

Câu 1. (5,0 điểm)

1. Trong mặt phẳng Oxy cho parabol $(P): y = x^2 + mx + 3m - 2$, đường thẳng $(d): x - y + m = 0$ (m là tham số thực) và hai điểm $A(-1; -1), B(2; 2)$. Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt M, N sao cho A, B, M, N là bốn đỉnh của hình bình hành.

2. Cho các số thực x, y thỏa mãn: $2(x^2 + y^2) = 1 + xy$. Gọi M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 7(x^4 + y^4) + 4x^2y^2$. Tính $M + m$.

Câu 2. (5,0 điểm)

1. Giải phương trình $(x+1)\sqrt{6x^2 - 6x + 25} = 23x - 13$.

2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 - y^3 + 3x^2 + 6x - 3y + 4 = 0 \\ (x+1)\sqrt{y+1} + (x+6)\sqrt{y+6} = x^2 - 5x + 12y \end{cases}$$

Câu 3. (2,0 điểm)

Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC cân tại $A(-1; 3)$. Gọi D là điểm trên cạnh AB sao cho $AB = 3AD$ và H là hình chiếu vuông góc của B trên CD . Điểm $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$ là trung điểm đoạn HC . Xác định tọa độ đỉnh C , biết đỉnh B nằm trên đường thẳng có phương trình $x + y + 7 = 0$.

Câu 4. (6,0 điểm)

1. Cho tam giác ABC đều có cạnh bằng 15. Lấy các điểm M, N, P lần lượt trên các cạnh BC, CA, AB sao cho $BM = 5, CN = 10, AP = 4$. Chứng minh $AM \perp PN$.

2. Tam giác ABC có $BC = a, CA = b, AB = c$ và R, r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp tam giác ABC thỏa mãn $\frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc} + \frac{2r}{R} = 4$. Chứng minh ABC là tam giác đều.

3. Cho tứ giác lồi $ABCD$ có $AC \perp BD$ và nội tiếp đường tròn tâm O bán kính $R = 1$. Đặt diện tích tứ giác $ABCD$ bằng S và $AB = a, BC = b, CD = c, DA = d$.

Tính giá trị biểu thức $T = \frac{(ab + cd)(ad + bc)}{S}$.

Câu 5. (2,0 điểm)

Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng

$$\frac{a^2}{2a+1} + \frac{b^2}{2b+1} + \frac{c^2}{2c+1} \leq \frac{a^2 + b^2 + c^2}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + 6}}.$$

Hết

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....
Người coi thi số 1:.....Người coi thi số 2:.....