

Câu 1: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AA' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB = a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

- A. $V = \frac{a^3}{2}$. B. $V = \frac{a^3}{3}$. C. $V = \frac{a^3}{6}$. D. $V = a^3$.

Câu 2: Phần thực của số phức $z = i(1 - 2i)$ là

- A. -2 . B. 1 . C. 2 . D. -1 .

Câu 3: Tìm số tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = 4x^3 - 6x^2 + 1$, biết tiếp tuyến đó đi qua điểm $M(-1; -9)$.

- A. 1 . B. 2 . C. 3 . D. 0 .

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 3 = 0$. Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n} = (1; -2; 0)$. B. $\vec{n} = (1; 0; -2)$. C. $\vec{n} = (1; 2; 1)$. D. $\vec{n} = (1; -2; 1)$.

Câu 5: Số nghiệm của phương trình $\log_5(3x + 1) = 2$ là

- A. 1 . B. 5 . C. 0 . D. 2 .

Câu 6: Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^3 - 3x^2$ trên đoạn $[-1; 1]$.

- A. $m = -4$. B. $m = 0$. C. $m = -2$. D. $m = -5$.

Câu 7: Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng ?

- A. $y = \frac{2020}{\sin x + 2}$. B. $y = \frac{2}{\sqrt{x-1}}$. C. $y = \frac{1}{x^2 - x + 1}$. D. $y = \frac{1}{x^2 + 2}$.

Câu 8: Cho $\log_a x = 2, \log_b x = 3$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{\frac{a}{b^2}} x$.

- A. $P = 6$. B. $P = -\frac{1}{6}$. C. $P = -6$. D. $P = \frac{1}{6}$.

Câu 9: Cho mặt cầu (S_1) có bán kính R_1 , mặt cầu (S_2) có bán kính $R_2 = 2R_1$. Tính tỉ số diện tích của mặt cầu (S_2) và (S_1) .

- A. 4 . B. $\frac{1}{2}$. C. 3 . D. 2 .

Câu 10: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 1, x = e$.

- A. $\frac{2}{3}$. B. e . C. $e - 1$. D. 1 .

Câu 11: Cho số phức $z = 1 + 2i$. Tìm môđun của số phức $\bar{z}$.

- A. $\sqrt{5}$. B. -1 . C. $\sqrt{3}$. D. 3 .

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục tại x_0 và có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		x_0		x_1		x_2		$+\infty$
y'		-		+	0	-		+	
y	$+\infty$								$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây là đúng ?

- A. Hàm số có một điểm cực đại, một điểm cực tiểu.
- B. Hàm số có một điểm cực đại, hai điểm cực tiểu.
- C. Hàm số có một điểm cực đại, không có điểm cực tiểu.
- D. Hàm số có hai điểm cực đại, một điểm cực tiểu.

Câu 13: Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \ln(x+1)$ tại điểm có hoành độ $x = 2$ là

- A. 1.
- B. $\ln 2$.
- C. $\frac{1}{3}$.
- D. $\frac{1}{3\ln 2}$.

Câu 14: Cho mặt cầu có bán kính $R = 3$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

- A. 9π .
- B. 36π .
- C. 18π .
- D. 16π .

Câu 15: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và $u_4 = 54$. Công bội q của cấp số cộng đó bằng

- A. $q = 2$.
- B. $q = 27$.
- C. $q = \sqrt[4]{27}$.
- D. $q = 3$.

Câu 16: Thể tích của một khối lập phương bằng 27. Cạnh của khối lập phương đó là

- A. 3.
- B. $3\sqrt{3}$.
- C. 27.
- D. 2.

Câu 17: Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{5}} \cdot \sqrt[3]{x}$ với $x > 0$.

- A. $P = x^{\frac{16}{15}}$.
- B. $P = x^{\frac{3}{5}}$.
- C. $P = x^{\frac{8}{15}}$.
- D. $P = x^{\frac{1}{15}}$.

Câu 18: Có bao nhiêu cách chọn bốn học sinh từ một nhóm gồm 15 học sinh ?

- A. A_{15}^4 .
- B. 4^{15} .
- C. 15^4 .
- D. C_{15}^4 .

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $I(1; 2; 1)$.
- B. $I(-1; -2; 1)$.
- C. $I(-1; -2; -1)$.
- D. $I(1; 2; -1)$.

Câu 20: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2020$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây ?

- A. $M(3; 2; 1)$.
- B. $M(3; -2; -1)$.
- C. $M(-3; 2; 1)$.
- D. $B(1; -1; 2)$.

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[0; 2]$, $f(0) = 1$ và $\int_0^2 f'(x) dx = -3$. Tính $f(2)$.

- A. $f(2) = -4$.
- B. $f(2) = 4$.
- C. $f(2) = -2$.
- D. $f(2) = -3$.

Câu 23: Hàm số $y = x^3 - 12x + 3$ đạt cực đại tại điểm

- A. $x = -2$.
- B. $x = 19$.
- C. $x = -13$.
- D. $x = 2$.

Câu 24: Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $5\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Tính độ dài đường sinh của hình nón đã cho.

- A. $3\sqrt{2}a$.
- B. $3a$.
- C. $a\sqrt{5}$.
- D. $5a$.

Câu 25: Tính nguyên hàm $\int \frac{1}{1+x} dx$.

A. $-\frac{1}{(1+x)^2} + C.$

B. $\ln|1+x| + C.$

C. $\log|1+x| + C.$

D. $\ln(1+x) + C.$

Câu 26: Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn cho hai số phức $z_1 = 1+i$ và $z_2 = 1-3i$. Gọi M là trung điểm của AB . Khi đó M là điểm biểu diễn cho số phức nào dưới đây ?

A. $1-i.$

B. $2-2i.$

C. $-i.$

D. $1+i.$

Câu 27: Cho tích phân $I = \int_1^e \frac{\sqrt{1+3\ln x}}{x} dx$, đặt $t = \sqrt{1+3\ln x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng ?

A. $I = \frac{2}{3} \int_1^e t^2 dt$

B. $I = \frac{2}{3} \int_1^2 t dt$

C. $I = \frac{2}{3} \int_1^e t dt$

D. $I = \frac{2}{3} \int_1^2 t^2 dt$

Câu 28: Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của của phương trình $z^2 - 2z + 10 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào sau đây là điểm biểu diễn số phức $w = iz_0$.

A. $N(1;3).$

B. $M(-3;1).$

C. $P(3;-1).$

D. $Q(-3;-1).$

Câu 29: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \log_{2020}(mx - m + 2)$ xác định trên $[1; +\infty)$.

A. $m \leq 0.$

B. $m \geq 0.$

C. $m \geq -1.$

D. $m \leq -1.$

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;1;0), N(2;0;3)$. Đường thẳng MN có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1-t \\ z = 3t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = 1+3t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1-t \\ z = -3t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = 3t \end{cases}$

Câu 31: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x > 2$ là

A. $(4; +\infty).$

B. $(-\infty; 4).$

C. $(0; +\infty).$

D. $[4; +\infty).$

Câu 32: Cho phương trình $m \ln(x+1) - x - 2 = 0$. Biết rằng tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $0 < x_1 < 2 < 4 < x_2$ là khoảng $(a; +\infty)$. Khi đó a thuộc khoảng nào dưới đây ?

A. $(3, 7; 3, 8).$

B. $(3, 6; 3, 7).$

C. $(3, 8; 3, 9).$

D. $(3, 5; 3, 6).$

Câu 33: Có bao nhiêu cách chọn ra ba đỉnh từ các đỉnh của một hình lập phương để thu được một tam giác đều ?

A. 12.

B. 10.

C. 4.

D. 8.

Câu 34: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ tại A ta lấy điểm S di động không trùng với A . Hình chiếu vuông góc của A lên SB, SD lần lượt là H, K . Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối tứ diện $ACHK$.

A. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{32}.$

B. $\frac{a^3}{6}.$

C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{16}.$

D. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{12}.$

Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = m$. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)+2}$ có duy nhất một tiệm cận ngang.

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. Vô số.

Câu 36: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AA' = AB = AC = 1$ và $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Gọi I là trung điểm cạnh CC' . Cosin góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{370}}{20}.$

B. $\frac{\sqrt{70}}{10}.$

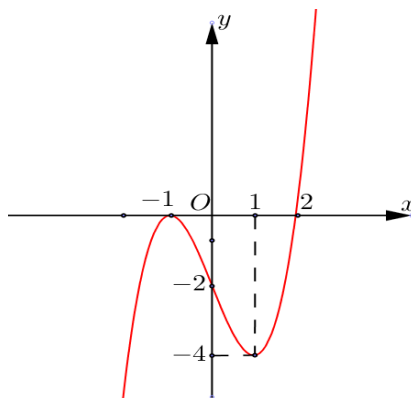
C. $\frac{\sqrt{30}}{20}.$

D. $\frac{\sqrt{30}}{10}.$

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $BC = a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy (ABC) . Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB và SC . Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $A.HKCB$ bằng

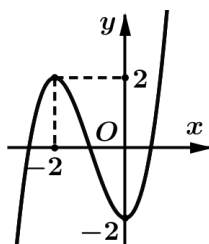
- A. $\sqrt{2}\pi a^3$. B. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. C. $\frac{\pi a^3}{6}$. D. $\frac{\pi a^3}{2}$.

Câu 38: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?



- A. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0; 2)$. B. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2; +\infty)$.
C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-1; 0)$. D. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -2)$.

Câu 39: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ (với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ và $a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(-2x^2 + 4x)$ là



- A. 2. B. 5. C. 4. D. 3.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 2 = 0$. Có bao nhiêu điểm M thuộc d sao cho M cách đều gốc tọa độ O và mặt phẳng (P) ?

- A. 4. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 41: Cho hai số phức $z_1 = 1 - i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Phần ảo của số phức $z_1 + z_2$ bằng

- A. -2. B. 3. C. -3. D. 2.

Câu 42: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_1^9 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = 4$, $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x dx = 2$. Tính tích phân

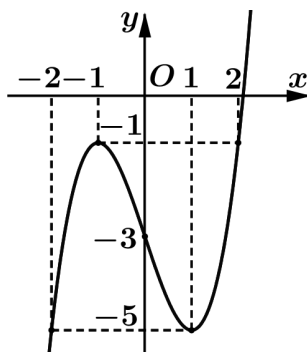
$$I = \int_0^3 f(x) dx.$$

- A. $I = 6$. B. $I = 4$. C. $I = 10$. D. $I = 2$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 0; 2)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-1}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với Δ có phương trình là

- A. $x + 2y - z - 3 = 0$. B. $x + 2y - z - 1 = 0$. C. $x + 2y - z + 1 = 0$. D. $x + 2y + z + 1 = 0$.

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$.



- A. $m = -5, M = -1$. B. $m = -1, M = 0$. C. $m = -2, M = 2$. D. $m = -5, M = 0$.

Câu 45: Cho hàm số $f(x) = \log_2(\cos x)$. Phương trình $f'(x) = 0$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0; 2020\pi)$?

- A. 2020. B. 1009. C. 1010. D. 2019.

Câu 46: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều. Mặt phẳng (A_1BC) tạo với đáy góc 30° và tam giác A_1BC có diện tích bằng 8. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

- A. $V = 64\sqrt{3}$. B. $V = 2\sqrt{3}$. C. $V = 16\sqrt{3}$. D. $V = 8\sqrt{3}$.

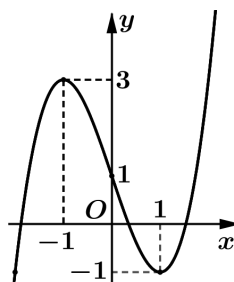
Câu 47: Thiết diện của hình trụ và mặt phẳng chứa trục của hình trụ là hình chữ nhật có chu vi bằng 12. Giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ bằng

- A. 16π . B. 32π . C. 8π . D. 64π .

Câu 48: Cho a, b, c là các số thực dương khác 1 thỏa mãn $\log_a^2 b + \log_b^2 c = \log_a \frac{c}{b} - 2 \log_b \frac{c}{b} - 3$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P = \log_a b - \log_b c$. Giá trị của biểu thức $S = m - 3M$ bằng

- A. $S = -16$. B. $S = 4$. C. $S = -6$. D. $S = 6$.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Biết $f(-1) = 1$, $f\left(-\frac{1}{e}\right) = 2$. Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình $f(x) < \ln(-x) + m$ nghiệm đúng với mọi $x \in \left(-1; -\frac{1}{e}\right)$.



- A. $m \geq 2$. B. $m \geq 3$. C. $m > 2$. D. $m > 3$.

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) ; góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Gọi M là trung điểm của cạnh AB . Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SMC) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{39}}{13}$. B. $a\sqrt{3}$. C. a . D. $\frac{a}{2}$.

----- HẾT -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	C	B	D	A	A	B	C	A	D	A	A	C	B	D	A	C	D	D	B	C	C	A	D	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	D	B	B	A	A	A	D	C	C	D	B	C	D	A	D	B	C	A	B	D	C	C	B	A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AA' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB = a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3}{2}$.

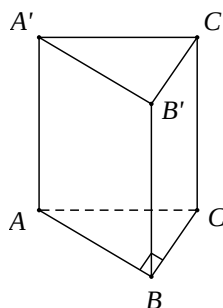
B. $V = \frac{a^3}{3}$.

C. $V = \frac{a^3}{6}$.

D. $V = a^3$.

Lời giải

Chọn A



Có $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.BC = \frac{1}{2}AB^2 = \frac{a^2}{2}$.

Vì $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên AA' là chiều cao của lăng trụ.

Suy ra $V = AA'.S_{ABC} = \frac{a^3}{2}$.

Câu 2. Phần thực của số phức $z = i(1 - 2i)$ là

A. -2 .

B. 1 .

C. 2 .

D. -1 .

Lời giải

Chọn C

Ta có $z = i(1 - 2i) = i - 2i^2 = 2 + i$.

Như vậy phần thực của z là 2 .

Câu 3. Tìm số tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = 4x^3 - 6x^2 + 1$, biết tiếp tuyến đi qua điểm $M(-1; -9)$.

A. 1 .

B. 2 .

C. 3 .

D. 0 .

Lời giải

Chọn B

Gọi $A(a; 4a^3 - 6a^2 + 1) \in (C)$.

Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm A có dạng: $y = (12a^2 - 12a)(x - a) + 4a^3 - 6a^2 + 1$ (d)

Đường thẳng d đi qua $M(-1; -9)$ nên: $-9 = (12a^2 - 12a)(-1 - a) + 4a^3 - 6a^2 + 1$

$$\Leftrightarrow 4a^3 + 3a^2 - 6a - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = \frac{5}{4} \end{cases}$$

+) $a = -1$, suy ra $d: y = 24(x + 1) - 9 \Leftrightarrow y = 24x + 15$.

+) $a = \frac{5}{4}$, suy ra $d: y = \frac{15}{4}\left(x - \frac{5}{4}\right) - \frac{9}{16} \Leftrightarrow y = \frac{15}{4}x - \frac{21}{4}$.

Vậy số tiếp tuyến là 2.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 3 = 0$. Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $\vec{n} = (1; -2; 0)$. **B.** $\vec{n} = (1; 0; -2)$. **C.** $\vec{n} = (1; 2; 1)$. **D.** $\vec{n} = (1; -2; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Vì phương trình mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 3 = 0$ nên mặt phẳng (P) có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -2; 1)$.

Câu 5. Số nghiệm của phương trình $\log_5 3x + 1 = 2$ là

A. 1. **B.** 5. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_5 3x + 1 = 2 \Leftrightarrow 3x + 1 = 5^2 \Leftrightarrow x = 8$.

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm.

Câu 6. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^3 - 3x^2$ trên $-1; 1$.

A. $m = -4$. **B.** $m = 0$. **C.** $m = -2$. **D.** $m = -5$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 6x$;

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Trên đoạn $-1; 1$ ta có

$$f(-1) = -4; f(0) = 0; f(1) = -2.$$

Do đó $m = \min_{x \in -1; 1} f(x) = -4$.

Câu 7. Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng ?

A. $y = \frac{2020}{\sin x + 2}$. **B.** $y = \frac{2}{\sqrt{x-1}}$. **C.** $y = \frac{1}{x^2 - x + 1}$. **D.** $y = \frac{1}{x^2 + 2}$.

Lời giải

Chọn B

Trong 4 phương án trên chỉ có phương án B với $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2}{\sqrt{x-1}} = +\infty$ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$.

Câu 8. Cho $\log_a x = 2$, $\log_b x = 3$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{\frac{a}{b^2}} x$.

A. $P = 6$. **B.** $P = -\frac{1}{6}$. **C.** $P = -6$. **D.** $P = \frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $P = \log_{\frac{a}{b^2}} x = \frac{1}{\log_x \left(\frac{a}{b^2} \right)} = \frac{1}{\log_x a - 2 \log_x b} = \frac{1}{\frac{1}{\log_a x} - \frac{2}{\log_b x}} = \frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{2}{3}} = -6$.

Câu 9. Cho mặt cầu (S_1) có bán kính R_1 , mặt cầu (S_2) có bán kính $R_2 = 2R_1$. Tính tỉ số diện tích của mặt cầu (S_2) và (S_1) .

A. 4. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Gọi S, S' lần lượt là diện tích mặt cầu (S_1) và (S_2) .

Khi đó, $S = 4\pi R_1^2$ và $S' = 4\pi R_2^2 = 4\pi \cdot 4R_1^2 = 16\pi R_1^2$.

Vậy $\frac{S'}{S} = \frac{16\pi R_1^2}{4\pi R_1^2} = 4$.

Câu 10. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x}$, trục hoành và các đường thẳng $x=1, x=e$.

A. $\frac{2}{3}$. **B.** e . **C.** $e-1$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\frac{1}{x} > 0 \forall x \in [1; e]$ nên diện tích hình phẳng đã cho là:

$$S = \int_1^e \left| \frac{1}{x} \right| dx = \int_1^e \frac{1}{x} dx = \ln x \Big|_1^e = \ln e - \ln 1 = 1.$$

Vậy $S = 1$.

Câu 11. Cho số phức $z = 1 + 2i$. Tìm môđun của số phức $\bar{z}$.

A. $\sqrt{5}$.

B. -1 .

C. $\sqrt{3}$.

D. 3 .

Lời giải

Chọn A

$$z = 1 + 2i \Rightarrow \bar{z} = 1 - 2i.$$

Môđun của số phức $\bar{z}$ là: $|\bar{z}| = \sqrt{1^2 + (-2)^2} = \sqrt{5}$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục tại x_0 và có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	x_0	x_1	x_2	$+\infty$				
y'		-		+	0	-		+	
y	$+\infty$								$+\infty$

The diagram illustrates the behavior of the function $y = f(x)$ at critical points x_0 , x_1 , and x_2 . The horizontal axis represents x and the vertical axis represents y . The function has a local minimum at x_0 and a local maximum at x_1 . At x_2 , the function has a vertical asymptote, indicated by the double vertical line in the y' row. The function approaches $+\infty$ as $x \rightarrow -\infty$ and $x \rightarrow +\infty$, and approaches $-\infty$ as $x \rightarrow x_2^-$ and $x \rightarrow x_2^+$.

Mệnh đề nào sau đây là đúng ?

A. Hàm số có một điểm cực đại, một điểm cực tiểu.

B. Hàm số có một điểm cực đại, hai điểm cực tiểu.

C. Hàm số có một điểm cực đại, không có điểm cực tiểu.

D. Hàm số có hai điểm cực đại, một điểm cực tiểu.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta thấy:

Hàm số có một điểm cực đại tại x_1 , một điểm cực tiểu tại x_0 .

Hàm số không đạt cực trị tại x_2 vì tại $x = x_2$ hàm số $y = f(x)$ không xác định.

Câu 13. Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \ln(x+1)$ tại điểm có hoành độ $x = 2$ là

A. 1 .

B. $\ln 2$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{3\ln 2}$.

Lời giải

Chọn C

$$y' = \frac{(x+1)'}{x+1} = \frac{1}{x+1}$$

Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại điểm $x = 2$ là: $y'(2) = \frac{1}{2+1} = \frac{1}{3}$.

Câu 14. Cho mặt cầu có bán kính $R = 3$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

- A.** 9π . **B.** 36π . **C.** 18π . **D.** 16π .

Lời giải

Chọn B

Diện tích của mặt cầu đã cho: $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 3^2 = 36\pi$.

Câu 15. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và $u_4 = 54$. Công bội q của cấp số nhân đó bằng

- A.** $q = 2$. **B.** $q = 27$. **C.** $q = \sqrt[4]{27}$. **D.** $q = 3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $u_4 = u_1 \cdot q^3 \Rightarrow q^3 = \frac{u_4}{u_1} = 27 \Rightarrow q = 3$.

Câu 16. Thể tích của một khối lập phương bằng 27. Cạnh của khối lập phương đó là

- A.** 3. **B.** $3\sqrt{3}$. **C.** 27. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của một khối lập phương có cạnh bằng x là: $V = x^3 = 27 \Rightarrow x = 3$.

Vậy cạnh của khối lập phương đó là 3.

Câu 17. Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{16}{5}} \cdot \sqrt[3]{x}$ với $x > 0$.

- A.** $P = x^{\frac{16}{15}}$. **B.** $P = x^{\frac{3}{5}}$. **C.** $P = x^{\frac{8}{15}}$. **D.** $P = x^{\frac{1}{15}}$.

Lời giải

Chọn C

Với $x > 0$ ta có: $P = x^{\frac{16}{5}} \cdot \sqrt[3]{x} = x^{\frac{16}{5}} \cdot x^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{16}{5} + \frac{1}{3}} = x^{\frac{8}{15}}$.

Câu 18. Có bao nhiêu cách chọn bốn học sinh từ một nhóm gồm 15 học sinh?

- A.** A_{15}^4 . **B.** 4^{15} . **C.** 15^4 . **D.** C_{15}^4 .

Lời giải

Chọn D

Số cách chọn bốn học sinh từ nhóm gồm 15 học sinh là: C_{15}^4 .

Câu 19. Trong không gian Oxyz cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

- A.** $I(1; 2; 1)$. **B.** $I(-1; -2; 1)$. **C.** $I(-1; -2; -1)$. **D.** $I(1; 2; -1)$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt cầu $(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ có tâm là $I(a; b; c)$.

Do đó: mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$ có tâm là $I(1; 2; -1)$.

Câu 20. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2020$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } y = x^3 - 3x^2 - 2020 \Rightarrow y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		-2020		-2024		$+\infty$

Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$ là mệnh đề đúng.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A.** $M(3; 2; 1)$. **B.** $N(3; -2; -1)$. **C.** $P(-3; 2; 1)$. **D.** $Q(1; -1; 2)$.

Lời giải

Chọn C

Thay tọa độ điểm $P(-3; 2; 1)$ vào phương trình đường thẳng d ta có $\frac{-3+3}{1} = \frac{2-2}{-1} = \frac{1-1}{2} = 0$.

Suy ra, đường thẳng d đi qua điểm P .

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[0; 2]$, $f(0) = 1$ và $\int_0^2 f'(x) dx = -3$. Tính $f(2)$.

- A.** $f(2) = -4$. **B.** $f(2) = 4$. **C.** $f(2) = -2$. **D.** $f(2) = -3$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \int_0^2 f'(x) dx = f(x) \Big|_0^2 = f(2) - f(0) = -3 \Rightarrow f(2) = 1 - 3 = -2.$$

Câu 23. Hàm số $y = x^3 - 12x + 3$ đạt cực đại tại điểm

- A.** $x = -2$. **B.** $x = 19$. **C.** $x = -13$. **D.** $x = 2$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } y = x^3 - 12x + 3$$

$$y' = 3x^2 - 12$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	19	$\searrow$	-13	$\nearrow$	$+\infty$

Căn cứ vào bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.

Câu 24. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $5\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Tính độ dài đường sinh của hình nón đã cho.

A. $3\sqrt{2}a$.

B. $3a$.

C. $a\sqrt{5}$.

D. $5a$.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng công thức $S_{xq} = \pi r l$, trong đó r là bán kính đáy, l là độ dài đường sinh.

Ta có độ dài đường sinh của hình nón đã cho là

$$l = \frac{S_{xq}}{\pi r} = \frac{5\pi a^2}{\pi a} = 5a.$$

Câu 25. Tính nguyên hàm $\int \frac{1}{1+x} dx$.

A. $-\frac{1}{(1+x)^2} + C$.

B. $\ln|1+x| + C$.

C. $\log|1+x| + C$.

D. $\ln(1+x) + C$.

Lời giải

Chọn B

Kiến thức cần nhớ: $\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln|ax+b| + C$.

Ta có $\int \frac{1}{1+x} dx = \ln|1+x| + C$.

Câu 26. Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn của hai số phức $z_1 = 1+i$ và $z_2 = 1-3i$. Gọi M là trung điểm của AB . Khi đó M là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

A. $1-i$.

B. $2-2i$.

C. $-i$.

D. $1+i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có A là điểm biểu diễn của số phức $z_1 = 1+i \Rightarrow A(1;1)$.

Ta có B là điểm biểu diễn của số phức $z_2 = 1-3i \Rightarrow B(1;-3)$.

$$\text{Vì } M \text{ là trung điểm của } AB \Rightarrow M \begin{cases} x_M = \frac{1+1}{2} = 1 \\ y_M = \frac{1-3}{2} = -1 \end{cases} \Rightarrow M(1; -1).$$

Vậy M là điểm biểu diễn của số phức $1-i$.

Câu 27. Cho tích phân $I = \int_1^e \frac{\sqrt{1+3\ln x}}{x} dx$, đặt $t = \sqrt{1+3\ln x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $I = \frac{2}{3} \int_1^e t^2 dt$. **B.** $I = \frac{2}{3} \int_1^2 t dt$. **C.** $I = \frac{2}{3} \int_1^e t dt$. **D.** $I = \frac{2}{3} \int_1^2 t^2 dt$.

Lời giải

Chọn D

$$I = \int_1^e \frac{\sqrt{1+3\ln x}}{x} dx, \text{ đặt } t = \sqrt{1+3\ln x} \Rightarrow t^2 = 1+3\ln x \Rightarrow 2t dt = \frac{3dx}{x} \Leftrightarrow \frac{2}{3} t dt = \frac{dx}{x}$$

Đổi cận:

x	1	e
t	1	2

$$\text{Vậy } I = \frac{2}{3} \int_1^2 t^2 dt.$$

Câu 28. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - 2z + 10 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào sau đây là điểm biểu diễn số phức $w = iz_0$?

A. $N(1;3)$. **B.** $M(-3;1)$. **C.** $P(3;-1)$. **D.** $Q(-3;-1)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } z^2 - 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow z = 1 \pm 3i.$$

$$z_0 \text{ là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình } z^2 - 2z + 10 = 0 \text{ nên } z_0 = 1 + 3i$$

$$\Rightarrow w = iz_0 = i(1+3i) = i + 3i^2 = -3 + i.$$

$$\text{Vậy điểm biểu diễn số phức } w = iz_0 \text{ là điểm } M(-3;1).$$

Câu 29. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \log_{2020}(mx - m + 2)$ xác định trên $[1; +\infty)$.

A. $m \leq 0$. **B.** $m \geq 0$. **C.** $m \geq -1$. **D.** $m \leq -1$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

$$\text{Điều kiện: } mx - m + 2 > 0 \Leftrightarrow mx > m - 2 \quad (1)$$

• Trường hợp 1: $m = 0 \Rightarrow (1)$ trở thành $0 > -1$ (luôn thỏa mãn).

• Trường hợp 2: $m > 0 \Rightarrow (1) \Leftrightarrow x > \frac{m-2}{m} \Rightarrow$ Tập xác định của hàm số là $D = \left(\frac{m-2}{m}; +\infty \right)$.

Khi đó, yêu cầu bài toán trở thành $\frac{m-2}{m} < 1 \Leftrightarrow m-2 < m \Leftrightarrow -2 < 0$ (luôn thỏa mãn).

• Trường hợp 3: $m < 0 \Rightarrow (1) \Leftrightarrow x < \frac{m-2}{m} \Rightarrow$ Tập xác định của hàm số là $D = \left(-\infty; \frac{m-2}{m} \right)$. Do đó không tồn tại m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy tất cả các giá trị cần tìm là $m \geq 0$.

Cách 2:

Điều kiện: $mx - m + 2 > 0, \forall x \in [1; +\infty) \Leftrightarrow m(x-1) > -2, \forall x \in [1; +\infty) \quad (1).$

• Với $x = 1$, ta được $0m > -2$, đúng với mọi m .

• Với $x > 1$, ta được $(1) \Leftrightarrow m > \frac{-2}{x-1}, \forall x \in (1; +\infty) \quad (2).$

Xét hàm số $g(x) = \frac{-2}{x-1}$ với $x > 1$, ta có: $g'(x) = \frac{2}{(x-1)^2} > 0, \forall x > 1$.

Bảng biến thiên:

x	1	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$	$-\infty$	0

Từ bảng biến thiên, ta được $(2) \Leftrightarrow m \geq 0$.

Vậy, tất cả các giá trị cần tìm của m là $m \geq 0$.

Câu 30. Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $M(1;1;0)$, $N(2;0;3)$. Đường thẳng MN có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1-t \\ z = 3t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = 1+3t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1-t \\ z = -3t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = 3t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng MN đi qua điểm $M(1;1;0)$ và có một vector chỉ phương $\overrightarrow{MN} = (1;-1;3)$ nên có

$$\text{phương trình tham số là } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t, \quad t \in \mathbb{R} \\ z = 3t \end{cases}$$

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x > 2$ là

- A.** $(4; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 4)$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $[4; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_2 x > 2 \Leftrightarrow x > 4$

$$\Rightarrow x \in (4; +\infty).$$

Câu 32. Cho phương trình $m \ln(x+1) - x - 2 = 0$. Biết rằng tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $0 < x_1 < 2 < 4 < x_2$ là khoảng $(a; +\infty)$. Khi đó a thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.** $(3,7; 3,8)$. **B.** $(3,6; 3,7)$. **C.** $(3,8; 3,9)$. **D.** $(3,5; 3,6)$.

Lời giải

Chọn A

Xét trên khoảng $(0; +\infty)$ phương trình: $m \ln(x+1) - x - 2 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{x+2}{\ln(x+1)}$

$$\text{Đặt } f(x) = \frac{x+2}{\ln(x+1)}, x \in (-1; +\infty) \setminus \{0\}$$

Với yêu cầu của đề bài ta xét $f(x)$ trên 2 khoảng $(0; 2)$ và $(4; +\infty)$

$$f'(x) = \frac{\ln(x+1) - (x+2) \frac{1}{x+1}}{\ln^2(x+1)}$$

$$\text{Đặt } g(x) = \ln(x+1) - (x+2) \frac{1}{x+1}, x \in (0; 2) \cup (4; +\infty)$$

$$g'(x) = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in (0; 2) \cup (4; +\infty)$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} g(x) < g(2) = \ln 3 - \frac{4}{3} < 0, \forall x \in (0; 2) \Rightarrow f'(x) < 0, \forall x \in (0; 2) \\ g(x) > g(5) = \ln 5 - \frac{6}{5} > 0, \forall x \in (4; +\infty) \Rightarrow f'(x) > 0, \forall x \in (4; +\infty) \end{cases}$$

Từ đó ta có bảng biến thiên

x	0	2	4	$+\infty$
$f'(x)$		-	+	
$f(x)$	$+\infty$	$\frac{4}{\ln 3}$	$\frac{6}{\ln 5}$	-3

Dựa vào bảng biến thiên, để phương trình đề bài có 2 nghiệm phân biệt thỏa $0 < x_1 < 2 < 4 < x_2$

$$\Leftrightarrow m > \frac{6}{\ln 5} (\approx 3,728)$$

Câu 33. Có bao nhiêu cách chọn ra ba đỉnh từ các đỉnh của một hình lập phương để thu được một tam giác đều ?

A. 12.

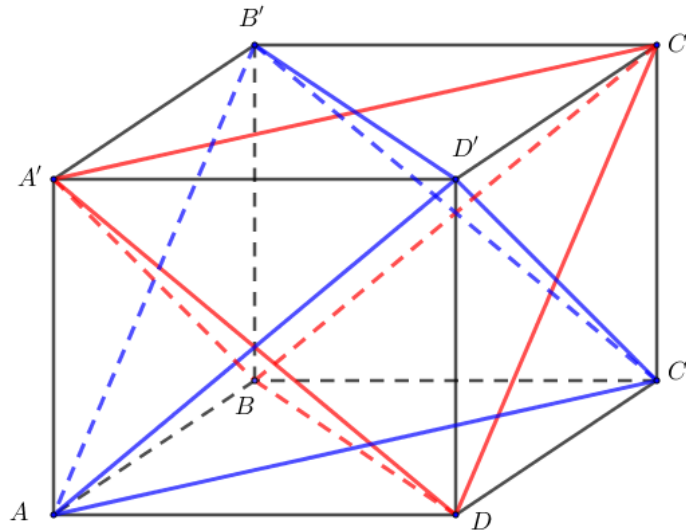
B. 10.

C. 4.

D. 8.

Lời giải

Chọn D



Từ hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ khi nối các đỉnh A, C, B', D' hoặc B, D, A', C' sẽ tạo thành một hình tứ diện đều nên có 2 hình tứ diện đều (có các đỉnh là đỉnh của hình lập phương).

Mỗi cách chọn ra 3 đỉnh trong 4 đỉnh của hình tứ diện đều đó ta được một tam giác đều nên có $2.C_4^3 = 8$ (tam giác đều).

Câu 34. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Trên đường thẳng vuông góc với $(ABCD)$ tại A lấy điểm S di động không trùng với A . Hình chiếu vuông góc của A lên SB, SD lần lượt tại H, K . Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối tứ diện $ACHK$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{32}$.

B. $\frac{a^3}{6}$.

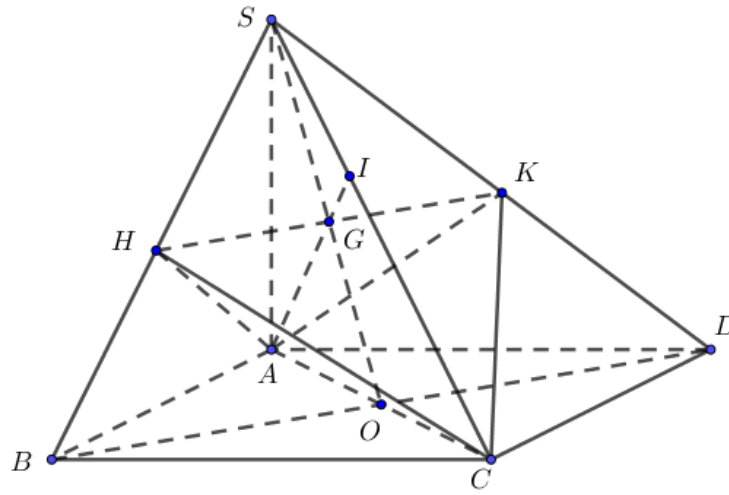
C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:



Ta có $V_{S.ABD} = \frac{1}{3} S_{ABD} \cdot SA = \frac{a^2 x}{6}$.

Lại có $\frac{V_{S.AHK}}{V_{S.ABD}} = \frac{SH}{SB} \cdot \frac{SK}{SD} = \left(\frac{SA}{SB}\right)^2 \cdot \left(\frac{SA}{SD}\right)^2 = \frac{x^4}{(x^2 + a^2)^2}$

$$\Rightarrow V_{S.AHK} = \frac{x^4}{(x^2 + a^2)^2} \cdot V_{S.ABD} = \frac{a^2 x^5}{6(x^2 + a^2)^2}.$$

Gọi $O = AC \cap BD, G = SO \cap HK, I = AG \cap SC$.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH, (AH \subset (SAB)).$

Lại có $\begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp SC.$

Chứng minh tương tự ta có $AK \perp SC$.

Vì $\begin{cases} SC \perp AK \\ SC \perp AH \end{cases} \Rightarrow SC \perp (AHK), AI \subset (AHK) \Rightarrow SC \perp AI.$

Xét tam giác SAC vuông tại A, đặt $SA = x > 0$ và có $AC = a\sqrt{2}, AI \perp SC$

$$\Rightarrow \frac{IC}{IS} = \left(\frac{AC}{AS}\right)^2 = \frac{2a^2}{x^2} \Rightarrow CI = \frac{2a^2}{x^2} SI.$$

$$\Rightarrow V_{ACHK} = \frac{1}{3} S_{AHK} \cdot CI = \frac{1}{3} S_{AHK} \cdot \frac{2a^2}{x^2} \cdot SI = \frac{2a^2}{x^2} V_{S.AHK} = \frac{a^4}{3} \cdot \frac{x^3}{(x^2 + a^2)^2}.$$

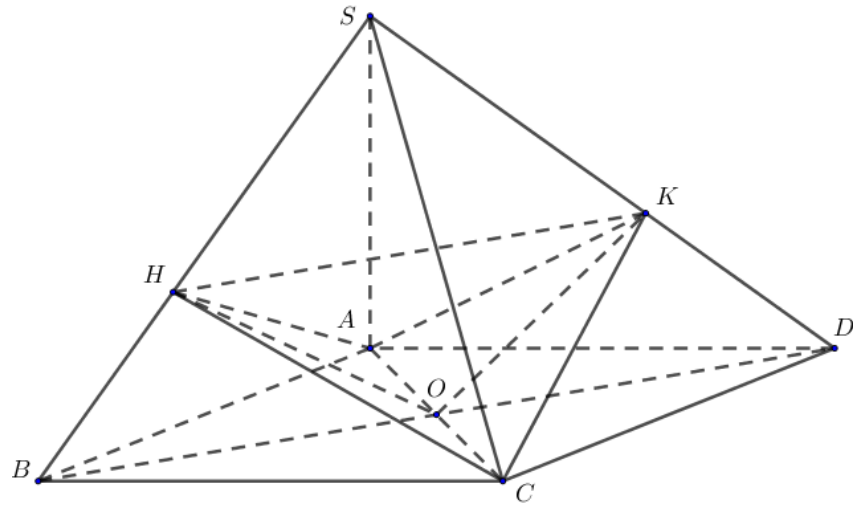
Ta lại có $(x^2 + a^2)^2 = \left(\frac{x^2}{3} + \frac{x^2}{3} + \frac{x^2}{3} + a^2\right)^2 \stackrel{AM-GM}{\geq} 16 \frac{x^3 a}{3\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{x^3}{(x^2 + a^2)^2} \leq \frac{3\sqrt{3}}{16a}$ (Dấu “=” xảy ra khi

và chỉ khi $x = a\sqrt{3}$).

$$\text{Suy ra } V_{ACHK} \leq \frac{a^4}{3} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{16a} \Leftrightarrow V_{ACHK} \leq \frac{a^3 \sqrt{3}}{16}.$$

Vậy giá trị lớn nhất của thể tích khối tứ diện ACHK bằng $\frac{a^3 \sqrt{3}}{16}$ khi $x = SA = a\sqrt{3}$.

Cách 2:



$$\text{Đặt } SA = x, x > 0 \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{a^2 x}{3} \Rightarrow V_{S.ABD} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD} = \frac{a^2 x}{6}.$$

Gọi $O = AC \cap BD \Rightarrow O$ là trung điểm của $AC \Rightarrow d(A, (HOK)) = d(C, (HOK))$

$$\Rightarrow V_{AHOK} = V_{CHOK} \Rightarrow V_{ACHK} = 2V_{AHOK}.$$

$$\text{Xét tam giác } SAB \text{ vuông tại } A, \text{ có } AH \perp SB \Rightarrow \frac{SH}{SB} = \frac{SA^2}{SB^2} = \frac{x^2}{x^2 + a^2}.$$

$$\text{Tương tự trong tam giác } SAD \text{ ta cũng có } \frac{SK}{SD} = \frac{x^2}{x^2 + a^2}.$$

$$\text{Lại có } \frac{V_{S.AHK}}{V_{S.ABD}} = \frac{SH}{SB} \cdot \frac{SK}{SD} = \frac{x^4}{(x^2 + a^2)^2} \Rightarrow V_{S.AHK} = \frac{x^4}{(x^2 + a^2)^2} \cdot V_{S.ABD} = \frac{a^2 x^5}{6(x^2 + a^2)^2}.$$

$$\text{Mặt khác } \frac{d(H, (ABCD))}{d(S, (ABCD))} = \frac{BH}{BS} = \frac{a^2}{x^2 + a^2} \Rightarrow d(H, (ABCD)) = \frac{a^2 x}{x^2 + a^2}$$

$$\text{Mà } S_{ABO} = \frac{1}{2} S_{ABD} = \frac{a^2}{4} \Rightarrow V_{H.ABO} = \frac{1}{3} S_{ABO} \cdot d(H, (ABO)) = \frac{1}{12} \cdot \frac{a^4 x}{x^2 + a^2}.$$

$$\text{Tương tự, ta có } V_{K.ADO} = \frac{1}{12} \cdot \frac{a^4 x}{x^2 + a^2}.$$

$$\Rightarrow V_{ACHK} = 2V_{AOHK} = 2(V_{S.ABD} - V_{S.AHK} - V_{H.ABO} - V_{K.ADO}) = 2 \left(\frac{a^2 x}{6} - \frac{a^2 x^5}{6(x^2 + a^2)^2} - \frac{1}{6} \cdot \frac{a^4 x}{x^2 + a^2} \right)$$

$$\Leftrightarrow V_{ACHK} = \frac{a^4}{3} \cdot \frac{x^3}{(x^2 + a^2)^2}.$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = \frac{x^3}{(x^2 + a^2)^2} \text{ trên khoảng } (0; +\infty).$$

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{x^2(3a^2 - x^2)}{(x^2 + a^2)^3}; f'(x) = 0 \Rightarrow x = a\sqrt{3}$$

Bảng biến thiên

x		0	$a\sqrt{3}$		$+\infty$	
$f'(x)$			+	0	-	
$f(x)$			$f(a\sqrt{3})$			

Quan sát bảng biến thiên, ta thấy $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất khi $x = a\sqrt{3}$

Vậy giá trị lớn nhất của V_{ACHK} bằng $\frac{a^4}{3} \cdot \frac{(a\sqrt{3})^3}{[(a\sqrt{3})^2 + a^2]^2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{16}$ khi $SA = a\sqrt{3}$.

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = m$. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{f(x) + 2}$ có duy nhất một tiệm cận ngang.

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x) + 2} = 1 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 1$.

TH 1: Nếu $m = -1$ thì $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x) + 2} = 1$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x) + 2} = 1$ thì đồ thị hàm số có một tiệm cận.

TH 2: Nếu $m \neq -1$

Để đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang $\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x) + 2}$ không có giá trị hữu hạn

$$\Leftrightarrow m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = -2.$$

Vậy khi $m \in \{-2; -1\}$ thì đồ thị hàm số có duy nhất một tiệm cận ngang.

Câu 36. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AA' = AB = AC = 1$ và $BAC = 120^\circ$. Gọi I là trung điểm cạnh CC' . Côsin góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{370}}{20}$.

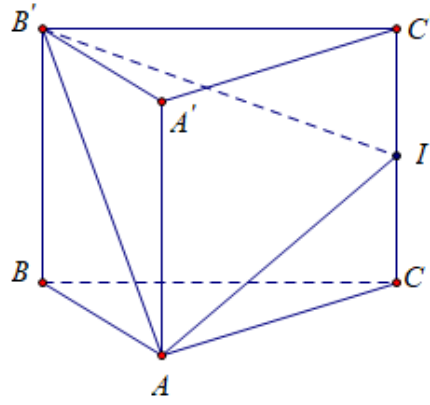
B. $\frac{\sqrt{70}}{10}$.

C. $\frac{\sqrt{30}}{20}$.

D. $\frac{\sqrt{30}}{10}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$.

$$AB' = \sqrt{2}, AI = \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos A = 3 \Rightarrow BC = B'C' = \sqrt{3}.$$

$$B'I = \sqrt{B'C'^2 + C'I^2} = \frac{\sqrt{13}}{2}.$$

Vì $AB'^2 + AI^2 = B'I^2 \Rightarrow \triangle AB'I$ vuông tại điểm A .

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB.AC.\sin A = \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ và } S_{AB'I} = \frac{1}{2} AI.AB' = \frac{\sqrt{10}}{4}.$$

Hình chiếu vuông góc của $\triangle AB'I$ lên mặt phẳng (ABC) là $\triangle ABC$.

$$\text{Ta có } S_{ABC} = S_{AB'I} \cdot \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = \frac{S_{ABC}}{S_{AB'I}} = \frac{\sqrt{30}}{10}.$$

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $BC = a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy (ABC) . Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB và SC . Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $A.HKCB$ bằng

A. $\sqrt{2}\pi a^3$.

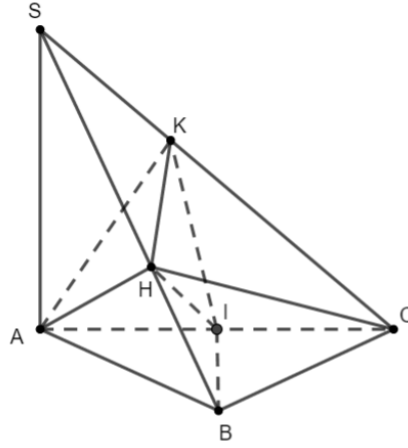
B. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

C. $\frac{\pi a^3}{6}$.

D. $\frac{\pi a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi I là trung điểm của AC . Do tam giác ABC vuông cân tại B nên $IA = IB = IC = \frac{1}{2} AC$.

Do $AK \perp SC$ nên $\triangle AKC$ vuông tại K , khi đó $IA = IK = IC = \frac{1}{2} AC$.

Ta có $BC \perp AB, BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$, mà $AH \perp SB$ nên $AH \perp (SBC)$

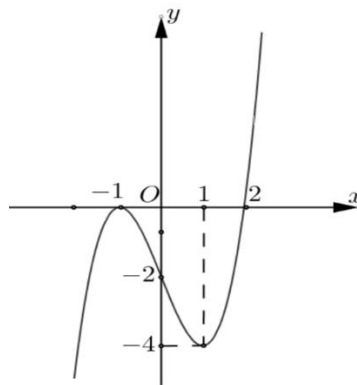
$\Rightarrow AH \perp HC$ hay $\triangle AHC$ vuông tại $H \Rightarrow IH = IA = IC = \frac{1}{2} AC$.

Như vậy $IA = IB = IC = IH = IK = \frac{1}{2} AC$ hay mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $AHKCB$ có tâm I là

trung điểm AC , bán kính $R = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \cdot BC\sqrt{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy thể tích khối cầu là $V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{a\sqrt{2}}{2} \right)^3 = \frac{\sqrt{2} \pi a^3}{3}$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?



A. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0; 2)$.

B. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2; +\infty)$.

C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-1; 0)$.

D. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $g'(x) = (x^2 - 2)' \cdot f'(x^2 - 2) = 2x \cdot f'(x^2 - 2)$.

Hàm số nghịch biến khi $g'(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \cdot f'(x^2 - 2) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ f'(x^2 - 2) \geq 0 \end{cases}$
 $\begin{cases} x \geq 0 \\ f'(x^2 - 2) \leq 0 \end{cases}$

Từ đồ thị hình của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ, ta thấy

$$f'(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \leq -2 \text{ và } f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2.$$

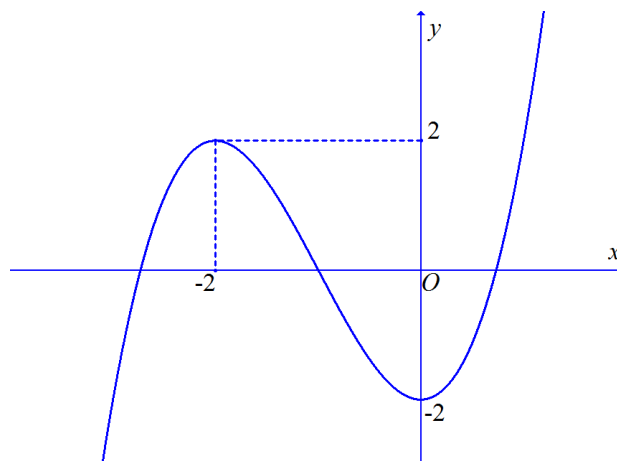
$$+ \text{ Với } \begin{cases} x \leq 0 \\ f'(x^2 - 2) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x^2 - 2 \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x^2 \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq 2 \text{ hoặc } x \leq -2 \end{cases} \Leftrightarrow x \leq -2.$$

$$+ \text{ Với } \begin{cases} x \geq 0 \\ f'(x^2 - 2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 - 2 \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 2.$$

Như vậy hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -2)$, $(0; 2)$; suy ra hàm số đồng biến trên $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Do $(-1; 0) \subset (-2; 0)$ nên hàm số đồng biến trên $(-1; 0)$. Vậy C sai.

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ (với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ và $a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(-2x^2 + 4x)$



A. 2.

B. 5.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị là $x = -2$; $x = 0$.

$g(x) = f(-2x^2 + 4x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. $g'(x) = (-4x + 4) f'(-2x^2 + 4x)$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -4x + 4 = 0 \\ -2x^2 + 4x = 0 \\ -2x^2 + 4x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 0 \\ x = 2 \\ (x-1)^2 = 0 \end{cases}$$

Như vậy $g'(x)$ có 3 nghiệm, trong đó 1 là nghiệm bội 3, 0 và 2 là nghiệm đơn nên $g(x)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 40. Trong không gian Oxyz cho điểm đường thẳng $d: \frac{x}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng

$(P): 2x - y + 2z - 2 = 0$. Có bao nhiêu điểm M thuộc d sao cho M cách đều gốc tọa độ O và mặt phẳng (P) ?

A. 4.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Chọn A

M thuộc d nên tọa độ M có dạng $M(-2t; 1+t; t), t \in \mathbb{R}$.

$OM = \sqrt{6t^2 + 2t + 1}$; khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng $d(M; (P)) = \frac{|-3t-3|}{3} = |t+1|$.

M cách đều O và mặt phẳng $(P) \Leftrightarrow \sqrt{6t^2 + 2t + 1} = |t+1| \Leftrightarrow 5t^2 = 0 \Leftrightarrow t = 0$. Vậy có duy nhất điểm $M(0; 1; 0)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 41. Cho hai số phức $z_1 = 1 - i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Phần ảo của số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. -2.

B. 3.

C. -3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z_1 + z_2 = 1 - i + 2 + 3i = 3 + 2i$.

Suy ra phần ảo của số phức $z_1 + z_2$ là 2.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_1^9 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = 4, \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x dx = 2$. Tính tích phân

$$I = \int_0^3 f(x) dx.$$

A. $I = 6$.

B. $I = 4$.

C. $I = 10$.

D. $I = 2$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \int_1^9 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = 2 \int_1^9 f(\sqrt{x}) d\sqrt{x} = 2 \int_1^3 f(t) dt.$$

$$\text{Mà } \int_1^9 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = 4 \text{ nên } 2 \int_1^3 f(t) dt = 4 \Leftrightarrow \int_1^3 f(t) dt = 2$$

Vì tích phân không phụ thuộc vào biến số nên $\int_1^3 f(t) dt = 2 \Leftrightarrow \int_1^3 f(x) dx = 2$.

Ta có: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) d(\sin x) = \int_0^1 f(t) dt$.

Mà $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x dx = 2$ nên $\int_0^1 f(t) dt = 2$.

Vì tích phân không phụ thuộc vào biến số nên $\int_0^1 f(t) dt = 2 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx = 2$.

Khi đó $I = \int_0^3 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx = 2 + 2 = 4$.

- Câu 43.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;2)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-1}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với Δ có phương trình là
A. $x+2y-z-3=0$. **B.** $x+2y-z-1=0$. **C.** $x+2y-z+1=0$. **D.** $x+2y+z+1=0$.

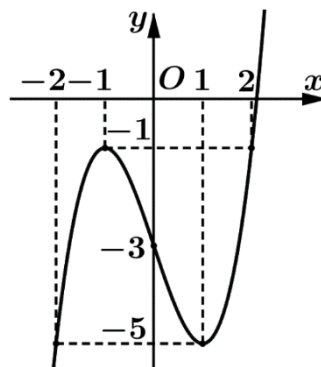
Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với Δ có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 2; -1)$

Phương trình mặt phẳng cần tìm là: $x-1+2y-(z-2)=0 \Leftrightarrow x+2y-z+1=0$

- Câu 44.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$



- A.** $m = -5; M = -1$. **B.** $m = -1; M = 0$. **C.** $m = -2; M = 2$. **D.** $m = -5; M = 0$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị ta có: $m = \min_{[-2;2]} f(x) = -5$ và $M = \max_{[-2;2]} f(x) = -1$

- Câu 45.** Cho hàm số $f(x) = \log_2(\cos x)$. Phương trình $f'(x) = 0$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0; 2020\pi)$?

- A.** 2020. **B.** 1009. **C.** 1010. **D.** 2019.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\cos x > 0$.

Ta có: $f'(x) = -\frac{\sin x}{\cos x \cdot \ln 2}$.

Do đó: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{\sin x}{\cos x \cdot \ln 2} = 0 \Leftrightarrow \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Kết hợp với điều kiện $\cos x > 0$ ta được $x = k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Ta có $x \in (0; 2020\pi) \Rightarrow 0 < k2\pi < 2020\pi \Leftrightarrow 0 < k < 1010$.

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{1; 2; 3; \dots; 1009\}$. Vậy phương trình $f'(x) = 0$ có 1009 nghiệm trong khoảng $(0; 2020\pi)$.

Câu 46. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều. Mặt phẳng $(A'BC)$ tạo với đáy góc 30° và tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 8. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $64\sqrt{3}$.

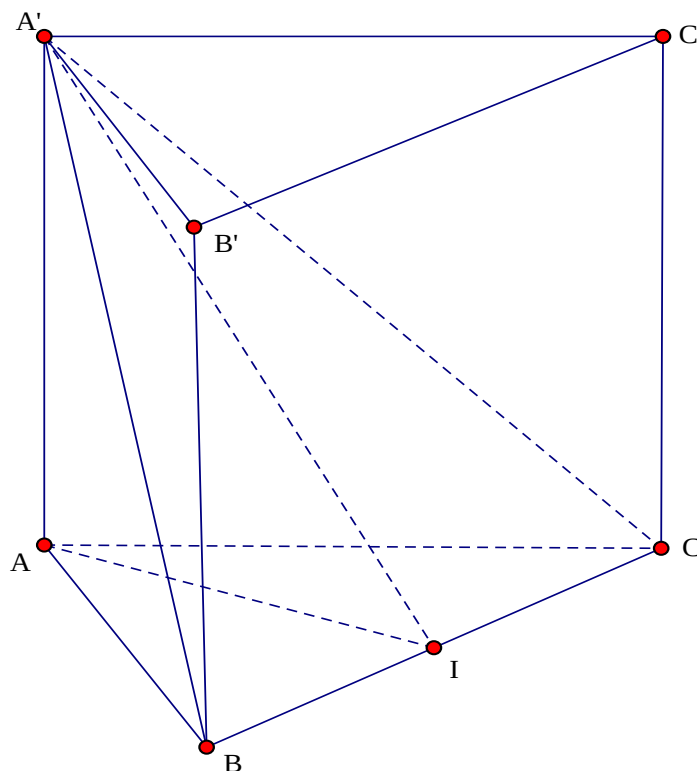
B. $2\sqrt{3}$.

C. $16\sqrt{3}$.

D. $8\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I là trung điểm cạnh BC .

Vì $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều nên $ABC.A'B'C'$ là khối lăng trụ đều.

Do đó ta có: $A'B = A'C$. Suy ra tam giác $A'BC$ cân tại $A' \Rightarrow A'I \perp BC$.

Mặt khác: tam giác ABC đều $\Rightarrow AI \perp BC$.

Suy ra $BC \perp (A'IA)$.

Vậy góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt đáy bằng góc $A'IA = 30^\circ$.

Ta có: tam giác ABC là hình chiếu của tam giác $A'BC$ trên mặt đáy nên

$$S_{ABC} = S_{A'BC} \cdot \cos \alpha = 8 \cdot \cos 30^\circ = 4\sqrt{3}.$$

$$\text{Đặt } AB = x \Rightarrow S_{ABC} = \frac{x^2 \sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3} \Rightarrow x = 4.$$

$$\text{Ta có: } AI = \frac{x\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \Rightarrow AA' = AI \cdot \tan AIA' = 2.$$

$$\text{Suy ra: } V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = 2 \cdot 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}.$$

Câu 47. Thiết diện của hình trụ và mặt phẳng chứa trục của hình trụ là hình chữ nhật có chu vi bằng 12. Giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ là

A. 16π .

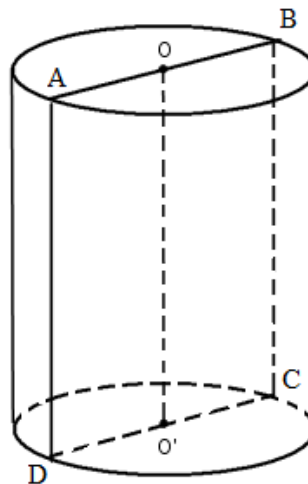
B. 32π .

C. 8π .

D. 64π .

Lời giải

Chọn C



Từ hình vẽ ta có $ABCD$ là hình chữ nhật, gọi chiều cao của hình trụ là h và bán kính đáy của hình trụ là r , theo giả thiết ta có $2(h+2r)=12 \Leftrightarrow h+2r=6$.

Thể tích của khối trụ tương ứng là $V = \pi r^2 h$, theo bất đẳng thức Cô si ta có

$$r + r + h \geq 3\sqrt[3]{r^2 \cdot h} \Leftrightarrow V = \pi r^2 h \leq \pi \cdot \left(\frac{2r+h}{3}\right)^3 = 8\pi$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $r = h = 2$.

Vậy giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ là 8π .

Câu 48. Cho a, b, c là các số thực dương khác 1 thỏa mãn $\log_a^2 b + \log_b^2 c = \log_a \frac{c}{b} - 2\log_b \frac{c}{b} - 3$. Gọi M, m

lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $P = \log_a b - \log_b c$. Giá trị của biểu thức $S = 3m - M$ bằng

A. -16 .

B. 4 .

C. -6 .

D. 6 .

Lời giải

Chọn C

Biến đổi đẳng thức đề bài ta được

$$\begin{aligned}\log_a^2 b + \log_b^2 c &= \log_a \frac{c}{b} - 2 \log_b \frac{c}{b} - 3 \Leftrightarrow \log_a^2 b + \log_b^2 c = \log_a c - \log_a b - 2 \log_b c - 1 \\ &\Leftrightarrow \log_a^2 b + \log_b^2 c = \log_a b \cdot \log_b c - \log_a b - 2 \log_b c - 1\end{aligned}$$

Đặt $u = \log_a b; v = \log_b c$ ta có phương trình

$$\begin{aligned}u^2 + v^2 &= uv - u - 2v - 1 \\ \Leftrightarrow u^2 - 2uv + v^2 + u^2 + 2u + 1 + v^2 + 4v + 4 &= 3 \\ \Leftrightarrow (u - v)^2 + (u + 1)^2 + (v + 2)^2 &= 3 \quad (*)\end{aligned}$$

Ta có bất đẳng thức quen thuộc $x^2 + y^2 \geq \frac{1}{2}(x - y)^2$ dấu bằng xảy ra khi $x = -y$, áp dụng bất đẳng thức này ta có

$$(u + 1)^2 + (v + 2)^2 \geq \frac{1}{2}(u + 1 - v - 2)^2 \Leftrightarrow (u + 1)^2 + (v + 2)^2 \geq \frac{1}{2}(u - v - 1)^2 \quad (**)$$

Từ (*) và (**) ta có $3 - (u - v)^2 \geq \frac{1}{2}(u - v - 1)^2$ hay

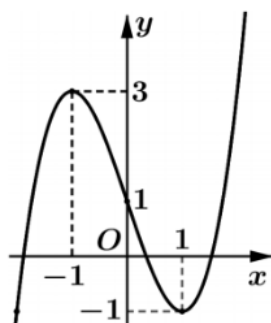
$$3 - P^2 \geq \frac{1}{2}(P - 1)^2 \Leftrightarrow 3P^2 - 2P - 5 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq P \leq \frac{5}{3}$$

Vậy $m = -1, M = \frac{5}{3}$ suy ra $S = m - 3M = -6$.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Biết $f(-1) = 1; f\left(-\frac{1}{e}\right) = 2$.

Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình $f(x) < \ln(-x) + m$ nghiệm đúng với mọi

$$x \in \left(-1; -\frac{1}{e}\right).$$



A. $m \geq 2$.

B. $m \geq 3$.

C. $m > 2$.

D. $m > 3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f(x) < \ln(-x) + m \Leftrightarrow m > f(x) - \ln(-x)$.

Xét hàm số $g(x) = f(x) - \ln(-x)$ trên $\left(-1; -\frac{1}{e}\right)$.

$$\text{Có } g'(x) = f'(x) - \frac{1}{x}.$$

Trên $\left(-1; -\frac{1}{e}\right)$ có $f'(x) > 0$ và $\frac{1}{x} < 0$ nên $g'(x) > 0, \forall x \in \left(-1; -\frac{1}{e}\right)$

$\Rightarrow$ hàm số $g(x)$ đồng biến trên $\left(-1; -\frac{1}{e}\right)$.

Vậy nên $f(x) < \ln(-x) + m$ nghiệm đúng với mọi $x \in \left(-1; -\frac{1}{e}\right)$

$$\Leftrightarrow m \geq g(x), \forall x \in \left(-1; -\frac{1}{e}\right)$$

$$\Leftrightarrow m \geq g\left(-\frac{1}{e}\right)$$

$$\Leftrightarrow m \geq 3.$$

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng ABC ; góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng ABC bằng 60° . Gọi M là trung điểm cạnh AB . Khoảng cách từ B đến SMC bằng

A. $\frac{a\sqrt{39}}{13}$.

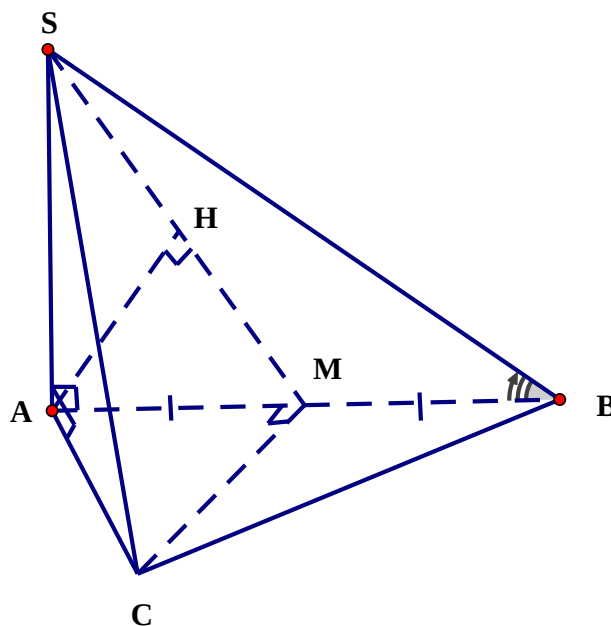
B. $a\sqrt{3}$.

C. a .

D. $\frac{a}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $\angle SBA = \angle ABC = 60^\circ \Rightarrow SA = \tan 60^\circ \cdot a = a\sqrt{3}$.

Vì M là trung điểm của $AB \Rightarrow d(B, SMC) = d(A, SMC)$.

Dựng AH vuông góc với SM tại $H \Rightarrow d(A, SMC) = AH$ mà $AM = \frac{1}{2}AB = \frac{a}{2}$.

Xét tam giác vuông $\triangle SAM$ ta có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{4}{a^2} = \frac{13}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{39}}{13}$.

----- **HẾT** -----