

Câu 1 (1đ). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ (C).

Câu 2 (1đ). Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ trên $[0;3]$.

Câu 3 (1đ).

1) Cho số phức z thỏa mãn $2(z+1) = 3\bar{z} + i(5-i)$. Tìm môđun của số phức z .

2) Giải phương trình sau: $\log_{\sqrt{2}} x + 8\log_2 x = 12$ (với $x \in \mathbb{R}$)

Câu 4 (1đ). Tính tích phân sau $I = \int_1^2 x \left(\frac{2}{x^2+1} + \ln x \right) dx$.

Câu 5 (1đ). Trong không gian $Oxyz$ viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ O đồng thời vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-5}{\sqrt{3}}$. Tính góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng tọa độ (Oyz).

Câu 6 (1đ).

1) Một người xếp ngẫu nhiên 12 quyển sách đôi một khác nhau lên một kệ sách: gồm 3 quyển toán, 4 quyển lý, 5 quyển hóa. Tính xác suất để sách cùng môn thì nằm cạnh nhau.

2) Cho $\tan x = 2$ và $-\pi < x < 0$. Tính $A = 4\sin 2x - \cos x$.

Câu 7 (1đ). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBM) với M là trung điểm của CD .

Câu 8 (1đ). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có đường tròn nội tiếp tiếp xúc với các cạnh BC , CA , AB lần lượt tại các điểm D , E , F . Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của tam giác ABC biết $D(3;1)$, $B(2;0)$, phương trình $EF: 3x - y - 2 = 0$, trung điểm M của BC có tọa độ là những số nguyên và giao điểm H của EF với BC nằm trên tia đối của tia BC .

Câu 9 (1đ). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (2x+5)\sqrt{2x+1} - 4x = 2y + (5-y)\sqrt{1-y} \\ \sqrt{y^2+x+6} - 5\sqrt{x+1} = 2(x+y)+1 \end{cases}; (x, y \in \mathbb{R})$$

Câu 10 (1đ). Cho các số x, y, z thỏa mãn $0 < x \leq y \leq z$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = xy^2 + yz^2 + zx^2 - xyz - \frac{(x^2 + y^2 + z^2)^2}{6}.$$

-----Hết-----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm!
Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI THỬ, NĂM HỌC 2015 - 2016

Câu	Đáp án	Điểm
1	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ (C).	1,0đ
	- Tập xác định; $D=\mathbb{R}$ - Sự biến thiên: Chiều biến thiên: $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$.	0,25
	Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$; nghịch biến trên $(0; 2)$ Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2; y_{CT} = -2$ đạt cực đại tại $x = 0; y_{CD} = 2$ Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$	0,25
	Bảng biến thiên	0,25
	• Đồ thị:	0,25
2	Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ trên $[0; 3]$.	1,0đ
	Ta có $f'(x) = 4x^3 - 4x \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$	0,25
	$x \in [0; 3] \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$	0,25
	$f(0) = 3; f(1) = 2; f(3) = 66$	0,25
	$\max_{[0; 3]} f(x) = 66 \Leftrightarrow x = 3; \min_{[0; 3]} f(x) = 2 \Leftrightarrow x = 1$	0,25
3	1) Cho số phức z thỏa mãn $2(z + 1) = 3\bar{z} + i(5 - i)$. Tìm môđun của số phức z .	0,5đ
	Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) khi đó $2(z + 1) = 3\bar{z} + i(5 - i) \Leftrightarrow 2(a + bi + 1) = 3(a - bi) + 1 + 5i \Leftrightarrow a - 1 + 5(1 - b)i = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow z = \sqrt{2}$	0,25
	2) Giải phương trình sau: $\log_{\sqrt{2}} x + 8 \log_2 x = 12$ (với $x \in \mathbb{R}$)	0,5đ
	ĐK: $x > 0$, $\log_{\sqrt{2}} x + 8 \log_2 x = 12 \Leftrightarrow 4 \log_2^2 x + 8 \log_2 x = 12$	0,25
	$\begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{1}{8} \end{cases}$. Đối chiếu điều kiện ta được nghiệm là $x = 2$ và $x = \frac{1}{8}$.	0,25
4	Tính tích phân sau $I = \int_1^2 x \left(\frac{2}{x^2 + 1} + \ln x \right) dx$.	1,0đ
	$I = \int_1^2 x \left(\frac{2}{x^2 + 1} + \ln x \right) dx = \int_1^2 \frac{2x}{x^2 + 1} dx + \int_1^2 x \ln x dx$	0,25
	Tính $I_1 = \int_1^2 \frac{2x}{x^2 + 1} dx = \int_1^2 \frac{d(x^2 + 1)}{x^2 + 1} = \ln(x^2 + 1) \Big _1^2 = \ln 5 - \ln 2$	0,25

	Tính $I_2 = \int_1^2 x \ln x dx$	
	Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases} \quad I_2 = \frac{x^2}{2} \cdot \ln x \Big _1^2 - \int_1^2 \frac{x}{2} dx = 2 \ln 2 - \frac{3}{4}$	0,25
	Vậy $I = \ln 5 + \ln 2 - \frac{3}{4} = \ln 10 - \frac{3}{4}$.	0,25
5	Trong không gian $Oxyz$ viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ O đồng thời vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-5}{\sqrt{3}}$. Tính góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng tọa độ $(Oxyz)$.	1,0đ
	Ta có: Vtcp của đường thẳng $d: \vec{u}_d = (2; 3; \sqrt{3})$	0,25
	Vì đường thẳng $d \perp (P) \Rightarrow \vec{n}_{(P)} = \vec{u}_{(d)} = (2; 3; \sqrt{3})$	0,25
	Phương trình mặt phẳng $(P): 2x + 3y + \sqrt{3}z = 0$	0,25
	Véc tơ pháp tuyến mp (Oyz) là $\vec{i} = (1; 0; 0)$. Gọi φ là góc giữa mp (P) và mp (Oyz)	0,25
	$\cos \varphi = \frac{ 2 + 3 \cdot 0 + \sqrt{3} \cdot 0 }{\sqrt{4 + 9 + 3}} = \frac{2}{\sqrt{16}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = 60^\circ$.	0,25
6	1) Một người xếp ngẫu nhiên 12 quyển sách đôi một khác nhau lên một kệ sách: gồm 3 quyển toán, 4 quyển lý, 5 quyển hóa. Tính xác suất để sách cùng môn thì nằm cạnh nhau.	0,5đ
	Số phần tử không gian mẫu là: $n(\Omega) = 12!$	0,25
	Gọi A là biến cố: “Sách cùng môn thì xếp cạnh nhau”	
	$n(A) = 3! \cdot 3! \cdot 4! \cdot 5! \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{4620}$	0,25
	2) Cho $\tan x = 2$ và $-\pi < x < 0$. Tính $A = 4 \sin 2x - \cos x$.	0,5đ
	Vì $-\pi < x < 0$ nên $\sin x < 0$ và do $\tan x = 2 > 0$ nên $\cos x < 0; \Rightarrow \cos x = \frac{-1}{\sqrt{5}}$	0,25
	$A = 4 \sin 2x - \cos x = 8 \sin x \cdot \cos x - \cos x = \frac{16 + \sqrt{5}}{5}$	0,25
7	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a, AD = 2a, SA \perp (ABCD)$. Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBM) với M là trung điểm của CD .	1,0đ
	Ta có hình chiếu của SC trên mặt phẳng đáy là AC vậy góc SCA là góc giữa SC và mặt phẳng đáy $\Rightarrow SA = AC \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{15}$.	0,25
	Ta có: $S_{ABCD} = AB \cdot AD = 2a^2$	0,25

	Do đó: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{2\sqrt{15}a^3}{3}$ (đvtt)	
	Ta có: $d(D,(SBM))=d(C,(SBM))=\frac{1}{2} d(A,(SBM))$ Dựng $AN \perp BM$ (N thuộc BM) và $AH \perp SN$ (H thuộc SN) Ta có: $BM \perp AN, BM \perp SA$ suy ra: $BM \perp AH$. Và $AH \perp BM, AH \perp SN$ Suy ra: $AH \perp (SBM)$. Do đó $d(A,(SBM))=AH$	0,25
	Ta có: $S_{ABM} = S_{ABCD} - 2S_{ADM} = a^2; S_{ABM} = \frac{1}{2}AN.BM = a^2 \Rightarrow AN = \frac{2a^2}{BM} = \frac{4a}{\sqrt{17}}$ Trong tam giác vuông SAN có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AN^2} + \frac{1}{AS^2} \Rightarrow AH = \frac{4\sqrt{15}a}{\sqrt{271}}$ Suy ra $d(D,(SBM)) = \frac{2\sqrt{15}a}{\sqrt{271}}$ Cách khác: Dựng hệ tọa độ Lập đúng pt mp (SBM) (0.25đ) $d(D,(SBM)) = \frac{2\sqrt{15}a}{\sqrt{271}}$ (0.25đ)	0,25
	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có đường tròn nội tiếp tiếp xúc với các cạnh BC, CA, AB lần lượt tại các điểm D, E, F . Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của tam giác ABC biết $D(3;1), B(2;0)$, phương trình $EF: 3x - y - 2 = 0$, trung điểm M của BC có tọa độ là những số nguyên và giao điểm H của EF với BC nằm trên tia đối của tia BC .	1,0đ
	Phương trình đường thẳng $BC: x - y - 2 = 0$ Vì H là giao điểm của EF và BC nên tọa độ H là nghiệm của hệ $\begin{cases} 3x - y - 2 = 0 \\ x - y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -2 \end{cases}, H(0; -2).$	0,25
8	Ta cần chứng minh $MD.MH = MB^2$. Qua B kẻ đường thẳng song song với CA cắt HE tại K. Khi đó ta có $\widehat{AEF} = \widehat{FKB} \Rightarrow \widehat{FKB} = \widehat{KFB} \Rightarrow$ Tam giác BKF cân tại B $\Rightarrow BK = BF = BD$ đồng thời $\frac{HB}{HC} = \frac{KB}{CE} = \frac{DB}{DC} \Rightarrow HB.DC = DB.HC$ Vì M là trung điểm của đoạn BC nên ta có $(MH - MB)(MB + MD) = (MB - MD)(MH + MB) \Leftrightarrow MH.MD = MB^2$. Vì M thuộc BC nên $M(t; t - 2)$ $\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{MD} = MB^2 \Leftrightarrow 2(t^2 - 3t) = 2(t - 2)^2 \Leftrightarrow t = 4$. Vậy $M(4; 2) \Rightarrow C(6; 4)$	0,25
	Phương trình đường tròn tâm B bán kính BD là $(T): (x - 2)^2 + y^2 = 2$. Đường thẳng EF cắt (T) tại K và F có tọa độ là nghiệm của hệ	0,25

	$\begin{cases} (x-2)^2 + y^2 = 2 \\ 3x - y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = \frac{3}{5} \\ y = -\frac{1}{5} \end{cases}$ Vì K nằm giữa H và F nên $F(1;1), K\left(\frac{3}{5}; -\frac{1}{5}\right)$.	
	Khi đó phương trình $AB: x + y - 2 = 0$, AC đi qua C và song song với BK nên có pt: $x - 7y + 22 = 0$. Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ $\begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ x - 7y + 22 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases}, A(-1;3)$ Vậy $A(-1;3), B(2;0), C(6;4)$.	0,25
	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} (2x+5)\sqrt{2x+1} - 4x = 2y + (5-y)\sqrt{1-y} \\ \sqrt{y^2 + x + 6} - 5\sqrt{x+1} = 2(x+y) + 1 \end{cases}; (x, y \in \mathbb{R})$	1,0đ
	ĐK: $x \geq \frac{1}{2}; y \leq 1$ (1) $\Leftrightarrow \sqrt{(2x+1)^3} - 2(2x+1) + 4\sqrt{2x+1} = \sqrt{(1-y)^3} - 2(1-y) + 4\sqrt{1-y}$ $\Leftrightarrow f(\sqrt{2x+1}) = f(\sqrt{1-y})$ Xét hàm số: $f(t) = t^3 - 2t^2 + 4t$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Ta có $f'(t) = 3t^2 - 4t + 4 > 0$ với $(\forall t \in \mathbb{R}) \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. PT $\Leftrightarrow f(\sqrt{2x+1}) = f(\sqrt{1-y}) \Leftrightarrow \sqrt{2x+1} = \sqrt{1-y} \Leftrightarrow 2x = -y$	0,25
9	Thay vào (2) ta được phương trình: $\sqrt{4x^2 + x + 6} = -2x + 1 + 5\sqrt{x+1}$ $\Leftrightarrow \sqrt{(2x-1)^2 + 5(x+1)} = -(2x-1) + 5\sqrt{x+1}$ (3) Với $x \leq \frac{1}{2}$, chia hai vế của phương trình (3) cho $\sqrt{x+1}$ ta được phương trình $\sqrt{\left(\frac{2x-1}{\sqrt{x+1}}\right)^2 + 5} = -\frac{2x-1}{\sqrt{x+1}} + 5$	0,25
	Đặt $t = \frac{2x-1}{\sqrt{x+1}}$, được phương trình: $\sqrt{t^2 + 5} = -t + 5 \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq 5 \\ t = 2 \end{cases} \Leftrightarrow t = 2$ Giải phương trình: $\frac{2x-1}{\sqrt{x+1}} = 2 \Leftrightarrow 2\sqrt{x+1} = 2x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ 4(x+1) = 4x^2 - 4x + 1 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ 4x^2 - 8x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x = \frac{4 \pm \sqrt{28}}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x = 1 + \frac{\sqrt{7}}{2}$	0,25

	Khi $x = 1 + \frac{\sqrt{7}}{2} \Rightarrow y = -2 - \sqrt{7}$ Nghiệm của hệ phương trình là: $(x; y) = \left(1 + \frac{\sqrt{7}}{2}; -2 - \sqrt{7}\right)$.	
	Cho các số x, y, z thỏa mãn $0 < x \leq y \leq z$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = xy^2 + yz^2 + zx^2 - xyz - \frac{(x^2 + y^2 + z^2)^2}{6}.$	1,0đ
10	Vì $0 < x \leq y \leq z$ nên $x(x - y)(y - z) \geq 0 \Leftrightarrow (x^2 - xy)(y - z) \geq 0$ $\Leftrightarrow x^2y - x^2z - xy^2 + xyz \geq 0 \Leftrightarrow x^2y + xyz \geq x^2z + xy^2$ $xy^2 + yz^2 + zx^2 - xyz = (x^2z + xy^2) + yz^2 - xyz \leq (x^2y + xyz) + yz^2 - xyz = y(x^2 + z^2)$	0,25
	Theo bất đẳng thức Cô si ta có: $y(x^2 + z^2) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{2y^2(x^2 + z^2)(x^2 + z^2)}$ $\leq \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\left(\frac{2y^2 + (x^2 + z^2) + (x^2 + z^2)}{3}\right)^3} = 2\sqrt{\left(\frac{x^2 + y^2 + z^2}{3}\right)^3}$	0,25
	Đặt $t = \sqrt{\left(\frac{x^2 + y^2 + z^2}{3}\right)}$ ($t > 0$). Ta có $P \leq f(t) = 2t^3 - \frac{3}{2}t^4$. $f'(t) = 6t^2 - 6t^3 = 6t^2(1 - t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$. Lập bảng biến thiên của hàm $f(t)$ suy ra được $f(t) \leq f(1) = 2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow P \leq \frac{1}{2}$.	0,25
	Ta thấy $P = \frac{1}{2}$ khi $x = y = z = 1$. Vậy giá trị lớn nhất cần tìm là $\text{Max } P = \frac{1}{2}$ khi $x = y = z = 1$.	0,25