_4 a + \log_2 b = 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a + 2b = 4$.

B. $a = \frac{2}{b^2}$.

C. $a + b^2 = 2$.

D. $ab^2 = 4$.

Lời giải

Chọn D

$$\log_4 a + \log_2 b = 1 \Leftrightarrow \log_2 \sqrt{ab} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{ab} = 2 \Leftrightarrow ab^2 = 4.$$

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{1}$. Đường thẳng đi qua điểm A cắt trục Oz và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

A. $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-4}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{-1}$.

D. $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-7}{-4}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi d' là đường thẳng cần tìm

Đường thẳng d' cắt trục Oz tại điểm $M(0;0;z) \Rightarrow \overrightarrow{MA} = (1;2;3-z)$

Vì $d \perp d'$ nên $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{u_d} = 0 \Leftrightarrow 2+2+3-z=0 \Leftrightarrow z=7$

$\Rightarrow$ VTCP của d' là $(1;2;-4)$

Vậy phương trình đường thẳng d' là: $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-7}{-4}$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng chứa trục Ox và đi qua điểm $M(3;2;-1)$ là

A. $y - 2z + 6 = 0$.

B. $y + 2z = 0$.

C. $3x + 2y - z = 0$.

D. $y - 2z - 4 = 0$.

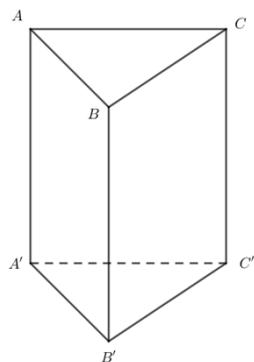
Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (α) chứa trục Ox và đi qua điểm $M(3;2;-1)$ nên véc-tơ $\overrightarrow{n_{(\alpha)}} = [\vec{i}; \overrightarrow{OM}] = (0;1;2)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Vậy phương trình mặt phẳng (α) là $y - 2 + 2(z + 1) = 0 \Leftrightarrow y + 2z = 0$.

Câu 34: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau, gọi α là góc giữa đường thẳng CB' và mặt phẳng $ABB'A'$. Giá trị $\sin \alpha$ bằng



A. $\frac{\sqrt{15}}{10}$.

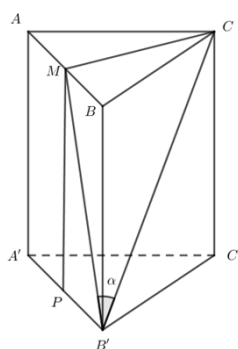
B. $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

C. $\frac{\sqrt{10}}{10}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{4}$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi M, P lần lượt là trung điểm của $AB; A'B'$. Suy ra

$$\begin{cases} CM \perp AB \\ CM \perp AA' \end{cases} \Rightarrow CM \perp (ABB'A') \Rightarrow (CB'; (ABB'A')) = \widehat{CB'M} = \alpha.$$

Trong tam giác vuông $CB'M$ có $\sin \alpha = \frac{CM}{CB'} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{4}$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;0), N(0;1;-1)$ và $d: \begin{cases} x=1-t \\ y=t \\ z=2+2t \end{cases}$. Mặt phẳng đi qua

hai điểm M, N và song song với đường thẳng d có phương trình là

A. $2x - y - z = 0$

B. $x - 3y + 2z + 5 = 0$

C. $-x + y + 2z - 1 = 0$

D. $x - 2z + 2 = 0$

Lời giải

Chọn B.

Gọi mặt phẳng cần tìm là (α) . Suy ra (α) nhận hai véc-tơ $\overrightarrow{NM}(1;1;1), \overrightarrow{u_d}(-1;1;2)$ làm cặp véc-tơ chỉ phương. Do đó $\overrightarrow{n_{(\alpha)}} = [\overrightarrow{NM}; \overrightarrow{u_d}] = (1; -3; 2)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (α) .

Vậy phương trình mặt phẳng (α) là

$$x - 1 - 3(y - 2) + 2z = 0 \Leftrightarrow x - 3y + 2z + 5 = 0.$$

Câu 36: Từ hộp chứa 12 quả cầu gồm 3 quả cầu đỏ, 4 quả cầu xanh và 5 quả cầu vàng, lấy ngẫu nhiên đồng thời 5 quả. Xác suất để số quả cầu còn lại trong hộp có đủ 3 màu là

A. $\frac{762}{792}$

B. $\frac{25}{87}$

C. $\frac{83}{88}$

D. $\frac{203}{792}$

Lời giải

Chọn C.

Ta có $n(\Omega) = C_{12}^5$.

Gọi A là biến c: “Số quả cầu còn lại trong hộp có đủ 3 màu”.

Suy ra $\bar{A}$: “Số quả cầu còn lại trong hộp không có đủ 3 màu”.

Có các trường hợp thuận lợi cho biến cố $\bar{A}$ là:

- TH1: Lấy được 3 quả đỏ, 2 quả xanh có C_4^2 cách lấy.
- TH2: Lấy được 3 quả đỏ, 2 quả vàng có C_5^2 cách lấy.
- TH3: Lấy được 3 quả đỏ, 1 quả xanh, 1 quả vàng có $C_4^1 \cdot C_5^1$ cách lấy.
- TH4: Lấy được 1 quả đỏ, 4 quả xanh có C_3^1 cách lấy.
- TH5: Lấy được 1 quả vàng, 4 quả xanh có C_5^1 cách lấy.
- TH6: Lấy được 5 quả vàng có 1 cách lấy.

$$\text{Vậy } n(\bar{A}) = 45 \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{45}{C_{12}^5} = \frac{5}{88} \Rightarrow P(A) = \frac{83}{88}.$$

Câu 37: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \frac{2}{x^3} - 1, \forall x \neq 0$ và $f(1) = 0$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $F(1) = \frac{3}{2}$, khi đó $F(2)$

A. $\frac{5}{2}$.

B. $-\frac{3}{4}$.

C. $\frac{7}{2}$.

D. $\frac{3}{2}$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } f(x) = \int f'(x) dx = \int \left(\frac{2}{x^3} - 1 \right) dx = -\frac{1}{x^2} - x + C$$

$$\text{Mà } f(1) = 0 \Rightarrow C = 2 \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{x^2} - x + 2.$$

$$\text{Khi đó } F(x) = \int \left(-\frac{1}{x^2} - x + 2 \right) dx = \frac{1}{x} - \frac{x^2}{2} + 2x + C'$$

$$\text{Mặt khác } F(1) = \frac{3}{2} \Rightarrow C' = -1 \Rightarrow F(x) = \frac{1}{x} - \frac{x^2}{2} + 2x - 1.$$

Vậy $F(2) = \frac{3}{2}$.

Câu 38: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy 1, hai mặt phẳng (ABC') và $(A'B'C)$ vuông góc với nhau. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\sqrt{3}$.

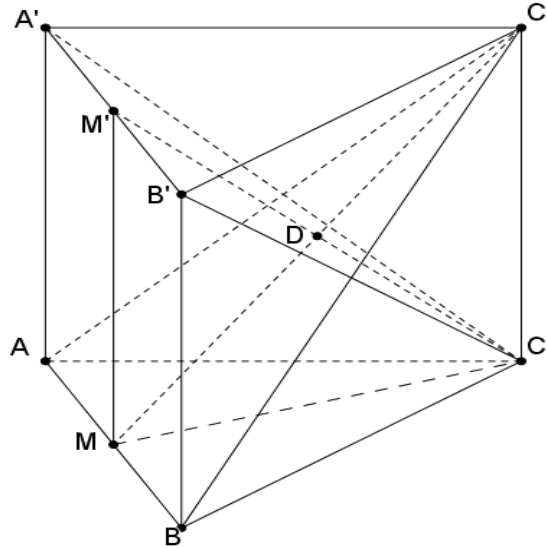
B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. 2.

D. $\frac{3}{8}$.

Lời giải

Chọn D



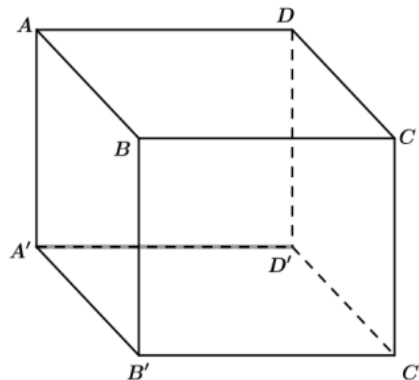
Gọi M, M' lần lượt là trung điểm của $AB, A'B'$.

Khi đó $D = CM' \cap C'M \Rightarrow \left(\widehat{(CA'B')}, \widehat{(C'AB)} \right) = \left(\widehat{CM'}, \widehat{C'M} \right) = \widehat{CDM} = 90^\circ$.

Tam giác MDC vuông cân tại $D \Rightarrow \widehat{DMC} = 45^\circ \Rightarrow MC = CC' = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Vậy thể tích lăng trụ $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{8}$.

Câu 39: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $AA' = 1, AB = 2$.



Khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng $(ADC'B')$ bằng

A. $\sqrt{5}$.

B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\Leftrightarrow (2x-1)+(2y-11)i = x+(-y-2)i \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1=x \\ 2y-11=-y-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=3. \end{cases}$$

Suy ra $z_1 = w + 2i = 1 + 5i$ và $z_2 = 2w - 1 - 11i = 1 - 5i$ là hai nghiệm của phương trình. Theo định lý Vi-ét, ta có

$$\begin{cases} z_1 + z_2 = -a \\ z_1 \cdot z_2 = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 26 \end{cases} \Rightarrow a + b = 24.$$

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 4y - z + 3 = 0$ và mặt cầu $(S): (x - 4)^2 + (y + 4)^2 + (z - 2)^2 = 4$. Có bao nhiêu điểm M thuộc mặt phẳng Oxy với tung độ nguyên, mà từ M kẻ được tiếp tuyến với (S) đồng thời vuông góc với mặt phẳng (P) .

A. 34

B. 18

C. 32

D. 20

Lời giải

Chọn A

Ta có $(S): (x - 4)^2 + (y + 4)^2 + (z - 2)^2 = 4$ có tâm là $I(4; -4; 2)$ và bán kính $R = 2$.

Do $M \in (Oxy) \Leftrightarrow M(x; y; 0)$. Gọi d là tiếp tuyến kẻ từ M đến (S) .

Ta có $\overrightarrow{IM} = (x - 4; y + 4; -2) \Rightarrow [\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{IM}] = (-y + 4; x - 4; 4x - 16)$

Để d là tiếp tuyến của $(S) \Leftrightarrow d(I, d) = \frac{[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{IM}]}{|\overrightarrow{u_d}|} = \frac{\sqrt{(-y + 4)^2 + (x - 4)^2 + (4x - 16)^2}}{\sqrt{17}} = 2$

$\Leftrightarrow (-y + 4)^2 + (x - 4)^2 + (4x - 16)^2 = 68 \Leftrightarrow (y - 4)^2 = 17[4 - (x - 4)^2] (*)$

Do $17[4 - (x - 4)^2] \leq 68$ nên $(y - 4)^2 \leq 68 \Leftrightarrow -2\sqrt{17} - 4 \leq y \leq -2\sqrt{17} + 4$

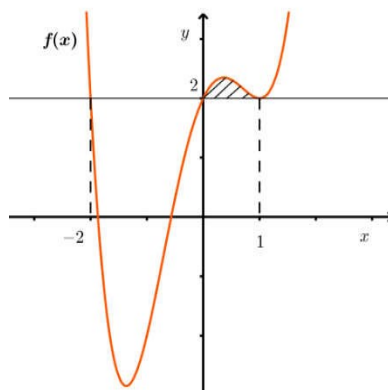
Mà y là số nguyên nên $y \in \{-12; -11; \dots; 4\}$.

Với mỗi giá trị y ta có hai giá trị x tương ứng nên có tất cả 34 điểm M thỏa mãn.

Câu 44: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + cx + d, a \neq 0$, có đồ thị tiếp xúc và cắt đường thẳng $y = 2$ tại các

điểm có hoành độ $x = 1, x = 0, x = -2$ (hình vẽ dưới). Biết diện tích phần gạch chéo bằng $\frac{1}{5}$, gọi

$g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị đi qua 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f(x)$ và $y = g(x)$ gần với số nào nhất?



A. 6.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Chọn B

Do đồ thị hàm số $f(x)$ tiếp xúc và cắt đường thẳng $y=2$ tại các điểm có hoành độ $x=1$, $x=0$, $x=-2$ nên $f(x)-2=ax(x+2)(x-1)^2$

$$S = \int_0^1 |f(x)-2| dx = \int_0^1 |ax(x+2)(x-1)^2| dx = \frac{1}{5} \Leftrightarrow a=1 \Rightarrow f(x)=x(x+2)(x-1)^2+2$$

$$\text{Ta có } f(x)=x(x+2)(x-1)^2+2=(x+1)^2(x-1)^2-(x-1)^2+2=x^4-3x^2+2x+2$$

$$f'(x)=4x^3-6x+2$$

$$\text{Thực hiện phép chia } f(x) \text{ cho } f'(x) \text{ ta có được } g(x)=\frac{-3}{2}x^2+\frac{3}{2}x+2$$

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm } f(x)=g(x) \Leftrightarrow x^4-\frac{3}{2}x^2+\frac{1}{2}x=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\frac{-1\pm\sqrt{3}}{2} \\ x=1 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } S = \int_{\frac{-1-\sqrt{3}}{2}}^{\frac{-1+\sqrt{3}}{2}} |f(x)-g(x)| dx = \int_{\frac{-1-\sqrt{3}}{2}}^{\frac{-1+\sqrt{3}}{2}} \left| x^4 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{2}x \right| dx \approx 0.84.$$

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		1		-5		$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f(f(x))$ là

A. 5.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } g'(x)=f'(x).f'(f(x)) \Rightarrow g'(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x)=0 \\ f'(f(x))=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \\ f(x)=1 \\ f(x)=2 \end{cases}$$

$$\text{Phương trình } f(x)=1 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \text{ (nghiênkerp)} \\ x=a>2 \end{cases}$$

$$\text{Phương trình } f(x)=2 \Leftrightarrow x=b>a>2.$$

Vậy hàm số có bốn điểm cực trị.

Câu 46: Xét các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z-2-2i|=2$. Đặt $a=|z_1-z_2|$. Tìm a sao cho $P=|z_1-iz_2|$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $a = 2$.

B. $a = 2\sqrt{3}$.

C. $a = 4$.

D. $a = 2\sqrt{2}$.

Lời giải

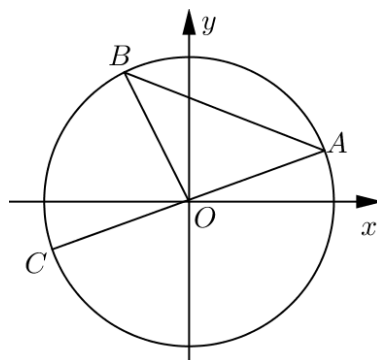
Chọn D

Đặt $w = z - 2 - 2i \Rightarrow \begin{cases} |w| = 2 \\ z = w + 2 + 2i \end{cases}$, suy ra tập hợp các số phức w nằm trên đường tròn tâm O

bán kính $R = 2$.

Ta có $P = |z_1 - iz_2| = |w_1 - iw_2 + 4| \leq |w_1 - iw_2| + 4$.

Gọi A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn của số phức w_1, w_2 và iw_2 .



Khi đó $\overrightarrow{OB} \perp \overrightarrow{OC}$; $a = AB = |w_1 - w_2|$ và $|w_1 - iw_2| = AC$ với C thuộc đường tròn tâm O bán kính $R = 2$.

Vậy $P \leq |w_1 - iw_2| + 4$ lớn nhất khi A, O, C thẳng hàng, hay $\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{OB}$. Vậy $a = AB = 2\sqrt{2}$.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = (x-7)(x^2-9)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $g(x) = f(|x^3 + x| + 2m + 3)$ có ít nhất 3 điểm cực trị

A. 4.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Chọn B.

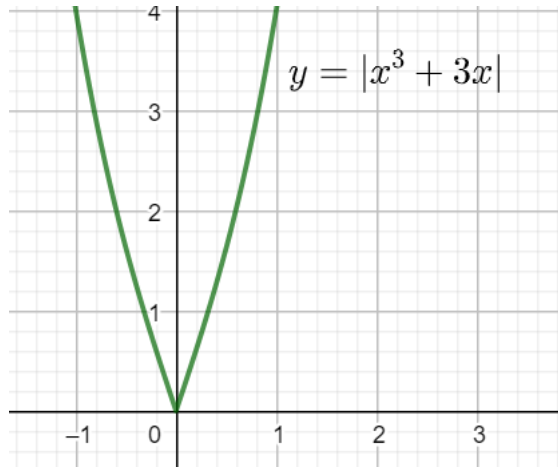
Ta có: $g(x) = f(|x^3 + x| + 2m + 3) \Rightarrow g'(x) = \frac{x(3x^2 + 1)(x^2 + 1)}{|x^3 + x|} \cdot f'(|x^3 + x| + 2m + 3)$

Dễ thấy $g'(x)$ không xác định tại $x = 0$ và khi qua $x = 0$ thì $g'(x)$ đổi dấu nên $x = 0$ là một điểm cực trị của hàm số $g(x)$.

Để $g(x)$ có ít nhất 3 điểm cực trị thì $f'(|x^3 + x| + 2m + 3) = 0$ cần có ít nhất 2 nghiệm bội lẻ.

$$\text{Và } f'(|x^3 + x| + 2m + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} |x^3 + x| + 2m + 3 = 7 \\ |x^3 + x| + 2m + 3 = -3 \\ |x^3 + x| + 2m + 3 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x^3 + x| = 4 - 2m \\ |x^3 + x| = -6 - 2m \\ |x^3 + x| = -2m \end{cases}$$

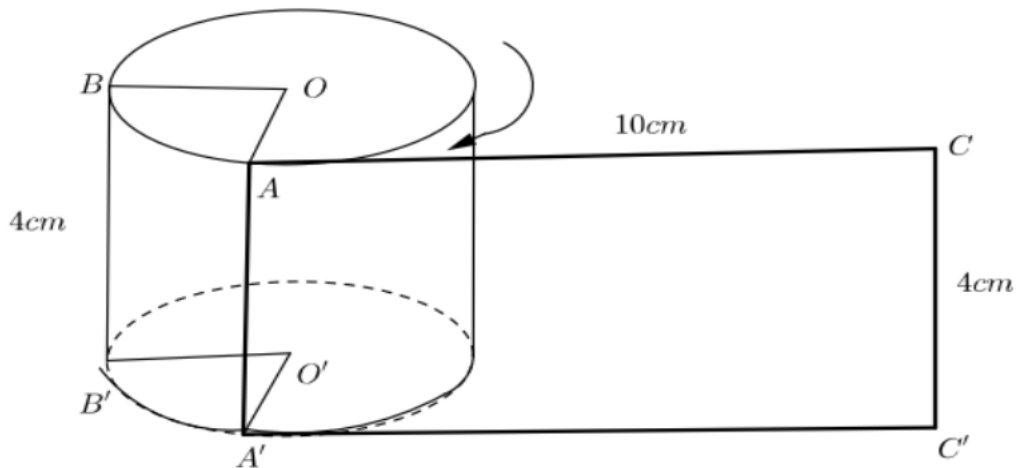
Dựa vào đồ thị hàm số:



Thì ta nhận thấy để $g(x)$ có ít nhất 3 điểm cực trị khi: $4 - 2m > 0 \Leftrightarrow m < 2$

Vậy có 1 giá trị nguyên dương m thỏa mãn.

Câu 48: Người ta dùng một mảnh giấy hình chữ nhật $ACC'A'$ có kích thước $AC = 10\text{cm}$, $AA' = 4\text{cm}$, cuộn quanh một khối trụ có đường cao bằng 4cm . Biết rằng khi cuộn xong, mảnh giấy chưa bao hết mặt xung quanh của khối trụ, đỉnh C trùng với điểm B và đỉnh C' trùng với B' , góc $\widehat{AOB} = 60^\circ$ (Hình vẽ). Thể tích của khối trụ là.



- A.** $\frac{144}{\pi} \text{ (cm}^3\text{)}$. **B.** $144\pi \text{ (cm}^3\text{)}$. **C.** $\frac{124}{\pi} \text{ (cm}^3\text{)}$. **D.** $124\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.

Lời giải

Chọn A .

$$\text{Ta có: } C = AC + l_{\widehat{BA}} = 2\pi r \Leftrightarrow 10 + \frac{\pi r}{3} = 2\pi r \Leftrightarrow r = \frac{6}{\pi}.$$

$$\text{Vậy } V = \pi r^2 h = \pi \cdot \left(\frac{6}{\pi}\right)^2 \cdot 4 = \frac{144}{\pi}.$$

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $(m - 2^x + 64x)\sqrt{1 - \log(x-2)} \geq 0$ có đúng 5 nghiệm nguyên.

- A.** 16. **B.** 55. **C.** 15. **D.** 56.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > 2 \\ 1 - \log(x-2) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < x \leq 12.$$

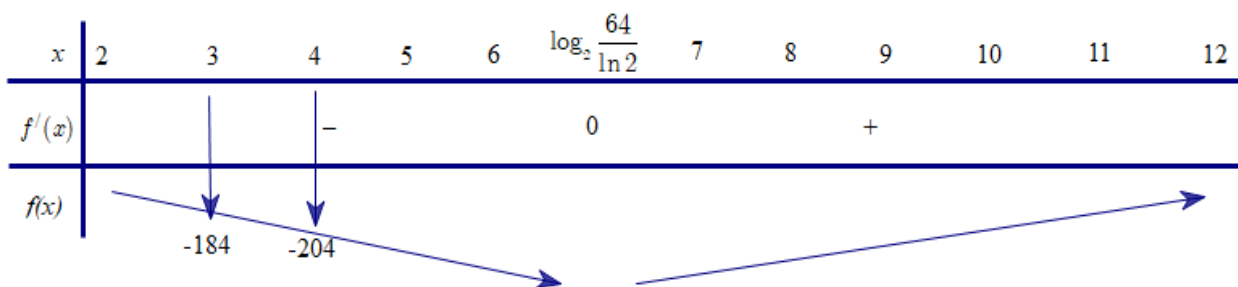
Vì $\sqrt{1 - \log(x-2)} \geq 0$ nên bất phương trình trên trở thành

$$m - 2^x + 64x \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 2^x - 64x$$

Xét hàm số $f(x) = 2^x - 64x$

$$f'(x) = 2^x \ln 2 - 64$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2^x \ln 2 - 64 = 0 \Leftrightarrow x = \log_2 \frac{64}{\ln 2}$$



Để bất phương trình có đúng 5 nghiệm nguyên thì $-240 \leq m < -184$

Vậy có 56 giá trị

Câu 50: Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho tồn tại số thực $x \in [1; 6]$ thỏa mãn:

$$(3x - y - 3)e^x = y(2xy - 3x^2).$$

A. 15.

B. 14.

C. 13.

D. 12.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } (3x - y - 3)e^x = y(2xy - 3x^2)$$

$$\Leftrightarrow (3x - y - 3)e^x - y(2xy - 3x^2) = 0$$

Xét hàm số $f(x) = (3x - y - 3)e^x - y(2xy - 3x^2)$

$$f'(x) = (3x - y)e^x + 2y(3x - y)$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y = 0 \\ e^y + 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{y}{3} \\ VN \end{cases}$$

$$\text{Ta có } f(1) = (3 - y - 3)e - y(2y - 3) = -2y^2 - ey + 3y$$

$$f(6) = (15 - y)e^6 - y(12y - 108) = -12y^2 + (108 - e^6)y + 15e^6$$

$$f\left(\frac{y}{3}\right) = (y - y - 3)e^{\frac{y}{3}} - y\left(2\frac{y}{3}y - 3\frac{y^2}{9}\right) = -3ye^{\frac{y}{3}} - \frac{y^3}{3}$$

$$\text{Trường hợp 1. } x = \frac{y}{3} \notin [1; 6] \Rightarrow \begin{cases} y \leq 3 \\ y \geq 18 \end{cases}$$

+ Với $y \leq 3$ ta có $f'(x) \geq 0, \forall x \in [1; 6] \Rightarrow f(x) \in [f(1); f(6)]$. Khi đó phương trình

$$f(x) = 0 \text{ có nghiệm khi và chỉ khi } \begin{cases} f(1) < 0 \\ f(6) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2y^2 - ey + 3y < 0 \\ -12y^2 + (108 - e^6)y + 15e^6 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 < y < 0,141, VN, \forall y \leq 3 \\ -12y^2 + (108 - e^6)y + 15e^6 > 0 \end{cases} \text{ Hệ phương trình vô nghiệm}$$

+ Với $y \leq 18$ ta có $f'(x) \leq 0, \forall x \in [1; 6] \Rightarrow f(x) \in [f(6); f(1)]$. Khi đó phương trình

$$f(x) = 0 \text{ có nghiệm khi và chỉ khi } \begin{cases} f(1) > 0 \\ f(6) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2y^2 - ey + 3y > 0 \\ -12y^2 + (108 - e^6)y + 15e^6 < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} VN, \forall y \geq 18 \\ -12y^2 + (108 - e^6)y + 15e^6 > 0 \end{cases} \text{ Hệ phương trình vô nghiệm}$$

Trường hợp 2. $x = \frac{y}{3} \in (1; 6) \Rightarrow 3 < y < 18$

Bảng biến thiên

x	1	$\frac{y}{3}$	6	
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$				

$f(\frac{y}{3})$

Vì $f(1) = -ye + y - 2y^2 < 0, \forall y \in (3; 18)$ cho nên phương trình có nghiệm khi

$$\begin{aligned} f(6) > 0 &\Leftrightarrow (15 - y)e^6 - y(12y - 108) > 0 \\ &\Leftrightarrow -12y^2 + (108 - e^6)y + 15e^6 \geq 0 \\ &\Leftrightarrow -13,299 < y < 37,918 \end{aligned}$$

Kết hợp điều kiện $3 < y < 18$ nên $y \in \{4; 5; 6; \dots; 17\}$

Vậy có 14 giá trị nguyên.