



MẶT TRÒN XOAY NÓN – TRỤ – CẦU

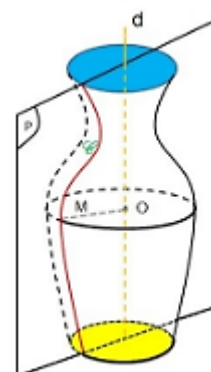
MẶT TRÒN XOAY – NÓN – TRỤ



LÝ THUYẾT.

I. SỰ TẠO THÀNH MẶT TRÒN XOAY

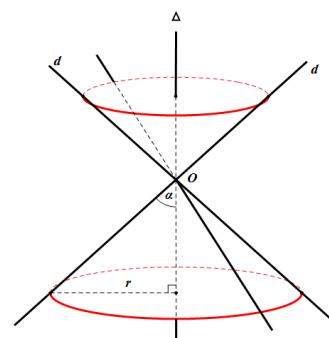
- Trong không gian cho mặt phẳng (P) chứa đường thẳng Δ và một đường C . Khi quay mặt phẳng (P) quanh Δ một góc 360° thì mỗi điểm M trên C vạch ra một đường tròn có tâm O thuộc Δ và nằm trên mặt phẳng vuông góc với Δ . Như vậy khi quay mặt phẳng (P) quanh đường thẳng Δ thì C sẽ tạo nên được một hình gọi là mặt tròn xoay.
- Trong đó: đường C được gọi là đường sinh của mặt nón; đường thẳng Δ được gọi là trục của mặt tròn xoay.



II. MẶT NÓN TRÒN XOAY

1. Định nghĩa mặt nón tròn xoay

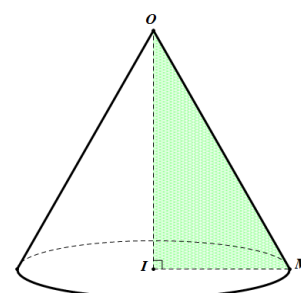
- Trong mặt phẳng (P) cho hai đường thẳng d và Δ cắt nhau tại điểm O và tạo thành góc α (với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$). Khi quay mặt phẳng (P) xung quanh Δ thì đường thẳng d sinh ra một mặt tròn xoay được gọi là mặt nón tròn xoay đỉnh O .
- Gọi tắt là mặt nón tròn xoay.
- Trong đó: Đường thẳng Δ được gọi là trục; đường thẳng d được gọi là đường sinh; góc 2α được gọi là góc ở đỉnh.



2. Hình nón tròn xoay và khối nón tròn xoay

a) Hình nón tròn xoay

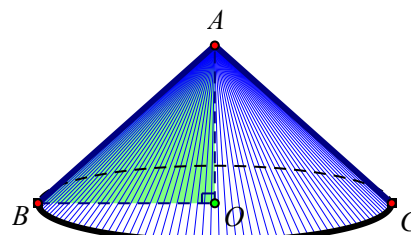
- Cho ΔIOM vuông tại I . Khi quay tam giác đó xung quanh cạnh vuông góc OI thì đường gấp khúc IOM tạo thành một hình được gọi là hình nón tròn xoay, gọi tắt là hình nón.
- Trong đó:
 - + Hình tròn tâm I sinh bởi các điểm thuộc cạnh IM khi IM quay quanh trục OI được gọi là mặt đáy của hình nón.
 - + Điểm O được gọi là đỉnh của hình nón.
 - + Độ dài đoạn OI được gọi là chiều cao của hình nón.
 - + Độ dài đoạn OM được gọi là độ dài đường sinh của hình nón.



+ Phần mặt tròn xoay sinh bởi các điểm trên cạnh OM khi quay quanh OI được gọi là mặt xung quanh của hình nón.

b) Khối nón tròn xoay

- Phần không gian được giới hạn bởi một hình nón tròn xoay kể cả hình đó được gọi là khối nón tròn xoay hay còn gọi tắt là khối nón.
- Trong đó:
 - + Điểm thuộc khối nón nhưng không thuộc hình nón gọi là điểm trong của khối nón.
 - + Ta gọi đỉnh, mặt đáy, đường sinh của hình nón theo thứ tự là đỉnh, mặt đáy, đường sinh của khối nón tương ứng.

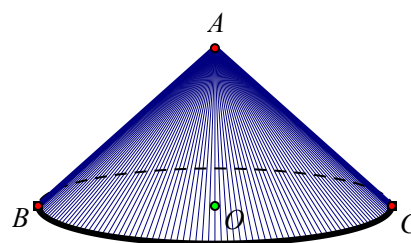


3. Diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của khối nón tròn xoay

a) Diện tích xung quanh của hình nón

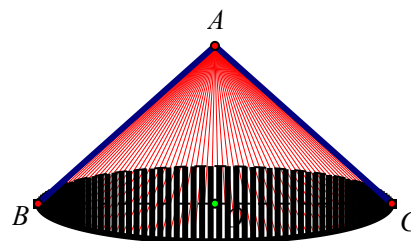
- Diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay là giới hạn của diện tích xung quanh của hình chóp đều nội tiếp hình nón đó khi số cạnh tăng lên vô hạn.
- Công thức: $S_{xq} = \pi r l$.

Trong đó: r là bán kính đáy; l là độ dài đường sinh.



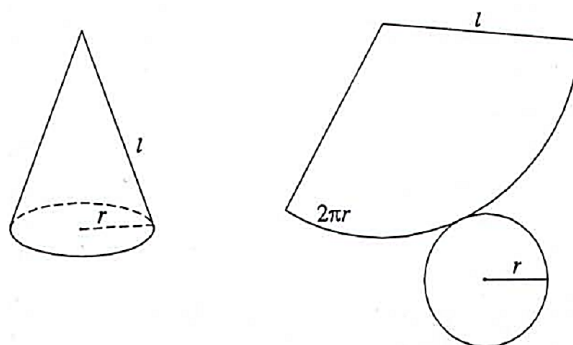
b) Diện tích toàn phần của hình nón

- Diện tích toàn phần của hình nón tròn xoay là tổng diện tích mặt đáy với diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay.
- Công thức: $S_{tp} = S_{đáy} + S_{xq} = \pi r^2 + \pi r l$.



c) Diện tích hình quạt

- Nếu cắt mặt xung quanh của hình nón theo một đường sinh rồi trải ra trên một mặt phẳng thì ta sẽ được:
 - + Một hình quạt có bán kính bằng độ dài đường sinh của hình nón.
 - + Một cung tròn có độ dài bằng chu vi đường tròn đáy của hình nón.
- Công thức: $S_{quạt} = S_{xq} = \pi r l$.

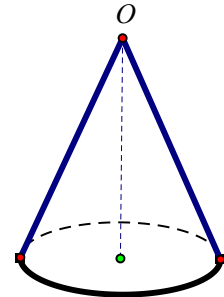
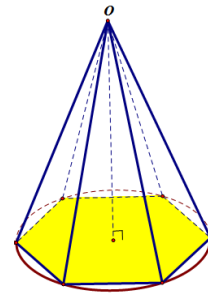


4. Thể tích của khối nón tròn xoay

– Thể tích của khối nón tròn xoay là giới hạn của thể tích khối chóp đều nội tiếp khối nón khi đó số cạnh tăng lên vô hạn.

– Công thức: $V = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot h$. Trong đó: h là chiều cao của khối nón.

– Nếu đáy là hình tròn có bán kính r thì $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.



5. Hình nón cụt

– Hình nón cụt là phần nón giới hạn bởi mặt đáy và một thiết diện song song với đáy.

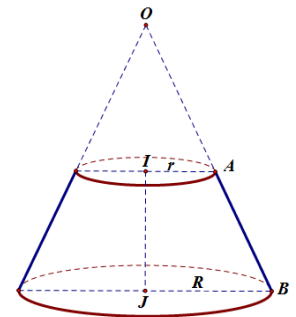
– Công thức

+ Diện tích xung quanh $S_{xq} = \pi(R + r)l$.

+ Diện tích toàn phần $S_{tp} = S_{\text{đáy}} + S_{xq} = \pi(r^2 + R^2) + \pi(R + r)l$.

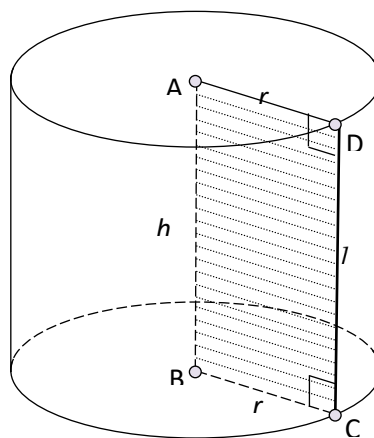
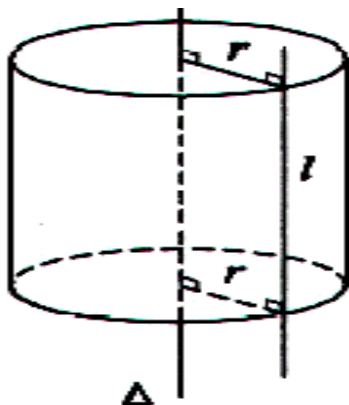
+ Thể tích khối nón cụt $V = \frac{1}{3} \pi h(R^2 + r^2 + Rr)$.

Trong đó: R, r là bán kính hai đáy; $h = IJ$ là độ cao hình chóp cụt.



III. MẶT TRỤ TRÒN XOAY:

1. Định nghĩa mặt trụ tròn xoay: Trong mp (P) cho hai đường thẳng Δ và l song song nhau, cách nhau một khoảng bằng r . Khi quay (P) xung quanh Δ thì l sinh ra một mặt tròn xoay được gọi là **mặt trụ tròn xoay**. Δ gọi là trục, l gọi là đường sinh, r là bán kính của mặt trụ đó.



2. Hình trụ tròn xoay: Xét hình chữ nhật ABCD. Khi quay hình đó xung quanh đường thẳng chứa 1 cạnh, chẳng hạn AB, thì đường gấp khúc ADCB tạo thành 1 hình được gọi là **hình trụ tròn xoay**.

– Hai đáy: là hai hình tròn: tâm A bán kính $r = AD$ và tâm B bán kính $r = BC$.

– Đường sinh: là đoạn CD .

– Mặt xung quanh: là mặt do đoạn CD tạo thành khi quay, nếu cắt theo một đường sinh và trải ra ta được mặt xung quanh là một hình chữ nhật.

– Chiều cao: $h = AB = CD$.

* **Khối trụ tròn xoay:** Phần không gian được giới hạn bởi một hình trụ kể cả hình trụ đó được gọi là **khối trụ tròn xoay**.

Công thức tính diện tích hình trụ, thể tích khối trụ:

* Diện tích xung quanh của hình trụ bằng tích độ dài đường tròn đáy và độ dài đường sinh.

$$S_{xq} = 2\pi rl \text{ mà } h = l \text{ nên } \boxed{S_{xq} = 2\pi rh}$$

* Diện tích toàn phần của hình trụ bằng tổng diện tích xung quanh và diện tích của hai đáy.

$$S_{tp} = S_{xq} + 2.S_{\text{đáy}} \text{ do đó } \boxed{S_{tp} = 2\pi rh + 2\pi r^2}$$

* Thể tích khối trụ: $V = Bh \Rightarrow \boxed{V = \pi r^2 h}$

Một số tính chất:

– Nếu cắt mặt trụ tròn xoay (có bán kính là r) bởi một $mp(\alpha)$ vuông góc với trục Δ thì ta được đường tròn có tâm trên Δ và có bán kính bằng r với r cũng chính là bán kính của mặt trụ đó.

– Nếu cắt mặt trụ tròn xoay (có bán kính là r) bởi một $mp(\alpha)$ không vuông góc với trục Δ nhưng cắt tất cả các đường sinh, ta được giao tuyến là một đường elíp có trục nhỏ bằng $2r$ và trục lớn bằng $\frac{2r}{\sin \varphi}$, trong đó φ là góc giữa trục Δ và $mp(\alpha)$ với $0^\circ < \varphi < 90^\circ$.

– Cho $mp(\alpha)$ song song với trục Δ của mặt trụ tròn xoay và cách Δ một khoảng k :

+ Nếu $k < r$ thì $mp(\alpha)$ cắt mặt trụ theo hai đường sinh $\Rightarrow$ thiết diện là hình chữ nhật.

+ Nếu $k = r$ thì $mp(\alpha)$ tiếp xúc với mặt trụ theo một đường sinh.

+ Nếu $k > r$ thì $mp(\alpha)$ không cắt mặt trụ.



HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

DẠNG 1: Xác định các yếu tố cơ bản (r, l, h) của hình nón. Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình nón. Tính thể tích khối nón.

PHƯƠNG PHÁP GIẢI:

+ Áp dụng các công thức liên quan đến hình nón tròn xoay ở trên vào làm bài.

Câu 1: Cho hình nón có bán kính đáy $r = 3cm$ và đường sinh $l = 5cm$.

a) Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình nón.

b) Tính thể tích của khối nón tương ứng.

Câu 2: Cho tam giác SOA vuông tại O có $OA = 3cm, SA = 5cm$, quay tam giác SOA xung quanh cạnh SO được hình nón.

a) Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình nón.

b) Tính thể tích của khối nón tương ứng.

Câu 3: Cho tam giác SAB đều cạnh a , O là trung điểm của AB , quay tam giác SAB xung quanh cạnh SO được hình nón.

a) Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình nón.

b) Tính thể tích của khối nón tương ứng.

Câu 4: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Một hình nón có đỉnh S và đường tròn đáy nội tiếp tứ giác $ABCD$.

a) Tính diện tích xung quanh của hình nón.

b) Khi đó thể tích khối nón tương ứng.

Câu 5: Cho nửa đường tròn đường kính $AB = 2R$ và điểm C thay đổi trên nửa đường tròn đó, đặt $\alpha = \widehat{CAB}$ và gọi H là hình chiếu vuông góc của C lên AB . Tìm α sao cho thể tích vật thể tròn xoay tạo thành khi quay tam giác ACH quanh trục AB đạt giá trị lớn nhất.

Câu 6: Cho khối nón có bán kính $r = \sqrt{5}$ và chiều cao $h = 3$. Tính thể tích V của khối nón.

Câu 7: Cho hình nón (N) có đường kính đáy bằng $4a$, đường sinh bằng $5a$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón (N) .

Câu 8: Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $AC = a\sqrt{3}$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón có được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB .

Câu 9: Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AC = a$ và $BC = 2a$. Tính diện tích xung quanh của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB .

Câu 10: Một hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh bằng a . Diện tích toàn phần của hình nón là.

Câu 11: Cho hình nón (N) có độ dài đường sinh bằng 5 và diện tích xung quanh bằng 15π . Tính diện tích toàn phần của hình nón (N) .

Câu 12: Cho hình nón có bán kính đáy là $4a$, chiều cao là $3a$. Diện tích toàn phần hình nón bằng:

Câu 13: Một hình nón bán kính đáy bằng $5(cm)$, góc ở đỉnh là 120° . Tính diện tích xung quanh của hình nón.

Câu 14: Cho khối nón có bán kính đường tròn đáy bằng 10 và diện tích xung quanh bằng 120π . Chiều cao h của khối nón là:

- Câu 15:** Cho hình nón tròn xoay có chiều cao $h = 20\text{ cm}$, bán kính đáy $r = 25\text{ cm}$. Mặt phẳng (α) đi qua đỉnh của hình nón cách tâm của đáy 12 cm . Tính diện tích thiết diện của hình nón cắt bởi mp (α) .
- Câu 16:** Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° , diện tích xung quanh bằng $6\pi a^2$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.
- Câu 17:** Giá trị lớn nhất của thể tích khối nón nội tiếp trong khối cầu có bán kính R là
- Câu 18:** Gọi r và h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của một hình nón. Kí hiệu V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hình nón và thể tích của khối cầu nội tiếp hình nón. Giá trị bé nhất của tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ là
- Câu 19:** Trong tất cả các hình nón nội tiếp trong hình cầu có thể tích bằng 36π , tìm bán kính r của hình nón có diện tích xung quanh lớn nhất.
- DẠNG 2: Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích khối trụ**
- Câu 1:** Cho hình trụ có hình tròn đáy bán kính là $r = a$, có chiều cao $h = a\sqrt{3}$. Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần hình trụ theo a .
- Câu 2:** Cho hình trụ có hình tròn đáy bán kính là $r = a$, có thiết diện qua trục là một hình vuông. Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần hình trụ theo a .
- Câu 3:** Cho hình trụ có các đáy là hai hình tròn tâm O và O' và có chiều cao bằng a . Trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm A sao cho AO' hợp với mặt phẳng đáy một góc 60° . Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần hình trụ theo a .
- Câu 4:** Cho một hình trụ tròn xoay và hình vuông $ABCD$ cạnh a có hai đỉnh liên tiếp A, B nằm trên đường tròn đáy thứ nhất của hình trụ, hai đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy thứ hai của hình trụ. Mặt phẳng $(ABCD)$ tạo với đáy hình trụ góc 45° . Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần hình trụ theo a .
- Câu 5:** Cho hình trụ tròn xoay có hai đáy là hai hình tròn (O, R) và (O', R) . Biết rằng tồn tại dây cung AB của đường tròn (O) sao cho $\Delta O'AB$ đều và $mp(O'AB)$ hợp với mặt phẳng chứa đường tròn (O) một góc 60° . Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần hình trụ theo R .
- Câu 6:** Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5\text{ cm}$, chiều cao $h = 7\text{ cm}$. Diện tích xung quanh của hình trụ này là
- Câu 7:** Một hình trụ có bán kính đáy $r = a$, độ dài đường sinh $l = 2a$. Diện tích toàn phần của hình trụ này là
- Câu 8:** Quay hình vuông $ABCD$ cạnh a xung quanh một cạnh. Thể tích của khối trụ được tạo thành là
- Câu 9:** Khối trụ có chiều cao $h = 3\text{ cm}$ và bán kính đáy $r = 2\text{ cm}$ thì có thể tích bằng
- Câu 10:** Bên trong một lon sữa hình trụ có đường kính đáy bằng chiều cao và bằng 1 dm . Thể tích thực của lon sữa đó bằng
- Câu 11:** Cho hình vuông $ABCD$ cạnh 8 cm . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Quay hình vuông $ABCD$ xung quanh MN . Diện tích xung quanh của hình trụ tạo thành là
- Câu 12:** Một hình trụ (T) có diện tích toàn phần là $120\pi(\text{cm}^2)$ và có bán kính đáy bằng 6 cm . Chiều cao của (T) là
- Câu 13:** Một khối trụ (T) có thể tích bằng $81\pi(\text{cm}^3)$ và có đường sinh gấp ba lần bán kính đáy. Độ dài đường sinh của (T) là
- Câu 14:** Trong một chiếc hộp hình trụ người ta bỏ vào đó ba quả banh tennis, biết rằng đáy của hình trụ bằng hình tròn lớn trên quả banh và chiều cao của hình trụ bằng 3 lần đường kính của quả banh. Gọi S_1 là tổng diện tích của ba quả banh và S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng
- Câu 15:** Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5\text{ cm}$ và khoảng cách giữa hai đáy $h = 7\text{ cm}$. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục 3 cm . Diện tích của thiết diện được tạo thành là:

Câu 16: Cho hình trụ có hai đáy là các hình tròn (O) , (O') bán kính bằng a , chiều cao hình trụ gấp hai lần bán kính đáy. Các điểm A , B tương ứng nằm trên hai đường tròn (O) , (O') sao cho $AB = a\sqrt{6}$. Tính thể tích khối tứ diện $ABOO'$ theo a .

MẶT CẦU



LÝ THUYẾT.

1. Định nghĩa

Tập hợp các điểm M trong không gian cách điểm O cố định một khoảng R gọi là mặt cầu tâm O , bán kính R , kí hiệu là: $S(O; R)$. Khi đó $S(O; R) = \{M \mid OM = R\}$

2. Vị trí tương đối của một điểm đối với mặt cầu

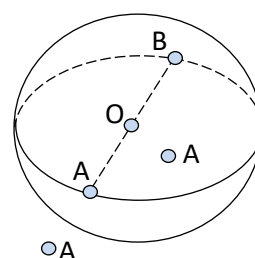
Cho mặt cầu $S(O; R)$ và một điểm A bất kì, khi đó:

□ Nếu $OA = R \Leftrightarrow A \in S(O; R)$. Khi đó OA gọi là bán kính mặt cầu. Nếu OA và OB là hai bán kính sao cho $\overrightarrow{OA} = -\overrightarrow{OB}$ thì đoạn thẳng AB gọi là một đường kính của mặt cầu.

□ Nếu $OA < R \Leftrightarrow A$ nằm trong mặt cầu.

□ Nếu $OA > R \Leftrightarrow A$ nằm ngoài mặt cầu.

$\Rightarrow$ Khối cầu $S(O; R)$ là tập hợp tất cả các điểm M sao cho $OM \leq R$



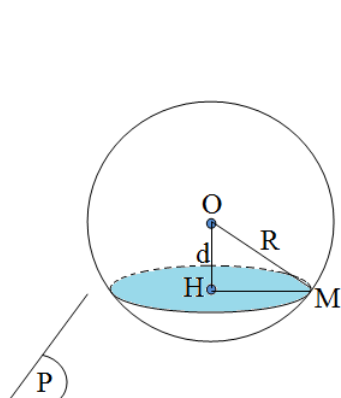
3. Vị trí tương đối của mặt phẳng và mặt cầu

Cho mặt cầu $S(O; R)$ và một $mp(P)$. Gọi d là khoảng cách từ tâm O của mặt cầu đến $mp(P)$ và H là hình chiếu của O trên $mp(P) \Rightarrow d = OH$.

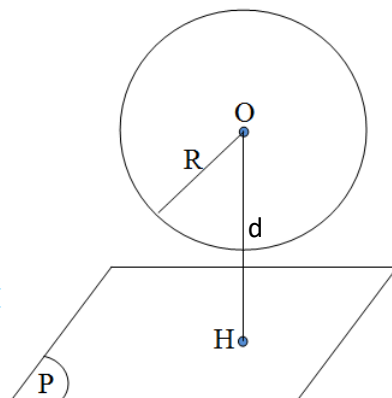
□ Nếu $d < R \Leftrightarrow mp(P)$ cắt mặt cầu $S(O; R)$ theo giao tuyến là đường tròn nằm trên $mp(P)$ có tâm là H và bán kính $r = HM = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{R^2 - OH^2}$ (hình a).

□ Nếu $d > R \Leftrightarrow mp(P)$ không cắt mặt cầu $S(O; R)$ (hình b).

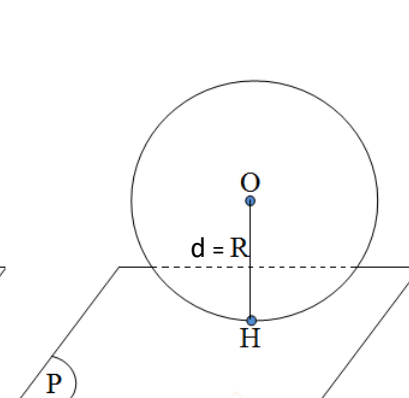
□ Nếu $d = R \Leftrightarrow mp(P)$ có một điểm chung duy nhất. Ta nói mặt cầu $S(O; R)$ tiếp xúc $mp(P)$. Do đó, điều kiện cần và đủ để $mp(P)$ tiếp xúc với mặt cầu $S(O; R)$ là $d(O, (P)) = R$ (hình c).



Hình a



Hình b



Hình c

4. Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt cầu

Cho mặt cầu $S(O; R)$ và một đường thẳng Δ . Gọi H là hình chiếu của O trên đường thẳng Δ và $d = OH$ là khoảng cách từ tâm O của mặt cầu đến đường thẳng Δ . Khi đó:

- ☐ Nếu $d > R \Leftrightarrow \Delta$ không cắt mặt cầu $S(O; R)$.
- ☐ Nếu $d < R \Leftrightarrow \Delta$ cắt mặt cầu $S(O; R)$ tại hai điểm phân biệt.
- ☐ Nếu $d = R \Leftrightarrow \Delta$ và mặt cầu tiếp xúc nhau (tại một điểm duy nhất). Do đó: điều kiện cần và đủ để đường thẳng Δ tiếp xúc với mặt cầu là $d = d(O, \Delta) = R$.

Định lý: Nếu điểm A nằm ngoài mặt cầu $S(O; R)$ thì:

- ☐ Qua A có vô số tiếp tuyến với mặt cầu $S(O; R)$.
- ☐ Độ dài đoạn thẳng nối A với các tiếp điểm đều bằng nhau.
- ☐ Tập hợp các điểm này là một đường tròn nằm trên mặt cầu $S(O; R)$.

5. Diện tích và thể tích mặt cầu

- Diện tích mặt cầu: $S_C = 4\pi R^2$.
- Thể tích mặt cầu: $V_C = \frac{4}{3}\pi R^3$.



HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

I. Mặt cầu ngoại tiếp khối đa diện

1. Các khái niệm cơ bản

- ☐ **Trục của đa giác đáy:** là đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp của đa giác đáy và vuông góc với mặt phẳng chứa đa giác đáy.
 $\Rightarrow$ Bất kì một điểm nào nằm trên trục của đa giác thì cách đều các đỉnh của đa giác đó.
- ☐ **Đường trung trực của đoạn thẳng:** là đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng và vuông góc với đoạn thẳng đó.
 $\Rightarrow$ Bất kì một điểm nào nằm trên đường trung trực thì cách đều hai đầu mút của đoạn thẳng.
- ☐ **Mặt trung trực của đoạn thẳng:** là mặt phẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng và vuông góc với đoạn thẳng đó.
 $\Rightarrow$ Bất kì một điểm nào nằm trên mặt trung trực thì cách đều hai đầu mút của đoạn thẳng.

2. Tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp

- ☐ **Tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp:** là điểm cách đều các đỉnh của hình chóp. Hay nói cách khác, nó chính là giao điểm I của trục đường tròn ngoại tiếp mặt phẳng đáy và mặt phẳng trung trực của một cạnh bên hình chóp.
- ☐ **Bán kính:** là khoảng cách từ I đến các đỉnh của hình chóp.

3. Cách xác định tâm và bán kính mặt cầu của một số hình đa diện cơ bản

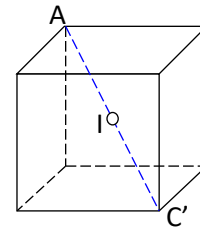
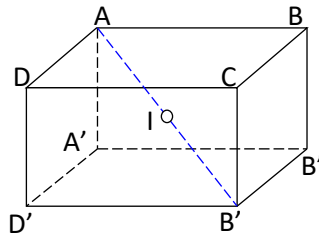
a/ Hình hộp chữ nhật, hình lập phương.

- **Tâm:** trùng với tâm đối xứng của hình hộp chữ nhật (hình lập phương).

$\Rightarrow$ Tâm là I , là trung điểm của AC' .

- **Bán kính:** bằng nửa độ dài đường chéo hình hộp chữ nhật (hình lập phương).

$\Rightarrow$ Bán kính: $R = \frac{AC'}{2}$.



b/ Hình lăng trụ đứng có đáy nội tiếp đường tròn.

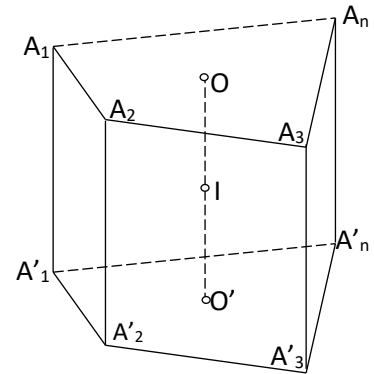
Xét hình lăng trụ đứng $A_1A_2A_3...A_n.A'_1A'_2A'_3...A'_n$, trong đó có 2 đáy

$A_1A_2A_3...A_n$ và $A'_1A'_2A'_3...A'_n$ nội tiếp đường tròn (O) và (O') . Lúc đó,

mặt cầu nội tiếp hình lăng trụ đứng có:

- **Tâm:** I với I là trung điểm của OO' .

- **Bán kính:** $R = IA_1 = IA_2 = ... = IA'_n$.



c/ Hình chóp có các đỉnh nhìn đoạn thẳng nối 2 đỉnh còn lại dưới 1 góc vuông.

- Hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{SAC} = \widehat{SBC} = 90^\circ$.

+ Tâm: I là trung điểm của SC .

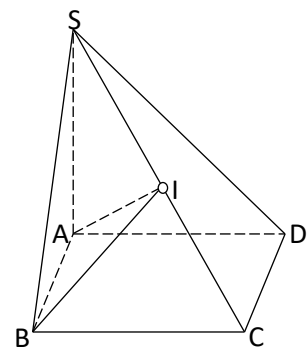
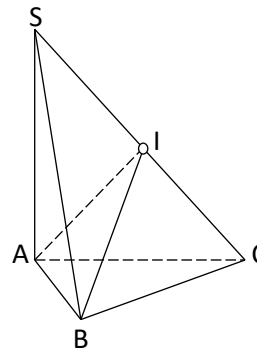
+ Bán kính: $R = \frac{SC}{2} = IA = IB = IC$.

- Hình chóp $S.ABCD$ có

$\widehat{SAC} = \widehat{SBC} = \widehat{SDC} = 90^\circ$.

+ Tâm: I là trung điểm của SC .

+ Bán kính: $R = \frac{SC}{2} = IA = IB = IC = ID$.



d/ Hình chóp đều.

Cho hình chóp đều $S.ABC...$

- Gọi O là tâm của đáy $\Rightarrow SO$ là trục của đáy.

- Trong mặt phẳng xác định bởi SO và một cạnh bên,

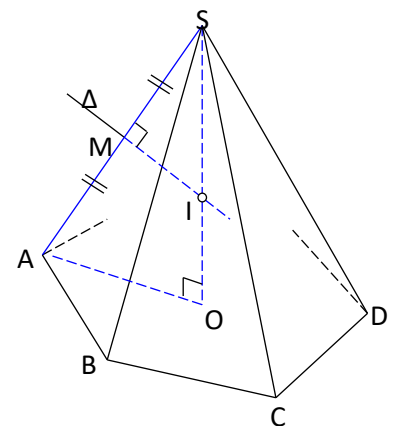
chẳng hạn như $mp(SAO)$, ta vẽ đường trung trực của cạnh SA

là Δ cắt SA tại M và cắt SO tại $I \Rightarrow I$ là tâm của mặt cầu.

- Bán kính:

Ta có: $\Delta SMI \sim \Delta SOA \Rightarrow \frac{SM}{SO} = \frac{SI}{SA} \Rightarrow$ Bán kính là:

$$R = SI = \frac{SM \cdot SA}{SO} = \frac{SA^2}{2SO} = IA = IB = IC = \dots$$



e/ Hình chóp có cạnh bên vuông góc với mặt phẳng đáy.

Cho hình chóp $S.ABC\dots$ có cạnh bên $SA \perp$ đáy $(ABC\dots)$ và đáy $ABC\dots$ nội tiếp được trong đường tròn tâm O . Tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC\dots$ được xác định như sau:

- Từ tâm O ngoại tiếp của đường tròn đáy, ta vẽ đường thẳng d vuông góc với $mp(ABC\dots)$ tại O .
- Trong $mp(d, SA)$, ta dựng đường trung trực Δ của cạnh SA , cắt SA tại M , cắt d tại I .
 $\Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp

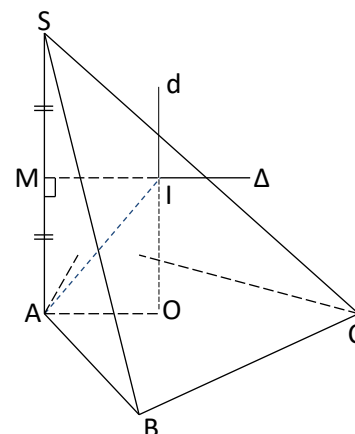
và bán kính $R = IA = IB = IC = IS = \dots$

- Tìm bán kính:

Ta có: $MIOB$ là hình chữ nhật.

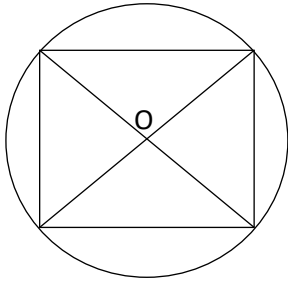
Xét $\triangle MAI$ vuông tại M có:

$$R = AI = \sqrt{MI^2 + MA^2} = \sqrt{AO^2 + \left(\frac{SA}{2}\right)^2}.$$

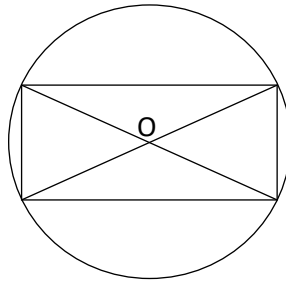


f/ Hình chóp khác.

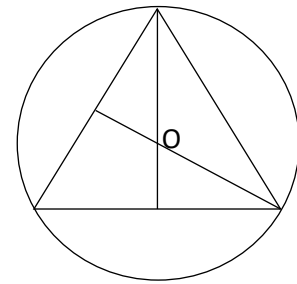
- Dựng trục Δ của đáy.
- Dựng mặt phẳng trung trực (α) của một cạnh bên bất kì.
- $(\alpha) \cap \Delta = I \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.
- Bán kính: khoảng cách từ I đến các đỉnh của hình chóp.



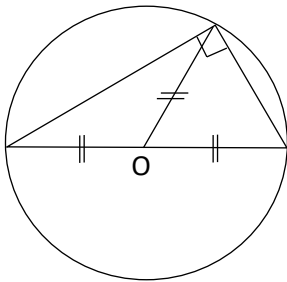
Hình vuông: O là giao điểm 2 đường chéo.



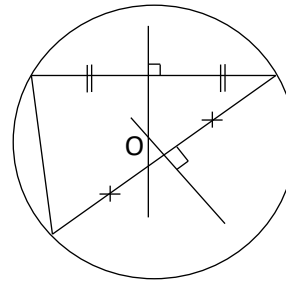
Hình chữ nhật: O là giao điểm của hai đường chéo.



Δ đều: O là giao điểm của 2 đường trung tuyến (trọng tâm).



Δ vuông: O là trung điểm của cạnh huyền.



Δ thường: O là giao điểm của hai đường trung trực của hai cạnh Δ .

g/ Đường tròn ngoại tiếp một số đa giác thường gặp.

Khi xác định tâm mặt cầu, ta cần xác định trục của mặt phẳng đáy, đó chính là đường thẳng vuông góc với mặt phẳng đáy tại tâm O của đường tròn ngoại tiếp đáy. Do đó, việc xác định tâm ngoại O là yếu tố rất quan trọng của bài toán.

II. KỸ THUẬT XÁC ĐỊNH MẶT CẦU NGOẠI TIẾP HÌNH CHÓP.

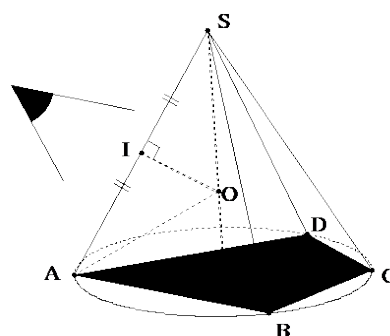
Cho hình chóp $S.A_1A_2...A_n$ (thỏa mãn điều kiện tồn tại mặt cầu ngoại tiếp). Thông thường, để xác định mặt cầu ngoại tiếp hình chóp ta thực hiện theo hai bước:

Bước 1: Xác định tâm của đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy. Dựng Δ : trục đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy.

Bước 2: Lập mặt phẳng trung trực (α) của một cạnh bên.

Lúc đó : - Tâm O của mặt cầu: $\Delta \cap mp(\alpha) = \{O\}$

- Bán kính: $R = SA (= SO)$. Tùy vào từng trường hợp.

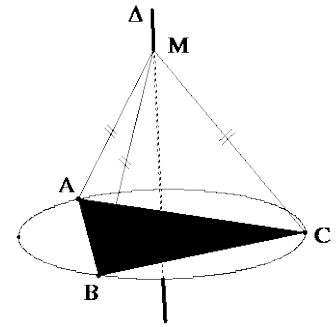


Lưu ý: Kỹ năng xác định trục đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy.

1. Trục đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy: là đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp đáy và vuông góc với mặt phẳng đáy.

Tính chất: $\forall M \in \Delta: MA = MB = MC$

Suy ra: $MA = MB = MC \Leftrightarrow M \in \Delta$



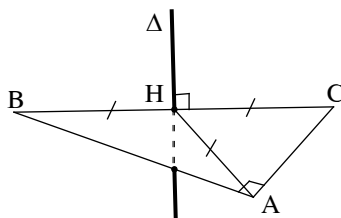
2. Các bước xác định trục:

- Bước 1: Xác định tâm H của đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy.

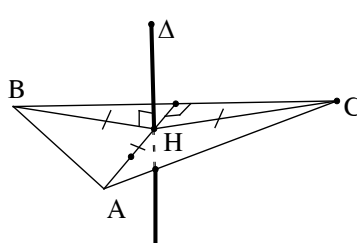
- Bước 2: Qua H dựng Δ vuông góc với mặt phẳng đáy.

VD: Một số trường hợp đặc biệt

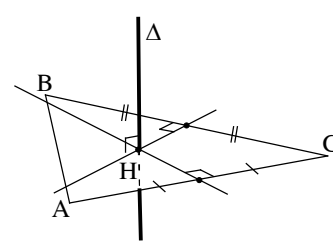
A. Tam giác vuông



B. Tam giác đều

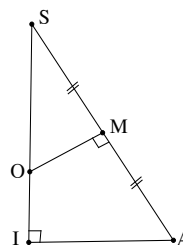


C. Tam giác bất kì



Lưu ý: Kỹ năng tam giác đồng dạng

ΔSMO đồng dạng với



$$\Delta SIA \Rightarrow \frac{SO}{SA} = \frac{SM}{SI}.$$

Nhận xét quan trọng:

$$\exists M, S: \begin{cases} MA = MB = MC \\ SA = SB = SC \end{cases} \Rightarrow SM \text{ là trục đường tròn ngoại tiếp } \Delta ABC.$$

Tìm tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, SA vuông góc với đáy, $SA = a$, $AD = 5a$, $AB = 2a$. Điểm E thuộc cạnh BC sao cho $CE = a$. Tính theo a bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SAED$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A, B . Biết $SA \perp (ABCD)$, $AB = BC = a$, $AD = 2a$, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm của AD . Tính bán kính mặt cầu đi qua các điểm S, A, B, C, E .

- Câu 3:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với độ dài đường chéo bằng $\sqrt{2}a$, cạnh SA có độ dài bằng $2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.
- Câu 4:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với $(ABCD)$, góc tạo bởi SC và đáy $ABCD$ bằng 60° , $CD = a$ và tam giác ADC có diện tích bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. Tính diện tích mặt cầu S_{mc} ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.
- Câu 5:** Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B , SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . $SA = 5$, $AB = 3$, $BC = 4$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.
- Câu 6:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ theo a .
- Câu 7:** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và mỗi cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$. Khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là:
- Câu 8:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật. Biết $SA = AB = a$, $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.
- Câu 9:** Cho khối tứ diện $OABC$ với OA , OB , OC từng đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = 6$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$.
- Câu 10:** Tính theo a bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp tam giác đều $S.ABC$, biết các cạnh đáy có độ dài bằng a , cạnh bên $SA = a\sqrt{3}$.
- Câu 11:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BA = BC = a$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$ là:
- Câu 12:** Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với đáy, $AB = a\sqrt{2}$, $BC = a$, $SC = 2a$ và $\widehat{SCA} = 30^\circ$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$.
- Câu 13:** Cho hình chóp $S.ABCD$ đều có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên hợp với đáy một góc bằng 60° . Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$. Tính thể tích V của khối cầu (S) .
- Câu 14:** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy $2a$ và cạnh bên $a\sqrt{6}$. Tính diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.
- Câu 15:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh 1, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.
- Câu 16:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB = 3$, $AD = 2$. Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.
- Câu 17:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp khối chóp $SABCD$.

MẶT TRÒN XOAY NÓN – TRỤ – CẦU

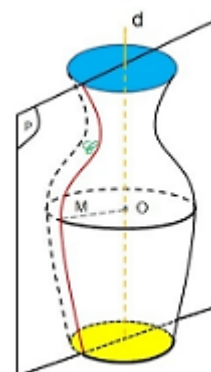
MẶT TRÒN XOAY – NÓN – TRỤ



I LÝ THUYẾT.

I. SỰ TẠO THÀNH MẶT TRÒN XOAY

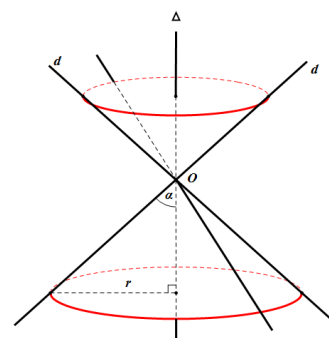
- Trong không gian cho mặt phẳng (P) chứa đường thẳng Δ và một đường C . Khi quay mặt phẳng (P) quanh Δ một góc 360° thì mỗi điểm M trên C vạch ra một đường tròn có tâm O thuộc Δ và nằm trên mặt phẳng vuông góc với Δ . Như vậy khi quay mặt phẳng (P) quanh đường thẳng Δ thì C sẽ tạo nên được một hình gọi là mặt tròn xoay.
- Trong đó: đường C được gọi là đường sinh của mặt nón; đường thẳng Δ được gọi là trục của mặt tròn xoay.



II. MẶT NÓN TRÒN XOAY

1. Định nghĩa mặt nón tròn xoay

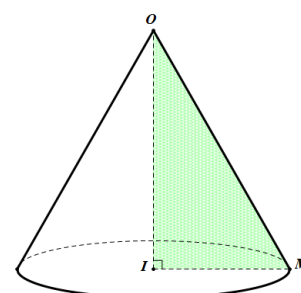
- Trong mặt phẳng (P) cho hai đường thẳng d và Δ cắt nhau tại điểm O và tạo thành góc α (với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$). Khi quay mặt phẳng (P) xung quanh Δ thì đường thẳng d sinh ra một mặt tròn xoay được gọi là mặt nón tròn xoay đỉnh O .
- Gọi tắt là mặt nón tròn xoay.
- Trong đó: Đường thẳng Δ được gọi là trục; đường thẳng d được gọi là đường sinh; góc 2α được gọi là góc ở đỉnh.



2. Hình nón tròn xoay và khối nón tròn xoay

a) Hình nón tròn xoay

- Cho ΔIOM vuông tại I . Khi quay tam giác đó xung quanh cạnh vuông góc OI thì đường gấp khúc IOM tạo thành một hình được gọi là hình nón tròn xoay, gọi tắt là hình nón.
- Trong đó:
 - + Hình tròn tâm I sinh bởi các điểm thuộc cạnh IM khi IM quay quanh trục OI được gọi là mặt đáy của hình nón.
 - + Điểm O được gọi là đỉnh của hình nón.
 - + Độ dài đoạn OI được gọi là chiều cao của hình nón.
 - + Độ dài đoạn OM được gọi là độ dài đường sinh của hình nón.



+ Phần mặt tròn xoay sinh bởi các điểm trên cạnh OM khi quay quanh OI được gọi là mặt xung quanh của hình nón.

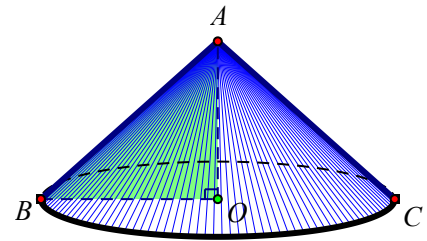
b) Khối nón tròn xoay

– Phần không gian được giới hạn bởi một hình nón tròn xoay kể cả hình đó được gọi là khối nón tròn xoay hay còn gọi tắt là khối nón.

– Trong đó:

+ Điểm thuộc khối nón nhưng không thuộc hình nón gọi là điểm trong của khối nón.

+ Ta gọi đỉnh, mặt đáy, đường sinh của hình nón theo thứ tự là đỉnh, mặt đáy, đường sinh của khối nón tương ứng.



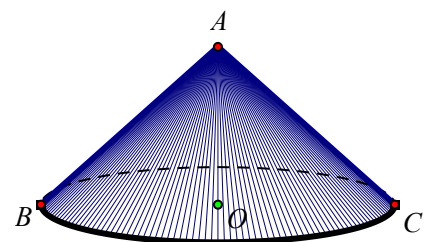
3. Diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của khối nón tròn xoay

a) Diện tích xung quanh của hình nón

– Diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay là giới hạn của diện tích xung quanh của hình chóp đều nội tiếp hình nón đó khi số cạnh tăng lên vô hạn.

– Công thức: $S_{xq} = \pi r l$.

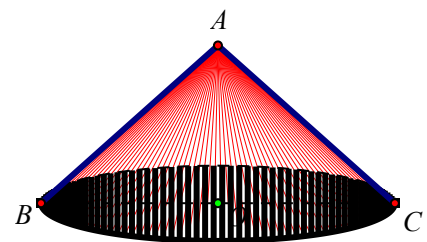
Trong đó: r là bán kính đáy; l là độ dài đường sinh.



b) Diện tích toàn phần của hình nón

– Diện tích toàn phần của hình nón tròn xoay là tổng diện tích mặt đáy với diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay.

– Công thức: $S_{tp} = S_{đáy} + S_{xq} = \pi r^2 + \pi r l$.



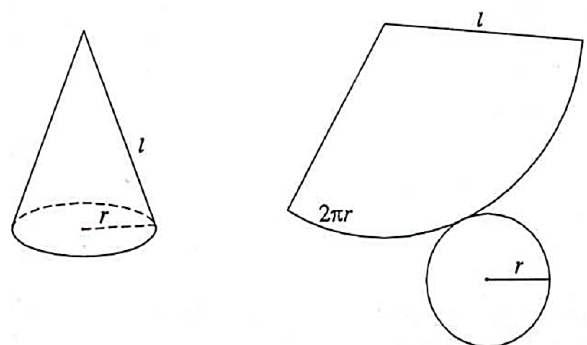
c) Diện tích hình quạt

– Nếu cắt mặt xung quanh của hình nón theo một đường sinh rồi trải ra trên một mặt phẳng thì ta sẽ được:

+ Một hình quạt có bán kính bằng độ dài đường sinh của hình nón.

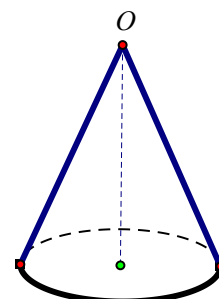
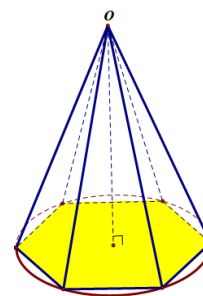
+ Một cung tròn có độ dài bằng chu vi đường tròn đáy của hình nón.

– Công thức: $S_{quat} = S_{xq} = \pi r l$.



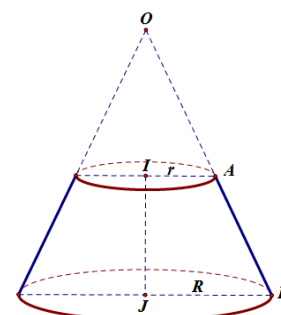
4. Thể tích của khối nón tròn xoay

- Thể tích của khối nón tròn xoay là giới hạn của thể tích khối chóp đều nội tiếp khối nón khi đó số cạnh tăng lên vô hạn.
- Công thức: $V = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot h$. Trong đó: h là chiều cao của khối nón.
- Nếu đáy là hình tròn có bán kính r thì $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.



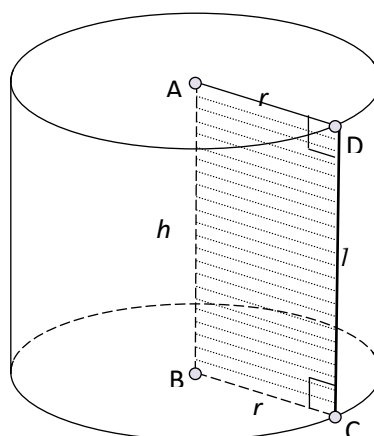
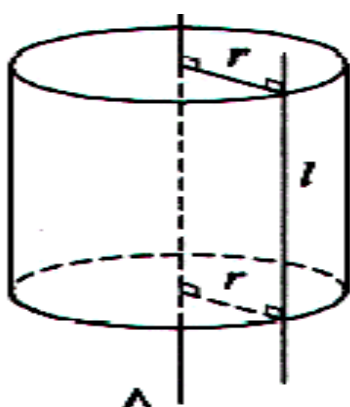
5. Hình nón cụt

- Hình nón cụt là phần nón giới hạn bởi mặt đáy và một thiết diện song song với đáy.
 - Công thức
 - + Diện tích xung quanh $S_{xq} = \pi(R + r)l$.
 - + Diện tích toàn phần $S_{tp} = S_{\text{đáy}} + S_{xq} = \pi(r^2 + R^2) + \pi(R + r)l$.
 - + Thể tích khối nón cụt $V = \frac{1}{3} \pi h(R^2 + r^2 + Rr)$.
- Trong đó: R, r là bán kính hai đáy; $h = IJ$ là độ cao hình chóp cụt.



III. MẶT TRỤ TRÒN XOAY:

1. Định nghĩa mặt trụ tròn xoay: Trong mp (P) cho hai đường thẳng Δ và l song song nhau, cách nhau một khoảng bằng r . Khi quay (P) xung quanh Δ thì l sinh ra một mặt tròn xoay được gọi là **mặt trụ tròn xoay**. Δ gọi là trục, l gọi là đường sinh, r là bán kính của mặt trụ đó.



2. Hình trụ tròn xoay: Xét hình chữ nhật ABCD. Khi quay hình đó xung quanh đường thẳng chứa 1 cạnh, chẳng hạn AB, thì đường gấp khúc ADCB tạo thành 1 hình được gọi là **hình trụ tròn xoay**.

- Hai đáy: là hai hình tròn: tâm A bán kính $r = AD$ và tâm B bán kính $r = BC$.
- Đường sinh: là đoạn CD .

– Mặt xung quanh: là mặt do đoạn CD tạo thành khi quay, nếu cắt theo một đường sinh và trải ra ta được mặt xung quanh là một hình chữ nhật.

– Chiều cao: $h = AB = CD$.

*** Khối trụ tròn xoay:** Phần không gian được giới hạn bởi một hình trụ kể cả hình trụ đó được gọi là **khối trụ tròn xoay**.

Công thức tính diện tích hình trụ, thể tích khối trụ:

* Diện tích xung quanh của hình trụ bằng tích độ dài đường tròn đáy và độ dài đường sinh.

$$S_{xq} = 2\pi rl \text{ mà } h = l \text{ nên } \boxed{S_{xq} = 2\pi rh}$$

* Diện tích toàn phần của hình trụ bằng tổng diện tích xung quanh và diện tích của hai đáy.

$$S_{tp} = S_{xq} + 2.S_{\text{đáy}} \text{ do đó } \boxed{S_{tp} = 2\pi rh + 2\pi r^2}$$

* Thể tích khối trụ: $V = Bh \Rightarrow \boxed{V = \pi r^2 h}$

Một số tính chất:

– Nếu cắt mặt trụ tròn xoay (có bán kính là r) bởi một $mp(\alpha)$ vuông góc với trục Δ thì ta được đường tròn có tâm trên Δ và có bán kính bằng r với r cũng chính là bán kính của mặt trụ đó.

– Nếu cắt mặt trụ tròn xoay (có bán kính là r) bởi một $mp(\alpha)$ không vuông góc với trục Δ nhưng cắt tất cả các đường sinh, ta được giao tuyến là một đường elíp có trục nhỏ bằng $2r$ và trục lớn bằng $\frac{2r}{\sin \varphi}$, trong đó φ là góc giữa trục Δ và $mp(\alpha)$ với $0^\circ < \varphi < 90^\circ$.

– Cho $mp(\alpha)$ song song với trục Δ của mặt trụ tròn xoay và cách Δ một khoảng k :

+ Nếu $k < r$ thì $mp(\alpha)$ cắt mặt trụ theo hai đường sinh $\Rightarrow$ thiết diện là hình chữ nhật.

+ Nếu $k = r$ thì $mp(\alpha)$ tiếp xúc với mặt trụ theo một đường sinh.

+ Nếu $k > r$ thì $mp(\alpha)$ không cắt mặt trụ.



HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

DẠNG 1: Xác định các yếu tố cơ bản (r, l, h) của hình nón. Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình nón. Tính thể tích khối nón.
PHƯƠNG PHÁP GIẢI:

+ Áp dụng các công thức liên quan đến hình nón tròn xoay ở trên vào làm bài.

Câu 1: Cho hình nón có bán kính đáy $r = 3cm$ và đường sinh $l = 5cm$.

- Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình nón.
- Tính thể tích của khối nón tương ứng.

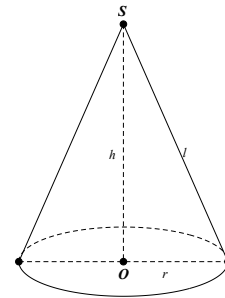
Lời giải

a) Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi rl = 15\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

Diện tích toàn phần: $S_{tp} = \pi rl + \pi r^2 = 24\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

b) Chiều cao $h = \sqrt{l^2 - r^2} = 4$.

Thể tích khối nón: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = 12\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.



Câu 2: Cho tam giác SOA vuông tại O có $OA = 3cm, SA = 5cm$, quay tam giác SOA xung quanh cạnh SO được hình nón.

- Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình nón.
- Tính thể tích của khối nón tương ứng.

Lời giải

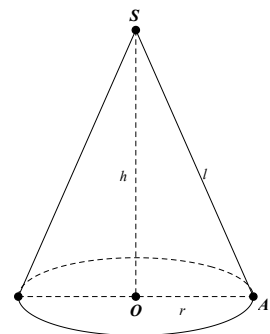
Quay tam giác SOA xung quanh cạnh SO được hình nón hình bên

a) Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi rl = 15\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

Diện tích toàn phần: $S_{tp} = \pi rl + \pi r^2 = 24\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

b) Chiều cao $h = SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = 4$.

Thể tích khối nón: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = 12\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.



Câu 3: Cho tam giác SAB đều cạnh a , O là trung điểm của AB , quay tam giác SAB xung quanh cạnh SO được hình nón.

- Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình nón.
- Tính thể tích của khối nón tương ứng.

Lời giải

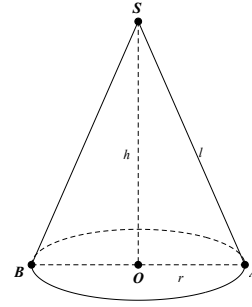
Quay tam giác SAB xung quanh cạnh SO được hình nón như hình vẽ. Ta có $r = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$

a) Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi r l = \frac{\pi a^2}{2}$

Diện tích toàn phần: $S_{tp} = \pi r l + \pi r^2 = \frac{3\pi a^2}{4}$

b) Chiều cao $h = SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối nón: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$.



Câu 4: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Một hình nón có đỉnh S và đường tròn đáy nội tiếp tứ giác $ABCD$.

a) Tính diện tích xung quanh của hình nón.

b) Khi đó thể tích khối nón tương ứng.

Lời giải

Gọi O, H lần lượt là trung điểm các đoạn AC và BC thì $BC \perp OH$ và $BC \perp SO \Rightarrow BC \perp SH \Rightarrow \widehat{(SBC), (ABC)} = \widehat{SHO} \Rightarrow \widehat{SHO} = 60^\circ$.

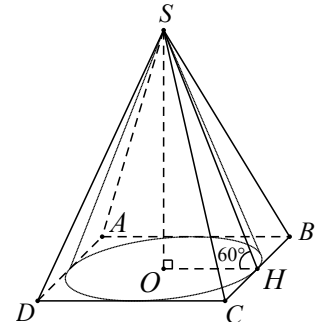
Ta có $OH = \frac{1}{2} AB = \frac{a}{2} \Rightarrow SO = OH \cdot \tan \widehat{SHO} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $SH = \frac{OH}{\cos 60^\circ} = a$

Hình nón nội tiếp $S.ABCD$ có: Bán kính $r = OH = \frac{a}{2}$;

đường sinh $l = SH = a$; đường cao $h = SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

a) Diện tích xung quanh $S_{xq} = \pi r l = \frac{\pi a^2}{2}$.

b) Thể tích hình nón đó là $V_n = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3 \pi \sqrt{3}}{24}$.



Câu 5: Cho nửa đường tròn đường kính $AB = 2R$ và điểm C thay đổi trên nửa đường tròn đó, đặt $\alpha = \widehat{CAB}$ và gọi H là hình chiếu vuông góc của C lên AB . Tìm α sao cho thể tích vật thể tròn xoay tạo thành khi quay tam giác ACH quanh trục AB đạt giá trị lớn nhất.

Lời giải

Ta có
$$\begin{cases} AC = AB. \cos \alpha = 2R. \cos \alpha \\ CH = AC. \sin \alpha = 2R. \cos \alpha. \sin \alpha \\ AH = AC. \cos \alpha = 2R. \cos^2 \alpha \end{cases}$$

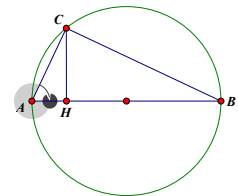
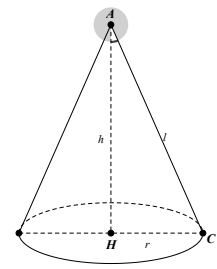
Thể tích vật thể tròn xoay tạo thành khi quay tam giác ACH quanh trục AB là

$$V = \frac{1}{3} AH. \pi CH^2 = \frac{8}{3} R^3. \cos^4 \alpha. \sin^2 \alpha.$$

Đặt $t = \cos^2 \alpha$ ($0 < t < 1$)

$$\Rightarrow V = \frac{8}{3} R^3 t^2 (1-t) = \frac{8}{3} R^3. t. t (2-2t) \leq \frac{8}{6} R^3 \left(\frac{t+t+2-2t}{3} \right)^3$$

Vậy V lớn nhất khi $t = \frac{2}{3}$ khi $\alpha = \arctan \frac{1}{\sqrt{2}}$.



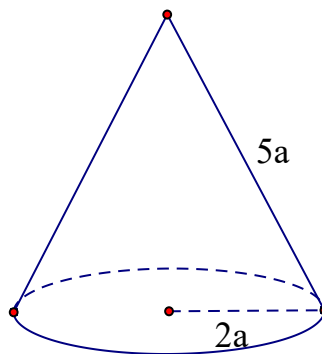
Câu 6: Cho khối nón có bán kính $r = \sqrt{5}$ và chiều cao $h = 3$. Tính thể tích V của khối nón.

Lời giải

Thể tích V của khối nón là : $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi 5.3 = 5\pi$.

Câu 7: Cho hình nón (N) có đường kính đáy bằng $4a$, đường sinh bằng $5a$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón (N).

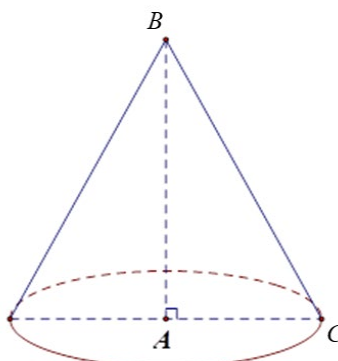
Lời giải



Diện tích xung quanh của hình nón (N) là: $S = \pi r l = \pi.2a.5a = 10\pi a^2$.

Câu 8: Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $AC = a\sqrt{3}$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón có được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB .

Lời giải



Tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $AC = a\sqrt{3}$ nên $BC = 2a$.

Độ dài đường sinh l của hình nón có được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB là $l = BC = 2a$.

Câu 9: Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AC = a$ và $BC = 2a$. Tính diện tích xung quanh của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB .

Lời giải

Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi rl = 2\pi a^2$.

Câu 10: Một hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh bằng a . Diện tích toàn phần của hình nón là.

Lời giải

Ta có: $l = a, R = \frac{a}{2}$. Diện tích toàn phần $S_{tp} = \pi rl + \pi r^2 = \frac{3\pi a^2}{4}$.

Câu 11: Cho hình nón (N) có độ dài đường sinh bằng 5 và diện tích xung quanh bằng 15π . Tính diện tích toàn phần của hình nón (N).

Lời giải

Ta có $S_{xq} = \pi rl \Rightarrow 15\pi = \pi r.5 \Rightarrow r = 3$.

Diện tích toàn phần: $S_{tp} = \pi rl + \pi r^2 = 24\pi$.

Câu 12: Cho hình nón có bán kính đáy là $4a$, chiều cao là $3a$. Diện tích toàn phần hình nón bằng:

Lời giải

Đường sinh $l = \sqrt{r^2 + h^2} = 5a$.

$S_{tp} = \pi rl + \pi r^2 = \pi.4a.5a + \pi 16a^2 = 36\pi a^2$.

Câu 13: Một hình nón bán kính đáy bằng $5(\text{cm})$, góc ở đỉnh là 120° . Tính diện tích xung quanh của hình nón.

Lời giải

Độ dài đường sinh $l = \frac{5}{\sin 60^\circ} = \frac{10}{\sqrt{3}}$.

Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi rl = \pi 5. \frac{10}{\sqrt{3}} = \frac{50\pi\sqrt{3}}{3} (\text{cm}^2)$.

Câu 14: Cho khối nón có bán kính đường tròn đáy bằng 10 và diện tích xung quanh bằng 120π . Chiều cao h của khối nón là:

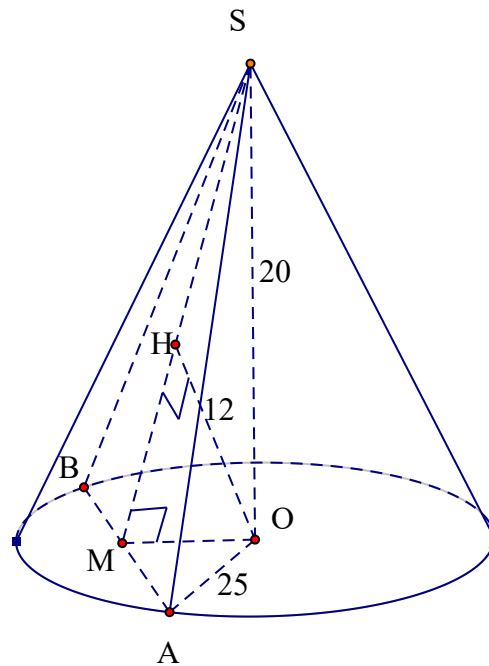
Lời giải

Ta có $S_{xq} = \pi rl \Rightarrow 120\pi = \pi.10.l \Rightarrow l = 12$.

Suy ra $h = \sqrt{l^2 - r^2} = 2\sqrt{11}$

Câu 15: Cho hình nón tròn xoay có chiều cao $h = 20\text{ cm}$, bán kính đáy $r = 25\text{ cm}$. Mặt phẳng (α) đi qua đỉnh của hình nón cách tâm của đáy 12 cm . Tính diện tích thiết diện của hình nón cắt bởi mp (α) .

Lời giải



Ta có: $d(O, (\alpha)) = OH = 12$.

Diện tích thiết diện của hình nón cắt bởi mp (α) là: $S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2} SM \cdot AB = SM \cdot MA$.

Trong tam giác SMO vuông tại O : $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OM^2} \Leftrightarrow \frac{1}{12^2} = \frac{1}{20^2} + \frac{1}{OM^2} \Leftrightarrow OM = 15$.

Suy ra $SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25$.

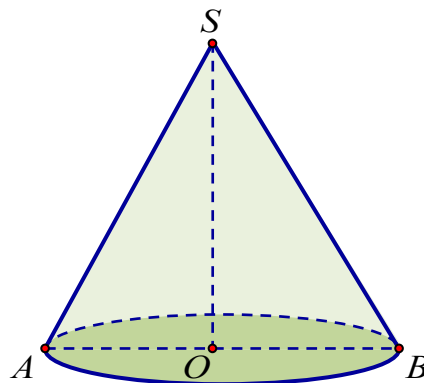
Mặt khác ta có: M là trung điểm của AB và $OM \perp AB$.

Xét tam giác MOA vuông tại M : $MA = \sqrt{OA^2 - OM^2} = \sqrt{25^2 - 15^2} = 20$.

Vậy $S_{\Delta SAB} = SM \cdot MA = 25 \cdot 20 = 500 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Câu 16: Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° , diện tích xung quanh bằng $6\pi a^2$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

Lời giải



Thể tích $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot OA^2 \cdot SO$.

Ta có $\widehat{ASB} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{ASO} = 30^\circ \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{OA}{SO} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow SO = OA\sqrt{3}$.

Lại có $S_{xq} = \pi Rl = \pi.OA.SA = \pi.OA\sqrt{OA^2 + SO^2} = 6\pi a^2$

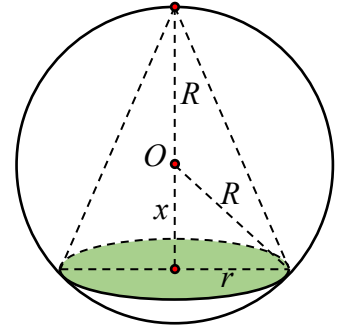
$\Rightarrow OA\sqrt{OA^2 + 3OA^2} = 6a^2 \Rightarrow 2OA^2 = 6a^2 \Rightarrow OA = a\sqrt{3} \Rightarrow SO = 3a \Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi.3a^2.3a = 3\pi a^3$.

Câu 17: Giá trị lớn nhất của thể tích khối nón nội tiếp trong khối cầu có bán kính R là

Lời giải:

Rõ ràng trong hai khối nón cùng bán kính đáy nội tiếp trong một khối cầu thì khối nón có chiều cao lớn hơn thì thể tích lớn hơn, nên ta chỉ xét khối nón có chiều cao lớn hơn trong hai khối nón đó.

Giả sử rằng khối nón có đáy là hình tròn (C) bán kính r . Gọi x với $0 \leq x < R$ là khoảng cách giữa tâm khối cầu đến đáy khối nón. Khi đó chiều cao lớn nhất của khối nón nội tiếp khối cầu với đáy là hình tròn (C) sẽ là $h = R + x$. Khi đó bán kính đáy nón là $r = \sqrt{R^2 - x^2}$. Vậy thể tích khối nón là

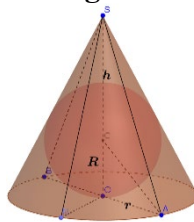


$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi (R+x)(R^2 - x^2) \\ &= \frac{1}{3}\pi (R+x)(R+x)(R-x) = \frac{1}{6}\pi (R+x)(R+x)(2R-2x) \end{aligned}$$

Áp dụng BĐT Cô-si ta có $V \leq \frac{1}{6}\pi \frac{(R+x+R+x+2R-2x)^3}{27} = \frac{32\pi R^3}{81}$

Câu 18: Gọi r và h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của một hình nón. Kí hiệu V_1 , V_2 lần lượt là thể tích của hình nón và thể tích của khối cầu nội tiếp hình nón. Giá trị bé nhất của tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ là

Lời giải



Ta có: Thể tích khối nón là $V_1 = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Xét mặt cắt qua tâm SAB , kẻ tia phân giác của góc $\widehat{SBO}$, cắt SO tại I .

Ta có: $\frac{IO}{IS} = \frac{OB}{SB} = \frac{r}{\sqrt{r^2 + h^2}} \Rightarrow IS = IO \cdot \frac{\sqrt{r^2 + h^2}}{r}$

Mặt khác: $IO + IS = h$

Do đó ta có bán kính của mặt cầu nội tiếp hình chóp là $R = IO = \frac{rh}{r + \sqrt{h^2 + r^2}}$

$$\text{Thể tích khối cầu là } V_2 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \frac{r^3 h^3}{\left(r + \sqrt{h^2 + r^2}\right)^3} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{\left(r + \sqrt{r^2 + h^2}\right)^3}{4rh^2} = \frac{\left(1 + \sqrt{1 + \frac{h^2}{r^2}}\right)^3}{4\frac{h^2}{r^2}}$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{1 + \frac{h^2}{r^2}} \quad (t \geq 1) \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{(1+t)^3}{4(t^2-1)} = \frac{(t+1)^2}{4(t-1)}$$

$$\text{Đặt } f(t) = \frac{(t+1)^2}{t-1}, \text{ Điều kiện: } t \geq 1, f'(t) = \frac{t^2 - 2t - 3}{(t-1)^2} \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 3$$

$$\text{Từ BBT } \Rightarrow f(t) \geq f(3) = 8, \forall t \geq 1 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} \geq 2$$

Câu 19: Trong tất cả các hình nón nội tiếp trong hình cầu có thể tích bằng 36π , tìm bán kính r của hình nón có diện tích xung quanh lớn nhất.

Lời giải

Gọi bán kính và thể tích của hình cầu là R và V_C

$$\text{Theo giả thiết } V_C = 36\pi \Leftrightarrow \frac{4}{3}\pi R^3 = 36\pi \Leftrightarrow R = 3$$

Diện tích xung quanh của hình nón là

$$S_{xq} = \pi.r.SA = \pi.r.\sqrt{SH^2 + r^2} \quad (1)$$

$$\begin{cases} SH = SI + IH = R + IH = 3 + IH \\ IH = \sqrt{IA^2 - HA^2} = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{9 - r^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow SH = 3 + \sqrt{9 - r^2} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) } \Rightarrow S_{xq} = \pi.r.\sqrt{\left(3 + \sqrt{9 - r^2}\right)^2 + r^2}$$

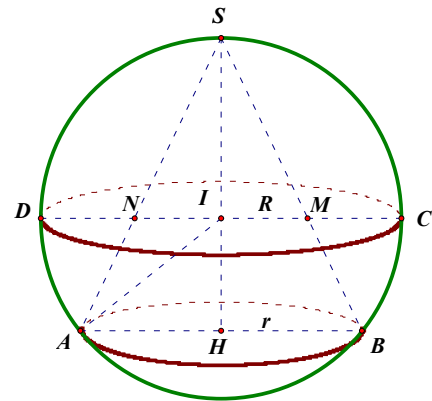
$$\Leftrightarrow S_{xq} = \pi.\sqrt{r^2\left(3 + \sqrt{9 - r^2}\right)^2 + r^4}$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{9 - r^2} \Leftrightarrow r^2 = 9 - t^2. \text{ Với } 0 < t \leq 3 \quad (3)$$

$$\Rightarrow S_{xq} = \pi.\sqrt{(9-t)^2\left(3 + \sqrt{9 - (9-t)^2}\right)^2 + (9-t)^4} = \pi.\sqrt{-6t^3 - 18t^2 + 54t + 162}$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = -6t^3 - 18t^2 + 54t + 162 \Rightarrow f'(t) = -18t^2 - 36t + 54$$

$$\Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -3 \vee t = 1$$



Bảng biến thiên

t	$-\infty$	-3	0	1	3	$+\infty$
$f'(t)$		0		$+$ 0 $-$		
$f(t)$				$8\sqrt{3}$	108	

Vậy $\text{Max } f(t) = 8\sqrt{3}$ tại $t = 1 \Leftrightarrow \text{Max } S_{xq} = \pi 8\sqrt{3}$ tại $t = 1$

Kết hợp (3) $\Rightarrow r = 2\sqrt{2}$.

DẠNG 2: Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích khối trụ

Câu 1: Cho hình trụ có hình tròn đáy bán kính là $r = a$, có chiều cao $h = a\sqrt{3}$. Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần hình trụ theo a .

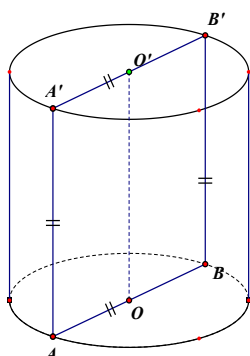
Lời giải

+ Diện tích xung quanh $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi a^2 \sqrt{3}$

+ Diện tích toàn phần $S_{tp} = S_{xq} + 2.S_{\text{đáy}} = 2\pi rh + 2\pi r^2 = (1 + \sqrt{3})2\pi a^2$

Câu 2: Cho hình trụ có hình tròn đáy bán kính là $r = a$, có thiết diện qua trục là một hình vuông. Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần hình trụ theo a .

Lời giải



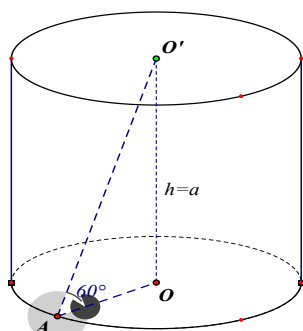
Gọi thiết diện qua trục là hình vuông $ABB'A'$ với AB , $A'B'$ lần lượt là đường kính 2 đường tròn đáy $\Rightarrow AB = A'B' = 2r = 2a$, do đó $h = AA' = BB' = 2a$.

+ Diện tích xung quanh $S_{xq} = 2\pi rh = 4\pi a^2$

+ Diện tích toàn phần $S_{tp} = S_{xq} + 2.S_{\text{đáy}} = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 6\pi a^2$

Câu 3: Cho hình trụ có các đáy là hai hình tròn tâm O và O' và có chiều cao bằng a . Trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm A sao cho AO' hợp với mặt phẳng đáy một góc 60° . Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần hình trụ theo a .

Lời giải



Do $OO' \perp mp(O)$

$\Rightarrow \text{góc}(AO', mp(O)) = \text{góc}(AO', AO) = \widehat{OAO'} = 60^\circ \Rightarrow \Delta OAO'$

là nửa tam giác đều $\Rightarrow r = AO = \frac{OO'}{\sqrt{3}} = \frac{a}{\sqrt{3}}$

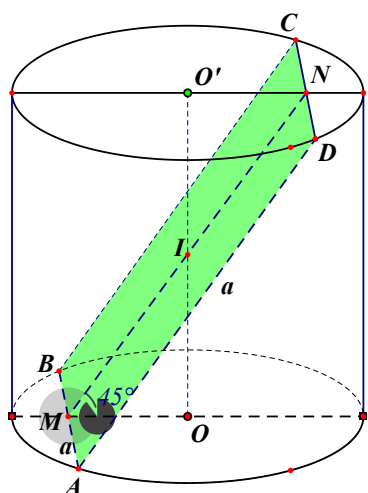
+ Diện tích xung quanh $S_{xq} = 2\pi rh = \frac{2\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$

+ Diện tích toàn phần

$$S_{tp} = S_{xq} + 2.S_{đáy} = 2\pi rh + 2\pi r^2 = \frac{2\pi a^2(\sqrt{3}+1)}{3}$$

Câu 4: Cho một hình trụ tròn xoay và hình vuông $ABCD$ cạnh a có hai đỉnh liên tiếp A, B nằm trên đường tròn đáy thứ nhất của hình trụ, hai đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy thứ hai của hình trụ. Mặt phẳng $(ABCD)$ tạo với đáy hình trụ góc 45° . Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần hình trụ theo a .

Lời giải



Gọi M, N trung điểm $AB, CD \Rightarrow MN$ là trục hình vuông $ABCD$ và MN qua trung điểm I của OO'
 $\text{góc}((ABCD), mp(O)) = \text{góc}(MI, MO) = \widehat{IMO} = 45^\circ$ góc

$$\Delta IOM \text{ vuông cân tại } O \Rightarrow OM = OI = \frac{MI}{\sqrt{2}} = \frac{a}{2\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow h = OO' = 2OI = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

ΔMOA vuông tại M

$$\Rightarrow r = OA = \sqrt{OM^2 + MA^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{4}$$

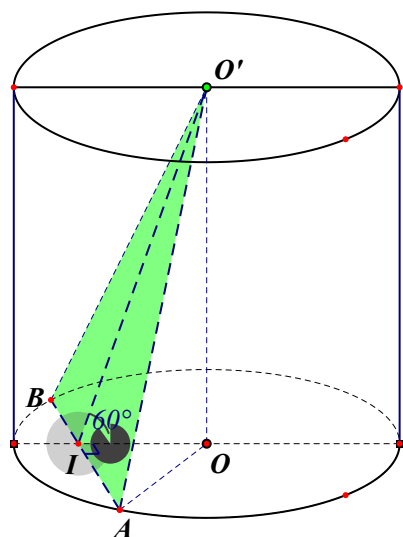
$$+ \text{Diện tích xung quanh } S_{xq} = 2\pi rh = \frac{\pi\sqrt{3}}{2}a^2$$

+ Diện tích toàn phần

$$S_{tp} = S_{xq} + 2.S_{đáy} = 2\pi rh + 2\pi r^2 = \frac{\pi\sqrt{3}}{2}a^2 + \frac{3\pi}{4}a^2 = \frac{(3+2\sqrt{3})\pi}{4}a^2$$

Câu 5: Cho hình trụ tròn xoay có hai đáy là hai hình tròn (O, R) và (O', R) . Biết rằng tồn tại dây cung AB của đường tròn (O) sao cho $\Delta O'AB$ đều và $mp(O'AB)$ hợp với mặt phẳng chứa đường tròn (O) một góc 60° . Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần hình trụ theo R .

Lời giải



Đặt số đo cạnh tam giác đều ABC là x .

Gọi I là trung điểm $AB \Rightarrow OI \perp AB, O'I \perp AB$

$$\text{góc}((O'AB), mp(O)) = \text{góc}(O'I, OI) = \widehat{O'IO} = 60^\circ$$

$$\Rightarrow OI = \frac{O'I}{2} = \frac{x\sqrt{3}}{4} \text{ và } h = OO' = O'I \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3x}{4}$$

$$\Delta AIO \text{ vuông tại } I \Rightarrow OI^2 + AI^2 = OA^2 \Leftrightarrow \left(\frac{x\sqrt{3}}{4}\right)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = R^2$$

$$\frac{7}{16}x^2 = R^2 \Leftrightarrow x = \frac{4\sqrt{7}}{7}R. \text{ Vậy } h = \frac{3x}{4} = \frac{3\sqrt{7}}{7}R$$

$$+ \text{Diện tích xung quanh } S_{xq} = 2\pi rh = \frac{6\sqrt{7}\pi R^2}{7}$$

+ Diện tích toàn phần

$$S_{tp} = S_{xq} + 2.S_{đáy} = 2\pi rh + 2\pi r^2 = \frac{6\sqrt{7}\pi R^2}{7} + 2\pi R^2 = \frac{(14 + 6\sqrt{7})\pi R^2}{7}$$

Câu 6: Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5cm$, chiều cao $h = 7cm$. Diện tích xung quanh của hình trụ này là

Lời giải

Ta có: $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi \cdot 5 \cdot 7 = 70\pi (cm^2)$.

Câu 7: Một hình trụ có bán kính đáy $r = a$, độ dài đường sinh $l = 2a$. Diện tích toàn phần của hình trụ này là

Lời giải

Ta có: $S_{tp} = S_{xq} + S_{2.d} = 2\pi rh + 2(\pi r^2) = 2\pi rl + 2\pi r^2 = 4a^2\pi + 2a^2\pi = 6a^2\pi$.

Câu 8: Quay hình vuông ABCD cạnh a xung quanh một cạnh. Thể tích của khối trụ được tạo thành là

Lời giải

Khi quay hình vuông cạnh a quanh 1 cạnh ta được khối trụ có $r = h = a$

Ta có: $V_{(T)} = S_d \cdot h = \pi r^2 h = \pi a^3$.

Câu 9: Khối trụ có chiều cao $h = 3cm$ và bán kính đáy $r = 2cm$ thì có thể tích bằng

Lời giải

Thể tích của khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 2^2 \cdot 3 = 12\pi$.

Câu 10: Bên trong một lon sữa hình trụ có đường kính đáy bằng chiều cao và bằng $1dm$. Thể tích thực của lon sữa đó bằng

Lời giải

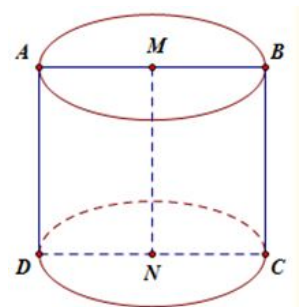
Thể tích thực của lon sữa hình trụ là $V = \pi r^2 h = \pi \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 1 = \frac{\pi}{4} (dm^3)$.

Câu 11: Cho hình vuông ABCD cạnh $8cm$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Quay hình vuông ABCD xung quanh MN . Diện tích xung quanh của hình trụ tạo thành là

Lời giải

Quay hình vuông ABCD xung quanh MN ta được hình trụ như hình vẽ.

Khi đó $r = \frac{AB}{2} = 4; h = AD = 8 \Rightarrow S_{xq} = 2\pi rh = 64\pi (cm^2)$



Câu 12: Một hình trụ (T) có diện tích toàn phần là $120\pi (cm^2)$ và có bán kính đáy bằng $6cm$. Chiều cao của (T) là

Lời giải

Ta có: $S_{tp} = S_{xq} + S_{2.d} = 2\pi rh + 2(\pi r^2) = 12\pi h + 72\pi = 120\pi \Rightarrow h = 4 (cm)$.

Câu 13: Một khối trụ (T) có thể tích bằng $81\pi (cm^3)$ và có đường sinh gấp ba lần bán kính đáy. Độ dài đường sinh của (T) là

Lời giải

Ta có: $V_{(T)} = S_d \cdot h = \pi r^2 h = \pi r^2 l = \pi \left(\frac{l}{3}\right)^2 l = 81\pi \Leftrightarrow l^3 = 729 \Leftrightarrow l = 9$.

Câu 14: Trong một chiếc hộp hình trụ người ta bỏ vào đó ba quả banh tennis, biết rằng đáy của hình trụ bằng hình tròn lớn trên quả banh và chiều cao của hình trụ bằng 3 lần đường kính của quả banh. Gọi S_1 là tổng diện tích của ba quả banh và S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

Lời giải

Gọi R là bán kính 1 quả banh $\Rightarrow$ Tổng diện tích 3 quả banh: $S_1 = 3 \times 4\pi R^2 = 12\pi R^2$

Chiếc hộp có bán kính đáy cũng bằng R và chiều cao bằng $h = 6R$

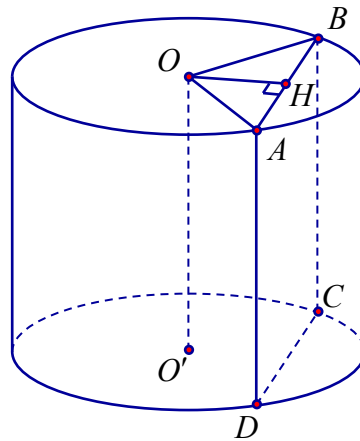
$\Rightarrow$ Diện tích xung quanh hình trụ $S_2 = 2\pi Rh = 12\pi R^2 \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = 1$.

Câu 15: Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5$ cm và khoảng cách giữa hai đáy $h = 7$ cm. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục 3 cm. Diện tích của thiết diện được tạo thành là:

Lời giải

Gọi O, O' là tâm của hai đáy của hình trụ và (P) là mặt phẳng song song với trục và cách trục OO' một khoảng 3 cm.

Mp (P) cắt hai hình tròn đáy $(O), (O')$ theo hai dây cung lần lượt là AB, CD và cắt mặt xung quanh theo hai đường sinh là AD, BC . Khi đó $ABCD$ là hình chữ nhật.



Gọi H là trung điểm của AB . Ta có $OH \perp AB; OH \perp AD \Rightarrow OH \perp (ABCD)$

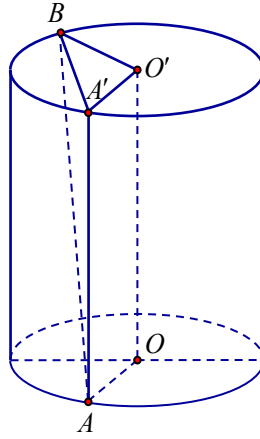
$\Rightarrow d(OO', (P)) = d(O, (ABCD)) = OH = 3$ cm.

Khi đó: $AB = 2AH = 2\sqrt{OA^2 - OH^2} = 2\sqrt{5^2 - 3^2} = 8$; $AD = OO' = h = 7$ cm.

Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là: $S_{ABCD} = AB \cdot AD = 56$ (cm²).

Câu 16: Cho hình trụ có hai đáy là các hình tròn $(O), (O')$ bán kính bằng a , chiều cao hình trụ gấp hai lần bán kính đáy. Các điểm A, B tương ứng nằm trên hai đường tròn $(O), (O')$ sao cho $AB = a\sqrt{6}$. Tính thể tích khối tứ diện $ABOO'$ theo a .

Lời giải



Ta có $OO' = 2a$, $A'B = \sqrt{AB^2 - AA'^2} = \sqrt{6a^2 - 4a^2} = a\sqrt{2}$.

Do đó $A'B^2 = O'B^2 + O'A'^2 = 2a^2$ nên tam giác $O'A'B$ vuông cân tại O' hay $O'A' \perp O'B$
 $\Rightarrow OA \perp O'B$.

Khi đó $V_{OO'AB} = \frac{1}{6} OA.O'B.d(OA, O'B). \sin(OA, O'B) = \frac{1}{6} a.a.2a. \sin 90^\circ = \frac{a^3}{3}$.

MẶT CẦU



LÝ THUYẾT.

1. Định nghĩa

Tập hợp các điểm M trong không gian cách điểm O cố định một khoảng R gọi là mặt cầu tâm O , bán kính R , kí hiệu là: $S(O; R)$. Khi đó $S(O; R) = \{M \mid OM = R\}$

2. Vị trí tương đối của một điểm đối với mặt cầu

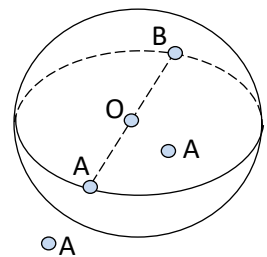
Cho mặt cầu $S(O; R)$ và một điểm A bất kì, khi đó:

□ Nếu $OA = R \Leftrightarrow A \in S(O; R)$. Khi đó OA gọi là bán kính mặt cầu. Nếu OA và OB là hai bán kính sao cho $\overrightarrow{OA} = -\overrightarrow{OB}$ thì đoạn thẳng AB gọi là một đường kính của mặt cầu.

□ Nếu $OA < R \Leftrightarrow A$ nằm trong mặt cầu.

□ Nếu $OA > R \Leftrightarrow A$ nằm ngoài mặt cầu.

$\Rightarrow$ Khối cầu $S(O; R)$ là tập hợp tất cả các điểm M sao cho $OM \leq R$



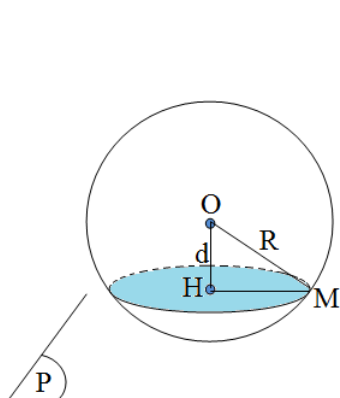
3. Vị trí tương đối của mặt phẳng và mặt cầu

Cho mặt cầu $S(O; R)$ và một $mp(P)$. Gọi d là khoảng cách từ tâm O của mặt cầu đến $mp(P)$ và H là hình chiếu của O trên $mp(P) \Rightarrow d = OH$.

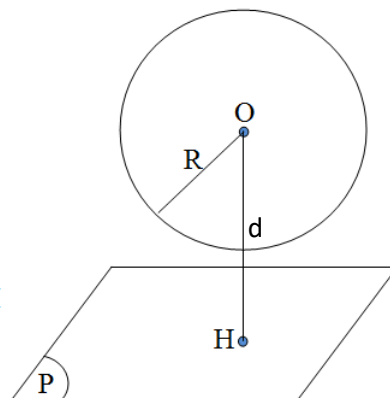
□ Nếu $d < R \Leftrightarrow mp(P)$ cắt mặt cầu $S(O; R)$ theo giao tuyến là đường tròn nằm trên $mp(P)$ có tâm là H và bán kính $r = HM = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{R^2 - OH^2}$ (hình a).

□ Nếu $d > R \Leftrightarrow mp(P)$ không cắt mặt cầu $S(O; R)$ (hình b).

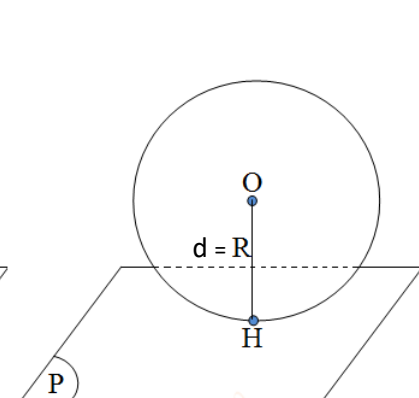
□ Nếu $d = R \Leftrightarrow mp(P)$ có một điểm chung duy nhất. Ta nói mặt cầu $S(O; R)$ tiếp xúc $mp(P)$. Do đó, điều kiện cần và đủ để $mp(P)$ tiếp xúc với mặt cầu $S(O; R)$ là $d(O, (P)) = R$ (hình c).



Hình a



Hình b



Hình c

4. Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt cầu

Cho mặt cầu $S(O; R)$ và một đường thẳng Δ . Gọi H là hình chiếu của O trên đường thẳng Δ và $d = OH$ là khoảng cách từ tâm O của mặt cầu đến đường thẳng Δ . Khi đó:

- ☐ Nếu $d > R \Leftrightarrow \Delta$ không cắt mặt cầu $S(O; R)$.
- ☐ Nếu $d < R \Leftrightarrow \Delta$ cắt mặt cầu $S(O; R)$ tại hai điểm phân biệt.
- ☐ Nếu $d = R \Leftrightarrow \Delta$ và mặt cầu tiếp xúc nhau (tại một điểm duy nhất). Do đó: điều kiện cần và đủ để đường thẳng Δ tiếp xúc với mặt cầu là $d = d(O, \Delta) = R$.

Định lý: Nếu điểm A nằm ngoài mặt cầu $S(O; R)$ thì:

- ☐ Qua A có vô số tiếp tuyến với mặt cầu $S(O; R)$.
- ☐ Độ dài đoạn thẳng nối A với các tiếp điểm đều bằng nhau.
- ☐ Tập hợp các điểm này là một đường tròn nằm trên mặt cầu $S(O; R)$.

5. Diện tích và thể tích mặt cầu

- Diện tích mặt cầu: $S_C = 4\pi R^2$.
- Thể tích mặt cầu: $V_C = \frac{4}{3}\pi R^3$.

II HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

I. Mặt cầu ngoại tiếp khối đa diện

1. Các khái niệm cơ bản

- ☐ **Trục của đa giác đáy:** là đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp của đa giác đáy và vuông góc với mặt phẳng chứa đa giác đáy.
 $\Rightarrow$ Bất kì một điểm nào nằm trên trục của đa giác thì cách đều các đỉnh của đa giác đó.
- ☐ **Đường trung trực của đoạn thẳng:** là đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng và vuông góc với đoạn thẳng đó.
 $\Rightarrow$ Bất kì một điểm nào nằm trên đường trung trực thì cách đều hai đầu mút của đoạn thẳng.
- ☐ **Mặt trung trực của đoạn thẳng:** là mặt phẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng và vuông góc với đoạn thẳng đó.
 $\Rightarrow$ Bất kì một điểm nào nằm trên mặt trung trực thì cách đều hai đầu mút của đoạn thẳng.

2. Tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp

- ☐ **Tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp:** là điểm cách đều các đỉnh của hình chóp. Hay nói cách khác, nó chính là giao điểm I của trục đường tròn ngoại tiếp mặt phẳng đáy và mặt phẳng trung trực của một cạnh bên hình chóp.
- ☐ **Bán kính:** là khoảng cách từ I đến các đỉnh của hình chóp.

3. Cách xác định tâm và bán kính mặt cầu của một số hình đa diện cơ bản

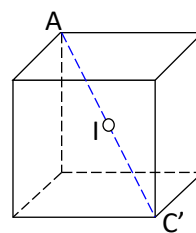
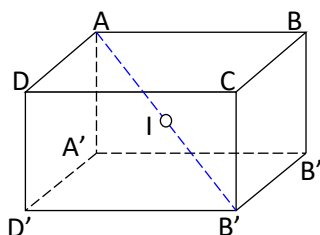
a/ Hình hộp chữ nhật, hình lập phương.

- **Tâm:** trùng với tâm đối xứng của hình hộp chữ nhật (hình lập phương).

$\Rightarrow$ Tâm là I , là trung điểm của AC' .

- **Bán kính:** bằng nửa độ dài đường chéo hình hộp chữ nhật (hình lập phương).

$\Rightarrow$ Bán kính: $R = \frac{AC'}{2}$.



b/ Hình lăng trụ đứng có đáy nội tiếp đường tròn.

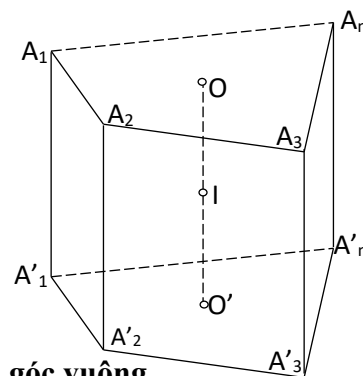
Xét hình lăng trụ đứng $A_1A_2A_3...A_n.A'_1A'_2A'_3...A'_n$, trong đó có 2 đáy

$A_1A_2A_3...A_n$ và $A'_1A'_2A'_3...A'_n$ nội tiếp đường tròn (O) và (O') . Lúc đó,

mặt cầu nội tiếp hình lăng trụ đứng có:

- **Tâm:** I với I là trung điểm của OO' .

- **Bán kính:** $R = IA_1 = IA_2 = ... = IA'_n$.



c/ Hình chóp có các đỉnh nhìn đoạn thẳng nối 2 đỉnh còn lại dưới 1 góc vuông.

- Hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{SAC} = \widehat{SBC} = 90^\circ$.

+ Tâm: I là trung điểm của SC .

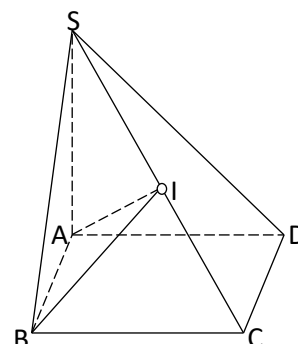
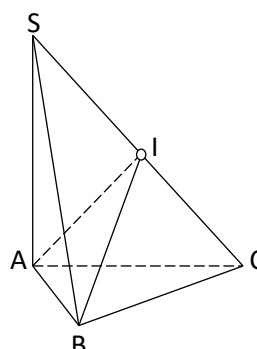
+ Bán kính: $R = \frac{SC}{2} = IA = IB = IC$.

- Hình chóp $S.ABCD$ có

$\widehat{SAC} = \widehat{SBC} = \widehat{SDC} = 90^\circ$.

+ Tâm: I là trung điểm của SC .

+ Bán kính: $R = \frac{SC}{2} = IA = IB = IC = ID$.



d/ Hình chóp đều.

Cho hình chóp đều $S.ABC...$

- Gọi O là tâm của đáy $\Rightarrow SO$ là trục của đáy.

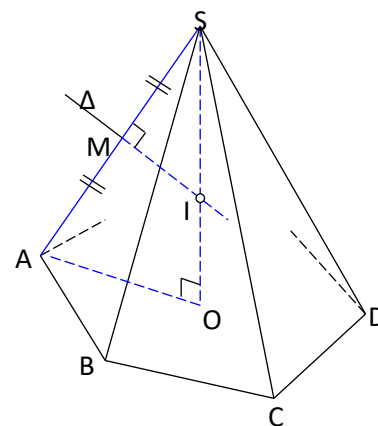
- Trong mặt phẳng xác định bởi SO và một cạnh bên, chẳng hạn như $mp(SAO)$, ta vẽ đường trung trực của cạnh SA

là Δ cắt SA tại M và cắt SO tại $I \Rightarrow I$ là tâm của mặt cầu.

- Bán kính:

Ta có: $\triangle SMI \sim \triangle SOA \Rightarrow \frac{SM}{SO} = \frac{SI}{SA} \Rightarrow$ Bán kính là:

$$R = IS = \frac{SM \cdot SA}{SO} = \frac{SA^2}{2SO} = IA = IB = IC = \dots$$



e/ Hình chóp có cạnh bên vuông góc với mặt phẳng đáy.

Cho hình chóp $S.ABC\dots$ có cạnh bên $SA \perp$ đáy $(ABC\dots)$ và đáy $ABC\dots$ nội tiếp được trong đường tròn tâm O . Tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC\dots$ được xác định như sau:

- Từ tâm O ngoại tiếp của đường tròn đáy, ta vẽ đường thẳng d vuông góc với $mp(ABC\dots)$ tại O .
- Trong $mp(d, SA)$, ta dựng đường trung trực Δ của cạnh SA , cắt SA tại M , cắt d tại I .
 $\Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp

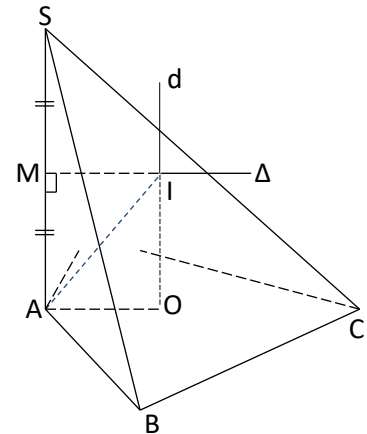
và bán kính $R = IA = IB = IC = IS = \dots$

- Tìm bán kính:

Ta có: $MIOB$ là hình chữ nhật.

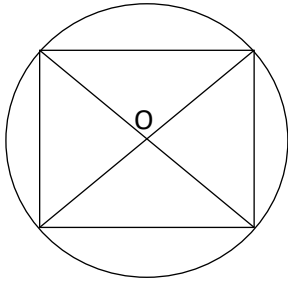
Xét $\triangle MAI$ vuông tại M có:

$$R = AI = \sqrt{MI^2 + MA^2} = \sqrt{AO^2 + \left(\frac{SA}{2}\right)^2}.$$

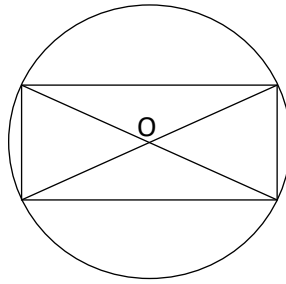


f/ Hình chóp khác.

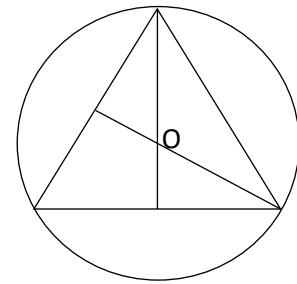
- Dựng trục Δ của đáy.
- Dựng mặt phẳng trung trực (α) của một cạnh bên bất kì.
- $(\alpha) \cap \Delta = I \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.
- Bán kính: khoảng cách từ I đến các đỉnh của hình chóp.



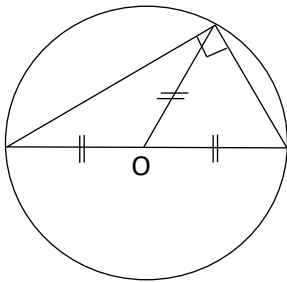
Hình vuông: O là giao điểm 2 đường chéo.



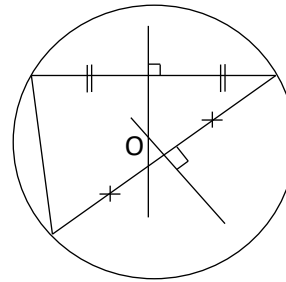
Hình chữ nhật: O là giao điểm của hai đường chéo.



Δ đều: O là giao điểm của 2 đường trung tuyến (trọng tâm).



Δ vuông: O là trung điểm của cạnh huyền.



Δ thường: O là giao điểm của hai đường trung trực của hai cạnh Δ .

g/ Đường tròn ngoại tiếp một số đa giác thường gặp.

Khi xác định tâm mặt cầu, ta cần xác định trục của mặt phẳng đáy, đó chính là đường thẳng vuông góc với mặt phẳng đáy tại tâm O của đường tròn ngoại tiếp đáy. Do đó, việc xác định tâm ngoại O là yếu tố rất quan trọng của bài toán.

II. KỸ THUẬT XÁC ĐỊNH MẶT CẦU NGOẠI TIẾP HÌNH CHÓP.

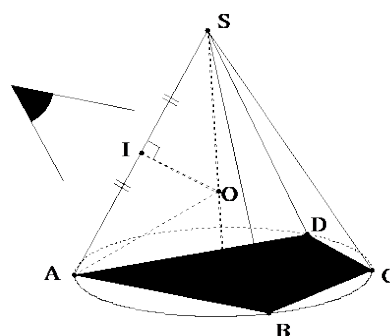
Cho hình chóp $S.A_1A_2...A_n$ (thỏa mãn điều kiện tồn tại mặt cầu ngoại tiếp). Thông thường, để xác định mặt cầu ngoại tiếp hình chóp ta thực hiện theo hai bước:

Bước 1: Xác định tâm của đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy. Dựng Δ : trục đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy.

Bước 2: Lập mặt phẳng trung trực (α) của một cạnh bên.

Lúc đó : - Tâm O của mặt cầu: $\Delta \cap mp(\alpha) = \{O\}$

- Bán kính: $R = SA (= SO)$. Tùy vào từng trường hợp.

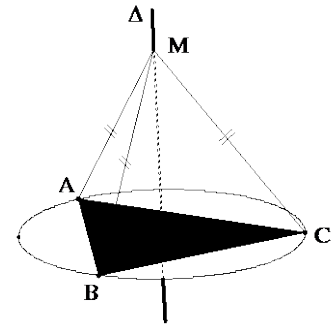


Lưu ý: Kỹ năng xác định trục đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy.

1. Trục đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy: là đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp đáy và vuông góc với mặt phẳng đáy.

Tính chất: $\forall M \in \Delta: MA = MB = MC$

Suy ra: $MA = MB = MC \Leftrightarrow M \in \Delta$



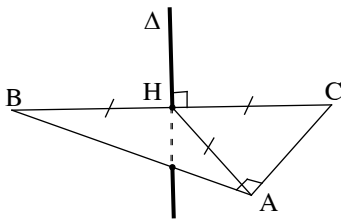
2. Các bước xác định trục:

- Bước 1: Xác định tâm H của đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy.

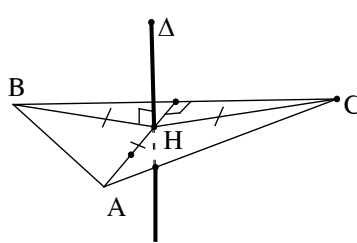
- Bước 2: Qua H dựng Δ vuông góc với mặt phẳng đáy.

VD: Một số trường hợp đặc biệt

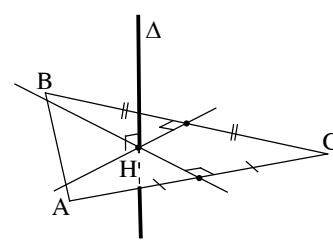
A. Tam giác vuông



B. Tam giác đều

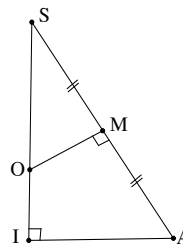


C. Tam giác bất kì



Lưu ý: Kỹ năng tam giác đồng dạng

ΔSMO đồng dạng với



$$\Delta SIA \Rightarrow \frac{SO}{SA} = \frac{SM}{SI}.$$

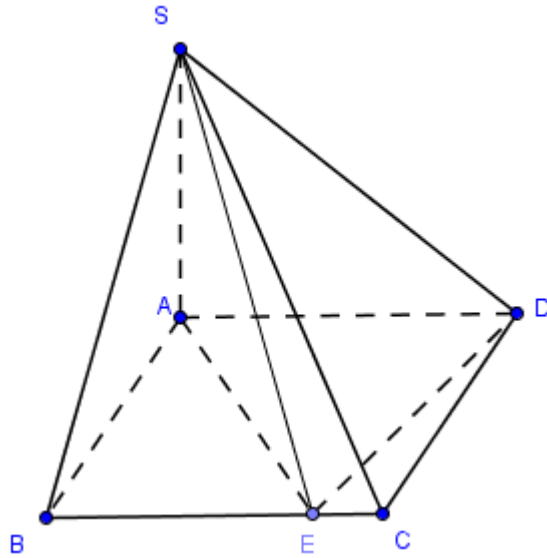
Nhận xét quan trọng:

$$\exists M, S: \begin{cases} MA = MB = MC \\ SA = SB = SC \end{cases} \Rightarrow SM \text{ là trục đường tròn ngoại tiếp } \Delta ABC.$$

Tìm tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, SA vuông góc với đáy, $SA = a$, $AD = 5a$, $AB = 2a$. Điểm E thuộc cạnh BC sao cho $CE = a$. Tính theo a bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SAED$.

Lời giải



Ta có $AE^2 = AB^2 + BE^2 = 4a^2 + (4a)^2 = 20a^2$, $DE^2 = DC^2 + CE^2 = 4a^2 + a^2 = 5a^2$.

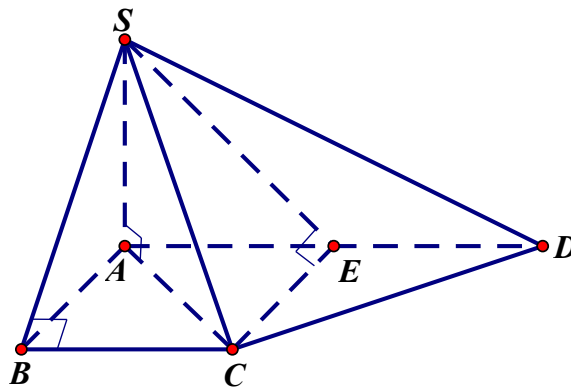
Do đó $AE^2 + DE^2 = AD^2 = 25a^2$, suy ra tam giác AED vuông ở

E . Suy ra $ED \perp (SAE) \Rightarrow ED \perp SE$. Vậy A và E đều nhìn SD dưới một góc vuông. Do đó

mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SAED$ có bán kính là $R = \frac{SD}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{SA^2 + AD^2} = \frac{a\sqrt{26}}{2}$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A, B . Biết $SA \perp (ABCD)$, $AB = BC = a$, $AD = 2a$, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm của AD . Tính bán kính mặt cầu đi qua các điểm S, A, B, C, E .

Lời giải



* Do $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC \Rightarrow \widehat{SAC} = 90^\circ$.

* Do $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SC \Rightarrow \widehat{SBC} = 90^\circ$.

* Do $CE \parallel AB \Rightarrow CE \perp (SAD) \Rightarrow CE \perp SE \Rightarrow \widehat{SEC} = 90^\circ$.

Suy ra các điểm A, B, E cùng nhìn đoạn SC dưới một góc vuông nên mặt cầu đi qua các điểm S, A, B, C, E là mặt cầu đường kính SC .

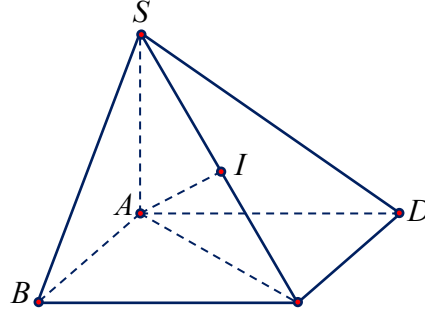
Bán kính mặt cầu đi qua các điểm S, A, B, C, E là: $R = \frac{SC}{2}$.

Xét tam giác SAC vuông tại A ta có: $AC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2} \Rightarrow SC = AC\sqrt{2} = 2a$

$$\Rightarrow R = \frac{SC}{2} = a.$$

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với độ dài đường chéo bằng $\sqrt{2}a$, cạnh SA có độ dài bằng $2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Lời giải



Ta có $SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp AC$ hay ΔSAC vuông tại A và $SA \perp BC$, $SA \perp CD$.

+ $BC \perp AB$ nên $BC \perp SB$ hay ΔSBC vuông tại B ;

+ $CD \perp AD$ nên $CD \perp SD$ hay ΔSCD vuông tại D ;

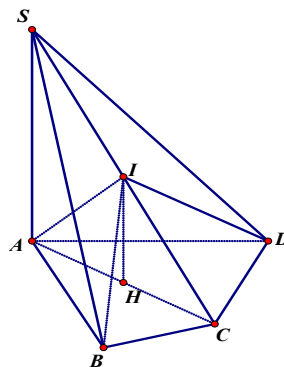
Khi đó ΔSAC , ΔSBC , ΔSCD cùng nhìn cạnh huyền SC dưới một góc vuông nên các đỉnh S , A , B , C , D cùng nằm trên mặt cầu đường kính SC .

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là:

$$R = \frac{1}{2}SC = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AC^2} = \frac{1}{2}\sqrt{4a^2 + 2a^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với $(ABCD)$, góc tạo bởi SC và đáy $ABCD$ bằng 60° , $CD = a$ và tam giác ADC có diện tích bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. Tính diện tích mặt cầu S_{mc} ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Lời giải



Giả thiết: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow AC$ là hình chiếu của SC lên $(ABCD)$.

Do đó: $(\widehat{SC, (ABCD)}) = (\widehat{SC, AC}) = \widehat{SCA} = 60^\circ$.

Xét tam giác ADC vuông tại D , diện tích $S_{\Delta ADC} = \frac{1}{2}AD.DC = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow AD = a\sqrt{3}$.

Khi đó: $AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + a^2} = 2a$.

ΔSAC vuông tại A , ta có: $\tan \widehat{SAC} = \frac{SA}{AC} \Rightarrow SA = AC \cdot \tan 60^\circ = 2a\sqrt{3}$.

Gọi I là trung điểm SC (1), H là trung điểm AC .

Khi đó $IH \parallel SA \Rightarrow IH \perp (ABCD)$.

Tứ giác $ABCD$ có $\widehat{D} = \widehat{B} = 90^\circ$, H là trung điểm AC nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABCD$. Suy ra $IA = IB = IC = ID$ (2).

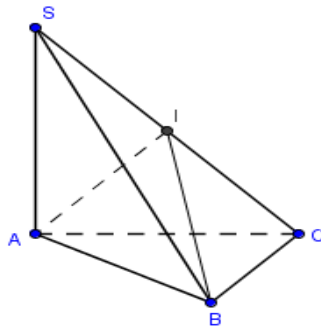
Từ (1) và (2) suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Bán kính mặt cầu: $R = \frac{1}{2}SC = \frac{1}{2}\sqrt{4a^2 + 12a^2} = 2a$.

Diện tích mặt cầu: $S = 4\pi R^2 = 16\pi a^2$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B , SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . $SA = 5$, $AB = 3$, $BC = 4$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Lời giải

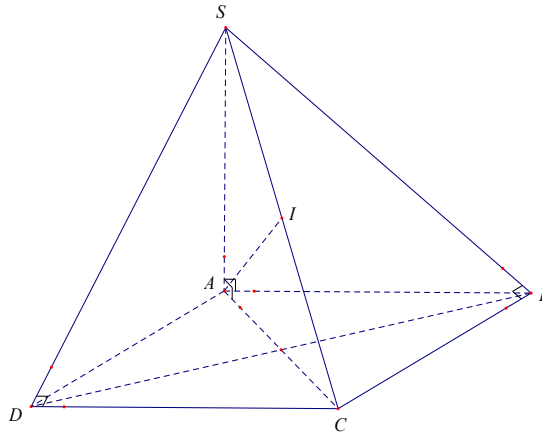


Ta có $BC \perp SA$ và $BC \perp AB$ nên $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$. Vậy hai điểm A, B cùng nhìn cạnh SC dưới một góc vuông. Điều đó chứng tỏ SC là đường kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Do đó bán kính

$$R = \frac{SC}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AC^2} = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AB^2 + BC^2} = \frac{1}{2}\sqrt{5^2 + 3^2 + 4^2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ theo a .

Lời giải



Ta chứng minh được các tam giác SBC , SAC và SCD là các tam giác vuông lần lượt tại B, A, D .

Suy ra các điểm B, A, D nhìn cạnh SC dưới một góc vuông.

Gọi I là trung điểm $SC \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

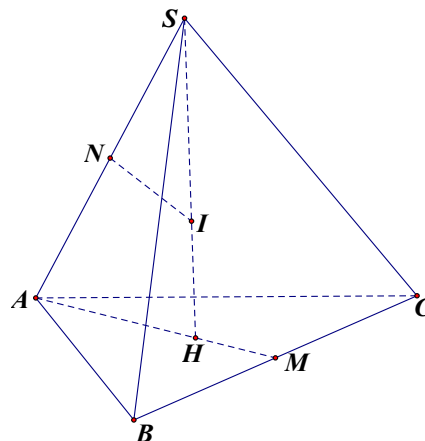
Khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là:

$$R = AI = \frac{1}{2} \sqrt{SA^2 + AC^2} = \frac{1}{2} \sqrt{(a\sqrt{2})^2 + (a\sqrt{2})^2} = a.$$

Vậy thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là: $V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi a^3 = \frac{4\pi a^3}{3}$.

Câu 7: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và mỗi cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$. Khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là:

Lời giải



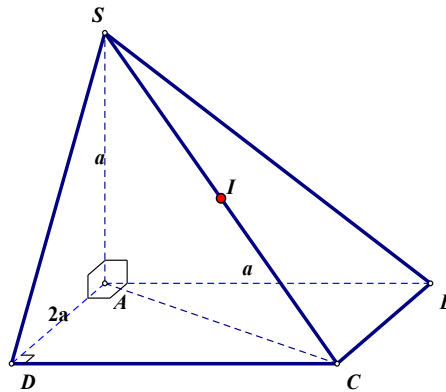
Gọi H là trọng tâm tam giác đều ABC , khi đó $SH \perp (ABC)$ và là trục đường tròn ngoại tiếp mặt đáy.

Gọi N là trung điểm SA , mặt phẳng trung trực của cạnh SA cắt SH tại I . Khi đó $IS = IA = IB = IC$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

$$\text{Bán kính mặt cầu là } R = SI = \frac{SN \cdot SA}{SH} = \frac{\frac{1}{2} SA^2}{\sqrt{SA^2 - AH^2}} = \frac{1}{2} \frac{(a\sqrt{2})^2}{\sqrt{(a\sqrt{2})^2 - \left(\frac{2}{3} \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{15}}{5}.$$

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật. Biết $SA = AB = a$, $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Lời giải



Dễ thấy $\widehat{SAC} = \widehat{SBC} = \widehat{SDC} = 90^\circ$. Suy ra mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ có đường kính là cạnh $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = a\sqrt{6}$. Vậy bán kính $R = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 9: Cho khối tứ diện $OABC$ với OA , OB , OC từng đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = 6$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$.

Lời giải

Gọi M là trung điểm của BC , do tam giác OBC vuông tại O nên M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OBC .

Qua M dựng đường thẳng d song song với OA khi đó d là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác OBC . Gọi Δ là đường trung trực của cạnh OA và I là giao điểm của Δ và d . Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$.

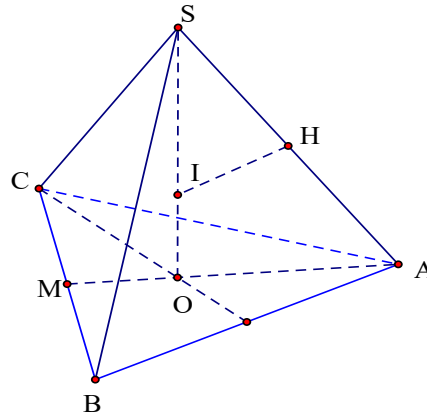
$$\text{Ta có } OM = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \sqrt{OB^2 + OC^2} = 3\sqrt{2}; \quad ON = IM = \frac{1}{2} OA = 3.$$

$$\text{Tam giác } OMI \text{ vuông tại } M \text{ nên } IM = \sqrt{OM^2 + IM^2} = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 + 3^2} = 3\sqrt{3}.$$

Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là $R = 3\sqrt{3}$.

Câu 10: Tính theo a bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp tam giác đều $S.ABC$, biết các cạnh đáy có độ dài bằng a , cạnh bên $SA = a\sqrt{3}$.

Lời giải



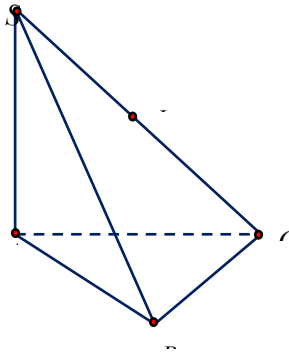
Gọi H là trung điểm của SA . Trong mặt phẳng (SAO) kẻ đường thẳng qua H và vuông góc với SA cắt SO tại I . Khi đó $IS = IA = IB = IC$.

$$\text{Ta có: } AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}; AO = \frac{a\sqrt{3}}{3}; SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \frac{2\sqrt{6}a}{3}$$

$$\text{Do } \triangle SHI \sim \triangle SOA \text{ ta có: } \frac{SI}{SA} = \frac{SH}{SO} \Rightarrow SI = \frac{SH \cdot SA}{SO} = \frac{3\sqrt{6}a}{8}.$$

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BA = BC = a$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$ là:

Lời giải



Gọi I là trung điểm cạnh SC .

$$SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AC \Rightarrow \triangle SAC \text{ vuông tại } A. \text{ Suy ra: } IA = IC = IS.$$

$$SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC \text{ và } BC \perp AB \text{ (do } \triangle ABC \text{ vuông tại } B).$$

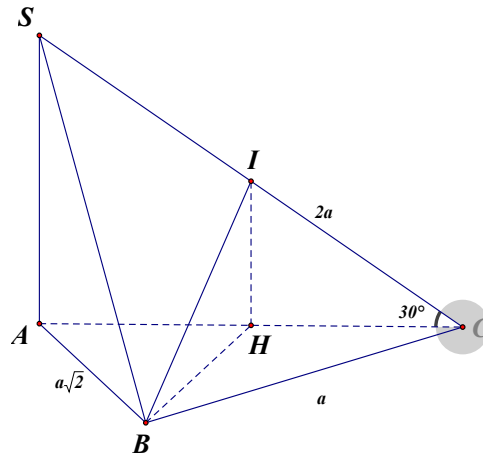
$$\text{Suy ra: } BC \perp (SAB) \text{ nên } BC \perp SB \Rightarrow \triangle SBC \text{ vuông tại } B. \text{ Do đó } IB = IC = IS.$$

Vậy I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

$$\text{Khi đó } R = IS = \frac{1}{2}SC = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AC^2} = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AB^2 + BC^2} = \frac{1}{2}\sqrt{4a^2 + a^2 + a^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với đáy, $AB = a\sqrt{2}$, $BC = a$, $SC = 2a$ và $\widehat{SCA} = 30^\circ$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$.

Lời giải



Ta có:

- $AC = SC \cdot \cos 30^\circ = a\sqrt{3}$.
- $AB^2 + BC^2 = 2a^2 + a^2 = 3a^2 = AC^2 \Rightarrow \Delta ABC$ là tam giác vuông ở B .

Gọi H, I lần lượt là trung điểm của AC, SC . Khi đó ta có:

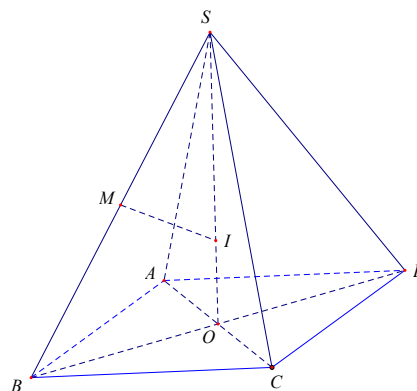
- H là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC .
- $IH \perp (ABC)$.

Do đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $SABC$. Suy ra $R = \frac{1}{2}SC = a$.

Vậy $R = a$.

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABCD$ đều có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên hợp với đáy một góc bằng 60° . Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$. Tính thể tích V của khối cầu (S) .

Lời giải



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Do $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$ hay SO là trục của đường tròn ngoại tiếp đáy.

Trong mặt phẳng (SBO) kẻ đường trung trực Δ của cạnh SB và gọi $I = \Delta \cap SO$ khi đó ta có I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Theo giả thiết ta có $S.ABCD$ là hình chóp đều và góc giữa cạnh bên với mặt phẳng đáy bằng 60° nên $\widehat{SBO} = 60^\circ$.

Ta có $\triangle SMI \sim \triangle SOB$ nên $\frac{SM}{SO} = \frac{SI}{SB} \Leftrightarrow SI = \frac{SM \cdot SB}{SO}$.

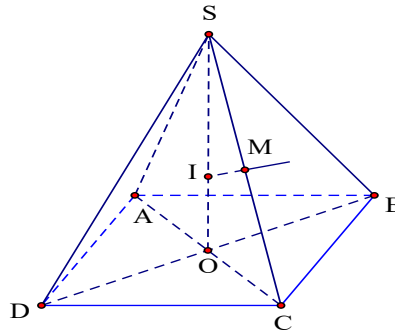
Với $SO = OB \tan 60^\circ \Leftrightarrow SO = \frac{a\sqrt{6}}{3}$; $SB = OB \cos 60^\circ \Leftrightarrow SB = a\sqrt{2}$; $SM = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Vậy $SI = \frac{SM \cdot SB}{SO} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^3 = \frac{8\sqrt{6}\pi a^3}{27}$.

Câu 14: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy $2a$ và cạnh bên $a\sqrt{6}$. Tính diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Lời giải



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, M là trung điểm của SC . Trong mặt phẳng (SOC) dựng đường thẳng qua M và vuông góc với SC cắt SO tại I . Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ và bán kính $r = SI$.

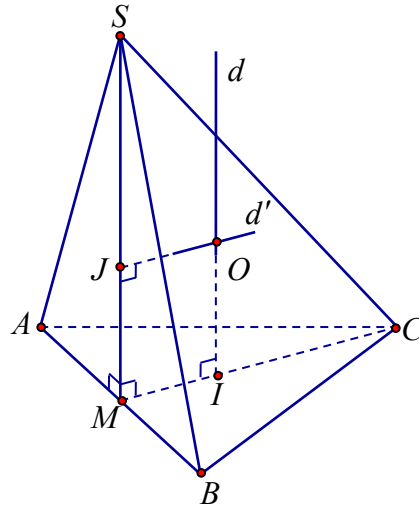
Xét tam giác vuông ABC ta có: $AC = 2\sqrt{2}a$.

Xét tam giác vuông SOC ta có: $SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = 2a$.

Xét $\triangle SMI \sim \triangle SOC$ ta có: $\frac{SM}{SO} = \frac{SI}{SC} \Rightarrow SI = \frac{SM \cdot SC}{SO} = \frac{3a}{2}$.

Vậy diện tích mặt cầu cần tìm là $S = 4\pi \left(\frac{3a}{2}\right)^2 = 9\pi a^2$.

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh 1, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.



Gọi M là trung điểm của AB . Vì $\triangle SAB$ đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy nên $SM \perp (ABC)$. Gọi I là trọng tâm $\triangle ABC$. Vì $\triangle ABC$ đều nên I là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$. Dựng đường thẳng d đi qua I và vuông góc với $mp(ABC)$.

Gọi J là tâm là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle SAB$. Dựng đường thẳng d' đi qua J và vuông góc với $mp(SAB)$.

Gọi O là giao điểm của d và d' . Khi đó O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ với $r = OC$.

Do $\triangle SAB$ và $\triangle ABC$ là những tam giác đều cạnh bằng 1 nên ta có:

$$JM = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{6}; IC = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

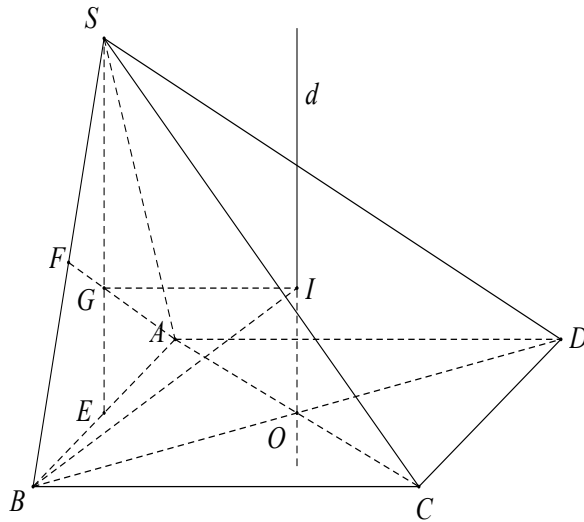
$$\text{Xét } \triangle OIC \text{ vuông tại } I \text{ ta có: } OC = \sqrt{IC^2 + IO^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2} = \frac{\sqrt{15}}{6}.$$

Vậy thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho là:

$$V = \frac{4}{3} \left(\frac{\sqrt{15}}{6} \right)^3 \pi = \frac{5\sqrt{15}\pi}{54}.$$

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB = 3$, $AD = 2$. Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

Lời giải



Gọi E là trung điểm AB

Dễ thấy $SE \perp (ABCD)$.

Dựng trục d qua O và song song với SE .

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Đường thẳng đi qua G vuông góc với mặt phẳng (ABC) cắt d tại I . I là tâm khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

$$\text{Ta có } SE = \frac{3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SG = \frac{2}{3}SE = \sqrt{3}.$$

$$GI = EO = \frac{1}{2}AD = 1.$$

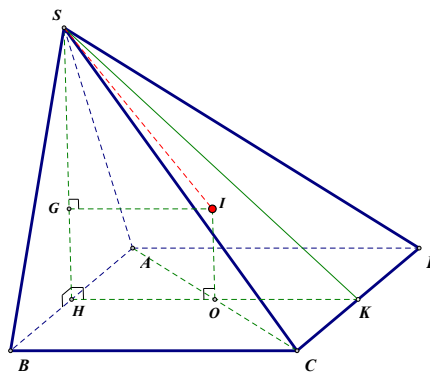
$$R = SI = \sqrt{SG^2 + GI^2} = \sqrt{4} = 2.$$

Suy ra thể tích khối cầu ngoại tiếp là:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 8 = \frac{32\pi}{3}.$$

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp khối chóp $SABCD$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm của AB , suy ra $AH \perp (ABCD)$.

Gọi G là trọng tâm tam giác $\triangle SAB$ và O là tâm hình vuông $ABCD$.

Từ G kẻ $GI \parallel HO$ suy ra GI là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác $\triangle SAB$ và từ O kẻ $OI \parallel SH$ thì OI là trục đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$.

Ta có hai đường này cùng nằm trong mặt phẳng và cắt nhau tại I .

Suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

$$R = SI = \sqrt{SG^2 + GI^2} = \frac{a\sqrt{21}}{6}.$$

Suy ra thể tích khối cầu ngoại tiếp khối chóp $SABCD$ là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{7\sqrt{21}}{54}\pi a^3$.



MẶT TRÒN XOAY NÓN – TRỤ – CẦU

MẶT TRÒN XOAY – NÓN – TRỤ – CẦU



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRÍCH TỪ ĐỀ THAM KHẢO VÀ ĐỀ CHÍNH THỨC CỦA BỘ GIÁO DỤC TỪ NĂM 2017 ĐẾN NAY

- Câu 1:** (MĐ 103-2022) Cho khối nón có diện tích đáy $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích của khối nón đã cho bằng
- A. $3a^3$. B. $6a^3$. C. $2a^3$. D. $\frac{2}{3}a^3$.
- Câu 2:** (MĐ 104-2022) Cho khối nón có diện tích đáy $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích của khối nón đã cho bằng
- A. $3a^3$. B. $6a^3$. C. $2a^3$. D. $\frac{2}{3}a^3$.
- Câu 3:** (MĐ 101-2022) Cho tam giác OIM vuông tại I có $OI = 3$ và $IM = 4$. Khi quay tam giác OIM xung quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OIM tạo thành hình nón có độ dài đường sinh bằng
- A. 7. B. 3. C. 5. D. 4.
- Câu 4:** (MĐ 102-2022) Cho tam giác OIM vuông tại I có $OI = 3$ và $IM = 4$. Khi quay tam giác OIM xung quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành hình nón có độ dài đường sinh bằng
- A. 4. B. 3. C. 5. D. 7.
- Câu 5:** (MĐ 101-2022) Cho hình trụ có chiều cao $h = 1$ và bán kính đáy $r = 2$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng
- A. 4π . B. 2π . C. 3π . D. 6π .
- Câu 6:** (MĐ 102-2022) Cho hình trụ có chiều cao $h = 1$ và bán kính đáy $r = 2$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng
- A. 3π . B. 4π . C. 2π . D. 6π .
- Câu 7:** (MĐ 103-2022) Cho điểm M nằm ngoài mặt cầu $S(O; R)$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. $OM \leq R$. B. $OM > R$. C. $OM = R$. D. $OM < R$.
- Câu 8:** (MĐ 104-2022) Cho điểm M nằm ngoài mặt cầu $S(O; R)$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $OM < R$. B. $OM = R$. C. $OM > R$. D. $OM \leq R$.
- Câu 9:** (MĐ 101-2022) Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 120° và có chiều cao bằng 4. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Diện tích của (S) bằng
- A. 64π . B. 256π . C. 192π . D. 96π .
- Câu 10:** (MĐ 102-2022) Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 120° và chiều cao bằng 1. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Diện tích của (S) bằng
- A. 16π . B. 12π . C. 4π . D. 48π .

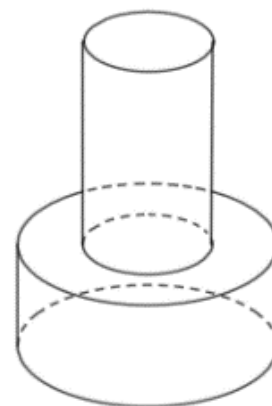
- Câu 11: (MĐ 103-2022)** Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 120° và chiều cao bằng 3. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Diện tích của (S) bằng
- A. 144π . B. 108π . C. 48π . D. 96π .
- Câu 12: (MĐ 104-2022)** Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 120° và chiều cao bằng 2. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Diện tích của (S) bằng
- A. $\frac{16\pi}{3}$. B. $\frac{64\pi}{3}$. C. 64π . D. 48π .
- Câu 13: (Đề Minh Họa 2020 Lần 1)** Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng
- A. $4\pi rl$. B. $2\pi rl$. C. πrl . D. $\frac{1}{3}\pi rl$.
- Câu 14: (Mã 102 - 2020 Lần 2)** Cho hình nón có bán kính đáy $r = 2$ và độ dài đường sinh $l = 7$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng
- A. 28π . B. 14π . C. $\frac{14\pi}{3}$. D. $\frac{98\pi}{3}$.
- Câu 15: (Mã 101 - 2020 Lần 2)** Cho hình nón có bán kính đáy $r = 2$ và độ dài đường sinh $l = 5$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng
- A. 20π . B. $\frac{20\pi}{3}$. C. 10π . D. $\frac{10\pi}{3}$.
- Câu 16: (Mã 104 - 2020 Lần 2)** Cho hình nón có bán kính đáy $r = 2$ và độ dài đường sinh $l = 7$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng
- A. $\frac{28\pi}{3}$. B. 14π . C. 28π . D. $\frac{14\pi}{3}$.
- Câu 17: (Mã 104 2017)** Cho hình nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l = 4$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đã cho.
- A. $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$ B. $S_{xq} = 12\pi$ C. $S_{xq} = 4\sqrt{3}\pi$ D. $S_{xq} = \sqrt{39}\pi$
- Câu 18: (Đề Tham Khảo 2017)** Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Tính độ dài đường sinh l của hình nón đã cho.
- A. $l = 3a$. B. $l = 2\sqrt{2}a$. C. $l = \frac{3a}{2}$. D. $l = \frac{\sqrt{5}a}{2}$.
- Câu 19: (Đề Tham Khảo 2018)** Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và có bán kính đáy bằng a . Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng:
- A. $3a$ B. $2a$ C. $\frac{3a}{2}$ D. $2\sqrt{2}a$
- Câu 20: (Đề Minh Họa 2017)** Trong không gian, cho tam giác vuông ABC tại A , $AB = a$ và $AC = a\sqrt{3}$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB .
- A. $l = a\sqrt{3}$ B. $l = 2a$ C. $l = a$ D. $l = a\sqrt{2}$
- Câu 21: (Mã 103 - 2019)** Thể tích của khối nón có chiều cao h và có bán kính đáy r là
- A. $2\pi r^2 h$. B. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. C. $\pi r^2 h$. D. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$.
- Câu 22: (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2)** Cho khối nón có chiều cao $h = 3$ và bán kính đáy $r = 4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng
- A. 16π . B. 48π . C. 36π . D. 4π .

- Câu 23:** (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho khối nón có bán kính đáy $r = 5$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích khối nón đã cho bằng:
- A. $\frac{10\pi}{3}$. B. 10π . C. $\frac{50\pi}{3}$. D. 50π .
- Câu 24:** (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho khối nón có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối nón đã cho bằng
- A. $\frac{8\pi}{3}$. B. 8π . C. $\frac{32\pi}{3}$. D. 32π .
- Câu 25:** (Mã 103 - 2020 Lần 1) Cho khối nón có bán kính $r = 2$ chiều cao $h = 5$. Thể tích của khối nón đã cho bằng
- A. $\frac{20\pi}{3}$. B. 20π . C. $\frac{10\pi}{3}$. D. 10π .
- Câu 26:** (Mã 104 - 2020 Lần 1) Cho khối nón có bán kính đáy $r = 2$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng
- A. 8π . B. $\frac{8\pi}{3}$. C. $\frac{16\pi}{3}$. D. 16π .
- Câu 27:** (Mã 110 2017) Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.
- A. $V = 12\pi$ B. $V = 4\pi$ C. $V = 16\pi\sqrt{3}$ D. $V = \frac{16\pi\sqrt{3}}{3}$
- Câu 28:** (Mã 101 - 2019) Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là
- A. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. B. $2\pi r^2 h$. C. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. D. $\pi r^2 h$.
- Câu 29:** (Mã 104 2019) Thể tích khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là
- A. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. B. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. C. $2\pi r^2 h$. D. $\pi r^2 h$.
- Câu 30:** (Mã 102 - 2019) Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là
- A. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. B. $\pi r^2 h$. C. $2\pi r^2 h$. D. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.
- Câu 31:** (Mã 105 2017) Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Tính thể tích V của khối nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC .
- A. $V = \pi a^3$ B. $V = \sqrt{3}\pi a^3$ C. $V = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{9}$ D. $V = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$
- Câu 32:** (Đề Tham Khảo 2019) Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a . Thể tích của khối nón đã cho bằng
- A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$. C. $\frac{2\pi a^3}{3}$. D. $\frac{\pi a^3}{3}$
- Câu 33:** (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $AC = 2a$. Khi quay tam giác ABC quanh cạnh góc vuông AB thì đường gấp khúc ACB tạo thành một hình nón. Diện tích xung quanh hình nón đó bằng
- A. $5\pi a^2$. B. $\sqrt{5}\pi a^2$. C. $2\sqrt{5}\pi a^2$. D. $10\pi a^2$.

- Câu 34:** (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho hình nón có bán kính đáy bằng 2 và góc ở đỉnh bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng
- A. 8π . B. $\frac{16\sqrt{3}\pi}{3}$. C. $\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$. D. 16π .
- Câu 35:** (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho hình nón có bán kính bằng 5 và góc ở đỉnh bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng
- A. 50π . B. $\frac{100\sqrt{3}\pi}{3}$. C. $\frac{50\sqrt{3}\pi}{3}$. D. 100π .
- Câu 36:** (Mã 103 - 2020 Lần 1) Cho hình nón có bán kính bằng 3 và góc ở đỉnh bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng
- A. 18π . B. 36π . C. $6\sqrt{3}\pi$. D. $12\sqrt{3}\pi$.
- Câu 37:** (Mã 104 - 2020 Lần 1) Cho hình nón có bán kính đáy bằng 4 và góc ở đỉnh bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng
- A. $\frac{64\sqrt{3}\pi}{3}$. B. 32π . C. 64π . D. $\frac{32\sqrt{3}\pi}{3}$.
- Câu 38:** (Mã 123 2017) Cho một hình nón có chiều cao $h = a$ và bán kính đáy $r = 2a$. Mặt phẳng (P) đi qua S cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}a$. Tính khoảng cách d từ tâm của đường tròn đáy đến (P) .
- A. $d = \frac{\sqrt{3}a}{2}$ B. $d = \frac{\sqrt{5}a}{5}$ C. $d = \frac{\sqrt{2}a}{2}$ D. $d = a$
- Câu 39:** (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Cho hình nón có chiều cao bằng $2\sqrt{5}$. Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác đều có diện tích bằng $9\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng
- A. $\frac{32\sqrt{5}\pi}{3}$. B. 32π . C. $32\sqrt{5}\pi$. D. 96π .
- Câu 40:** (Mã 123 2017) Trong hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đều bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối nón đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$
- A. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{2}$ B. $V = \frac{\pi a^3}{2}$ C. $V = \frac{\pi a^3}{6}$ D. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$
- Câu 41:** (Mã 110 2017) Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $3a$. Hình nón (N) có đỉnh A có đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của (N) .
- A. $S_{xq} = 12\pi a^2$ B. $S_{xq} = 6\pi a^2$ C. $S_{xq} = 3\sqrt{3}\pi a^2$ D. $S_{xq} = 6\sqrt{3}\pi a^2$
- Câu 42:** (Mã 105 2017) Cho hình nón (N) có đường sinh tạo với đáy một góc 60° . Mặt phẳng qua trục của (N) cắt (N) được thiết diện là một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp bằng 1. Tính thể tích V của khối nón giới hạn bởi (N) .
- A. $V = 9\pi$ B. $V = 3\sqrt{3}\pi$ C. $V = 9\sqrt{3}\pi$ D. $V = 3\pi$
- Câu 43:** (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng
- A. $4\pi rl$. B. πrl . C. $\frac{1}{3}\pi rl$. D. $2\pi rl$.

- Câu 44:** (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho hình trụ có bán kính đáy $R = 8$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng:
- A. 24π . B. 192π . C. 48π . D. 64π .
- Câu 45:** (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 4$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng
- A. 48π . B. 12π . C. 16π . D. 24π .
- Câu 46:** (Mã 103 - 2020 Lần 1) Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 5$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng
- A. 15π B. 25π . C. 30π . D. 75π .
- Câu 47:** (Mã 104 - 2020 Lần 1) Cho hình trụ có bán $r = 7$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng
- A. 42π . B. 147π . C. 49π . D. 21π .
- Câu 48:** (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng qua trục, thiết diện thu được là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng
- A. 18π . B. 36π . C. 54π . D. 27π .
- Câu 49:** (Đề Minh Họa 2017) Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$ và $AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Quay hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh trục MN , ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó.
- A. $S_{tp} = 10\pi$ B. $S_{tp} = 2\pi$ C. $S_{tp} = 6\pi$ D. $S_{tp} = 4\pi$
- Câu 50:** (Mã 105 2017) Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Tính bán kính r của đường tròn đáy.
- A. $r = 5\sqrt{\pi}$ B. $r = 5$ C. $r = \frac{5\sqrt{2\pi}}{2}$ D. $r = \frac{5\sqrt{2}}{2}$
- Câu 51:** (Mã 102 - 2020 Lần 2) Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 1. Diện tích xung quanh của (T) bằng.
- A. π . B. $\frac{\pi}{2}$. C. 2π . D. $\frac{\pi}{4}$.
- Câu 52:** (Mã 103 - 2020 Lần 2) Cắt hình trụ (T) bởi mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 3. Diện tích xung quanh của (T) bằng
- A. $\frac{9\pi}{4}$. B. 18π . C. 9π . D. $\frac{9\pi}{2}$.
- Câu 53:** (Mã 101 - 2020 Lần 2) Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 7. Diện tích xung quanh của (T) bằng
- A. $\frac{49\pi}{4}$. B. $\frac{49\pi}{2}$. C. 49π . D. 98π .
- Câu 54:** (Mã 104 - 2020 Lần 2) Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 5. Diện tích xung quanh của (T) bằng
- A. $\frac{25\pi}{2}$. B. 25π . C. 50π . D. $\frac{25\pi}{4}$.

- Câu 55:** (Mã 102 - 2020 Lần 2) Cho khối trụ có bán kính đáy bằng $r = 5$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng
- A. 5π . B. 30π . C. 25π . D. 75π .
- Câu 56:** (Mã 103 - 2020 Lần 2) Cho khối trụ có bán kính $r = 3$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích khối trụ đã cho bằng
- A. 4π . B. 12π . C. 36π . D. 24π .
- Câu 57:** (Mã 101 - 2020 Lần 2) Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng
- A. 48π . B. 4π . C. 16π . D. 24π .
- Câu 58:** (Mã 104 - 2020 Lần 2) Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 3$ và chiều cao $h = 5$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng
- A. 45π . B. 5π . C. 15π . D. 30π .
- Câu 59:** (Mã 103 2018) Thể tích của khối trụ tròn xoay có bán kính đáy r và chiều cao h bằng
- A. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$ B. $\pi r^2 h$ C. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ D. $2\pi rh$
- Câu 60:** (Mã 123 2017) Tính thể tích V của khối trụ có bán kính $r = 4$ và chiều cao $h = 4\sqrt{2}$.
- A. $V = 32\pi$ B. $V = 64\sqrt{2}\pi$ C. $V = 128\pi$ D. $V = 32\sqrt{2}\pi$
- Câu 61:** (Mã 103 - 2019) Cho hình trụ có chiều cao bằng $3\sqrt{2}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng $12\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng
- A. $6\sqrt{10}\pi$. B. $6\sqrt{34}\pi$. C. $3\sqrt{10}\pi$. D. $3\sqrt{34}\pi$.
- Câu 62:** (Mã 101 - 2019) Cho hình trụ có chiều cao bằng $5\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 30. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng
- A. $10\sqrt{3}\pi$. B. $5\sqrt{39}\pi$. C. $20\sqrt{3}\pi$. D. $10\sqrt{39}\pi$.
- Câu 63:** (Mã 102 - 2019) Cho hình trụ có chiều cao bằng $4\sqrt{2}$. Cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $\sqrt{2}$, thiết diện thu được có diện tích bằng 16. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng
- A. $16\sqrt{2}\pi$. B. $8\sqrt{2}\pi$. C. $12\sqrt{2}\pi$. D. $24\sqrt{2}\pi$.
- Câu 64:** (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Cho hình trụ có chiều cao bằng $6a$. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$, thiết diện thu được là một hình vuông. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng
- A. $216\pi a^3$. B. $150\pi a^3$. C. $54\pi a^3$. D. $108\pi a^3$.
- Câu 65:** (Đề Tham Khảo 2019) Một khối đồ chơi gồm hai khối trụ $(H_1), (H_2)$ xếp chồng lên nhau, lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là r_1, h_1, r_2, h_2 thỏa mãn $r_2 = \frac{1}{2}r_1, h_2 = 2h_1$ (tham khảo hình vẽ). Biết rằng thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng 30cm^3 , thể tích khối trụ (H_1) bằng



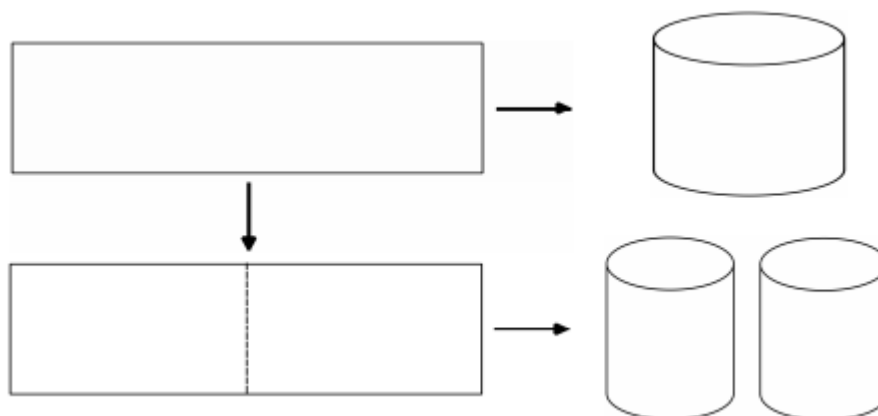
- A. 24cm^3 B. 15cm^3
C. 20cm^3 D. 10cm^3

- Câu 66:** (Đề Tham Khảo 2018) Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 4. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác BCD và chiều cao bằng chiều cao của tứ diện $ABCD$.
- A. $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$ B. $S_{xq} = 8\sqrt{2}\pi$ C. $S_{xq} = \frac{16\sqrt{3}\pi}{3}$ D. $S_{xq} = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$
- Câu 67:** (Đề Tham Khảo 2017) Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng a .
- A. $V = \frac{\pi a^3}{6}$ B. $V = \frac{\pi a^3}{2}$ C. $V = \frac{\pi a^3}{4}$ D. $V = \pi a^3$
- Câu 68:** (Mã 104 - 2019) Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng 1 m và 1,5 m. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm gần nhất với kết quả nào dưới đây?
- A. 1,8 m. B. 2,1 m. C. 1,6 m. D. 2,5 m.
- Câu 69:** (Mã 101 2019) Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng 1 m và 1,2 m. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm gần nhất với kết quả nào dưới đây?
- A. 2,2 m. B. 1,6 m. C. 1,8 m. D. 1,4 m.
- Câu 70:** (Mã 102 - 2019) Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng 1 m và 1,4 m. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm gần nhất với kết quả nào dưới đây?
- A. 1,7 m. B. 1,5 m. C. 1,9 m. D. 2,4 m.
- Câu 71:** (Mã 103 - 2019) Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng 1 m và 1,8 m. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm gần nhất với kết quả nào dưới đây?
- A. 2,8 m. B. 2,6 m. C. 2,1 m. D. 2,3 m.
- Câu 72:** (Mã 102 2018) Một chiếc bút chì có dạng khối trụ lục giác đều có cạnh đáy 3 (mm) và chiều cao bằng 200 (mm). Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều cao bằng chiều dài của bút và đáy là hình tròn có bán kính 1 (mm). Giả định 1 m³ gỗ có giá a triệu đồng, 1 m³ than chì có giá $6a$ triệu đồng. Khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?
- A. 8,45.a đồng B. 7,82.a đồng C. 84,5.a đồng D. 78,2.a đồng
- Câu 73:** (Mã 101 2018) Một chiếc bút chì có dạng khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy 3 mm và chiều cao bằng 200 mm. Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều dài của bút và đáy là hình tròn có bán kính đáy 1 mm. Giả định 1 m³ gỗ có giá a (triệu đồng), 1 m³ than chì có giá $8a$ (triệu đồng). Khi đó giá nguyên liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?
- A. 9,07a (đồng) B. 97,03a (đồng) C. 90,7a (đồng) D. 9,7a (đồng)

Câu 74: (Đề Minh Họa 2017) Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước $50cm.240cm$, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng $50cm$, theo hai cách sau (xem hình minh họa dưới đây):

- Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.
- Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và V_2 là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách 2. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.



- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$ B. $\frac{V_1}{V_2} = 1$ C. $\frac{V_1}{V_2} = 2$ D. $\frac{V_1}{V_2} = 4$

Câu 75: (Mã 104 2018) Một chiếc bút chì có dạng khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy $3mm$ và chiều cao $200mm$. Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều cao của bút và đáy là hình tròn có bán kính $1mm$. Giả định $1m^3$ gỗ có giá a (triệu đồng), $1m^3$ than chì có giá $7a$ (triệu đồng). Khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?

- A. $85,5.a$ (đồng) B. $9,07.a$ (đồng) C. $8,45.a$ (đồng) D. $90,07.a$ (đồng)

Câu 76: (Mã 103 2018) Một chiếc bút chì có dạng khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy bằng $3mm$ và chiều cao bằng $200mm$. Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều dài của bút và đáy là hình tròn có bán kính bằng $1mm$. Giả định $1m^3$ gỗ có giá a (triệu đồng). $1m^3$ than chì có giá $9a$ (triệu đồng). Khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?

- A. $103,3a$ đồng B. $97,03a$ đồng C. $10,33a$ đồng D. $9,7a$ đồng

CẦU

Câu 77: (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Cho mặt cầu có bán kính $R = 2$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

- A. $\frac{32\pi}{3}$. B. 8π . C. 16π . D. 4π .

Câu 78: (Mã 102 - 2020 Lần 2) Cho mặt cầu có bán kính $r = 5$. Diện tích mặt cầu đã cho bằng

- A. 25π . B. $\frac{500\pi}{3}$. C. 100π . D. $\frac{100\pi}{3}$.

Câu 79: (Mã 103 - 2020 Lần 2) Cho mặt cầu có bán kính $r = 4$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

- A. 16π . B. 64π . C. $\frac{64\pi}{3}$. D. $\frac{256\pi}{3}$.

- Câu 80:** (Mã 104 - 2020 Lần 2) Cho mặt cầu bán kính $r = 5$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng
- A. $\frac{500\pi}{3}$. B. 25π . C. $\frac{100\pi}{3}$. D. 100π .
- Câu 81:** (Mã 101 2018) Diện tích của mặt cầu bán kính R bằng:
- A. πR^2 B. $\frac{4}{3}\pi R^2$ C. $2\pi R^2$ D. $4\pi R^2$
- Câu 82:** (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho khối cầu có bán kính $r = 4$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng:
- A. $\frac{256\pi}{3}$. B. 64π . C. $\frac{64\pi}{3}$. D. 256π .
- Câu 83:** (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho khối cầu có bán kính $r = 4$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng
- A. 64π . B. $\frac{64\pi}{3}$. C. 256π . D. $\frac{256\pi}{3}$.
- Câu 84:** (Mã 103 - 2020 Lần 1) Cho khối cầu có bán kính $r = 2$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng
- A. 16π . B. $\frac{32\pi}{3}$. C. 32π . D. $\frac{8\pi}{3}$.
- Câu 85:** (Mã 104 - 2020 Lần 1) Cho khối cầu có bán kính $r = 2$. Thể tích của khối cầu bằng
- A. $\frac{32\pi}{3}$. B. 16π . C. 32π . D. $\frac{8\pi}{3}$.
- Câu 86:** (Mã 102 2018) Thể tích của khối cầu bán kính R bằng
- A. $\frac{3}{4}\pi R^3$ B. $\frac{4}{3}\pi R^3$ C. $4\pi R^3$ D. $2\pi R^3$
- Câu 87:** (Đề Tham Khảo 2019) Thể tích khối cầu bán kính a bằng :
- A. $\frac{\pi a^3}{3}$ B. $2\pi a^3$ C. $\frac{4\pi a^3}{3}$ D. $4\pi a^3$
- Câu 88:** (Mã 123 2017) Tìm bán kính R mặt cầu ngoại tiếp một hình lập phương có cạnh bằng $2a$.
- A. $R = \sqrt{3}a$ B. $R = a$ C. 100 D. $R = 2\sqrt{3}a$
- Câu 89:** (Mã 110 2017) Cho mặt cầu bán kính R ngoại tiếp một hình lập phương cạnh a . Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $a = \frac{\sqrt{3}R}{3}$ B. $a = \frac{2\sqrt{3}R}{3}$ C. $a = 2R$ D. $a = 2\sqrt{3}R$



MẶT TRÒN XOAY NÓN – TRỤ – CẦU

MẶT TRÒN XOAY – NÓN – TRỤ – CẦU



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRÍCH TỪ ĐỀ THAM KHẢO VÀ ĐỀ CHÍNH THỨC CỦA BỘ GIÁO DỤC TỪ NĂM 2017 ĐẾN NAY

Câu 1: (MĐ 103-2022) Cho khối nón có diện tích đáy $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $3a^3$.

B. $6a^3$.

C. $2a^3$.

D. $\frac{2}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối nón đã cho là $V = \frac{1}{3} \cdot 3a^2 \cdot 2a = 2a^3$.

Câu 2: (MĐ 104-2022) Cho khối nón có diện tích đáy $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $3a^3$.

B. $6a^3$.

C. $2a^3$.

D. $\frac{2}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối nón đã cho bằng:

$$V = \frac{1}{3} Bh = \frac{1}{3} \cdot 3a^2 \cdot 2a = 2a^3.$$

Câu 3: (MĐ 101-2022) Cho tam giác OIM vuông tại I có $OI = 3$ và $IM = 4$. Khi quay tam giác OIM xung quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OIM tạo thành hình nón có độ dài đường sinh bằng

A. 7.

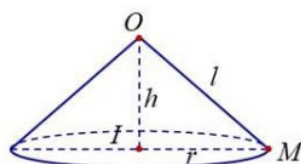
B. 3.

C. 5.

D. 4.

Lời giải

Chọn C



Ta có chiều cao của hình nón $h = IO = 3$, bán kính $r = IM = 4$, độ dài đường sinh:

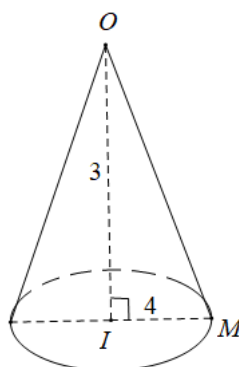
$$l = OM = \sqrt{IM^2 + OI^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

Câu 4: (MĐ 102-2022) Cho tam giác OIM vuông tại I có $OI = 3$ và $IM = 4$. Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành hình nón có độ dài đường sinh bằng

- A. 4. B. 3. **C. 5.** D. 7.

Lời giải

Chọn C



Ta có $l = OM = \sqrt{OI^2 + IM^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Câu 5: (MĐ 101-2022) Cho hình trụ có chiều cao $h = 1$ và bán kính đáy $r = 2$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. 4π .** B. 2π . C. 3π . D. 6π .

Lời giải

Chọn A

Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho là: $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi \cdot 2 \cdot 1 = 4\pi$.

Câu 6: (MĐ 102-2022) Cho hình trụ có chiều cao $h = 1$ và bán kính đáy $r = 2$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. 3π . **B. 4π .** C. 2π . D. 6π .

Lời giải

Chọn B

Ta có: $S_{xq} = 2\pi rh = 4\pi$.

Câu 7: (MĐ 103-2022) Cho điểm M nằm ngoài mặt cầu $S(O; R)$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $OM \leq R$. **B. $OM > R$.** C. $OM = R$. D. $OM < R$.

Lời giải

Chọn B

Câu 8: (MĐ 104-2022) Cho điểm M nằm ngoài mặt cầu $S(O; R)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $OM < R$. B. $OM = R$. **C. $OM > R$.** D. $OM \leq R$.

Lời giải

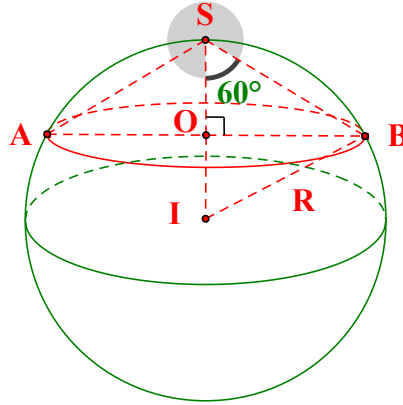
Chọn C

Cho điểm M nằm ngoài mặt cầu $S(O; R)$. Suy ra: $OM > R$.

- Câu 9:** (MĐ 101-2022) Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 120° và có chiều cao bằng 4. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Diện tích của (S) bằng
- A. 64π . B. 256π . C. 192π . D. 96π .

Lời giải

Chọn B



Giả sử hình nón có các đỉnh được đặt tên như hình vẽ.

Theo đề bài, ta có $SO = 4$ và $\widehat{ASB} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{BSO} = 60^\circ$ hay $\widehat{BSI} = 60^\circ$.

Gọi I là tâm mặt cầu (S) , khi đó tam giác ISB cân tại I có $\widehat{BSI} = 60^\circ$ nên nó đều.

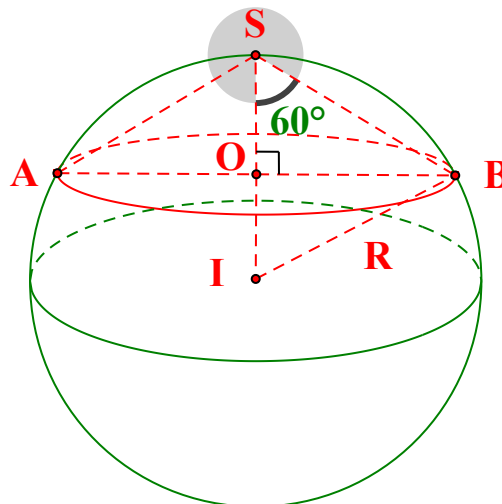
Do vậy $R = IS = IB = SB = \frac{4}{\cos 60^\circ} = 8$ với R là bán kính mặt cầu.

Diện tích mặt cầu (S) là $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 8^2 = 256\pi$.

- Câu 10:** (MĐ 102-2022) Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 120° và chiều cao bằng 1. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Diện tích của (S) bằng
- A. 16π . B. 12π . C. 4π . D. 48π .

Lời giải

Chọn A



Giả sử hình nón có các đỉnh được đặt tên như hình vẽ.

Theo đề bài, ta có $SO = 1$ và $\widehat{ASB} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{BSO} = 60^\circ$ hay $\widehat{BSI} = 60^\circ$.

Gọi I là tâm mặt cầu (S) , khi đó tam giác ISB cân tại I có $\widehat{BSI} = 60^\circ$ nên nó đều.

Do vậy $R = IS = IB = SB = \frac{SO}{\cos 60^\circ} = 2$ với R là bán kính mặt cầu.

Diện tích mặt cầu (S) là $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 2^2 = 16\pi$.

Câu 11: (MĐ 103-2022) Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 120° và chiều cao bằng 3. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Diện tích của (S) bằng

A. 144π .

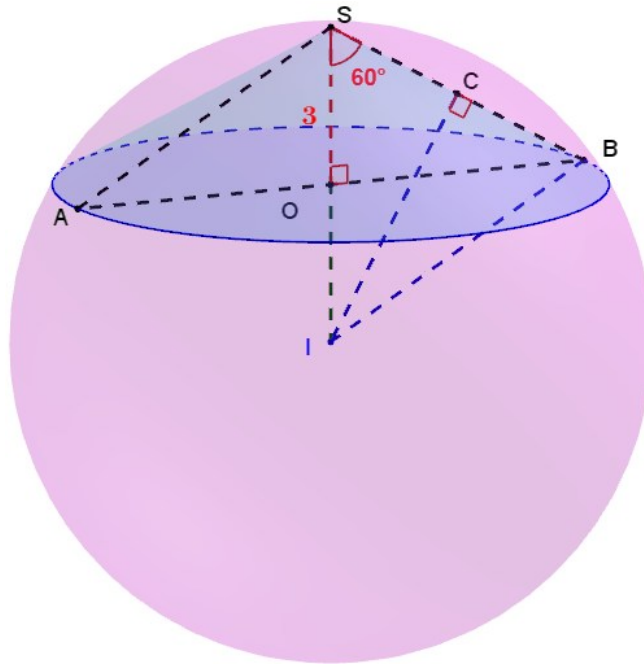
B. 108π .

C. 48π .

D. 96π .

Lời giải

Chọn A



Gọi I là tâm của mặt cầu (S).

Xét thiết diện qua trục của hình nón là tam giác $\triangle SAB$ với O là tâm đường tròn đáy.

Xét $\triangle ISB$ cân tại I có $\widehat{ISB} = \frac{1}{2}\widehat{ASB} = 60^\circ$ nên là tam giác đều.

Suy ra bán kính mặt cầu $R = IS = 2OS = 6$.

Vậy diện tích mặt cầu (S) là $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 6^2 = 144\pi$.

Câu 12: (MĐ 104-2022) Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 120° và chiều cao bằng 2. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Diện tích của (S) bằng

A. $\frac{16\pi}{3}$.

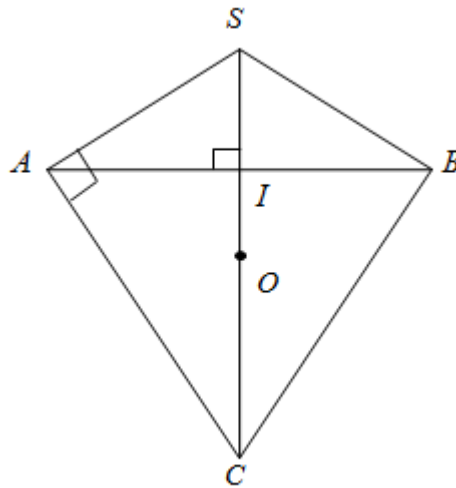
B. $\frac{64\pi}{3}$.

C. 64π .

D. 48π .

Lời giải

Chọn C



Gọi S là đỉnh hình nón, AB là đường kính của đường tròn đáy hình nón có tâm là I

O là tâm mặt cầu (S) qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón

Đường kính SC của hình cầu (S)

$$\text{Ta có: } \widehat{ASB} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{ASI} = 60^\circ \Rightarrow AS = \frac{SI}{\cos 60^\circ} = 4$$

$$\text{Trong tam giác vuông } SAC : SA^2 = SI \cdot SC \Rightarrow SC = \frac{4^2}{2} = 8$$

$$\text{Vậy } S_C = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 4^2 = 64\pi$$

Câu 13: (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

- A. $4\pi rl$. B. $2\pi rl$. C. πrl . D. $\frac{1}{3}\pi rl$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức diện tích xung quanh hình nón.

Câu 14: (Mã 102 - 2020 Lần 2) Cho hình nón có bán kính đáy $r = 2$ và độ dài đường sinh $l = 7$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. 28π . B. 14π . C. $\frac{14\pi}{3}$. D. $\frac{98\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Có } S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot 2 \cdot 7 = 14\pi.$$

Câu 15: (Mã 101 - 2020 Lần 2) Cho hình nón có bán kính đáy $r = 2$ và độ dài đường sinh $l = 5$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. 20π . B. $\frac{20\pi}{3}$. C. 10π . D. $\frac{10\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có diện tích xung quanh của hình nón đã cho là: $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 2.5 = 10\pi$.

Câu 16: (Mã 104 - 2020 Lần 2) Cho hình nón có bán kính đáy $r = 2$ và độ dài đường sinh $l = 7$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. $\frac{28\pi}{3}$. B. 14π . C. 28π . D. $\frac{14\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$S_{xq} = \pi r l = 2.7.\pi = 14\pi.$$

Câu 17: (Mã 104 2017) Cho hình nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l = 4$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đã cho.

- A. $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$ B. $S_{xq} = 12\pi$ C. $S_{xq} = 4\sqrt{3}\pi$ D. $S_{xq} = \sqrt{39}\pi$

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi r l = 4\sqrt{3}\pi$.

Câu 18: (Đề Tham Khảo 2017) Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Tính độ dài đường sinh l của hình nón đã cho.

- A. $l = 3a$. B. $l = 2\sqrt{2}a$. C. $l = \frac{3a}{2}$. D. $l = \frac{\sqrt{5}a}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi r l = \pi a l = 3\pi a^2 \Rightarrow l = 3a$.

Câu 19: (Đề Tham Khảo 2018) Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và có bán kính đáy bằng a . Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng:

- A. $3a$ B. $2a$ C. $\frac{3a}{2}$ D. $2\sqrt{2}a$

Lời giải

Chọn A

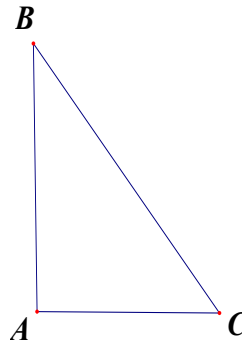
Diện tích xung quanh hình nón: $S_{xq} = \pi r l$ với $r = a \Rightarrow \pi.a.l = 3\pi a^2 \Rightarrow l = 3a$.

Câu 20: (Đề Minh Họa 2017) Trong không gian, cho tam giác vuông ABC tại A , $AB = a$ và $AC = a\sqrt{3}$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB .

- A. $l = a\sqrt{3}$ B. $l = 2a$ C. $l = a$ D. $l = a\sqrt{2}$

Lời giải

Chọn B



Xét tam giác ABC vuông tại A ta có $BC^2 = AC^2 + AB^2 = 4a^2 \Leftrightarrow BC = 2a$

Đường sinh của hình nón cũng chính là cạnh huyền của tam giác $\Leftrightarrow l = BC = 2a$.

Câu 21: (Mã 103 - 2019) Thể tích của khối nón có chiều cao h và có bán kính đáy r là

- A. $2\pi r^2 h$. B. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. C. $\pi r^2 h$. D. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối nón có chiều cao h và có bán kính đáy r là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 22: (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Cho khối nón có chiều cao $h = 3$ và bán kính đáy $r = 4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. 16π . B. 48π . C. 36π . D. 4π .

Lời giải

Chọn A

Ta có công thức thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 16 \cdot 3 = 16\pi$.

Câu 23: (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho khối nón có bán kính đáy $r = 5$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích khối nón đã cho bằng:

- A. $\frac{10\pi}{3}$. B. 10π . C. $\frac{50\pi}{3}$. D. 50π .

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{50\pi}{3}$

Câu 24: (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho khối nón có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. $\frac{8\pi}{3}$. B. 8π . C. $\frac{32\pi}{3}$. D. 32π .

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối nón đã cho là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 4^2 \cdot 2 = \frac{32\pi}{3}$.

Câu 25: (Mã 103 - 2020 Lần 1) Cho khối nón có bán kính $r = 2$ chiều cao $h = 5$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. $\frac{20\pi}{3}$. B. 20π . C. $\frac{10\pi}{3}$. D. 10π .

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức thể tích khối nón ta được: $V = \frac{\pi r^2 h}{3} = \frac{\pi \cdot 2^2 \cdot 5}{3} = \frac{20\pi}{3}$.

Câu 26: (Mã 104 - 2020 Lần 1) Cho khối nón có bán kính đáy $r = 2$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. 8π . B. $\frac{8\pi}{3}$. C. $\frac{16\pi}{3}$. D. 16π .

Lời giải

Chọn C

Ta có $V = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 2^2 \cdot \pi \cdot 4 = \frac{16\pi}{3}$.

Câu 27: (Mã 110 2017) Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

- A. $V = 12\pi$ B. $V = 4\pi$ C. $V = 16\pi\sqrt{3}$ D. $V = \frac{16\pi\sqrt{3}}{3}$

Lời giải

Chọn B

Ta có $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi (\sqrt{3})^2 \cdot 4 = 4\pi$.

Câu 28: (Mã 101 - 2019) Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

- A. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. B. $2\pi r^2 h$. C. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. D. $\pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 29: (Mã 104 2019) Thể tích khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

- A. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. B. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. C. $2\pi r^2 h$. D. $\pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn A

Lý thuyết thể tích khối nón.

Câu 30: (Mã 102 - 2019) Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

- A. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. B. $\pi r^2 h$. C. $2\pi r^2 h$. D. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

Câu 31: (Mã 105 2017) Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Tính thể tích V của khối nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC .

- A. $V = \pi a^3$ B. $V = \sqrt{3}\pi a^3$ C. $V = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{9}$ D. $V = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $AC = AB \cdot \cot 30^\circ = a\sqrt{3}$. Vậy thể tích khối nón là: $V = \frac{1}{3}\pi a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

Câu 32: (Đề Tham Khảo 2019) Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a . Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$. C. $\frac{2\pi a^3}{3}$. D. $\frac{\pi a^3}{3}$

Lời giải

Chọn A

Chiều cao khối nón đã cho là $h = \sqrt{l^2 - r^2} = a\sqrt{3}$

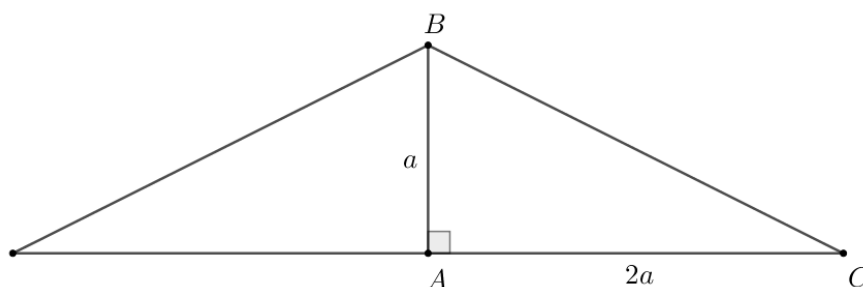
Thể tích khối nón đã cho là: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.

Câu 33: (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $AC = 2a$. Khi quay tam giác ABC quanh cạnh góc vuông AB thì đường gấp khúc ACB tạo thành một hình nón. Diện tích xung quanh hình nón đó bằng

- A. $5\pi a^2$. B. $\sqrt{5}\pi a^2$. C. $2\sqrt{5}\pi a^2$. D. $10\pi a^2$.

Lời giải

Chọn C



$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = a\sqrt{5}.$$

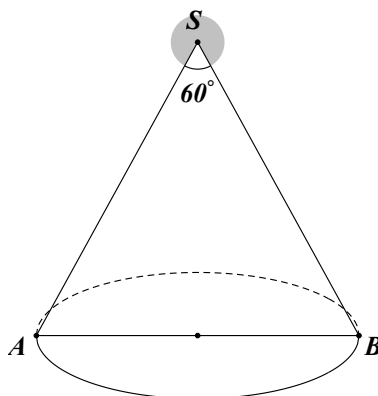
Diện tích xung quanh hình nón cần tìm là $S = \pi \cdot AC \cdot BC = \pi \cdot 2a \cdot a\sqrt{5} = 2\sqrt{5}\pi a^2$.

Câu 34: (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho hình nón có bán kính đáy bằng 2 và góc ở đỉnh bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A.** 8π . **B.** $\frac{16\sqrt{3}\pi}{3}$. **C.** $\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$. **D.** 16π .

Lời giải

Chọn A



Gọi S là đỉnh của hình nón và AB là một đường kính của đáy.

Theo bài ra, ta có tam giác SAB là tam giác đều $\Rightarrow l = SA = AB = 2r = 4$.

Vậy diện tích xung quanh của hình nón đã cho là $S_{xq} = \pi rl = 8\pi$.

Câu 35: (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho hình nón có bán kính bằng 5 và góc ở đỉnh bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A.** 50π . **B.** $\frac{100\sqrt{3}\pi}{3}$. **C.** $\frac{50\sqrt{3}\pi}{3}$. **D.** 100π .

Lời giải

Chọn A

Ta có độ dài đường sinh là $l = \frac{r}{\sin \frac{\alpha}{2}} = \frac{5}{\sin 30^\circ} = 10$.

Diện tích xung quanh $S_{xq} = \pi rl = 50\pi$.

Câu 36: (Mã 103 - 2020 Lần 1) Cho hình nón có bán kính bằng 3 và góc ở đỉnh bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A.** 18π . **B.** 36π . **C.** $6\sqrt{3}\pi$. **D.** $12\sqrt{3}\pi$.

Lời giải

Chọn A

Gọi l là đường sinh, r là bán kính đáy ta có $r = 3$.

Gọi α là góc ở đỉnh. Ta có $\sin \alpha = \frac{r}{l} \Rightarrow l = \frac{r}{\sin \alpha} = \frac{3}{\sin 30^\circ} = 6$.

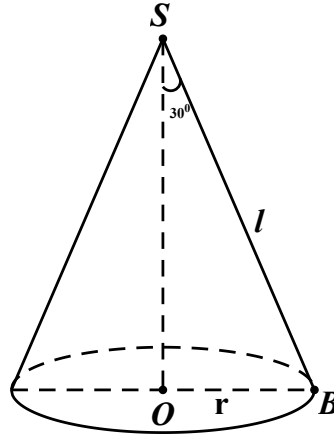
Vậy diện tích xung quanh $S = \pi rl = \pi \cdot 3 \cdot 6 = 18\pi$.

Câu 37: (Mã 104 - 2020 Lần 1) Cho hình nón có bán kính đáy bằng 4 và góc ở đỉnh bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. $\frac{64\sqrt{3}\pi}{3}$. B. 32π . C. 64π . D. $\frac{32\sqrt{3}\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có Góc ở đỉnh bằng $60^\circ \Rightarrow \widehat{OSB} = 30^\circ$.

Độ dài đường sinh: $l = \frac{r}{\sin 30^\circ} = \frac{4}{\frac{1}{2}} = 8$.

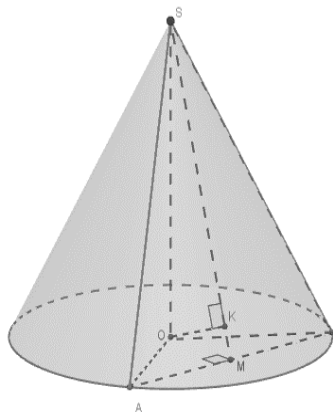
Diện tích xung quanh hình nón: $S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot 4 \cdot 8 = 32\pi$.

Câu 38: (Mã 123 2017) Cho một hình nón có chiều cao $h = a$ và bán kính đáy $r = 2a$. Mặt phẳng (P) đi qua S cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}a$. Tính khoảng cách d từ tâm của đường tròn đáy đến (P) .

- A. $d = \frac{\sqrt{3}a}{2}$ B. $d = \frac{\sqrt{5}a}{5}$ C. $d = \frac{\sqrt{2}a}{2}$ D. $d = a$

Lời giải

Chọn C



Có $(P) \equiv (SAB)$.

Ta có $SO = a = h, OA = OB = r = 2a, AB = 2a\sqrt{3}$, gọi M là hình chiếu của O lên AB suy ra M là trung điểm AB , gọi K là hình chiếu của O lên SM suy ra $d(O; (SAB)) = OK$.

Ta tính được $OM = \sqrt{OA^2 - MA^2} = a$ suy ra SOM là tam giác vuông cân tại O , suy ra K là trung điểm của SM nên $OK = \frac{SM}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Câu 39: (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Cho hình nón có chiều cao bằng $2\sqrt{5}$. Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác đều có diện tích bằng $9\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $\frac{32\sqrt{5}\pi}{3}$.

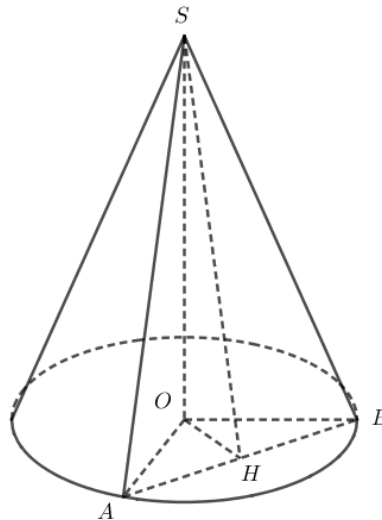
B. 32π .

C. $32\sqrt{5}\pi$.

D. 96π .

Lời giải

Chọn A



Theo giả thiết tam giác SAB đều, $S_{\Delta SAB} = 9\sqrt{3}$ và $SO = 2\sqrt{5}$.

$$S_{\Delta SAB} = 9\sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3} \Leftrightarrow AB = 6.$$

ΔSAB đều $SA = AB = 6$.

Xét ΔSOA vuông tại O , theo định lý Pytago ta có: $OA = \sqrt{SA^2 - SO^2} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{5})^2} = 4$.

$$\text{Thể tích hình nón bằng } V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot OA^2 \cdot SO = \frac{1}{3} \pi \cdot 4^2 \cdot 2\sqrt{5} = \frac{32\sqrt{5}}{3} \pi.$$

Câu 40: (Mã 123 2017) Trong hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đều bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối nón đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$

A. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{2}$

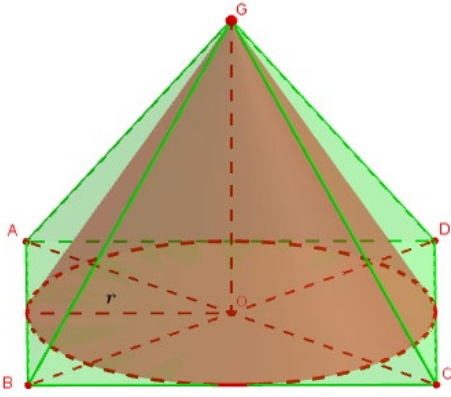
B. $V = \frac{\pi a^3}{2}$

C. $V = \frac{\pi a^3}{6}$

D. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$

Lời giải

Chọn C



Gọi $O = AC \cap BD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$. Lại có $OC = \frac{AC}{2} = a$

$$\Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - OC^2} = a.$$

Bán kính $r = \frac{AB}{2} = \frac{a}{\sqrt{2}}$. Suy thể tích khối nón là:

$$V = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{a}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot a = \frac{\pi a^3}{6}.$$

Câu 41: (Mã 110 2017) Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $3a$. Hình nón (N) có đỉnh A có đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của (N) .

A. $S_{xq} = 12\pi a^2$

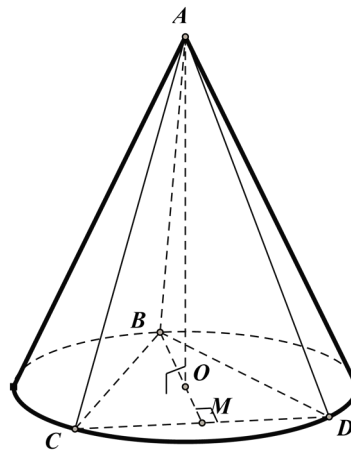
B. $S_{xq} = 6\pi a^2$

C. $S_{xq} = 3\sqrt{3}\pi a^2$

D. $S_{xq} = 6\sqrt{3}\pi a^2$

Lời giải

Chọn C



Gọi r là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD .

$$\text{Ta có } BM = \frac{3a\sqrt{3}}{2}; r = \frac{2}{3} BM = \frac{2}{3} \cdot \frac{3a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.$$

$$S_{xq} = \pi r \cdot l = \pi r \cdot AB = \pi a\sqrt{3} \cdot 3a = 3\sqrt{3} \cdot \pi a^2.$$

Câu 42: (Mã 105 2017) Cho hình nón (N) có đường sinh tạo với đáy một góc 60° . Mặt phẳng qua trục của (N) cắt (N) được thiết diện là một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp bằng 1. Tính thể tích V của khối nón giới hạn bởi (N) .

A. $V = 9\pi$

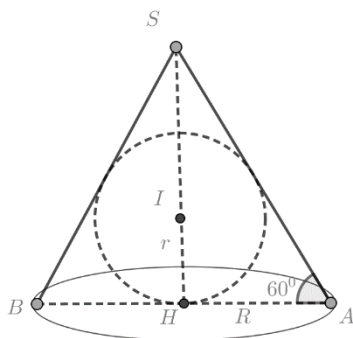
B. $V = 3\sqrt{3}\pi$

C. $V = 9\sqrt{3}\pi$

D. $V = 3\pi$

Lời giải

Chọn D



Hình nón (N) có đường sinh tạo với đáy một góc 60° nên $\widehat{SAH} = 60^\circ$

Ta có $\triangle SAB$ cân tại S có $\widehat{A} = 60^\circ$ nên $\triangle SAB$ đều. Do đó tâm I của đường tròn nội tiếp $\triangle SAB$ cũng là trọng tâm của $\triangle SAB$.

Suy ra $SH = 3IH = 3$. Mặt khác $SH = \frac{AB\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AB = 2\sqrt{3} \Rightarrow R = \sqrt{3} \Rightarrow S_{\text{đáy}} = \pi R^2 = 3\pi$.

Do đó $V = \frac{1}{3}SH \cdot S_{\text{đáy}} = \frac{1}{3}3 \cdot 3\pi = 3\pi$.

Câu 43: (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

- A. $4\pi rl$. B. πrl . C. $\frac{1}{3}\pi rl$. D. $2\pi rl$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích xung quanh của hình trụ $S = 2\pi rl$.

Câu 44: (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho hình trụ có bán kính đáy $R = 8$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng:

- A. 24π . B. 192π . C. 48π . D. 64π .

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh của hình trụ $S_{xq} = 2\pi rl = 48\pi$

Câu 45: (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 4$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. 48π . B. 12π . C. 16π . D. 24π .

Lời giải

Chọn D

Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho là $S = 2\pi rl = 2\pi \cdot 4 \cdot 3 = 24\pi$.

Câu 46: (Mã 103 - 2020 Lần 1) Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 5$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. 15π B. 25π . C. 30π . D. 75π .

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức diện tích xung quanh hình trụ ta được: $S_{xq} = 2\pi rl = 30\pi$.

Câu 47: (Mã 104 - 2020 Lần 1) Cho hình trụ có bán $r = 7$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A.** 42π . **B.** 147π . **C.** 49π . **D.** 21π .

Lời giải

Chọn A

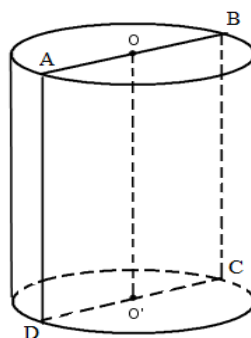
$$S_{xq} = 2\pi rl = 42\pi.$$

Câu 48: (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng qua trục, thiết diện thu được là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A.** 18π . **B.** 36π . **C.** 54π . **D.** 27π .

Lời giải

Chọn B



Giả sử thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông $ABCD$.

Theo giả thiết ta có bán kính đáy của hình trụ $r = 3 \Rightarrow h = AD = DC = 2r = 6 = l$.

Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \cdot 3 \cdot 6 = 36\pi$.

Câu 49: (Đề Minh Họa 2017) Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$ và $AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Quay hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh trục MN , ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó.

- A.** $S_{tp} = 10\pi$ **B.** $S_{tp} = 2\pi$ **C.** $S_{tp} = 6\pi$ **D.** $S_{tp} = 4\pi$

Lời giải

Chọn D

Quay hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh MN nên hình trụ có bán kính $r = AM = \frac{AD}{2} = 1$

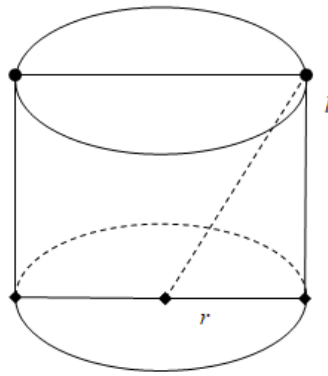
Vậy diện tích toàn phần của hình trụ $S_{tp} = 2\pi r \cdot AB + 2\pi r^2 = 2\pi + 2\pi = 4\pi$.

Câu 50: (Mã 105 2017) Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Tính bán kính r của đường tròn đáy.

- A.** $r = 5\sqrt{\pi}$ **B.** $r = 5$ **C.** $r = \frac{5\sqrt{2\pi}}{2}$ **D.** $r = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

Lời giải

Chọn D



Diện tích xung quanh của hình trụ: $2\pi rl$ (l : độ dài đường sinh) Có $l = 2r$

$$S_{xq} = 2\pi rl \Leftrightarrow 2\pi rl = 50\pi \Leftrightarrow 2\pi r 2r = 50\pi \Leftrightarrow r = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

Câu 51: (Mã 102 - 2020 Lần 2) Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 1. Diện tích xung quanh của (T) bằng.

A. π .

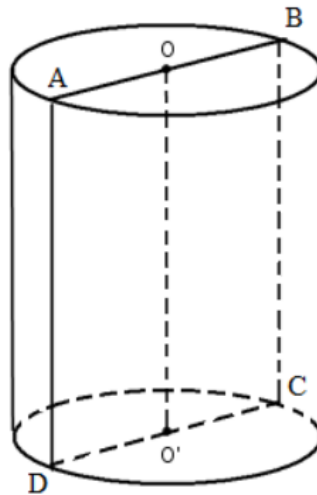
B. $\frac{\pi}{2}$.

C. 2π .

D. $\frac{\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Thiết diện qua trục là hình vuông $ABCD$ cạnh a

Do đó hình trụ có đường cao $h = 1$ và bán kính đáy $r = \frac{CD}{2} = \frac{1}{2}$.

Diện tích xung quanh hình trụ: $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \pi$

Câu 52: (Mã 103 - 2020 Lần 2) Cắt hình trụ (T) bởi mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 3. Diện tích xung quanh của (T) bằng

A. $\frac{9\pi}{4}$.

B. 18π .

C. 9π .

D. $\frac{9\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Vì thiết diện qua trục của hình trụ (T) là một hình vuông cạnh bằng 3 nên hình trụ (T) có đường sinh $l = 3$, bán kính $r = \frac{l}{2} = \frac{3}{2}$.

Diện tích xung quanh của hình trụ (T) là $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \cdot \frac{3}{2} \cdot 3 = 9\pi$

Câu 53: (Mã 101 - 2020 Lần 2) Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 7. Diện tích xung quanh của (T) bằng

A. $\frac{49\pi}{4}$.

B. $\frac{49\pi}{2}$.

C. 49π .

D. 98π .

Lời giải

Chọn C

Bán kính đáy của hình trụ là $r = \frac{7}{2}$.

Đường cao của hình trụ là $h = 7$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S = 2\pi r \cdot h = 2\pi \cdot \frac{7}{2} \cdot 7 = 49\pi$.

Câu 54: (Mã 104 - 2020 Lần 2) Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 5. Diện tích xung quanh của (T) bằng

A. $\frac{25\pi}{2}$.

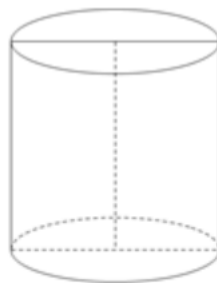
B. 25π .

C. 50π .

D. $\frac{25\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Bán kính của hình trụ (T) bằng $\frac{5}{2}$, độ dài đường sinh $l = 5$.

Diện tích xung quanh của (T): $S_{xq} = 2\pi r \cdot l = 2\pi \cdot \frac{5}{2} \cdot 5 = 25\pi$.

Câu 55: (Mã 102 - 2020 Lần 2) Cho khối trụ có bán kính đáy bằng $r = 5$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A. 5π . B. 30π . C. 25π . D. 75π .

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 \cdot h = 75\pi$.

Câu 56: (Mã 103 - 2020 Lần 2) Cho khối trụ có bán kính $r = 3$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích khối trụ đã cho bằng

- A. 4π . B. 12π . C. 36π . D. 24π .

Lời giải

Chọn C

Ta có: $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 36\pi$

Câu 57: (Mã 101 - 2020 Lần 2) Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A. 48π . B. 4π . C. 16π . D. 24π .

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 4^2 \cdot 3 = 48\pi$.

Câu 58: (Mã 104 - 2020 Lần 2) Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 3$ và chiều cao $h = 5$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A. 45π . B. 5π . C. 15π . D. 30π .

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối trụ đã cho là: $V = B \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 3^2 \cdot 5 = 45\pi$.

Câu 59: (Mã 103 2018) Thể tích của khối trụ tròn xoay có bán kính đáy r và chiều cao h bằng

- A. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$ B. $\pi r^2 h$ C. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ D. $2\pi r h$

Lời giải

Chọn B

$V_{trụ} = \pi r^2 h$.

Câu 60: (Mã 123 2017) Tính thể tích V của khối trụ có bán kính $r = 4$ và chiều cao $h = 4\sqrt{2}$.

- A. $V = 32\pi$ B. $V = 64\sqrt{2}\pi$ C. $V = 128\pi$ D. $V = 32\sqrt{2}\pi$

Lời giải

Chọn B

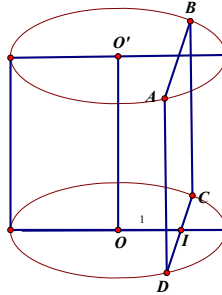
$V = \pi r^2 h = 16 \cdot 4\sqrt{2}\pi = 64\sqrt{2}\pi$

Câu 61: (Mã 103 - 2019) Cho hình trụ có chiều cao bằng $3\sqrt{2}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng $12\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. $6\sqrt{10}\pi$. B. $6\sqrt{34}\pi$. C. $3\sqrt{10}\pi$. D. $3\sqrt{34}\pi$.

Lời giải

Chọn A



Ta có:

$$S_{ABCD} = 12\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \cdot CD$$

$$\Rightarrow CD = 4$$

$$\Rightarrow CI = 2$$

$$\Rightarrow CO = \sqrt{CI^2 + IO^2} = \sqrt{5} = r$$

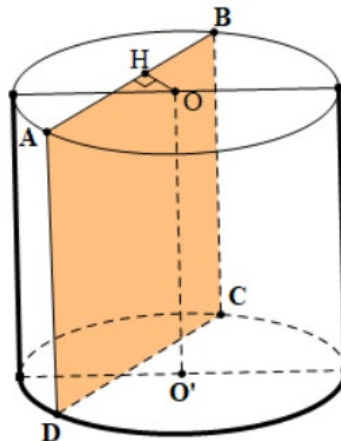
$$S_{xq} = 2\pi rl = 6\sqrt{10}\pi$$

Câu 62: (Mã 101 - 2019) Cho hình trụ có chiều cao bằng $5\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 30. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. $10\sqrt{3}\pi$. B. $5\sqrt{39}\pi$. C. $20\sqrt{3}\pi$. D. $10\sqrt{39}\pi$.

Lời giải

Chọn C



Gọi O, O' lần lượt là tâm của hai đáy và $ABCD$ là thiết diện song song với trục với $A, B \in (O); C, D \in (O')$. Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow OH = d(OO', (ABCD)) = 1$.

$$\text{Vì } S_{ABCD} = 30 \Leftrightarrow AB \cdot BC = 30 \Rightarrow AB = \frac{30}{5\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} \Rightarrow HA = HB = \sqrt{3}.$$

Bán kính của đáy là $r = \sqrt{OH^2 + HA^2} = \sqrt{3+1} = 2$.

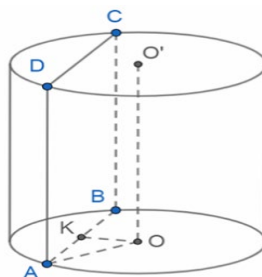
Diện tích xung quanh của hình trụ bằng $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi \cdot 2 \cdot 5\sqrt{3} = 20\sqrt{3}\pi$.

Câu 63: (Mã 102 - 2019) Cho hình trụ có chiều cao bằng $4\sqrt{2}$. Cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $\sqrt{2}$, thiết diện thu được có diện tích bằng 16. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. $16\sqrt{2}\pi$. B. $8\sqrt{2}\pi$. C. $12\sqrt{2}\pi$. D. $24\sqrt{2}\pi$.

Lời giải

Chọn A



Cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục, ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ (với AB là dây cung của hình tròn đáy tâm O).

Do hình trụ có chiều cao là $h = OO' = 4\sqrt{2} \Rightarrow$ hình trụ có độ dài đường sinh $l = AD = 4\sqrt{2}$.

Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ bằng $AB \cdot CD = 16 \Rightarrow AB = \frac{16}{AD} = \frac{16}{4\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$.

Gọi K là trung điểm đoạn AB thì $OK \perp AB$, lại có $\text{mp}(ABCD)$ vuông góc với mặt phẳng đáy của hình trụ $\Rightarrow OK \perp \text{mp}(ABCD) \Rightarrow$ khoảng cách giữa OO' và $\text{mp}(ABCD)$ là $OK = \sqrt{2}$.

Xét tam giác vuông AOK $R = OA = \sqrt{OK^2 + AK^2} = \sqrt{OK^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2} = 2$.

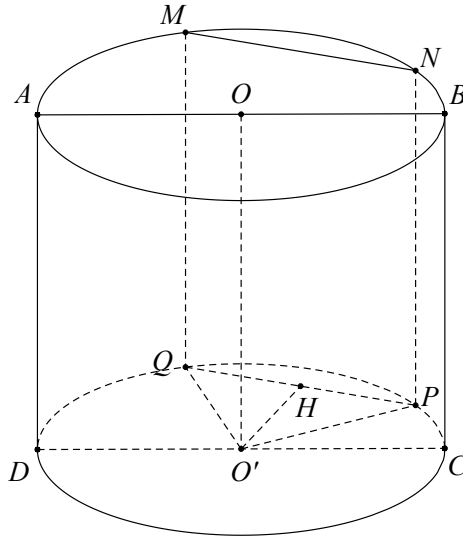
Diện tích xung quanh của hình trụ là $S = 2\pi R \cdot l = 2\pi \cdot 2 \cdot 4\sqrt{2} = 16\pi\sqrt{2}$.

Câu 64: (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Cho hình trụ có chiều cao bằng $6a$. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$, thiết diện thu được là một hình vuông. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

- A. $216\pi a^3$. B. $150\pi a^3$. C. $54\pi a^3$. D. $108\pi a^3$.

Lời giải

Chọn D



Lấy 2 điểm M, N lần lượt nằm trên đường tròn tâm O sao cho $MN = 6a$.

Từ M, N lần lượt kẻ các đường thẳng song song với trục OO' , cắt đường tròn tâm O' tại Q, P .

Thiết diện ta thu được là hình vuông $MNPQ$ có cạnh bằng $6a$.

Gọi H là trung điểm của PQ . Suy ra $OH \perp PQ$.

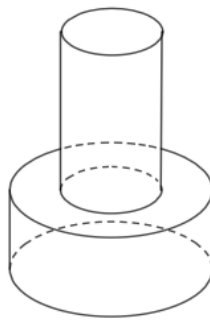
Vì $OO' \parallel (MNPQ)$ nên ta có $d(OO', (MNPQ)) = d(O', (MNPQ)) = O'H$.

Từ giả thiết, ta có $O'H = 3a$. Do đó $\Delta O'HP$ là tam giác vuông cân tại H .

Suy ra bán kính đường tròn đáy của hình trụ là $O'P = \sqrt{O'H^2 + HP^2} = 3a\sqrt{2}$.

Vậy thể tích của khối trụ cần tìm là: $V = 6a \cdot \pi \cdot (3a\sqrt{2})^2 = 108\pi a^3$.

Câu 65: (Đề Tham Khảo 2019) Một khối đồ chơi gồm hai khối trụ $(H_1), (H_2)$ xếp chồng lên nhau, lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là r_1, h_1, r_2, h_2 thỏa mãn $r_2 = \frac{1}{2}r_1, h_2 = 2h_1$ (tham khảo hình vẽ). Biết rằng thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng 30cm^3 , thể tích khối trụ (H_1) bằng



A. 24cm^3

B. 15cm^3

C. 20cm^3

D. 10cm^3

Lời giải

Chọn C

Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích khối trụ $(H_1), (H_2)$

$$V_2 = \pi r_2^2 h_2 = \pi \left(\frac{1}{2}r_1 \right)^2 2h_1 = \frac{V_1}{2}$$

$$\Rightarrow V_1 = 2V_2 \text{ mà } V_1 + V_2 = 30 \Rightarrow V_1 = 20$$

Câu 66: (Đề Tham Khảo 2018) Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 4. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác BCD và chiều cao bằng chiều cao của tứ diện $ABCD$.

A. $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$ B. $S_{xq} = 8\sqrt{2}\pi$ C. $S_{xq} = \frac{16\sqrt{3}\pi}{3}$ D. $S_{xq} = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$

Lời giải

Chọn D

Bán kính đường tròn đáy hình trụ bằng một phần ba đường cao tam giác BCD nên

$$r = \frac{1}{3} \cdot \frac{4\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Chiều cao hình trụ bằng chiều cao hình chóp: $h = \sqrt{4^2 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{4\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{16 - \frac{16 \cdot 3}{9}} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

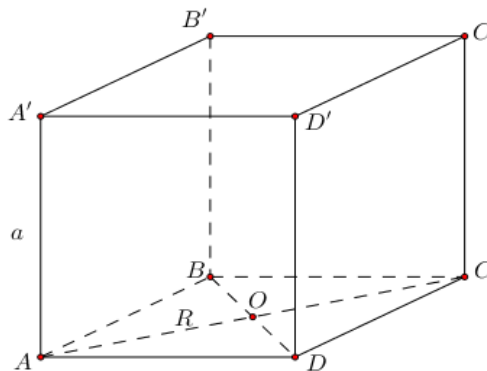
$$S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$$

Câu 67: (Đề Tham Khảo 2017) Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng a .

A. $V = \frac{\pi a^3}{6}$ B. $V = \frac{\pi a^3}{2}$ C. $V = \frac{\pi a^3}{4}$ D. $V = \pi a^3$

Lời giải

Chọn B



Bán kính đường tròn đáy là $R = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$; chiều cao $h = a$.

Vậy thể tích khối trụ là: $V = \pi R^2 h = \pi \cdot \frac{a^2}{2} \cdot a = \frac{\pi a^3}{2}$.

Câu 68: (Mã 104 - 2019) Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng 1 m và 1,5 m. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều

cao và thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?

A. 1,8 m.

B. 2,1 m.

C. 1,6 m.

D. 2,5 m.

Lời giải

Chọn A

Gọi h là chiều cao của các bể nước và r là bán kính đáy của bể nước dự định làm.

Theo giả thiết, ta có $\pi r^2 h = \pi \cdot 1^2 \cdot h + \pi \cdot (1,5)^2 \cdot h \Leftrightarrow r^2 = 1 + \frac{9}{4} = \frac{13}{4}$.

Suy ra $r = \frac{\sqrt{13}}{2} \approx 1,8$.

Câu 69: (Mã 101 2019) Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng $1m$ và $1,2m$. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?

A. 2,2 m.

B. 1,6 m.

C. 1,8 m.

D. 1,4 m.

Lời giải

Chọn B

Gọi $R_1; R_2; R$ lần lượt là bán kính của trụ thứ nhất, thứ hai và dự kiến sẽ làm, ta có:

$$V = V_1 + V_2 = \pi R^2 h = \pi R_1^2 h + \pi R_2^2 h \Leftrightarrow R^2 = R_1^2 + R_2^2.$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{R_1^2 + R_2^2} = \sqrt{1^2 + (1,2)^2} \approx 1,56(m).$$

Vậy: Giá trị cần tìm là: $1,6m$.

Câu 70: (Mã 102 - 2019) Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng $1m$ và $1,4m$. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?

A. 1,7 m.

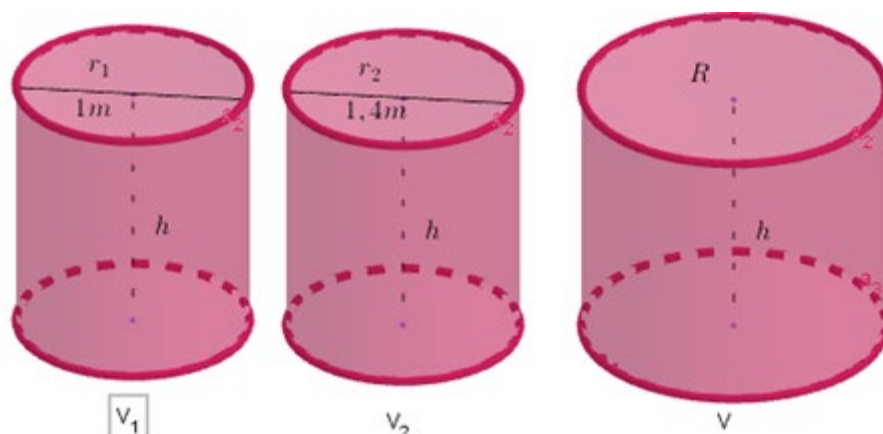
B. 1,5 m.

C. 1,9 m.

D. 2,4 m.

Lời giải

Chọn A



$$\text{Ta có: } V = V_1 + V_2 \Leftrightarrow h\pi R^2 = h\pi r_1^2 + h\pi r_2^2.$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{r_1^2 + r_2^2} \approx 1,72 \text{ m}.$$

Câu 71: (Mã 103 - 2019) Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng 1m và 1,8m. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm gần nhất với kết quả nào dưới đây?

A. 2,8m.

B. 2,6m.

C. 2,1m.

D. 2,3m.

Lời giải

Chọn C

Gọi hai bể nước hình trụ ban đầu lần lượt có chiều cao là h , bán kính r_1, r_2 , thể tích là V_1, V_2 .

Ta có một bể nước mới có chiều cao h , $V = V_1 + V_2$.

$$\Rightarrow \pi r^2 h = \pi r_1^2 h + \pi r_2^2 h \Rightarrow \pi r^2 h = \pi \cdot 1^2 \cdot h + \pi \cdot 1,8^2 \cdot h \Leftrightarrow r = \sqrt{\frac{106}{25}} \approx 2,1 \text{ m}.$$

Câu 72: (Mã 102 2018) Một chiếc bút chì có dạng khối trụ lục giác đều có cạnh đáy 3 (mm) và chiều cao bằng 200 (mm). Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều cao bằng chiều dài của bút và đáy là hình tròn có bán kính 1 (mm). Giả định 1 m^3 gỗ có giá a triệu đồng, 1 m^3 than chì có giá $6a$ triệu đồng. Khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?

A. 8,45.a đồng

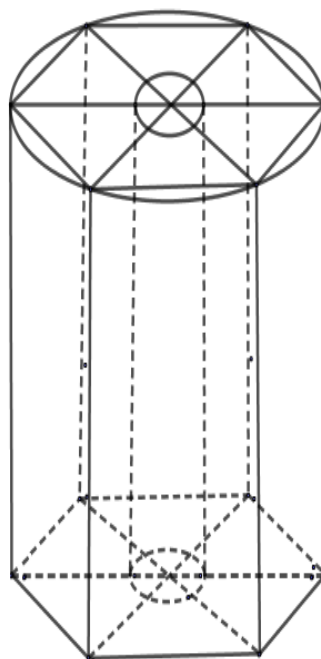
B. 7,82.a đồng

C. 84,5.a đồng

D. 78,2.a đồng

Lời giải

Chọn B



1 m^3 gỗ có giá a triệu đồng suy ra 1 mm^3 gỗ có giá $\frac{a}{1000}$ đồng.

1 m^3 than chì có giá $6a$ triệu đồng suy ra 1 mm^3 than chì có giá $\frac{6a}{1000}$ đồng.

Phần chì của cái bút có thể tích bằng $V_1 = 200.\pi.1^2 = 200\pi (mm^3)$.

Phần gỗ của của bút chì có thể tích bằng $V_2 = 200.6.\frac{3^2\sqrt{3}}{4} - 200\pi = 2700\sqrt{3} - 200\pi (mm^3)$.

Số tiền làm một chiếc bút chì là $\frac{6a.V_1 + a.V_2}{1000} \approx 7,82a$ đồng.

Câu 73: (Mã 101 2018) Một chiếc bút chì có dạng khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy 3 mm và chiều cao bằng 200 mm. Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều dài của bút và đáy là hình tròn có bán kính đáy 1 mm. Giả định 1 m³ gỗ có giá a (triệu đồng), 1 m³ than chì có giá $8a$ (triệu đồng). Khi đó giá nguyên liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?

A. 9,07 a (đồng)

B. 97,03 a (đồng)

C. 90,7 a (đồng)

D. 9,7 a (đồng)

Lời giải

Chọn. **A.**

Diện tích của khối lăng trụ lục giác đều là $S = 6.\left((3.10^{-3})^2.\frac{\sqrt{3}}{4}\right) (m^2)$

Thể tích của chiếc bút chì là: $V = S.h = 6.\left((3.10^{-3})^2.\frac{\sqrt{3}}{4}\right).200.10^{-3} = 27\sqrt{3}.10^{-7} (m^3)$.

Thể tích của phần lõi bút chì là $V_1 = \pi r^2 h = \pi.(10^{-3})^2.200.10^{-3} = 2\pi.10^{-7} (m^3)$.

Suy ra thể tích phần thân bút chì là $V_2 = V - V_1 = (27\sqrt{3} - 2\pi).10^{-7} (m^3)$.

Giá nguyên liệu làm một chiếc bút chì như trên là:

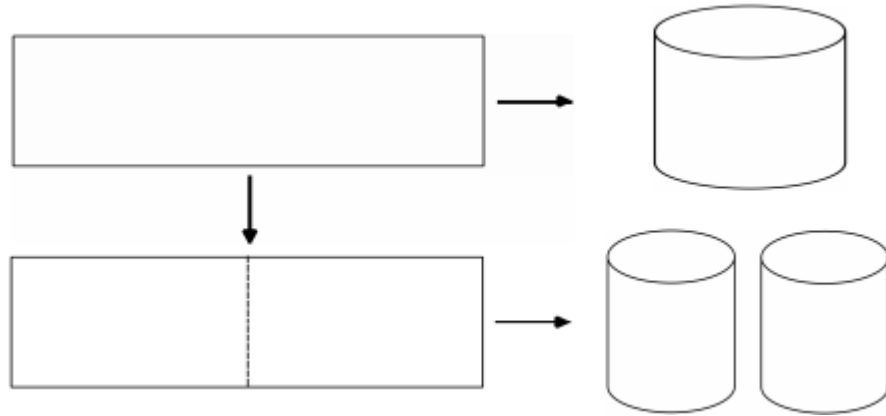
$V_2.a.10^6 + V_1.8a.10^6 = (27\sqrt{3} - 2\pi).10^{-7}.a.10^6 + 2\pi.10^{-7}.8a.10^6 = (2,7\sqrt{3} + 1,4\pi)a \approx 9,07a$ (đồng).

Câu 74: (Đề Minh Họa 2017) Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước 50cm.240cm, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng 50cm, theo hai cách sau (xem hình minh họa dưới đây):.

• Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.

• Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và V_2 là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách 2. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.



A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$

B. $\frac{V_1}{V_2} = 1$

C. $\frac{V_1}{V_2} = 2$

D. $\frac{V_1}{V_2} = 4$

Lời giải

Chọn C

Ban đầu bán kính đáy là R , sau khi cắt tấm tôn bán kính đáy là $\frac{R}{2}$

Đường cao của các khối trụ là không đổi

Ta có $V_1 = h\pi R^2$, $V_2 = 2.h\pi\left(\frac{R}{2}\right)^2 = h\pi\frac{R^2}{2}$. Vậy tỉ số $\frac{V_1}{V_2} = 2$.

Câu 75: (Mã 104 2018) Một chiếc bút chì có dạng khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy 3 mm và chiều cao 200 mm . Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều cao của bút và đáy là hình tròn có bán kính 1 mm . Giả định 1 m^3 gỗ có giá a (triệu đồng), 1 m^3 than chì có giá $7a$ (triệu đồng). Khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?

A. $85,5.a$ (đồng)

B. $9,07.a$ (đồng)

C. $8,45.a$ (đồng)

D. $90,07.a$ (đồng)

Lời giải

Chọn C

Thể tích phần lõi than chì: $V_1 = \pi.0,001^2.0,2 = 2\pi.10^{-7}\text{ m}^3$.

Số tiền làm lõi than chì $T_1 = (2\pi.10^{-7})7a.10^6 = 1,4\pi a$ (đồng).

Thể tích phần thân bằng gỗ của bút

$$V_2 = 6 \cdot \frac{(0,003)^2 \sqrt{3}}{4} \cdot 0,2 - 2\pi.10^{-7} = \left[\sqrt{3}.27.10^{-7} - 2\pi.10^{-7} \right] \text{m}^3.$$

Số tiền làm phần thân bằng gỗ của bút

$$T_2 = \left[27\sqrt{3}.10^{-7} - \pi.2.10^{-7} \right] a.10^6 = \left[2,7\sqrt{3} - \pi.0,2 \right] a \text{ (đồng)}.$$

Vậy giá vật liệu làm bút chì là: $T = T_1 + T_2 \approx 8,45.a$ (đồng).

Câu 76: (Mã 103 2018) Một chiếc bút chì có dạng khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy bằng 3 mm và chiều cao bằng 200 mm. Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều dài của bút và đáy là hình tròn có bán kính bằng 1 mm. Giả định $1m^3$ gỗ có giá a (triệu đồng). $1m^3$ than chì có giá $9a$ (triệu đồng). Khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?

- A. $103,3a$ đồng B. $97,03a$ đồng C. $10,33a$ đồng D. $9,7a$ đồng

Lời giải

Chọn D

$$3mm = 0,003m; 200mm = 0,2m; 1mm = 0,001m$$

Diện tích đáy của phần than chì: $S_1 = \pi r^2 = \pi \cdot 10^{-6} (m^2)$

Diện tích đáy phần bút bằng gỗ: $S_2 = 6S_{OAB} - S_1 = \left(6 \cdot \frac{3^2 \sqrt{3}}{4} - \pi \right) \cdot 10^{-6} = \left(\frac{27\sqrt{3}}{2} - \pi \right) \cdot 10^{-6} (m^2)$

Thể tích than chì cần dùng: $V_1 = S_1 \cdot h = \pi r^2 \cdot 0,2 = 0,2\pi \cdot 10^{-6} (m^3)$

Thể tích gỗ làm bút chì: $V_2 = S_2 \cdot h = \left(\frac{27\sqrt{3}}{2} - \pi \right) \cdot 0,2 \cdot 10^{-6} (m^3)$

Tiền làm một cây bút:

$$V_1 \cdot 9a + V_2 \cdot a = (9V_1 + V_2)a = \left(9 \cdot 0,2\pi \cdot 10^{-6} + \left(\frac{27\sqrt{3}}{2} - \pi \right) \cdot 0,2 \cdot 10^{-6} \right) a = 9,7a \text{ (đồng)}$$

CẦU

Câu 77: (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Cho mặt cầu có bán kính $R = 2$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

- A. $\frac{32\pi}{3}$. B. 8π . C. 16π . D. 4π .

Lời giải

Chọn C

$$S = 4\pi R^2 = 16\pi$$

Câu 78: (Mã 102 - 2020 Lần 2) Cho mặt cầu có bán kính $r = 5$. Diện tích mặt cầu đã cho bằng

- A. 25π . B. $\frac{500\pi}{3}$. C. 100π . D. $\frac{100\pi}{3}$.

Lời giải.

Chọn C

Diện tích mặt cầu $S = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 5^2 = 100\pi$.

Câu 79: (Mã 103 - 2020 Lần 2) Cho mặt cầu có bán kính $r = 4$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

- A. 16π . B. 64π . C. $\frac{64\pi}{3}$. D. $\frac{256\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích của mặt cầu bằng $4\pi r^2 = 4\pi \cdot 4^2 = 64\pi$

Câu 80: (Mã 104 - 2020 Lần 2) Cho mặt cầu bán kính $r = 5$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

- A. $\frac{500\pi}{3}$. B. 25π . C. $\frac{100\pi}{3}$. **D. 100π .**

Lời giải

Chọn D

Diện tích của mặt cầu có bán kính $r = 5$ là: $S = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 5^2 = 100\pi$.

Câu 81: (Mã 101 2018) Diện tích của mặt cầu bán kính R bằng:

- A. πR^2 B. $\frac{4}{3}\pi R^2$ C. $2\pi R^2$ **D. $4\pi R^2$**

Lời giải

Chọn D

Câu 82: (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho khối cầu có bán kính $r = 4$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng:

- A. $\frac{256\pi}{3}$.** B. 64π . C. $\frac{64\pi}{3}$. D. 256π .

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối cầu $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{256\pi}{3}$

Câu 83: (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho khối cầu có bán kính $r = 4$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

- A. 64π . B. $\frac{64\pi}{3}$. C. 256π . **D. $\frac{256\pi}{3}$.**

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối cầu đã cho bằng $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 4^3 = \frac{256\pi}{3}$.

Câu 84: (Mã 103 - 2020 Lần 1) Cho khối cầu có bán kính $r = 2$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

- A. 16π . B. $\frac{32\pi}{3}$. C. 32π . **D. $\frac{8\pi}{3}$.**

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối cầu đã cho : $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 2^3 = \frac{32}{3}\pi$.

Câu 85: (Mã 104 - 2020 Lần 1) Cho khối cầu có bán kính $r = 2$. Thể tích của khối cầu bằng

- A. $\frac{32\pi}{3}$.** B. 16π . C. 32π . D. $\frac{8\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi 2^3 = \frac{32}{3}\pi$

Câu 86: (Mã 102 2018) Thể tích của khối cầu bán kính R bằng

- A. $\frac{3}{4}\pi R^3$ B. $\frac{4}{3}\pi R^3$ C. $4\pi R^3$ D. $2\pi R^3$

Lời giải

Chọn B

Câu 87: (Đề Tham Khảo 2019) Thể tích khối cầu bán kính a bằng :

- A. $\frac{\pi a^3}{3}$ B. $2\pi a^3$ C. $\frac{4\pi a^3}{3}$ D. $4\pi a^3$

Lời giải

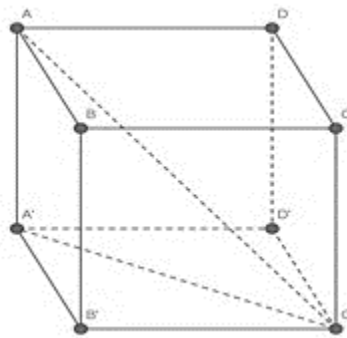
Chọn C

Câu 88: (Mã 123 2017) Tìm bán kính R mặt cầu ngoại tiếp một hình lập phương có cạnh bằng $2a$.

- A. $R = \sqrt{3}a$ B. $R = a$ C. 100 D. $R = 2\sqrt{3}a$

Lời giải

Chọn A



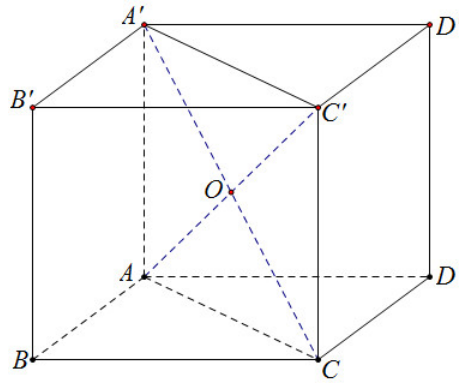
Đường chéo của hình lập phương: $AC' = 2\sqrt{3}a$. Bán kính $R = \frac{AC'}{2} = a\sqrt{3}$.

Câu 89: (Mã 110 2017) Cho mặt cầu bán kính R ngoại tiếp một hình lập phương cạnh a . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a = \frac{\sqrt{3}R}{3}$ B. $a = \frac{2\sqrt{3}R}{3}$ C. $a = 2R$ D. $a = 2\sqrt{3}R$

Lời giải

Chọn B



Gọi $O = AC' \cap A'C \Rightarrow O$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương.

$$\text{Bán kính mặt cầu: } R = OA = \frac{1}{2} AC' = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow a = \frac{2R}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}R}{3}$$



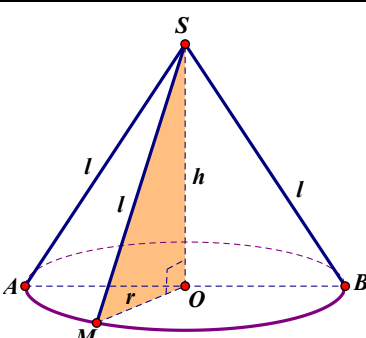
MẶT TRÒN XOAY NÓN – TRỤ – CẦU

MẶT TRÒN XOAY – NÓN – TRỤ – CẦU



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

NÓN

MẶT NÓN	Các yếu tố mặt nón:	Một số công thức:
 ☞ Hình thành: Quay Δ vuông SOM quanh trục SO, ta được mặt nón như hình bên với: $\begin{cases} h = SO \\ r = OM \end{cases}$	☐ Đường cao: $h = SO$. (SO cũng được gọi là trục của hình nón). ☐ Bán kính đáy: $r = OA = OB = OM$. ☐ Đường sinh: $l = SA = SB = SM$. ☐ Góc ở đỉnh: $\widehat{ASB}$ ☐ Thiết diện qua trục: ΔSAB cân tại S. ☐ Góc giữa đường sinh và mặt đáy: $\widehat{SAO} = \widehat{SBO} = \widehat{SMO}$.	☐ Chu vi đáy: $p = 2\pi r$. ☐ Diện tích đáy: $S_d = \pi r^2$. ☐ Thể tích: $V = \frac{1}{3}h.S_d = \frac{1}{3}h.\pi r^2$. ☐ Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi rl$. ☐ Diện tích toàn phần: $S_p = S_{xq} + S_d = \pi rl + \pi r^2$.

Câu 1: Gọi l, h, r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là:

- A. $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$. B. $S_{xq} = \pi rl$. C. $S_{xq} = \pi rh$. D. $S_{xq} = 2\pi rl$.

Câu 2: Cho hình nón có bán kính đáy bằng a , đường cao là $2a$. Tính diện tích xung quanh hình nón?

- A. $2\sqrt{5}\pi a^2$. B. $\sqrt{5}\pi a^2$. C. $2a^2$. D. $5a^2$.

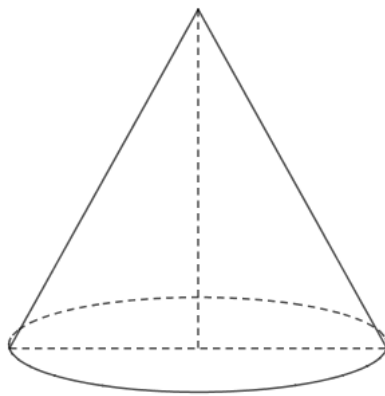
Câu 3: Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a . Tính diện tích xung quanh của hình nón.

- A. $\frac{2\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{4}$. C. $\pi a^2 \sqrt{2}$. D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.

- Câu 4:** Cho hình nón có bán kính đáy bằng a và độ dài đường sinh bằng $2a$. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng
A. $4\pi a^2$. **B.** $3\pi a^2$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $2a^2$.
- Câu 5:** Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$, bán kính đáy bằng a . Tính độ dài đường sinh của hình nón đó
A. $2a\sqrt{2}$. **B.** $\frac{3a}{2}$. **C.** $2a$. **D.** $3a$.
- Câu 6:** Cho khối nón (N) có thể tích bằng 4π và chiều cao là 3. Tính bán kính đường tròn đáy của khối nón (N).
A. 2. **B.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** 1. **D.** $\frac{4}{3}$.
- Câu 7:** Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , gọi I là trung điểm của BC , $BC = 2$. Tính diện tích xung quanh của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AI .
A. $S_{xq} = \sqrt{2}\pi$. **B.** $S_{xq} = 2\pi$. **C.** $S_{xq} = 2\sqrt{2}\pi$. **D.** $S_{xq} = 4\pi$.
- Câu 8:** Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a . Diện tích xung quanh của hình nón bằng
A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{2\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$. **D.** $\pi a^2 \sqrt{2}$.
- Câu 9:** Cho hình hình nón có độ dài đường sinh bằng 4, diện tích xung quanh bằng 8π . Khi đó hình nón có bán kính hình tròn đáy bằng
A. 8. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.
- Câu 10:** Cho hình nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4. Tính diện tích xung quanh của hình nón.
A. 12π . **B.** 9π . **C.** 30π . **D.** 15π .
- Câu 11:** Cho hình nón có đường sinh $l = 5$, bán kính đáy $r = 3$. Diện tích toàn phần của hình nón đó là:
A. $S_{tp} = 15\pi$. **B.** $S_{tp} = 20\pi$. **C.** $S_{tp} = 22\pi$. **D.** $S_{tp} = 24\pi$.
- Câu 12:** Cho hình nón (N) có đường kính đáy bằng $4a$, đường sinh bằng $5a$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón (N).
A. $S = 10\pi a^2$. **B.** $S = 14\pi a^2$. **C.** $S = 36\pi a^2$. **D.** $S = 20\pi a^2$.
- Câu 13:** Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $5\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Tính độ dài đường sinh của hình nón đã cho?
A. $a\sqrt{5}$. **B.** $3a\sqrt{2}$. **C.** $3a$. **D.** $5a$.
- Câu 14:** Mặt phẳng chứa trục của một hình nón cắt hình nón theo thiết diện là:
A. một hình chữ nhật. **B.** một tam giác cân. **C.** một đường elip. **D.** một đường tròn.
- Câu 15:** Cho hình nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l = 4$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón đã cho.
A. $S = 8\sqrt{3}\pi$. **B.** $S = 24\pi$. **C.** $S = 16\sqrt{3}\pi$. **D.** $S = 4\sqrt{3}\pi$.

- Câu 16:** Cho khối nón có bán kính đáy $r = 3$, chiều cao $h = \sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối nón.
A. $V = \frac{3\pi\sqrt{2}}{3}$ **B.** $V = 3\pi\sqrt{11}$ **C.** $V = \frac{9\pi\sqrt{2}}{3}$ **D.** $V = 9\pi\sqrt{2}$
- Câu 17:** Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = c$, $AC = b$. Quay tam giác ABC xung quanh đường thẳng chứa cạnh AB ta được một hình nón có thể tích bằng
A. $\frac{1}{3}\pi bc^2$. **B.** $\frac{1}{3}bc^2$. **C.** $\frac{1}{3}b^2c$. **D.** $\frac{1}{3}\pi b^2c$.
- Câu 18:** Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng 25 và bán kính đường tròn đáy bằng 15. Tính thể tích của khối nón đó.
A. 1500π . **B.** 4500π . **C.** 375π . **D.** 1875π .
- Câu 19:** Cho khối nón có bán kính đáy $r = 2$, chiều cao $h = \sqrt{3}$. Thể tích của khối nón là
A. $\frac{4\pi\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{4\pi}{3}$. **C.** $\frac{2\pi\sqrt{3}}{3}$. **D.** $4\pi\sqrt{3}$.
- Câu 20:** Cho khối nón tròn xoay có chiều cao và bán kính đáy cùng bằng a . Khi đó thể tích khối nón là
A. $\frac{4}{3}\pi a^3$. **B.** $\frac{2}{3}\pi a^3$. **C.** πa^3 . **D.** $\frac{1}{3}\pi a^3$.
- Câu 21:** Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.
A. $V = 16\pi\sqrt{3}$ **B.** $V = \frac{16\pi\sqrt{3}}{3}$ **C.** $V = 12\pi$ **D.** $V = 4\pi$
- Câu 22:** Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và đường cao bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón đã cho bằng
A. $\frac{2\pi a^3}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{\pi a^3}{3}$.
- Câu 23:** Cho khối nón có thiết diện qua trục là một tam giác cân có một góc 120° và cạnh bên bằng a . Tính thể tích khối nón.
A. $\frac{\pi a^3}{8}$. **B.** $\frac{3\pi a^3}{8}$. **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\frac{\pi a^3}{4}$.
- Câu 24:** Nếu giữ nguyên bán kính đáy của một khối nón và giảm chiều cao của nó 2 lần thì thể tích của khối nón này thay đổi như thế nào?
A. Giảm 4 lần. **B.** Giảm 2 lần. **C.** Tăng 2 lần. **D.** Không đổi.
- Câu 25:** Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng đường kính đáy bằng a . Thể tích khối nón là
A. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{16}$. **B.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{48}$. **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{8}$.
- Câu 26:** Cho khối nón có bán kính $r = \sqrt{5}$ và chiều cao $h = 3$. Tính thể tích V của khối nón.
A. $V = 9\pi\sqrt{5}$. **B.** $V = 3\pi\sqrt{5}$. **C.** $V = \pi\sqrt{5}$. **D.** $V = 5\pi$.

Câu 27: Cho khối nón có bán kính đáy $r = 2$, chiều cao $h = \sqrt{3}$. Thể tích của khối nón là:



- A. $\frac{4\pi}{3}$. B. $\frac{2\pi\sqrt{3}}{3}$. C. $4\pi\sqrt{3}$. D. $\frac{4\pi\sqrt{3}}{3}$.

Câu 28: Cho hình nón có bán kính đáy bằng 2, góc ở đỉnh bằng 60° . Thể tích khối nón là

- A. $V = \frac{8\pi\sqrt{3}}{9}(\text{cm}^3)$. B. $V = \frac{8\pi\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^3)$. C. $V = 8\pi\sqrt{3}(\text{cm}^3)$. D. $V = \frac{8\pi\sqrt{3}}{3}(\text{cm}^3)$.

Câu 29: Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối nón đó.

- A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{4}$. B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{2}$. C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{6}$. D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{3}$.

Câu 30: Cho khối nón tròn xoay có đường cao $h = 15 \text{ cm}$ và đường sinh $l = 25 \text{ cm}$. Thể tích V của khối nón là:

- A. $V = 1500\pi(\text{cm}^3)$. B. $V = 500\pi(\text{cm}^3)$. C. $V = 240\pi(\text{cm}^3)$. D. $V = 2000\pi(\text{cm}^3)$.

Câu 31: Cho hình nón đỉnh S , đường cao SO , A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho khoảng cách từ O đến (SAB) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ và $\widehat{SAO} = 30^\circ, \widehat{SAB} = 60^\circ$. Độ dài đường sinh của hình nón theo a bằng

- A. $a\sqrt{2}$ B. $a\sqrt{3}$ C. $2a\sqrt{3}$ D. $a\sqrt{5}$

Câu 32: Cho một hình nón có bán kính đáy bằng a và góc ở đỉnh bằng 60° . Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.

- A. $S_{xq} = 4\pi a^2$. B. $S_{xq} = \frac{2\sqrt{3}\pi a^2}{3}$. C. $S_{xq} = \frac{4\sqrt{3}\pi a^2}{3}$. D. $S_{xq} = 2\pi a^2$.

Câu 33: Cho đoạn thẳng AB có độ dài bằng $2a$, vẽ tia Ax về phía điểm B sao cho điểm B luôn cách tia Ax một đoạn bằng a . Gọi H là hình chiếu của B lên tia Ax , khi tam giác AHB quay quanh trục AB thì đường gấp khúc AHB vẽ thành mặt tròn xoay có diện tích xung quanh bằng:

- A. $\frac{3\sqrt{2}\pi a^2}{2}$. B. $\frac{(3+\sqrt{3})\pi a^2}{2}$. C. $\frac{(1+\sqrt{3})\pi a^2}{2}$. D. $\frac{(2+\sqrt{2})\pi a^2}{2}$.

Câu 34: Cho hình nón có chiều cao $h = 20$, bán kính đáy $r = 25$. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là 12. Tính diện tích S của thiết diện đó.

A. $S = 500$

B. $S = 400$

C. $S = 300$

D. $S = 406$

Câu 35: Cắt hình nón (N) đỉnh S cho trước bởi mặt phẳng qua trục của nó, ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $2a\sqrt{2}$. Biết BC là một dây cung đường tròn của đáy hình nón sao cho mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy của hình nón một góc 60° . Tính diện tích tam giác SBC .

A. $\frac{4a^2\sqrt{2}}{3}$

B. $\frac{4a^2\sqrt{2}}{9}$

C. $\frac{2a^2\sqrt{2}}{3}$

D. $\frac{2a^2\sqrt{2}}{9}$

Câu 36: Cho hình nón tròn xoay có chiều cao bằng 4 và bán kính bằng 3. Mặt phẳng (P) đi qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là một tam giác có độ dài cạnh đáy bằng 2. Diện tích của thiết diện bằng.

A. $\sqrt{6}$.

B. $\sqrt{19}$.

C. $2\sqrt{6}$.

D. $2\sqrt{3}$.

Câu 37: Cắt hình nón bằng một mặt phẳng qua trục của nó, ta được một thiết diện là một tam giác vuông cân cạnh bên $a\sqrt{2}$. Tính diện tích toàn phần của hình nón.

A. $4a^2\pi$.

B. $4\sqrt{2}a^2\pi$.

C. $a^2\pi(\sqrt{2}+1)$.

D. $2\sqrt{2}a^2\pi$.

Câu 38: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính diện tích toàn phần của vật tròn xoay thu được khi quay tam giác $AA'C$ quanh trục AA' .

A. $\pi(\sqrt{3}+2)a^2$.

B. $2\pi(\sqrt{2}+1)a^2$.

C. $2\pi(\sqrt{6}+1)a^2$.

D. $\pi(\sqrt{6}+2)a^2$.

Câu 39: Cho hình nón có chiều cao và bán kính đáy đều bằng 1. Mặt phẳng (P) qua đỉnh của hình nón và cắt đáy theo dây cung có độ dài bằng 1. Khoảng cách từ tâm của đáy tới mặt phẳng (P) bằng

A. $\frac{\sqrt{7}}{7}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{21}}{7}$.

Câu 40: Cho hình nón đỉnh S , đáy là đường tròn $(O;5)$. Một mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón cắt đường tròn đáy tại hai điểm A và B sao cho $SA = AB = 8$. Tính khoảng cách từ O đến (SAB) .

A. $2\sqrt{2}$.

B. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{3\sqrt{2}}{7}$.

D. $\frac{\sqrt{13}}{2}$.

Câu 41: Cho hình nón đỉnh S , đáy là hình tròn tâm O , bán kính, $R = 3\text{cm}$, góc ở đỉnh hình nón là $\varphi = 120^\circ$. Cắt hình nón bởi mặt phẳng qua đỉnh S tạo thành tam giác đều SAB , trong đó A, B thuộc đường tròn đáy. Diện tích tam giác SAB bằng

A. $3\sqrt{3}\text{ cm}^2$.

B. $6\sqrt{3}\text{ cm}^2$.

C. 6 cm^2 .

D. 3 cm^2 .

Câu 42: Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác vuông có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó.

A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.

B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$.

C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{2}}{6}$.

D. $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 43: Cho hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O , bán kính R . Dựng hai đường sinh SA và SB , biết AB chắn trên đường tròn đáy một cung có số đo bằng 60° , khoảng cách từ tâm O đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{R}{2}$. Đường cao h của hình nón bằng

- A. $h = R\sqrt{3}$. B. $h = R\sqrt{2}$. C. $h = \frac{R\sqrt{3}}{2}$. D. $h = \frac{R\sqrt{6}}{4}$.

Câu 44: Cho hình nón tròn xoay có chiều cao bằng $2a$, bán kính đáy bằng $3a$. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện bằng $\frac{3a}{2}$. Diện tích của thiết diện đó bằng

- A. $\frac{2a^2\sqrt{3}}{7}$. B. $12a^2\sqrt{3}$. C. $\frac{12a^2}{7}$. D. $\frac{24a^2\sqrt{3}}{7}$.

Câu 45: Cho hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O . Một mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là một tam giác vuông SAB có diện tích bằng $4a^2$. Góc giữa trục SO và mặt phẳng (SAB) bằng 30° . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. $4\sqrt{10}\pi a^2$. B. $2\sqrt{10}\pi a^2$. C. $\sqrt{10}\pi a^2$. D. $8\sqrt{10}\pi a^2$.

Câu 46: Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Một thiết diện qua đỉnh tạo với đáy một góc 60° . Diện tích của thiết diện này bằng

- A. $\frac{a^2\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$. C. $2a^2$. D. $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$.

Câu 47: Tính thể tích của hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° và diện tích xung quanh bằng $6\pi a^2$.

- A. $V = \frac{3\pi a^3\sqrt{2}}{4}$ B. $V = 3\pi a^3$ C. $V = \frac{3\pi a^3\sqrt{2}}{4}$ D. $V = \pi a^3$

Câu 48: Cho tam giác ABC vuông tại A , cạnh $AB = 6$, $AC = 8$ và M là trung điểm của cạnh AC . Khi đó thể tích của khối tròn xoay do tam giác BMC quanh quanh AB là

- A. 86π B. 106π C. 96π D. 98π

Câu 49: Cho hình nón có bán kính đáy bằng 2 cm , góc ở đỉnh bằng 60° . Tính thể tích của khối nón đó.

- A. $\frac{8\sqrt{3}\pi}{9}\text{ cm}^3$. B. $8\sqrt{3}\pi\text{ cm}^3$. C. $\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}\text{ cm}^3$. D. $\frac{8\pi}{3}\text{ cm}^3$.

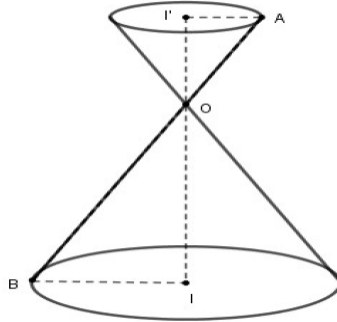
Câu 50: Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 6\text{ cm}$, $AC = 8\text{ cm}$. Gọi V_1 là thể tích khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB và V_2 là thể tích khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC . Khi đó, tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng:

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{16}{9}$. D. $\frac{9}{16}$.

Câu 51: Cho hình nón N_1 đỉnh S đáy là đường tròn $C(O; R)$, đường cao $SO = 40$ cm. Người ta cắt nón bằng mặt phẳng vuông góc với trục để được nón nhỏ N_2 có đỉnh S và đáy là đường tròn $C'(O'; R')$. Biết rằng tỷ số thể tích $\frac{V_{N_2}}{V_{N_1}} = \frac{1}{8}$. Tính độ dài đường cao nón N_2 .

- A. 20 cm. B. 5 cm. C. 10 cm. D. 49 cm.

Câu 52: Cho một đồng hồ cát như bên dưới, trong đó đường sinh bất kỳ của hình nón tạo với đáy một góc 60° . Biết rằng chiều cao của đồng hồ là 30 cm và tổng thể tích của đồng hồ là 1000π cm³. Hỏi nếu cho đầy lượng cát vào phần bên trên thì khi chảy hết xuống dưới, tỷ số thể tích lượng cát chiếm chỗ và thể tích phần phía dưới là bao nhiêu?



- A. $\frac{1}{64}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{1}{27}$. D. $\frac{1}{3\sqrt{3}}$.

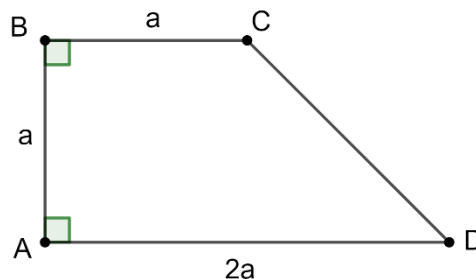
Câu 53: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2$, $AD = 2\sqrt{3}$ và nằm trong mặt phẳng (P) . Quay (P) một vòng quanh đường thẳng BD . Khối tròn xoay được tạo thành có thể tích bằng

- A. $\frac{28\pi}{9}$ B. $\frac{28\pi}{3}$ C. $\frac{56\pi}{9}$ D. $\frac{56\pi}{3}$

Câu 54: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2$, $AD = 2\sqrt{3}$ và nằm trong mặt phẳng (P) . Quay (P) một vòng quanh đường thẳng BD . Khối tròn xoay được tạo thành có thể tích bằng

- A. $\frac{28\pi}{9}$. B. $\frac{28\pi}{3}$. C. $\frac{56\pi}{9}$. D. $\frac{56\pi}{3}$.

Câu 55: Cho hình thang $ABCD$ có $\hat{A} = \hat{B} = 90^\circ$, $AB = BC = a$, $AD = 2a$. Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình thang $ABCD$ xung quanh trục CD .



- A. $\frac{7\sqrt{2}\pi a^3}{6}$. B. $\frac{7\sqrt{2}\pi a^3}{12}$. C. $\frac{7\pi a^3}{6}$. D. $\frac{7\pi a^3}{12}$.

Câu 56: Cho hình tứ diện $ABCD$ có $AD \perp (ABC)$, ABC là tam giác vuông tại B . Biết $BC = 2(\text{cm})$, $AB = 2\sqrt{3}(\text{cm})$, $AD = 6(\text{cm})$. Quay các tam giác ABC và ABD xung quanh đường thẳng AB ta được 2 khối tròn xoay. Thể tích phần chung của 2 khối tròn xoay đó bằng

- A. $\sqrt{3}\pi(\text{cm}^3)$ B. $\frac{5\sqrt{3}}{2}\pi(\text{cm}^3)$ C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}\pi(\text{cm}^3)$ D. $\frac{64\sqrt{3}}{3}\pi(\text{cm}^3)$.

Câu 57: Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° , diện tích xung quanh bằng $6\pi a^2$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

- A. $V = \frac{3\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$ B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$ C. $V = 3\pi a^3$ D. $V = \pi a^3$.

Câu 58: Cho hình nón tròn xoay có đỉnh là S , O là tâm của đường tròn đáy, đường sinh bằng $a\sqrt{2}$ và góc giữa đường sinh và mặt phẳng đáy bằng 60° . Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón và thể tích V của khối nón tương ứng là

- A. $S_{xq} = \pi a^2$, $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{12}$ B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{2}$, $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{12}$
C. $S_{xq} = \pi a^2 \sqrt{2}$, $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{4}$ D. $S_{xq} = \pi a^2$, $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{4}$.

Câu 59: Cho hình nón có chiều cao $6a$. Một mặt phẳng (P) đi qua đỉnh của hình nón và có khoảng cách đến tâm là $3a$, thiết diện thu được là một tam giác vuông cân. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

- A. $150\pi a^3$ B. $96\pi a^3$ C. $108\pi a^3$ D. $120\pi a^3$.

Câu 60: Cho hình nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 10. Mặt phẳng (α) vuông góc với trục và cách đỉnh của hình nón một khoảng bằng 4, chia hình nón thành hai phần. Gọi V_1 là thể tích của phần chứa đỉnh của hình nón đã cho, V_2 là thể tích của phần còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$?

- A. $\frac{4}{25}$ B. $\frac{21}{25}$ C. $\frac{8}{117}$ D. $\frac{4}{21}$.

Câu 61: Cho một hình nón có bán kính đáy bằng $2a$. Mặt phẳng (P) đi qua đỉnh (S) của hình nón, cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB = 2a\sqrt{3}$, khoảng cách từ tâm đường tròn đáy đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Thể tích khối nón đã cho bằng

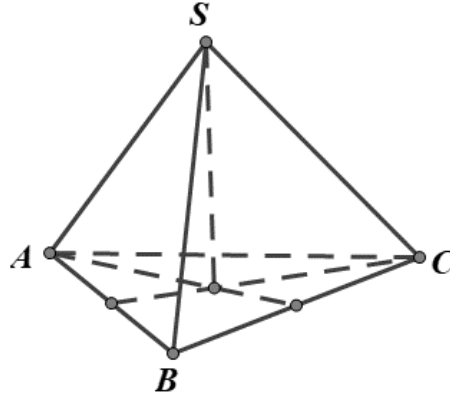
- A. $\frac{8\pi a^3}{3}$ B. $\frac{4\pi a^3}{3}$ C. $\frac{2\pi a^3}{3}$ D. $\frac{\pi a^3}{3}$.

Câu 62: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$. Hình nón có đỉnh S và có đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác ABC gọi là hình nón nội tiếp hình chóp $S.ABC$, hình nón có đỉnh S và có đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC gọi là hình nón ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Tỉ số thể tích của hình nón nội tiếp và hình nón ngoại tiếp hình chóp đã cho là

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{3}$.

- Câu 63:** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và đáy bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S , có đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng
- A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{10}}{8}$. B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{7}}{4}$. D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{7}}{6}$.
- Câu 64:** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh a . Một khối nón có đỉnh là tâm của hình vuông $ABCD$ và đáy là hình tròn nội tiếp hình vuông $A'B'C'D'$. Diện tích toàn phần của khối nón đó là
- A. $S_{tp} = \frac{\pi a^2}{2}(\sqrt{3} + 2)$. B. $S_{tp} = \frac{\pi a^2}{4}(\sqrt{5} + 1)$. C. $S_{tp} = \frac{\pi a^2}{4}(\sqrt{5} + 2)$. D. $S_{tp} = \frac{\pi a^2}{2}(\sqrt{3} + 1)$.
- Câu 65:** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Tính diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S , đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác ABC .
- A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{7}}{6}$ C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{7}}{4}$ D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{10}}{8}$
- Câu 66:** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Tính diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S , đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác ABC .
- A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{7}}{6}$ C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{7}}{4}$ D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{10}}{8}$
- Câu 67:** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy là a và (N) là hình nón có đỉnh là S với đáy là đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABCD$. Tỉ số thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khối nón (N) là
- A. $\frac{\pi}{4}$. B. $\frac{\pi\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{2}{\pi}$. D. $\frac{2\sqrt{2}}{\pi}$.
- Câu 68:** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên tạo với đáy góc 45° . Thể tích khối nón ngoại tiếp hình chóp trên là:
- A. $\frac{8}{3}\pi a^3 \sqrt{3}$ B. $\frac{2}{3}\pi a^3 \sqrt{3}$ C. $2\pi a^3 \sqrt{2}$ D. $\frac{2}{3}\pi a^3 \sqrt{2}$
- Câu 69:** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Tam giác SAB có diện tích bằng $2a^2$. Thể tích của khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy nội tiếp tứ giác $ABCD$.
- A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{7}}{8}$. B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{7}}{7}$. C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{7}}{4}$. D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{15}}{24}$.
- Câu 70:** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh a . Một khối nón có đỉnh là tâm của hình vuông $ABCD$ và đáy là hình tròn nội tiếp hình vuông $A'B'C'D'$. Kết quả tính diện tích toàn phần S_{tp} của khối nón đó có dạng bằng $\frac{\pi a^2}{4}(\sqrt{b} + c)$ với b và c là hai số nguyên dương và $b > 1$. Tính bc .
- A. $bc = 5$. B. $bc = 8$. C. $bc = 15$. D. $bc = 7$.

- Câu 71:** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh $AB = a$, góc tạo bởi (SAB) và (ABC) bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S và có đường tròn đáy ngoại tiếp tam giác ABC bằng



- A. $\frac{\sqrt{7}\pi a^2}{3}$. B. $\frac{\sqrt{7}\pi a^2}{6}$. C. $\frac{\sqrt{3}\pi a^2}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}\pi a^2}{6}$.

- Câu 72:** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a và cạnh bên bằng $2a$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón có đỉnh là tâm O của hình vuông $A'B'C'D'$ và đáy là hình tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$.

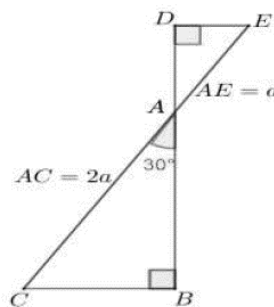
- A. $S_{xq} = \pi a^2 \sqrt{17}$. B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{2}$. C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{4}$. D. $S_{xq} = 2\pi a^2 \sqrt{17}$.

MỨC ĐỘ VẬN DỤNG – VẬN DỤNG CAO

- Câu 73:** Cho hai khối nón có chung trục $SS' = 3r$. Khối nón thứ nhất có đỉnh S , đáy là hình tròn tâm S' bán kính $2r$. Khối nón thứ hai có đỉnh S' , đáy là hình tròn tâm S bán kính r . Thể tích phần chung của hai khối nón đã cho bằng

- A. $\frac{4\pi r^3}{27}$. B. $\frac{\pi r^3}{9}$. C. $\frac{4\pi r^3}{9}$. D. $\frac{4\pi r^3}{3}$.

- Câu 74:** Tính thể tích của vật thể tròn xoay khi quay mô hình quanh trục DB .



- A. $\frac{9\pi a^3 \sqrt{3}}{8}$. B. $\frac{3\pi a^3 \sqrt{3}}{8}$. C. $\frac{2\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{12}$.

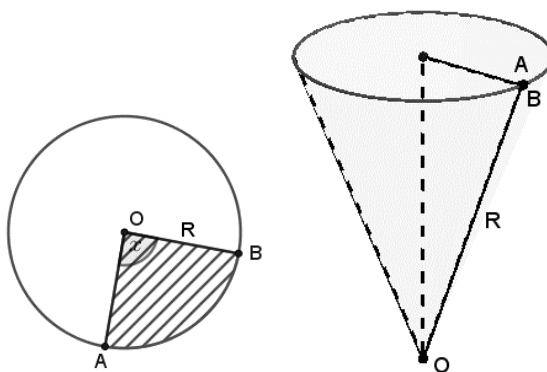
- Câu 75:** Cho tam giác ABC vuông tại A , $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$, $b < c$. Khi quay tam giác vuông ABC một vòng quanh cạnh BC , quay cạnh AC , quanh cạnh AB , ta thu được các hình có diện tích toàn phần theo thứ tự bằng S_a, S_b, S_c . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $S_b > S_c > S_a$. B. $S_b > S_a > S_c$. C. $S_c > S_a > S_b$. D. $S_a > S_c > S_b$.

Câu 76: Cho tam giác ABC cân tại A , góc $\widehat{BAC} = 120^\circ$ và $AB = 4\text{cm}$. Tính thể tích khối tròn xoay lớn nhất có thể khi ta quay tam giác ABC quanh đường thẳng chứa một cạnh của tam giác ABC .

- A. $16\sqrt{3}\pi \text{ (cm}^3\text{)}$. B. $16\pi \text{ (cm}^3\text{)}$. C. $\frac{16\pi}{\sqrt{3}} \text{ (cm}^3\text{)}$. D. $\frac{16\pi}{3} \text{ (cm}^3\text{)}$.

Câu 77: Huyền có một tấm bìa hình tròn như hình vẽ, Huyền muốn biến hình tròn đó thành một cái phễu hình nón. Khi đó Huyền phải cắt bỏ hình quạt tròn AOB rồi dán hai bán kính OA và OB lại với nhau. Gọi x là góc ở tâm hình quạt tròn dùng làm phễu. Tìm x để thể tích phễu là lớn nhất?



- A. $\frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$. B. $\frac{\pi}{3}$. C. $\frac{\pi}{2}$. D. $\frac{\pi}{4}$.

Câu 78: Một khối nón có thể tích bằng $9a^3\pi\sqrt{2}$. Tính bán kính R đáy khối nón khi diện tích xung quanh nhỏ nhất.

- A. $R = 3a$. B. $R = \frac{3a}{\sqrt[5]{2}}$. C. $R = \sqrt[3]{9}a$. D. $R = \frac{3a}{\sqrt[3]{2}}$.

Câu 79: Cho hai mặt phẳng $(P), (Q)$ song song với nhau và cùng cắt khối cầu tâm O , bán kính R thành hai hình tròn cùng bán kính. Xét hình nón có đỉnh trùng với tâm của một trong hai hình tròn này và có đáy là hình tròn còn lại. Tính khoảng cách h giữa hai mặt phẳng $(P), (Q)$ để diện tích xung quanh của hình nón là lớn nhất.

- A. $h = R$. B. $h = R\sqrt{2}$. C. $h = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$. D. $2R\sqrt{3}$.

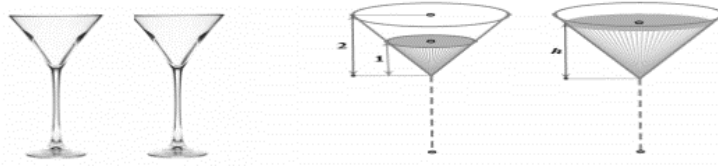
Câu 80: Cho tam giác OAB vuông cân tại O , có $OA = 4$. Lấy điểm M thuộc cạnh AB (M không trùng với A, B) và gọi H là hình chiếu của M trên OA . Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay tam giác OMH quanh OA .

- A. $\frac{128\pi}{81}$. B. $\frac{81\pi}{256}$. C. $\frac{256\pi}{81}$. D. $\frac{64\pi}{81}$.

Câu 81: Lượng nguyên liệu cần dùng để làm ra một chiếc nón lá được ước lượng qua phép tính diện tích xung quanh của mặt nón. Cứ 1kg lá dùng để làm nón có thể làm ra số nón có tổng diện tích xung quanh là $6,13\text{m}^2$. Hỏi nếu muốn làm ra 1000 chiếc nón lá giống nhau có đường trình vành nón 50cm , chiều cao 30cm thì cần khối lượng lá gần nhất với con số nào dưới đây?

- A. 50kg . B. 76kg . C. 48kg . D. 38kg .

Câu 82: Hai chiếc ly đựng chất lỏng giống hệt nhau, mỗi chiếc có phần chứa chất lỏng là một khối nón có chiều cao 2 dm . Ban đầu chiếc ly thứ nhất chứa đầy chất lỏng, chiếc ly thứ hai để rỗng. Người ta chuyển chất lỏng từ ly thứ nhất sang ly thứ hai sao cho độ cao của cột chất lỏng trong ly thứ nhất còn 1 dm . Tính chiều cao h của cột chất lỏng trong ly thứ hai sau khi chuyển.



- A. $h \approx 1,41\text{ dm}$. B. $h \approx 1,89\text{ dm}$. C. $h \approx 1,91\text{ dm}$. D. $h \approx 1,73\text{ dm}$.

Câu 83: Cho một miếng tôn hình tròn có bán kính 50 cm . Biết hình nón có thể tích lớn nhất khi diện tích toàn phần của hình nón bằng diện tích miếng tôn ở trên. Khi đó hình nón có bán kính đáy là:

- A. $10\sqrt{2}\text{ (cm)}$. B. $50\sqrt{2}\text{ (cm)}$. C. 20 (cm) . D. 25 (cm) .

Câu 84: Cho hình nón (N) có đường cao $SO = h$ và bán kính đáy bằng R , gọi M là điểm trên đoạn SO , đặt $OM = x$, $0 < x < h$. (C) là thiết diện của mặt phẳng (P) vuông góc với trục SO tại M , với hình nón (N) . Tìm x để thể tích khối nón đỉnh O đáy là (C) lớn nhất.

- A. $\frac{h}{2}$. B. $\frac{h\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{h\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{h}{3}$.

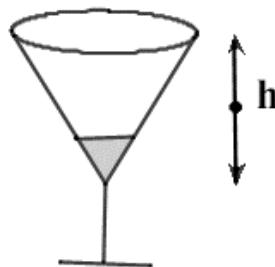
Câu 85: Cho hình tứ diện $ABCD$ có $AD \perp (ABC)$, ABC là tam giác vuông tại B . Biết $BC = a$, $AB = a\sqrt{3}$, $AD = 3a$. Quay các tam giác ABC và ABD xung quanh đường thẳng AB ta được 2 khối tròn xoay. Thể tích phần chung của 2 khối tròn xoay đó bằng

- A. $\frac{3\sqrt{3}\pi a^3}{16}$. B. $\frac{8\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. C. $\frac{5\sqrt{3}\pi a^3}{16}$. D. $\frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{16}$.

Câu 86: Cho tam giác nhọn ABC , biết rằng khi quay tam giác này quanh các cạnh AB , BC , CA ta lần lượt được các hình tròn xoay có thể tích là 672π , $\frac{3136\pi}{5}$, $\frac{9408\pi}{13}$. Tính diện tích tam giác ABC .

- A. $S = 1979$. B. $S = 364$. C. $S = 84$. D. $S = 96$.

Câu 87: Một chiếc ly dạng hình nón. Người ta đổ một lượng nước vào ly sao cho chiều cao của lượng nước trong ly bằng $\frac{1}{4}$ chiều cao của ly. Hỏi nếu bịt kín miệng ly rồi úp ngược ly lại thì tỷ lệ chiều cao của mực nước và chiều cao của ly nước bây giờ bằng bao nhiêu?

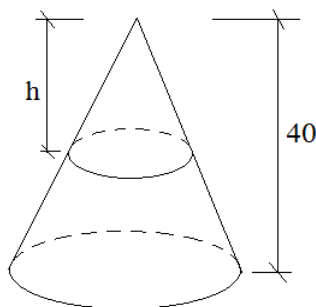


- A. $\frac{4 - \sqrt[3]{63}}{4}$. B. $\frac{\sqrt[3]{63}}{4}$. C. $\frac{4 - \sqrt{63}}{4}$. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 88: Cho tam giác ABC có $\widehat{A}=120^\circ$, $AB=AC=a$. Quay tam giác ABC quanh đường thẳng AB ta được một khối tròn xoay. Thể tích khối tròn xoay đó bằng:

- A. $\frac{\pi a^3}{3}$. B. $\frac{\pi a^3}{4}$. C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{4}$.

Câu 89: Một vật N_1 có dạng hình nón có chiều cao bằng 40cm . Người ta cắt vật N_1 bằng một mặt cắt song song với mặt đáy của nó để được một hình nón nhỏ N_2 có thể tích bằng $\frac{1}{8}$ thể tích N_1 . Tính chiều cao h của hình nón N_2 ?

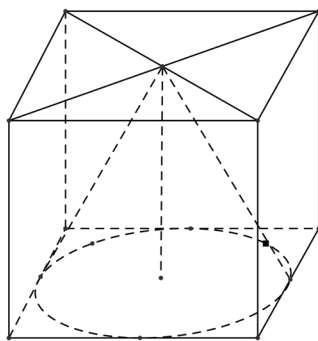


- A. 10cm B. 20cm C. 40cm D. 5cm

Câu 90: Cho một tấm bìa hình dạng tam giác vuông, biết b và c là độ dài cạnh tam giác vuông của tấm một khối tròn xoay. Hỏi thể tích V của khối tròn xoay sinh ra bởi tấm bìa bằng bao nhiêu?

- A. $V = \frac{b^2 c^2}{3\sqrt{b^2 + c^2}}$. B. $V = \frac{\pi b^2 c^2}{3\sqrt{b^2 + c^2}}$. C. $V = \frac{2\pi b^2 c^2}{3\sqrt{b^2 + c^2}}$. D. $V = \frac{\pi b^2 c^2}{3\sqrt{2(b^2 + c^2)}}$.

Câu 91: Một chiếc thùng chứa đầy nước có hình một khối lập phương. Đặt vào trong thùng đó một khối nón sao cho đỉnh khối nón trùng với tâm một mặt của khối lập phương, đáy khối nón tiếp xúc với các cạnh của mặt đối diện. Tính tỉ số thể tích của lượng nước trào ra ngoài và lượng nước còn lại ở trong thùng.



- A. $\frac{\pi}{12-\pi}$. B. $\frac{1}{11}$. C. $\frac{\pi}{12}$. D. $\frac{11}{12}$.

Câu 92: Một cái phễu có dạng hình nón. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của lượng nước trong phễu bằng $\frac{1}{3}$ chiều cao của phễu. Hỏi nếu bịt kín miệng phễu rồi lộn ngược phễu lên thì chiều cao của mực nước xấp xỉ bằng bao nhiêu? Biết rằng chiều cao của phễu là 15cm .

- A. $0,501(\text{cm})$. B. $0,302(\text{cm})$. C. $0,216(\text{cm})$. D. $0,188(\text{cm})$.

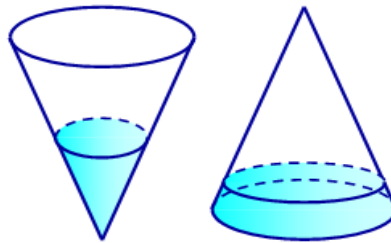
Câu 93: Hai hình nón bằng nhau có chiều cao bằng 2 dm được đặt như hình vẽ bên. Lúc đầu, hình nón trên chứa đầy nước và hình nón dưới không chứa nước. Sau đó, nước được chảy xuống hình nón dưới thông qua lỗ trống ở đỉnh của hình nón trên. Hãy tính chiều cao của nước trong hình nón dưới tại thời điểm khi mà chiều cao của nước trong hình nón trên bằng 1 dm.

- A. $\sqrt[3]{7}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\sqrt[3]{5}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 94: Tại trung tâm thành phố người ta tạo điểm nhấn bằng cột trang trí hình nón có kích thước như sau: chiều dài đường sinh $l = 10$ m, bán kính đáy $R = 5$ m. Biết rằng tam giác SAB là thiết diện qua trục của hình nón và C là trung điểm của SB . Trang trí một hệ thống đèn điện từ chạy từ A đến C trên mặt nón. Xác định giá trị ngắn nhất của chiều dài dây đèn điện tử.

- A. 15 m. B. 10 m. C. $5\sqrt{3}$ m. D. $5\sqrt{5}$ m.

Câu 95: Một cái phễu có dạng hình nón, chiều cao của phễu là 20cm. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của cột nước trong phễu là 10cm. Nếu bịt kín miệng phễu rồi lật ngược lên chiều cao của cột nước trong phễu gần nhất với giá trị nào sau đây.



- A. 1,07cm. B. 0,97cm. C. 0,67cm. D. 0,87cm.

Câu 96: Giả sử đồ thị hàm số $y = (m^2 + 1)x^4 - 2mx^2 + m^2 + 1$ có 3 điểm cực trị là A, B, C mà $x_A < x_B < x_C$. Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC ta được một khối tròn xoay. Giá trị của m để thể tích của khối tròn xoay đó lớn nhất thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây:

- A. $(4; 6)$. B. $(2; 4)$. C. $(-2; 0)$. D. $(0; 2)$.

Câu 97: Khi cắt hình nón có chiều cao 16 cm và đường kính đáy 24 cm bởi một mặt phẳng song song với đường sinh của hình nón ta thu được thiết diện có diện tích lớn nhất gần với giá trị nào sau đây?

- A. 170. B. 260. C. 294. D. 208.

Câu 98: Một hình nón tròn xoay có đường sinh $2a$. Thể tích lớn nhất của khối nón đó là

- A. $\frac{16\pi a^3}{3\sqrt{3}}$. B. $\frac{16\pi a^3}{9\sqrt{3}}$. C. $\frac{4\pi a^3}{3\sqrt{3}}$. D. $\frac{8\pi a^3}{3\sqrt{3}}$.

Câu 99: Huyền có một tấm bìa như hình vẽ, Huyền muốn biến đường tròn đó thành một cái phễu hình nón. Khi đó Huyền phải cắt bỏ hình quạt tròn AOB rồi dán OA, OB lại với nhau. Gọi x là góc ở tâm hình quạt tròn dùng làm phễu. Tìm x để thể tích phễu lớn nhất?

- A. $\frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{\pi}{4}$

Câu 100: Tại trung tâm một thành phố người ta tạo điểm nhấn bằng cột trang trí hình nón có kích thước như sau: đường sinh $l = 10m$, bán kính đáy $R = 5m$. Biết rằng tam giác SAB là thiết diện qua trục của hình nón và C là trung điểm của SB . Trang trí một hệ thống đèn điện tử chạy từ A đến C trên mặt nón. Định giá trị ngắn nhất của chiều dài dây đèn điện tử.

A. $15m$.

B. $10m$.

C. $5\sqrt{3}m$.

D. $5\sqrt{5}m$.



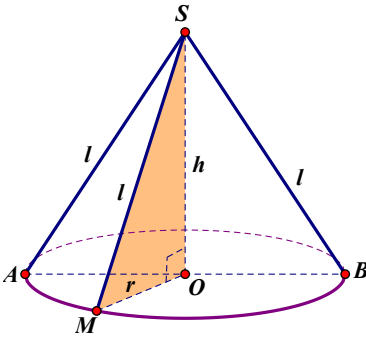
MẶT TRÒN XOAY NÓN – TRỤ – CẦU

MẶT TRÒN XOAY – NÓN – TRỤ – CẦU



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

NÓN

MẶT NÓN	Các yếu tố mặt nón:	Một số công thức:
 ☞ Hình thành: Quay Δ vuông SOM quanh trục SO, ta được mặt nón như hình bên với: $\begin{cases} h = SO \\ r = OM \end{cases}$	☐ Đường cao: $h = SO$. (SO cũng được gọi là trục của hình nón). ☐ Bán kính đáy: $r = OA = OB = OM$. ☐ Đường sinh: $l = SA = SB = SM$. ☐ Góc ở đỉnh: $\widehat{ASB}$ ☐ Thiết diện qua trục: ΔSAB cân tại S. ☐ Góc giữa đường sinh và mặt đáy: $\widehat{SAO} = \widehat{SBO} = \widehat{SMO}$.	☐ Chu vi đáy: $p = 2\pi r$. ☐ Diện tích đáy: $S_d = \pi r^2$. ☐ Thể tích: $V = \frac{1}{3}h.S_d = \frac{1}{3}h.\pi r^2$. ☐ Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi rl$. ☐ Diện tích toàn phần: $S_p = S_{xq} + S_d = \pi rl + \pi r^2$.

Câu 1: Gọi l, h, r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là:

- A. $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$. B. $S_{xq} = \pi rl$. C. $S_{xq} = \pi rh$. D. $S_{xq} = 2\pi rl$.

Lời giải

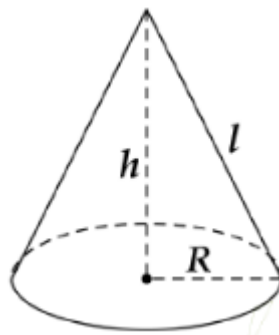
Chọn B

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi rl$.

Câu 2: Cho hình nón có bán kính đáy bằng a , đường cao là $2a$. Tính diện tích xung quanh hình nón?

- A. $2\sqrt{5}\pi a^2$. B. $\sqrt{5}\pi a^2$. C. $2a^2$. D. $5a^2$.

Lời giải



Ta có $S_{xq} = \pi Rl = \pi a\sqrt{a^2 + 4a^2} = \sqrt{5}\pi a^2$.

Câu 3: Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a . Tính diện tích xung quanh của hình nón.

A. $\frac{2\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$.

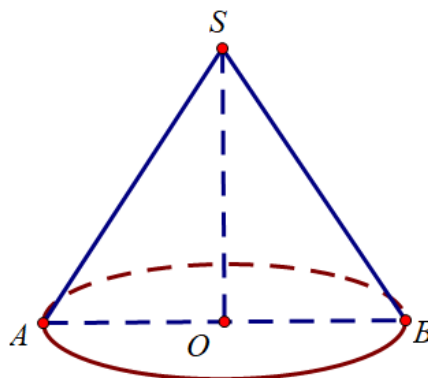
B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{4}$.

C. $\pi a^2 \sqrt{2}$.

D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có tam giác SAB vuông cân tại S có $SA = a$.

Khi đó: $R = OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $l = SA = a$. Nên $S_{xq} = \pi Rl = \pi \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.

Câu 4: Cho hình nón có bán kính đáy bằng a và độ dài đường sinh bằng $2a$. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

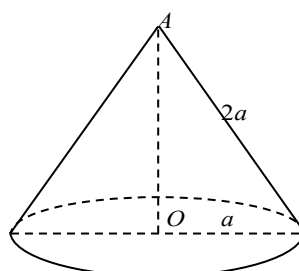
A. $4\pi a^2$.

B. $3\pi a^2$.

C. $2\pi a^2$.

D. $2a^2$.

Lời giải



Ta có: $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot a \cdot 2a = 2\pi a^2$.

Câu 5: Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$, bán kính đáy bằng a . Tính độ dài đường sinh của hình nón đó

A. $2a\sqrt{2}$.

B. $\frac{3a}{2}$.

C. $2a$.

D. $3a$.

Lời giải

$$S_{xq} = \pi Rl \Rightarrow l = \frac{S_{xq}}{\pi R} = \frac{3\pi a^2}{\pi a} = 3a.$$

Câu 6: Cho khối nón (N) có thể tích bằng 4π và chiều cao là 3. Tính bán kính đường tròn đáy của khối nón (N).

A. 2.

B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

C. 1.

D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Thể tích của khối nón được tính bởi công thức $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$.

Theo bài ra: $V = 4\pi, h = 3$ nên ta có $4\pi = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot 3 \Leftrightarrow R^2 = 4 \Leftrightarrow R = 2$.

Vậy $R = 2$.

Câu 7: Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , gọi I là trung điểm của BC , $BC = 2$. Tính diện tích xung quanh của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AI .

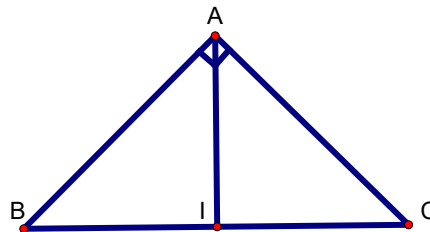
A. $S_{xq} = \sqrt{2}\pi$.

B. $S_{xq} = 2\pi$.

C. $S_{xq} = 2\sqrt{2}\pi$.

D. $S_{xq} = 4\pi$.

Lời giải



$$R = \frac{BC}{2} = 1, l = AB = AC = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}.$$

$$S_{xq} = \pi Rl = \sqrt{2}\pi$$

Câu 8: Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a . Diện tích xung quanh của hình nón bằng

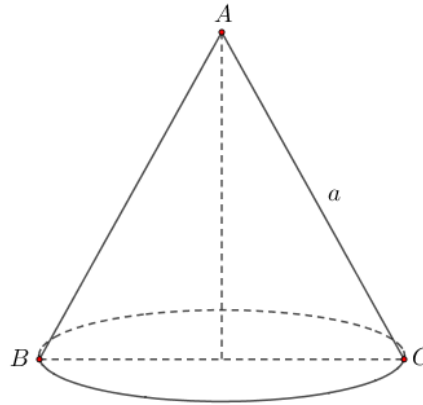
A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{4}$.

B. $\frac{2\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.

D. $\pi a^2 \sqrt{2}$.

Lời giải



Ta có $l = AB = a$, $r = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.

Câu 9: Cho hình hình nón có độ dài đường sinh bằng 4, diện tích xung quanh bằng 8π . Khi đó hình nón có bán kính hình tròn đáy bằng

- A.** 8. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Ta có diện tích xung quanh của hình nón là:

$$S_{xq} = \pi Rl = \pi \cdot R \cdot 4 = 8\pi \Rightarrow R = 2.$$

Vậy bán kính hình tròn đáy là $R = 2$.

Câu 10: Cho hình nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

- A.** 12π . **B.** 9π . **C.** 30π . **D.** 15π .

Lời giải

Ta có $l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Diện tích xung quanh của hình nón đã cho là $S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot 3 \cdot 5 = 15\pi$.

Câu 11: Cho hình nón có đường sinh $l = 5$, bán kính đáy $r = 3$. Diện tích toàn phần của hình nón đó là:

- A.** $S_{tp} = 15\pi$. **B.** $S_{tp} = 20\pi$. **C.** $S_{tp} = 22\pi$. **D.** $S_{tp} = 24\pi$.

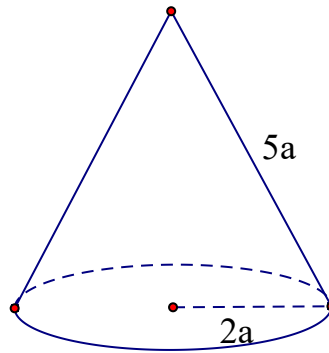
Lời giải

Áp dụng công thức tính diện tích toàn phần của hình nón ta có $S_{tp} = \pi rl + \pi r^2 = 15\pi + 9\pi = 24\pi$.

Câu 12: Cho hình nón (N) có đường kính đáy bằng $4a$, đường sinh bằng $5a$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón (N).

- A.** $S = 10\pi a^2$. **B.** $S = 14\pi a^2$. **C.** $S = 36\pi a^2$. **D.** $S = 20\pi a^2$.

Lời giải



Diện tích xung quanh của hình nón (N) là: $S = \pi r l = \pi \cdot 2a \cdot 5a = 10\pi a^2$.

Câu 13: Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $5\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Tính độ dài đường sinh của hình nón đã cho?

- A. $a\sqrt{5}$. B. $3a\sqrt{2}$. C. $3a$. D. $5a$.

Lời giải

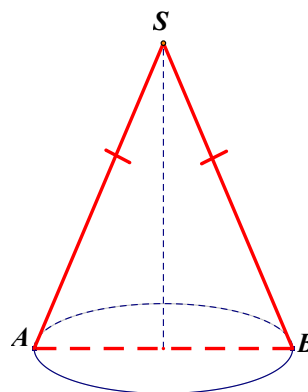
Áp dụng công thức tính diện tích xung quanh của hình nón $S_{xq} = \pi R l$, nên ta có:

$$l = \frac{S_{xq}}{\pi R} = \frac{5\pi a^2}{\pi a} = 5a.$$

Câu 14: Mặt phẳng chứa trục của một hình nón cắt hình nón theo thiết diện là:

- A. một hình chữ nhật. B. một tam giác cân. C. một đường elip. D. một đường tròn.

Lời giải



Mặt phẳng chứa trục của một hình nón cắt hình nón theo thiết diện là một tam giác cân.

Câu 15: Cho hình nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l = 4$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón đã cho.

- A. $S = 8\sqrt{3}\pi$. B. $S = 24\pi$. C. $S = 16\sqrt{3}\pi$. D. $S = 4\sqrt{3}\pi$.

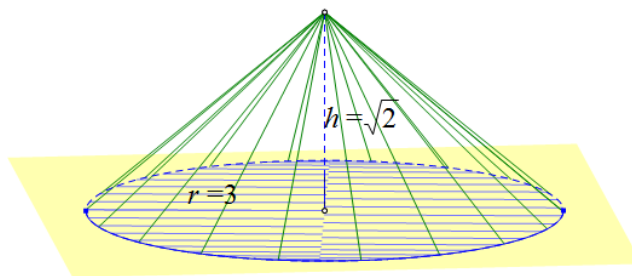
Lời giải

Ta có $S = \pi r l = 4\sqrt{3}\pi$.

Câu 16: Cho khối nón có bán kính đáy $r = 3$, chiều cao $h = \sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối nón.

- A. $V = \frac{3\pi\sqrt{2}}{3}$ B. $V = 3\pi\sqrt{11}$ C. $V = \frac{9\pi\sqrt{2}}{3}$ D. $V = 9\pi\sqrt{2}$

Lời giải

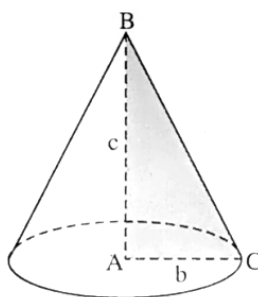


Thể tích khối nón: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h = \frac{9\pi\sqrt{2}}{3}$

Câu 17: Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = c$, $AC = b$. Quay tam giác ABC xung quanh đường thẳng chứa cạnh AB ta được một hình nón có thể tích bằng

- A. $\frac{1}{3}\pi bc^2$. B. $\frac{1}{3}\pi bc^2$. C. $\frac{1}{3}\pi b^2c$. D. $\frac{1}{3}\pi b^2c$.

Lời giải

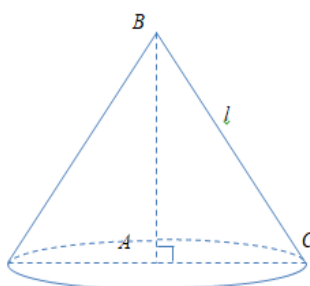


$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi b^2 c.$$

Câu 18: Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng 25 và bán kính đường tròn đáy bằng 15. Tính thể tích của khối nón đó.

- A. 1500π . B. 4500π . C. 375π . D. 1875π .

Lời giải



Gọi h là chiều cao khối nón $\Rightarrow h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{25^2 - 15^2} = 20$.

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 15^2 \cdot 20 = 1500\pi.$$

Câu 19: Cho khối nón có bán kính đáy $r = 2$, chiều cao $h = \sqrt{3}$. Thể tích của khối nón là

A. $\frac{4\pi\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{4\pi}{3}$.

C. $\frac{2\pi\sqrt{3}}{3}$.

D. $4\pi\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Khối nón có thể tích là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{4\pi\sqrt{3}}{3}$

Câu 20: Cho khối nón tròn xoay có chiều cao và bán kính đáy cùng bằng a . Khi đó thể tích khối nón là

A. $\frac{4}{3}\pi a^3$.

B. $\frac{2}{3}\pi a^3$.

C. πa^3 .

D. $\frac{1}{3}\pi a^3$.

Lời giải

Chọn D

Khối nón có bán kính đáy $R = a$. Diện tích đáy $S = \pi a^2$. Thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi a^3$.

Câu 21: Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V = 16\pi\sqrt{3}$

B. $V = \frac{16\pi\sqrt{3}}{3}$

C. $V = 12\pi$

D. $V = 4\pi$

Lời giải

Chọn D

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 3 \cdot 4 = 4\pi$.

Câu 22: Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và đường cao bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{2\pi a^3}{3}$.

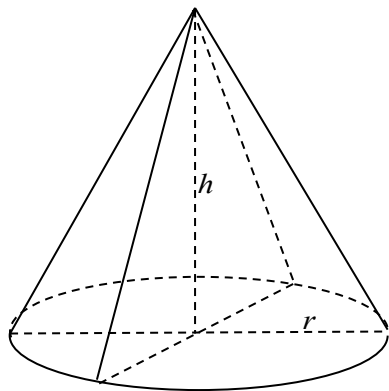
B. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.

D. $\frac{\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $l = 2a$, $h = a\sqrt{3}$.

$r^2 = l^2 - h^2 = 4a^2 - 3a^2 = a^2 \Rightarrow r = a$

Thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi a^2 a\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.

Câu 23: Cho khối nón có thiết diện qua trục là một tam giác cân có một góc 120° và cạnh bên bằng a . Tính thể tích khối nón.

A. $\frac{\pi a^3}{8}$.

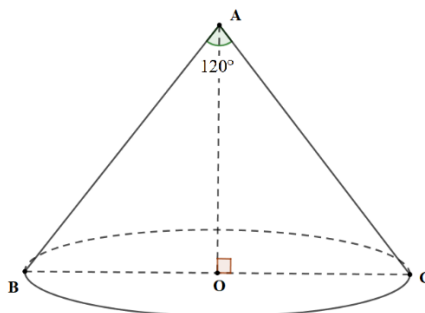
B. $\frac{3\pi a^3}{8}$.

C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$.

D. $\frac{\pi a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi thiết diện qua trục là tam giác ABC có $\widehat{BAC} = 120^\circ$ và $AB = AC = a$. Gọi O là trung điểm của đường kính BC của đường tròn đáy khi đó ta có $r = BO = AB \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và

$$h = AO = AB \cos 60^\circ = \frac{a}{2}. \text{ Vậy thể tích khối nón là } V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{2} \right)^2 \frac{a}{2} = \frac{\pi a^3}{8}.$$

Câu 24: Nếu giữ nguyên bán kính đáy của một khối nón và giảm chiều cao của nó 2 lần thì thể tích của khối nón này thay đổi như thế nào?

A. Giảm 4 lần.

B. Giảm 2 lần.

C. Tăng 2 lần.

D. Không đổi.

Lời giải

Chọn B

Gọi R, h lần lượt là bán kính đường tròn đáy và chiều cao của hình nón ban đầu.

Thể tích khối nón ban đầu là $V_1 = \frac{1}{3} \pi R^2 h$. Giữ nguyên bán kính đáy của khối nón và giảm

chiều cao của nó 2 lần thì thể tích của khối nón này là $V_2 = \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot \frac{h}{2} = \frac{1}{2} V_1$.

Câu 25: Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng đường kính đáy bằng a . Thể tích khối nón là.

A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{16}$.

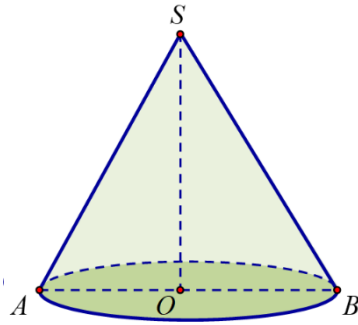
B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{48}$.

C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$.

D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{8}$.

Lời giải

Chọn C



Khối nón có độ dài đường sinh bằng đường kính đáy bằng a .

$$\Rightarrow \Delta SAB \text{ đều cạnh } a \Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$V_{kn} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_d = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \pi \cdot \frac{a^2}{4} = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}.$$

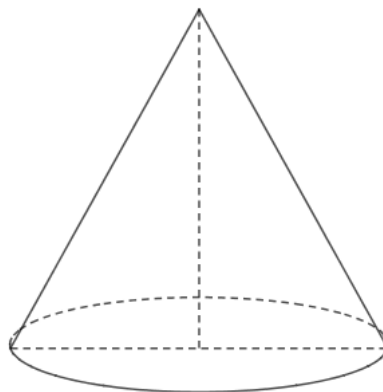
Câu 26: Cho khối nón có bán kính $r = \sqrt{5}$ và chiều cao $h = 3$. Tính thể tích V của khối nón.

- A.** $V = 9\pi\sqrt{5}$. **B.** $V = 3\pi\sqrt{5}$. **C.** $V = \pi\sqrt{5}$. **D.** $V = 5\pi$.

Lời giải

$$\text{Thể tích } V \text{ của khối nón là: } V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi 5 \cdot 3 = 5\pi.$$

Câu 27: Cho khối nón có bán kính đáy $r = 2$, chiều cao $h = \sqrt{3}$. Thể tích của khối nón là:



- A.** $\frac{4\pi}{3}$. **B.** $\frac{2\pi\sqrt{3}}{3}$. **C.** $4\pi\sqrt{3}$. **D.** $\frac{4\pi\sqrt{3}}{3}$.

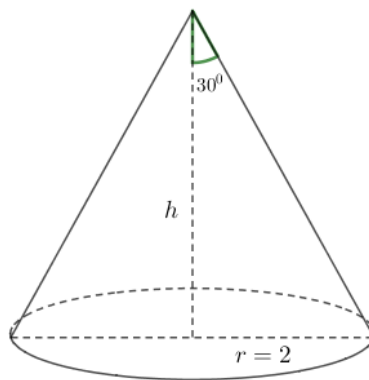
Lời giải

$$\text{Ta có } V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 2^2 \cdot \sqrt{3} = \frac{4\pi\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 28: Cho hình nón có bán kính đáy bằng 2, góc ở đỉnh bằng 60° . Thể tích khối nón là

- A.** $V = \frac{8\pi\sqrt{3}}{9} (\text{cm}^3)$. **B.** $V = \frac{8\pi\sqrt{3}}{2} (\text{cm}^3)$. **C.** $V = 8\pi\sqrt{3} (\text{cm}^3)$. **D.** $V = \frac{8\pi\sqrt{3}}{3} (\text{cm}^3)$.

Lời giải



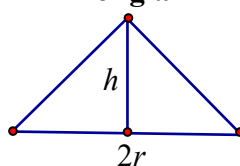
Ta có bán kính đáy $r = 2$, đường cao $h = \frac{r}{\tan 30^\circ} \Rightarrow h = 2\sqrt{3}$.

Vậy thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 4 \cdot 2\sqrt{3} = \frac{8\pi\sqrt{3}}{3} (\text{cm}^3)$.

Câu 29: Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối nón đó.

- A.** $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{4}$. **B.** $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{2}$. **C.** $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{6}$. **D.** $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{3}$.

Lời giải



Khối nón có $2r = a\sqrt{6} \Leftrightarrow r = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ và $h = r$ suy ra thể tích $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{4}$.

Câu 30: Cho khối nón tròn xoay có đường cao $h = 15 \text{ cm}$ và đường sinh $l = 25 \text{ cm}$. Thể tích V của khối nón là:

- A.** $V = 1500\pi (\text{cm}^3)$. **B.** $V = 500\pi (\text{cm}^3)$. **C.** $V = 240\pi (\text{cm}^3)$. **D.** $V = 2000\pi (\text{cm}^3)$.

Lời giải

Ta có: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \pi (l^2 - h^2) \cdot h = 2000\pi$.

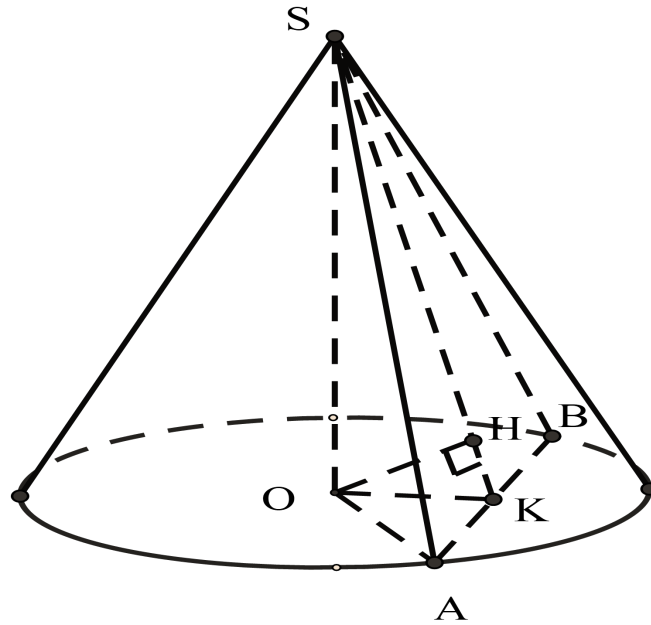
Vậy: $V = 2000\pi (\text{cm}^3)$.

Câu 31: Cho hình nón đỉnh S , đường cao SO , A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho khoảng cách từ O đến (SAB) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ và $\widehat{SAO} = 30^\circ, \widehat{SAB} = 60^\circ$. Độ dài đường sinh của hình nón theo a bằng

- A.** $a\sqrt{2}$ **B.** $a\sqrt{3}$ **C.** $2a\sqrt{3}$ **D.** $a\sqrt{5}$

Lời giải

Chọn A



Gọi K là trung điểm của AB ta có $OK \perp AB$ vì tam giác OAB cân tại O

Mà $SO \perp AB$ nên $AB \perp (SOK) \Rightarrow (SOK) \perp (SAB)$ mà $\Rightarrow (SOK) \cap (SAB) = SK$ nên từ O dựng $OH \perp SK$ thì $OH \perp (SAB) \Rightarrow OH = d(O, (SAB))$

Xét tam giác SAO ta có: $\sin \widehat{SAO} = \frac{SO}{SA} \Rightarrow SO = \frac{SA}{2}$

Xét tam giác SAB ta có: $\sin \widehat{SAB} = \frac{SK}{SA} \Rightarrow SK = \frac{SA\sqrt{3}}{2}$

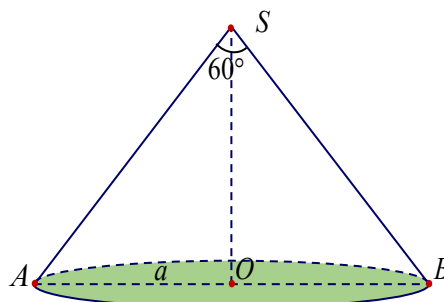
Xét tam giác SOK ta có: $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OK^2} + \frac{1}{OS^2} = \frac{1}{SK^2 - SO^2} + \frac{1}{SO^2}$

$$\Rightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{\frac{SA^2}{4}} + \frac{1}{\frac{3SA^2}{4} - \frac{SA^2}{4}} = \frac{4}{SA^2} + \frac{2}{SA^2} \Rightarrow \frac{6}{SA^2} = \frac{3}{a^2} \Rightarrow SA = 2a^2 \Rightarrow SA = a\sqrt{2}$$

Câu 32: Cho một hình nón có bán kính đáy bằng a và góc ở đỉnh bằng 60° . Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.

- A.** $S_{xq} = 4\pi a^2$. **B.** $S_{xq} = \frac{2\sqrt{3}\pi a^2}{3}$. **C.** $S_{xq} = \frac{4\sqrt{3}\pi a^2}{3}$. **D.** $S_{xq} = 2\pi a^2$.

Lời giải



Giả sử hình nón có đỉnh là S , O là tâm của đường tròn đáy và AB là một đường kính của đáy.

$$r = OA = a, \widehat{ASB} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{ASO} = 30^\circ.$$

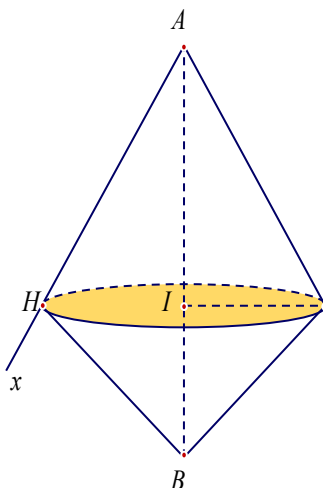
$$\text{Độ dài đường sinh là } l = SA = \frac{OA}{\sin 30^\circ} = 2a.$$

$$\text{Vậy diện tích xung quanh của hình nón là } S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot a \cdot 2a = 2\pi a^2.$$

Câu 33: Cho đoạn thẳng AB có độ dài bằng $2a$, vẽ tia Ax về phía điểm B sao cho điểm B luôn cách tia Ax một đoạn bằng a . Gọi H là hình chiếu của B lên tia Ax , khi tam giác AHB quay quanh trục AB thì đường gấp khúc AHB vẽ thành mặt tròn xoay có diện tích xung quanh bằng:

A. $\frac{3\sqrt{2}\pi a^2}{2}$. B. $\frac{(3+\sqrt{3})\pi a^2}{2}$. C. $\frac{(1+\sqrt{3})\pi a^2}{2}$. D. $\frac{(2+\sqrt{2})\pi a^2}{2}$.

Lời giải



Xét tam giác AHB vuông tại H . Ta có $AH = \sqrt{AB^2 - HB^2} = a\sqrt{3}$

Xét tam giác AHB vuông tại H , $HI \perp AB$ tại I ta có $HI = \frac{AH \cdot HB}{AB} = \frac{a\sqrt{3} \cdot a}{2a} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Khi tam giác AHB quay quanh trục AB thì đường gấp khúc AHB vẽ thành mặt tròn xoay là hợp của hai mặt xung quanh của hình nón và.

Trong đó:

là hình nón có được do quay tam giác AHI quanh trục AI có diện tích xung quanh là

$$S_1 = \pi \cdot HI \cdot AH = \pi \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a\sqrt{3} = \frac{3\pi a^2}{2}$$

là hình nón có được do quay tam giác BHI quanh trục BI có diện tích xung quanh là

$$S_2 = \pi \cdot HI \cdot BH = \pi \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{\sqrt{3}\pi a^2}{2}$$

$$\Rightarrow S = S_1 + S_2 = \frac{3\pi a^2}{2} + \frac{\sqrt{3}\pi a^2}{2} = \frac{(3+\sqrt{3})\pi a^2}{2}.$$

Câu 34: Cho hình nón có chiều cao $h = 20$, bán kính đáy $r = 25$. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là 12. Tính diện tích S của thiết diện đó.

A. $S = 500$

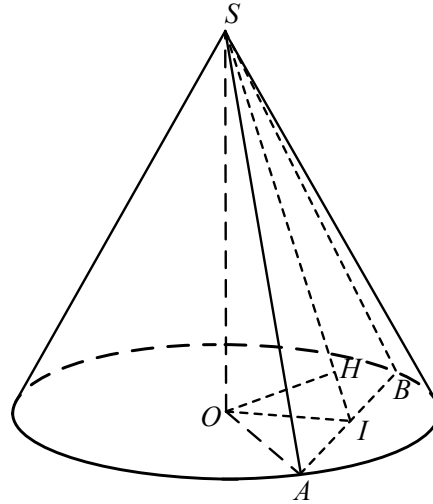
B. $S = 400$

C. $S = 300$

D. $S = 406$

Lời giải

Giả sử hình nón đỉnh S , tâm đáy O và có thiết diện qua đỉnh thỏa mãn yêu cầu bài toán là $\triangle SAB$.



Ta có SO là đường cao của hình nón. Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow OI \perp AB$.

Gọi H là hình chiếu của O lên $SI \Rightarrow OH \perp SI$.

Ta chứng minh được $OH \perp (SAB) \Rightarrow OH = 12$.

$$\text{Xét tam giác vuông } SOI \text{ có } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OI^2} \Rightarrow \frac{1}{OI^2} = \frac{1}{OH^2} - \frac{1}{OS^2} = \frac{1}{12^2} - \frac{1}{20^2} = \frac{1}{225}.$$

$$\Rightarrow OI^2 = 225 \Rightarrow OI = 15.$$

$$\text{Xét tam giác vuông } SOI \text{ có } SI = \sqrt{OS^2 + OI^2} = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25.$$

$$\text{Xét tam giác vuông } OIA \text{ có } IA = \sqrt{OA^2 - OI^2} = \sqrt{25^2 - 15^2} = 20 \Rightarrow AB = 40.$$

$$\text{Ta có } S = S_{\triangle SAB} = \frac{1}{2} AB \cdot SI = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 25 = 500.$$

Câu 35: Cắt hình nón (N) đỉnh S cho trước bởi mặt phẳng qua trục của nó, ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $2a\sqrt{2}$. Biết BC là một dây cung đường tròn của đáy hình nón sao cho mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy của hình nón một góc 60° . Tính diện tích tam giác SBC .

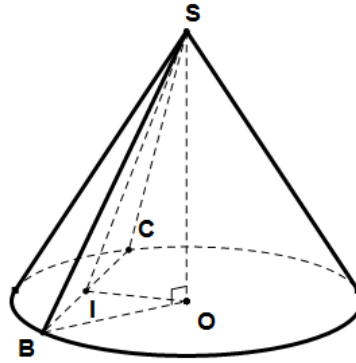
A. $\frac{4a^2\sqrt{2}}{3}$

B. $\frac{4a^2\sqrt{2}}{9}$

C. $\frac{2a^2\sqrt{2}}{3}$

D. $\frac{2a^2\sqrt{2}}{9}$

Lời giải



Thiết diện qua trục của hình nón là tam giác vuông cân, suy ra $r = SO = a\sqrt{2}$

Ta có góc giữa mặt phẳng (SBC) tạo với đáy bằng góc $\widehat{SIO} = 60^\circ$

Trong tam giác SIO vuông tại O có $SI = \frac{SO}{\sin \widehat{SIO}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}a$ và

$$OI = SI \cdot \cos \widehat{SIO} = \frac{\sqrt{6}}{3}a$$

$$\text{Mà } BC = 2\sqrt{r^2 - OI^2} = \frac{4\sqrt{3}}{3}a$$

$$\text{Diện tích tam giác } SBC \text{ là } S = \frac{1}{2}SI \cdot BC = \frac{4a^2\sqrt{2}}{3}$$

Câu 36: Cho hình nón tròn xoay có chiều cao bằng 4 và bán kính bằng 3. Mặt phẳng (P) đi qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là một tam giác có độ dài cạnh đáy bằng 2. Diện tích của thiết diện bằng.

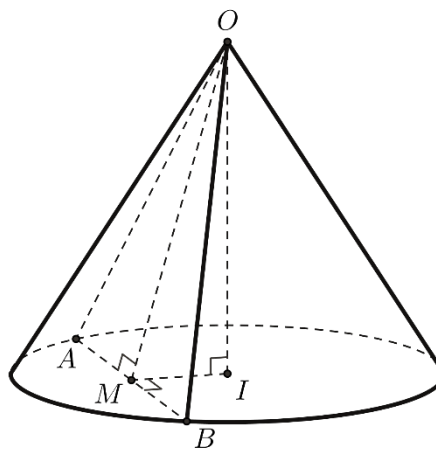
A. $\sqrt{6}$.

B. $\sqrt{19}$.

C. $2\sqrt{6}$.

D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải



Ta có: $h = OI = 4, R = IA = IB = 3, AB = 2$.

Gọi M là trung điểm AB $\Rightarrow MI \perp AB \Rightarrow AB \perp (SMI) \Rightarrow AB \perp SM$.

Lại có: $SB = \sqrt{OI^2 + IB^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$; $SM = \sqrt{SB^2 - MB^2} = \sqrt{5^2 - 1^2} = 2\sqrt{6}$.

Vậy: $S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2} \cdot SM \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{6} \cdot 2 = 2\sqrt{6}$.

Câu 37: Cắt hình nón bằng một mặt phẳng qua trục của nó, ta được một thiết diện là một tam giác vuông cân cạnh bên $a\sqrt{2}$. Tính diện tích toàn phần của hình nón.

- A. $4a^2\pi$. B. $4\sqrt{2}a^2\pi$. C. $a^2\pi(\sqrt{2} + 1)$. D. $2\sqrt{2}a^2\pi$.

Lời giải

Giả sử hình nón đã cho có độ dài đường sinh l , bán kính đáy là R .

Thiết diện của hình nón qua trục là tam giác OAB vuông cân tại O và $OA = a\sqrt{2}$.

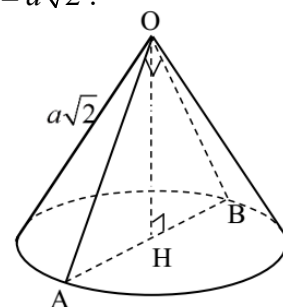
Áp dụng định lý Pitago trong tam giác vuông cân OAB ta có:

$$AB^2 = OA^2 + OB^2 = 4a^2 \Rightarrow AB = 2a.$$

Vậy: $l = a\sqrt{2}$, $R = a$.

Diện tích toàn phần của hình nón là:

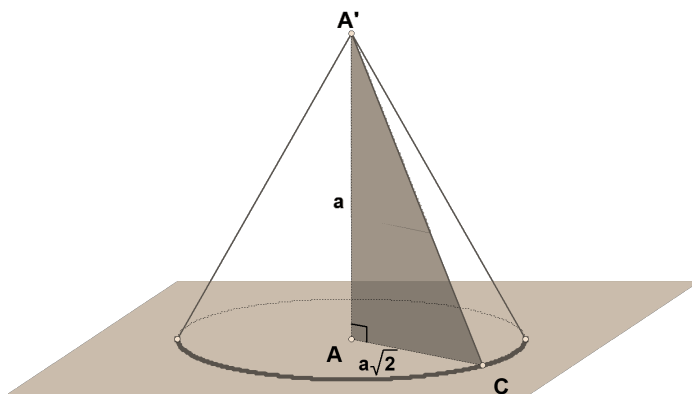
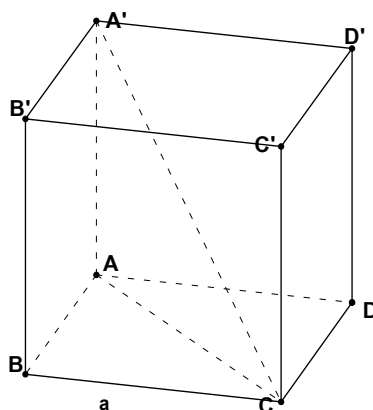
$$S_{TP} = S_{xq} + S_{\text{đáy}} = \pi Rl + \pi R^2 = \pi a^2(\sqrt{2} + 1).$$



Câu 38: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính diện tích toàn phần của vật tròn xoay thu được khi quay tam giác $AA'C$ quanh trục AA' .

- A. $\pi(\sqrt{3} + 2)a^2$. B. $2\pi(\sqrt{2} + 1)a^2$. C. $2\pi(\sqrt{6} + 1)a^2$. D. $\pi(\sqrt{6} + 2)a^2$.

Lời giải



Quay tam giác $AA'C$ một vòng quanh trục AA' tạo thành hình nón có chiều cao $AA' = a$, bán kính đáy $r = AC/2 = a\sqrt{2}/2$, đường sinh $l = A'C = \sqrt{AA'^2 + AC^2} = a\sqrt{3}$.

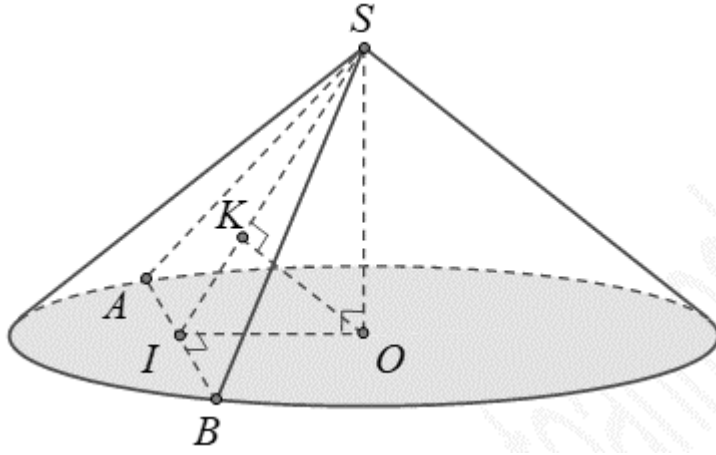
Diện tích toàn phần của hình nón: $S = \pi r(r + l) = \pi a\sqrt{2}/2(a\sqrt{2} + a\sqrt{3}) = \pi(\sqrt{6} + 2)a^2$.

Câu 39: Cho hình nón có chiều cao và bán kính đáy đều bằng 1. Mặt phẳng (P) qua đỉnh của hình nón và cắt đáy theo dây cung có độ dài bằng 1. Khoảng cách từ tâm của đáy tới mặt phẳng (P) bằng

- A. $\frac{\sqrt{7}}{7}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{21}}{7}$

Lời giải

Chọn D



Ta có $l = h = 1$

Mặt phẳng (P) qua đỉnh của hình nón và cắt đáy theo dây cung AB có độ dài bằng 1. I , K là hình chiếu O lên AB ; SI . Ta có $AB \perp (SIO) \Rightarrow OK \perp (SAB)$

$$\text{ta có } IO = \sqrt{R^2 - OA^2} = \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

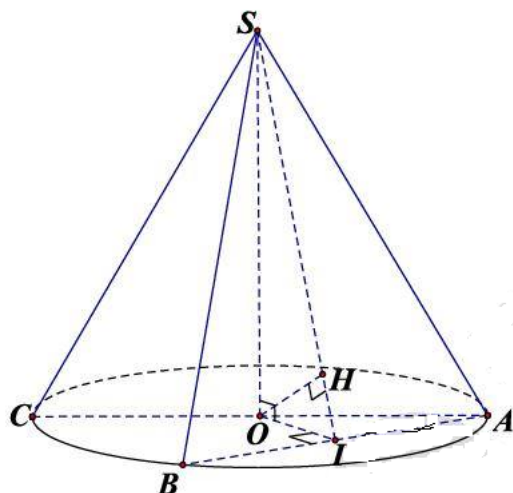
$$\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OI^2} + \frac{1}{OS^2} \Rightarrow OK = \frac{OI \cdot SO}{\sqrt{OI^2 + OS^2}} = \frac{\sqrt{21}}{7}.$$

Câu 40: Cho hình nón đỉnh S , đáy là đường tròn $(O; 5)$. Một mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón cắt đường tròn đáy tại hai điểm A và B sao cho $SA = AB = 8$. Tính khoảng cách từ O đến (SAB)

- A. $2\sqrt{2}$. B. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{3\sqrt{2}}{7}$. D. $\frac{\sqrt{13}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi I là trung điểm AB .

$$\text{Ta có } \begin{cases} AB \perp SO \\ AB \perp OI \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SOI) \Rightarrow (SAB) \perp (SOI).$$

Trong (SOI) , kẻ $OH \perp SI$ thì $OH \perp (SAB)$.

$$\Rightarrow d(O; (SAB)) = OH.$$

$$\text{Ta có: } SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{\left(\frac{8.5}{5}\right)^2 - 5^2} = \sqrt{39}.$$

$$\text{Ta có: } OI = \sqrt{OA^2 - AI^2} = \sqrt{5^2 - \left(\frac{4.5}{5}\right)^2} = 3.$$

$$\text{Tam giác vuông } SOI \text{ có: } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OI^2} + \frac{1}{SO^2} \Rightarrow OH = \frac{3\sqrt{13}}{4}.$$

$$\text{Vậy } d(O; (SAB)) = OH = \frac{3\sqrt{13}}{4}.$$

Câu 41: Cho hình nón đỉnh S , đáy là hình tròn tâm O , bán kính, $R = 3\text{cm}$, góc ở đỉnh hình nón là $\varphi = 120^\circ$. Cắt hình nón bởi mặt phẳng qua đỉnh S tạo thành tam giác đều SAB , trong đó A, B thuộc đường tròn đáy. Diện tích tam giác SAB bằng

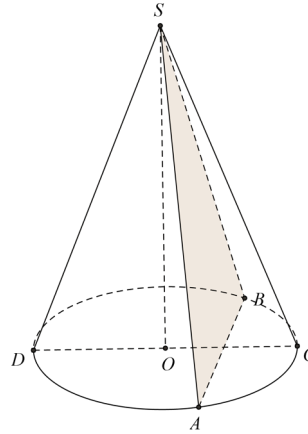
A. $3\sqrt{3} \text{ cm}^2$.

B. $6\sqrt{3} \text{ cm}^2$.

C. 6 cm^2 .

D. 3 cm^2 .

Lời giải



Theo đề bài ta có góc ở đỉnh hình nón là $\varphi = 120^\circ$ và khi cắt hình nón bởi mặt phẳng qua đỉnh S tạo thành tam giác đều SAB nên mặt phẳng không chứa trục của hình nón.

Do góc ở đỉnh hình nón là $\varphi = 120^\circ$ nên $\widehat{OSC} = 60^\circ$.

Xét tam giác vuông SOC ta có $\tan \widehat{OSC} = \frac{OC}{SO} \Rightarrow SO = \frac{OC}{\tan \widehat{OSC}} = \frac{3}{\tan 60^\circ} = \sqrt{3}$.

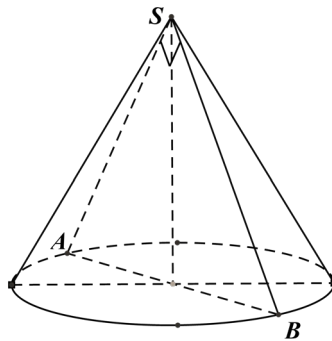
Xét tam giác vuông SOA ta có $SA = \sqrt{SO^2 + OA^2} = 2\sqrt{3}$.

Do tam giác SAB đều nên $S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2}(2\sqrt{3})^2 \cdot \sin 60^\circ = 3\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$.

Câu 42: Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác vuông có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó.

A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$. B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$. C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{6}$. D. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$.

Lời giải



Gọi S là đỉnh hình nón, thiết diện qua trục là tam giác SAB .

Ta có $AB = a\sqrt{2} \Rightarrow SA = a$, suy ra $l = SA = a$; $r = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

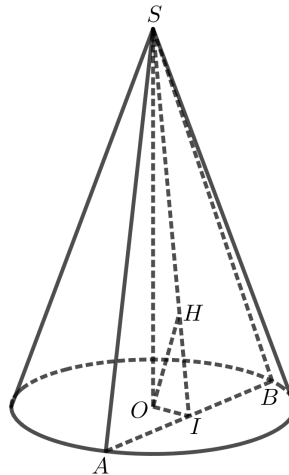
Vậy $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.

Câu 43: Cho hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O , bán kính R . Dựng hai đường sinh SA và SB , biết AB chắn trên đường tròn đáy một cung có số đo bằng 60° , khoảng cách từ tâm O đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{R}{2}$. Đường cao h của hình nón bằng

- A. $h = R\sqrt{3}$. B. $h = R\sqrt{2}$. C. $h = \frac{R\sqrt{3}}{2}$. D. $h = \frac{R\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I là trung điểm AB .
Kẻ OH vuông góc với SI .

$$d(O, (SAB)) = OH = \frac{R}{2}.$$

Ta có cung AB bằng 60° nên $\widehat{AOB} = 60^\circ$.

Tam giác AOI vuông tại I , ta có $\cos \widehat{IOA} = \frac{OI}{OA} \Leftrightarrow OI = OA \cdot \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}R}{2}$.

Tam giác SOI vuông tại O , ta có

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OI^2} \Leftrightarrow \frac{1}{SO^2} = \frac{1}{OH^2} - \frac{1}{OI^2} = \frac{1}{\left(\frac{R}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{3}R}{2}\right)^2} = \frac{8}{3R^2} \Rightarrow SO = \frac{\sqrt{6}R}{4}.$$

Câu 44: Cho hình nón tròn xoay có chiều cao bằng $2a$, bán kính đáy bằng $3a$. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện bằng $\frac{3a}{2}$. Diện tích của thiết diện đó bằng

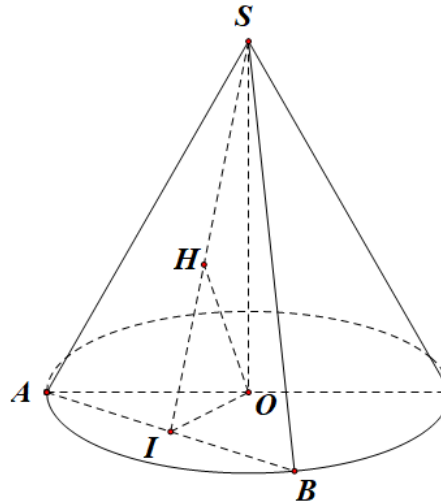
- A. $\frac{2a^2\sqrt{3}}{7}$. B. $12a^2\sqrt{3}$. C. $\frac{12a^2}{7}$. D. $\frac{24a^2\sqrt{3}}{7}$.

Lời giải

Chọn D

Xét hình nón đỉnh S có chiều cao $SO = 2a$, bán kính đáy $OA = 3a$.

Thiết diện đi qua đỉnh của hình nón là tam giác SAB cân tại S .



+ Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB . Trong tam giác SOI , kẻ $OH \perp SI$, $H \in SI$.

$$+ \begin{cases} AB \perp OI \\ AB \perp SO \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SOI) \Rightarrow AB \perp OH.$$

$$+ \begin{cases} OH \perp SI \\ OH \perp AB \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SAB) \Rightarrow d(O, (SAB)) = OH = \frac{3a}{2}.$$

Xét tam giác SOI vuông tại O , ta có $\frac{1}{OI^2} = \frac{1}{OH^2} - \frac{1}{SO^2} = \frac{4}{9a^2} - \frac{1}{4a^2} = \frac{7}{36a^2} \Rightarrow OI = \frac{6a}{\sqrt{7}}.$

$$SI = \sqrt{SO^2 + OI^2} = \sqrt{4a^2 + \frac{36a^2}{7}} = \frac{8a}{\sqrt{7}}.$$

Xét tam giác AOI vuông tại I , $AI = \sqrt{AO^2 - OI^2} = \sqrt{9a^2 - \frac{36a^2}{7}} = \frac{3\sqrt{3}a}{\sqrt{7}}$

$$\Rightarrow AB = 2AI = \frac{6\sqrt{3}a}{\sqrt{7}}.$$

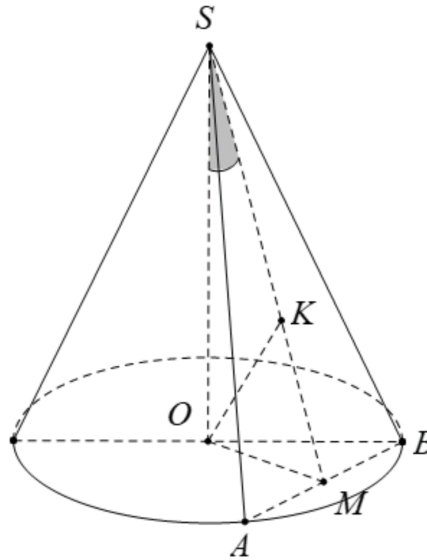
Vậy diện tích của thiết diện là: $S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2} \cdot SI \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot \frac{8a}{\sqrt{7}} \cdot \frac{6\sqrt{3}a}{\sqrt{7}} = \frac{24a^2\sqrt{3}}{7}.$

Câu 45: Cho hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O . Một mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là một tam giác vuông SAB có diện tích bằng $4a^2$. Góc giữa trục SO và mặt phẳng (SAB) bằng 30° . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A.** $4\sqrt{10}\pi a^2$. **B.** $2\sqrt{10}\pi a^2$. **C.** $\sqrt{10}\pi a^2$. **D.** $8\sqrt{10}\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm của AB , tam giác OAB cân đỉnh O nên $OM \perp AB$ và $SO \perp AB$ suy ra $AB \perp (SOM)$.

Đựng $OK \perp SM$.

Theo trên có $OK \perp AB$ nên $OK \perp (SAB)$.

Vậy góc tạo bởi giữa trục SO và mặt phẳng (SAB) là $\widehat{OSM} = 30^\circ$.

Tam giác vuông cân SAB có diện tích bằng $4a^2$ suy ra $\frac{1}{2}SA^2 = 4a^2 \Rightarrow SA = 2a\sqrt{2}$

$$\Rightarrow AB = 4a \Rightarrow SM = 2a.$$

Xét tam giác vuông SOM có $\cos \widehat{OSM} = \frac{SO}{SM} \Rightarrow SO = \frac{\sqrt{3}}{2}.2a = \sqrt{3}a$.

Cuối cùng $OB = \sqrt{SB^2 - SO^2} = a\sqrt{5}$.

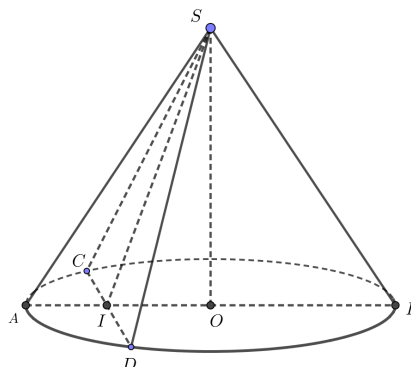
Vậy diện tích xung quanh của hình nón bằng $S_{xa} = \pi rl = \pi .a\sqrt{5}.2a\sqrt{2} = 2a^2 \sqrt{10} \pi$.

Câu 46: Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Một thiết diện qua đỉnh tạo với đáy một góc 60° . Diện tích của thiết diện này bằng

- A.** $\frac{a^2\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$. **C.** $2a^2$. **D.** $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Giả sử hình nón có đỉnh S , tâm đường tròn đáy là O . Thiết diện qua trục là $\triangle SAB$, thiết diện qua đỉnh là $\triangle SCD$; gọi I là trung điểm của CD .

Theo giả thiết ta có $\triangle SAB$ vuông cân tại S , cạnh huyền $AB = a\sqrt{2} \Rightarrow r = OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$$SA = SB = l = a \Rightarrow h = SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{a^2 - \frac{2a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Ta lại có } \widehat{SIO} = 60^\circ \Rightarrow \sin 60^\circ = \frac{SO}{SI} \Rightarrow SI = \frac{SO}{\sin 60^\circ} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{a\sqrt{6}}{3};$$

$$ID = \sqrt{SD^2 - SI^2} = \sqrt{a^2 - \frac{6a^2}{9}} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow CD = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Diện tích thiết diện cần tìm là } S_{\triangle SCD} = \frac{1}{2} \cdot CD \cdot SI = \frac{1}{2} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^2\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 47: Tính thể tích của hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° và diện tích xung quanh bằng $6\pi a^2$.

A. $V = \frac{3\pi a^3\sqrt{2}}{4}$

B. $V = 3\pi a^3$

C. $V = \frac{3\pi a^3\sqrt{2}}{4}$

D. $V = \pi a^3$

Lời giải

Chọn B

Khối nón có góc ở đỉnh bằng 60° nên góc tạo bởi đường sinh và đáy bằng 60° .

Vậy $R = \frac{l}{2}$; lại có $S_{xq} = \pi Rl = \pi R \cdot 2R = 6\pi a^2$ nên $R = a\sqrt{3}$; vậy $h = \sqrt{l^2 - R^2} = R\sqrt{3} = 3a$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = 3\pi a^3.$$

Câu 48: Cho tam giác ABC vuông tại A , cạnh $AB = 6$, $AC = 8$ và M là trung điểm của cạnh AC . Khi đó thể tích của khối tròn xoay do tam giác BMC quanh quanh AB là

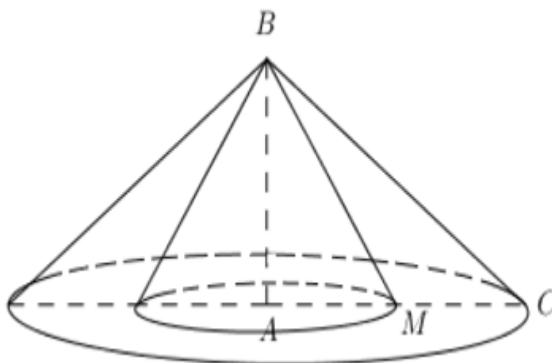
A. 86π

B. 106π

C. 96π

D. 98π

Lời giải

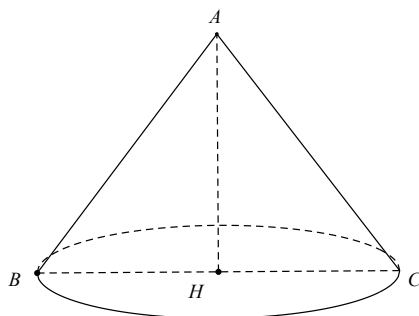


Khi tam giác BMC quay quanh trục AB thì thể tích khối tròn xoay tạo thành là hiệu của thể tích khối nón có đường cao AB , đường sinh BC và khối nón có đường cao AB , đường sinh BM . Nên $V = \frac{1}{3}AB.\pi.AC^2 - \frac{1}{3}AB.\pi.AM^2 = \frac{1}{4}AB.\pi.AC^2 = 96\pi$. Đáp án C

Câu 49: Cho hình nón có bán kính đáy bằng 2 cm, góc ở đỉnh bằng 60° . Tính thể tích của khối nón đó.

- A. $\frac{8\sqrt{3}\pi}{9}\text{cm}^3$. B. $8\sqrt{3}\pi\text{cm}^3$. C. $\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}\text{cm}^3$. D. $\frac{8\pi}{3}\text{cm}^3$.

Lời giải



Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục, ta được thiết diện là tam giác ABC cân tại đỉnh A của hình nón.

Do góc ở đỉnh của hình nón là $\widehat{BAC} = 60^\circ$, suy ra $\widehat{HAC} = 30^\circ$. Bán kính đáy $R = HC = 2\text{ cm}$.

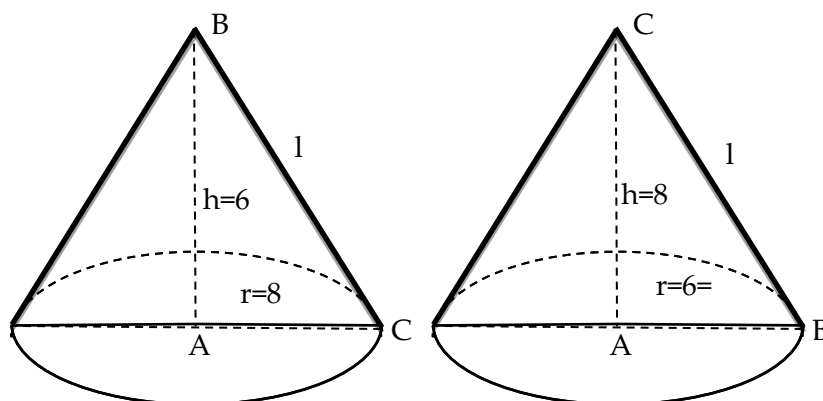
Xét $\triangle AHC$ vuông tại H , ta có $AH = \frac{HC}{\tan 30^\circ} = \frac{2}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = 2\sqrt{3}\text{ cm}$.

Thể tích của khối nón: $V = \frac{1}{3}\pi R^2.AH = \frac{8\sqrt{3}\pi}{3}\text{ cm}^3$.

Câu 50: Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 6\text{ cm}$, $AC = 8\text{ cm}$. Gọi V_1 là thể tích khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB và V_2 là thể tích khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC . Khi đó, tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng:

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{16}{9}$. D. $\frac{9}{16}$.

Lời giải



Ta có công thức tính thể tích khối nón có chiều cao h và bán kính r là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

+ Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB thì:

$$h = AB = 6\text{cm} \text{ và } r = AC = 8\text{cm} \text{ thì } V_1 = \frac{1}{3}\pi \cdot 8^2 \cdot 6 = 128\pi$$

+ Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC thì:

$$h = AC = 8\text{cm} \text{ và } r = AB = 6\text{cm} \text{ thì } V_2 = \frac{1}{3}\pi \cdot 6^2 \cdot 8 = 96\pi$$

Vậy: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{3}$ đáp án **B.**

Câu 51: Cho hình nón N_1 đỉnh S đáy là đường tròn $C(O; R)$, đường cao $SO = 40\text{cm}$. Người ta cắt nón bằng mặt phẳng vuông góc với trục để được nón nhỏ N_2 có đỉnh S và đáy là đường tròn $C'(O'; R')$. Biết rằng tỷ số thể tích $\frac{V_{N_2}}{V_{N_1}} = \frac{1}{8}$. Tính độ dài đường cao nón N_2 .

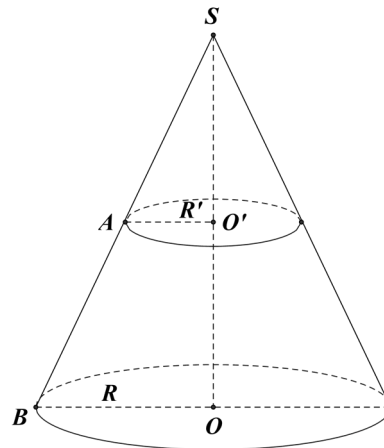
A. 20 cm .

B. 5 cm .

C. 10 cm .

D. 49 cm .

Lời giải



$$\text{Ta có: } V_{N_1} = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot SO, \quad V_{N_2} = \frac{1}{3}\pi R'^2 \cdot SO'.$$

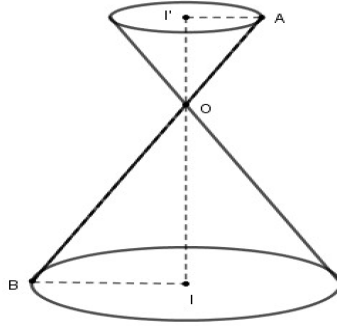
$$\text{Mặt khác, } \triangle SO'A \text{ và } \triangle SOB \text{ đồng dạng nên } \frac{R'}{R} = \frac{SO'}{SO}.$$

$$\text{Suy ra: } \frac{V_{N_2}}{V_{N_1}} = \frac{R'^2 \cdot SO'}{R^2 \cdot SO} = \left(\frac{SO'}{SO}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

$$\text{Suy ra } \frac{SO'}{SO} = \frac{1}{2} \Rightarrow SO' = \frac{1}{2} \cdot 40 = 20\text{ cm} . \text{ Do đó } \textbf{Chọn A}$$

Câu 52: Cho một đồng hồ cát như bên dưới, trong đó đường sinh bất kỳ của hình nón tạo với đáy một góc 60° . Biết rằng chiều cao của đồng hồ là 30 cm và tổng thể tích của đồng hồ là $1000\pi\text{ cm}^3$. Hỏi

nếu cho đầy lượng cát vào phần bên trên thì khi chảy hết xuống dưới, tỷ số thể tích lượng cát chiếm chỗ và thể tích phần phía dưới là bao nhiêu?



A. $\frac{1}{64}$.

B. $\frac{1}{8}$.

C. $\frac{1}{27}$.

D. $\frac{1}{3\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi r_1, h_1, r_2, h_2 lần lượt là bán kính, đường cao của hình nón trên và hình nón dưới.

Do đường sinh bất kỳ của hình nón tạo với đáy một góc 60° .

Suy ra: $\widehat{OAI'} = \widehat{OBI} = 60^\circ$, khi đó ta có mối liên hệ: $h_1 = \sqrt{3}r_1, h_2 = \sqrt{3}r_2$.

Theo đề ta có: $V = V_1 + V_2 = \frac{1}{3}\pi(h_1r_1^2 + h_2r_2^2) = \frac{1}{9}\pi(h_1^3 + h_2^3) = 1000\pi$.

Mà: $(h_1^3 + h_2^3) = (h_1 + h_2)^3 - 3(h_1 + h_2).h_1h_2 \Rightarrow h_1.h_2 = 200$.

Kết hợp giả thiết: $h_1 + h_2 = 30$ ta được $\begin{cases} h_1 = 10 \\ h_2 = 20 \end{cases}$.

Từ đó tỉ lệ cần tìm là $\frac{V_1}{V_2} = \frac{(10\sqrt{3})^2.h_1}{(20\sqrt{3})^2.h_2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$.

Câu 53: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2, AD = 2\sqrt{3}$ và nằm trong mặt phẳng (P) . Quay (P) một vòng quanh đường thẳng BD . Khối tròn xoay được tạo thành có thể tích bằng

A. $\frac{28\pi}{9}$

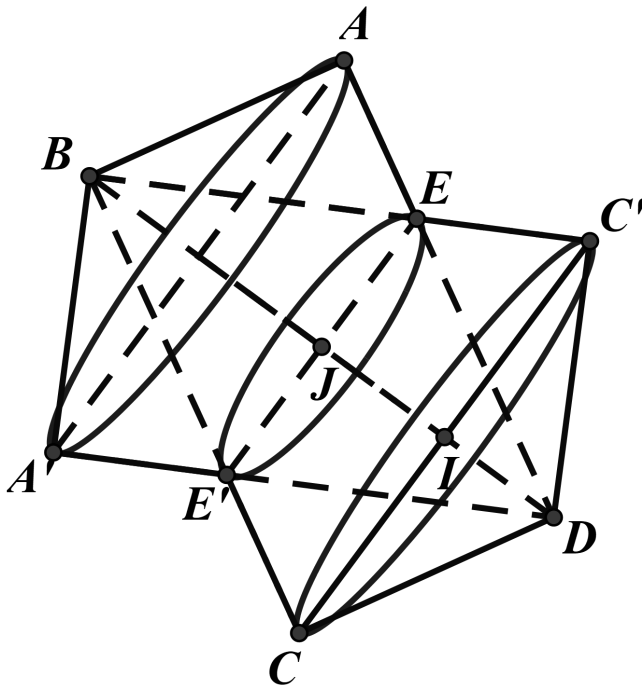
B. $\frac{28\pi}{3}$

C. $\frac{56\pi}{9}$

D. $\frac{56\pi}{3}$

Lời giải

Chọn C



Khối nón đỉnh D , tâm đáy I có thể tích V_1

Ta có $BD = 4$ mà $IC' \cdot BD = BC' \cdot C'D \Rightarrow IC' = \sqrt{3}$

$$ID = \frac{DC'^2}{BD} = 1 \text{ nên } V_1 = \frac{1}{3} \pi \cdot IC'^2 \cdot ID = \pi$$

Khối nón cụt có tâm đáy J, I có thể tích V_2

$$\text{Ta có } DI = 3, DJ = 2, \frac{JE}{IC'} = \frac{DJ}{DI} = \frac{2}{3} \Rightarrow JE = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$V_2 = \frac{1}{3} \pi (IC'^2 \cdot DI - JE^2 \cdot DJ) = \frac{19\pi}{9}$$

Vậy thể tích cần tìm là $V = 2(V_1 + V_2) = \frac{56}{9} \pi$. Đáp án **C**.

Câu 54: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2$, $AD = 2\sqrt{3}$ và nằm trong mặt phẳng (P) . Quay (P) một vòng quanh đường thẳng BD . Khối tròn xoay được tạo thành có thể tích bằng

A. $\frac{28\pi}{9}$.

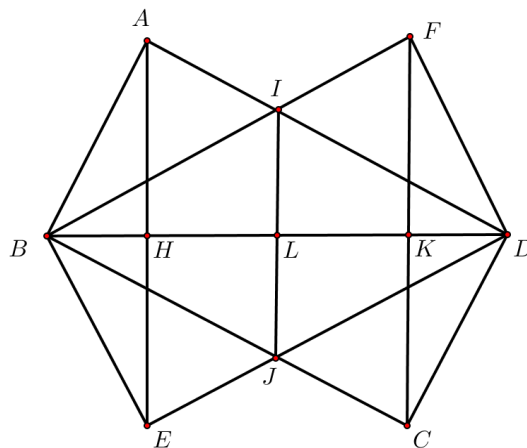
B. $\frac{28\pi}{3}$.

C. $\frac{56\pi}{9}$.

D. $\frac{56\pi}{3}$.

Lời giải

Gọi điểm như hình vẽ

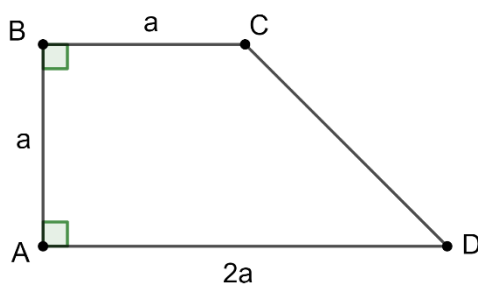


V_1, V_2 lần lượt là thể tích khối nón, nón cụt nhận được khi quay tam giác ABH và tứ giác $AHLT$ quay BD .

Ta có: $AH = \sqrt{3}, IL = \frac{2}{\sqrt{3}}, BH = HL = 1$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } V &= 2(V_1 + V_2) = 2 \left[\frac{1}{3} BH \cdot \pi \cdot AH^2 + \frac{1}{3} HL \cdot \pi \cdot (IL^2 + IL \cdot AH + AH^2) \right] \\ &= 2 \left[\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot \pi \cdot 3 + \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot \pi \cdot \left(\frac{4}{3} + 2 + 3 \right) \right] = \frac{56\pi}{9}. \end{aligned}$$

Câu 55: Cho hình thang $ABCD$ có $\hat{A} = \hat{B} = 90^\circ$, $AB = BC = a$, $AD = 2a$. Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình thang $ABCD$ xung quanh trục CD .



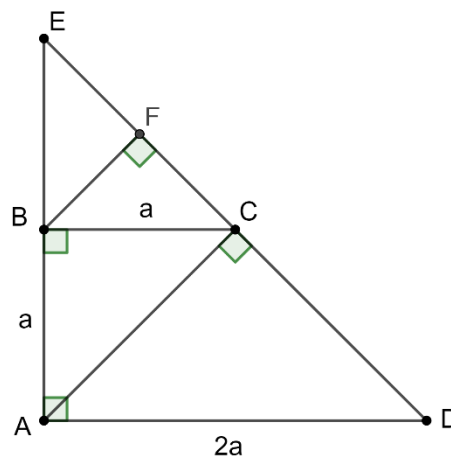
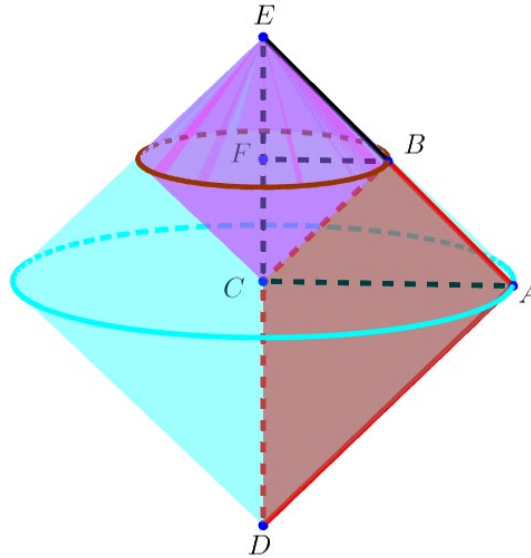
A. $\frac{7\sqrt{2}\pi a^3}{6}$.

B. $\frac{7\sqrt{2}\pi a^3}{12}$.

C. $\frac{7\pi a^3}{6}$.

D. $\frac{7\pi a^3}{12}$.

Lời giải



Gọi E là giao điểm của AB và CD . Gọi F là hình chiếu vuông góc của B trên CE .

Ta có: $\triangle BCF = \triangle BEF$ nên tam giác $\triangle BCF$ và $\triangle BEF$ quay quanh trục CD tạo thành hai khối nón bằng nhau có thể tích V_1 .

$\triangle ADC = \triangle AEC$ nên tam giác $\triangle ADC$ và $\triangle AEC$ quay quanh trục CD tạo thành hai khối nón bằng nhau có thể tích V .

Nên thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình thang $ABCD$ xung quanh trục CD bằng:

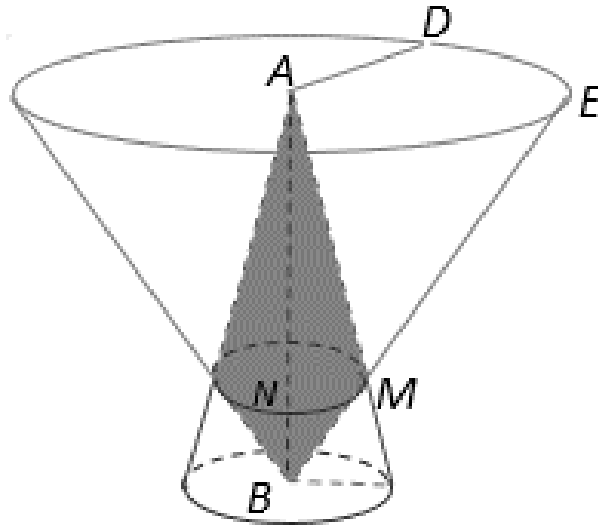
$$2V - 2V_1 = 2 \cdot \frac{1}{3} \pi (CD \cdot AC^2 - CF \cdot BF^2) = \frac{2}{3} \pi \left[(a\sqrt{2})^3 - \left(\frac{a}{\sqrt{2}} \right)^3 \right] = \frac{7\sqrt{2}\pi a^3}{6}.$$

Câu 56: Cho hình tứ diện $ABCD$ có $AD \perp (ABC)$, ABC là tam giác vuông tại B . Biết $BC = 2(cm)$, $AB = 2\sqrt{3}(cm)$, $AD = 6(cm)$. Quay các tam giác ABC và ABD xung quanh đường thẳng AB ta được 2 khối tròn xoay. Thể tích phần chung của 2 khối tròn xoay đó bằng

- A. $\sqrt{3}\pi(cm^3)$ B. $\frac{5\sqrt{3}}{2}\pi(cm^3)$ C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}\pi(cm^3)$ D. $\frac{64\sqrt{3}}{3}\pi(cm^3)$.

Lời giải

Chọn C



Đễ thấy $AD \perp (ABC) \Rightarrow AD = R_1$

Gọi $\{M\} = BD \cap AC$ và N là hình chiếu của M trên AB. Dễ dàng chứng minh được tỉ lệ:

$$\frac{MN}{BC} = \frac{AN}{AB} (1); \text{ v\`a } \frac{MN}{AD} = \frac{BN}{AB} (2) \Rightarrow \frac{(1)}{(2)} = \frac{AD}{BC} = \frac{AN}{BN} = 3 \Rightarrow \frac{AN}{AB} = \frac{3}{4}; \frac{BN}{AB} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow AN = \frac{3\sqrt{3}}{2}; BN = \frac{\sqrt{3}}{2}; MN = \frac{3}{2}$$

Phần thể tích chung của 2 khối tròn xoay là phần thể tích khi quay tam giác $\triangle AMB$ xung quanh trục AB . Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay khi quay tam giác $\triangle BMN$ xung quanh AB

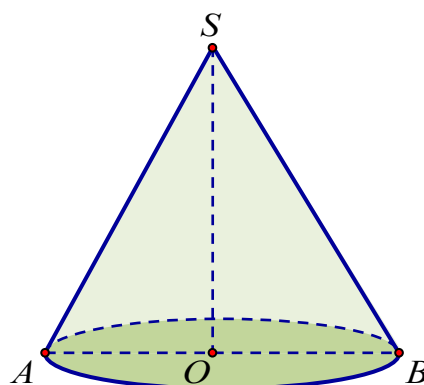
Và V_2 là thể tích khối tròn xoay khi quay tam giác $\triangle AMN$ xung quanh AB

Để tính được: $V_1 = \frac{3\sqrt{3}\pi}{8}(dvtt)$ và $V_2 = \frac{9\sqrt{3}\pi}{8}(dvtt) \Rightarrow V_1 + V_2 = \frac{3\sqrt{3}\pi}{2}(dvtt)$. **Chọn C**

Câu 57: Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° , diện tích xung quanh bằng $6\pi a^2$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V = \frac{3\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$. **B.** $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$. **C.** $V = 3\pi a^3$. **D.** $V = \pi a^3$.

Lời giải



$$\text{Thể tích } V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi.OA^2.SO.$$

$$\text{Ta có } \widehat{ASB} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{ASO} = 30^\circ \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{OA}{SO} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow SO = OA\sqrt{3}.$$

$$\text{Lại có } S_{xq} = \pi Rl = \pi.OA.SA = \pi.OA\sqrt{OA^2 + SO^2} = 6\pi a^2$$

$$\Rightarrow OA\sqrt{OA^2 + 3OA^2} = 6a^2 \Rightarrow 2OA^2 = 6a^2 \Rightarrow OA = a\sqrt{3} \Rightarrow SO = 3a \Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi.3a^2.3a = 3\pi a^3.$$

Câu 58: Cho hình nón tròn xoay có đỉnh là S , O là tâm của đường tròn đáy, đường sinh bằng $a\sqrt{2}$ và góc giữa đường sinh và mặt phẳng đáy bằng 60° . Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón và thể tích V của khối nón tương ứng là

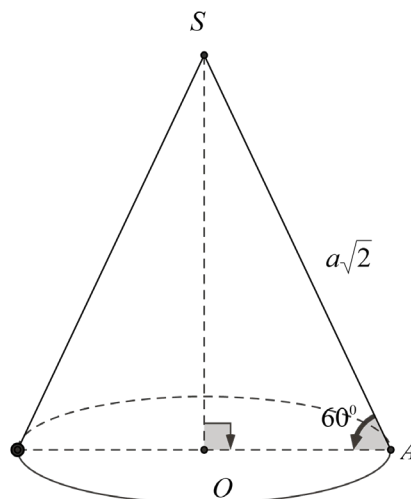
A. $S_{xq} = \pi a^2$, $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{12}$.

B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{2}$, $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{12}$.

C. $S_{xq} = \pi a^2 \sqrt{2}$, $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{4}$.

D. $S_{xq} = \pi a^2$, $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{4}$.

Lời giải



Dựa vào hình vẽ ta có: góc giữa đường sinh và mặt đáy là $\widehat{SAO} = 60^\circ$.

Tam giác SAO vuông tại O :

$$R = OA = SA.\cos \widehat{SAO} = a\sqrt{2}.\cos 60^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$h = SO = SA.\sin \widehat{SAO} = a\sqrt{2}.\sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$\text{Vậy } S_{xq} = \pi Rl = \pi a^2 \text{ và } V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{12}.$$

Câu 59: Cho hình nón có chiều cao $6a$. Một mặt phẳng (P) đi qua đỉnh của hình nón và có khoảng cách đến tâm là $3a$, thiết diện thu được là một tam giác vuông cân. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $150\pi a^3$.

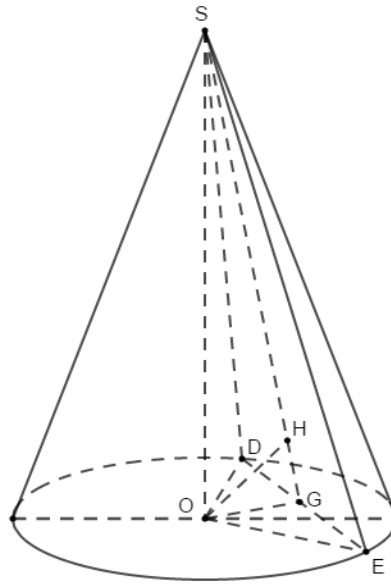
B. $96\pi a^3$.

C. $108\pi a^3$.

D. $120\pi a^3$.

Lời giải

Chọn D



Mặt phẳng (P) cắt hình nón theo thiết diện là tam giác SDE . Theo giả thiết, tam giác SDE vuông cân tại đỉnh S . Gọi G là trung điểm DE , kẻ $OH \perp SG \Rightarrow OH = 3a$.

$$\text{Ta có } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OG^2} \Rightarrow \frac{1}{OG^2} = \frac{1}{OH^2} - \frac{1}{SO^2} \Rightarrow OG = 2a\sqrt{3}.$$

$$\text{Do } SO \cdot OG = OH \cdot SG \Rightarrow SG = \frac{SO \cdot OG}{OH} = \frac{6a \cdot 2a\sqrt{3}}{3a} = 4a\sqrt{3} \Rightarrow DE = 8a\sqrt{3}.$$

$$OD = \sqrt{OG^2 + DG^2} = \sqrt{12a^2 + 48a^2} = 2\sqrt{15}a.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (2\sqrt{15}a)^2 \cdot 6a = 120\pi a^3$$

Câu 60: Cho hình nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 10. Mặt phẳng (α) vuông góc với trục và cách đỉnh của hình nón một khoảng bằng 4, chia hình nón thành hai phần. Gọi V_1 là thể tích của phần chứa đỉnh của hình nón đã cho, V_2 là thể tích của phần còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$?

A. $\frac{4}{25}$.

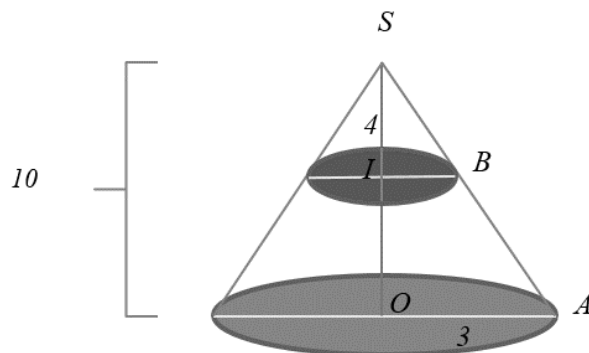
B. $\frac{21}{25}$.

C. $\frac{8}{117}$.

D. $\frac{4}{21}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $IB \parallel OA \Rightarrow \frac{IB}{OA} = \frac{SI}{SO} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

Khi đó, $\frac{V_1}{V} = \frac{\frac{1}{3}\pi \cdot IB^2 \cdot SI}{\frac{1}{3}\pi \cdot OA^2 \cdot SO} = \left(\frac{IB}{OA}\right)^2 \cdot \left(\frac{SI}{SO}\right) = \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{8}{125}$

Suy ra: $\frac{V_2}{V} = 1 - \frac{8}{125} = \frac{117}{125}$

Vậy $\frac{V_1}{V_2} = \frac{V_1}{V} : \frac{V_2}{V} = \frac{8}{125} : \frac{117}{125} = \frac{8}{117}$

Câu 61: Cho một hình nón có bán kính đáy bằng $2a$. Mặt phẳng (P) đi qua đỉnh (S) của hình nón, cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB = 2a\sqrt{3}$, khoảng cách từ tâm đường tròn đáy đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Thể tích khối nón đã cho bằng

A. $\frac{8\pi a^3}{3}$.

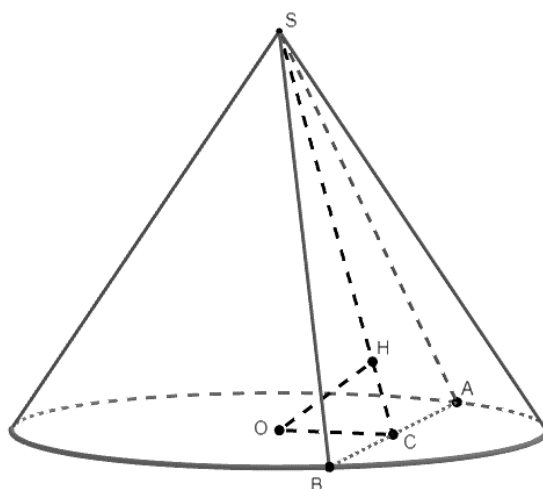
B. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

C. $\frac{2\pi a^3}{3}$.

D. $\frac{\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

Chọn B



Gọi C là trung điểm của AB , O là tâm của đáy. Khi đó $\begin{cases} SO \perp AB \\ OC \perp AB \end{cases} \Rightarrow (SOC) \perp AB$. Gọi H là hình chiếu của O lên SC thì $OH \perp (SAB)$ nên $OH = a \frac{\sqrt{2}}{2}$.

$$OB = 2a, BC = a\sqrt{3} \Rightarrow OC = a. \text{ Xét tam giác vuông } SOC: \frac{1}{SO^2} = \frac{1}{OH^2} - \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{a^2} \Rightarrow SO = a.$$

Vậy thể tích khối nón giới hạn bởi hình nón đã cho là $\frac{1}{3}\pi \cdot (2a)^2 \cdot a = \frac{4\pi a^3}{3}$.

Câu 62: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$. Hình nón có đỉnh S và có đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác ABC gọi là hình nón nội tiếp hình chóp $S.ABC$, hình nón có đỉnh S và có đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC gọi là hình nón ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Tỉ số thể tích của hình nón nội tiếp và hình nón ngoại tiếp hình chóp đã cho là

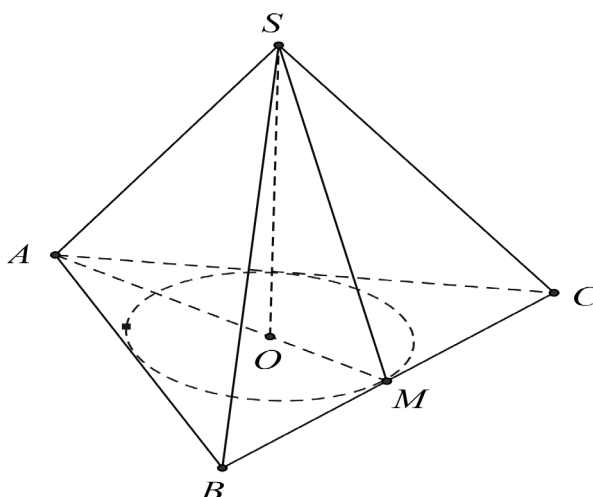
A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của BC .

Gọi O là trọng tâm của tam giác ABC .

Ta có: $SO \perp (ABC)$ tại O .

Suy ra, O là tâm đường tròn nội tiếp và cũng là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Gọi a là độ dài cạnh của tam giác ABC .

Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hình nón nội tiếp và hình nón ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

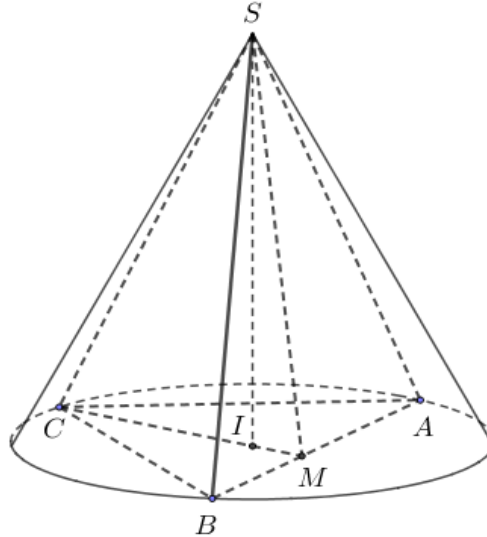
Do $OM = \frac{1}{2}OA$ nên ta có:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot OM^2 \cdot SO}{\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot OA^2 \cdot SO} = \frac{OM^2}{OA^2} = \left(\frac{OM}{OA} \right)^2 = \left(\frac{1}{2} \right)^2 = \frac{1}{4}.$$

Câu 63: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và đáy bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S , có đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

- A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{10}}{8}$. B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{7}}{4}$. D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{7}}{6}$.

Lời giải



Gọi I là tâm đường tròn $(ABC) \Rightarrow IA = r = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Gọi M là trung điểm của $AB \Rightarrow AB \perp (SMC)$

$\Rightarrow$ Góc giữa mặt bên và mặt đáy là góc $\widehat{SMC} = 60^\circ \Rightarrow SM = 2IM = \frac{2a\sqrt{3}}{6} = \frac{a\sqrt{3}}{3}, \Rightarrow$

$$SA = \sqrt{SM^2 + MA^2} = \sqrt{\frac{a^2}{3} + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{21}}{6}.$$

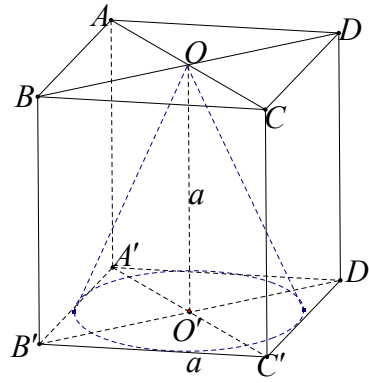
Diện tích xung quanh hình nón $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{21}}{6} = \frac{\pi a^2 \sqrt{7}}{6}$.

Câu 64: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh a . Một khối nón có đỉnh là tâm của hình vuông $ABCD$ và đáy là hình tròn nội tiếp hình vuông $A'B'C'D'$. Diện tích toàn phần của khối nón đó là

- A. $S_{tp} = \frac{\pi a^2}{2}(\sqrt{3} + 2)$. B. $S_{tp} = \frac{\pi a^2}{4}(\sqrt{5} + 1)$. C. $S_{tp} = \frac{\pi a^2}{4}(\sqrt{5} + 2)$. D. $S_{tp} = \frac{\pi a^2}{2}(\sqrt{3} + 1)$.

Lời giải

Chọn B



Bán kính của đường tròn đáy là $r = \frac{a}{2}$.

Diện tích đáy nón là: $S_1 = \pi r^2 = \frac{\pi a^2}{4}$.

Độ dài đường sinh là $l = \sqrt{a^2 + r^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Diện tích xung quanh của khối nón là: $S_2 = \pi r l = \frac{\pi a^2 \sqrt{5}}{4}$.

Vậy, diện tích toàn phần của khối nón đó là: $S_p = S_1 + S_2 = \frac{\pi a^2}{4}(\sqrt{5} + 1)$.

Câu 65: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Tính diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S , đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

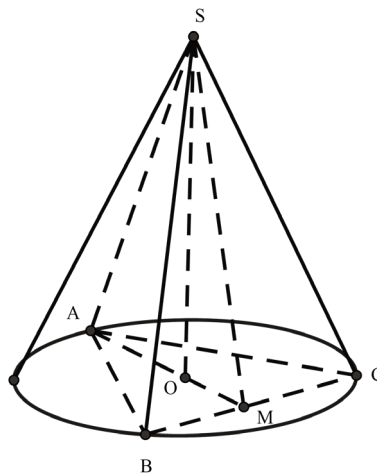
A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{7}}{6}$

C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{7}}{4}$

D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{10}}{8}$

Lời giải



Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , M là trung điểm cạnh BC , ta có

$$OM = \frac{a\sqrt{3}}{6}, OA = \frac{a\sqrt{3}}{3} \text{ và } \widehat{SMO} = 60^\circ$$

$$\text{Trong tam giác vuông } SMO: SO = OM \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \sqrt{3} = \frac{a}{2} \Rightarrow SA = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{7}}{2\sqrt{3}}.$$

$$\text{Vậy } S_{xq} = \pi.OA.SA = \pi.\frac{a\sqrt{3}}{3}.\frac{a\sqrt{7}}{2\sqrt{3}} = \frac{\pi a^2\sqrt{7}}{6}.$$

Câu 66: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Tính diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S , đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

A. $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$

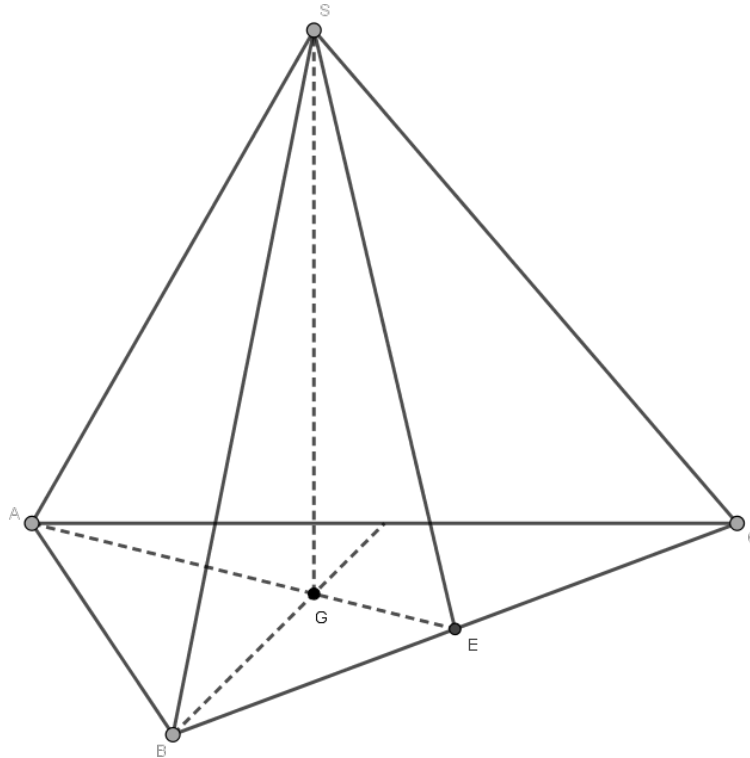
B. $\frac{\pi a^2\sqrt{7}}{6}$

C. $\frac{\pi a^2\sqrt{7}}{4}$

D. $\frac{\pi a^2\sqrt{10}}{8}$

Lời giải

Chọn B



Gọi E là trung điểm BC . Theo giả thiết $\widehat{SEA} = 60^\circ$.

$$\text{Suy ra: } SA = \frac{a\sqrt{7}}{2\sqrt{3}} = l.$$

$$S_{xq} = \pi Rl = \pi.\frac{a\sqrt{3}}{3}.\frac{a\sqrt{7}}{2\sqrt{3}} = \frac{\pi a^2\sqrt{7}}{6}$$

Câu 67: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy là a và (N) là hình nón có đỉnh là S với đáy là đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABCD$. Tỉ số thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khối nón (N) là

A. $\frac{\pi}{4}$.

B. $\frac{\pi\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{2}{\pi}$.

D. $\frac{2\sqrt{2}}{\pi}$.

Lời giải

Gọi h là chiều cao của khối chóp và đồng thời là đường cao của khối nón.

Thể tích của khối chóp là $V_1 = \frac{1}{3}a^2h$.

Bán kính của đường tròn ngoại tiếp đáy $ABCD$ là $r = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Thể tích của khối nón là $V_2 = \frac{1}{3}\pi \cdot \frac{a^2}{2} \cdot h$.

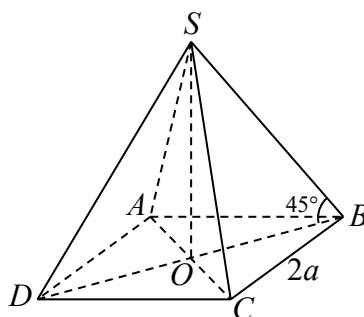
Tỉ số thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khối nón (N) là $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{\pi}$.

Câu 68: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên tạo với đáy góc 45° . Thể tích khối nón ngoại tiếp hình chóp trên là:

- A. $\frac{8}{3}\pi a^3\sqrt{3}$ B. $\frac{2}{3}\pi a^3\sqrt{3}$ C. $2\pi a^3\sqrt{2}$ D. $\frac{2}{3}\pi a^3\sqrt{2}$

Lời giải

Chọn D



Ta có $S.ABCD$ là hình chóp đều, gọi $O = AC \cap BD$

$\Rightarrow$ Góc giữa cạnh bên với mặt đáy là $\widehat{SBO} = 45^\circ$

$ABCD$ là hình vuông cạnh $2a \Rightarrow BD = 2\sqrt{2}a$

Khối nón ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ có bán kính đường tròn đáy $R = \frac{BD}{2} = a\sqrt{2}$

$\triangle SOB$ vuông cân tại O

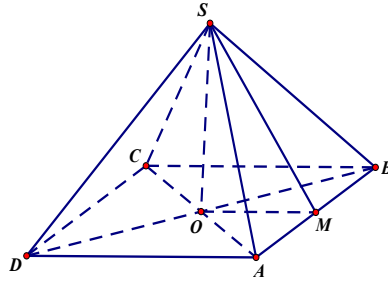
$\Rightarrow$ Chiều cao khối nón $h = SO = OB = \sqrt{2}a$

$\Rightarrow$ Thể tích khối nón là: $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi (a\sqrt{2})^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{2}{3}\pi a^3\sqrt{2}$.

Câu 69: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Tam giác SAB có diện tích bằng $2a^2$. Thể tích của khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy nội tiếp tứ giác $ABCD$.

- A. $\frac{\pi a^3\sqrt{7}}{8}$ B. $\frac{\pi a^3\sqrt{7}}{7}$ C. $\frac{\pi a^3\sqrt{7}}{4}$ D. $\frac{\pi a^3\sqrt{15}}{24}$

Lời giải



Gọi $O = AC \cap BD$ và M là trung điểm AB . Hình nón có đỉnh S và đường tròn đáy nội tiếp tứ giác $ABCD$ có bán kính đáy là $R = OM = \frac{a}{2}$ và có chiều cao là $h = SO$.

Thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}Bh$ trong đó $B = \pi R^2 = \frac{\pi a^2}{4}$.

Diện tích tam giác SAB là $2a^2$ nên $\frac{1}{2}SM \cdot AB = 2a^2 \Leftrightarrow SM = 4a$.

Trong tam giác vuông SOM ta có $SO = \sqrt{SM^2 - OM^2} = \sqrt{16a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{3a\sqrt{7}}{2}$ hay $h = \frac{3a\sqrt{7}}{2}$.

Vậy thể tích của khối nón $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{7}}{8}$.

Câu 70: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh a . Một khối nón có đỉnh là tâm của hình vuông $ABCD$ và đáy là hình tròn nội tiếp hình vuông $A'B'C'D'$. Kết quả tính diện tích toàn phần S_p của khối nón đó có dạng bằng $\frac{\pi a^2}{4}(\sqrt{b} + c)$ với b và c là hai số nguyên dương và $b > 1$. Tính bc .

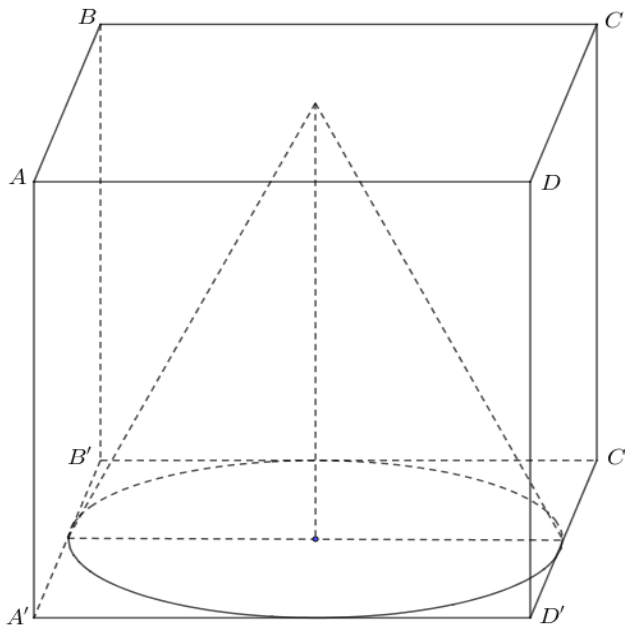
A. $bc = 5$.

B. $bc = 8$.

C. $bc = 15$.

D. $bc = 7$.

Lời giải

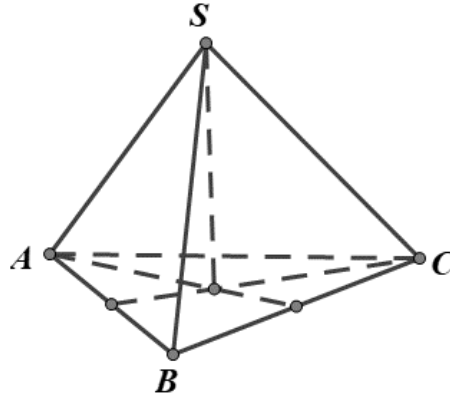


Ta có bán kính hình nón $r = \frac{a}{2}$, đường cao $h = a$, đường sinh $l = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Diện tích toàn phần $S_p = \pi rl + \pi r^2 = \pi \frac{a^2\sqrt{5}}{4} + \pi \frac{a^2}{4} = \frac{\pi a^2}{4}(\sqrt{5} + 1) \Rightarrow b = 5, c = 1$.

Vậy $bc = 5$.

Câu 71: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh $AB = a$, góc tạo bởi (SAB) và (ABC) bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S và có đường tròn đáy ngoại tiếp tam giác ABC bằng



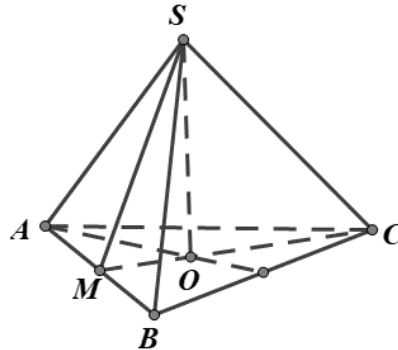
A. $\frac{\sqrt{7}\pi a^2}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{7}\pi a^2}{6}$.

C. $\frac{\sqrt{3}\pi a^2}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}\pi a^2}{6}$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm AB và gọi O là tâm của tam giác ABC ta có :

$$\begin{cases} AB \perp CM \\ AB \perp SO \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SCM) \Rightarrow AB \perp SM \text{ và } AB \perp CM$$

Do đó góc giữa (SAB) và (ABC) là $\widehat{SMO} = 60^\circ$.

Mặt khác tam giác ABC đều cạnh a nên $CM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Suy ra $OM = \frac{1}{3}CM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

$$SO = OM \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \sqrt{3} = \frac{a}{2}.$$

Hình nón đã cho có chiều cao $h = SO = \frac{a}{2}$, bán kính đáy $R = OA = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, độ dài đường sinh

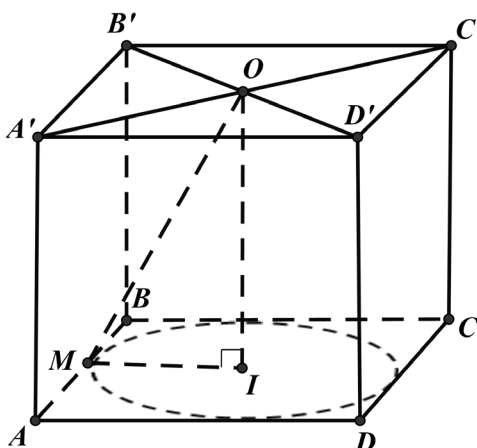
$$l = \sqrt{h^2 + R^2} = \frac{a\sqrt{21}}{6}.$$

Diện tích xung quanh hình nón là: $S_{xq} = \pi.R.l = \pi.\frac{a\sqrt{3}}{3}.\frac{a\sqrt{21}}{6} = \frac{\sqrt{7}\pi a^2}{6}$

Câu 72: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a và cạnh bên bằng $2a$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón có đỉnh là tâm O của hình vuông $A'B'C'D'$ và đáy là hình tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$.

A. $S_{xq} = \pi a^2 \sqrt{17}$. **B.** $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{2}$. **C.** $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{4}$. **D.** $S_{xq} = 2\pi a^2 \sqrt{17}$.

Lời giải



Bán kính đáy của hình nón: $R = \frac{a}{2}$.

Đường sinh của hình nón: $l = OM \Leftrightarrow l = \sqrt{MI^2 + OI^2} \Leftrightarrow l = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + 4a^2} \Leftrightarrow l = a\frac{\sqrt{17}}{2}$.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S = \pi.R.l \Leftrightarrow S = \pi.\frac{a}{2}.a\frac{\sqrt{17}}{2} \Leftrightarrow S = \frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{4}$.

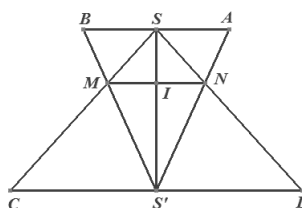
MỨC ĐỘ VẬN DỤNG – VẬN DỤNG CAO

Câu 73: Cho hai khối nón có chung trục $SS' = 3r$. Khối nón thứ nhất có đỉnh S , đáy là hình tròn tâm S' bán kính $2r$. Khối nón thứ hai có đỉnh S' , đáy là hình tròn tâm S bán kính r . Thể tích phần chung của hai khối nón đã cho bằng

A. $\frac{4\pi r^3}{27}$. **B.** $\frac{\pi r^3}{9}$. **C.** $\frac{4\pi r^3}{9}$. **D.** $\frac{4\pi r^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi (P) là mặt phẳng đi qua trục của hai khối nón và lần lượt cắt hai đường tròn (S, r) và $(S', 2r)$ theo đường kính AB, CD . Gọi $M = SC \cap S'B, N = SD \cap S'A$. Phần chung của 2 khối nón đã cho gồm 2 khối nón chung đáy là hình tròn đường kính MN và đỉnh lần lượt là S, S' .

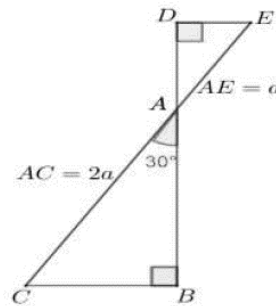
$$\text{Ta có } \frac{MN}{CD} = \frac{SN}{SD} = \frac{SN}{SN + ND} = \frac{SA}{SA + S'D} = \frac{r}{3r} = \frac{1}{3} \Rightarrow MN = \frac{1}{3}CD = \frac{4r}{3}.$$

$$\text{Gọi } I \text{ là giao điểm của } MN \text{ và } SS'. \text{ Ta có } SI = \frac{1}{3}SS' = r, S'I = \frac{2}{3}SS' = 2r.$$

Do đó thể tích phần chung là

$$V = \frac{1}{3}\pi SI \cdot \left(\frac{MN}{2}\right)^2 + \frac{1}{3}\pi S'I \cdot \left(\frac{MN}{2}\right)^2 = \frac{1}{3}\pi \cdot r \cdot \frac{4r^2}{9} + \frac{1}{3}\pi \cdot 2r \cdot \frac{4r^2}{9} = \frac{4\pi r^3}{9}.$$

Câu 74: Tính thể tích của vật thể tròn xoay khi quay mô hình quanh trục DB .



A. $\frac{9\pi a^3 \sqrt{3}}{8}$.

B. $\frac{3\pi a^3 \sqrt{3}}{8}$.

C. $\frac{2\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của vật thể tròn xoay gồm hai phần bao gồm thể tích V_1 của hình nón tạo bởi tam giác vuông ABC khi quay quanh cạnh AB và thể tích V_2 của hình nón tạo bởi tam giác vuông ADE khi quay quanh cạnh AD .

*Xét tam giác vuông ABC vuông tại B ta có:

$$r_1 = BC = AC \cdot \sin 30^\circ = a; h_1 = AB = AC \cdot \sin 60^\circ = a\sqrt{3}$$

$$\text{Vậy ta có } V_1 = \frac{1}{3}\pi r_1^2 \cdot h_1 = \frac{1}{3}\pi \cdot a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{\pi\sqrt{3}a^3}{3}.$$

*Xét tam giác vuông ADE vuông tại D ta có:

$$r_2 = DE = AE \cdot \sin 30^\circ = \frac{a}{2}; h_2 = AD = AE \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Vậy ta có } V_2 = \frac{1}{3}\pi r_2^2 \cdot h_2 = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi\sqrt{3}a^3}{24}.$$

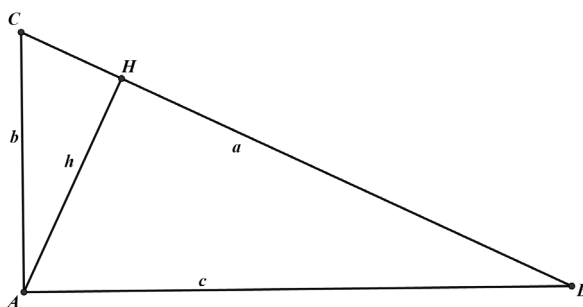
Vậy thể tích của vật thể tròn xoay là $V = V_1 + V_2 = \frac{\pi\sqrt{3}a^3}{3} + \frac{\pi\sqrt{3}a^3}{24} = \frac{3\pi\sqrt{3}a^3}{8}$.

Câu 75: Cho tam giác ABC vuông tại A , $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$, $b < c$. Khi quay tam giác vuông ABC một vòng quanh cạnh BC , quay cạnh AC , quanh cạnh AB , ta thu được các hình có diện tích toàn phần theo thứ tự bằng S_a, S_b, S_c . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $S_b > S_c > S_a$. **B.** $S_b > S_a > S_c$. **C.** $S_c > S_a > S_b$. **D.** $S_a > S_c > S_b$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là hình chiếu của A lên cạnh BC , $AH = h$.

Khi quay tam giác vuông ABC một vòng quanh cạnh BC ta thu được hình hợp bởi hai hình nón tròn xoay có chung đáy bán kính bằng h , đường sinh lần lượt là b, c . Do đó $S_a = \pi bh + \pi ch$.

Khi quay tam giác vuông ABC một vòng quanh cạnh AC ta thu được hình nón tròn xoay có bán kính đáy bằng c , đường sinh bằng a , $S_b = \pi ac + \pi c^2 = \pi c(a + c)$.

Khi quay tam giác vuông ABC một vòng quanh cạnh AB ta thu được hình nón tròn xoay có bán kính đáy bằng b , đường sinh bằng a , $S_c = \pi ab + \pi b^2 = \pi b(a + b)$.

Do $b < c$ nên $\begin{cases} ab < ac \\ b^2 < c^2 \end{cases} \Rightarrow S_c < S_b$.

Ta có $h = \frac{bc}{a} \Rightarrow S_a = \pi b^2 \cdot \frac{c}{a} + \pi c^2 \cdot \frac{b}{a}$.

Tam giác ABC vuông nên $\frac{c}{a} < 1 \Rightarrow \pi b^2 \frac{c}{a} < \pi b^2$; $\frac{c^2}{a^2} < 1 \Rightarrow \pi c^2 \frac{b}{a} < \pi ab$.

$\Rightarrow S_a < \pi b^2 + \pi ab = \pi b(a + b) = S_c$. Do đó $S_a < S_c$.

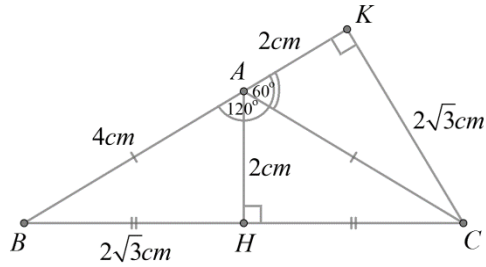
Vậy $S_b > S_c > S_a$.

Câu 76: Cho tam giác ABC cân tại A , góc $\widehat{BAC} = 120^\circ$ và $AB = 4\text{cm}$. Tính thể tích khối tròn xoay lớn nhất có thể khi ta quay tam giác ABC quanh đường thẳng chứa một cạnh của tam giác ABC .

- A.** $16\sqrt{3}\pi \text{ (cm}^3\text{)}$. **B.** $16\pi \text{ (cm}^3\text{)}$. **C.** $\frac{16\pi}{\sqrt{3}} \text{ (cm}^3\text{)}$. **D.** $\frac{16\pi}{3} \text{ (cm}^3\text{)}$.

Lời giải

Chọn B



Trường hợp 1: Khối tròn xoay khi quay $\triangle ABC$ quanh đường thẳng chứa AB có thể tích bằng hiệu thể tích của hai khối nón (N_1) và (N_2) .

$$\text{Dựng } CK \perp BA \text{ tại } K \Rightarrow \begin{cases} AK = AC \cdot \cos CAK = 4 \cdot \cos 60^\circ = 2\text{cm} \\ BK = BA + AK = 4 + 2 = 6\text{cm} \\ CK = AC \cdot \sin CAK = 4 \cdot \sin 60^\circ = 2\sqrt{3}\text{cm} \end{cases}.$$

+ (N_1) có $h_1 = BK = 6\text{cm}$, $r_1 = CK = 2\sqrt{3}\text{cm}$.

+ (N_2) có $h_2 = AK = 2\text{cm}$, $r_2 = CK = 2\sqrt{3}\text{cm}$.

$$\text{Do đó } V = \frac{1}{3}\pi \cdot CK^2 \cdot (BK - AK) = \frac{1}{3}\pi \cdot (2\sqrt{3})^2 \cdot (6 - 2) = 16\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Trường hợp 2: Khối tròn xoay khi quay $\triangle ABC$ quanh đường thẳng chứa BC có thể tích bằng tổng thể tích của hai khối nón (N_3) và (N_4) .

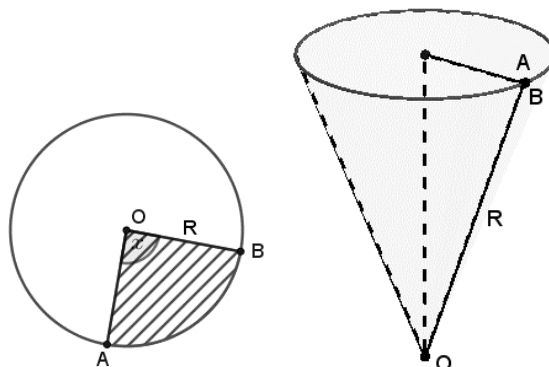
$$\text{Kẻ đường cao } AH \text{ (} H \in BC\text{)} \Rightarrow \begin{cases} AH = AB \cdot \cos BAH = 4 \cdot \cos 60^\circ = 2\text{cm} \\ BH = CH = AB \cdot \sin BAH = 4 \cdot \sin 60^\circ = 2\sqrt{3}\text{cm} \end{cases}.$$

(N_3) và (N_4) có $h_3 = h_4 = BH = CH = 2\sqrt{3}\text{cm}$, $r_3 = r_4 = HA = 2\text{cm}$.

$$\text{Do đó } V = 2 \cdot \frac{1}{3}\pi \cdot AH^2 \cdot BH = 2 \cdot \frac{1}{3}\pi \cdot 2^2 \cdot 2\sqrt{3} = \frac{16\pi}{\sqrt{3}} \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Vậy $V_{\max} = 16\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$

Câu 77: Huyền có một tấm bìa hình tròn như hình vẽ, Huyền muốn biến hình tròn đó thành một cái phễu hình nón. Khi đó Huyền phải cắt bỏ hình quạt tròn AOB rồi dán hai bán kính OA và OB lại với nhau. Gọi x là góc ở tâm hình quạt tròn dùng làm phễu. Tìm x để thể tích phễu là lớn nhất?



A. $\frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$.

B. $\frac{\pi}{3}$.

C. $\frac{\pi}{2}$.

D. $\frac{\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Góc x chắn cung $\widehat{AB}$ có độ dài $l = Rx$.

Từ giả thiết suy ra bán kính của phễu là $r = \frac{Rx}{2\pi}$ và chiều cao của phễu là

$$h = \sqrt{R^2 - \left(\frac{Rx}{2\pi}\right)^2} = \frac{R}{2\pi} \sqrt{4\pi^2 - x^2}.$$

$$\text{Khi đó thể tích của phễu là } V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot \frac{R^2 x^2}{4\pi^2} \cdot \frac{R}{2\pi} \sqrt{4\pi^2 - x^2} = \frac{R^3}{24\pi^2} x^2 \sqrt{4\pi^2 - x^2}.$$

Xét hàm số $f(x) = x^2 \sqrt{4\pi^2 - x^2}$, $x \in (0; 2\pi)$

$$f'(x) = 2x \sqrt{4\pi^2 - x^2} - \frac{x^3}{\sqrt{4\pi^2 - x^2}} = \frac{2x(4\pi^2 - x^2) - x^3}{\sqrt{4\pi^2 - x^2}} = \frac{x(8\pi^2 - 3x^2)}{\sqrt{4\pi^2 - x^2}}.$$

$$\text{Cho } f'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$$

Lập bảng biến thiên, ta có:

x	0	$\frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$	2π
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	0		0

Vậy thể tích phễu lớn nhất khi $x = \frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$.

Câu 78: Một khối nón có thể tích bằng $9a^3\pi\sqrt{2}$. Tính bán kính R đáy khối nón khi diện tích xung quanh nhỏ nhất.

A. $R = 3a$.

B. $R = \frac{3a}{\sqrt{2}}$.

C. $R = \sqrt[3]{9a}$.

D. $R = \frac{3a}{\sqrt[3]{2}}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi h, l lần lượt là chiều cao và độ dài đường sinh của khối nón.

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = 9a^3 \pi \sqrt{2} \Rightarrow h = \frac{27a^3 \sqrt{2}}{R^2} \Rightarrow l = \sqrt{R^2 + h^2} = \sqrt{R^2 + 2 \cdot \frac{729a^6}{R^4}}$$

$$S_{xq} = \pi R l = \pi \sqrt{R^4 + \frac{729a^6}{R^2} + \frac{729a^6}{R^2}} \geq \pi \sqrt[3]{R^4 \cdot \frac{729a^6}{R^2} \cdot \frac{729a^6}{R^2}}.$$

$$\Rightarrow S_{xq} = 9\pi a^2. \text{ Nên } \min S_{xq} = 9\pi a^2 \text{ khi } R^4 = \frac{729a^6}{R^2} \Leftrightarrow R = 3a.$$

Câu 79: Cho hai mặt phẳng $(P), (Q)$ song song với nhau và cùng cắt khối cầu tâm O , bán kính R thành hai hình tròn cùng bán kính. Xét hình nón có đỉnh trùng với tâm của một trong hai hình tròn này

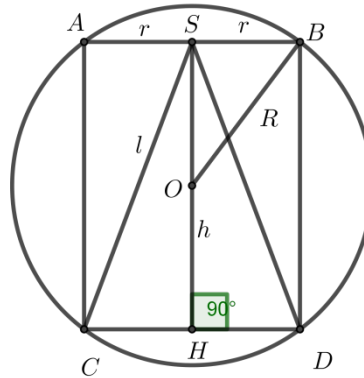
và có đáy là hình tròn còn lại. Tính khoảng cách h giữa hai mặt phẳng $(P), (Q)$ để diện tích xung quanh của hình nón là lớn nhất.

- A. $h = R$. B. $h = R\sqrt{2}$. C. $h = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$. D. $2R\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Cắt khối cầu tâm O , bán kính R bằng mặt phẳng (α) đi qua tâm O và vuông góc với hai mặt phẳng $(P), (Q)$ ta được hình như hình vẽ bên dưới.



Trong đó, $AB = (\alpha) \cap (P)$, $CD = (\alpha) \cap (Q)$ với $AB = CD$, $h = SH = AC = BD$, $R = OB$.

Đường sinh $l = SC = SD$.

Bán kính của mỗi hình tròn giao tuyến là $r = \frac{AB}{2}$.

Ta có: $l^2 = SC^2 = AC^2 + AS^2 = h^2 + r^2$ và $r^2 = SB^2 = OB^2 - SO^2 = R^2 - \frac{h^2}{4}$.

Suy ra $l^2 = R^2 + \frac{3h^2}{4}$.

Mà diện tích xung quanh của khối nón được xét là: $S_{xq} = \pi rl$.

Ta có S_{xq} đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow rl$ đạt giá trị lớn nhất.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 2 số $r\sqrt{3}$ và l ta có

$$rl = \frac{1}{2\sqrt{3}} \cdot 2 \cdot (r\sqrt{3})l \leq \frac{\sqrt{3}}{6} (3r^2 + l^2) = \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot 4R^2 = \frac{2R^2\sqrt{3}}{3}.$$

□ rl lớn nhất là $\frac{2R^2\sqrt{3}}{3}$ khi và chỉ khi $3r^2 = l^2 \Leftrightarrow h^2 = \frac{4}{3}R^2 \Rightarrow h = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$.

Câu 80: Cho tam giác OAB vuông cân tại O , có $OA = 4$. Lấy điểm M thuộc cạnh AB (M không trùng với A, B) và gọi H là hình chiếu của M trên OA . Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay tam giác OMH quanh OA .

A. $\frac{128\pi}{81}$.

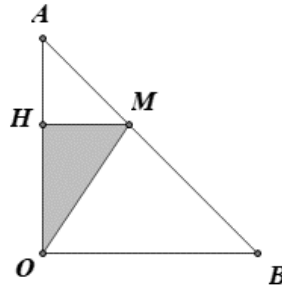
B. $\frac{81\pi}{256}$.

C. $\frac{256\pi}{81}$.

D. $\frac{64\pi}{81}$.

Lời giải

Chọn C



Đặt $h = OH$, $0 < h < 4$.

Khi quay tam giác OMH quanh OA , ta được hình nón đỉnh O chiều cao h bán kính đáy $r = HM$.

Ta có $HM \parallel OB$ nên $\frac{AH}{AO} = \frac{HM}{OB} \Rightarrow \frac{4-h}{4} = \frac{r}{4} \Rightarrow r = 4-h$.

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi (4-h)^2 \cdot h = \frac{1}{6}\pi (4-h)(4-h) \cdot 2h \leq \frac{1}{6}\pi \left(\frac{4-h+4-h+2h}{3} \right)^3 = \frac{256\pi}{81}.$$

$$\text{Vậy } V_{\max} = \frac{1}{3}\pi \cdot \frac{256}{27} = \frac{256\pi}{81}.$$

Câu 81: Lượng nguyên liệu cần dùng để làm ra một chiếc nón lá được ước lượng qua phép tính diện tích xung quanh của mặt nón. Cứ 1kg lá dùng để làm nón có thể làm ra số nón có tổng diện tích xung quanh là $6,13\text{m}^2$. Hỏi nếu muốn làm ra 1000 chiếc nón lá giống nhau có đường trình vành nón 50cm , chiều cao 30cm thì cần khối lượng lá gần nhất với con số nào dưới đây?

A. 50kg .

B. 76kg .

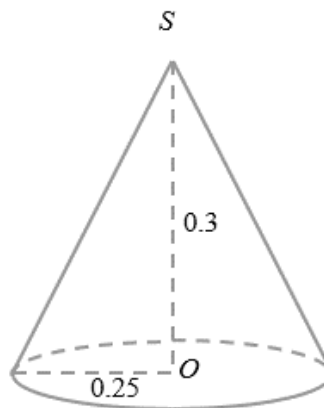
C. 48kg .

D. 38kg .

Lời giải

Chọn A

Theo giả thiết mỗi chiếc nón lá là một hình nón có bán kính đáy $R = \frac{50}{2} = 25(\text{cm}) = 0,25(\text{m})$ và đường cao $h = 30(\text{cm}) = 0,3(\text{m})$.



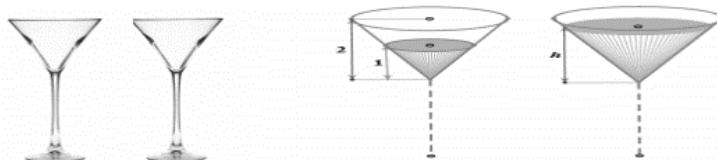
$$\text{Gọi } l \text{ là chiều cao của hình nón} \Rightarrow l = \sqrt{R^2 + h^2} = \frac{\sqrt{61}}{20}(\text{m}).$$

Diện tích xung quanh của 1 chiếc nón lá là $S_{xq} = \pi Rl = \pi \cdot 0,25 \cdot \frac{\sqrt{61}}{20} = \frac{\pi\sqrt{61}}{80} (m^2)$

Tổng diện tích xung quanh của 1000 chiếc nón là $S = 1000 \cdot \frac{\pi\sqrt{61}}{80} = \frac{25\pi\sqrt{61}}{2} (m^2)$

Do đó khối lượng lá cần dùng là $\frac{S}{6,13} \approx 50,03(kg)$.

Câu 82: Hai chiếc ly đựng chất lỏng giống hệt nhau, mỗi chiếc có phần chứa chất lỏng là một khối nón có chiều cao $2dm$. Ban đầu chiếc ly thứ nhất chứa đầy chất lỏng, chiếc ly thứ hai để rỗng. Người ta chuyển chất lỏng từ ly thứ nhất sang ly thứ hai sao cho độ cao của cột chất lỏng trong ly thứ nhất còn $1dm$. Tính chiều cao h của cột chất lỏng trong ly thứ hai sau khi chuyển.



- A. $h \approx 1,41dm$. B. $h \approx 1,89dm$. **C. $h \approx 1,91dm$.** D. $h \approx 1,73dm$.

Lời giải

Chọn C

Gọi bán kính đáy, thể tích của khối nón lần lượt là r ; V .

Gọi bán kính đáy, thể tích của khối nón lần lượt là r_1 ; V_1 .

Gọi bán kính đáy, chiều cao, thể tích của khối nón lần lượt là r_2 ; h ; V_2 .

Ta có: Thể tích chất lỏng ban đầu là: $V = \frac{2}{3}\pi r^2$.

Thể tích chất lỏng còn lại sau khi rót sang ly thứ hai là: $V_1 = \frac{1}{3}\pi r_1^2$.

mà $\frac{r_1}{r} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow r_1 = \frac{r}{2} \Rightarrow V_1 = \frac{1}{12}\pi r^2$.

Thể tích chất lỏng ly thứ hai là: $V_2 = \frac{1}{3}\pi r_2^2 h = V - V_1 \Leftrightarrow \frac{1}{3}\pi r_2^2 h = \frac{7}{12}\pi r^2 \Leftrightarrow r_2^2 h = \frac{7}{4}r^2$.

mà $\frac{r_2}{r} = \frac{h}{2} \Leftrightarrow r_2 = \frac{hr}{2} \Rightarrow h^3 = 7 \Rightarrow h \approx 1,91dm$.

Kết luận: $h \approx 1,91dm$.

Câu 83: Cho một miếng tôn hình tròn có bán kính $50cm$. Biết hình nón có thể tích lớn nhất khi diện tích toàn phần của hình nón bằng diện tích miếng tôn ở trên. Khi đó hình nón có bán kính đáy là:

- A. $10\sqrt{2}(cm)$. B. $50\sqrt{2}(cm)$. **C. $20(cm)$.** D. $25(cm)$.

Lời giải

Ta có diện tích miếng tôn là $S = \pi \cdot 2500 (cm^2)$.

Diện tích toàn phần của hình nón là: $S_{tp} = \pi R^2 + \pi \cdot R \cdot l$.

Thỏa mãn yêu cầu bài toán ta có: $\pi R^2 + \pi \cdot R \cdot l = 2500\pi \Leftrightarrow R^2 + R \cdot l = 2500 = A \Leftrightarrow l = \frac{A}{R} - R$.

Thể tích khối nón là:

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot h \Leftrightarrow V = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot \sqrt{l^2 - R^2} \Leftrightarrow V = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot \sqrt{\left(\frac{A}{R} - R\right)^2 - R^2}$$

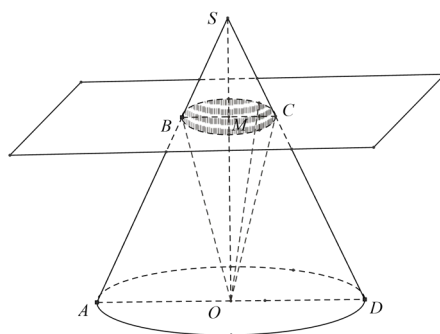
$$\Leftrightarrow V = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot \sqrt{\frac{A^2}{R^2} - 2A} \Leftrightarrow V = \frac{1}{3}\pi \cdot \sqrt{A^2 \cdot R^2 - 2A \cdot R^4} \Leftrightarrow V = \frac{1}{3}\pi \cdot \sqrt{\frac{A^3}{8} - 2A\left(R^2 - \frac{A}{4}\right)^2}$$

$$\Leftrightarrow V \leq \frac{1}{3}\pi \cdot \frac{A}{2} \sqrt{\frac{A}{2}}. \text{ Dấu bằng xảy ra khi } R = \sqrt{\frac{A}{4}} = 25, \text{ vậy } V \text{ đạt GTLN khi } R = 25.$$

Câu 84: Cho hình nón (N) có đường cao $SO = h$ và bán kính đáy bằng R , gọi M là điểm trên đoạn SO , đặt $OM = x$, $0 < x < h$. (C) là thiết diện của mặt phẳng (P) vuông góc với trục SO tại M , với hình nón (N). Tìm x để thể tích khối nón đỉnh O đáy là (C) lớn nhất.

- A. $\frac{h}{2}$. B. $\frac{h\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{h\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{h}{3}$.

Lời giải



Ta có BM là bán kính đường tròn (C).

Do tam giác $\triangle SBM \sim \triangle SAO$ nên $\frac{BM}{AO} = \frac{SM}{SO} \Leftrightarrow BM = \frac{AO \cdot SM}{SO} \Leftrightarrow BM = \frac{R(h-x)}{h}$.

Thể tích của khối nón đỉnh O đáy là (C) là:

$$V = \frac{1}{3}\pi BM^2 \cdot OM = \frac{1}{3}\pi \left[\frac{R(h-x)}{h} \right]^2 x = \frac{1}{3}\pi \frac{R^2}{h^2} (h-x)^2 x.$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{1}{3}\pi \frac{R^2}{h^2} (h-x)^2 x$, ($0 < x < h$) ta có

Ta có $f'(x) = \frac{1}{3}\pi \frac{R^2}{h^2} (h-x)(h-3x)$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}\pi \frac{R^2}{h^2} (h-x)(h-3x) \Leftrightarrow x = \frac{h}{3}$.

Lập bảng biến thiên ta có

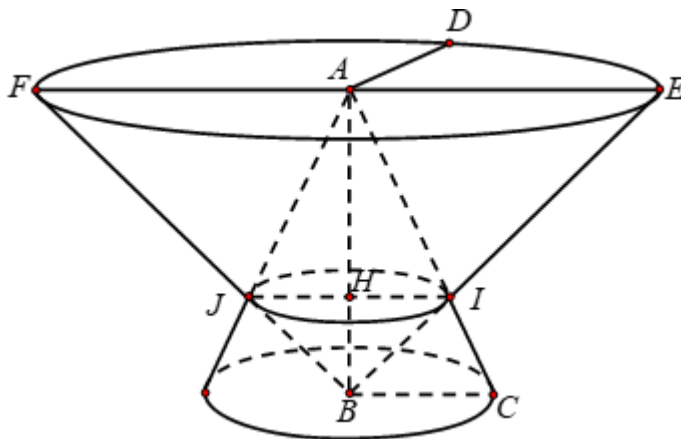
x	0	$\frac{h}{3}$	h
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			

Từ bảng biến ta có thể tích khối nón đỉnh O đáy là (C) lớn nhất khi $x = \frac{h}{3}$.

Câu 85: Cho hình tứ diện $ABCD$ có $AD \perp (ABC)$, ABC là tam giác vuông tại B . Biết $BC = a$, $AB = a\sqrt{3}$, $AD = 3a$. Quay các tam giác ABC và ABD xung quanh đường thẳng AB ta được 2 khối tròn xoay. Thể tích phần chung của 2 khối tròn xoay đó bằng

- A.** $\frac{3\sqrt{3}\pi a^3}{16}$. **B.** $\frac{8\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. **C.** $\frac{5\sqrt{3}\pi a^3}{16}$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{16}$.

Lời giải



Khi quay tam giác ABD quanh AB ta được khối nón đỉnh B có đường cao BA , đáy là đường tròn bán kính $AE = 3$ cm. Gọi $I = AC \cap BE$, $IH \perp AB$ tại H . Phần chung của 2 khối nón khi quay tam giác ABC và tam giác ABD quanh AB là 2 khối nón đỉnh A và đỉnh B có đáy là đường tròn bán kính IH .

Ta có $\triangle IBC$ đồng dạng với $\triangle IEA \Rightarrow \frac{IC}{IA} = \frac{BC}{AE} = \frac{1}{3} \Rightarrow IA = 3IC$.

Mặt khác $IH \parallel BC \Rightarrow \frac{AH}{AB} = \frac{IH}{BC} = \frac{AI}{AC} = \frac{3}{4} \Rightarrow IH = \frac{3}{4}BC = \frac{3a}{4}$.

Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối nón đỉnh A và B có đáy là hình tròn tâm H

$$V_1 = \frac{1}{3}\pi \cdot IH^2 \cdot AH.$$

$$V_2 = \frac{1}{3}\pi \cdot IH^2 \cdot BH.$$

$$\Rightarrow V = V_1 + V_2 \Rightarrow V = \frac{\pi}{3} \cdot IH^2 \cdot AB \Rightarrow V = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{9a^2}{16} \cdot a\sqrt{3} \Rightarrow V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{16}.$$

Câu 86: Cho tam giác nhọn ABC , biết rằng khi quay tam giác này quanh các cạnh AB, BC, CA ta lần lượt được các hình tròn xoay có thể tích là $672\pi, \frac{3136\pi}{5}, \frac{9408\pi}{13}$. Tính diện tích tam giác ABC .

- A.** $S = 1979$. **B.** $S = 364$. **C.** $S = 84$. **D.** $S = 96$.

Lời giải

Vì tam giác ABC nhọn nên các chân đường cao nằm trong tam giác.

Gọi h_a, h_b, h_c lần lượt là đường cao từ đỉnh A, B, C của tam giác ABC , và a, b, c lần lượt là độ dài các cạnh BC, CA, AB .

Khi đó

+ Thể tích khối tròn xoay khi quay tam giác quanh AB là $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h_c^2 \cdot c = 672\pi$.

+ Thể tích khối tròn xoay khi quay tam giác quanh BC là $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h_a^2 \cdot a = \frac{3136\pi}{5}$.

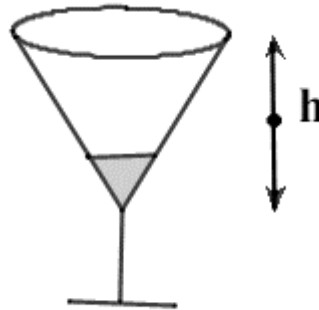
+ Thể tích khối tròn xoay khi quay tam giác quanh CA là $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h_b^2 \cdot b = \frac{9408\pi}{13}$.

$$\text{Do đó } \begin{cases} \frac{1}{3} c \cdot h_c^2 = 672 \\ \frac{1}{3} a \cdot h_a^2 = \frac{3136}{5} \\ \frac{1}{3} b \cdot h_b^2 = \frac{9408}{13} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{3} \frac{S^2}{c} = 672 \\ \frac{4}{3} \frac{S^2}{a} = \frac{3136}{5} \\ \frac{4}{3} \frac{S^2}{b} = \frac{9408}{13} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{4S^2}{3 \cdot 672} \\ a = \frac{20S^2}{3 \cdot 3136} \\ b = \frac{52S^2}{3 \cdot 9408} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (a+b+c)(a+b-c)(b+c-a)(c+a-b) = S^8 \cdot \frac{1}{3^4} \cdot \frac{1}{9408} \cdot \frac{1}{28812}$$

$$\Leftrightarrow 16S^2 = S^8 \cdot \frac{1}{3^4} \cdot \frac{1}{9408} \cdot \frac{1}{28812} \Leftrightarrow S^6 = 16 \cdot 81 \cdot 9408 \cdot 28812 \Leftrightarrow S = 84.$$

Câu 87: Một chiếc ly dạng hình nón. Người ta đổ một lượng nước vào ly sao cho chiều cao của lượng nước trong ly bằng $\frac{1}{4}$ chiều cao của ly. Hỏi nếu bịt kín miệng ly rồi úp ngược ly lại thì tỷ lệ chiều cao của mực nước và chiều cao của ly nước bây giờ bằng bao nhiêu?



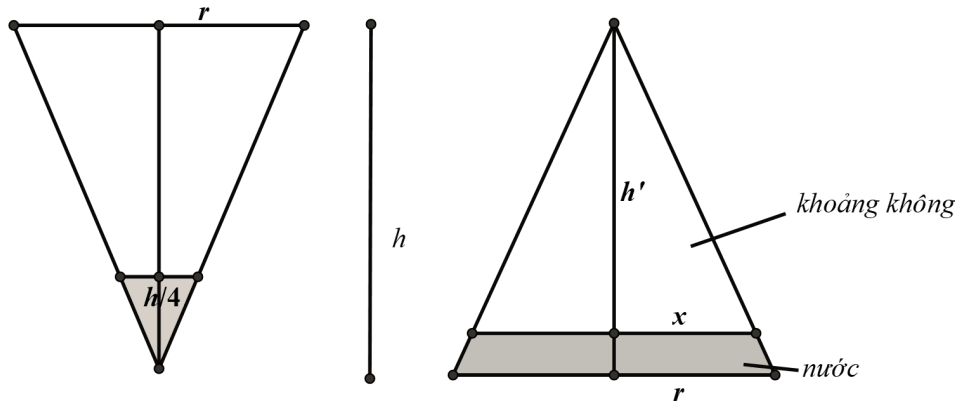
A. $\frac{4 - \sqrt[3]{63}}{4}$.

B. $\frac{\sqrt[3]{63}}{4}$.

C. $\frac{4 - \sqrt{63}}{4}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải



Giả sử ly có chiều cao h và đáy là đường tròn có bán kính r , nên có thể tích $V = \frac{1}{3}\pi hr^2$.

Khối nước trong ly có chiều cao bằng $\frac{1}{4}$ chiều cao của ly nên khối nước tạo thành khối nón có chiều cao bằng $\frac{h}{4}$ và bán kính đáy $\frac{r}{4}$ thể tích nước bằng $\frac{1}{3} \cdot \frac{h}{4} \pi \left(\frac{r}{4}\right)^2 = \frac{1}{64} \cdot \left(\frac{1}{3}\pi hr^2\right) = \frac{1}{64}V$.

Do đó thể tích khoảng không bằng $V - \frac{1}{64}V = \frac{63}{64}V$.

Nên khi úp ngược ly lại thì ta có các tỉ lệ: $\frac{x}{r} = \frac{h'}{h} \Rightarrow x = \frac{r \cdot h'}{h}$.

Suy ra: thể tích khoảng không bằng: $\frac{1}{3}h' \cdot \pi x^2 = \frac{1}{3}h' \cdot \pi \cdot \left(\frac{r \cdot h'}{h}\right)^2 = \frac{1}{3}\pi hr^2 \cdot \left(\frac{h'}{h}\right)^3 = \left(\frac{h'}{h}\right)^3 V$.

$$\Rightarrow \frac{63}{64}V = \left(\frac{h'}{h}\right)^3 V \Rightarrow \left(\frac{h'}{h}\right)^3 = \frac{63}{64} \Rightarrow \frac{h'}{h} = \sqrt[3]{\frac{63}{64}} = \frac{\sqrt[3]{63}}{4} \Rightarrow h' = \frac{\sqrt[3]{63}}{4}h.$$

Nên chiều cao mực nước bằng: $h - h' = h - \frac{\sqrt[3]{63}}{4}h = \frac{4 - \sqrt[3]{63}}{4}h$.

Vậy tỷ lệ chiều cao của mực nước và chiều cao của ly nước bây giờ bằng $\frac{4 - \sqrt[3]{63}}{4}$.

Câu 88: Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 120^\circ$, $AB = AC = a$. Quay tam giác ABC quanh đường thẳng AB ta được một khối tròn xoay. Thể tích khối tròn xoay đó bằng:

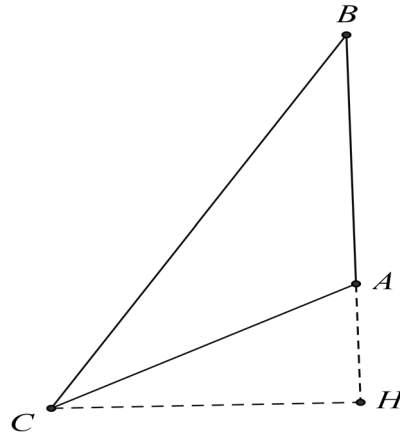
A. $\frac{\pi a^3}{3}$.

B. $\frac{\pi a^3}{4}$.

C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{4}$.

Lời giải



Theo định lý cosin ta có: $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos A} = a\sqrt{3}$.

Quay tam giác ABC quanh đường thẳng AB ta được một

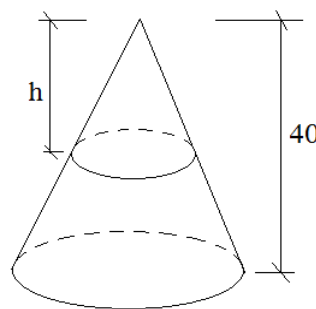
khối tròn xoay có thể tích $V = V_1 - V_2$ với V_1, V_2 là thể tích khối tròn xoay khi quay tam giác

vuông BCH và tam giác ACH quay xung quanh với HB (H là hình chiếu vuông góc của C lên AB)

Ta tính được $CH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $AH = \frac{a}{2}$. Khi đó, ta có:

$$V = \frac{1}{3}\pi.CH^2.BH - \frac{1}{3}\pi.CH^2.AH = \frac{1}{3}\pi.CH^2.AB = \frac{1}{3}\pi.\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2.a = \frac{\pi a^3}{4}$$

Câu 89: Một vật N_1 có dạng hình nón có chiều cao bằng $40cm$. Người ta cắt vật N_1 bằng một mặt cắt song song với mặt đáy của nó để được một hình nón nhỏ N_2 có thể tích bằng $\frac{1}{8}$



thể tích N_1 . Tính chiều cao h của hình nón N_2 ?

A. $10cm$

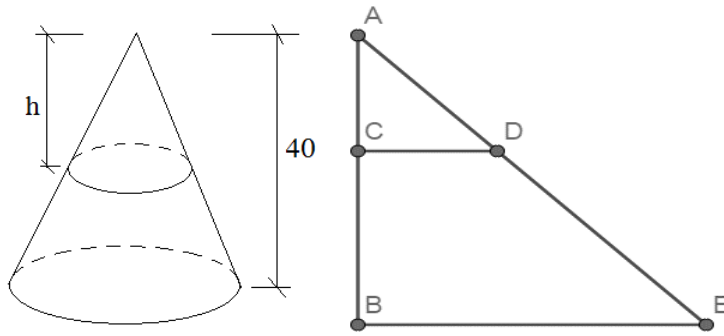
B. $20cm$

C. $40cm$

D. $5cm$

Lời giải

Chọn B



Gọi $r_1 = BE$, $h_1 = AB$ lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của hình nón N_1

Gọi $r_2 = CD$, $h = AC$ lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của hình nón N_2

Khi đó thể tích của hai khối nón lần lượt là

$$V_1 = \frac{1}{3} \pi r_1^2 h_1$$

$$V_2 = \frac{1}{3} \pi r_2^2 h$$

Theo đề bài ta có

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{1}{3} \pi r_2^2 h}{\frac{1}{3} \pi r_1^2 h_1} = \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 \cdot \frac{h}{h_1} = \frac{1}{8} \quad (1)$$

Xét hai tam giác đồng dạng ACD, ABE có:

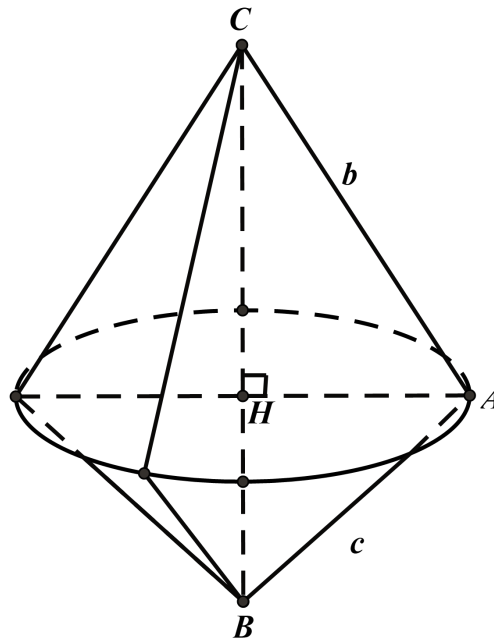
$$\frac{AC}{AB} = \frac{CD}{BE} \Leftrightarrow \frac{r_2}{r_1} = \frac{h}{h_1} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \left(\frac{h}{h_1} \right)^3 = \frac{1}{8} \Leftrightarrow \frac{h}{h_1} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow h = \frac{1}{2} h_1 = 20$$

Câu 90: Cho một tấm bìa hình dạng tam giác vuông, biết b và c là độ dài cạnh tam giác vuông của tấm một khối tròn xoay. Hỏi thể tích V của khối tròn xoay sinh ra bởi tấm bìa bằng bao nhiêu?

A. $V = \frac{b^2 c^2}{3\sqrt{b^2 + c^2}}$. **B.** $V = \frac{\pi b^2 c^2}{3\sqrt{b^2 + c^2}}$. **C.** $V = \frac{2\pi b^2 c^2}{3\sqrt{b^2 + c^2}}$. **D.** $V = \frac{\pi b^2 c^2}{3\sqrt{2(b^2 + c^2)}}$.

Lời giải



Gọi tam giác vuông là ABC , kẻ $AH \perp BC$, H là chân đường cao.

$$\text{Khi đó } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} \Rightarrow AH = \frac{bc}{\sqrt{b^2 + c^2}}$$

Thể tích khối tròn xoay cần tính bằng tổng thể tích 2 khối nón tạo bởi hai tam giác vuông ACH và ABH khi quay quanh trục BC .

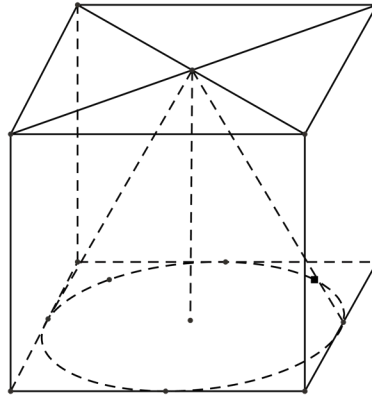
Khối nón tạo bởi tam giác vuông ACH khi quay quanh trục BC có thể tích $V_1 = \frac{1}{3}\pi CH \cdot AH^2$

Khối nón tạo bởi tam giác vuông ABH khi quay quanh trục BC có thể tích $V_2 = \frac{1}{3}\pi BH \cdot AH^2$

Thể tích khối tròn xoay cần tính là:

$$\begin{aligned} V &= V_1 + V_2 = \frac{1}{3}\pi CH \cdot AH^2 + \frac{1}{3}\pi BH \cdot AH^2 \\ &= \frac{1}{3}\pi BC \cdot AH^2 = \frac{1}{3}\pi \sqrt{b^2 + c^2} \cdot \left(\frac{bc}{\sqrt{b^2 + c^2}}\right)^2 = \frac{\pi b^2 c^2}{3\sqrt{b^2 + c^2}} \end{aligned}$$

Câu 91: Một chiếc thùng chứa đầy nước có hình một khối lập phương. Đặt vào trong thùng đó một khối nón sao cho đỉnh khối nón trùng với tâm một mặt của khối lập phương, đáy khối nón tiếp xúc với các cạnh của mặt đối diện. Tính tỉ số thể tích của lượng nước trào ra ngoài và lượng nước còn lại ở trong thùng.



A. $\frac{\pi}{12-\pi}$.

B. $\frac{1}{11}$.

C. $\frac{\pi}{12}$.

D. $\frac{11}{12}$.

Lời giải

Chọn A

Coi khối lập phương có cạnh 1. Thể tích khối lập phương là $V = 1$.

Từ giả thiết ta suy ra khối nón có chiều cao $h = 1$, bán kính đáy $r = \frac{1}{2}$.

Thể tích lượng nước trào ra ngoài là thể tích V_1 của khối nón.

Ta có: $V_1 = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot \frac{1}{4} \cdot 1 = \frac{\pi}{12}$.

Thể tích lượng nước còn lại trong thùng là: $V_2 = V - V_1 = 1 - \frac{\pi}{12} = \frac{12-\pi}{12}$.

Do đó: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi}{12-\pi}$.

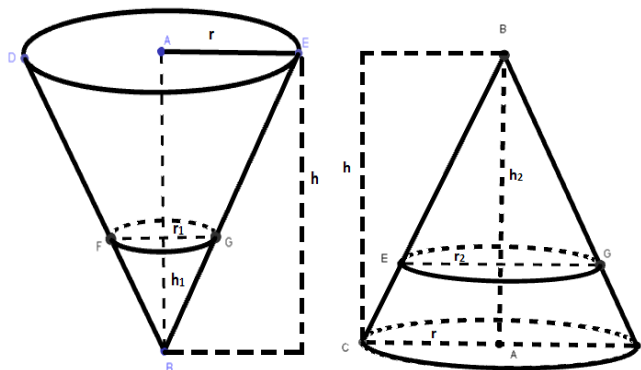
Câu 92: Một cái phễu có dạng hình nón. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của lượng nước trong phễu bằng $\frac{1}{3}$ chiều cao của phễu. Hỏi nếu bịt kín miệng phễu rồi lộn ngược phễu lên thì chiều cao của mực nước xấp xỉ bằng bao nhiêu? Biết rằng chiều cao của phễu là 15cm.

A. 0,501(cm).

B. 0,302(cm).

C. 0,216(cm).

D. 0,188(cm).



Lời giải

Gọi h_1 là chiều cao của nước ta có $h_1 = \frac{1}{3}h$. Từ hình vẽ ta có: $\frac{h_1}{h} = \frac{r_1}{r} \Rightarrow r_1 = \frac{1}{3}r$; $\frac{h_2}{h} = \frac{r_2}{r}$

$$\Leftrightarrow \frac{h_2}{r_2} = \frac{h}{r} \Leftrightarrow \frac{r}{h}h_2 = r_2.$$

Ta có thể tích của nước trước và sau khi lật ngược là như nhau:

$$h_1 \cdot \pi r_1^2 = h \cdot \pi r^2 - h_2 \cdot \pi r_2^2 \Leftrightarrow h_2 = \frac{h\pi r^2 - h_1\pi r_1^2}{\pi r_2^2} \Leftrightarrow h_2 = \frac{hr^2 - h_1r_1^2}{r_2^2} \Leftrightarrow h_2 = \frac{hr^2}{r_2^2} - \frac{h_1r_1^2}{r_2^2}$$

$$\Leftrightarrow h_2 = \frac{h^3}{h_2^2} - \frac{h_1 \cdot \frac{1}{9}r^2}{\frac{r^2}{h^2}h_2^2} \Leftrightarrow h_2 = \frac{h^3}{h_2^2} - \frac{h_1 \cdot \frac{1}{9}}{\frac{1}{h^2}h_2^2} \Leftrightarrow h_2 = \frac{15^3}{h_2^2} - \frac{5 \cdot \frac{1}{9} \cdot 15^2}{h_2^2} \Leftrightarrow h_2^3 = 15^3 - 5 \cdot \frac{1}{9} \cdot 15^2$$

$\Leftrightarrow h_2^3 = 3250 \Leftrightarrow h_2 = \sqrt[3]{3250}$ Vậy bịt kín miệng phễu rồi lật ngược phễu lên thì chiều cao của mực nước xấp xỉ bằng: 0,188(cm).

Câu 93: Hai hình nón bằng nhau có chiều cao bằng 2 dm được đặt như hình vẽ bên. Lúc đầu, hình nón trên chứa đầy nước và hình nón dưới không chứa nước. Sau đó, nước được chảy xuống hình nón dưới thông qua lỗ trống ở đỉnh của hình nón trên. Hãy tính chiều cao của nước trong hình nón dưới tại thời điểm khi mà chiều cao của nước trong hình nón trên bằng 1 dm.

A. $\sqrt[3]{7}$.

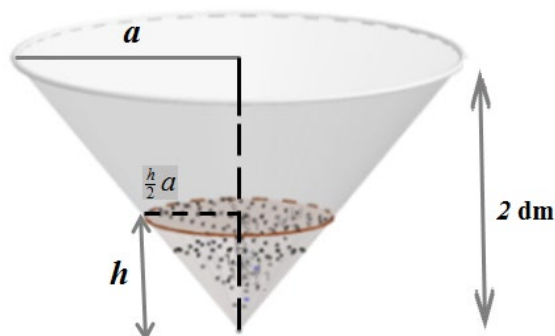
B. $\frac{1}{3}$.

C. $\sqrt[3]{5}$.

D. $\frac{1}{2}$.



Lời giải



Gọi a là bán kính đáy hình nón;

V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hình nón trên lúc chứa đầy nước và khi chiều cao của nước bằng 1 dm;

h, V_3 lần lượt là chiều cao của nước, thể tích của hình nón dưới khi chiều cao của nước trong hình nón trên bằng 1 dm;

R, r lần lượt là bán kính của hình nón trên của nước, bán kính của hình nón dưới của nước khi chiều cao của nước trong hình nón trên bằng 1 dm.

Ta có: $\frac{R}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow R = \frac{a}{2}$.

Thể tích nước của hình nón trên khi chiều cao bằng 1 là $V_2 = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot \pi \left(\frac{1}{2}a\right)^2 = \frac{\pi a^2}{12}$.

Mặt khác: $\frac{r}{a} = \frac{h}{2} \Rightarrow r = \frac{ah}{2}$.

Do đó thể tích nước hình nón dưới $V_3 = \frac{1}{3} \cdot h \cdot \pi \left(\frac{h}{2}a\right)^2 = \frac{\pi a^2 h^3}{12}$.

Thể tích nước của hình nón trên khi đầy nước $V_1 = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot \pi a^2$.

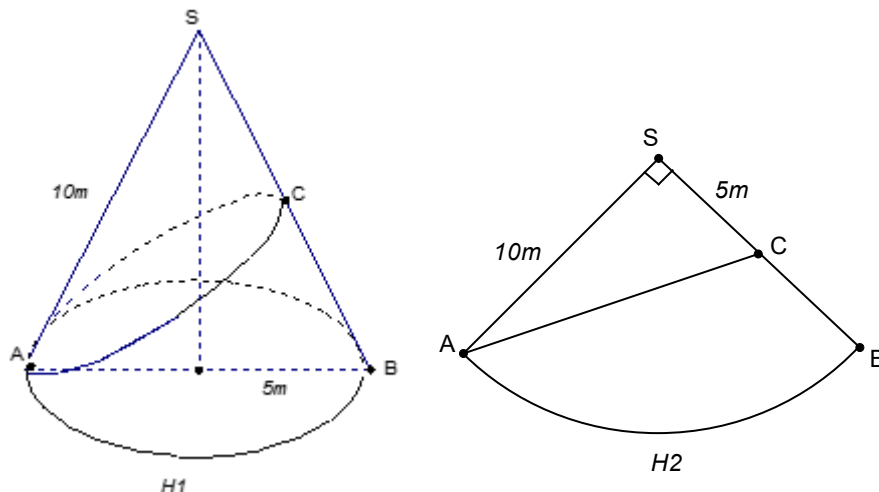
Lại có: $V_3 = V_1 - V_2 \Rightarrow \frac{\pi a^2 h^3}{12} = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot \pi a^2 - \frac{\pi a^2}{12} \Leftrightarrow 1 + h^3 = 8 \Leftrightarrow h = \sqrt[3]{7}$.

Câu 94: Tại trung tâm thành phố người ta tạo điểm nhấn bằng cột trang trí hình nón có kích thước như sau: chiều dài đường sinh $l = 10\text{ m}$, bán kính đáy $R = 5\text{ m}$. Biết rằng tam giác SAB là thiết diện qua trục của hình nón và C là trung điểm của SB . Trang trí một hệ thống đèn điện từ chạy từ A đến C trên mặt nón. Xác định giá trị ngắn nhất của chiều dài dây đèn điện từ.

- A.** 15 m. **B.** 10 m. **C.** $5\sqrt{3}\text{ m}$. **D.** $5\sqrt{5}\text{ m}$.

Lời giải

- Cắt hình nón theo hai đường sinh SA, SB rồi trải ra ta được hình như sau:



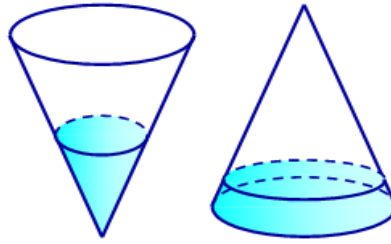
Khi đó, chiều dài dây đèn ngắn nhất là độ dài đoạn thẳng AC trên hình $H2$.

• Chu vi cung tròn $\widehat{AB}$: $C = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 5 = 5\pi$.

$\Rightarrow \triangle SAC$ vuông tại S .

$\Rightarrow AC = \sqrt{SA^2 + SC^2} = \sqrt{10^2 + 5^2} = 5\sqrt{5}\text{ m}$.

Câu 95: Một cái phễu có dạng hình nón, chiều cao của phễu là 20cm . Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của cột nước trong phễu là 10cm . Nếu bịt kín miệng phễu rồi lật ngược lên chiều cao của cột nước trong phễu gần nhất với giá trị nào sau đây.



A. $1,07\text{cm}$.

B. $0,97\text{cm}$.

C. $0,67\text{cm}$.

D. $0,87\text{cm}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi R là bán kính đáy của cái phễu ta có $\frac{R}{2}$ là bán kính của đáy chứa cột nước

Ta có thể tích phần nón không chứa nước là $V = \frac{1}{3}\pi(R)^2 \cdot 20 - \frac{1}{3}\pi\left(\frac{R}{2}\right)^2 \cdot 10 = \frac{35}{6}\pi R^2$.

Khi lật ngược phễu Gọi h chiều cao của cột nước trong phễu, phần thể tích phần nón không chứa

nước là $V = \frac{1}{3}\pi(20-h)\left(\frac{R(20-h)}{20}\right)^2 = \frac{1}{1200}\pi(20-h)^3 R^2$.

$$\frac{1}{1200}\pi(20-h)^3 R^2 = \frac{35}{6}\pi R^2 \Rightarrow (20-h)^3 = 7000 \Rightarrow h \approx 0,87$$

Câu 96: Giả sử đồ thị hàm số $y = (m^2 + 1)x^4 - 2mx^2 + m^2 + 1$ có 3 điểm cực trị là A, B, C mà $x_A < x_B < x_C$. Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC ta được một khối tròn xoay. Giá trị của m để thể tích của khối tròn xoay đó lớn nhất thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây:

A. $(4; 6)$.

B. $(2; 4)$.

C. $(-2; 0)$.

D. $(0; 2)$.

Lời giải

Chọn B

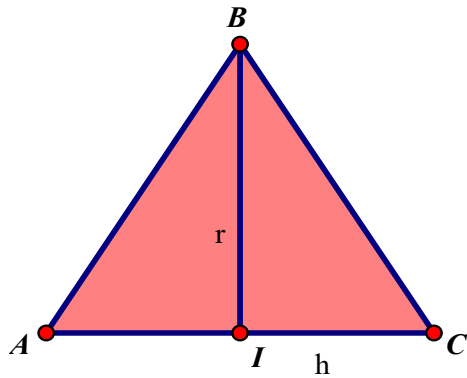
$$y' = 4(m^2 + 1)x^3 - 4mx = 4x[(m^2 + 1)x^2 - m]$$

$$+ y' = 0 \Leftrightarrow 4x[(m^2 + 1)x^2 - m] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \sqrt{\frac{m}{m^2 + 1}} \quad (m > 0) \end{cases}$$

+ Với $m > 0$ thì đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị là:

$$A\left(-\sqrt{\frac{m}{m^2 + 1}}; -\frac{m^2}{m^2 + 1} + m^2 + 1\right); B(0; m^2 + 1); C\left(\sqrt{\frac{m}{m^2 + 1}}; -\frac{m^2}{m^2 + 1} + m^2 + 1\right).$$

+ Quay $\triangle ABC$ quanh AC thì được khối tròn xoay có thể tích là:



$$V = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 h = \frac{2}{3} \pi BI^2 \cdot IC = \frac{2}{3} \pi \left(\frac{m^2}{m^2 + 1} \right)^2 \cdot \sqrt{\frac{m}{m^2 + 1}} = \frac{2}{3} \pi \sqrt{\frac{m^9}{(m^2 + 1)^5}}.$$

+ Xét hàm số $f(x) = \frac{m^9}{(m^2 + 1)^5}$

Có: $f'(x) = \frac{m^8(9 - m^2)}{(m^2 + 1)^6}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow m = 3 \ (m > 0)$.

Ta có BBT:

x	0	3	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	0	max	0

Vậy thể tích cần tìm lớn nhất khi $m = 3$.

Câu 97: Khi cắt hình nón có chiều cao 16 cm và đường kính đáy 24 cm bởi một mặt phẳng song song với đường sinh của hình nón ta thu được thiết diện có diện tích lớn nhất gần với giá trị nào sau đây?

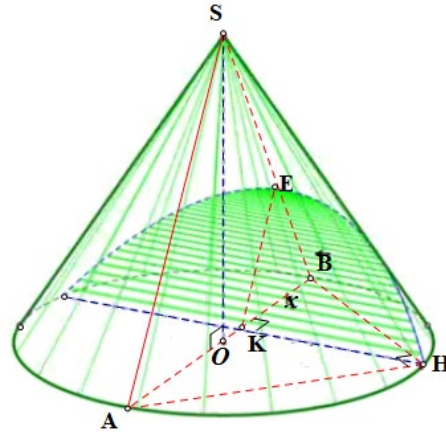
A. 170.

B. 260.

C. 294.

D. 208.

Lời giải



Cắt hình nón bởi một mặt phẳng song song với đường sinh của hình nón ta thu được thiết diện là một parabol.

Xét dây cung bất kỳ chứa đoạn KH như hình vẽ, suy ra tồn tại đường kính $AB \perp KH$, trong tam giác SAB , $KE \parallel SA, E \in SB$, Suy ra Parabol nhận KE làm trục như hình vẽ chính là một thiết diện thỏa yêu cầu bài toán.

Đặt $BK = x$.

Trong tam giác ABH có: $HK^2 = BK \cdot AK = x(24 - x)$.

Trong tam giác SAB có: $\frac{KE}{SA} = \frac{BK}{BA} \Leftrightarrow KE = \frac{BK}{BA} \cdot SA \Leftrightarrow KE = \frac{5x}{6}$.

Thiết diện thu được là một parabol có diện tích: $S = \frac{4}{3} KH \cdot KE$.

Ta có: $S^2 = \frac{16}{9} KH^2 \cdot KE^2 = \frac{16}{9} \cdot x(24 - x) \cdot \frac{25x^2}{36} = \frac{100}{81} \cdot (24x^3 - x^4) \Rightarrow S = \frac{10}{9} \cdot \sqrt{24x^3 - x^4}$

Đặt $f(x) = 24x^3 - x^4$, với $0 < x < 24$.

Ta có: $f'(x) = 72x^2 - 4x^3$. Suy ra $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 72x^2 - 4x^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 18 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	0	18	24
$f'(x)$		+	-
$f(x)$		↗ 34992 ↘	

Vậy thiết diện có diện tích lớn nhất là: $\frac{10}{9} \sqrt{34992} \approx 207,8 \text{ cm}^2$

Câu 98: Một hình nón tròn xoay có đường sinh $2a$. Thể tích lớn nhất của khối nón đó là

- A. $\frac{16\pi a^3}{3\sqrt{3}}$. B. $\frac{16\pi a^3}{9\sqrt{3}}$. C. $\frac{4\pi a^3}{3\sqrt{3}}$. D. $\frac{8\pi a^3}{3\sqrt{3}}$.

Lời giải

Fb: Bi Trần

Gọi hình nón tròn xoay có đường sinh $l = 2a$ có bán kính đáy là R và đường cao là h .

Thể tích khối nón: $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$. Ta có: $R^2 + h^2 = 4a^2$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô si: $4a^2 = R^2 + h^2 = \frac{R^2}{2} + \frac{R^2}{2} + h^2 \geq 3\sqrt{\frac{R^4 h^2}{4}}$.

$$\Rightarrow \frac{R^4 h^2}{4} \leq \frac{64}{27} a^6 \Rightarrow \frac{1}{3}\pi R^2 h \leq \frac{16\pi\sqrt{3}}{27} a^3.$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} \frac{R^2}{2} = h^2 \\ h^2 + R^2 = 4a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h = \frac{2\sqrt{3}}{3}a \\ R = \frac{2\sqrt{6}}{3}a \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó } V_{\max} = \frac{16\pi\sqrt{3}}{27} a^3.$$

Câu 99: Huyền có một tấm bìa như hình vẽ, Huyền muốn biến đường tròn đó thành một cái phễu hình nón. Khi đó Huyền phải cắt bỏ hình quạt tròn AOB rồi dán OA , OB lại với nhau. Gọi x là góc ở tâm hình quạt tròn dùng làm phễu. Tìm x để thể tích phễu lớn nhất?

A. $\frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$

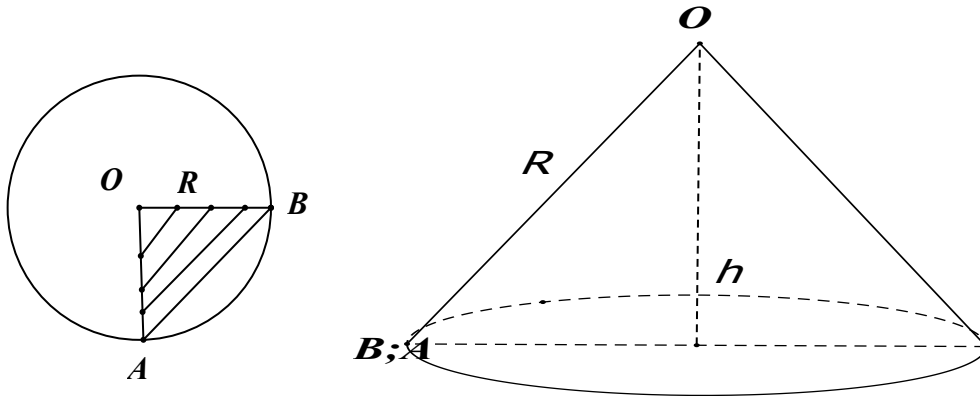
B. $\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{\pi}{2}$

D. $\frac{\pi}{4}$

Lời giải

Chọn A



Ta có diện tích của hình phễu $S_{xq} = \frac{R^2 x}{2} \Rightarrow r = \frac{xR}{2\pi}$ là bán kính của đáy phễu; $\Rightarrow x = \frac{2\pi r}{R}$

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi r^2 \sqrt{R^2 - r^2} = \frac{1}{3}\pi \sqrt{r^4 \cdot R^2 - r^6} \text{ là thể tích của phễu}$$

$$\text{Xét hàm số phụ } y = r^4 \cdot R^2 - r^6 \Rightarrow y' = 4r^3 \cdot R^2 - 6r^5$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot R^2 - 3r^2 = 0 \Leftrightarrow r = \frac{\sqrt{6}}{3} R$$

r	0	$\frac{R\sqrt{6}}{3}$	R
$y'(r)$	+	0	-
$y(r)$			

Vậy y max thì V và V max khi $r = \frac{R\sqrt{6}}{3} \Leftrightarrow x = \frac{2\pi r}{R} \Leftrightarrow x = \frac{2\pi R\sqrt{6}}{3R} \Leftrightarrow x = \frac{2\pi\sqrt{6}}{3}$

Câu 100: Tại trung tâm một thành phố người ta tạo điểm nhấn bằng cột trang trí hình nón có kích thước như sau: đường sinh $l = 10m$, bán kính đáy $R = 5m$. Biết rằng tam giác SAB là thiết diện qua trục của hình nón và C là trung điểm của SB . Trang trí một hệ thống đèn điện tử chạy từ A đến C trên mặt nón. Định giá trị ngắn nhất của chiều dài dây đèn điện tử.

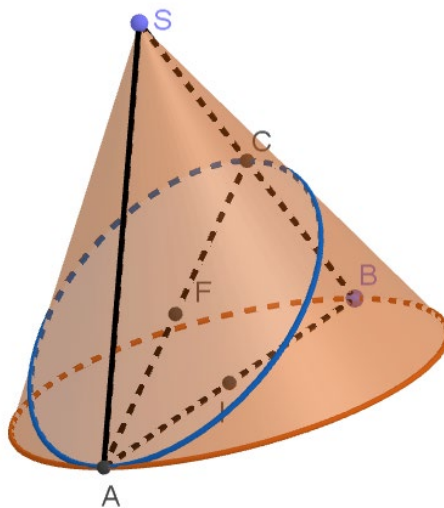
A. $15m$.

B. $10m$.

C. $5\sqrt{3}m$.

D. $5\sqrt{5}m$.

Lời giải



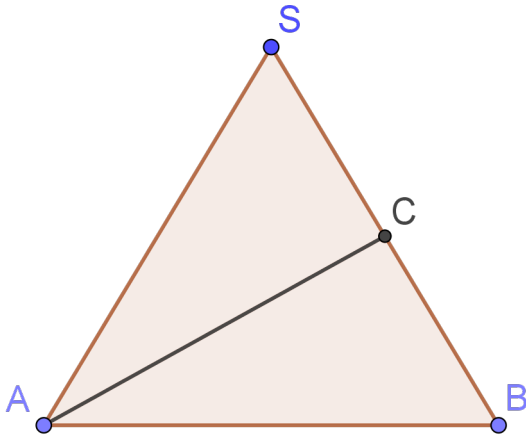
Ta có: $\triangle SAB$ cân và $SB = AB \Rightarrow \triangle SAB$ đều

Diện tích xung quanh hình nón là $S_{xq} = \pi Rl = 50\pi (m^2)$

Vẽ (P) đi qua C và vuông góc với AB . Mặt phẳng (P) cắt hình nón theo thiết diện là một Elip

Khi đó, chiều dài dây đèn điện tử ngắn nhất chính là chiều dài dây cung AC trên Elip.

* Ta dùng phương pháp trải hình ra sẽ thấy ngay như sau



Hình trái dài là một hình quạt với AB là độ dài nửa đường tròn và $AB = R.\pi = 5\pi(m)$

$$S_{ABS} = \frac{1}{2}S = 25\pi \Leftrightarrow \frac{\widehat{ASB}.\pi R_1^2}{360} = 25\pi \Leftrightarrow \widehat{ASB} = \frac{360.25\pi}{\pi.10^2} = 90^\circ$$

Vậy ΔSAC vuông tại S và $AC = \sqrt{SA^2 + SC^2} = 5\sqrt{5}$.



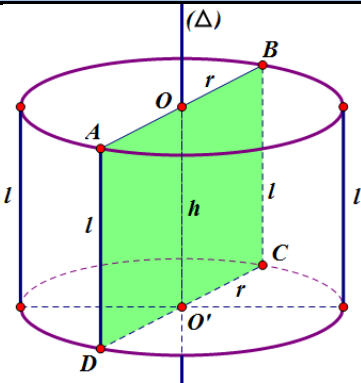
MẶT TRÒN XOAY NÓN – TRỤ – CẦU

MẶT TRÒN XOAY – NÓN – TRỤ – CẦU



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

TRỤ

MẶT TRỤ	Các yếu tố mặt trụ:	Một số công thức:
 ☞ Hình thành: Quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh đường trung bình OO', ta có mặt trụ như hình bên.	☐ Đường cao: $h = OO'$. ☐ Đường sinh: $l = AD = BC$. Ta có: $l = h$. ☐ Bán kính đáy: $r = OA = OB = O'C = O'D$. ☐ Trục là đường thẳng đi qua hai điểm O, O'. ☐ Thiết diện qua trục: Là hình chữ nhật $ABCD$.	☐ Chu vi đáy: $p = 2\pi r$. ☐ Diện tích đáy: $S_d = \pi r^2$. ☐ Thể tích khối trụ: $V = h.S_d = h.\pi r^2$. ☐ Diện tích xung quanh: $S_{xq} = 2\pi r.h$. ☐ Diện tích toàn phần: $S_{tp} = S_{xq} + 2S_d = 2\pi r.h + 2\pi r^2$.

Câu 1: Cho khối trụ (T) có bán kính đáy $R = 1$, thể tích $V = 5\pi$. Tính diện tích toàn phần của hình trụ tương ứng

- A. $S = 12\pi$ B. $S = 11\pi$ C. $S = 10\pi$ D. $S = 7\pi$

Câu 2: Tính diện tích xung quanh của hình trụ biết hình trụ có bán kính đáy là a và đường cao là $a\sqrt{3}$.

- A. $2\pi a^2$ B. πa^2 C. $\pi a^2\sqrt{3}$ D. $2\pi a^2\sqrt{3}$

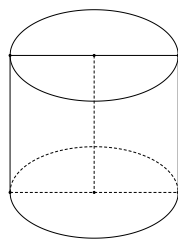
Câu 3: Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $3a$. Tính diện tích toàn phần của khối trụ.

- A. $S_{tp} = \frac{13a^2\pi}{6}$. B. $S_{tp} = a^2\pi\sqrt{3}$. C. $S_{tp} = \frac{a^2\pi\sqrt{3}}{2}$. D. $S_{tp} = \frac{27a^2\pi}{2}$.

Câu 4: Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng $4\pi a^2$ và bán kính đáy là a . Tính độ dài đường cao của hình trụ đó.

- A. a . B. $2a$. C. $3a$. D. $4a$.

- Câu 5:** Một hình trụ có bán kính đáy bằng 2cm và có thiết diện qua trục là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ là
- A. $8\pi\text{cm}^3$ B. $4\pi\text{cm}^3$ C. $32\pi\text{cm}^3$ D. $16\pi\text{cm}^3$
- Câu 6:** Cắt một hình trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $3a$. Tính diện tích toàn phần của hình trụ đã cho.
- A. $\frac{13\pi a^2}{6}$. B. $\frac{27\pi a^2}{2}$. C. $9\pi a^2$. D. $\frac{9\pi a^2}{2}$.
- Câu 7:** Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=1, AD=2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó.
- A. $S_{tp}=4\pi$. B. $S_{tp}=6\pi$. C. $S_{tp}=2\pi$. D. $S_{tp}=10\pi$.
- Câu 8:** Hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $a\sqrt{3}$. Khi đó diện tích toàn phần của hình trụ bằng
- A. $2\pi a^2(\sqrt{3}-1)$. B. $\pi a^2(1+\sqrt{3})$. C. $\pi a^2\sqrt{3}$. D. $2\pi a^2(1+\sqrt{3})$.
- Câu 9:** Cho lập phương có cạnh bằng a và một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương. Gọi S_1 là diện tích 6 mặt của hình lập phương, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Hãy tính tỉ số $\frac{S_2}{S_1}$.
- A. $\frac{S_2}{S_1}=\frac{1}{2}$. B. $\frac{S_2}{S_1}=\frac{\pi}{2}$. C. $\frac{S_2}{S_1}=\pi$. D. $\frac{S_2}{S_1}=\frac{\pi}{6}$.
- Câu 10:** Một hình trụ có bán kính đáy $r=5\text{cm}$, chiều cao $h=7\text{cm}$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.
- A. $S=35\pi(\text{cm}^2)$. B. $S=70\pi(\text{cm}^2)$. C. $S=\frac{70}{3}\pi(\text{cm}^2)$. D. $S=\frac{35}{3}\pi(\text{cm}^2)$.
- Câu 11:** Cắt một hình trụ bằng một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng



- A. $2\pi a^2$. B. $8\pi a^2$. C. $4\pi a^2$. D. $16\pi a^2$.
- Câu 12:** Tính diện tích xung quanh của một hình trụ có chiều cao 20m , chu vi đáy bằng 5m .
- A. 50m^2 . B. $50\pi\text{m}^2$. C. $100\pi\text{m}^2$. D. 100m^2 .
- Câu 13:** Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $8\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Độ dài đường sinh của hình trụ bằng:
- A. $4a$. B. $8a$. C. $2a$. D. $6a$.

- Câu 14:** Tính diện tích toàn phần của hình trụ có bán kính đáy a và đường cao $a\sqrt{3}$.
A. $2\pi a^2(\sqrt{3}-1)$. **B.** $\pi a^2\sqrt{3}$. **C.** $\pi a^2(\sqrt{3}+1)$. **D.** $2\pi a^2(\sqrt{3}+1)$.
- Câu 15:** Một hình trụ có bán kính đáy a , có thiết diện qua trục là một hình vuông. Tính theo a diện tích xung quanh của hình trụ.
A. πa^2 . **B.** $2\pi a^2$. **C.** $3\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.
- Câu 16:** Cho hình trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông, diện tích mỗi mặt đáy bằng $S = 9\pi(\text{cm}^2)$. Tính diện tích xung quanh hình trụ đó.
A. $S_{xq} = 36\pi(\text{cm}^2)$. **B.** $S_{xq} = 18\pi(\text{cm}^2)$. **C.** $S_{xq} = 72\pi(\text{cm}^2)$. **D.** $S_{xq} = 9\pi(\text{cm}^2)$.
- Câu 17:** Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $16\pi a^2$ và độ dài đường sinh bằng $2a$. Tính bán kính r của đường tròn đáy của hình trụ đã cho.
A. $r = 4a$. **B.** $r = 6a$. **C.** $r = 4\pi$. **D.** $r = 8a$.
- Câu 18:** Xét hình trụ T có thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông có cạnh bằng a . Tính diện tích toàn phần S của hình trụ.
A. $S = \frac{3\pi a^2}{2}$. **B.** $S = \frac{\pi a^2}{2}$. **C.** πa^2 . **D.** $4\pi a^2$.
- Câu 19:** Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$ và $AD = 2a$. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AD và BC . Quay hình chữ nhật đó quanh trục HK , ta được một hình trụ. Diện tích toàn phần của hình trụ là:
A. $S_{tp} = 8\pi$. **B.** $S_{tp} = 8a^2\pi$. **C.** $S_{tp} = 4a^2\pi$. **D.** $S_{tp} = 4\pi$.
- Câu 20:** Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$, $AD = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và AD . Khi quay hình chữ nhật trên quanh đường thẳng MN ta nhận được một khối tròn xoay (T) . Tính thể tích của (T) theo a .
A. $\frac{4\pi a^3}{3}$. **B.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **C.** πa^3 . **D.** $4\pi a^3$.
- Câu 21:** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R , chiều cao bằng h . Biết rằng hình trụ đó có diện tích toàn phần gấp đôi diện tích xung quanh. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. $R = h$. **B.** $R = 2h$. **C.** $h = 2R$. **D.** $h = \sqrt{2}R$.
- Câu 22:** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R và chiều cao bằng $\frac{3R}{2}$. Mặt phẳng (α) song song với trục của hình trụ và cách trục một khoảng bằng $\frac{R}{2}$. Tính diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (α) .
A. $\frac{2R^2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{3R^2\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{3R^2\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{2R^2\sqrt{2}}{3}$.

- Câu 23:** Cắt hình trụ (T) bằng một mặt phẳng đi qua trục được thiết diện là một hình chữ nhật có diện tích bằng 20cm^2 và chu vi bằng 18cm . Biết chiều dài của hình chữ nhật lớn hơn đường kính mặt đáy của hình trụ (T). Diện tích toàn phần của hình trụ là:
- A. $30\pi(\text{cm}^2)$. B. $28\pi(\text{cm}^2)$. C. $24\pi(\text{cm}^2)$. D. $26\pi(\text{cm}^2)$.
- Câu 24:** Thể tích khối trụ có bán kính đáy $r = a$ và chiều cao $h = a\sqrt{2}$ bằng
- A. $4\pi a^3\sqrt{2}$. B. $\pi a^3\sqrt{2}$. C. $2\pi a^3$. D. $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{3}$.
- Câu 25:** Thiết diện qua trục của một hình trụ là một hình vuông có cạnh bằng $2a$. Tính theo a thể tích khối trụ đó.
- A. πa^3 . B. $2\pi a^3$. C. $4\pi a^3$. D. $\frac{2}{3}\pi a^3$.
- Câu 26:** Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2BC = 2a$. Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng $ABCD$ quanh trục AD .
- A. $4\pi a^3$. B. $2\pi a^3$. C. $8\pi a^3$. D. πa^3 .
- Câu 27:** Cho hình trụ có diện tích toàn phần là 4π và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông. Tính thể tích khối trụ?
- A. $\frac{\pi\sqrt{6}}{12}$ B. $\frac{\pi\sqrt{6}}{9}$ C. $\frac{4\pi}{9}$ D. $\frac{4\pi\sqrt{6}}{9}$
- Câu 28:** Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$, $AD = 2a$. Thể tích của khối trụ tạo thành khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB bằng
- A. $4\pi a^3$. B. πa^3 . C. $2a^3$. D. a^3 .
- Câu 29:** Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$ và $AD = 2$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN , ta được một hình trụ. Tính thể tích V của khối trụ tạo bởi hình trụ đó
- A. $\frac{\pi}{2}$. B. π . C. 2π . D. 4π .
- Câu 30:** Cho khối trụ có chu vi đáy bằng $4\pi a$ và độ dài đường cao bằng a . Thể tích của khối trụ đã cho bằng
- A. πa^2 . B. $\frac{4}{3}\pi a^3$. C. $4\pi a^3$. D. $16\pi a^3$.
- Câu 31:** Cho một khối trụ có diện tích xung quanh của khối trụ bằng 80π . Tính thể tích của khối trụ biết khoảng cách giữa hai đáy bằng 10 .
- A. 160π . B. 400π . C. 40π . D. 64π .
- Câu 32:** Cho khối trụ có bán kính hình tròn đáy bằng r và chiều cao bằng h . Hỏi nếu tăng chiều cao lên 2 lần và tăng bán kính đáy lên 3 lần thì thể tích của khối trụ mới sẽ tăng lên bao nhiêu lần?
- A. 18 lần. B. 6 lần. C. 36 lần. D. 12 lần
- Câu 33:** Cho hình trụ có diện tích toàn phần là 4π và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông. Tính thể tích khối trụ?
- A. $\frac{\pi\sqrt{6}}{9}$. B. $\frac{4\pi\sqrt{6}}{9}$. C. $\frac{\pi\sqrt{6}}{12}$. D. $\frac{4\pi}{9}$.

- Câu 34:** Mặt phẳng đi qua trục hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh a . Thể tích khối trụ đó bằng
- A. πa^3 . B. $\frac{\pi a^3}{2}$. C. $\frac{\pi a^3}{3}$. D. $\frac{\pi a^3}{4}$.
- Câu 35:** Thiết diện qua trục của một hình trụ là hình vuông có cạnh là $2a$. Thể tích khối trụ được tạo nên bởi hình trụ này là:
- A. $2\pi a^3$. B. $\frac{2\pi a^3}{3}$. C. $8\pi a^3$. D. $\frac{8\pi a^3}{3}$.
- Câu 36:** Cho một khối trụ (S) có bán kính đáy bằng a . Biết thiết diện của hình trụ qua trục là hình vuông có chu vi bằng 8. Thể tích của khối trụ sẽ bằng
- A. 8π . B. 4π . C. 2π . D. 16π .
- Câu 37:** Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của khối trụ. Biết $AB = 4a$, $AC = 5a$. Tính thể tích của khối trụ:
- A. $V = 12\pi a^3$. B. $V = 16\pi a^3$. C. $V = 4\pi a^3$. D. $V = 8\pi a^3$.
- Câu 38:** Cắt hình trụ (T) bằng một mặt phẳng đi qua trục được thiết diện là một hình chữ nhật có diện tích bằng 30cm^2 và chu vi bằng 26cm . Biết chiều dài của hình chữ nhật lớn hơn đường kính mặt đáy của hình trụ (T) . Diện tích toàn phần của (T) là:
- A. $23\pi(\text{cm}^2)$. B. $\frac{23\pi}{2}(\text{cm}^2)$. C. $\frac{69\pi}{2}(\text{cm}^2)$. D. $69\pi(\text{cm}^2)$.
- Câu 39:** Một hình trụ có bán kính đáy bằng 50 cm và có chiều cao là 50 cm. Một đoạn thẳng AB có chiều dài là 100 cm và có hai đầu mút nằm trên hai đường tròn đáy. Tính khoảng cách d từ đoạn thẳng đó đến trục hình trụ.
- A. $d = 50\text{ cm}$. B. $d = 50\sqrt{3}\text{ cm}$. C. $d = 25\text{ cm}$. D. $d = 25\sqrt{3}\text{ cm}$.
- Câu 40:** Một hình trụ tròn xoay có hai đáy là hai đường tròn (O, R) và (O', R) . Biết rằng tồn tại dây cung AB của đường tròn (O, R) sao cho tam giác $O'AB$ đều và góc giữa hai mặt phẳng $(O'AB)$ và mặt phẳng chứa đường tròn (O, R) bằng 60° . Tính diện tích xung quanh của hình trụ đã cho.
- A. $4\pi R^2$ B. $2\sqrt{3}\pi R^2$ C. $\frac{3\sqrt{7}}{7}\pi R^2$ D. $\frac{6\sqrt{7}}{7}\pi R^2$
- Câu 41:** Cho hình lập phương có cạnh bằng 40 cm và một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương. Gọi S_1 , S_2 lần lượt là diện tích toàn phần của hình lập phương và diện tích toàn phần của hình trụ. Tính $S = S_1 + S_2$ (cm^2).
- A. $S = 4(2400 + \pi)$. B. $S = 2400(4 + \pi)$. C. $S = 2400(4 + 3\pi)$. D. $S = 4(2400 + 3\pi)$.

Câu 42: Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π , thiết diện qua trục là hình vuông. Một mặt phẳng (α) song song với trục, cắt hình trụ theo thiết diện là tứ giác $ABB'A'$, biết một cạnh của thiết diện là một dây cung của đường tròn đáy của hình trụ và căng một cung 120° . Tính diện tích thiết diện $ABB'A'$.

- A. $3\sqrt{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{3}$. D. $2\sqrt{2}$.

Câu 43: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R và chiều cao bằng $\frac{3R}{2}$. Mặt phẳng (α) song song với trục của hình trụ và cách trục một khoảng bằng $\frac{R}{2}$. Tính diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (α) .

- A. $\frac{2R^2\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{3R^2\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{3R^2\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{2R^2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 44: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 5 cm và khoảng cách giữa hai đáy là 7 cm. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục 3 cm. Tính diện tích S của thiết diện được tạo thành.

- A. 55 cm^2 . B. 56 cm^2 . C. 53 cm^2 . D. 46 cm^2 .

Câu 45: Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5 \text{ cm}$ và khoảng cách giữa hai đáy $h = 7 \text{ cm}$. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục 3 cm. Diện tích của thiết diện được tạo thành là:

- A. $S = 56(\text{cm}^2)$. B. $S = 55(\text{cm}^2)$. C. $S = 53(\text{cm}^2)$. D. $S = 46(\text{cm}^2)$.

Câu 46: Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O') , chiều cao $2R$ và bán kính đáy R . Một mặt phẳng (α) đi qua trung điểm của OO' và tạo với OO' một góc 30° . Hỏi (α) cắt đường tròn đáy theo một dây cung có độ dài bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{2R\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{4R}{3\sqrt{3}}$. C. $\frac{2R}{3}$. D. $\frac{2R}{\sqrt{3}}$.

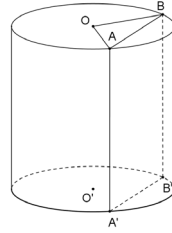
Câu 47: Một cốc nước hình trụ có chiều cao 9 cm, đường kính 6 cm. Mặt đáy phẳng dày 1 cm, thành cốc dày 0,2 cm. Đổ vào cốc 120 ml nước sau đó thả vào cốc 5 viên bi có đường kính 2 cm. Mặt nước cách mép cốc gần nhất với giá trị bằng

- A. $3,67(\text{cm})$. B. $3,08(\text{cm})$. C. $2,28(\text{cm})$. D. $2,62(\text{cm})$.

Câu 48: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R và chiều cao bằng $\frac{3R}{2}$. Mặt phẳng (α) song song với trục của hình trụ và cách trục một khoảng bằng $\frac{R}{2}$. Diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (α) là:

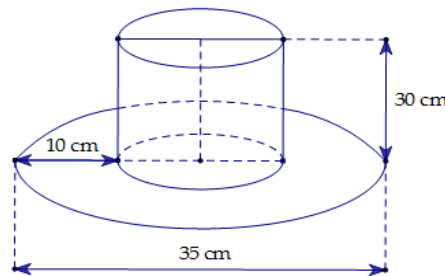
- A. $\frac{3\sqrt{2}R^2}{2}$. B. $\frac{3\sqrt{3}R^2}{2}$. C. $\frac{2\sqrt{3}R^2}{3}$. D. $\frac{2\sqrt{2}R^2}{3}$.

Câu 49: Một hình trụ có diện tích xung quanh là 4π , thiết diện qua trục là một hình vuông. Một mặt phẳng (α) song song với trục, cắt hình trụ theo thiết diện $ABB'A'$, biết một cạnh của thiết diện là một dây của đường tròn đáy của hình trụ và căng một cung 120° . Diện tích của thiết diện $ABB'A'$ bằng



- A. $2\sqrt{3}$. B. $2\sqrt{2}$. C. $3\sqrt{2}$. D. $\sqrt{3}$.

Câu 50: Một cái mũ bằng vải của nhà ảo thuật với kích thước như hình vẽ. Hãy tính tổng diện tích vải cần có để làm nên cái mũ đó.



- A. $750,25\pi (cm^2)$. B. $756,25\pi (cm^2)$. C. $700\pi (cm^2)$. D. $700\pi (cm^2)$.

Câu 51: Một khối trụ có bán kính đáy $r = 2a$. O, O' lần lượt là tâm đường tròn đáy. Một mặt phẳng song song với trục và cách trục $\frac{a\sqrt{15}}{2}$, cắt đường tròn (O') tại hai điểm A, B . Biết thể tích của khối tứ diện $OO'AB$ bằng $\frac{a^3\sqrt{15}}{4}$. Độ dài đường cao của hình trụ bằng

- A. a . B. $6a$. C. $3a$. D. $2a$.

Câu 52: Cho hình trụ có chiều cao bằng $8a$. Biết hai điểm A, C lần lượt nằm trên hai đáy thỏa $AC = 10a$, khoảng cách giữa AC và trục của hình trụ bằng $4a$. Thể tích của khối trụ đã cho là

- A. $128\pi a^3$. B. $320\pi a^3$. C. $80\pi a^3$. D. $200\pi a^3$.

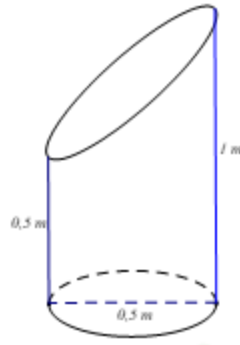
Câu 53: Hỏi nếu tăng chiều cao của khối trụ lên 2 lần, bán kính của nó lên 3 lần thì thể tích của khối trụ mới sẽ tăng bao nhiêu lần so với khối trụ ban đầu?

- A. 36. B. 6. C. 18. D. 12.

Câu 54: Cần đồ thanh gỗ hình hộp có đáy là hình vuông thành hình trụ có cùng chiều cao. Tỉ lệ thể tích gỗ cần phải đẽo đi ít nhất là

- A. 30%. B. 50%. C. 21%. D. 11%.

Câu 55: Một khối gỗ hình trụ có đường kính 0,5 m và chiều cao 1 (m). Người ta đã cắt khối gỗ, phần còn lại như hình vẽ bên có thể tích là V . Tính V .



- A. $\frac{3\pi}{16} (\text{m}^3)$. B. $\frac{5\pi}{64} (\text{m}^3)$. C. $\frac{3\pi}{64} (\text{m}^3)$. D. $\frac{\pi}{16} (\text{m}^3)$.

Câu 56: Cho hình trụ có O, O' là tâm hai đáy. Xét hình chữ nhật $ABCD$ có A, B cùng thuộc (O) và C, D cùng thuộc (O') sao cho $AB = a\sqrt{3}$, $BC = 2a$ đồng thời $(ABCD)$ tạo với mặt phẳng đáy hình trụ góc 60° . Thể tích khối trụ bằng

- A. $\pi a^3 \sqrt{3}$. B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{9}$. C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. D. $2\pi a^3 \sqrt{3}$.

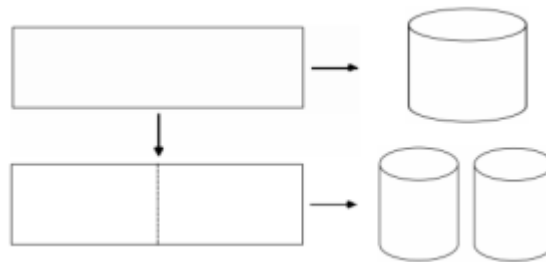
Câu 57: Cho khối trụ có hai đáy là (O) và (O') . AB, CD lần lượt là hai đường kính của (O) và (O') , góc giữa AB và CD bằng 30° , $AB = 6$. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng 30. Thể tích khối trụ đã cho bằng

- A. 180π . B. 90π . C. 30π . D. 45π .

Câu 58: Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước 50 cm x 240 cm, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng 50 cm, theo hai cách sau:

- Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.
- Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và V_2 là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách 2. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.



- A. $\frac{V_1}{V_2} = 1$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = 2$. D. $\frac{V_1}{V_2} = 4$.

- Câu 59:** Cho hình trụ có hai đáy là hình tròn tâm O và O' , chiều cao $h = a\sqrt{3}$. Mặt phẳng đi qua tâm O và tạo với OO' một góc 30° , cắt hai đường tròn tâm O và O' tại bốn điểm là bốn đỉnh của một hình thang có đáy lớn gấp đôi đáy nhỏ và diện tích bằng $3a^2$. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng
- A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. B. $\sqrt{3}\pi a^3$. C. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{12}$. D. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{4}$.
- Câu 60:** Cho hình trụ và hình vuông $ABCD$ có cạnh a . Hai đỉnh liên tiếp A, B nằm trên đường tròn đáy thứ nhất và hai đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy thứ hai, mặt phẳng $(ABCD)$ tạo với đáy một góc 45° . Khi đó thể tích khối trụ là
- A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{8}$. B. $\frac{3\pi a^3 \sqrt{2}}{8}$. C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{16}$. D. $\frac{3\pi a^3 \sqrt{2}}{16}$.
- Câu 61:** Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng h . Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho.
- A. $V = 3\pi a^2 h$. B. $V = \pi a^2 h$. C. $V = \frac{\pi a^2 h}{9}$. D. $V = \frac{\pi a^2 h}{3}$.
- Câu 62:** Một hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích xung quanh bằng $36\pi a^2$. Tính thể tích V của lăng trụ lục giác đều nội tiếp hình trụ.
- A. $27\sqrt{3}a^3$. B. $24\sqrt{3}a^3$. C. $36\sqrt{3}a^3$. D. $81\sqrt{3}a^3$.
- Câu 63:** Cho khối trụ có đáy là các đường tròn tâm $(O), (O')$ có bán kính là R và chiều cao $h = R\sqrt{2}$. Gọi A, B lần lượt là các điểm thuộc (O) và (O') sao cho OA vuông góc với $O'B$. Tỉ số thể tích của khối tứ diện $OO'AB$ với thể tích khối trụ là:
- A. $\frac{2}{3\pi}$. B. $\frac{1}{3\pi}$. C. $\frac{1}{6\pi}$. D. $\frac{1}{4\pi}$.
- Câu 64:** Một hình trụ có bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a . Một hình vuông $ABCD$ có đáy AB, CD là hai dây cung của hai đường tròn đáy và $(ABCD)$ không vuông góc với đáy. Diện tích hình vuông đó bằng
- A. $\frac{5a^2}{4}$. B. $5a^2$. C. $\frac{5a^2 \sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{5a^2}{2}$.
- Câu 65:** Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$, biết góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 45° , diện tích tam giác $A'BC$ bằng $a^2 \sqrt{6}$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.
- A. $\frac{4\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$. B. $2\pi a^2$. C. $4\pi a^2$. D. $\frac{8\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$.
- Câu 66:** Cho hình trụ có bán kính R và chiều cao $\sqrt{3}R$. Hai điểm A, B lần lượt nằm trên hai đường tròn đáy sao cho góc giữa AB và trục d của hình trụ bằng 30° . Tính khoảng cách giữa AB và trục của hình trụ:
- A. $d(AB, d) = \frac{R\sqrt{3}}{2}$. B. $d(AB, d) = R$. C. $d(AB, d) = R\sqrt{3}$. D. $d(AB, d) = \frac{R}{2}$.

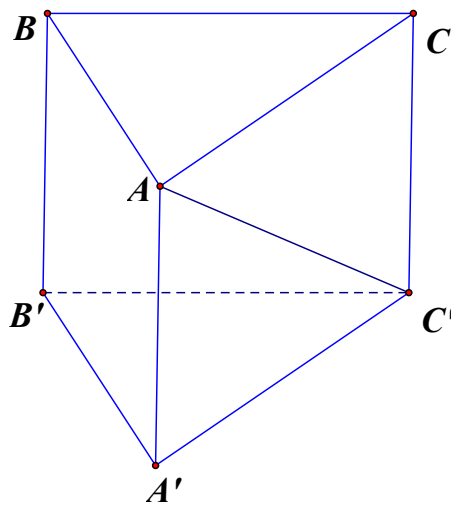
Câu 67: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$, biết góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 45° , diện tích tam giác $A'BC$ bằng $a^2\sqrt{6}$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $\frac{4\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. B. $2\pi a^2$. C. $4\pi a^2$. D. $\frac{8\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 68: Một hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích xung quanh bằng $36\pi a^2$. Tính thể tích V của lăng trụ lục giác đều nội tiếp hình trụ.

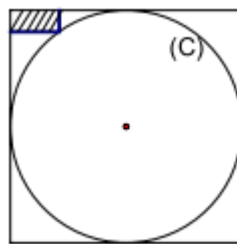
- A. $V = 27\sqrt{3}a^3$. B. $V = 81\sqrt{3}a^3$. C. $V = 24\sqrt{3}a^3$. D. $V = 36\sqrt{3}a^3$.

Câu 69: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $2a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , góc giữa AC' và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng 30° . Thể tích của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng



- A. πa^3 . B. $2\pi a^3$. C. $4\pi a^3$. D. $3\pi a^3$.

Câu 70: Cho hình trụ (T) có (C) và (C') là hai đường tròn đáy nội tiếp hai mặt đối diện của một hình lập phương. Biết rằng, trong tam giác cong tạo bởi đường tròn (C) và hình vuông ngoại tiếp của (C) có một hình chữ nhật kích thước $a \times 2a$. Tính thể tích V của khối trụ (T) theo a .



- A. $\frac{100\pi a^3}{3}$. B. $250\pi a^3$. C. $\frac{250\pi a^3}{3}$. D. $100\pi a^3$.

Câu 71: Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng $2\sqrt{3}$ (cm) với AB là đường kính của đường tròn đáy tâm O . Gọi M là điểm thuộc cung $\widehat{AB}$ của đường tròn đáy sao cho $\widehat{ABM} = 60^\circ$. Thể tích của khối tứ diện $ACDM$ là:

- A. $V = 3(\text{cm}^3)$. B. $V = 4(\text{cm}^3)$. C. $V = 6(\text{cm}^3)$. D. $V = 7(\text{cm}^3)$.

Câu 72: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a , chiều cao là h . Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp hình lăng trụ.

- A. $V = \frac{\pi a^2 h}{9}$. B. $V = \frac{\pi a^2 h}{3}$. C. $V = 3\pi a^2 h$. D. $V = \pi a^2 h$.

Câu 73: Cho hình trụ có hai đáy là các hình tròn (O) , (O') bán kính bằng a , chiều cao hình trụ gấp hai lần bán kính đáy. Các điểm A , B tương ứng nằm trên hai đường tròn (O) , (O') sao cho $AB = a\sqrt{6}$. Tính thể tích khối tứ diện $ABOO'$ theo a .

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$. C. $\frac{2a^3}{3}$. D. $\frac{2a^3\sqrt{5}}{3}$.

MỨC ĐỘ VẬN DỤNG – VẬN DỤNG CAO

Câu 74: Người ta làm tạ tập cơ tay như hình vẽ với hai đầu là hai khối trụ bằng nhau và tay cầm cũng là khối trụ. Biết hai đầu là hai khối trụ đường kính đáy bằng 12, chiều cao bằng 6, chiều dài tạ bằng 30 và bán kính tay cầm là 2. Hãy tính thể tích vật liệu làm nên tạ tay đó.



- A. 108π . B. 6480π . C. 502π . D. 504π .

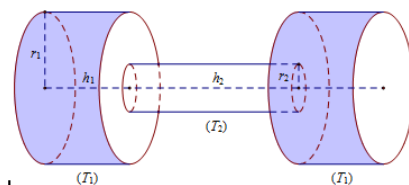
Câu 75: Một người thợ có một khối đá hình trụ. Kẻ hai đường kính MN , PQ của hai đáy sao cho $MN \perp PQ$. Người thợ đó cắt khối đá theo các mặt đi qua 3 trong 4 điểm M, N, P, Q để khối đá có hình tứ diện $MNPQ$. Biết $MN = 60$ cm và thể tích khối tứ diện $MNPQ = 30$ dm³. Hãy tính thể tích lượng đá cắt bỏ.

- A. $101,3\text{dm}^3$ B. $111,4\text{dm}^3$ C. $121,3\text{dm}^3$ D. $141,3\text{dm}^3$

Câu 76: Công ty X định làm một téc nước hình trụ bằng inox có dung tích 1m^3 . Để tiết kiệm chi phí công ty X chọn loại téc nước có diện tích toàn phần nhỏ nhất. Hỏi diện tích toàn phần của téc nước nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

- A. $5,59 \text{ m}^2$ B. $5,54 \text{ m}^2$ C. $5,57 \text{ m}^2$ D. $5,52 \text{ m}^2$

Câu 77: Một chiếc tạ tay có hình dạng gồm 3 khối trụ, trong đó hai khối trụ ở hai đầu bằng nhau và khối trụ làm tay cầm ở giữa. Gọi khối trụ làm đầu tạ là (T_1) và khối trụ làm tay cầm là (T_2) lần lượt có bán kính và chiều cao tương ứng là r_1 , h_1 , r_2 , h_2 thỏa mãn $r_1 = 4r_2$, $h_1 = \frac{1}{2}h_2$.

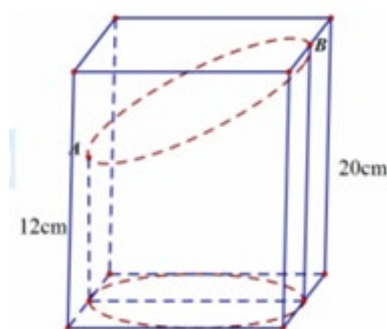


Biết rằng thể tích của khối trụ tay cầm (T_2) bằng $30 \text{ (cm}^3\text{)}$ và chiếc tạ làm bằng inox có khối lượng riêng là $D = 7,7\text{g/cm}^3$. Khối lượng của chiếc tạ tay bằng

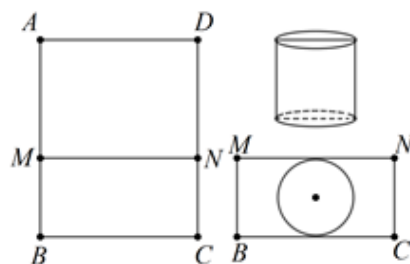
- A. $3,927(\text{kg})$. B. $2,927(\text{kg})$. C. $3,279(\text{kg})$. D. $2,279(\text{kg})$.

- Câu 78:** Một công ty sản xuất bút chì có dạng hình lăng trụ lục giác đều có chiều cao 18cm và đáy là hình lục giác nội tiếp đường tròn đường kính 1 cm. Bút chì được cấu tạo từ hai thành phần chính là than chì và bột gỗ ép, than chì là một khối trụ ở trung tâm có đường kính $\frac{1}{4}$ cm, giá thành 540 đồng/cm³. Bột gỗ ép xung quanh có giá thành 100 đồng/cm³. Tính giá của một cái bút chì được công ty bán ra biết giá nguyên vật liệu chiếm 15,58% giá thành sản phẩm.
- A. 10000 đồng. B. 8000 đồng. C. 5000 đồng. D. 3000 đồng.

- Câu 79:** Một khúc gỗ hình trụ có bán kính R bị cắt bởi một mặt phẳng không song song với đáy ta được thiết diện là một hình elip. Khoảng cách từ điểm A đến mặt đáy là 12 cm, khoảng cách từ điểm B đến mặt đáy là 20 cm. Đặt khúc gỗ đó vào trong hình hộp chữ nhật có chiều cao bằng 20 cm chứa đầy nước sao cho đường tròn đáy của khúc gỗ tiếp xúc với các cạnh đáy của hình hộp chữ nhật. Sau đó, người ta đo lượng nước còn lại trong hình hộp chữ nhật là 2 lít. Tính bán kính của khúc gỗ.



- A. $R = 5,2$ cm. B. $R = 4,8$ cm. C. $R = 6,4$ cm. D. $R = 8,2$ cm.
- Câu 80:** Một hộp đựng bóng tennis có dạng hình trụ. Biết rằng hộp chứa vừa khít ba quả bóng tennis được xếp theo chiều dọc, các quả bóng tennis có kích thước như nhau. Thể tích phần không gian còn trống chiếm tỉ lệ $a\%$ so với hộp đựng bóng tennis. Số a gần đúng với số nào sau đây?
- A. 50. B. 66. C. 30. D. 33.
- Câu 81:** Sử dụng mảnh inox hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 1m² và cạnh $BC = x$ (m) để làm một thùng đựng nước có đáy, không có nắp theo quy trình như sau: Chia hình chữ nhật $ABCD$ thành hai hình chữ nhật $ADNM$ và $BCNM$, trong đó phần hình chữ nhật $ADNM$ được gò thành phần xung quanh hình trụ có chiều cao bằng AM ; phần hình chữ nhật $BCNM$ được cắt ra một hình tròn để làm đáy của hình trụ trên. Tính gần đúng giá trị x để thùng nước trên có thể tích lớn nhất.



- A. 1,37 m. B. 1,02 m. C. 0,97 m. D. 1 m.
- Câu 82:** Một đại lý xăng dầu cần làm một cái bồn dầu hình trụ bằng tôn có thể tích 16π . Tìm bán kính đáy r của hình trụ sao cho hình trụ được làm ra ít tốn nguyên vật liệu nhất.
- A. 0,8 m. B. 1,2 m. C. 2 m. D. 2,4 m.

Câu 83: Anh H dự định làm một cái thùng đựng dầu hình trụ bằng sắt có nắp đáy thể tích $12m^3$. Chi phí làm mỗi m^2 đáy là 400 ngàn đồng, mỗi m^2 nắp là 200 ngàn đồng, mỗi m^2 mặt xung quanh là 300 ngàn đồng. Để chi phí làm thùng là ít nhất thì anh H cần chọn chiều cao của thùng gần nhất với số nào sau đây?.

- A. $1,24m$. B. $1,25m$. C. $2,50m$. D. $2,48m$.

Câu 84: Người ta cần làm một cái bồn chứa dạng hình trụ có thể tích 1000 lít bằng inox để chứa nước, tính bán kính R của hình trụ đó sao cho diện tích toàn phần của bồn chứa có giá trị nhỏ nhất.

- A. $R = \sqrt[3]{\frac{2}{\pi}}$. B. $R = \sqrt[3]{\frac{1}{\pi}}$. C. $R = \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$. D. $R = \sqrt[3]{\frac{3}{2\pi}}$.

Câu 85: Thiết diện của hình trụ và mặt phẳng chứa trục của hình trụ là hình chữ nhật có chu vi bằng 12. Giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ là

- A. 16π . B. 32π . C. 8π . D. 64π .

Câu 86: Cần sản xuất một vỏ hộp sữa hình trụ có thể tích V cho trước. Để tiết kiệm vật liệu nhất thì bán kính đáy phải bằng

- A. $\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$. B. $\sqrt[3]{\frac{V}{2}}$. C. $\sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$. D. $\sqrt[3]{\frac{V}{3\pi}}$.

Câu 87: Trong các hình trụ có diện tích toàn phần bằng $1000cm^2$ thì hình trụ có thể tích lớn nhất là bao nhiêu cm^3

- A. 2428. B. 2532. C. 2612. D. 2740.

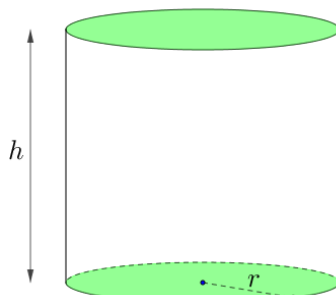
Câu 88: Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O' , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $2a$. Trên đường tròn đáy có tâm O lấy điểm A , trên đường tròn tâm O' lấy điểm B . Đặt α là góc giữa AB và đáy. Biết rằng thể tích khối tứ diện $OO'AB$ đạt giá trị lớn nhất. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\tan \alpha = \sqrt{2}$. B. $\tan \alpha = 1$. C. $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$. D. $\tan \alpha = \frac{1}{2}$.

Câu 89: Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O' , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $2a$. Trên đường tròn đáy có tâm O lấy điểm A , trên đường tròn tâm O' lấy điểm B . Đặt α là góc giữa AB và đáy. Tính $\tan \alpha$ khi thể tích khối tứ diện $OO'AB$ đạt giá trị lớn nhất.

- A. $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. B. $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$. C. $\tan \alpha = 1$. D. $\tan \alpha = \sqrt{2}$.

Câu 90: Người ta thiết kế một thùng chứa hình trụ có thể tích V nhất định. Biết rằng giá của vật liệu làm mặt đáy và nắp của thùng bằng nhau và đắt gấp ba lần so với giá vật liệu để làm mặt xung quanh của thùng. Gọi chiều cao của thùng là h và bán kính đáy là r . Tính tỉ số $\frac{h}{r}$ sao cho chi phí vật liệu sản xuất thùng là nhỏ nhất?



- A. $\frac{h}{r} = \sqrt{2}$. B. $\frac{h}{r} = 2$. C. $\frac{h}{r} = 6$. D. $\frac{h}{r} = 3\sqrt{2}$.

Câu 91: Một hình trụ có độ dài đường cao bằng 3, các đường tròn đáy lần lượt là $(O;1)$ và $(O';1)$. Giả sử AB là đường kính cố định của $(O;1)$ và CD là đường kính thay đổi trên $(O';1)$. Tìm giá trị lớn nhất $V_{\max}$ của thể tích khối tứ diện $ABCD$.

- A. $V_{\max} = 2$. B. $V_{\max} = 6$. C. $V_{\max} = \frac{1}{2}$. D. $V_{\max} = 1$.

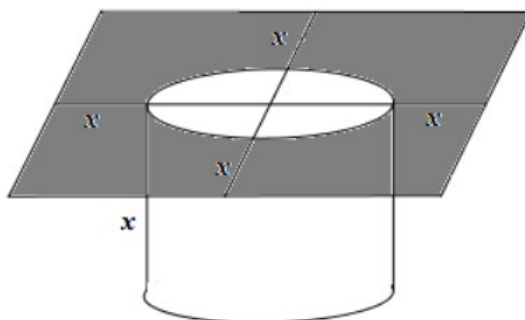
Câu 92: Cần sản xuất một vỏ hộp sữa hình trụ có thể tích V cho trước. Để tiết kiệm vật liệu nhất thì bán kính đáy phải bằng

- A. $\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$. B. $\sqrt[3]{\frac{V}{2}}$. C. $\sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$. D. $\sqrt[3]{\frac{V}{3\pi}}$.

Câu 93: Thiết diện của hình trụ và mặt phẳng chứa trục của hình trụ là hình chữ nhật có chu vi là 12 cm. Giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ là:

- A. $64\pi \text{ cm}^3$. B. $16\pi \text{ cm}^3$. C. $8\pi \text{ cm}^3$. D. $32\pi \text{ cm}^3$.

Câu 94: Trên một mảnh đất hình vuông có diện tích 81m^2 người ta đào một cái ao nuôi cá hình trụ sao cho tâm của hình tròn đáy trùng với tâm của mảnh đất. Ở giữa mép ao và mép mảnh đất người ta để lại một khoảng đất trống để đi lại, biết khoảng cách nhỏ nhất giữa mép ao và mép mảnh đất là $x(\text{m})$. Giả sử chiều sâu của ao cũng là $x(\text{m})$. Tính thể tích lớn nhất V của ao.



- A. $V = 13,5\pi(\text{m}^3)$. B. $V = 27\pi(\text{m}^3)$. C. $V = 36\pi(\text{m}^3)$. D. $V = 72\pi(\text{m}^3)$.

Câu 95: Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O' , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $2a$. Trên đường tròn đáy có tâm O lấy điểm A, D sao cho $AD = 2\sqrt{3}a$; gọi C là hình chiếu vuông góc của D lên mặt phẳng chứa đường tròn (O'); trên đường tròn tâm O' lấy điểm B (AB chéo với CD). Đặt α là góc giữa AB và đáy. Tính $\tan \alpha$ khi thể tích khối tứ diện $CDAB$ đạt giá trị lớn nhất.

- A. $\tan \alpha = \sqrt{3}$ B. $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$ C. $\tan \alpha = 1$ D. $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Câu 96: Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O' , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $2a$. Trên đường tròn đáy có tâm O lấy điểm A, D trên đường tròn tâm O' lấy điểm B, C sao cho $AB \parallel CD$ và AB không cắt OO' . Tính AD để thể tích khối chóp $O'.ABCD$ đạt giá trị lớn nhất.

- A. $AD = 2\sqrt{2}a$ B. $AD = 4a$ C. $AD = \frac{4\sqrt{3}}{3}a$ D. $AD = \sqrt{2}a$

CHƯƠNG

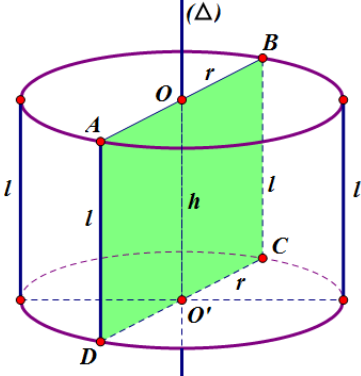
MẶT TRÒN XOAY
NÓN – TRỤ – CẦU

MẶT TRÒN XOAY – NÓN – TRỤ – CẦU



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

TRỤ

MẶT TRỤ	Các yếu tố mặt trụ:	Một số công thức:
 Hình thành: Quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh đường trung bình OO', ta có mặt trụ như hình bên.	☐ Đường cao: $h = OO'$. ☐ Đường sinh: $l = AD = BC$. Ta có: $l = h$. ☐ Bán kính đáy: $r = OA = OB = O'C = O'D$. ☐ Trục là đường thẳng đi qua hai điểm O, O'. ☐ Thiết diện qua trục: Là hình chữ nhật $ABCD$.	☐ Chu vi đáy: $p = 2\pi r$. ☐ Diện tích đáy: $S_d = \pi r^2$. ☐ Thể tích khối trụ: $V = h.S_d = h.\pi r^2$. ☐ Diện tích xung quanh: $S_{xq} = 2\pi r.h$. ☐ Diện tích toàn phần: $S_{tp} = S_{xq} + 2S_d = 2\pi r.h + 2\pi r^2$.

Câu 1: Cho khối trụ (T) có bán kính đáy $R = 1$, thể tích $V = 5\pi$. Tính diện tích toàn phần của hình trụ tương ứng

A. $S = 12\pi$

B. $S = 11\pi$

C. $S = 10\pi$

D. $S = 7\pi$

Lời giải

Chọn A

Ta có $V = S.h$ với $S = \pi r^2 = \pi$ nên $h = \frac{V}{S} = 5$.

Diện tích toàn phần của trụ tương ứng là: $S_{tp} = 2\pi R h + 2\pi R^2 = 2\pi.1.5 + 2\pi.1^2 = 12\pi$.

Câu 2: Tính diện tích xung quanh của hình trụ biết hình trụ có bán kính đáy là a và đường cao là $a\sqrt{3}$.

A. $2\pi a^2$

B. πa^2

C. $\pi a^2\sqrt{3}$

D. $2\pi a^2\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn D

Diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi rh = 2\pi .a.a\sqrt{3} = 2\pi a^2 \sqrt{3}$.

Câu 3: Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $3a$. Tính diện tích toàn phần của khối trụ.

A. $S_{tp} = \frac{13a^2\pi}{6}$. **B.** $S_{tp} = a^2\pi\sqrt{3}$. **C.** $S_{tp} = \frac{a^2\pi\sqrt{3}}{2}$. **D.** $S_{tp} = \frac{27a^2\pi}{2}$.

Lời giải

Thiết diện qua trục là một hình vuông có cạnh bằng $3a$ nên ta có độ dài đường sinh $l = 3a$ và bán kính đường tròn đáy là $r = \frac{3a}{2}$.

Từ đó ta tính được $S_{tp} = 2\pi rl + 2\pi r^2 = 2\pi .\frac{3a}{2}.3a + 2\pi .\left(\frac{3a}{2}\right)^2 = \frac{27a^2\pi}{2}$.

Câu 4: Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng $4\pi a^2$ và bán kính đáy là a . Tính độ dài đường cao của hình trụ đó.

A. a . **B.** $2a$. **C.** $3a$. **D.** $4a$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy a và chiều cao h là

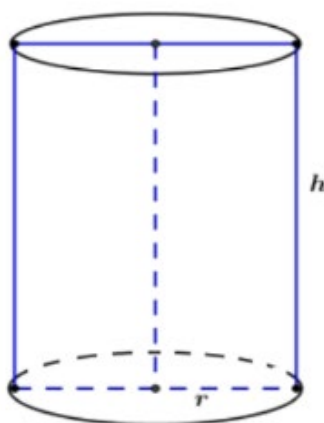
$$S_{xq} = 2\pi ah \Leftrightarrow h = \frac{S_{xq}}{2\pi a} = \frac{4\pi a^2}{2\pi a} = 2a.$$

Vậy độ dài đường cao của hình trụ đó là $h = 2a$.

Câu 5: Một hình trụ có bán kính đáy bằng $2cm$ và có thiết diện qua trục là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ là

A. $8p\text{ cm}^3$ **B.** $4p\text{ cm}^3$ **C.** $32p\text{ cm}^3$ **D.** $16p\text{ cm}^3$

Lời giải



Công thức tính diện tích xung quanh hình trụ có bán kính đáy R , chiều cao h là $S_{xq} = 2\pi Rh$

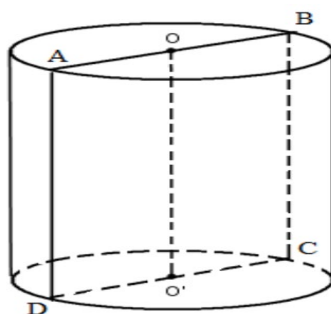
Công thức tính thể tích của khối trụ có bán kính đáy R , chiều cao h là $V = \pi R^2 h$

Vì thiết diện qua trục là hình vuông nên ta có $h = 2r = 4cm$. $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi .2.4 = 16\pi\text{ cm}^3$

Câu 6: Cắt một hình trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $3a$. Tính diện tích toàn phần của hình trụ đã cho.

- A. $\frac{13\pi a^2}{6}$. B. $\frac{27\pi a^2}{2}$. C. $9\pi a^2$. D. $\frac{9\pi a^2}{2}$.

Lời giải



Gọi thiết diện qua trục là hình vuông $ABCD$. Theo đề thì $AB = AD = 3a$.

Bán kính đáy của hình trụ là $R = \frac{AB}{2} = \frac{3a}{2}$.

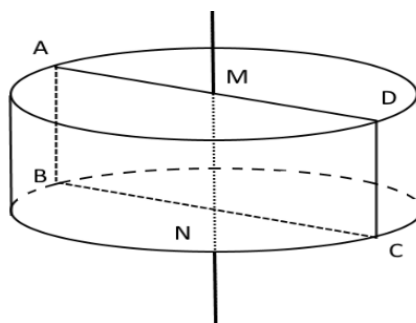
Đường sinh của hình trụ là $l = AD = 3a$.

Áp dụng công thức diện tích toàn phần của hình trụ, ta có

$$S_{tp} = 2\pi Rl + 2\pi R^2 = 2\pi \cdot \frac{3a}{2} \cdot 3a + 2\pi \left(\frac{3a}{2}\right)^2 = \frac{27\pi a^2}{2}.$$

Câu 7: Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1, AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó.

- A. $S_{tp} = 4\pi$. B. $S_{tp} = 6\pi$. C. $S_{tp} = 2\pi$. D. $S_{tp} = 10\pi$.



Lời giải

Hình trụ đã cho có chiều cao là AB và đáy là hình tròn tâm N bán kính BN .

Do đó: $S_{tp} = S_{xq} + 2S_{đáy} = AB \cdot 2\pi \cdot BN + 2\pi \cdot BN^2 = 1 \cdot 2\pi \cdot 1 + 2\pi \cdot 1^2 = 4\pi$.

Câu 8: Hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $a\sqrt{3}$. Khi đó diện tích toàn phần của hình trụ bằng

- A. $2\pi a^2(\sqrt{3}-1)$. B. $\pi a^2(1+\sqrt{3})$. C. $\pi a^2\sqrt{3}$. D. $2\pi a^2(1+\sqrt{3})$.

Lời giải

Ta có: Diện tích toàn phần của hình trụ = Diện tích xung quanh + 2 lần diện tích đáy.

Suy ra $S_{tp} = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi \cdot a \cdot a\sqrt{3} + 2\pi a^2 = 2\pi \cdot a^2 (\sqrt{3} + 1)$.

Câu 9: Cho lập phương có cạnh bằng a và một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương. Gọi S_1 là diện tích 6 mặt của hình lập phương, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Hãy tính tỉ số $\frac{S_2}{S_1}$.

A. $\frac{S_2}{S_1} = \frac{1}{2}$.

B. $\frac{S_2}{S_1} = \frac{\pi}{2}$.

C. $\frac{S_2}{S_1} = \pi$.

D. $\frac{S_2}{S_1} = \frac{\pi}{6}$.

Lời giải

Ta có $S_1 = 6a^2$, $S_2 = 2\pi rh = \pi a^2$

Vậy $\frac{S_1}{S_2} = \frac{6a^2}{\pi a^2} = \frac{6}{\pi} \Rightarrow \frac{S_2}{S_1} = \frac{\pi}{6}$

Câu 10: Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5\text{cm}$, chiều cao $h = 7\text{cm}$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

A. $S = 35\pi(\text{cm}^2)$.

B. $S = 70\pi(\text{cm}^2)$.

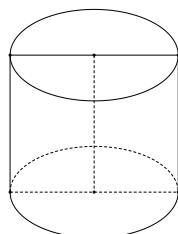
C. $S = \frac{70}{3}\pi(\text{cm}^2)$.

D. $S = \frac{35}{3}\pi(\text{cm}^2)$.

Lời giải

Theo công thức tính diện tích xung quanh ta có $S_{xq} = 2\pi rh = 70\pi(\text{cm}^2)$.

Câu 11: Cắt một hình trụ bằng một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng



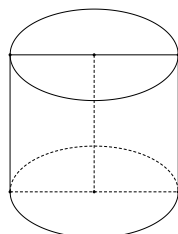
A. $2\pi a^2$.

B. $8\pi a^2$.

C. $4\pi a^2$.

D. $16\pi a^2$.

Lời giải



Dựa vào hình vẽ ta có bán kính và chiều cao của hình trụ lần lượt là a và $2a$.

Do đó, $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi \cdot a \cdot 2a = 4\pi a^2$.

Câu 12: Tính diện tích xung quanh của một hình trụ có chiều cao 20 m , chu vi đáy bằng 5 m .

A. 50 m^2 .

B. $50\pi\text{ m}^2$.

C. $100\pi\text{ m}^2$.

D. 100 m^2 .

Lời giải

Ta có chu vi đáy $C = 2\pi R = 5$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi Rl = 5.20 = 100 \text{ m}^2$.

Câu 13: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $8\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Độ dài đường sinh của hình trụ bằng:

- A.** $4a$. **B.** $8a$. **C.** $2a$. **D.** $6a$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } S_{xq} = 2\pi Rl \Rightarrow l = \frac{S_{xq}}{2\pi R} = \frac{8\pi a^2}{2\pi a} = 4a.$$

Câu 14: Tính diện tích toàn phần của hình trụ có bán kính đáy a và đường cao $a\sqrt{3}$.

- A.** $2\pi a^2(\sqrt{3}-1)$. **B.** $\pi a^2\sqrt{3}$. **C.** $\pi a^2(\sqrt{3}+1)$. **D.** $2\pi a^2(\sqrt{3}+1)$.

Lời giải

Ta có diện tích toàn phần của hình trụ là:

$$S_{tp} = S_{xq} + 2S_{đáy} = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 2\pi a^2\sqrt{3} + 2\pi a^2 = 2\pi a^2(\sqrt{3}+1).$$

Câu 15: Một hình trụ có bán kính đáy a , có thiết diện qua trục là một hình vuông. Tính theo a diện tích xung quanh của hình trụ.

- A.** πa^2 . **B.** $2\pi a^2$. **C.** $3\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Lời giải

Vì hình trụ có bán kính đáy a , có thiết diện qua trục là một hình vuông nên có chiều cao $h = 2a$.

Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi.a.2a = 4\pi a^2$.

Câu 16: Cho hình trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông, diện tích mỗi mặt đáy bằng $S = 9\pi(\text{cm}^2)$. Tính diện tích xung quanh hình trụ đó.

- A.** $S_{xq} = 36\pi(\text{cm}^2)$. **B.** $S_{xq} = 18\pi(\text{cm}^2)$. **C.** $S_{xq} = 72\pi(\text{cm}^2)$. **D.** $S_{xq} = 9\pi(\text{cm}^2)$.

Lời giải

Thiết diện qua trục là một hình vuông nên $h = 2r$.

$$\text{Diện tích đáy } S = 9\pi(\text{cm}^2) \Leftrightarrow r^2\pi = 9\pi \Leftrightarrow r = 3(\text{cm}) \Rightarrow h = 6(\text{cm}).$$

$$\text{Vậy diện tích xung quanh } S_{xq} = 2r\pi h = 36\pi(\text{cm}^2).$$

Câu 17: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $16\pi a^2$ và độ dài đường sinh bằng $2a$. Tính bán kính r của đường tròn đáy của hình trụ đã cho.

- A.** $r = 4a$. **B.** $r = 6a$. **C.** $r = 4\pi$. **D.** $r = 8a$.

Lời giải

$$\text{Theo giả thiết ta có } S_{xq} = 2\pi rl \Leftrightarrow r = \frac{S_{xq}}{2\pi l} = \frac{16\pi a^2}{2\pi.2a} = 4a.$$

Câu 18: Xét hình trụ T có thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông có cạnh bằng a . Tính diện tích toàn phần S của hình trụ.

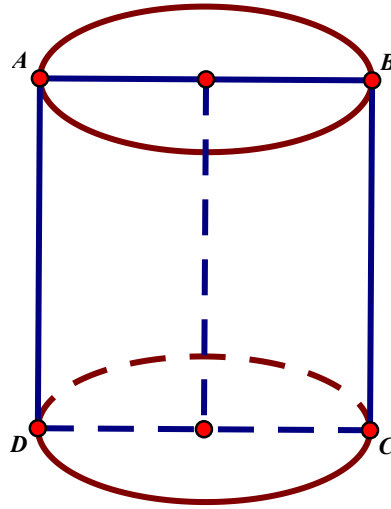
A. $S = \frac{3\pi a^2}{2}$.

B. $S = \frac{\pi a^2}{2}$.

C. πa^2 .

D. $4\pi a^2$.

Lời giải



Theo bài ra: $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a .

Vậy hình trụ T có bán kính $R = \frac{a}{2}$, chiều cao $h = a$.

Diện tích toàn phần S của hình trụ là: $S = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 2\pi \frac{a}{2}a + 2\pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{3\pi a^2}{2}$.

Câu 19: Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$ và $AD = 2a$. Gọi H , K lần lượt là trung điểm của AD và BC . Quay hình chữ nhật đó quanh trục HK , ta được một hình trụ. Diện tích toàn phần của hình trụ là:

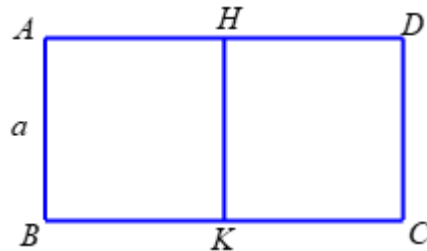
A. $S_{tp} = 8\pi$.

B. $S_{tp} = 8a^2\pi$.

C. $S_{tp} = 4a^2\pi$.

D. $S_{tp} = 4\pi$.

Lời giải



Quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh trục HK ta được hình trụ có đường cao là $h = AB = a$, bán kính đường tròn đáy là $R = BK = \frac{1}{2}BC = a$.

Vậy diện tích toàn phần của hình trụ là: $S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 4\pi a^2$.

Câu 20: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$, $AD = 2a$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và AD . Khi quay hình chữ nhật trên quanh đường thẳng MN ta nhận được một khối tròn xoay (T) . Tính thể tích của (T) theo a .

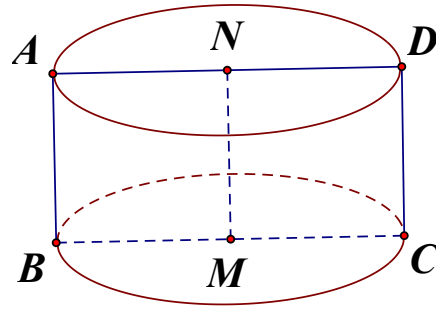
A. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

B. $\frac{\pi a^3}{3}$.

C. πa^3 .

D. $4\pi a^3$.

Lời giải



Thể tích khối tròn xoay (T) là: $V = \pi a^2 \cdot a = \pi a^3$.

Câu 21: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R , chiều cao bằng h . Biết rằng hình trụ đó có diện tích toàn phần gấp đôi diện tích xung quanh. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $R = h$. **B.** $R = 2h$. **C.** $h = 2R$. **D.** $h = \sqrt{2}R$.

Lời giải

Ta có: $S_{tp} = 2S_{xq} \Leftrightarrow 2\pi R^2 + 2\pi Rh = 2 \cdot 2\pi Rh \Leftrightarrow R = h$.

Câu 22: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R và chiều cao bằng $\frac{3R}{2}$. Mặt phẳng (α) song song với trục của hình trụ và cách trục một khoảng bằng $\frac{R}{2}$. Tính diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (α).

- A.** $\frac{2R^2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{3R^2\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{3R^2\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{2R^2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (α) là hình chữ nhật $ABCD$ với $BC = \frac{3R}{2}$.

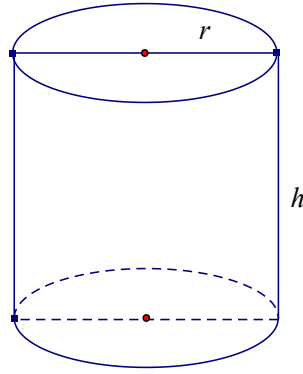
Gọi H là trung điểm AB , ta có $AH = \frac{R}{2} \Rightarrow AB = 2HB = 2\sqrt{R^2 - AH^2} = R\sqrt{3}$.

Vậy diện tích thiết diện là: $S = AB \cdot CD = R\sqrt{3} \cdot \frac{3R}{2} = \frac{3R^2\sqrt{3}}{2}$.

Câu 23: Cắt hình trụ (T) bằng một mặt phẳng đi qua trục được thiết diện là một hình chữ nhật có diện tích bằng 20cm^2 và chu vi bằng 18cm . Biết chiều dài của hình chữ nhật lớn hơn đường kính mặt đáy của hình trụ (T). Diện tích toàn phần của hình trụ là:

- A.** $30\pi(\text{cm}^2)$. **B.** $28\pi(\text{cm}^2)$. **C.** $24\pi(\text{cm}^2)$. **D.** $26\pi(\text{cm}^2)$.

Lời giải



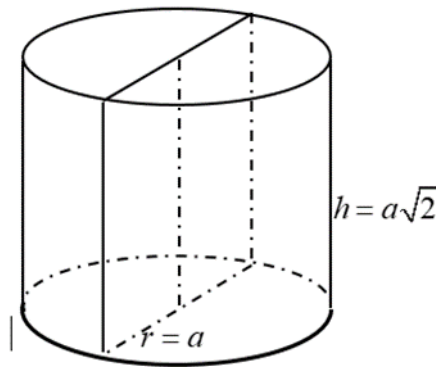
Gọi h và r là chiều cao và bán kính của hình trụ $h > 2r$. Ta có $\begin{cases} 2rh = 20 \\ 2r + h = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h = 5 \\ r = 2 \end{cases}$.

$$S_{tp} = 2\pi rh + 2r^2\pi = 20\pi + 8\pi = 28\pi.$$

Câu 24: Thể tích khối trụ có bán kính đáy $r = a$ và chiều cao $h = a\sqrt{2}$ bằng

- A. $4\pi a^3\sqrt{2}$. B. $\pi a^3\sqrt{2}$. C. $2\pi a^3$. D. $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải



Thể tích khối trụ là: $V = \pi r^2 h = \pi \cdot a^2 \cdot a\sqrt{2} = \pi a^3\sqrt{2}$.

Câu 25: Thiết diện qua trục của một hình trụ là một hình vuông có cạnh bằng $2a$. Tính theo a thể tích khối trụ đó.

- A. πa^3 . B. $2\pi a^3$. C. $4\pi a^3$. D. $\frac{2}{3}\pi a^3$.

Lời giải

Gọi chiều cao và bán kính đáy của hình trụ lần lượt là h, r .

Thiết diện qua trục của hình trụ là một hình vuông có cạnh bằng $2a$ nên $h = 2a, r = a$.

Thể tích của khối trụ đó là $V = \pi r^2 h = \pi a^2 \cdot 2a = 2\pi a^3$.

Câu 26: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2BC = 2a$. Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng $ABCD$ quanh trục AD .

- A. $4\pi a^3$. B. $2\pi a^3$. C. $8\pi a^3$. D. πa^3 .

Lời giải

Khối tròn xoay tạo thành là khối trụ có bán kính đáy là $AB = 2a$ và đường cao $AD = BC = a$ có thể tích bằng $V = \pi AB^2 AD = 4\pi a^3$

Câu 27: Cho hình trụ có diện tích toàn phần là 4π và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông. Tính thể tích khối trụ?

A. $\frac{\pi\sqrt{6}}{12}$

B. $\frac{\pi\sqrt{6}}{9}$

C. $\frac{4\pi}{9}$

D. $\frac{4\pi\sqrt{6}}{9}$

Lời giải

Chọn D

Hình trụ có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông suy ra: $l = h = 2r$

Hình trụ có diện tích toàn phần là 4π suy ra:

$$S_p = 2\pi rl + 2\pi r^2 = 2\pi \cdot 2r^2 + 2\pi \cdot r^2 = 6\pi r^2 = 4\pi$$

$$\text{Nên } r = \frac{\sqrt{6}}{3}, l = h = \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

$$\text{Thể tích khối trụ: } V = \pi r^2 \cdot h = \frac{4\pi\sqrt{6}}{9}$$

Câu 28: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$, $AD = 2a$. Thể tích của khối trụ tạo thành khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB bằng

A. $4\pi a^3$.

B. πa^3 .

C. $2a^3$.

D. a^3 .

Lời giải

Áp dụng công thức tính thể tích khối trụ tròn xoay ta có

$$V = \pi r^2 h = \pi (2a)^2 \cdot a = 4\pi a^3.$$

Câu 29: Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$ và $AD = 2$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN , ta được một hình trụ. Tính thể tích V của khối trụ tạo bởi hình trụ đó

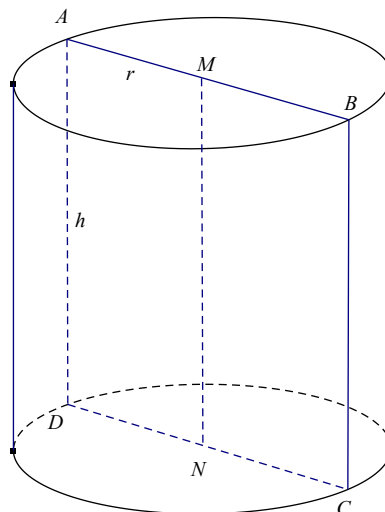
A. $\frac{\pi}{2}$.

B. π .

C. 2π .

D. 4π .

Lời giải



Quay hình chữ nhật xung quanh trục MN ta được hình trụ có bán kính đáy $r = AM = \frac{1}{2}$, chiều cao $h = AD = 2$. Thể tích khối trụ tương ứng bằng $V = \pi r^2 h = \pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 2 = \frac{\pi}{2}$.

Câu 30: Cho khối trụ có chu vi đáy bằng $4\pi a$ và độ dài đường cao bằng a . Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A. πa^2 . B. $\frac{4}{3}\pi a^3$. C. $4\pi a^3$. D. $16\pi a^3$.

Lời giải

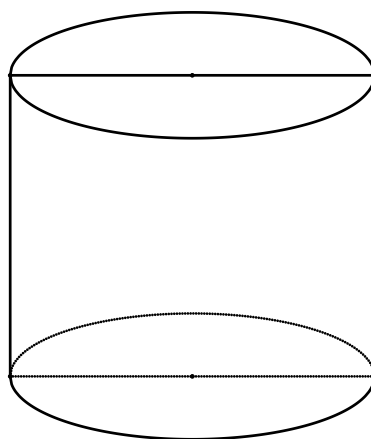
Gọi chu vi đáy là P . Ta có: $P = 2\pi R \Leftrightarrow 4\pi a = 2\pi R \Leftrightarrow R = 2a$.

Khi đó thể tích khối trụ: $V = \pi R^2 h = \pi (2a)^2 \cdot a = 4\pi a^3$.

Câu 31: Cho một khối trụ có diện tích xung quanh của khối trụ bằng 80π . Tính thể tích của khối trụ biết khoảng cách giữa hai đáy bằng 10.

- A. 160π . B. 400π . C. 40π . D. 64π .

Lời giải



Ta có: khoảng cách giữa hai đáy bằng 10 nên $h = l = 10$.

$$S_{xq} = 80\pi \Leftrightarrow 2\pi r l = 80\pi \Leftrightarrow r = 4.$$

Vậy thể tích của khối trụ bằng $V = \pi \cdot 4^2 \cdot 10 = 160\pi$.

Câu 32: Cho khối trụ có bán kính hình tròn đáy bằng r và chiều cao bằng h . Hỏi nếu tăng chiều cao lên 2 lần và tăng bán kính đáy lên 3 lần thì thể tích của khối trụ mới sẽ tăng lên bao nhiêu lần?

- A. 18 lần. B. 6 lần. C. 36 lần. D. 12 lần

Lời giải

$$V_1 = 2h \cdot \pi (3r)^2 = 18(h \cdot \pi r^2) = 18V$$

Câu 33: Cho hình trụ có diện tích toàn phần là 4π và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông. Tính thể tích khối trụ?

- A. $\frac{\pi\sqrt{6}}{9}$. B. $\frac{4\pi\sqrt{6}}{9}$. C. $\frac{\pi\sqrt{6}}{12}$. D. $\frac{4\pi}{9}$.

Lời giải

Vì thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông nên khối trụ có chiều cao bằng $2r$.

Ta có: $S_{tp} = 4\pi \Leftrightarrow 2\pi r^2 + 2\pi rl = 4\pi \Leftrightarrow 6\pi r^2 = 4\pi$.

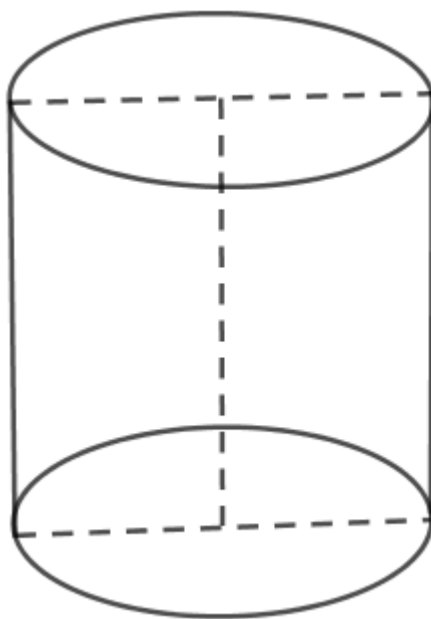
$$\Rightarrow r = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

Tính thể tích khối trụ là: $V = \pi r^2 h = 2\pi r^3 = 2\pi \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} = \frac{4\pi\sqrt{6}}{9}$.

Câu 34: Mặt phẳng đi qua trục hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh a . Thể tích khối trụ đó bằng

- A. πa^3 . B. $\frac{\pi a^3}{2}$. C. $\frac{\pi a^3}{3}$. D. $\frac{\pi a^3}{4}$.

Lời giải



Ta có bán kính đáy $r = \frac{a}{2}$ và chiều cao $h = a$ nên thể tích khối trụ là

$$V = 2\pi r^2 h = 2\pi \cdot \frac{a^2}{4} \cdot a = \frac{\pi a^3}{2}.$$

Câu 35: Thiết diện qua trục của một hình trụ là hình vuông có cạnh là $2a$. Thể tích khối trụ được tạo nên bởi hình trụ này là:

- A. $2\pi a^3$. B. $\frac{2\pi a^3}{3}$. C. $8\pi a^3$. D. $\frac{8\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Ta có: $R = a$, $h = 2a$ nên thể tích khối trụ được tạo nên bởi hình trụ này là:

$$V = \pi \cdot R^2 \cdot h = \pi \cdot a^2 \cdot 2a = 2\pi \cdot a^3.$$

Câu 36: Cho một khối trụ (S) có bán kính đáy bằng a . Biết thiết diện của hình trụ qua trục là hình vuông có chu vi bằng 8. Thể tích của khối trụ sẽ bằng

- A. 8π . B. 4π . C. 2π . D. 16π .

Lời giải

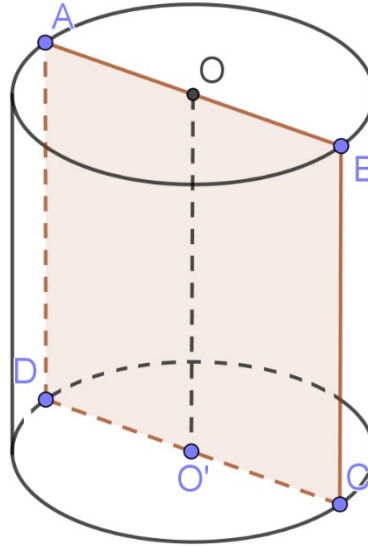
* Ta có chiều cao của khối trụ: $h = 2r = 2a$.

* Theo giả thiết ta có: $4 \cdot 2a = 8 \Rightarrow a = 1$.

* Thể tích khối trụ: $V = \pi r^2 h = \pi . a^2 . 2a = 2\pi .$

- Câu 37:** Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của khối trụ. Biết $AB = 4a$, $AC = 5a$. Tính thể tích của khối trụ:
A. $V = 12\pi a^3$. **B.** $V = 16\pi a^3$. **C.** $V = 4\pi a^3$. **D.** $V = 8\pi a^3$.

Lời giải



Ta có bán kính khối trụ: $R = \frac{AB}{2} = 2a$

Xét $\triangle ADC$ vuông tại D : $AD = \sqrt{AC^2 - DC^2} = \sqrt{(5a)^2 - (4a)^2} = 3a$

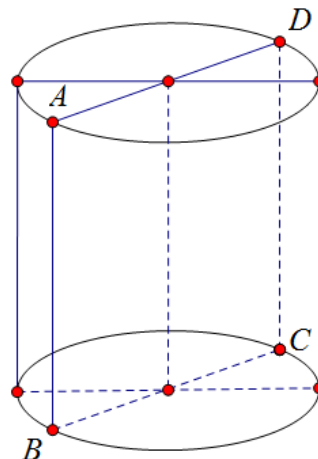
Thể tích khối trụ là: $V = \pi R^2 h = \pi (2a)^2 . 3a = 12\pi a^3$

- Câu 38:** Cắt hình trụ (T) bằng một mặt phẳng đi qua trục được thiết diện là một hình chữ nhật có diện tích bằng 30cm^2 và chu vi bằng 26cm . Biết chiều dài của hình chữ nhật lớn hơn đường kính mặt đáy của hình trụ (T) . Diện tích toàn phần của (T) là:

- A.** $23\pi(\text{cm}^2)$. **B.** $\frac{23\pi}{2}(\text{cm}^2)$. **C.** $\frac{69\pi}{2}(\text{cm}^2)$. **D.** $69\pi(\text{cm}^2)$.

Lời giải

Chọn C



Gọi h, r lần lượt là đường cao và bán kính đáy của hình trụ (T) . Thiết diện của mặt phẳng và hình trụ (T) là hình chữ nhật $ABCD$. Khi đó theo giả thiết ta có

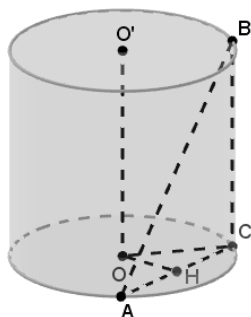
$$\begin{cases} h > 2r \\ S_{ABCD} = h \cdot 2r = 30 \\ C_{ABCD} = 2(h + 2r) = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h > 2r \\ hr = 15 \\ h + 2r = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h > 2r \\ h = 13 - 2r \\ -2r^2 + 15r - 15 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h > 2r \\ h = 13 - 2r \\ \begin{cases} r = 5 \Rightarrow h = 3(l) \\ r = \frac{3}{2} \Rightarrow h = 10(TM) \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S_{TP} = S_{xO} + 2S_{\Delta} = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi \cdot \frac{3}{2} \cdot 10 + 2\pi \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{69\pi}{2} (cm^2).$$

Câu 39: Một hình trụ có bán kính đáy bằng 50 cm và có chiều cao là 50 cm. Một đoạn thẳng AB có chiều dài là 100 cm và có hai đầu mút nằm trên hai đường tròn đáy. Tính khoảng cách d từ đoạn thẳng đó đến trục hình trụ.

- A.** $d = 50$ cm. **B.** $d = 50\sqrt{3}$ cm. **C.** $d = 25$ cm. **D.** $d = 25\sqrt{3}$ cm.

Lời giải



Qua B kẻ đường thẳng song song với OO' cắt đường tròn đáy tại C .

$OO' \parallel BC \Rightarrow OO' \parallel (ABC) \Rightarrow d(OO', AB) = d(OO', (ABC)) = d(O, (ABC)) = OH = d$. (H là trung điểm của đoạn thẳng AC).

$$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = 50\sqrt{3} \text{ cm.}$$

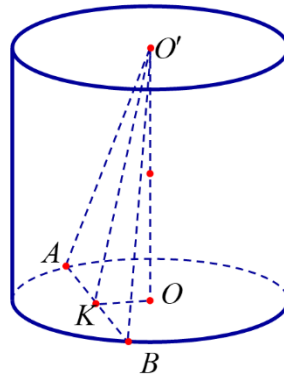
$$\text{Vậy } d = OH = \sqrt{OC^2 - HC^2} = 25 \text{ cm.}$$

Câu 40: Một hình trụ tròn xoay có hai đáy là hai đường tròn (O, R) và (O', R) . Biết rằng tồn tại dây cung AB của đường tròn (O, R) sao cho tam giác $O'AB$ đều và góc giữa hai mặt phẳng $(O'AB)$ và mặt phẳng chứa đường tròn (O, R) bằng 60° . Tính diện tích xung quanh của hình trụ đã cho.

- A.** $4\pi R^2$ **B.** $2\sqrt{3}\pi R^2$ **C.** $\frac{3\sqrt{7}}{7}\pi R^2$ **D.** $\frac{6\sqrt{7}}{7}\pi R^2$

Lời giải

Chọn D



Gọi K là trung điểm AB , đặt $AB = 2a$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có : } AB \perp OK \text{ và } AB \perp OO' \text{ nên } \widehat{OKO'} = 60^\circ &\Rightarrow O'K = 2OK \Rightarrow O'K^2 = 4OK^2 \\ \Rightarrow 3a^2 = 4(R^2 - a^2) &\Rightarrow a^2 = \frac{4R^2}{7} \end{aligned}$$

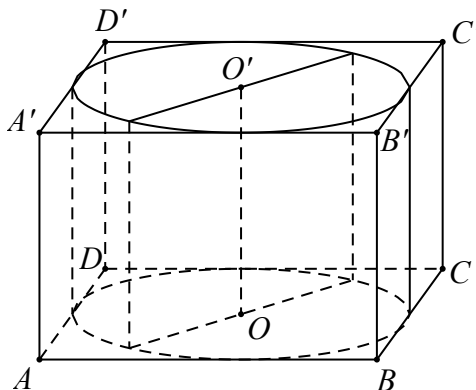
$$\text{Mặt khác : } OO'^2 = O'B^2 - OB^2 = 4a^2 - R^2 = 4 \cdot \frac{4R^2}{7} - R^2 = \frac{9R^2}{7} \Rightarrow O'O = \frac{6\sqrt{7}\pi R}{7}$$

$$\text{Vậy diện tích xung quanh hình trụ đã cho là : } S_{xq} = 2\pi Rl = \frac{6\sqrt{7}\pi R^2}{7}.$$

Câu 41: Cho hình lập phương có cạnh bằng 40 cm và một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương. Gọi S_1 , S_2 lần lượt là diện tích toàn phần của hình lập phương và diện tích toàn phần của hình trụ. Tính $S = S_1 + S_2$ (cm²).

A. $S = 4(2400 + \pi)$. **B.** $S = 2400(4 + \pi)$. **C.** $S = 2400(4 + 3\pi)$. **D.** $S = 4(2400 + 3\pi)$.

Lời giải



$$\text{Ta có: } S_1 = 6 \cdot 40^2 = 9600.$$

Bán kính đường tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương là: $r = 20$ cm ; hình trụ có đường sinh $h = 40$ cm

Diện tích toàn phần của hình trụ là: $S_2 = 2\pi \cdot 20^2 + 2\pi \cdot 20 \cdot 40 = 2400\pi$.

Vậy: $S = S_1 + S_2 = 9600 + 2400\pi = 2400(4 + \pi)$.

Câu 42: Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π , thiết diện qua trục là hình vuông. Một mặt phẳng (α) song song với trục, cắt hình trụ theo thiết diện là tứ giác $ABB'A'$, biết một cạnh của thiết diện là một dây cung của đường tròn đáy của hình trụ và căng một cung 120° . Tính diện tích thiết diện $ABB'A'$.

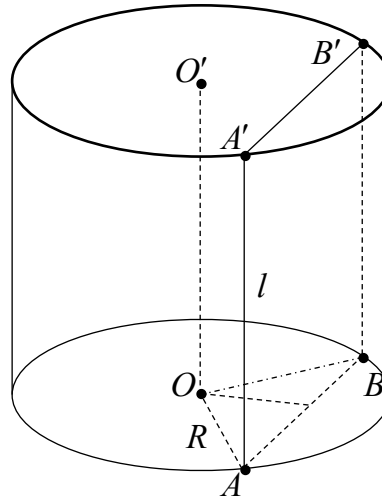
A. $3\sqrt{2}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải



Gọi R , h , l lần lượt là bán kính, chiều cao, đường sinh của hình trụ.

Ta có $S_{xq} = 4\pi \Leftrightarrow 2\pi \cdot R \cdot l = 4\pi \Leftrightarrow R \cdot l = 2$.

Giả sử AB là một dây cung của đường tròn đáy của hình trụ và căng một cung 120° .

Ta có $ABB'A'$ là hình chữ nhật có $AA' = h = l$.

Xét tam giác OAB cân tại O , $OA = OB = R$, $\widehat{AOB} = 120^\circ \Rightarrow AB = R\sqrt{3}$.

$S_{ABB'A'} = AB \cdot AA' = R\sqrt{3} \cdot l = R \cdot l \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$.

Câu 43: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R và chiều cao bằng $\frac{3R}{2}$. Mặt phẳng (α) song song với trục của hình trụ và cách trục một khoảng bằng $\frac{R}{2}$. Tính diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (α) .

A. $\frac{2R^2\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{3R^2\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{3R^2\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{2R^2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (α) là hình chữ nhật $ABCD$ với $BC = \frac{3R}{2}$.

Gọi H là trung điểm AB , ta có $AH = \frac{R}{2} \Rightarrow AB = 2HB = 2\sqrt{R^2 - AH^2} = R\sqrt{3}$.

Vậy diện tích thiết diện là: $S = AB.CD = R\sqrt{3} \cdot \frac{3R}{2} = \frac{3R^2\sqrt{3}}{2}$.

Câu 44: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 5 cm và khoảng cách giữa hai đáy là 7 cm. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục 3 cm. Tính diện tích S của thiết diện được tạo thành.

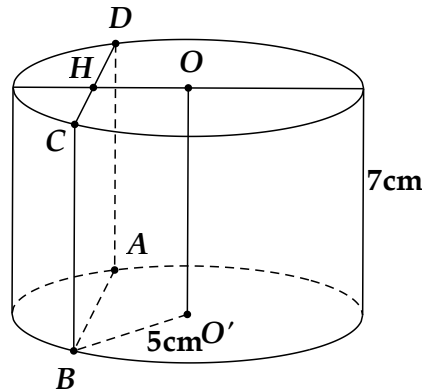
A. 55 cm^2 .

B. 56 cm^2 .

C. 53 cm^2 .

D. 46 cm^2 .

Lời giải



Gọi thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$, H là trung điểm CD .

Ta có: $\begin{cases} OH \perp CD \\ OH \perp BC \end{cases} \Rightarrow OH \perp (ABCD) \Rightarrow d(OO'; (ABCD)) = d(O; (ABCD)) = OH = 3 \text{ cm}.$

$$\Rightarrow HC = HD = \sqrt{OC^2 - OH^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \text{ cm}.$$

$$\Rightarrow AB = CD = 8 \text{ cm}.$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = AB.BC = 8.7 = 56 \text{ cm}^2.$$

Câu 45: Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5 \text{ cm}$ và khoảng cách giữa hai đáy $h = 7 \text{ cm}$. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục 3 cm. Diện tích của thiết diện được tạo thành là:

A. $S = 56 (\text{cm}^2)$.

B. $S = 55 (\text{cm}^2)$.

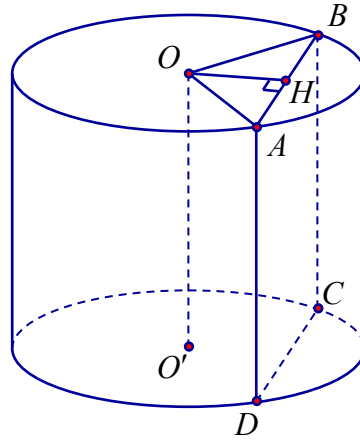
C. $S = 53 (\text{cm}^2)$.

D. $S = 46 (\text{cm}^2)$.

Lời giải

Gọi O, O' là tâm của hai đáy của hình trụ và (P) là mặt phẳng song song với trục và cách trục OO' một khoảng 3 cm.

Mp (P) cắt hai hình tròn đáy $(O), (O')$ theo hai dây cung lần lượt là AB, CD và cắt mặt xung quanh theo hai đường sinh là AD, BC . Khi đó $ABCD$ là hình chữ nhật.



Gọi H là trung điểm của AB . Ta có $OH \perp AB; OH \perp AD \Rightarrow OH \perp (ABCD)$

$$\Rightarrow d(OO', (P)) = d(O, (ABCD)) = OH = 3 \text{ cm}.$$

Khi đó: $AB = 2AH = 2\sqrt{OA^2 - OH^2} = 2\sqrt{5^2 - 3^2} = 8$; $AD = OO' = h = 7 \text{ cm}$.

Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là: $S_{ABCD} = AB \cdot AD = 56 (\text{cm}^2)$.

Câu 46: Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O') , chiều cao $2R$ và bán kính đáy R . Một mặt phẳng (α) đi qua trung điểm của OO' và tạo với OO' một góc 30° . Hỏi (α) cắt đường tròn đáy theo một dây cung có độ dài bằng bao nhiêu?

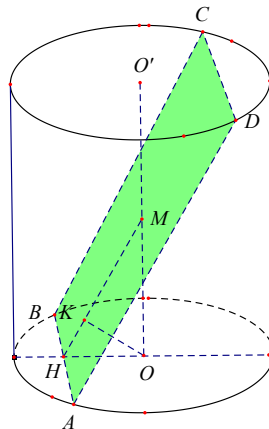
A. $\frac{2R\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

B. $\frac{4R}{3\sqrt{3}}$.

C. $\frac{2R}{3}$.

D. $\frac{2R}{\sqrt{3}}$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của OO' . Gọi A, B là giao điểm của mặt phẳng (α) và đường tròn (O) và H là hình chiếu của O trên $AB \Rightarrow AB \perp (MHO)$.

Trong mặt phẳng (MHO) kẻ $OK \perp MH$, $(K \in MH)$ khi đó góc giữa OO' và mặt phẳng (α) là góc $\widehat{OMK} = 30^\circ$.

Xét tam giác vuông MHO ta có $HO = OM \tan 30^\circ = R \tan 30^\circ = \frac{R\sqrt{3}}{3}$.

Xét tam giác vuông AHO ta có $AH = \sqrt{OA^2 - OH^2} = \sqrt{R^2 - \frac{R^2}{3}} = \frac{R\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Do H là trung điểm của AB nên $AB = \frac{2R\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Câu 47: Một cốc nước hình trụ có chiều cao 9cm, đường kính 6cm. Mặt đáy phẳng dày 1cm, thành cốc dày 0,2cm. Đổ vào cốc 120 ml nước sau đó thả vào cốc 5 viên bi có đường kính 2cm. Mặt nước cách mép cốc gần nhất với giá trị bằng

- A.** 3,67(cm). **B.** 3,08(cm). **C.** 2,28(cm). **D.** 2,62(cm).

Lời giải

Thể tích của cốc nước là: $V = \pi \cdot (2,8)^2 \cdot 8 = 62,72\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$

Thể tích của 5 viên bi là: $V_1 = 5 \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 1^3 = \frac{20}{3} \cdot \pi \text{ (cm}^3\text{)}.$

Thể tích còn lại sau khi đổ vào cốc 120 ml nước và thả vào cốc 5 viên bi là: $V_2 = V - V_1 - 120$
 $= 62,72\pi - \frac{20}{3} \cdot \pi - 120 \approx 56,10 \text{ (cm}^3\text{)}.$

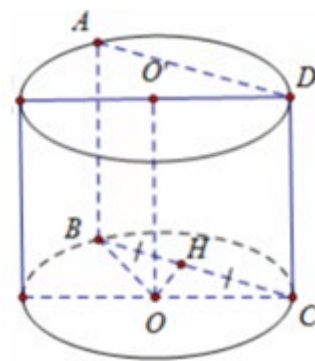
Chiều cao phần còn lại là: $h = \frac{V_2}{\pi \cdot (2,8)^2} \approx \frac{56,10}{\pi \cdot (2,8)^2} \approx 2,28 \text{ (cm)}.$

Câu 48: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R và chiều cao bằng $\frac{3R}{2}$. Mặt phẳng (α) song song với trục của hình trụ và cách trục một khoảng bằng $\frac{R}{2}$. Diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (α) là:

- A.** $\frac{3\sqrt{2}R^2}{2}$. **B.** $\frac{3\sqrt{3}R^2}{2}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}R^2}{3}$. **D.** $\frac{2\sqrt{2}R^2}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Giả sử thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ như hình vẽ.

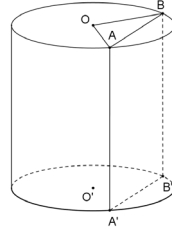
Gọi H là trung điểm của BC suy ra $OH \perp BC$ suy ra $d(O; BC) = \frac{R}{2}$

$$BC = 2HB = 2\sqrt{OB^2 - OH^2} = 2\sqrt{R^2 - \left(\frac{R}{2}\right)^2} = R\sqrt{3}$$

Khi đó

$$\text{Suy ra } S_{ABCD} = BC \cdot AB = R\sqrt{3} \cdot \frac{3R}{2} = \frac{3\sqrt{3}R^2}{2}.$$

Câu 49: Một hình trụ có diện tích xung quanh là 4π , thiết diện qua trục là một hình vuông. Một mặt phẳng (α) song song với trục, cắt hình trụ theo thiết diện $ABB'A'$, biết một cạnh của thiết diện là một dây của đường tròn đáy của hình trụ và căng một cung 120° . Diện tích của thiết diện $ABB'A'$ bằng



A. $2\sqrt{3}$.

B. $2\sqrt{2}$.

C. $3\sqrt{2}$.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi bán kính đáy và chiều cao của hình trụ lần lượt là r, h .

Theo đề ra ta có: $2\pi rh = 4\pi \Rightarrow rh = 2$.

Không giảm tính tổng quát, ta giả sử AB là dây của đường tròn đáy của hình trụ. Gọi O là tâm của đáy trên của hình trụ. Theo bài ra ta có: $\widehat{AOB} = 120^\circ$.

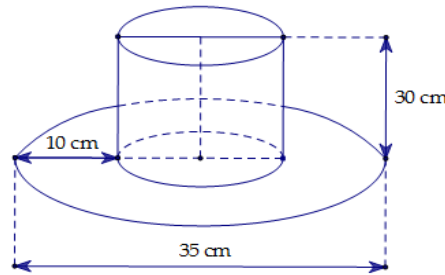
Áp dụng định lý cosin trong tam giác OAB , ta có: $AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2OA \cdot OB \cdot \cos(\widehat{AOB})$

$$\Rightarrow AB^2 = r^2 + r^2 - 2r^2 \cdot \cos(120^\circ) = 3r^2 \Rightarrow AB = r\sqrt{3}.$$

Mặt khác, do mặt phẳng (α) song song với trục nên $ABB'A'$ là hình chữ nhật và $AA' = h$.

$$\text{Từ, và ta suy ra: } S_{ABB'A'} = AB \cdot AA' = r\sqrt{3} \cdot h = rh\sqrt{3} = 2\sqrt{3}.$$

Câu 50: Một cái mũ bằng vải của nhà ảo thuật với kích thước như hình vẽ. Hãy tính tổng diện tích vải cần có để làm nên cái mũ đó.



A. $750,25\pi (cm^2)$.

B. $756,25\pi (cm^2)$.

C. $700\pi (cm^2)$.

D. $700\pi (cm^2)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Bán kính hình trụ của cái mũ là } r = \frac{35-10-10}{2} = \frac{15}{2} (cm).$$

Đường cao hình trụ của cái mũ là $30 cm$.

$$\text{Diện tích xung hình trụ là: } S_{xq} = 2\pi rl = 2 \cdot \pi \cdot \frac{15}{2} \cdot 30 = 450\pi (cm^2).$$

Diện tích vành mũ là: $S_v = \pi \left(\frac{35}{2} \right)^2 - S_d (cm^2)$.

Vậy tổng diện tích vải cần có để làm nên cái mũ đó là:

$$S = S_{xq} + S_d + S_v = 450\pi + \left(\frac{35}{2} \right)^2 \pi = 756,25.\pi (cm^2).$$

Câu 51: Một khối trụ có bán kính đáy $r = 2a$. O, O' lần lượt là tâm đường tròn đáy. Một mặt phẳng song song với trục và cách trục $\frac{a\sqrt{15}}{2}$, cắt đường tròn (O') tại hai điểm A, B . Biết thể tích của khối tứ diện $OO'AB$ bằng $\frac{a^3\sqrt{15}}{4}$. Độ dài đường cao của hình trụ bằng

A. a .

B. $6a$.

C. $3a$.

D. $2a$.

Lời giải

Chọn C

Vẽ đường sinh AC , khi đó mặt phẳng (ABC) song song với OO' và cách OO' một khoảng $\frac{a\sqrt{15}}{2}$.

Gọi I là trung điểm AB , ta có $d(OO', (ABC)) = d(O', (ABC)) = O'I = \frac{a\sqrt{15}}{2}$.

Bán kính $O'A = 2a$ suy ra $BA = 2IA = 2\sqrt{O'A^2 - O'I^2} = 2\sqrt{4a^2 - \frac{15a^2}{4}} = a$.

Thể tích tứ diện $OO'AB$ bằng $\frac{a^3\sqrt{15}}{4}$ nên ta có :

$$\frac{1}{6} \cdot OO' \cdot IO' \cdot AB = \frac{a^3\sqrt{15}}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{6} \cdot OO' \cdot \frac{a\sqrt{15}}{2} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{15}}{4} \Leftrightarrow OO' = 3a.$$

Vậy hình trụ có chiều cao $OO' = 3a$.

Câu 52: Cho hình trụ có chiều cao bằng $8a$. Biết hai điểm A, C lần lượt nằm trên hai đáy thỏa $AC = 10a$, khoảng cách giữa AC và trục của hình trụ bằng $4a$. Thể tích của khối trụ đã cho là

A. $128\pi a^3$.

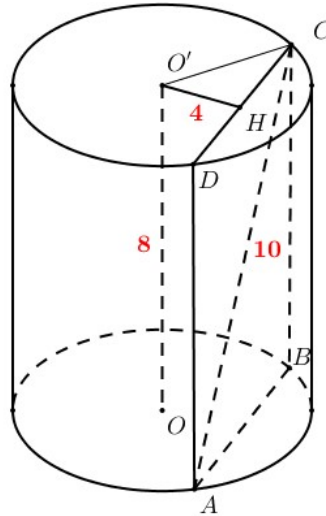
B. $320\pi a^3$.

C. $80\pi a^3$.

D. $200\pi a^3$.

Lời giải

Chọn D



Gọi $(O), (O')$ lần lượt là hai đường tròn đáy. $A \in (O), C \in (O')$.

Dựng AD, CB lần lượt song song với OO' ($D \in (O'), B \in (O)$). Dễ dàng có $ABCD$ là hình chữ nhật.

Do $AC = 10a, AD = 8a \Rightarrow DC = 6a$.

Gọi H là trung điểm của DC .

$$\begin{cases} O'H \perp DC \\ O'H \perp AD \end{cases} \Rightarrow O'H \perp (ABCD).$$

Ta có $OO' \parallel (ABCD) \Rightarrow d(OO', AC) = d(OO', (ABCD)) = O'H = 4a$.

$O'H = 4a, CH = 3a \Rightarrow R = O'C = 5a$.

Vậy thể tích của khối trụ là $V = \pi R^2 h = \pi (5a)^2 8a = 200\pi a^3$.

Câu 53: Hỏi nếu tăng chiều cao của khối trụ lên 2 lần, bán kính của nó lên 3 lần thì thể tích của khối trụ mới sẽ tăng bao nhiêu lần so với khối trụ ban đầu?

A. 36.

B. 6.

C. 18.

D. 12.

Lời giải

Giả sử ban đầu khối trụ có chiều cao h_1 và bán kính r_1 . Khi đó, khối trụ có thể tích là $V_1 = \pi r_1^2 h_1$.

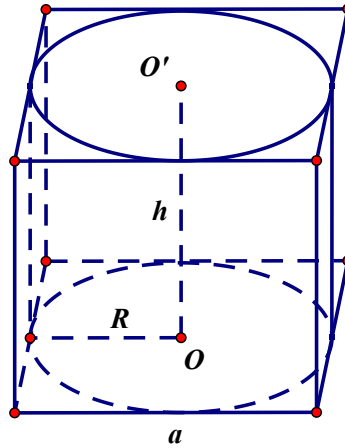
Sau khi tăng chiều cao của khối trụ lên 2 lần, bán kính của nó lên 3 lần thì khối trụ có chiều cao $2h_1$ và bán kính $3r_1$. Khi đó, khối trụ mới có thể tích là $V_2 = \pi (3r_1)^2 \cdot 2h_1 = 18\pi r_1^2 h_1$.

Do vậy $\frac{V_2}{V_1} = 18$.

Câu 54: Cắt gỗ thành gỗ hình hộp có đáy là hình vuông thành hình trụ có cùng chiều cao. Tỷ lệ thể tích gỗ cần phải đi ít nhất là

- A. 30%. B. 50%. C. 21%. D. 11%.

Lời giải



Để gỗ bị đi ít nhất thì hình hộp đó phải là hình hộp đứng.

Gọi h là chiều cao của hình hộp chữ nhật và R là bán kính đáy của hình trụ.

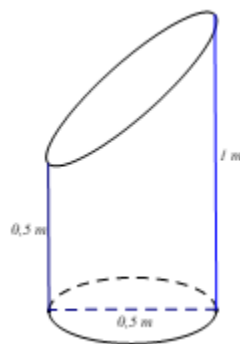
Do hình hộp chữ nhật và hình trụ có cùng chiều cao nên thể tích gỗ đi ít nhất khi và chỉ khi diện tích đáy của hình trụ lớn nhất. Suy ra $R = \frac{a}{2}$.

Gọi V_1 và V_2 lần lượt là thể tích của khối hộp và thể tích của khối trụ có đáy lớn nhất.

Ta có: $V_1 = a^2 \cdot h$ và $V_2 = \pi R^2 \cdot h = \pi \cdot \frac{a^2}{4} \cdot h$.

Suy ra: $\frac{V_2}{V_1} = \frac{\pi \cdot \frac{a^2}{4} \cdot h}{a^2 \cdot h} = \frac{\pi}{4} \approx 78,54\%$. Vậy thể tích gỗ ít nhất cần đi là khoảng 21,46%.

Câu 55: Một khối gỗ hình trụ có đường kính 0,5 m và chiều cao 1 (m). Người ta đã cắt khối gỗ, phần còn lại như hình vẽ bên có thể tích là V . Tính V .



- A. $\frac{3\pi}{16} (\text{m}^3)$. B. $\frac{5\pi}{64} (\text{m}^3)$. C. $\frac{3\pi}{64} (\text{m}^3)$. D. $\frac{\pi}{16} (\text{m}^3)$.

Lời giải

Gọi V_1 , V_2 lần lượt là thể tích khối gỗ ban đầu và thể tích khối gỗ bị cắt.

Thể tích của khối gỗ ban đầu là $V_1 = \pi \left(\frac{0,5}{2} \right)^2 \cdot 1 = \frac{\pi}{16} (\text{m}^3)$.

$$\text{Thể tích phần gỗ đã bị cắt đi là } V_2 = \frac{1}{2} \pi \left(\frac{0,5}{2} \right)^2 \cdot 0,5 = \frac{\pi}{64} (\text{m}^3).$$

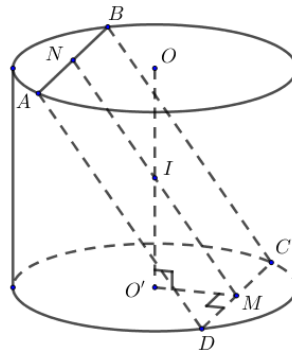
$$\text{Thể tích khối gỗ còn lại và } V = V_1 - V_2 = \frac{\pi}{16} - \frac{\pi}{64} = \frac{3\pi}{64} (\text{m}^3).$$

Câu 56: Cho hình trụ có O, O' là tâm hai đáy. Xét hình chữ nhật $ABCD$ có A, B cùng thuộc (O) và C, D cùng thuộc (O') sao cho $AB = a\sqrt{3}$, $BC = 2a$ đồng thời $(ABCD)$ tạo với mặt phẳng đáy hình trụ góc 60° . Thể tích khối trụ bằng

- A.** $\pi a^3 \sqrt{3}$. **B.** $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{9}$. **C.** $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. **D.** $2\pi a^3 \sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD, AB và I là trung điểm của OO' .

Suy ra góc giữa mặt phẳng $(ABCD)$ và mặt phẳng đáy là $\widehat{IMO'} = 60^\circ$.

$$\text{Ta có } IM = \frac{1}{2} MN = \frac{1}{2} BC = a.$$

$$\text{Xét } \triangle IO'M \text{ vuông tại } O, \text{ ta có } IO' = IM \cdot \sin \widehat{IMO'} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow h = OO' = 2IO' = a\sqrt{3};$$

$$O'M = IM \cdot \cos \widehat{IMO'} = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Xét } \triangle O'MD \text{ vuông tại } M, \text{ có } O'M = \frac{a}{2}, MD = \frac{1}{2} CD = \frac{1}{2} AB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow r = O'D = \sqrt{O'M^2 + MD^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} \Rightarrow r = a.$$

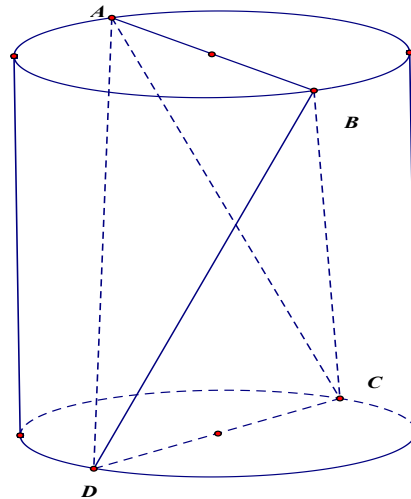
$$\text{Vậy } V = \pi r^2 h = \pi a^3 \sqrt{3}.$$

Câu 57: Cho khối trụ có hai đáy là (O) và (O') . AB, CD lần lượt là hai đường kính của (O) và (O') , góc giữa AB và CD bằng 30° , $AB = 6$. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng 30. Thể tích khối trụ đã cho bằng

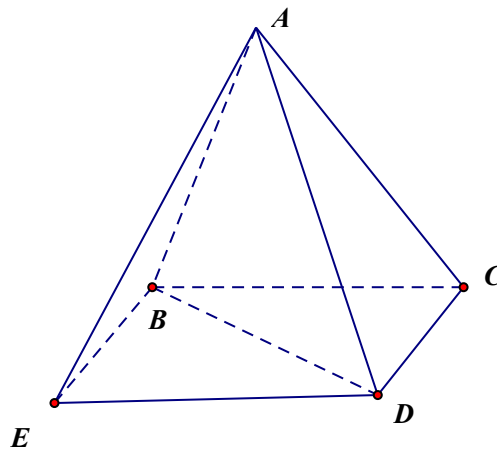
- A.** 180π . **B.** 90π . **C.** 30π . **D.** 45π .

Lời giải

Chọn B



Ta chứng minh: $V_{ABCD} = \frac{1}{6} AB \cdot CD \cdot d(AB, CD) \cdot \sin(AB, CD)$.



Lấy điểm E sao cho tứ giác $BCDE$ là hình bình hành.

Khi đó $(AB, CD) = (AB, BE) \Rightarrow \sin(AB, CD) = \sin(AB, BE)$.

$d(D, (ABE)) = d(AB, CD)$.

$$V_{ABCD} = V_{ABDE} = \frac{1}{3} \cdot d(D, (ABE)) \cdot S_{ABE} = \frac{1}{6} AB \cdot CD \cdot d(AB, CD) \cdot \sin(AB, CD)$$

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6} AB \cdot CD \cdot d(AB, CD) \cdot \sin(AB, CD) \Rightarrow d(AB, CD) = \frac{6V_{ABCD}}{AB \cdot CD \cdot \sin 30^\circ} = \frac{180}{6 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2}} = 10.$$

Chiều cao của lăng trụ bằng $h = d(AB, CD) = 10$.

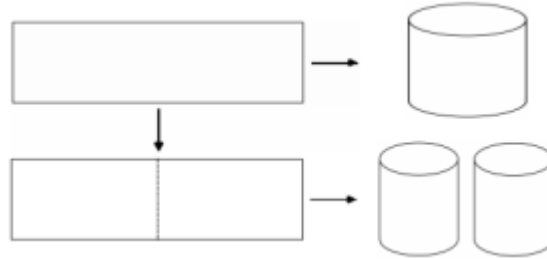
Thể tích lăng trụ: $V = S \cdot h = \pi \cdot 3^2 \cdot 10 = 90\pi$.

Câu 58: Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước 50cm x 240cm, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng 50cm, theo hai cách sau:

- Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.

- Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và V_2 là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách 2. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.



A. $\frac{V_1}{V_2} = 1$.

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = 2$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = 4$.

Lời giải

Chọn C

Ở cách 1, thùng hình trụ có chiều cao $h = 50\text{ cm}$, chu vi đáy $C_1 = 240\text{ cm}$ nên bán kính đáy $R_1 = \frac{C_1}{2\pi} = \frac{120}{\pi}\text{ cm}$. Do đó thể tích của thùng là $V_1 = \pi R_1^2 h$.

Ở cách 2, hai thùng đều có chiều cao $h = 50\text{ cm}$, chu vi đáy $C_2 = 120\text{ cm}$ nên bán kính đáy $R_2 = \frac{C_2}{2\pi} = \frac{60}{\pi}\text{ cm}$. Do đó tổng thể tích của hai thùng là $V_2 = 2\pi R_2^2 h$.

$$\text{Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi R_1^2 h}{2\pi R_2^2 h} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\frac{120}{\pi}}{\frac{60}{\pi}} \right)^2 = 2.$$

Câu 59: Cho hình trụ có hai đáy là hình tròn tâm O và O' , chiều cao $h = a\sqrt{3}$. Mặt phẳng đi qua tâm O và tạo với OO' một góc 30° , cắt hai đường tròn tâm O và O' tại bốn điểm là bốn đỉnh của một hình thang có đáy lớn gấp đôi đáy nhỏ và diện tích bằng $3a^2$. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.

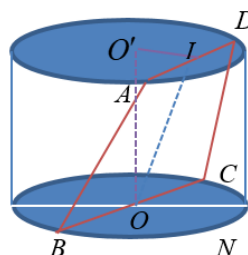
B. $\sqrt{3}\pi a^3$.

C. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{12}$.

D. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Giả sử $ABCD$ là hình thang mà đề bài đề cập (BC đáy lớn, AD đáy nhỏ) và r là bán kính đáy của hình trụ.

$$\text{Theo đề: } \begin{cases} BC = 2r \\ BC = 2AD \end{cases} \Rightarrow AD = r$$

$$\text{Kẻ } O'I \perp AD \Rightarrow AD \perp (OO'I) \Rightarrow (ABCD) \perp (OO'I)$$

Suy ra góc giữa OO' và $(ABCD)$ là góc $\widehat{O'OI}$. Theo đề $\widehat{O'OI} = 30^\circ$

$$\cos \widehat{O'OI} = \frac{OO'}{OI} \Leftrightarrow OI = \frac{OO'}{\cos 30^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2a$$

$$\text{Ta có: } S_{ABCD} = \frac{(AD + BC) \cdot IO}{2} \Leftrightarrow 3a^2 = \frac{(r + 2r) \cdot 2a}{2} \Leftrightarrow r = a$$

$$\text{Thể tích của khối trụ là } V = \pi r^2 h = \pi a^2 \cdot a\sqrt{3} = \pi a^3 \sqrt{3}$$

Câu 60: Cho hình trụ và hình vuông $ABCD$ có cạnh a . Hai đỉnh liên tiếp A, B nằm trên đường tròn đáy thứ nhất và hai đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy thứ hai, mặt phẳng $(ABCD)$ tạo với đáy một góc 45° . Khi đó thể tích khối trụ là

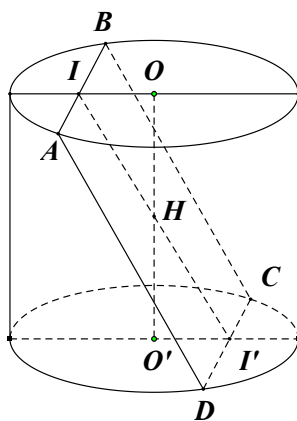
A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{8}$.

B. $\frac{3\pi a^3 \sqrt{2}}{8}$.

C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{16}$.

D. $\frac{3\pi a^3 \sqrt{2}}{16}$.

Lời giải



Gọi I, I' lần lượt là trung điểm của AB, CD ; O, O' lần lượt là tâm đường tròn đáy của hình trụ; H là trung điểm của OO' .

Khi đó H là trung điểm của OO' và góc giữa $(ABCD)$ tạo với đáy là $\widehat{HI'O} = 45^\circ$.

$$\text{Do } I'H = \frac{a}{2} \Rightarrow O'H = O'I' = \frac{a\sqrt{2}}{4}. \text{ Khi đó } h = OO' = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Ta có: } r = O'C = \sqrt{O'I'^2 + I'C^2} = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

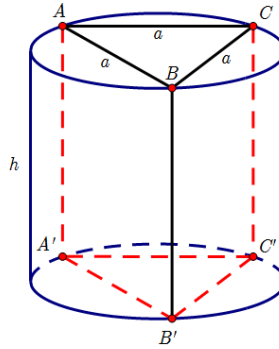
$$\text{Thể tích khối trụ là } V = \pi r^2 h = \frac{3\pi a^3 \sqrt{2}}{16}.$$

Câu 61: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng h . Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho.

- A. $V = 3\pi a^2 h$. B. $V = \pi a^2 h$. C. $V = \frac{\pi a^2 h}{9}$. D. $V = \frac{\pi a^2 h}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Khối trụ ngoại tiếp lăng trụ tam giác đều có hình tròn đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác đáy của lăng trụ, và chiều cao bằng chiều cao lăng trụ.

Tam giác đều cạnh a có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng $\frac{\sqrt{3}a}{3}$.

Vậy thể tích của khối trụ cần tìm là $V = h.S = h.\pi.\left(\frac{\sqrt{3}a}{3}\right)^2 = \frac{\pi a^2 h}{3}$.

Câu 62: Một hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích xung quanh bằng $36\pi a^2$. Tính thể tích V của lăng trụ lục giác đều nội tiếp hình trụ.

- A. $27\sqrt{3}a^3$. B. $24\sqrt{3}a^3$. C. $36\sqrt{3}a^3$. D. $81\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Ta có $S_{xq} = 36\pi a^2 = 2\pi Rh$.

Do thiết diện qua trục là hình vuông nên ta có $2R = h$.

Khi đó $h^2 = 36a^2$ hay $h = 6a$; $R = 3a$.

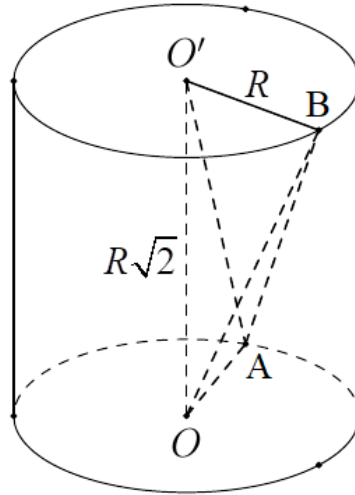
Diện tích của mặt đáy hình lăng trụ lục giác đều nội tiếp hình trụ là $B = 6 \cdot \frac{R^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{27a^2 \sqrt{3}}{2}$.

Thể tích V của lăng trụ lục giác đều nội tiếp hình trụ là $V = B.h = 81a^3 \sqrt{3}$.

Câu 63: Cho khối trụ có đáy là các đường tròn tâm (O) , (O') có bán kính là R và chiều cao $h = R\sqrt{2}$. Gọi A , B lần lượt là các điểm thuộc (O) và (O') sao cho OA vuông góc với $O'B$. Tỉ số thể tích của khối tứ diện $OO'AB$ với thể tích khối trụ là:

- A. $\frac{2}{3\pi}$. B. $\frac{1}{3\pi}$. C. $\frac{1}{6\pi}$. D. $\frac{1}{4\pi}$.

Lời giải



Thể tích khối trụ $V_1 = \pi R^2 \cdot h = \pi R^2 \cdot R\sqrt{2} = \pi R^3 \sqrt{2}$

Khối tứ diện $BO'OA$ có BO' là đường cao và đáy là tam giác vuông $O'OA$, do đó thể tích khối tứ diện là $V_2 = \frac{1}{3} S_{O'OA} \cdot O'B = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} OA \cdot OO' \cdot O'B = \frac{1}{6} R \cdot R\sqrt{2} \cdot R = \frac{\sqrt{2}}{6} R^3$

Vậy $\frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{6} R^3}{\pi R^3 \sqrt{2}} = \frac{1}{6\pi}$.

Câu 64: Một hình trụ có bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a . Một hình vuông $ABCD$ có đáy AB, CD là hai dây cung của hai đường tròn đáy và $(ABCD)$ không vuông góc với đáy. Diện tích hình vuông đó bằng

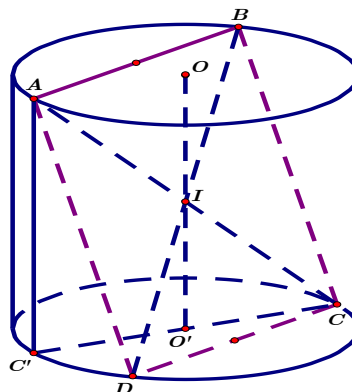
A. $\frac{5a^2}{4}$.

B. $5a^2$.

C. $\frac{5a^2\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{5a^2}{2}$.

Lời giải



+ Gọi O, O' là tâm của 2 đường tròn đáy, I là trung điểm của OO' .

Do tính đối xứng nên I là trung điểm của AC, BD .

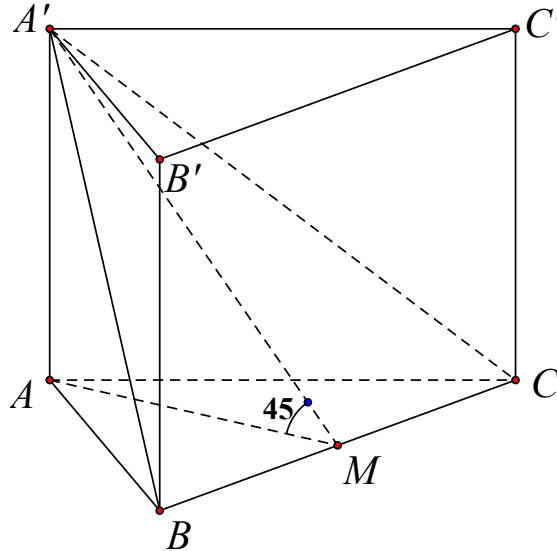
Kẻ đường kính $CC' \Rightarrow AC' = a; CC' = 2a \Rightarrow AC = \sqrt{C'A^2 + C'C^2} = a\sqrt{5}$.

+ Do đó $S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC^2 = \frac{5a^2}{2}$.

Câu 65: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$, biết góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 45° , diện tích tam giác $A'BC$ bằng $a^2\sqrt{6}$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $\frac{4\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. B. $2\pi a^2$. C. $4\pi a^2$. D. $\frac{8\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm BC , khi đó $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp A'M$, do đó góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) là $\widehat{A'MA} = 45^\circ$.

Tam giác $A'AM$ vuông cân tại A nên $A'M = AM\sqrt{2} = \frac{BC\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{2} = \frac{BC\sqrt{6}}{2}$.

Diện tích $S_{A'BC} = \frac{1}{2} A'M \cdot BC = \frac{1}{2} \frac{BC\sqrt{6}}{2} \cdot BC = \frac{BC^2\sqrt{6}}{4}$.

Theo đề $\frac{BC^2\sqrt{6}}{4} = a^2\sqrt{6} \Rightarrow BC = 2a$.

Hình trụ có đáy là đường tròn ngoại tiếp ABC có bán kính $r = \frac{BC\sqrt{3}}{3} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$, đường cao

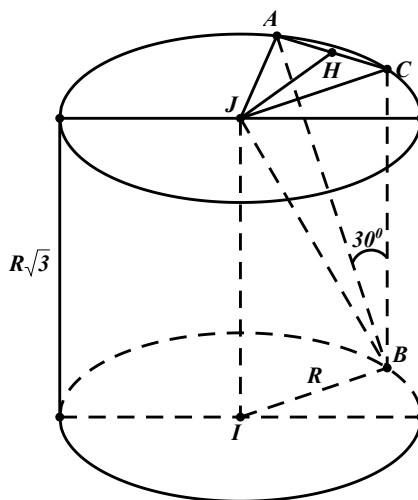
$h = AA' = AM = \frac{BC\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Diện tích xung quanh $S = 2\pi rh = 2\pi \frac{2a\sqrt{3}}{3} \cdot a\sqrt{3} = 4\pi a^2$.

Câu 66: Cho hình trụ có bán kính R và chiều cao $\sqrt{3}R$. Hai điểm A, B lần lượt nằm trên hai đường tròn đáy sao cho góc giữa AB và trục d của hình trụ bằng 30° . Tính khoảng cách giữa AB và trục của hình trụ:

A. $d(AB, d) = \frac{R\sqrt{3}}{2}$. **B.** $d(AB, d) = R$. **C.** $d(AB, d) = R\sqrt{3}$. **D.** $d(AB, d) = \frac{R}{2}$.

Lời giải



Gọi I, J là tâm của hai đáy.

Từ B kẻ đường thẳng song song với trục d của hình trụ, cắt đường tròn đáy kia tại C . Khi đó, $(AB, d) = (AB, BC) = \widehat{ABC}$. Suy ra $\widehat{ABC} = 30^\circ$.

Xét tam giác ABC vuông tại C , ta có:

$$\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{CB} \Rightarrow AC = CB. \tan \widehat{ABC} = R\sqrt{3}. \tan 30^\circ = R\sqrt{3}. \frac{1}{\sqrt{3}} = R.$$

Lại có $d \parallel (ABC)$ và $(ABC) \supset AB$ nên $d(d, AB) = d(d, (ABC)) = d(J, (ABC))$.

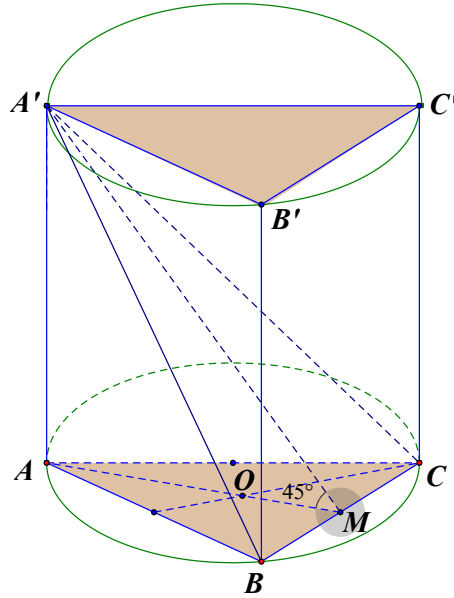
Kẻ $JH \perp AC$, $H \in AC$. Vì $BC \perp JH$ nên $JH \perp (ABC)$. Suy ra $d(J, (ABC)) = JH$.

Xét tam giác JAC ta thấy $JA = JC = AC = R$ nên JAC là tam giác đều cạnh R . Khi đó chiều cao là $JH = \frac{R\sqrt{3}}{2}$. Vậy $d(d, AB) = \frac{R\sqrt{3}}{2}$.

Câu 67: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$, biết góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 45° , diện tích tam giác $A'BC$ bằng $a^2\sqrt{6}$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{4\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $2\pi a^2$. **C.** $4\pi a^2$. **D.** $\frac{8\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm BC . Khi đó ta có $BC \perp AM$, $BC \perp A'M$

Suy ra: $((A'BC), (ABC)) = \widehat{A'MA} = 45^\circ \Rightarrow A'A = AM$. Gọi O là trọng tâm tam giác ABC .

Đặt $BC = x$, $x > 0$. Ta có $AM = A'A = \frac{x\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A'M = \frac{x\sqrt{6}}{2}$.

Nên $S_{\Delta A'BC} = \frac{1}{2} \cdot A'M \cdot BC = \frac{x^2\sqrt{6}}{4} = a^2\sqrt{6} \Rightarrow x = 2a$.

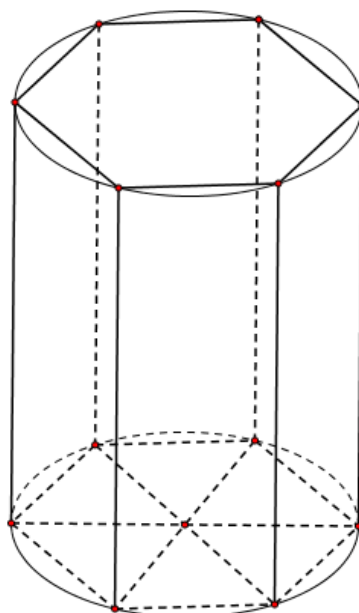
Khi đó: $AO = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$ và $A'A = a\sqrt{3}$.

Suy ra diện tích xung quanh khối trụ là: $S_{xq} = 2\pi \cdot OA \cdot A'A = 2\pi \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{3} \cdot a\sqrt{3} = 4\pi a^2$.

Câu 68: Một hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích xung quanh bằng $36\pi a^2$. Tính thể tích V của lăng trụ lục giác đều nội tiếp hình trụ.

- A.** $V = 27\sqrt{3}a^3$. **B.** $V = 81\sqrt{3}a^3$. **C.** $V = 24\sqrt{3}a^3$. **D.** $V = 36\sqrt{3}a^3$.

Lời giải



Diện tích xung quanh hình trụ $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi r.2r = 36\pi a^2 \Rightarrow r = 3a$

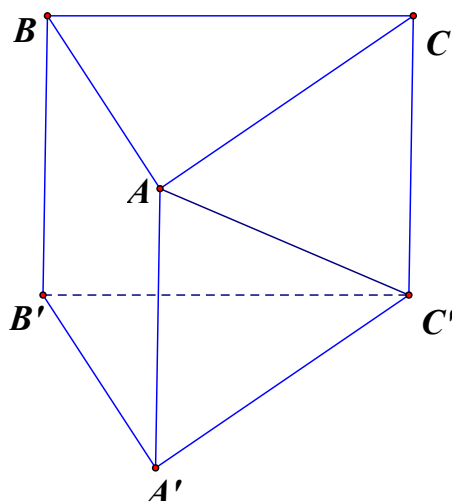
Lăng trụ lục giác đều có đường cao $h = l = 6a$

Lục giác đều nội tiếp đường tròn có cạnh bằng bán kính của đường tròn

Suy ra diện tích lục giác đều $S = 6 \cdot \frac{(3a)^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{27a^2 \sqrt{3}}{2}$.

Vậy thể tích $V = S.h = 81\sqrt{3}a^3$.

Câu 69: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $2a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , góc giữa AC' và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng 30° . Thể tích của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng



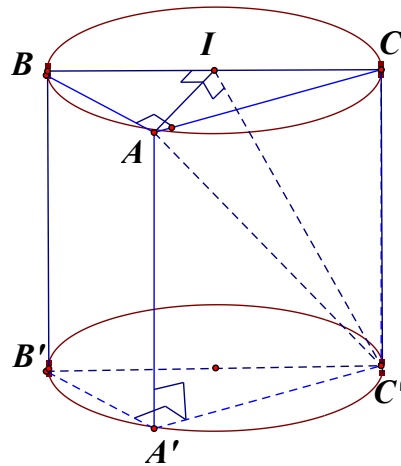
A. πa^3 .

B. $2\pi a^3$.

C. $4\pi a^3$.

D. $3\pi a^3$.

Lời giải



Gọi bán kính của hình trụ là R .

Ta có: $CC' \perp (ABC) \Rightarrow CC' \perp AI$.

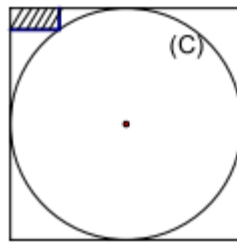
Lại có tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A nên $AI \perp BC$ do đó $AI \perp (BCC'B')$ hay góc giữa AC' và mặt phẳng $(BCC'B')$ là $\widehat{IC'A}$.

Xét tam giác AIC' ta có: $IC' = \frac{AI}{\tan \widehat{IC'A}} = R\sqrt{3}$.

Xét tam giác CIC' ta có: $IC'^2 = IC^2 + CC'^2 \Leftrightarrow 3R^2 = R^2 + 4a^2 \Rightarrow R = a\sqrt{2}$.

Thể tích khối trụ ngoại tiếp lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là: $V = \pi R^2 \cdot h = 4\pi a^3$.

Câu 70: Cho hình trụ (T) có (C) và (C') là hai đường tròn đáy nội tiếp hai mặt đối diện của một hình lập phương. Biết rằng, trong tam giác cong tạo bởi đường tròn (C) và hình vuông ngoại tiếp của (C) có một hình chữ nhật kích thước $a \times 2a$. Tính thể tích V của khối trụ (T) theo a .



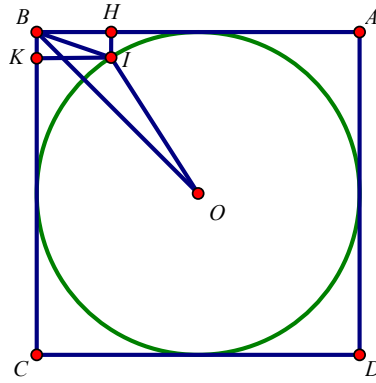
A. $\frac{100\pi a^3}{3}$.

B. $250\pi a^3$.

C. $\frac{250\pi a^3}{3}$.

D. $100\pi a^3$.

Lời giải



Ta có $BK = 2a$, $KI = a$ nên $BI = a\sqrt{5} \Rightarrow \cos \widehat{KBI} = \frac{1}{\sqrt{5}}$ và $\sin \widehat{KBI} = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

Khi đó $\cos \widehat{OBI} = \cos(\widehat{KBI} - \widehat{KBO}) = \cos \widehat{KBI} \cdot \cos 45^\circ + \sin \widehat{KBI} \cdot \sin 45^\circ$

$$= \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}.$$

Kí hiệu $AB = 2x$ thì $OI = x$, $OB = x\sqrt{2}$.

Ta có $OI^2 = BO^2 + BI^2 - 2 \cdot BO \cdot BI \cdot \cos \widehat{OBI} = 2x^2 + 5a^2 - 2 \cdot x\sqrt{2} \cdot a\sqrt{5} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{5}} = 2x^2 + 5a^2 - 6xa$

$$\Leftrightarrow x^2 = 2x^2 + 5a^2 - 6xa \Leftrightarrow x^2 - 6xa + 5a^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \\ x = 5a \end{cases}.$$

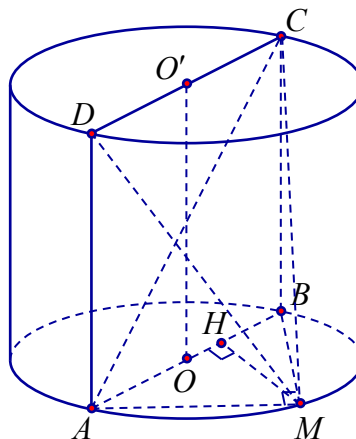
Vì $x > a$ nên $x = 5a$ hay $r = OI = 5a$.

Vậy thể tích khối trụ (T) là $V = \pi(5a)^2 \cdot 10a = 250\pi a^3$.

Câu 71: Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng $2\sqrt{3}$ (cm) với AB là đường kính của đường tròn đáy tâm O . Gọi M là điểm thuộc cung $\widehat{AB}$ của đường tròn đáy sao cho $\widehat{ABM} = 60^\circ$. Thể tích của khối tứ diện $ACDM$ là:

A. $V = 3(\text{cm}^3)$. **B.** $V = 4(\text{cm}^3)$. **C.** $V = 6(\text{cm}^3)$. **D.** $V = 7(\text{cm}^3)$.

Lời giải



Ta có: $\triangle MAB$ vuông tại M có $\widehat{B} = 60^\circ$ nên $MB = \sqrt{3}$; $MA = 3$.

Gọi H là hình chiếu của M lên AB , suy ra $MH \perp (ACD)$ và $MH = \frac{MB \cdot MA}{AB} = \frac{3}{2}$.

$$\text{Vậy } V_{M.ACD} = \frac{1}{3} MH \cdot S_{ACD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} \cdot 6 = 3 (\text{cm}^3).$$

Câu 72: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a , chiều cao là h . Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp hình lăng trụ.

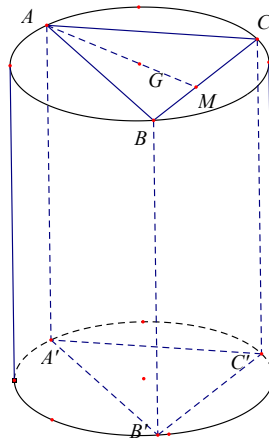
A. $V = \frac{\pi a^2 h}{9}$.

B. $V = \frac{\pi a^2 h}{3}$.

C. $V = 3\pi a^2 h$.

D. $V = \pi a^2 h$.

Lời giải



Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Do ABC là tam giác đều nên G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Ta có $AG = \frac{2}{3} AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy thể tích của khối trụ ngoại tiếp hình lăng trụ là $V = \pi R^2 h = \frac{\pi a^2 h}{3}$.

Câu 73: Cho hình trụ có hai đáy là các hình tròn (O) , (O') bán kính bằng a , chiều cao hình trụ gấp hai lần bán kính đáy. Các điểm A , B tương ứng nằm trên hai đường tròn (O) , (O') sao cho $AB = a\sqrt{6}$. Tính thể tích khối tứ diện $ABOO'$ theo a .

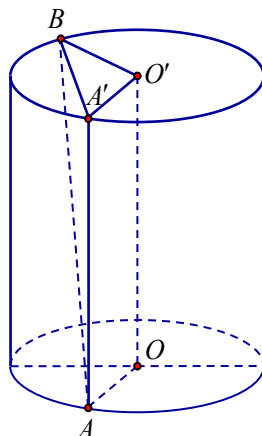
A. $\frac{a^3}{3}$.

B. $\frac{a^3 \sqrt{5}}{3}$.

C. $\frac{2a^3}{3}$.

D. $\frac{2a^3 \sqrt{5}}{3}$.

Lời giải



Ta có $OO' = 2a$, $A'B = \sqrt{AB^2 - AA'^2} = \sqrt{6a^2 - 4a^2} = a\sqrt{2}$.

Do đó $A'B^2 = O'B^2 + O'A'^2 = 2a^2$ nên tam giác $O'A'B$ vuông cân tại O' hay $O'A' \perp O'B$
 $\Rightarrow OA \perp O'B$.

$$\text{Khi đó } V_{OO'AB} = \frac{1}{6} OA.O'B.d(OA, O'B). \sin(OA, O'B) = \frac{1}{6} a.a.2a. \sin 90^\circ = \frac{a^3}{3}.$$

MỨC ĐỘ VẬN DỤNG – VẬN DỤNG CAO

Câu 74: Người ta làm tạ tập cơ tay như hình vẽ với hai đầu là hai khối trụ bằng nhau và tay cầm cũng là khối trụ. Biết hai đầu là hai khối trụ đường kính đáy bằng 12, chiều cao bằng 6, chiều dài tạ bằng 30 và bán kính tay cầm là 2. Hãy tính thể tích vật liệu làm nên tạ tay đó.



- A.** 108π . **B.** 6480π . **C.** 502π . **D.** 504π .

Lời giải

Gọi h_1 , R_1 , V_1 lần lượt là chiều cao, bán kính đáy, thể tích khối trụ nhỏ mỗi đầu.

$$V_1 = h_1 \cdot \pi \cdot R_1^2 = 6 \cdot \pi \cdot 6^2 = 216\pi.$$

Gọi h , R , V lần lượt là chiều cao, bán kính đáy, thể tích của tay cầm.

$$V_2 = h_2 \cdot \pi \cdot R_2^2 = (30 - 2.6) \cdot \pi \cdot 2^2 = 72\pi.$$

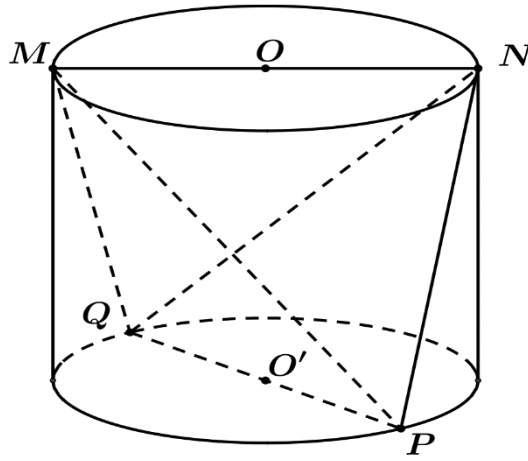
Thể tích vật liệu làm nên ta tay bằng $V = 2V_1 + V_2 = 504\pi$.

Câu 75: Một người thợ có một khối đá hình trụ. Kẻ hai đường kính MN , PQ của hai đáy sao cho $MN \perp PQ$. Người thợ đó cắt khối đá theo các mặt đi qua 3 trong 4 điểm M, N, P, Q để khối đá có hình tứ diện $MNPQ$. Biết $MN = 60$ cm và thể tích khối tứ diện $MNPQ = 30 \text{ dm}^3$. Hãy tính thể tích lượng đá cắt bỏ.

- A.** 101,3dm³ **B.** 111,4dm³ **C.** 121,3dm³ **D.** 141,3dm³

Lời giải

Chọn B



Gọi O và O' lần lượt là trung điểm MN và PQ .

Khi đó OO' là trục của hình trụ và $OO' \perp MN \Rightarrow MN \perp (OPQ)$.

$$V_{MNPQ} = \frac{1}{3} MN \cdot S_{OPQ} = \frac{OO' \cdot 6^2}{6} = 6OO' \text{ (dm}^3\text{)}. \text{ Theo bài ra ta có } V_{MNPQ} = 30 \text{ dm}^3 \Rightarrow OO' = 5 \text{ dm}.$$

Thể tích khối trụ là $V_{\text{trụ}} = \pi \cdot 3^2 \cdot 5 \approx 141,4 \text{ dm}^3$. Vậy thể tích lượng đá cắt bỏ

$$V = V_{\text{trụ}} - V_{MNPQ} \approx 111,4 \text{ dm}^3.$$

Câu 76: Công ty X định làm một téc nước hình trụ bằng inox có dung tích 1 m^3 . Để tiết kiệm chi phí công ty X chọn loại téc nước có diện tích toàn phần nhỏ nhất. Hỏi diện tích toàn phần của téc nước nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

A. 5,59 m^2

B. 5,54 m^2

C. 5,57 m^2

D. 5,52 m^2

Lời giải

$$\text{Ta có: } V = \pi R^2 h = 1 \Rightarrow \begin{cases} \pi R h = \frac{1}{R} \\ \pi R^2 = \frac{1}{h} \end{cases}$$

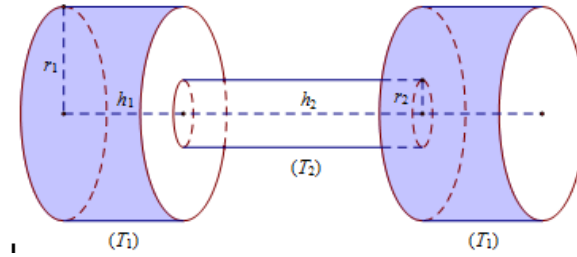
$$\text{Diện tích toàn phần của téc nước: } S_{\text{tp}} = 2\pi R h + 2\pi R^2 = \frac{2}{R} + 2\pi R^2$$

$$\text{Xét } S' = 4\pi R - \frac{2}{R^2} = 0 \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}.$$

$$\text{Lập bảng biến thiên ta có } S_{\text{tp}} \text{ đạt giá trị nhỏ nhất tại } R = \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$$

$$\Rightarrow S_{(\text{tp})\min} = 2\sqrt[3]{2\pi} + \frac{2\pi}{\sqrt[3]{4\pi^2}} \approx 5,54$$

Câu 77: Một chiếc tạ tay có hình dạng gồm 3 khối trụ, trong đó hai khối trụ ở hai đầu bằng nhau và khối trụ làm tay cầm ở giữa. Gọi khối trụ làm đầu tạ là (T_1) và khối trụ làm tay cầm là (T_2) lần lượt có bán kính và chiều cao tương ứng là r_1, h_1, r_2, h_2 thỏa mãn $r_1 = 4r_2, h_1 = \frac{1}{2}h_2$.



Biết rằng thể tích của khối trụ tay cầm (T_2) bằng $30 \text{ (cm}^3\text{)}$ và chiếc tạ làm bằng inox có khối lượng riêng là $D = 7,7 \text{ g/cm}^3$. Khối lượng của chiếc tạ tay bằng

- A.** $3,927 \text{ (kg)}$. **B.** $2,927 \text{ (kg)}$. **C.** $3,279 \text{ (kg)}$. **D.** $2,279 \text{ (kg)}$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của hai khối trụ làm đầu tạ (T_1) :

$$V_1 = 2\pi r_1^2 h_1 = 2\pi (4r_2)^2 \frac{1}{2} h_2 = 16\pi r_2^2 h_2 = 16 \cdot 30 = 480 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Tổng thể tích của chiếc tạ tay: $V = V_1 + V_2 = 480 + 30 = 510 \text{ (cm}^3\text{)}$.

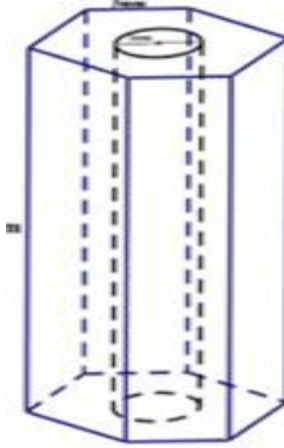
Khối lượng của chiếc tạ: $m = D \cdot V = 7,7 \cdot 510 = 3927 \text{ (g)} = 3,927 \text{ (kg)}$.

Câu 78: Một công ty sản xuất bút chì có dạng hình lăng trụ lục giác đều có chiều cao 18cm và đáy là hình lục giác nội tiếp đường tròn đường kính 1cm. Bút chì được cấu tạo từ hai thành phần chính là than chì và bột gỗ ép, than chì là một khối trụ ở trung tâm có đường kính $\frac{1}{4}$ cm, giá thành 540 đồng/cm³. Bột gỗ ép xung quanh có giá thành 100 đồng/cm³. Tính giá của một cái bút chì được công ty bán ra biết giá nguyên vật liệu chiếm 15,58% giá thành sản phẩm.

- A.** 10000 đồng. **B.** 8000 đồng. **C.** 5000 đồng. **D.** 3000 đồng.

Lời giải

Chọn A



Gọi R và r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp lục giác đều và bán kính của lõi than chì.

Ta có $R = \frac{1}{2}$ cm và $r = \frac{1}{8}$ cm.

Suy ra diện tích của lục giác đều là $S = 6.R^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = 6 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{8}$.

Gọi V là thể tích của khối lăng trụ lục giác đều. V_1 , V_2 lần lượt là thể tích của khối than chì và bột gỗ dùng để làm ra một cây bút chì.

Ta có $V = S.h = \frac{3\sqrt{3}}{8} \cdot 18 = \frac{27\sqrt{3}}{4} (\text{cm}^3)$; $V_1 = \pi r^2 h = \pi \cdot \frac{1}{8^2} \cdot 18 = \frac{9\pi}{32} (\text{cm}^3)$.

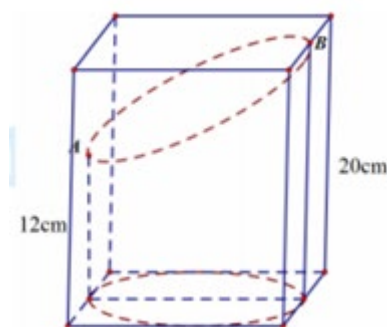
$\Rightarrow V_2 = V - V_1 = \frac{27\sqrt{3}}{4} - \frac{9\pi}{32} (\text{cm}^3)$.

Do đó, giá nguyên vật liệu dùng để làm một cây bút chì là $540V_1 + 100V_2$.

Vậy giá bán ra của cây bút chì là

$$(540V_1 + 100V_2) \cdot \frac{100}{15,58} = \left[540 \cdot \frac{9\pi}{32} + 100 \left(\frac{27\sqrt{3}}{4} - \frac{9\pi}{32} \right) \right] \cdot \frac{100}{15,58} \approx 10000.$$

Câu 79: Một khúc gỗ hình trụ có bán kính R bị cắt bởi một mặt phẳng không song song với đáy ta được thiết diện là một hình elip. Khoảng cách từ điểm A đến mặt đáy là 12 cm, khoảng cách từ điểm B đến mặt đáy là 20 cm. Đặt khúc gỗ đó vào trong hình hộp chữ nhật có chiều cao bằng 20 cm chứa đầy nước sao cho đường tròn đáy của khúc gỗ tiếp xúc với các cạnh đáy của hình hộp chữ nhật. Sau đó, người ta đo lượng nước còn lại trong hình hộp chữ nhật là 2 lít. Tính bán kính của khúc gỗ.



A. $R = 5,2$ cm.

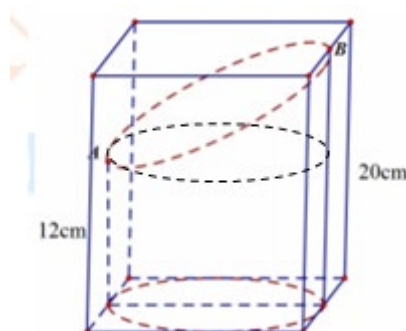
B. $R = 4,8$ cm.

C. $R = 6,4$ cm.

D. $R = 8,2$ cm.

Lời giải

Chọn D



Gọi bán kính đáy hình trụ là R .

Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích hình hộp chữ nhật và khối gỗ.

$$\text{Ta có } V_1 = B.h = 4R^2.20 = 80R^2$$

Chia khối gỗ làm hai phần bằng một mặt phẳng qua A và song song đáy.

$$\text{Ta có } V_2 = \pi R^2.h_1 + \frac{1}{2}\pi R^2.(h - h_1) = 16\pi R^2.$$

h_1 là khoảng cách từ điểm A đến mặt đáy, h khoảng cách từ điểm B đến mặt đáy.

Thể tích nước còn lại là

$$V = V_1 - V_2 = 16R^2(5 - \pi) = 2000 \Rightarrow R \approx 8,2.$$

Câu 80: Một hộp đựng bóng tennis có dạng hình trụ. Biết rằng hộp chứa vừa khít ba quả bóng tennis được xếp theo chiều dọc, các quả bóng tennis có kích thước như nhau. Thể tích phần không gian còn trống chiếm tỉ lệ $a\%$ so với hộp đựng bóng tennis. Số a gần đúng với số nào sau đây?

A. 50.

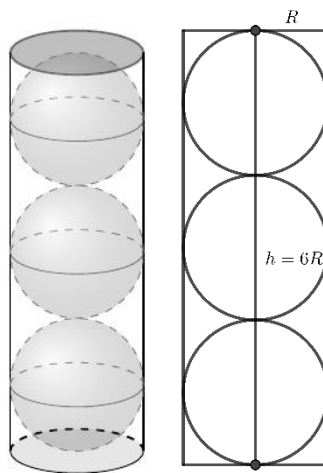
B. 66.

C. 30.

D. 33.

Lời giải

Chọn D



Đặt h, R lần lượt là đường cao và bán kính hình tròn đáy của hộp đựng bóng tennis.

Dễ thấy mỗi quả bóng tennis có cùng bán kính R với hình tròn đáy của hộp đựng bóng tennis và $h = 6R$.

Do đó ta có:

Tổng thể tích của ba quả bóng là $V_1 = 3 \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 = 4\pi R^3$;

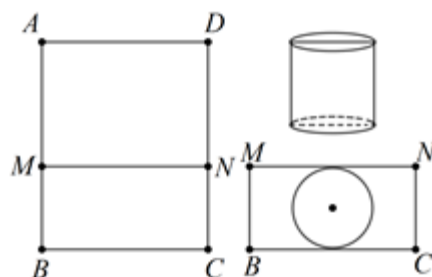
Thể tích của hình trụ là $V_0 = \pi R^2 h = 6\pi R^3$;

Thể tích phần còn trống của hộp đựng bóng là $V_2 = V_0 - V_1 = 2\pi R^3$.

Khi đó tỉ lệ phần không gian còn trống so với hộp đựng bóng là $\frac{V_2}{V_0} = \frac{1}{3} \approx 0,33$.

Suy ra $a \approx 33$.

Câu 81: Sử dụng mảnh inox hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 1 m^2 và cạnh $BC = x$ (m) để làm một thùng đựng nước có đáy, không có nắp theo quy trình như sau: Chia hình chữ nhật $ABCD$ thành hai hình chữ nhật $ADNM$ và $BCNM$, trong đó phần hình chữ nhật $ADNM$ được gò thành phần xung quanh hình trụ có chiều cao bằng AM ; phần hình chữ nhật $BCNM$ được cắt ra một hình tròn để làm đáy của hình trụ trên. Tính gần đúng giá trị x để thùng nước trên có thể tích lớn nhất.



A. 1,37 m .

B. 1,02 m .

C. 0,97 m .

D. 1 m .

Lời giải

Chọn B

Ta có $AB \cdot BC = 1 \Rightarrow AB = \frac{1}{BC} = \frac{1}{x} \text{ (m)}.$

Gọi $R \text{ (m)}$ là bán kính đáy hình trụ inox gò được, ta có chu vi hình tròn đáy bằng $BC = x \text{ (m)}.$

Do đó $2\pi R = x \Leftrightarrow R = \frac{x}{2\pi} \text{ (m)}; BM = 2R = \frac{x}{\pi} \Rightarrow AM = AB - BM = \frac{1}{x} - \frac{x}{\pi} \text{ (m)}.$

Thể tích khối trụ inox gò được là $V = \pi R^2 h = \pi \cdot \left(\frac{x}{2\pi}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{x} - \frac{x}{\pi}\right) = \frac{1}{4\pi^2} x(\pi - x^2).$

Xét hàm số $f(x) = x(\pi - x^2) \text{ (} x > 0 \text{)} \Rightarrow f'(x) = \pi - 3x^2.$

$f'(x) = 0 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{\pi}{3}}; f'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in \left(0; \sqrt{\frac{\pi}{3}}\right)$ và $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in \left(\sqrt{\frac{\pi}{3}}; +\infty\right).$

Vậy $f(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \sqrt{\frac{\pi}{3}}\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(\sqrt{\frac{\pi}{3}}; +\infty\right).$

Suy ra $\max_{(0; +\infty)} f(x) = f\left(\sqrt{\frac{\pi}{3}}\right) = \frac{2\pi\sqrt{3\pi}}{9}.$

Từ đó ta có thể tích V lớn nhất khi và chỉ khi $f(x)$ lớn nhất $\Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{\pi}{3}} \approx 1,02 \text{ (m)}.$

Câu 82: Một đại lý xăng dầu cần làm một cái bồn dầu hình trụ bằng tôn có thể tích 16π . Tìm bán kính đáy r của hình trụ sao cho hình trụ được làm ra ít tốn nguyên vật liệu nhất.

A. 0,8 m.

B. 1,2 m.

C. 2 m.

D. 2,4 m.

Lời giải

Chọn C

Để ít tốn nguyên vật liệu nhất thì diện tích toàn phần S_{tp} phải nhỏ nhất.

Gọi $h \text{ (} h > 0 \text{)}$ là chiều cao của bồn dầu. Ta có: $S_{\text{tp}} = 2\pi r^2 + 2\pi rh.$

Mặt khác, theo giả thiết: $V = 16\pi \Leftrightarrow \pi r^2 h = 16\pi \Leftrightarrow h = \frac{16}{r^2}.$

$\Rightarrow S_{\text{tp}} = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot \frac{16}{r^2} = 2\pi \left(r^2 + \frac{16}{r}\right) = 2\pi \left(r^2 + \frac{8}{r} + \frac{8}{r}\right).$

Áp dụng BĐT Cauchy cho 3 số dương: $r^2, \frac{8}{r}, \frac{8}{r}$, ta được: $r^2 + \frac{8}{r} + \frac{8}{r} \geq 3\sqrt{r^2 \cdot \frac{8}{r} \cdot \frac{8}{r}} = 12.$

$\Rightarrow S_{\text{tp}} \geq 24\pi.$ Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow r^2 = \frac{8}{r} \Leftrightarrow r^3 = 8 \Leftrightarrow r = 2.$

$\Rightarrow \min(S_{\text{tp}}) = 24\pi.$

Vậy để ít tốn nguyên vật liệu nhất thì $r = 2.$

Câu 83: Anh H dự định làm một cái thùng đựng dầu hình trụ bằng sắt có nắp đáy thể tích $12m^3$. Chi phí làm mỗi m^2 đáy là 400 ngàn đồng, mỗi m^2 nắp là 200 ngàn đồng, mỗi m^2 mặt xung quanh là 300 ngàn đồng. Để chi phí làm thùng là ít nhất thì anh H cần chọn chiều cao của thùng gần nhất với số nào sau đây?.

A. 1,24 m.

B. 1,25 m.

C. 2,50 m.

D. 2,48 m.

Lời giải

Chọn D

Gọi bán kính đáy của hình trụ là R . Ta có

$$V = \pi R^2 h \Rightarrow h = \frac{12}{\pi R^2}.$$

Suy ra chi phí làm thùng

$$\begin{aligned} C &= \pi R^2 \cdot 400 + \pi R^2 \cdot 200 + 2\pi R h \cdot 300 \\ &= 600 \left(\pi R^2 + \frac{12}{R} \right) \\ &= 600 \left(\pi R^2 + \frac{6}{R} + \frac{6}{R} \right) \geq 600 \cdot 3 \sqrt[3]{\pi R^2 \cdot \frac{6}{R} \cdot \frac{6}{R}} = 1800 \sqrt[3]{36\pi} \end{aligned}$$

Dẫn đến

$$\min C = 1800 \sqrt[3]{36\pi} \Leftrightarrow \pi R^2 = \frac{6}{R} \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{\frac{6}{\pi}}.$$

Vậy để chi phí nhỏ nhất thì chiều cao của hình trụ là $h = \frac{12}{\sqrt[3]{36\pi}} \approx 2,48m$.

Câu 84: Người ta cần làm một cái bồn chứa dạng hình trụ có thể tích 1000 lít bằng inox để chứa nước, tính bán kính R của hình trụ đó sao cho diện tích toàn phần của bồn chứa có giá trị nhỏ nhất.

A. $R = \sqrt[3]{\frac{2}{\pi}}$. **B.** $R = \sqrt[3]{\frac{1}{\pi}}$. **C.** $R = \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$. **D.** $R = \sqrt[3]{\frac{3}{2\pi}}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có 1000 lít = $1m^3$.

Gọi h là chiều cao của hình trụ ta có $V = \pi R^2 h = 1 \Rightarrow h = \frac{1}{\pi R^2}$.

$$\begin{aligned} \text{Diện tích toàn phần là: } S_p &= 2\pi R^2 + 2\pi R h = 2\pi R^2 + 2\pi R \frac{1}{\pi R^2} = 2\pi R^2 + \frac{2}{R} \\ &= 2 \left(\pi R^2 + \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} \right) \geq 2 \cdot 3 \sqrt[3]{\pi R^2 \cdot \frac{1}{2R} \cdot \frac{1}{2R}} = 6 \sqrt[3]{\frac{\pi}{4}}. \end{aligned}$$

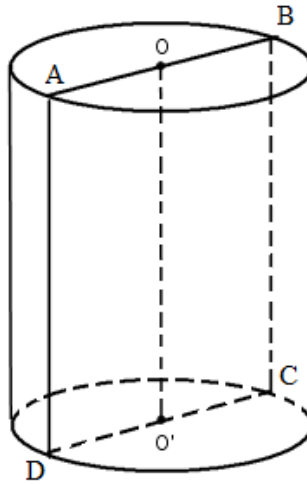
Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\pi R^2 = \frac{1}{2R} \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$.

Câu 85: Thiết diện của hình trụ và mặt phẳng chứa trục của hình trụ là hình chữ nhật có chu vi bằng 12. Giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ là

A. 16π . **B.** 32π . **C.** 8π . **D.** 64π .

Lời giải

Chọn C



Từ hình vẽ ta có $ABCD$ là hình chữ nhật, gọi chiều cao của hình trụ là h và bán kính đáy của hình trụ là r , theo giả thiết ta có $2(h + 2r) = 12 \Leftrightarrow h + 2r = 6$.

Thể tích của khối trụ tương ứng là $V = \pi r^2 h$, theo bất đẳng thức Cô si ta có

$$r + r + h \geq 3\sqrt[3]{r^2 \cdot h} \Leftrightarrow V = \pi r^2 h \leq \pi \cdot \left(\frac{2r + h}{3}\right)^3 = 8\pi$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $r = h = 2$.

Vậy giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ là 8π .

Câu 86: Cần sản xuất một vỏ hộp sữa hình trụ có thể tích V cho trước. Để tiết kiệm vật liệu nhất thì bán kính đáy phải bằng

A. $\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$.

B. $\sqrt[3]{\frac{V}{2}}$.

C. $\sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$.

D. $\sqrt[3]{\frac{V}{3\pi}}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi h, r là chiều cao và bán kính đường tròn đáy của hình trụ.

Ta có $V = \pi r^2 h \Leftrightarrow h = \frac{V}{\pi r^2}$.

Để tiết kiệm vật liệu nhất thì diện tích toàn phần nhỏ nhất.

Ta có $S_{tp} = 2\pi r^2 + 2\pi r h = 2\pi r^2 + 2\pi r \frac{V}{\pi r^2} = 2\pi r^2 + \frac{2V}{r} = 2\pi r^2 + \frac{V}{r} + \frac{V}{r}$.

Áp dụng bất đẳng thức AM – GM cho ba số $2\pi r^2, \frac{V}{r}, \frac{V}{r}$ ta có

$$S_{tp} \geq 3\sqrt[3]{2\pi r^2 \cdot \frac{V}{r} \cdot \frac{V}{r}} = 3\sqrt[3]{\frac{2\pi V^2}{r}}$$
 không đổi

Dấu bằng xảy ra khi $2\pi r^2 = \frac{V}{r} \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$ ta có

Câu 87: Trong các hình trụ có diện tích toàn phần bằng 1000cm^2 thì hình trụ có thể tích lớn nhất là bao nhiêu cm^3

A. 2428.

B. 2532.

C. 2612.

D. 2740.

Lời giải

Chọn A

Ta có $S_p = 2\pi Rh + 2\pi R^2 \Rightarrow Rh + R^2 = \frac{S}{2\pi}$

Vậy thể tích khối trụ $V = \pi R^2 h = \pi R \left(\frac{S}{2\pi} - R^2 \right) = \frac{S}{2} R - \pi R^3 = F(R)$

Ta có: $F'(R) = \frac{S}{2} - 3\pi R^2 = 0 \Leftrightarrow R = \sqrt{\frac{S}{6\pi}}$

Bảng biến thiên

R	0	$R = \sqrt{\frac{S}{6\pi}}$	$+\infty$
$F'(R)$	+	0	-
$F(R)$		$F\left(\sqrt{\frac{S}{6\pi}}\right)$	

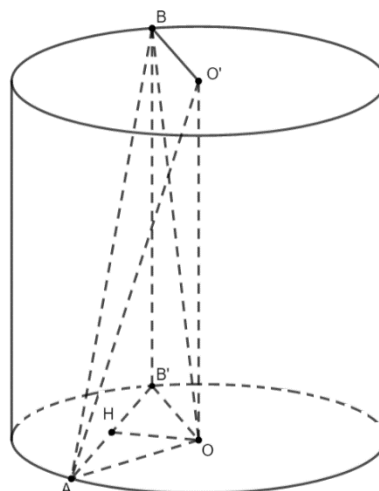
Từ bảng biến thiên ta có $V_{\max} = \frac{S}{2} R - \pi R^3 = \frac{1000}{2} \sqrt{\frac{1000}{6\pi}} - \pi \sqrt{\frac{1000}{6\pi}}^3 \approx 2428$.

Câu 88: Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O' , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $2a$. Trên đường tròn đáy có tâm O lấy điểm A , trên đường tròn tâm O' lấy điểm B . Đặt α là góc giữa AB và đáy. Biết rằng thể tích khối tứ diện $OO'AB$ đạt giá trị lớn nhất. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A.** $\tan \alpha = \sqrt{2}$. **B.** $\tan \alpha = 1$. **C.** $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$. **D.** $\tan \alpha = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi B' là hình chiếu của B trên mặt phẳng chứa đường tròn (O) , khi đó AB' là hình chiếu của AB trên mặt phẳng chứa đường tròn (O) .

$$\text{Suy ra } \left(\widehat{AB, (OAB')} \right) = \left(\widehat{AB, AB'} \right) = \widehat{BAB'} = \alpha, \alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2} \right).$$

$$\text{Xét tam giác vuông } ABB' \text{ vuông tại } B' \text{ có } \tan \widehat{BAB'} = \frac{BB'}{AB'} \Rightarrow AB' = \frac{BB'}{\tan \alpha} = \frac{2a}{\tan \alpha}.$$

Gọi H là trung điểm AB' , khi đó $OH \perp AB'$ và

$$OH = \sqrt{OA^2 - AH^2} = \sqrt{R^2 - \frac{AB'^2}{4}} = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{\tan^2 \alpha}} = a \sqrt{4 - \frac{1}{\tan^2 \alpha}}$$

$$\text{Lại có } S_{\Delta OAB'} = \frac{1}{2} OH \cdot AB' = \frac{1}{2} \cdot OB' \cdot d(A, OB')$$

$$\Rightarrow d(A, OB') = \frac{OH \cdot AB'}{OB'} = \frac{a \sqrt{4 - \frac{1}{\tan^2 \alpha}} \cdot \frac{2a}{\tan \alpha}}{2a} = \frac{a}{\tan \alpha} \sqrt{4 - \frac{1}{\tan^2 \alpha}} = d(A, (OO'BB')).$$

$$\text{Vậy } V_{A.OO'B} = \frac{1}{3} d(A, (OO'BB')) \cdot S_{\Delta OO'B} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{\tan \alpha} \sqrt{4 - \frac{1}{\tan^2 \alpha}} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a = \frac{2a^3}{3} \cdot \frac{1}{\tan \alpha} \sqrt{4 - \frac{1}{\tan^2 \alpha}}$$

$$\text{Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có } \frac{1}{\tan \alpha} \sqrt{4 - \frac{1}{\tan^2 \alpha}} \leq \frac{\frac{1}{\tan^2 \alpha} + 4 - \frac{1}{\tan^2 \alpha}}{2} = 2$$

$$\Rightarrow V_{A.OO'B} \leq \frac{2a^3}{3} \cdot 2 = \frac{4a^3}{3}.$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi } \frac{1}{\tan \alpha} = \sqrt{4 - \frac{1}{\tan^2 \alpha}} \Leftrightarrow \frac{1}{\tan^2 \alpha} = 4 - \frac{1}{\tan^2 \alpha} \Leftrightarrow \frac{2}{\tan^2 \alpha} = 4$$

$$\Leftrightarrow \tan^2 \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ do } \alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2} \right).$$

Câu 89: Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O' , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $2a$. Trên đường tròn đáy có tâm O lấy điểm A , trên đường tròn tâm O' lấy điểm B . Đặt α là góc giữa AB và đáy. Tính $\tan \alpha$ khi thể tích khối tứ diện $OO'AB$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $\tan \alpha = \frac{1}{2}$.

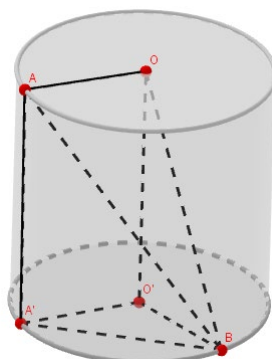
B. $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

C. $\tan \alpha = 1$.

D. $\tan \alpha = \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi A' là hình chiếu của A trên đường tròn tâm O' khi đó ta có

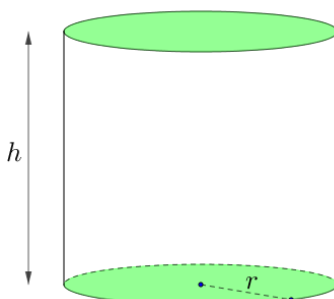
$$V_{OO'AB} = \frac{1}{2}V_{B,OO'A'A} = \frac{1}{6} \cdot S_{OO'A'A} \cdot d(B, (OO'A'A)) \text{ với } d(B, (OO'A'A)) = OB \cdot \sin \widehat{BO'A'}$$

Do $S_{OO'A'A}$ là hằng số nên để thể tích khối tứ diện $OO'AB$ đạt giá trị lớn nhất thì

$$d(B, (OO'A'A)) \text{ là lớn nhất hay } \widehat{BO'A'} = 90^\circ$$

$$\text{Khi đó ta có } \tan \alpha = \tan \widehat{ABA'} = \frac{AA'}{A'B} = \frac{2a}{2a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 90: Người ta thiết kế một thùng chứa hình trụ có thể tích V nhất định. Biết rằng giá của vật liệu làm mặt đáy và nắp của thùng bằng nhau và đắt gấp ba lần so với giá vật liệu để làm mặt xung quanh của thùng. Gọi chiều cao của thùng là h và bán kính đáy là r . Tính tỉ số $\frac{h}{r}$ sao cho chi phí vật liệu sản xuất thùng là nhỏ nhất?



A. $\frac{h}{r} = \sqrt{2}.$

B. $\frac{h}{r} = 2.$

C. $\frac{h}{r} = 6.$

D. $\frac{h}{r} = 3\sqrt{2}.$

Lời giải

Chọn C

Gọi x là giá vật liệu làm mặt xung quanh.

Thể tích của thùng $V = \pi r^2 \cdot h$ không đổi. Suy ra $h = \frac{V}{\pi r^2}.$

Khi đó, chi phí để làm thùng bằng $P = S_{xq} \cdot x + 2S_d \cdot 3x = 2\pi rh \cdot x + 2\pi r^2 \cdot 3x = 2\pi x(3r^2 + rh).$

$$\Rightarrow P = 2\pi x \left(3r^2 + \frac{V}{\pi r} \right) = 2\pi x \left(3r^2 + \frac{V}{2\pi r} + \frac{V}{2\pi r} \right) \geq 6\pi x \cdot \sqrt[3]{\frac{3V^2}{4\pi^2}}.$$

$$P = 6\pi x \cdot \sqrt[3]{\frac{3V^2}{4\pi^2}} \Leftrightarrow 3r^2 = \frac{V}{2\pi r} \Leftrightarrow r^3 = \frac{V}{6\pi}.$$

$$\text{Từ suy ra } \frac{h}{r} = \frac{V}{\pi r^3} = \frac{V}{\pi \frac{V}{6\pi}} = 6.$$

Câu 91: Một hình trụ có độ dài đường cao bằng 3, các đường tròn đáy lần lượt là $(O;1)$ và $(O';1)$. Giả sử AB là đường kính cố định của $(O;1)$ và CD là đường kính thay đổi trên $(O';1)$. Tìm giá trị lớn nhất $V_{\max}$ của thể tích khối tứ diện $ABCD$.

A. $V_{\max} = 2.$

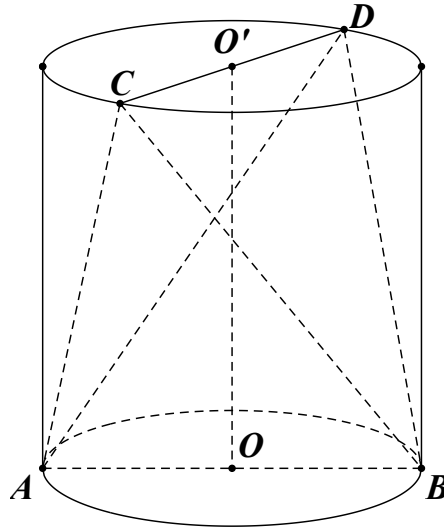
B. $V_{\max} = 6.$

C. $V_{\max} = \frac{1}{2}.$

D. $V_{\max} = 1.$

Lời giải

Chọn A



Gọi α là số đo góc giữa AB và CD .

$$\text{Ta có } V_{ABCD} = \frac{1}{6} AB \cdot CD \cdot d(AB; CD) \cdot \sin \alpha = \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \sin \alpha = 2 \sin \alpha \leq 2.$$

Do đó V_{ABCD} đạt giá trị lớn nhất là 2, đạt được khi $AB \perp CD$.

Câu 92: Cần sản xuất một vỏ hộp sữa hình trụ có thể tích V cho trước. Để tiết kiệm vật liệu nhất thì bán kính đáy phải bằng

A. $\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$.

B. $\sqrt[3]{\frac{V}{2}}$.

C. $\sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$.

D. $\sqrt[3]{\frac{V}{3\pi}}$.

Lời giải

Giả sử vỏ hộp sữa có bán kính đáy là R , chiều cao là h ($R, h > 0$).

$$\text{Vì thể tích vỏ hộp là } V \text{ nên ta có } V = \pi R^2 h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi R^2}.$$

Để tiết kiệm vật liệu nhất thì hình trụ vỏ hộp sữa phải có diện tích toàn phần

$$S_{tp} = 2\pi R h + 2\pi R^2 = \frac{2V}{R} + 2\pi R^2 \text{ nhỏ nhất.}$$

Cách 1:

$$\text{Ta có } S_{tp} = \frac{2V}{R} + 2\pi R^2 = \frac{V}{R} + \frac{V}{R} + 2\pi R^2 \geq 3\sqrt[3]{2\pi V^2}.$$

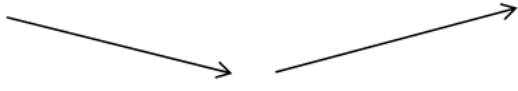
$$S_{tp} \text{ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi } \frac{V}{R} = 2\pi R^2 \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}.$$

Cách 2:

$$\text{Xét hàm số } f(R) = \frac{2V}{R} + 2\pi R^2 \text{ trên khoảng } (0; +\infty).$$

Ta có $f'(R) = -\frac{2V}{R^2} + 4\pi R = \frac{4\pi R^3 - 2V}{R^2}$. $f'(R) = 0 \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$.

Bảng biến thiên:

R	0	$\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$	$+\infty$
$f'(R)$	-	0	+
$f(R)$			

Từ BBT ta thấy $f(R)$ đạt nhỏ nhất khi $R = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$.

Vậy để tiết kiệm vật liệu nhất thì bán kính đáy vỏ hộp phải bằng $\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$.

Câu 93: Thiết diện của hình trụ và mặt phẳng chứa trục của hình trụ là hình chữ nhật có chu vi là 12 cm. Giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ là:

- A.** $64\pi \text{ cm}^3$. **B.** $16\pi \text{ cm}^3$. **C.** $8\pi \text{ cm}^3$. **D.** $32\pi \text{ cm}^3$.

Lời giải

Gọi chiều cao và bán kính đáy của hình trụ lần lượt là x, y ($x, y > 0$).

Khi đó ta có thiết diện của hình trụ và mặt phẳng chứa trục của hình trụ là hình chữ nhật có kích thước lần lượt là $x, 2y$

Theo giả thiết ta có $2.(x + 2y) = 12 \Leftrightarrow x + 2y = 6$.

Cách 1.

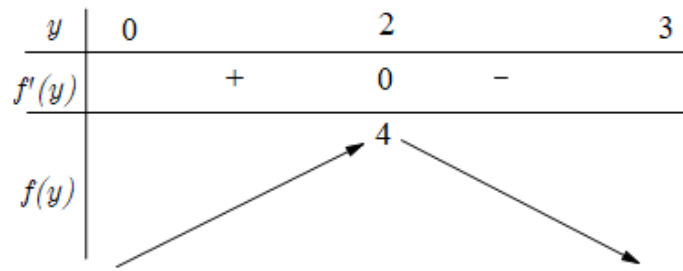
Thể tích khối trụ: $V = \pi y^2 . x = \pi y^2 (6 - 2y) = 2\pi (-y^3 + 3y^2)$.

Vì $x + 2y = 6 \Rightarrow 0 < 2y < 6 \Leftrightarrow 0 < y < 3$.

Xét hàm số $f(y) = -y^3 + 3y^2$ trên khoảng $(0; 3)$

Ta có $f'(y) = -3y^2 + 6y \Rightarrow f'(y) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = 2 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:



Suy ra $\max_{(0;3)} f(y) = f(2) = 4$.

Vậy giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ bằng $2\pi \cdot 4 = 8\pi \text{ cm}^3$.

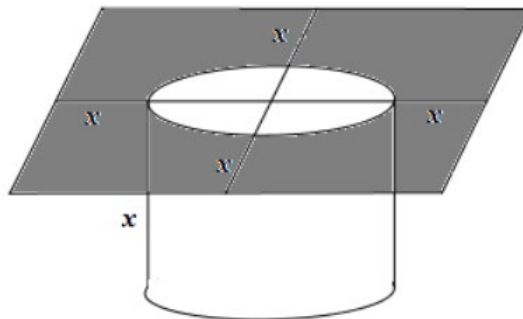
Cách 2.

Thể tích khối trụ: $V = \pi y^2 x = \pi \cdot x \cdot y \cdot y \leq \pi \left(\frac{x+y+y}{3} \right)^3 = \pi \left(\frac{x+2y}{3} \right)^3 = \pi \left(\frac{6}{3} \right)^3 = 8\pi$

Dấu “=” xảy ra khi $x = y = 2$.

Vậy giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ bằng $V = 8\pi \text{ cm}^3$.

Câu 94: Trên một mảnh đất hình vuông có diện tích 81m^2 người ta đào một cái ao nuôi cá hình trụ sao cho tâm của hình tròn đáy trùng với tâm của mảnh đất. Ở giữa mép ao và mép mảnh đất người ta để lại một khoảng đất trống để đi lại, biết khoảng cách nhỏ nhất giữa mép ao và mép mảnh đất là $x(\text{m})$. Giả sử chiều sâu của ao cũng là $x(\text{m})$. Tính thể tích lớn nhất V của ao.



- A.** $V = 13,5\pi(\text{m}^3)$. **B.** $V = 27\pi(\text{m}^3)$. **C.** $V = 36\pi(\text{m}^3)$. **D.** $V = 72\pi(\text{m}^3)$.

Lời giải

Chọn A

Phương pháp

Xác định bán kính đáy và chiều cao của hình trụ, sử dụng công thức $V = \pi R^2 h$ tính thể tích của hình trụ.

+) Lập BBT tìm GTLN của hàm thể tích.

Cách giải

Ta có: Đường kính đáy của hình trụ là $9 - 2x \Rightarrow$ Bán kính đáy hình trụ là $\frac{9-2x}{2}$.

Khi đó ta có thể tích ao là $V = \pi \left(\frac{9-2x}{2} \right)^2 x = \frac{\pi}{4} (9-2x)^2 x = \frac{\pi}{4} f(x)$

Xét hàm số $f(x) = (9 - 2x)^2 x = 4x^3 - 36x^2 + 81x$ với $0 < x < \frac{9}{2}$ ta có:

$$f'(x) = 12x^2 - 72x + 81 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{2} \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

BBT:

x	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{2}$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	0	54	0

Dựa vào BBT ta thấy $f(x)_{\max} = 54 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$. Khi đó $V_{\max} = \frac{\pi}{4} \cdot 54 = \frac{27\pi}{2} = 13,5\pi (m^3)$.

Câu 95: Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O' , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $2a$. Trên đường tròn đáy có tâm O lấy điểm A, D sao cho $AD = 2\sqrt{3}a$; gọi C là hình chiếu vuông góc của D lên mặt phẳng chứa đường tròn (O') ; trên đường tròn tâm O' lấy điểm B (AB chéo với CD). Đặt α là góc giữa AB và đáy. Tính $\tan \alpha$ khi thể tích khối tứ diện $CDAB$ đạt giá trị lớn nhất.

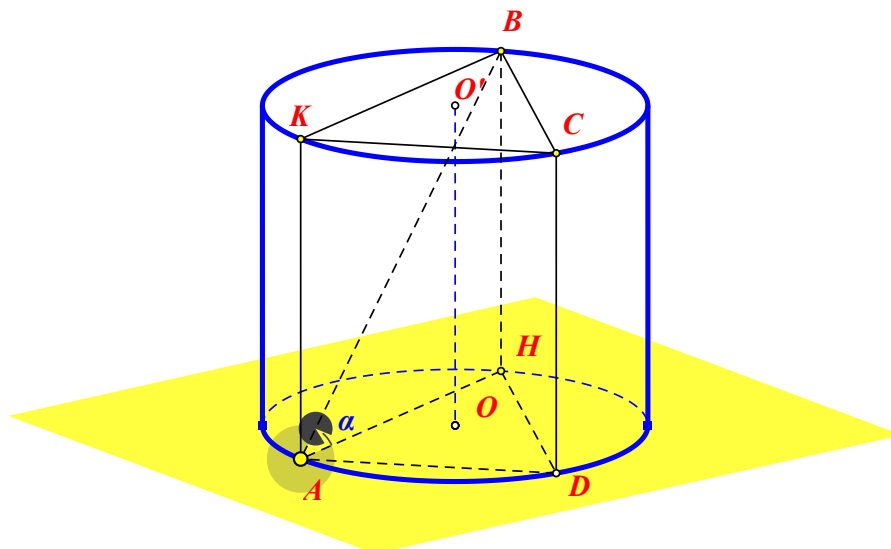
A. $\tan \alpha = \sqrt{3}$

B. $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$

C. $\tan \alpha = 1$

D. $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Lời giải



Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng chứa đường tròn (O) .

Gọi K là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng chứa đường tròn (O') .

Ta có $HAD.BKC$ là một hình lăng trụ đứng.

Ta có thể tích của tứ diện $CDAB$ là

$$V_{ABCD} = \frac{1}{3}V_{HAD.BKC} = \frac{1}{3}.2a.S_{\Delta HAD} = \frac{1}{3}.2a.\frac{1}{2}.AD.d(H; AD) = \frac{1}{3}.2a.\frac{1}{2}.2a\sqrt{3}.d(H; AD).$$

$$(V_{ABCD})_{\max} \Leftrightarrow (d(H; AD))_{\max} \Leftrightarrow H \text{ là điểm chính giữa cung lớn } \widehat{AD} \text{ của đường tròn } (O).$$

$$\text{Theo định lý sin ta có } \frac{AD}{\sin \widehat{AHD}} = 2.2a \Leftrightarrow \sin \widehat{AHD} = \frac{AD}{4a} = \frac{2\sqrt{3}a}{4a} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ nên } \widehat{AHD} = 60^\circ.$$

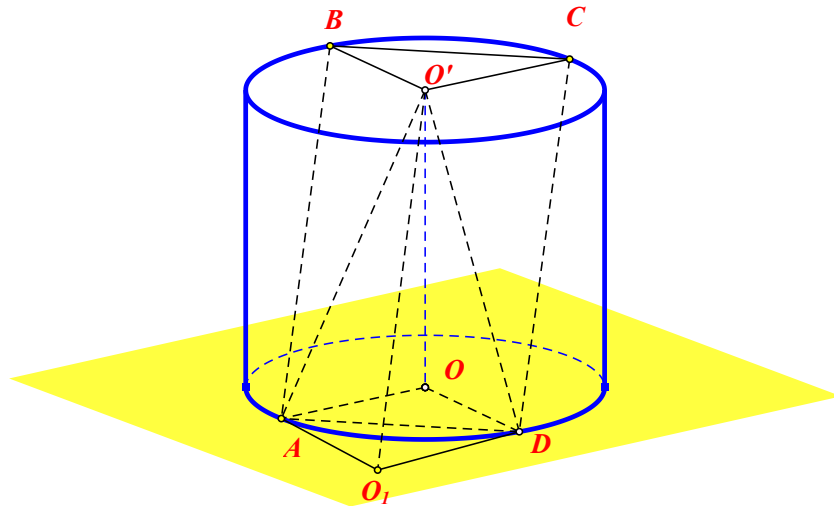
$$\text{Do đó xảy ra khi } \Delta AHD \text{ đều } \Leftrightarrow AH = AD = 2\sqrt{3}a.$$

$$\text{Suy ra: } \tan \alpha = \tan \widehat{BAH} = \frac{BH}{AH} = \frac{2a}{2a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 96: Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O' , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $2a$. Trên đường tròn đáy có tâm O lấy điểm A, D trên đường tròn tâm O' lấy điểm B, C sao cho $AB \parallel CD$ và AB không cắt OO' . Tính AD để thể tích khối chóp $O'.ABCD$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $AD = 2\sqrt{2}a$ **B.** $AD = 4a$ **C.** $AD = \frac{4\sqrt{3}}{3}a$ **D.** $AD = \sqrt{2}a$

Lời giải



Kẻ đường thẳng qua O' song song với AB cắt mặt phẳng chứa đường tròn (O) tại O_1 .

Lúc đó $AO_1D.BO'C$ là một hình lăng trụ chiều cao bằng $2a$.

$$\text{Vì } AD = BC \text{ nên } S_{\Delta BO'C} = S_{\Delta OAD}$$

Ta có thể tích của khối chóp $O'.ABCD$:

$$V_{O'.ABCD} = \frac{1}{3}V_{AO_1D.BO'C} = \frac{2}{3}.2a.S_{\Delta BO'C} = \frac{2}{3}.2a.S_{\Delta OAD} = \frac{2}{3}.2a.\frac{1}{2}.2a.2a.\sin \widehat{AOD} \leq \frac{8a^3}{3}.$$

$$(V_{O'.ABCD})_{\max} \Leftrightarrow \widehat{AOD} = 90^\circ \Leftrightarrow AD = 2\sqrt{2}a.$$



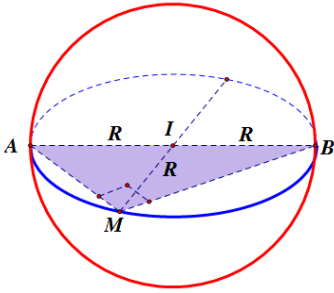
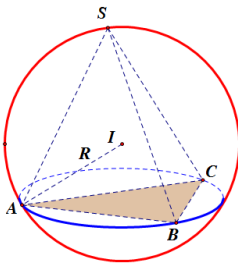
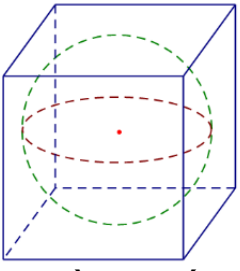
MẶT TRÒN XOAY NÓN – TRỤ – CẦU

MẶT TRÒN XOAY – NÓN – TRỤ – CẦU



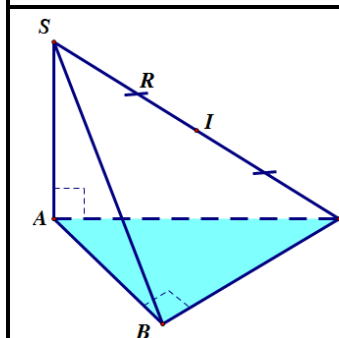
HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

MẶT CẦU – KHỐI CẦU

MẶT CẦU	Một số công thức:	Mặt cầu ngoại tiếp đa diện Mặt cầu nội tiếp đa diện
 Hình thành: Quay đường tròn tâm I, bán kính $R = \frac{AB}{2}$ quanh trục AB, ta có mặt cầu như hình vẽ.	□ Tâm I, bán kính $R = IA = IB = IM$. □ Đường kính $AB = 2R$. □ Thiết diện qua tâm mặt cầu: Là đường tròn tâm I, bán kính R. □ Diện tích mặt cầu: $S = 4\pi R^2$. □ Thể tích khối cầu: $V = \frac{4\pi R^3}{3}$.	 Mặt cầu ngoại tiếp đa diện là mặt cầu đi qua tất cả đỉnh của đa diện đó.  Mặt cầu nội tiếp đa diện là mặt cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của đa diện đó.

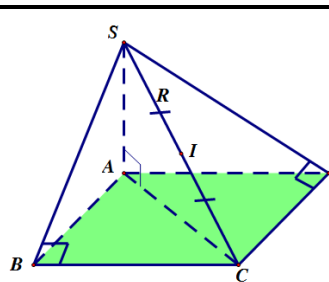
CÁCH TÌM BÁN KÍNH MẶT CẦU NGOẠI TIẾP HÌNH CHÓP THƯỜNG GẶP

Hình chóp có các đỉnh nhìn một cạnh dưới một góc vuông.



- Xét hình chóp có $SA \perp (ABC)$ và $\widehat{ABC} = 90^\circ$.
- Ta có $\widehat{SAC} = \widehat{SBC} = 90^\circ$ nên mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có tâm I là trung điểm SC , bán kính

$$R = \frac{SC}{2}.$$



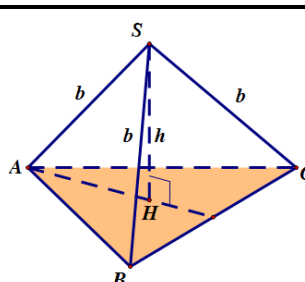
- Xét hình chóp có $SA \perp (ABCD)$ và $ABCD$ là hình chữ nhật hoặc hình vuông.

$$\widehat{SAC} = \widehat{SBC} = \widehat{SDC} = 90^\circ$$

Suy ra mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có tâm I là trung điểm SC , bán

$$R = \frac{SC}{2}.$$

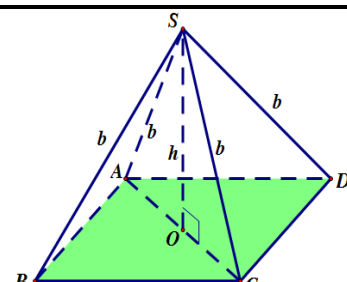
2. Hình chóp đều.



- Xét hình chóp tam giác đều có cạnh bên bằng b và đường cao $SH = h$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp trên là

$$R = \frac{b^2}{2h}.$$



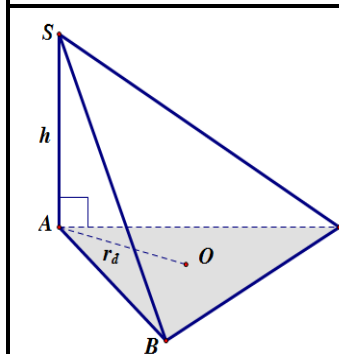
- Xét hình chóp tứ giác đều có cạnh bên bằng b và chiều cao $SO = h$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp

hình chóp trên là

$$R = \frac{b^2}{2h}.$$

3. Hình chóp có cạnh bên vuông góc với mặt phẳng đáy.



- Xét hình chóp có $SA \perp$ và $SA = h$; bán kính đường tròn ngoại tiếp của đáy là r_d .

- Khi đó mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có bán

$$R = \sqrt{\left(\frac{h}{2}\right)^2 + r_d^2}.$$

- Nếu đáy là tam giác đều cạnh a thì

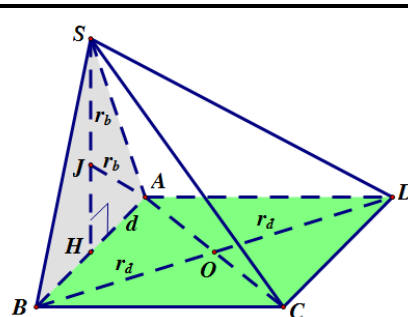
$$r_d = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

- Nếu đáy là hình vuông cạnh a thì $r_d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

- Nếu đáy là hình chữ nhật cạnh a, b thì

$$r_d = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}.$$

Hình chóp có mặt bên vuông góc với mặt đáy.



- Xét hình chóp có mặt bên $(SAB) \perp$, bán kính ngoại tiếp đáy là r_d , bán kính ngoại tiếp $\triangle SAB$ là r_b , $d = AB = (SAB) \cap$.

- Khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là

$$R = \sqrt{r_d^2 + r_b^2 - \frac{d^2}{4}}.$$

- Câu 1:** Cho mặt cầu có diện tích bằng $16\pi a^2$. Khi đó, bán kính mặt cầu bằng
- A. $2\sqrt{2}a$ B. $\sqrt{2}a$ C. $2a$ D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$
- Câu 2:** Diện tích mặt cầu bán kính $2a$ là
- A. $4\pi a^2$. B. $16\pi a^2$. C. $16a^2$. D. $\frac{4\pi a^2}{3}$.
- Câu 3:** Diện tích của một mặt cầu bằng $16\pi (cm^2)$. Bán kính của mặt cầu đó là.
- A. $8cm$. B. $2cm$. C. $4cm$. D. $6cm$.
- Câu 4:** Tính diện tích mặt cầu (S) khi biết chu vi đường tròn lớn của nó bằng 4π
- A. $S = 32\pi$ B. $S = 16\pi$ C. $S = 64\pi$ D. $S = 8\pi$
- Câu 5:** Một mặt cầu có diện tích xung quanh là π thì có bán kính bằng
- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 1 .
- Câu 6:** Diện tích mặt cầu có đường kính bằng $2a$ là
- A. $16\pi a^2$. B. πa^2 . C. $\frac{4\pi a^3}{3}$. D. $4\pi a^2$.
- Câu 7:** Cho mặt cầu có diện tích bằng $\frac{8\pi a^2}{3}$. Bán kính mặt cầu bằng
- A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.
- Câu 8:** Quả bóng rổ size 7 có đường kính 24.5 cm. Tính diện tích bề mặt quả bóng rổ đó
- A. 629 cm^2 . B. 1886 cm^2 . C. 8171 cm^2 . D. 7700 cm^2 .
- Câu 9:** Tính diện tích mặt cầu (S) khi biết chu vi đường tròn lớn của nó bằng 4π
- A. $S = 32\pi$. B. $S = 16\pi$. C. $S = 64\pi$. D. $S = 8\pi$.
- Câu 10:** Thể tích của khối cầu có bán kính là 1 bằng:
- A. 2π . B. $\frac{\pi}{3}$. C. $\frac{4\pi}{3}$. D. 4π .
- Câu 11:** Thể tích khối cầu có đường kính $2a$ bằng
- A. $\frac{4\pi a^3}{3}$. B. $4\pi a^3$. C. $\frac{\pi a^3}{3}$. D. $2\pi a^3$.
- Câu 12:** Thể tích khối cầu bán kính 3 cm bằng
- A. $36\pi (\text{cm}^3)$. B. $108\pi (\text{cm}^3)$. C. $9\pi (\text{cm}^3)$. D. $54\pi (\text{cm}^3)$.
- Câu 13:** Cho mặt cầu (S) có diện tích $4\pi a^2 (\text{cm}^2)$. Khi đó, thể tích khối cầu (S) là
- A. $\frac{4\pi a^3}{3} (\text{cm}^3)$. B. $\frac{\pi a^3}{3} (\text{cm}^3)$. C. $\frac{64\pi a^3}{3} (\text{cm}^3)$. D. $\frac{16\pi a^3}{3} (\text{cm}^3)$.
- Câu 14:** Cho mặt cầu có diện tích bằng $36\pi a^2$. Thể tích khối cầu là
- A. $18\pi a^3$. B. $12\pi a^3$. C. $36\pi a^3$. D. $9\pi a^3$.

- Câu 15:** Tính diện tích S của mặt cầu và thể tích V của khối cầu có bán kính bằng 3cm .
A. $S = 36\pi$ (cm²) và $V = 36\pi$ (cm³). **B.** $S = 18\pi$ (cm²) và $V = 108\pi$ (cm³).
C. $S = 36\pi$ (cm²) và $V = 108\pi$ (cm³). **D.** $S = 18\pi$ (cm²) và $V = 36\pi$ (cm³).
- Câu 16:** Thể tích của khối cầu bán kính $3a$ là
A. $4\pi a^3$. **B.** $12\pi a^3$. **C.** $36\pi a^2$. **D.** $36\pi a^3$.
- Câu 17:** Cho mặt cầu có diện tích bằng $36\pi a^2$. Thể tích khối cầu là
A. $18\pi a^3$. **B.** $12\pi a^3$. **C.** $36\pi a^3$. **D.** $9\pi a^3$.
- Câu 18:** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = AA' = 2a$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp của hình hộp chữ nhật đã cho bằng
A. $9\pi a^2$ **B.** $\frac{3\pi a^2}{4}$ **C.** $\frac{9\pi a^2}{4}$ **D.** $3\pi a^2$
- Câu 19:** Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật có ba kích thước 1, 2, 3 là
A. 36π . **B.** $\frac{9\pi}{2}$. **C.** $\frac{7\pi\sqrt{14}}{3}$. **D.** $\frac{9\pi}{8}$.
- Câu 20:** Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình lập phương cạnh 3 cm là
A. $\frac{27\pi\sqrt{3}}{2}$ cm³. **B.** $\frac{9\pi\sqrt{3}}{2}$ cm³. **C.** $9\pi\sqrt{3}$ cm³. **D.** $\frac{27\pi\sqrt{3}}{8}$ cm³.
- Câu 21:** Diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối hộp chữ nhật có kích thước a , $a\sqrt{3}$, $2a$ là
A. $8a^2$. **B.** $4\pi a^2$. **C.** $16\pi a^2$. **D.** $8\pi a^2$.
- Câu 22:** Tính đường kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng $a\sqrt{3}$.
A. $3a$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $6a$. **D.** $\frac{3a}{2}$.
- Câu 23:** Tính thể tích V cầu khối cầu nội tiếp hình lập phương cạnh a .
A. $V = \frac{\pi a^3}{6}$. **B.** $V = \frac{4\pi a^3}{3}$. **C.** $V = \frac{\pi a^3}{3}$. **D.** $V = \frac{\pi a^3}{2}$.
- Câu 24:** Cho khối cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của một hình lập phương. Gọi V_1 ; V_2 lần lượt là thể tích của khối cầu và khối lập phương đó. Tính $k = \frac{V_1}{V_2}$.
A. $k = \frac{2\pi}{3}$. **B.** $k = \frac{\pi}{6}$. **C.** $k = \frac{\pi}{3}$. **D.** $k = \frac{\pi\sqrt{2}}{3}$.
- Câu 25:** Tính thể tích của khối cầu nội tiếp hình lập phương có cạnh bằng 1.
A. $\frac{\pi}{12}$. **B.** $\frac{\pi}{3}$. **C.** $\frac{\pi}{6}$. **D.** $\frac{2\pi}{3}$.

- Câu 26:** Một hình hộp chữ nhật có ba kích thước a, b, c nội tiếp một mặt cầu. Tính diện tích S của mặt cầu đó
- A. $S = 16(a^2 + b^2 + c^2)\pi$. B. $S = (a^2 + b^2 + c^2)\pi$.
 C. $S = 4(a^2 + b^2 + c^2)\pi$. D. $S = 8(a^2 + b^2 + c^2)\pi$.
- Câu 27:** Cho lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a cạnh bên bằng b . Tính thể tích của khối cầu đi qua các đỉnh của lăng trụ.
- A. $\frac{1}{18\sqrt{3}}\sqrt{(4a^2 + 3b^2)^3}$. B. $\frac{\pi}{18\sqrt{3}}\sqrt{(4a^2 + 3b^2)^3}$.
 C. $\frac{\pi}{18\sqrt{3}}\sqrt{(4a^2 + b^2)^3}$. D. $\frac{\pi}{18\sqrt{2}}\sqrt{(4a^2 + 3b^2)^3}$.
- Câu 28:** Một mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có kích thước $AB = 4a$, $AD = 5a$, $AA' = 3a$. Mặt cầu trên có bán kính bằng bao nhiêu?
- A. $\frac{5\sqrt{2}a}{2}$. B. $6a$. C. $2\sqrt{3}a$. D. $\frac{3\sqrt{2}a}{2}$.
- Câu 29:** Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chữ nhật có ba kích thước 1, 2, 3 là
- A. $\frac{9\pi}{8}$. B. $\frac{9\pi}{2}$. C. 36π . D. $\frac{7\sqrt{14}\pi}{3}$.
- Câu 30:** Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp của một hình lập phương có cạnh bằng $2a$
- A. $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $R = a$. C. $R = 2a\sqrt{3}$. D. $R = a\sqrt{3}$.
- Câu 31:** Diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối hộp chữ nhật có kích thước a , $a\sqrt{3}$ và $2a$.
- A. $8a^2$. B. $4\pi a^2$. C. $16\pi a^2$. D. $8\pi a^2$.
- Câu 32:** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = AA' = 2a$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình hộp đã cho bằng
- A. $9\pi a^2$. B. $\frac{3\pi a^2}{4}$. C. $\frac{9\pi a^2}{4}$. D. $3\pi a^2$.
- Câu 33:** Cho hình lập phương có cạnh bằng a . Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình lập phương đó bằng
- A. $V = \frac{4\sqrt{3}}{3}\pi a^3$. B. $V = 4\sqrt{3}\pi a^3$. C. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{2}$.
- Câu 34:** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.
- A. $3\pi a^2$. B. πa^2 . C. $\frac{4\pi a^2}{3}$. D. $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$.
- Câu 35:** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A , $AB = a$, $AA' = a\sqrt{3}$. Tính bán kính R của mặt cầu đi qua tất cả các đỉnh của hình lăng trụ theo a .
- A. $R = \frac{a\sqrt{5}}{2}$. B. $R = \frac{a}{2}$. C. $R = 2a$. D. $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.
- Câu 36:** Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a .

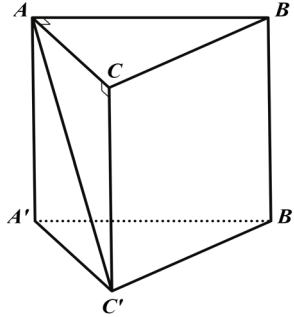
A. $\frac{7\pi a^2}{3}$.

B. $\frac{\pi a^3}{8}$.

C. πa^2 .

D. $\frac{7\pi a^2}{9}$.

Câu 37: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a\sqrt{3}$, $BC = 2a$, đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc 30° . Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho?



A. $S = 24\pi a^2$.

B. $S = 6\pi a^2$.

C. $S = 4\pi a^2$.

D. $S = 3\pi a^2$.

Câu 38: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 4, đáy ABC là tam giác cân tại A với $AB = AC = 2$; $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ trên

A. $\frac{64\pi\sqrt{2}}{3}$.

B. 16π .

C. 32π .

D. $\frac{32\pi\sqrt{2}}{3}$.

Câu 39: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có các cạnh đều bằng a . Tính diện tích S của mặt cầu đi qua 6 đỉnh của hình lăng trụ đó.

A. $S = \frac{7\pi a^2}{3}$.

B. $S = \frac{7a^2}{3}$.

C. $S = \frac{49\pi a^2}{144}$.

D. $S = \frac{49a^2}{114}$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 60° . Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{172\pi a^2}{3}$.

B. $\frac{76\pi a^2}{3}$.

C. $84\pi a^2$.

D. $\frac{172\pi a^2}{9}$.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 30° . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $52\pi a^2$.

B. $\frac{172\pi a^2}{3}$.

C. $\frac{76\pi a^2}{9}$.

D. $\frac{76\pi a^2}{3}$.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt (SBC) và mặt phẳng đáy là 60° . Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{43\pi a^2}{3}$.

B. $\frac{19\pi a^2}{3}$.

C. $\frac{43\pi a^2}{9}$.

D. $21\pi a^2$.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 30° . Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{43\pi a^2}{3}$. B. $\frac{19\pi a^2}{3}$. C. $\frac{19\pi a^2}{9}$. D. $13\pi a^2$.

Câu 44: Cho hình chóp $ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D . Biết SA vuông góc với $ABCD$, $AB = BC = a$, $AD = 2a$, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm của AD . Bán kính mặt cầu đi qua các điểm S, A, B, C, E bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{30}}{6}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. D. a .

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có đường chéo bằng $a\sqrt{2}$, cạnh SA có độ dài bằng $2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{12}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. D. $\frac{2a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình vuông cạnh bằng x . Cạnh bên $SA = x\sqrt{6}$ và vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính theo x diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$.

A. $8\pi x^2$. B. $x^2\sqrt{2}$. C. $2\pi x^2$. D. $2x^2$.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Cạnh bên $SA = a\sqrt{6}$ và vuông góc với đáy $(ABCD)$. Tính theo a diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$.

A. $8\pi a^2$. B. $a^2\sqrt{2}$. C. $2\pi a^2$. D. $2a^2$.

Câu 48: Trong không gian, cho hình chóp $S.ABC$ có SA, AB, BC đôi một vuông góc với nhau và $SA = a, AB = b, BC = c$. Mặt cầu đi qua S, A, B, C có bán kính bằng

A. $\frac{2(a+b+c)}{3}$. B. $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. C. $2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. D. $\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

Câu 49: Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác BCD vuông tại C , AB vuông góc với mặt phẳng (BCD) , $AB = 5a$, $BC = 3a$ và $CD = 4a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $R = \frac{5a\sqrt{2}}{3}$ B. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{3}$ C. $R = \frac{5a\sqrt{2}}{2}$ D. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{2}$

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 3a$, $BC = 4a$, $SA = 12a$ và SA vuông góc với đáy. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R = \frac{13a}{2}$ B. $R = 6a$ C. $R = \frac{5a}{2}$ D. $R = \frac{17a}{2}$

Câu 51: Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B , SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . $SA = 5$, $AB = 3$, $BC = 4$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$

A. $R = \frac{5\sqrt{2}}{2}$. B. $R = 5$. C. $R = \frac{5}{2}$. D. $R = 5\sqrt{2}$.

Câu 52: Cho hình chóp $S.ABC$ có đường cao SA , đáy ABC là tam giác vuông tại A . Biết $SA = 6a$, $AB = 2a$, $AC = 4a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$?

A. $R = 2a\sqrt{7}$. B. $R = a\sqrt{14}$. C. $R = 2a\sqrt{3}$. D. $r = 2a\sqrt{5}$.

Câu 53: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có đường chéo bằng $\sqrt{2}a$, cạnh SA có độ dài bằng $2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$?

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. C. $\frac{2a\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{12}$.

Câu 54: Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $BC = a$, $SA \perp (ABC)$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB và SC . Bán kính mặt cầu đi qua các điểm A, B, C, M, N bằng

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$ C. a D. $2a$

Câu 55: Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a, SA \perp (ABCD)$, SC tạo với mặt đáy một góc 45° . Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ có bán kính bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $2a^3$. B. $2a^3\sqrt{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 56: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp?

- A. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. B. $2a$. C. $a\sqrt{5}$. D. $a\sqrt{7}$.

Câu 57: Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB = a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Đường thẳng SC tạo với đáy một góc 60° . Tính diện tích mặt cầu đi qua bốn đỉnh của hình chóp $SABC$

- A. $8a^2\pi$. B. $\frac{32a^2}{3}\pi$. C. $\frac{8a^2\pi}{3}$ D. $4a^2\pi$.

Câu 58: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , tam giác ABC vuông tại B . Biết $SA = 2a, AB = a, BC = a\sqrt{3}$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

- A. a . B. $2a\sqrt{2}$. C. $a\sqrt{2}$. D. $x = 3; y = \frac{1}{2}$.

Câu 59: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $AB = 2, AC = 4, SA = \sqrt{5}$. Mặt cầu đi qua các đỉnh của hình chóp $S.ABC$ có bán kính là:

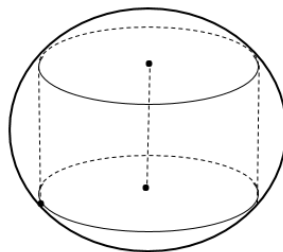
- A. $R = \frac{25}{2}$. B. $R = \frac{5}{2}$. C. $R = 5$. D. $R = \frac{10}{3}$.

- Câu 60:** Cho tứ diện $ABCD$ có các mặt ABC và BCD là các tam giác đều cạnh bằng 2; hai mặt phẳng (ABD) và (ACD) vuông góc với nhau. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.
- A. $2\sqrt{2}$. B. $\sqrt{2}$. C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.
- Câu 61:** Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.
- A. $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{18}$ B. $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$ C. $V = \frac{4\sqrt{3}\pi}{27}$ D. $V = \frac{5\pi}{3}$
- Câu 62:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = a$, $AD = 2a$. Tam giác SAD đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ theo a .
- A. $6\pi a^2$. B. $10\pi a^2$. C. $3\pi a^2$. D. $5\pi a^2$.
- Câu 63:** Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = a$, $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Biết SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy (ABC) . Tính diện tích mặt cầu S_{mc} ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.
- A. $S_{mc} = \frac{7\pi a^2}{3}$. B. $S_{mc} = \frac{13\pi a^2}{3}$. C. $S_{mc} = \frac{7\pi a^2}{12}$. D. $S_{mc} = 4\pi a^2$.
- Câu 64:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$
- A. $S = 3\pi a^2$. B. $S = \frac{4\pi a^2}{3}$. C. $S = \frac{7\pi a^2}{3}$. D. $S = 7\pi a^2$.
- Câu 65:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.
- A. $V = \frac{7\sqrt{21}\pi a^3}{54}$. B. $V = \frac{7\sqrt{21}\pi a^3}{18}$. C. $V = \frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{81}$. D. $V = \frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{27}$.
- Câu 66:** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = BC = AC = BD = 2a$, $AD = a\sqrt{3}$; hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) vuông góc với nhau. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ bằng
- A. $\frac{64\pi a^2}{27}$ B. $\frac{4\pi a^2}{27}$ C. $\frac{16\pi a^2}{9}$ D. $\frac{64\pi a^2}{9}$
- Câu 67:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Tam giác SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết rằng $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$ và $\widehat{ASB} = 60^\circ$. Tính diện tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.
- A. $S = \frac{13\pi a^2}{2}$. B. $S = \frac{13\pi a^2}{3}$. C. $S = \frac{11\pi a^2}{2}$. D. $S = \frac{11\pi a^2}{3}$.

- Câu 68:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $AB = 2a$, $AD = a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng
- A. $\frac{a\sqrt{57}}{6}$. B. $\frac{a\sqrt{19}}{4}$. C. $\frac{2a\sqrt{15}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{13}}{3}$.
- Câu 69:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là
- A. $\frac{5a^2\pi}{12}$. B. $\frac{5a^2\pi}{3}$. C. $\frac{5a^2}{3}$. D. $\frac{5a^2}{12}$.
- Câu 70:** Nếu tứ diện đều có cạnh bằng a thì mặt cầu ngoại tiếp của tứ diện có bán kính bằng:
- A. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.
- Câu 71:** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $3\sqrt{2}a$, cạnh bên bằng $5a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.
- A. $R = \sqrt{3}a$. B. $R = \sqrt{2}a$. C. $R = \frac{25a}{8}$. D. $R = 2a$.
- Câu 72:** Hình chóp đều $S.ABCD$ tất cả các cạnh bằng a . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là
- A. $4\pi a^2$. B. πa^2 . C. $\sqrt{2}\pi a^2$ D. $2\pi a^2$.
- Câu 73:** Cho hình chóp tứ giác đều có góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Biết rằng mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đó có bán kính $R = a\sqrt{3}$. Tính độ dài cạnh đáy của hình chóp tứ giác đều nói trên.
- A. $\frac{12}{5}a$ B. $2a$ C. $\frac{3}{2}a$ D. $\frac{9}{4}a$
- Câu 74:** Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $AB = a$, góc giữa mặt bên với mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính bán kính mặt cầu đi qua bốn đỉnh của hình chóp $S.ABC$
- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{7a}{12}$. C. $\frac{7a}{16}$. D. $\frac{a}{2}$.
- Câu 75:** Cho mặt cầu tâm O và tam giác ABC có ba đỉnh nằm trên mặt cầu với góc $BAC = 30^\circ$ và $BC = a$. Gọi S là điểm nằm trên mặt cầu, không thuộc mặt phẳng (ABC) và thỏa mãn $SA = SB = SC$, góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích V của khối cầu tâm O theo a .
- A. $V = \frac{\sqrt{3}}{9}\pi a^3$ B. $V = \frac{32\sqrt{3}}{27}\pi a^3$ C. $V = \frac{4\sqrt{3}}{27}\pi a^3$ D. $V = \frac{15\sqrt{3}}{27}\pi a^3$
- Câu 76:** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, các cạnh còn lại cùng bằng a . Bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là:
- A. $R = \frac{a\sqrt{13}}{2}$ B. $R = \frac{a}{3}$ C. $R = \frac{a\sqrt{13}}{3}$ D. $R = \frac{a\sqrt{13}}{6}$

MỨC ĐỘ VẬN DỤNG – VẬN DỤNG CAO

Câu 77: Cho khối cầu (S) tâm I , bán kính R không đổi. Một khối trụ thay đổi có chiều cao h và bán kính đáy r nội tiếp khối cầu. Tính chiều cao h theo R sao cho thể tích khối trụ lớn nhất.



- A. $h = \frac{R\sqrt{2}}{2}$. B. $h = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$. C. $h = R\sqrt{2}$. D. $h = \frac{R\sqrt{3}}{3}$.

Câu 78: Một cơ sở sản xuất đồ gia dụng được đặt hàng làm các chiếc hộp kín hình trụ bằng nhôm để đựng rượu có thể tích là $V = 28\pi a^3$ ($a > 0$). Để tiết kiệm sản xuất và mang lại lợi nhuận cao nhất thì cơ sở sẽ sản xuất những chiếc hộp hình trụ có bán kính là R sao cho diện tích nhôm cần dùng là ít nhất. Tìm R

- A. $R = a\sqrt[3]{7}$ B. $R = 2a\sqrt[3]{7}$ C. $R = 2a\sqrt[3]{14}$ D. $R = a\sqrt[3]{14}$

Câu 79: Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng 9, tính thể tích V của khối chóp có thể tích lớn nhất.

- A. $V = 576\sqrt{2}$ B. $V = 144\sqrt{6}$ C. $V = 144$ D. $V = 576$

Câu 80: Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng 9, khối chóp có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu ?

- A. $576\sqrt{2}$. B. 144. C. 576. D. $144\sqrt{6}$.

Câu 81: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, các cạnh bên của hình chóp bằng $\sqrt{6}$ cm, $AB = 4$ cm. Khi thể tích khối chóp $S.ABCD$ đạt giá trị lớn nhất, tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp $S.ABCD$.

- A. 12π cm². B. 4π cm². C. 9π cm². D. 36π cm².

Câu 82: Cho mặt cầu (S) có bán kính $R = 5$. Khối tứ diện $ABCD$ có tất cả các đỉnh thay đổi và cùng thuộc mặt cầu (S) sao cho tam giác ABC vuông cân tại B và $DA = DB = DC$. Biết thể tích lớn nhất của khối tứ diện $ABCD$ là $\frac{a}{b}$ (a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), tính $a + b$.

- A. $a + b = 1173$. B. $a + b = 4081$. C. $a + b = 128$. D. $a + b = 5035$.

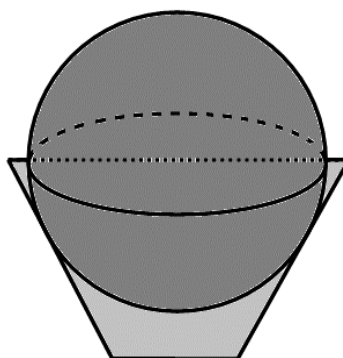
Câu 83: Trên mặt phẳng (P) cho góc $\widehat{xOy} = 60^\circ$. Đoạn $SO = a$ và vuông góc với mặt phẳng (α) . Các điểm $M; N$ chuyển động trên Ox, Oy sao cho ta luôn có: $OM + ON = a$. Tính diện tích của mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất ngoại tiếp tứ diện $SOMN$.

- A. $\frac{4\pi a^2}{3}$. B. $\frac{\pi a^2}{3}$. C. $\frac{8\pi a^2}{3}$. D. $\frac{16\pi a^2}{3}$.

Câu 84: Một vật thể đựng đầy nước hình lập phương không có nắp. Khi thả một khối cầu kim loại đặc vào trong hình lập phương thì thấy khối cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của hình lập phương đó. Tính bán kính của khối cầu, biết thể tích nước còn lại trong hình lập phương là 10. Giả sử các mặt của hình lập phương có độ dày không đáng kể

- A. $\sqrt[3]{\frac{15}{12-2\pi}}$. B. $\sqrt[3]{\frac{9}{24-4\pi}}$. C. $\sqrt[3]{\frac{15}{24-4\pi}}$. D. $\sqrt[3]{\frac{9}{12-2\pi}}$.

Câu 85: Một cái thùng đựng đầy nước được tạo thành từ việc cắt mặt xung quanh của một hình nón bởi một mặt phẳng vuông góc với trục của hình nón. Miệng thùng là đường tròn có bán kính bằng ba lần bán kính mặt đáy của thùng. Người ta thả vào đó một khối cầu có đường kính bằng $\frac{3}{2}$ chiều cao của thùng nước và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là $54\sqrt{3}\pi \text{ (dm}^3\text{)}$. Biết rằng khối cầu tiếp xúc với mặt trong của thùng và đúng một nửa của khối cầu đã chìm trong nước. Thể tích nước còn lại trong thùng có giá trị nào sau đây?



- A. $\frac{46}{5}\sqrt{3}\pi \text{ (dm}^3\text{)}$. B. $18\sqrt{3}\pi \text{ (dm}^3\text{)}$. C. $\frac{46}{3}\sqrt{3}\pi \text{ (dm}^3\text{)}$. D. $18\pi \text{ (dm}^3\text{)}$.

Câu 86: Cho tứ diện $OABC$ có $OA = a$, $OB = b$, $OC = c$ và đôi một vuông góc với nhau. Gọi r là bán kính mặt cầu tiếp xúc với cả bốn mặt của tứ diện. Giả sử $a \geq b, a \geq c$. Giá trị nhỏ nhất của $\frac{a}{r}$ là

- A. $1 + \sqrt{3}$. B. $2 + \sqrt{3}$. C. $\sqrt{3}$. D. $3 + \sqrt{3}$.

Câu 87: Cho hai mặt cầu (S_1) và (S_2) đồng tâm O , có bán kính lần lượt là $R_1 = 2$ và $R_2 = \sqrt{10}$. Xét tứ diện $ABCD$ có hai đỉnh A, B nằm trên (S_1) và hai đỉnh C, D nằm trên (S_2) . Thể tích lớn nhất của khối tứ diện $ABCD$ bằng

- A. $3\sqrt{2}$. B. $7\sqrt{2}$. C. $4\sqrt{2}$. D. $6\sqrt{2}$.

Câu 88: Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng 9, tính thể tích V của khối chóp có thể tích lớn nhất.

- A. $V = 144$. B. $V = 576\sqrt{2}$. C. $V = 576$. D. $V = 144\sqrt{6}$.

Câu 89: Cho hình chóp tứ giác đều chiều cao là h nội tiếp trong một mặt cầu bán kính R . Tìm h theo R để thể tích khối chóp là lớn nhất.

- A. $h = \sqrt{3}R$. B. $h = \sqrt{2}R$. C. $V = \frac{4R}{3}$. D. $V = \frac{3R}{2}$.



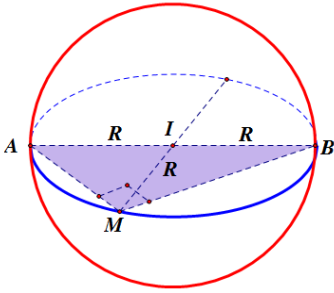
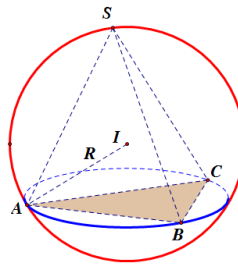
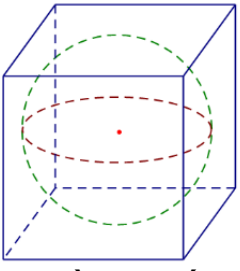
MẶT TRÒN XOAY NÓN – TRỤ – CẦU

MẶT TRÒN XOAY – NÓN – TRỤ – CẦU



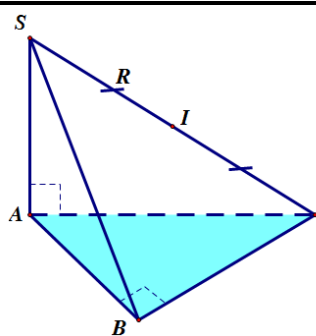
HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

MẶT CẦU – KHỐI CẦU

MẶT CẦU	Một số công thức:	Mặt cầu ngoại tiếp đa diện Mặt cầu nội tiếp đa diện
 ☞ Hình thành: Quay đường tròn tâm I, bán kính $R = \frac{AB}{2}$ quanh trục AB, ta có mặt cầu như hình vẽ.	☐ Tâm I, bán kính $R = IA = IB = IM$. ☐ Đường kính $AB = 2R$. ☐ Thiết diện qua tâm mặt cầu: Là đường tròn tâm I, bán kính R. ☐ Diện tích mặt cầu: $S = 4\pi R^2$. ☐ Thể tích khối cầu: $V = \frac{4\pi R^3}{3}$.	 Mặt cầu ngoại tiếp đa diện là mặt cầu đi qua tất cả đỉnh của đa diện đó.  Mặt cầu nội tiếp đa diện là mặt cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của đa diện đó.

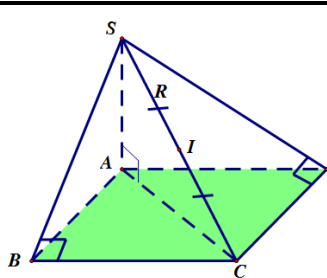
CÁCH TÌM BÁN KÍNH MẶT CẦU NGOẠI TIẾP HÌNH CHÓP THƯỜNG GẶP

Hình chóp có các đỉnh nhìn một cạnh dưới một góc vuông.



- Xét hình chóp có $SA \perp (ABC)$ và $\widehat{ABC} = 90^\circ$.
- Ta có $\widehat{SAC} = \widehat{SBC} = 90^\circ$ nên mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có tâm I là trung điểm SC , bán kính

$$R = \frac{SC}{2}.$$



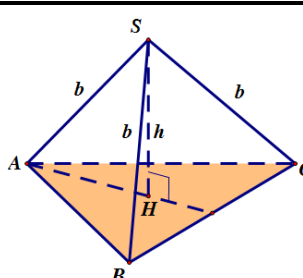
- Xét hình chóp có $SA \perp (ABCD)$ và $ABCD$ là hình chữ nhật hoặc hình vuông.

$$\widehat{SAC} = \widehat{SBC} = \widehat{SDC} = 90^\circ$$

Suy ra mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có tâm I là trung điểm SC , bán

$$R = \frac{SC}{2}.$$

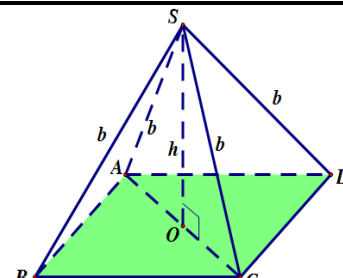
2. Hình chóp đều.



- Xét hình chóp tam giác đều có cạnh bên bằng b và đường cao $SH = h$.

- Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp

$$R = \frac{b^2}{2h}.$$

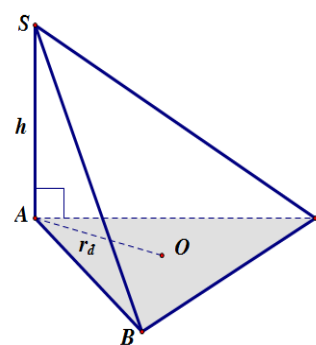


- Xét hình chóp tứ giác đều có cạnh bên bằng b và chiều cao $SO = h$.

- Bán kính mặt cầu ngoại tiếp

$$R = \frac{b^2}{2h}.$$

3. Hình chóp có cạnh bên vuông góc với mặt phẳng đáy.



- Khi đó mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có bán

$$R = \sqrt{\left(\frac{h}{2}\right)^2 + r_d^2}.$$

- Nếu đáy là tam giác đều cạnh a thì

$$r_d = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

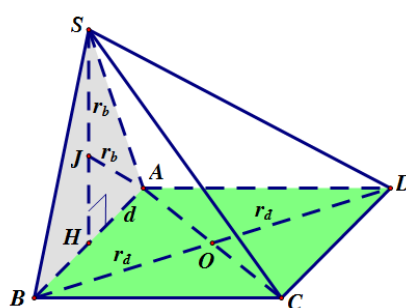
- Nếu đáy là hình vuông cạnh a thì $r_d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

- Nếu đáy là hình chữ nhật cạnh a, b thì

$$r_d = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}.$$

- Xét hình chóp có $SA \perp$ và $SA = h$; bán kính đường tròn ngoại tiếp của đáy là r_d .

Hình chóp có mặt bên vuông góc với mặt đáy.



- Xét hình chóp có mặt bên $(SAB) \perp$, bán kính ngoại tiếp đáy là r_d , bán kính ngoại tiếp $\triangle SAB$ là r_b , $d = AB = (SAB) \cap$.

- Khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là

$$R = \sqrt{r_d^2 + r_b^2 - \frac{d^2}{4}}.$$

Câu 1: Cho mặt cầu có diện tích bằng $16\pi a^2$. Khi đó, bán kính mặt cầu bằng

- A. $2\sqrt{2}a$ B. $\sqrt{2}a$ C. $2a$ D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $S = 4\pi R^2 = 16\pi a^2 \Rightarrow R = 2a$

Câu 2: Diện tích mặt cầu bán kính $2a$ là

- A. $4\pi a^2$. B. $16\pi a^2$. C. $16a^2$. D. $\frac{4\pi a^2}{3}$.

Lời giải

Ta có: $S = 4\pi R^2 = 4\pi (2a)^2 = 16\pi a^2$.

Câu 3: Diện tích của một mặt cầu bằng $16\pi (cm^2)$. Bán kính của mặt cầu đó là.

- A. $8cm$. B. $2cm$. C. $4cm$. D. $6cm$.

Lời giải

Ta có: $4\pi R^2 = 16\pi \Leftrightarrow R^2 = 4 \Rightarrow R = 2(cm)$.

Câu 4: Tính diện tích mặt cầu (S) khi biết chu vi đường tròn lớn của nó bằng 4π

- A. $S = 32\pi$ B. $S = 16\pi$ C. $S = 64\pi$ D. $S = 8\pi$

Lời giải

Chọn B

Nhận xét : Đường tròn lớn của mặt cầu (S) là đường tròn đi qua tâm của mặt cầu (S) nên bán kính của đường tròn lớn cũng là bán kính của mặt cầu (S).

Chu vi đường tròn lớn của mặt cầu (S) bằng $4\pi \Rightarrow 2\pi R = 4\pi \Leftrightarrow R = 2$.

Vậy diện tích mặt cầu (S) là $S = 4\pi R^2 = 16\pi$.

Câu 5: Một mặt cầu có diện tích xung quanh là π thì có bán kính bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 1 .

Lời giải

Chọn C

$S_{mc} = 4\pi R^2 = \pi \Rightarrow R = \frac{1}{2}$.

Câu 6: Diện tích mặt cầu có đường kính bằng $2a$ là

- A. $16\pi a^2$. B. πa^2 . C. $\frac{4\pi a^3}{3}$. D. $4\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D

Bán kính mặt cầu là $R = a \Rightarrow$ Diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = 4\pi a^2$.

Câu 7: Cho mặt cầu có diện tích bằng $\frac{8\pi a^2}{3}$. Bán kính mặt cầu bằng

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có diện tích mặt cầu } S = 4\pi r^2 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{S}{4\pi}} = \sqrt{\frac{8\pi a^2}{3 \cdot 4\pi}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 8: Quả bóng rổ size 7 có đường kính 24.5 cm. Tính diện tích bề mặt quả bóng rổ đó
A. 629 cm². B. 1886 cm². C. 8171 cm². D. 7700 cm².

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có bán kính quả bóng rổ là } r = \frac{24.5}{2} = 12.25(\text{cm}).$$

$$\text{Vậy diện tích bề mặt quả bóng rổ đó là } S = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot (12.25)^2 \approx 1886(\text{cm}^2).$$

Câu 9: Tính diện tích mặt cầu (S) khi biết chu vi đường tròn lớn của nó bằng 4π
A. $S = 32\pi$. B. $S = 16\pi$. C. $S = 64\pi$. D. $S = 8\pi$.

Lời giải

Chọn B

Nhận xét : Đường tròn lớn của mặt cầu (S) là đường tròn đi qua tâm của mặt cầu (S) nên bán kính của đường tròn lớn cũng là bán kính của mặt cầu (S).

$$\text{Chu vi đường tròn lớn của mặt cầu } (S) \text{ bằng } 4\pi \Rightarrow 2\pi R = 4\pi \Leftrightarrow R = 2.$$

$$\text{Vậy diện tích mặt cầu } (S) \text{ là } S = 4\pi R^2 = 16\pi.$$

Câu 10: Thể tích của khối cầu có bán kính là 1 bằng:

- A. 2π . B. $\frac{\pi}{3}$. C. $\frac{4\pi}{3}$. D. 4π .

Lời giải

Chọn C

$$\text{Thể tích của khối cầu: } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi.$$

Câu 11: Thể tích khối cầu có đường kính $2a$ bằng

- A. $\frac{4\pi a^3}{3}$. B. $4\pi a^3$. C. $\frac{\pi a^3}{3}$. D. $2\pi a^3$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đường kính của khối cầu là } 2a, \text{ nên bán kính của nó là } a, \text{ thể tích khối cầu là } \frac{4\pi a^3}{3}.$$

Câu 12: Thể tích khối cầu bán kính 3 cm bằng

- A.** $36\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$ **B.** $108\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$ **C.** $9\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$ **D.** $54\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$

Lời giải

Thể tích khối cầu là: $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 3^3 = 36\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$

Câu 13: Cho mặt cầu (S) có diện tích $4\pi a^2 \text{ (cm}^2\text{)}.$ Khi đó, thể tích khối cầu (S) là

- A.** $\frac{4\pi a^3}{3} \text{ (cm}^3\text{)}.$ **B.** $\frac{\pi a^3}{3} \text{ (cm}^3\text{)}.$ **C.** $\frac{64\pi a^3}{3} \text{ (cm}^3\text{)}.$ **D.** $\frac{16\pi a^3}{3} \text{ (cm}^3\text{)}.$

Lời giải

Gọi mặt cầu có bán kính R . Theo đề ta có $4\pi R^2 = 4\pi a^2$. Vậy $R = a \text{ (cm)}.$

Khi đó, thể tích khối cầu (S) là: $V = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{4\pi a^3}{3} \text{ (cm}^3\text{)}.$

Câu 14: Cho mặt cầu có diện tích bằng $36\pi a^2$. Thể tích khối cầu là

- A.** $18\pi a^3.$ **B.** $12\pi a^3.$ **C.** $36\pi a^3.$ **D.** $9\pi a^3.$

Lời giải

Gọi R là bán kính mặt cầu.

Mặt cầu có diện tích bằng $36\pi a^2$ nên $4\pi R^2 = 36\pi a^2 \Leftrightarrow R^2 = 9a^2 \Rightarrow R = 3a$

Thể tích khối cầu là $V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi (3a)^3 = 36\pi a^3$

Câu 15: Tính diện tích S của mặt cầu và thể tích V của khối cầu có bán kính bằng 3cm .

- A.** $S = 36\pi \text{ (cm}^2\text{)} \text{ và } V = 36\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$ **B.** $S = 18\pi \text{ (cm}^2\text{)} \text{ và } V = 108\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$
C. $S = 36\pi \text{ (cm}^2\text{)} \text{ và } V = 108\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$ **D.** $S = 18\pi \text{ (cm}^2\text{)} \text{ và } V = 36\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu bán kính r có diện tích là: $S = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 3^2 = 36\pi \text{ (cm}^2\text{)}.$

Khối cầu bán kính r có thể tích là: $V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot 3^3 = 36\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$

Câu 16: Thể tích của khối cầu bán kính $3a$ là

- A.** $4\pi a^3.$ **B.** $12\pi a^3.$ **C.** $36\pi a^2.$ **D.** $36\pi a^3.$

Lời giải

Chọn D

- Bán kính khối cầu: $R = 3a$.

- Thể tích của khối cầu: $V = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{4\pi (3a)^3}{3} = 36\pi a^3.$

Câu 17: Cho mặt cầu có diện tích bằng $36\pi a^2$. Thể tích khối cầu là

- A.** $18\pi a^3.$ **B.** $12\pi a^3.$ **C.** $36\pi a^3.$ **D.** $9\pi a^3.$

Lời giải

Chọn C

Gọi R là bán kính mặt cầu.

Mặt cầu có diện tích bằng $36\pi a^2$ nên $4\pi R^2 = 36\pi a^2 \Leftrightarrow R^2 = 9a^2 \Rightarrow R = 3a$.

Thể tích khối cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(3a)^3 = 36\pi a^3$.

Câu 18: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = AA' = 2a$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp của hình hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $9\pi a^2$

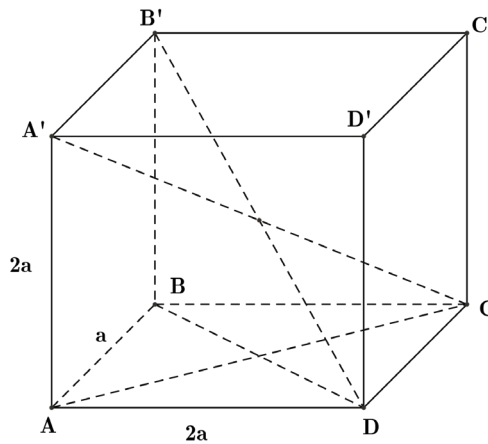
B. $\frac{3\pi a^2}{4}$

C. $\frac{9\pi a^2}{4}$

D. $3\pi a^2$

Lời giải

Chọn A



Bán kính khối cầu là một nửa đường chéo của hình hộp chữ nhật:

$$R = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + AD^2 + BB'^2} = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + (2a)^2 + (2a)^2} = \frac{3}{2}a.$$

Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật là:

$$S = 4\pi R^2 = 4\pi \left(\frac{3a}{2}\right)^2 = 9\pi a^2.$$

Câu 19: Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật có ba kích thước 1, 2, 3 là

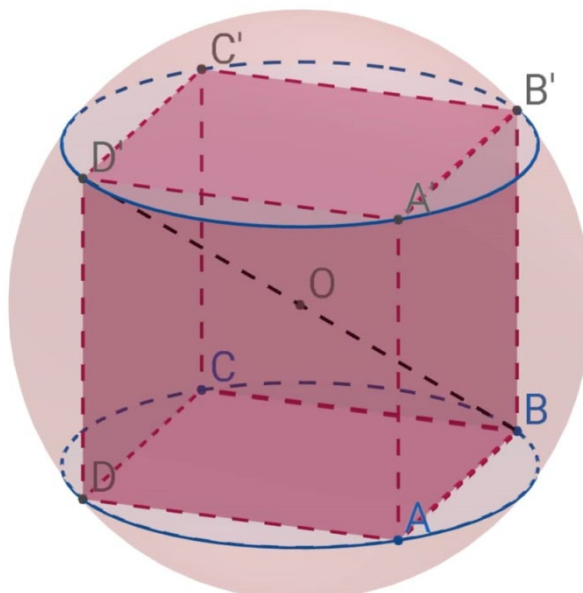
A. 36π .

B. $\frac{9\pi}{2}$.

C. $\frac{7\pi\sqrt{14}}{3}$.

D. $\frac{9\pi}{8}$.

Lời giải



Gọi R là bán kính khối cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật.

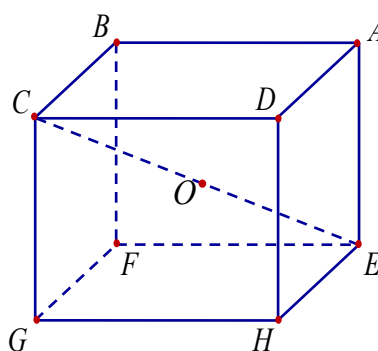
$$\text{Ta có } R = \frac{1}{2}BD' = \frac{1}{2}\sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2} = \frac{\sqrt{14}}{2}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối cầu là: } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{\sqrt{14}}{2}\right)^3 = \frac{7\pi\sqrt{14}}{3}.$$

Câu 20: Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình lập phương cạnh 3 cm là

- A.** $\frac{27\pi\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^3$. **B.** $\frac{9\pi\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^3$. **C.** $9\pi\sqrt{3} \text{ cm}^3$. **D.** $\frac{27\pi\sqrt{3}}{8} \text{ cm}^3$.

Lời giải



Gọi R là bán kính khối cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.EFGH$.

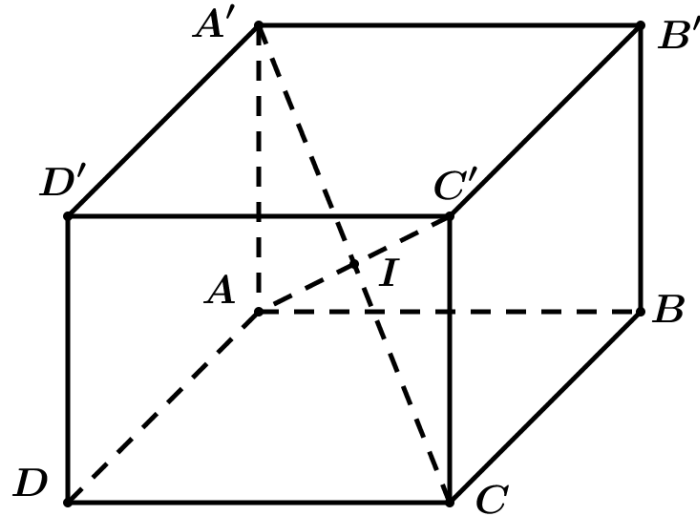
$$\text{Ta có } CE = AB \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3} \text{ cm. Suy ra } R = \frac{1}{2}CE = \frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ cm.}$$

$$\text{Thể tích khối cầu là: } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^3 = \frac{27\sqrt{3}}{2}\pi \text{ cm}^3.$$

Câu 21: Diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối hộp chữ nhật có kích thước a , $a\sqrt{3}$, $2a$ là

- A.** $8a^2$. **B.** $4\pi a^2$. **C.** $16\pi a^2$. **D.** $8\pi a^2$.

Lời giải



Xét hình hộp chữ nhật là $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, $AA' = 2a$.

Gọi I là trung điểm $A'C$, suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

Ta có bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là:

$$R = \frac{1}{2} AC' = \frac{1}{2} \sqrt{AB^2 + AD^2 + AA'^2} = a\sqrt{2}.$$

Vậy diện tích mặt cầu là: $S = 4\pi R^2 = 8\pi a^2$.

Câu 22: Tính đường kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng $a\sqrt{3}$.

A. $3a$.

B. $a\sqrt{3}$.

C. $6a$.

D. $\frac{3a}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Đường kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương bằng độ dài đường chéo của hình lập phương đó.

Do đó, đường kính của mặt cầu cần tìm là $d = a\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3a$.

Câu 23: Tính thể tích V cầu khối cầu nội tiếp hình lập phương cạnh a .

A. $V = \frac{\pi a^3}{6}$.

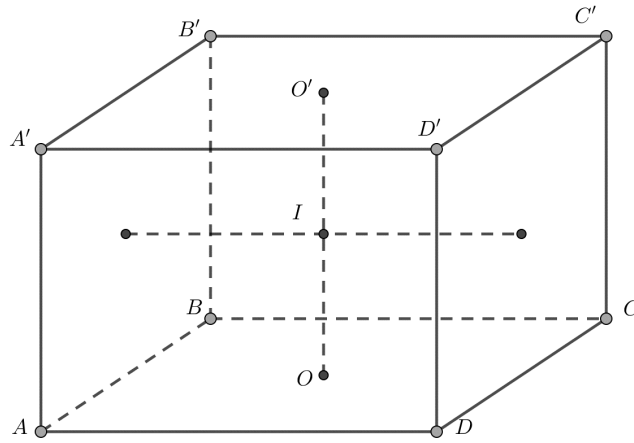
B. $V = \frac{4\pi a^3}{3}$.

C. $V = \frac{\pi a^3}{3}$.

D. $V = \frac{\pi a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Nhìn vào hình vẽ dễ nhận thấy bán kính mặt cầu nội tiếp hình lập phương là tâm I , bán kính $r = IO = \frac{a}{2}$. Thể tích của mặt cầu nội tiếp hình lập phương là:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{a}{2}\right)^3 = \frac{\pi a^3}{6}. \text{ Đáp án được chọn là A}$$

Câu 24: Cho khối cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của một hình lập phương. Gọi V_1 ; V_2 lần lượt là thể tích của khối cầu và khối lập phương đó. Tính $k = \frac{V_1}{V_2}$.

A. $k = \frac{2\pi}{3}$.

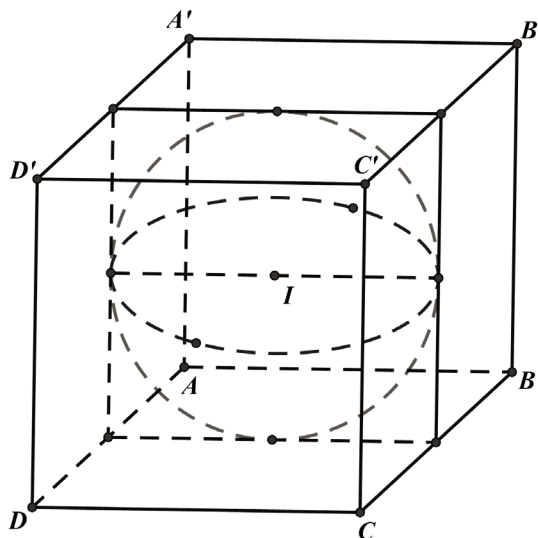
B. $k = \frac{\pi}{6}$.

C. $k = \frac{\pi}{3}$.

D. $k = \frac{\pi\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi a là cạnh của hình lập phương đã cho.

Bán kính của khối cầu là $R = \frac{a}{2}$, nên thể tích của nó là $V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{a}{2}\right)^3 = \frac{\pi a^3}{6}$.

Thể tích khối lập phương là $V_2 = a^3$.

Vậy $k = \frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi}{6}$.

Câu 25: Tính thể tích của khối cầu nội tiếp hình lập phương có cạnh bằng 1.

A. $\frac{\pi}{12}$.

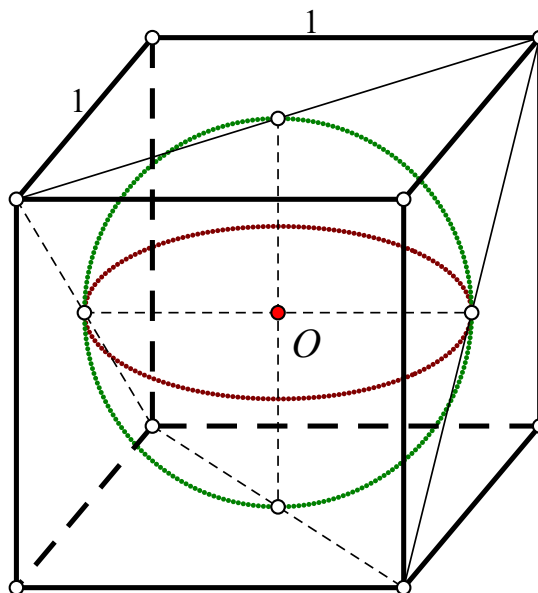
B. $\frac{\pi}{3}$.

C. $\frac{\pi}{6}$.

D. $\frac{2\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Bán kính của khối cầu $r = \frac{1}{2}$.

Thể tích khối cầu $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{\pi}{6}$.

Câu 26: Một hình hộp chữ nhật có ba kích thước a, b, c nội tiếp một mặt cầu. Tính diện tích S của mặt cầu đó

A. $S = 16(a^2 + b^2 + c^2)\pi$.

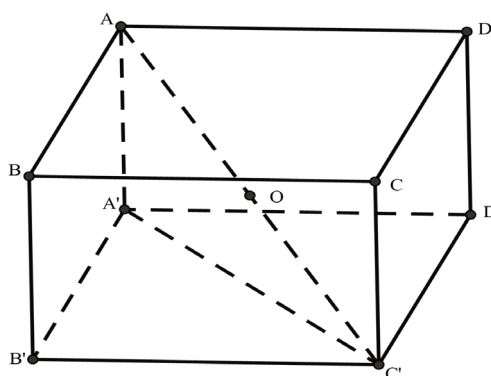
B. $S = (a^2 + b^2 + c^2)\pi$.

C. $S = 4(a^2 + b^2 + c^2)\pi$.

D. $S = 8(a^2 + b^2 + c^2)\pi$.

Lời giải

Chọn B



Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật là $r = OA = \frac{AC'}{2} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}$.

Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật là

$$S = 4\pi r^2 = 4 \left(\frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2} \right)^2 \pi = (a^2 + b^2 + c^2) \pi.$$

Câu 27: Cho lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a cạnh bên bằng b . Tính thể tích của khối cầu đi qua các đỉnh của lăng trụ.

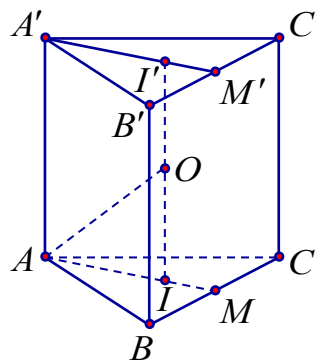
A. $\frac{1}{18\sqrt{3}} \sqrt{(4a^2 + 3b^2)^3}$.

B. $\frac{\pi}{18\sqrt{3}} \sqrt{(4a^2 + 3b^2)^3}$.

C. $\frac{\pi}{18\sqrt{3}} \sqrt{(4a^2 + b^2)^3}$.

D. $\frac{\pi}{18\sqrt{2}} \sqrt{(4a^2 + 3b^2)^3}$.

Lời giải



Gọi I, I' lần lượt là tâm hai đáy, O là trung điểm của II' . Khi đó ta có O là tâm mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ.

Ta có: $AI = \frac{a\sqrt{3}}{3}, IO = \frac{b}{2}$ suy ra bán kính mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ là

$$R = \sqrt{\frac{a^2}{3} + \frac{b^2}{4}} = \frac{1}{2\sqrt{3}} \sqrt{4a^2 + 3b^2}$$

$$\text{Vậy } V_{(O;R)} = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{\pi}{18\sqrt{3}} \sqrt{(4a^2 + 3b^2)^3}.$$

Câu 28: Một mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có kích thước $AB = 4a$, $AD = 5a$, $AA' = 3a$. Mặt cầu trên có bán kính bằng bao nhiêu?

A. $\frac{5\sqrt{2}a}{2}$.

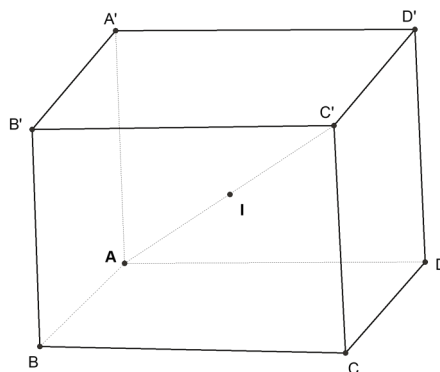
B. $6a$.

C. $2\sqrt{3}a$.

D. $\frac{3\sqrt{2}a}{2}$.

Lời giải

Chọn A



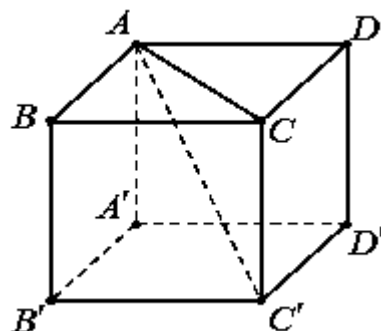
Gọi I là tâm của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp này là $R = IA = \frac{1}{2} AC' = \frac{1}{2} \sqrt{AB^2 + AD^2 + A'A^2} = \frac{5\sqrt{2}a}{2}$.

Câu 29: Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chữ nhật có ba kích thước 1,2,3 là

- A. $\frac{9\pi}{8}$. B. $\frac{9\pi}{2}$. C. 36π . D. $\frac{7\sqrt{14}\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $AC' = \sqrt{AA'^2 + AB^2 + AD^2} = \sqrt{14}$.

Mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật nhận đường chéo AC' là đường kính, do đó bán kính mặt

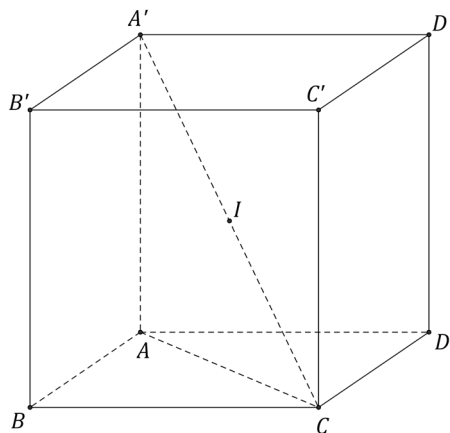
cầu là $R = \frac{1}{2} AC' = \frac{\sqrt{14}}{2}$. Vậy thể tích khối cầu là $V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi \frac{14\sqrt{14}}{8} = \frac{7\sqrt{14}\pi}{3}$.

Câu 30: Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp của một hình lập phương có cạnh bằng $2a$

- A. $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $R = a$. C. $R = 2a\sqrt{3}$. D. $R = a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D



Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ như hình vẽ. I là tâm của hình lập phương. Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp của hình lập phương.

$$\text{Ta có } R = \frac{A'C}{2} = \frac{\sqrt{AA'^2 + AC^2}}{2} = \frac{\sqrt{AA'^2 + AB^2 + AD^2}}{2} = a\sqrt{3}.$$

Câu 31: Diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối hộp chữ nhật có kích thước a , $a\sqrt{3}$ và $2a$.

A. $8a^2$.

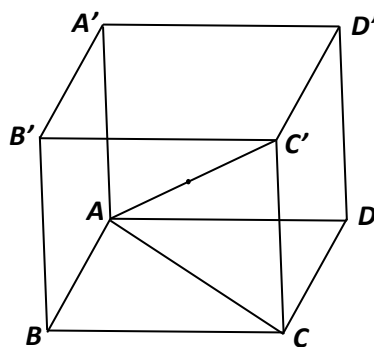
B. $4\pi a^2$.

C. $16\pi a^2$.

D. $8\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D



Xét khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ tâm O , với $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$ và $AA' = 2a$. Dễ thấy O cách đều các đỉnh của khối hộp này nên mặt cầu ngoại tiếp khối hộp có tâm O , bán kính

$$R = \frac{AC'}{2}.$$

Ta có

$$AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 2a, \quad AC' = \sqrt{AC^2 + CC'^2} = 2a\sqrt{2} \Rightarrow R = \frac{AC'}{2} = a\sqrt{2}.$$

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối hộp này là $S = 4\pi R^2 = 8\pi a^2$.

Câu 32: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = AA' = 2a$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình hộp đã cho bằng

A. $9\pi a^2$.

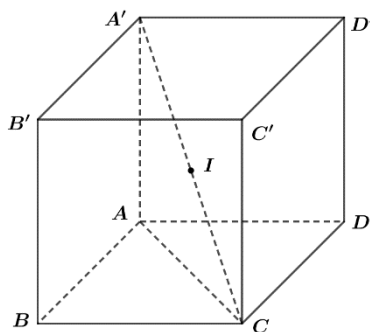
B. $\frac{3\pi a^2}{4}$.

C. $\frac{9\pi a^2}{4}$.

D. $3\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A



Ta có tâm mặt cầu ngoại tiếp hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ cũng là trung điểm của một đường chéo $A'C$ của hình hộp.

Hình hộp chữ nhật có độ dài 3 cạnh dài, rộng, cao là: $AD = 2a$, $AB = a$, $AA' = 2a$.

$$\Rightarrow \text{Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp là: } R = \frac{A'C}{2} = \frac{\sqrt{AD^2 + AB^2 + AA'^2}}{2} = \frac{3a}{2}.$$

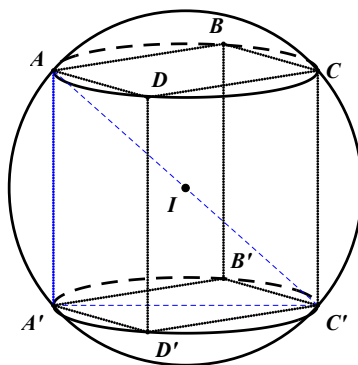
$$\Rightarrow S_{mc} = 4\pi R^2 = 4\pi \left(\frac{3a}{2}\right)^2 = 9\pi a^2.$$

Câu 33: Cho hình lập phương có cạnh bằng a . Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình lập phương đó bằng

A. $V = \frac{4\sqrt{3}}{3}\pi a^3$. **B.** $V = 4\sqrt{3}\pi a^3$. **C.** $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. **D.** $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Tâm I của mặt cầu ngoại tiếp lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là trung điểm của đường chéo AC' và $R = IA = \frac{AC'}{2}$

Khối lập phương cạnh a nên:

$$AA' = a, A'C' = a\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow AC' = \sqrt{AA'^2 + A'C'^2} = \sqrt{a^2 + (a\sqrt{2})^2} = a\sqrt{3} \Rightarrow R = \frac{AC'}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Vậy thể tích khối cầu cần tính là:

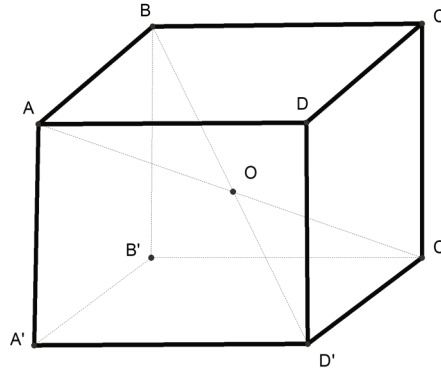
$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^3 = \frac{4}{3}\pi a^3 \frac{3\sqrt{3}}{8} = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{2}.$$

Câu 34: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

- A.** $3\pi a^2$. **B.** πa^2 . **C.** $\frac{4\pi a^2}{3}$. **D.** $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là tâm của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $R = OA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Do đó diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình lập

phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $S = 4\pi R^2 = 4\pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{2} \right)^2 = 3\pi a^2$.

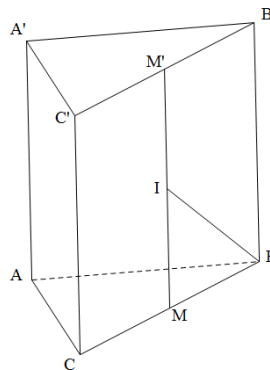
Câu 35: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A , $AB = a$, $AA' = a\sqrt{3}$. Tính bán kính R của mặt cầu đi qua tất cả các đỉnh của hình lăng trụ theo a .

- A.** $R = \frac{a\sqrt{5}}{2}$. **B.** $R = \frac{a}{2}$. **C.** $R = 2a$. **D.** $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Hình vẽ.



Gọi M là trung điểm BC , suy ra M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Gọi M' là trung điểm $B'C'$, suy ra M' là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $A'B'C'$.

Gọi I là trung điểm MM' , khi đó I chính là tâm đường tròn ngoại tiếp lăng trụ.

Theo đề ta có $MB = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ và $IM = \frac{MM'}{2} = \frac{AA'}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác IMB vuông tại M nên ta tính được $R = IB = \sqrt{IM^2 + MB^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Câu 36: Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a .

A. $\frac{7\pi a^2}{3}$.

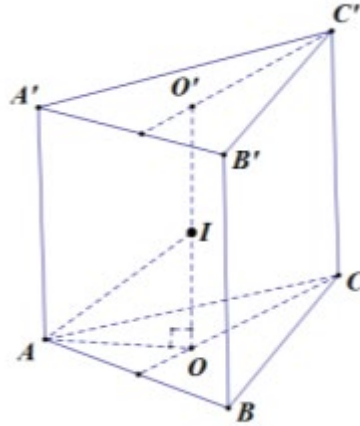
B. $\frac{\pi a^3}{8}$.

C. πa^2 .

D. $\frac{7\pi a^2}{9}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O, O' lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp hai tam giác $ABC, A'B'C'$.

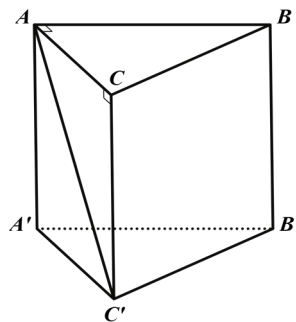
Trên OO' lấy trung điểm I . Suy ra $IA = IB = IC = IA' = IB' = IC'$.

Vậy I là tâm mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ.

$$\text{Suy ra bán kính mặt cầu } R = IA = \sqrt{OI^2 + OA^2} = \sqrt{OI^2 + OA^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{21}}{6}.$$

$$\text{Diện tích mặt cầu } S = 4\pi R^2 = 4\pi \frac{7a^2}{12} = \frac{7\pi a^2}{3}$$

Câu 37: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a\sqrt{3}$, $BC = 2a$, đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc 30° . Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho?



A. $S = 24\pi a^2$.

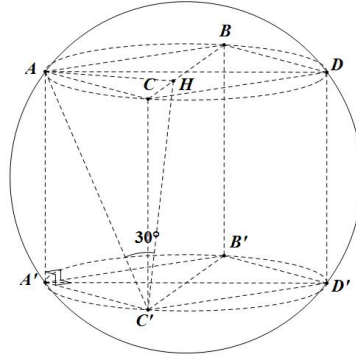
B. $S = 6\pi a^2$.

C. $S = 4\pi a^2$.

D. $S = 3\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B



Kẻ $AH \perp BC$ ($H \in BC$) thì $AH \perp (BCC'B')$. Suy ra: $\widehat{AC'H} = 30^\circ$.

ΔABC vuông tại A có đường cao AH nên $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = a$ và $AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$\Delta AHC'$ vuông tại $H \Rightarrow AC' = \frac{AH}{\sin 30^\circ} = a\sqrt{3}$. Suy ra $AA' = \sqrt{AC'^2 - AC^2} = a\sqrt{2}$.

Ta có thể xem hình lăng trụ đã cho là một phần của hình hộp chữ nhật có các kích thước lần lượt là $AB = a\sqrt{3}$, $AC = a$ và $A'A = a\sqrt{2}$.

Do đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ là $R = \frac{1}{2} \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + a^2 + (a\sqrt{2})^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Diện tích mặt cầu cần tìm: $S = 4\pi R^2 = 6\pi a^2$.

Câu 38: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 4, đáy ABC là tam giác cân tại A với $AB = AC = 2$; $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ trên

A. $\frac{64\pi\sqrt{2}}{3}$.

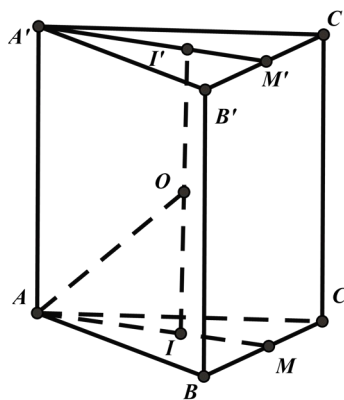
B. 16π .

C. 32π .

D. $\frac{32\pi\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M, M' lần lượt là trung điểm của BC và $B'C'$. Gọi I, I' lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và tam giác $A'B'C'$. Khi đó, II' là trục đường tròn ngoại tiếp các tam giác ABC và tam giác $A'B'C'$, suy ra tâm mặt cầu là trung điểm O của II' .

Ta có $BM = AB \cdot \sin 60^\circ = \sqrt{3} \Rightarrow BC = 2\sqrt{3}$.

$$\frac{BC}{\sin \widehat{BAC}} = 2 \cdot IA \Rightarrow IA = \frac{2\sqrt{3}}{2 \cdot \sin 120^\circ} = 2; \quad OI = 2 \Rightarrow OA = \sqrt{OI^2 + IA^2} = 2\sqrt{2}.$$

Bán kính mặt cầu $R = OA = 2\sqrt{2}$. Diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = 4\pi (2\sqrt{2})^2 = 32\pi$.

Phương án C được chọn.

Câu 39: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có các cạnh đều bằng a . Tính diện tích S của mặt cầu đi qua 6 đỉnh của hình lăng trụ đó.

A. $S = \frac{7\pi a^2}{3}$.

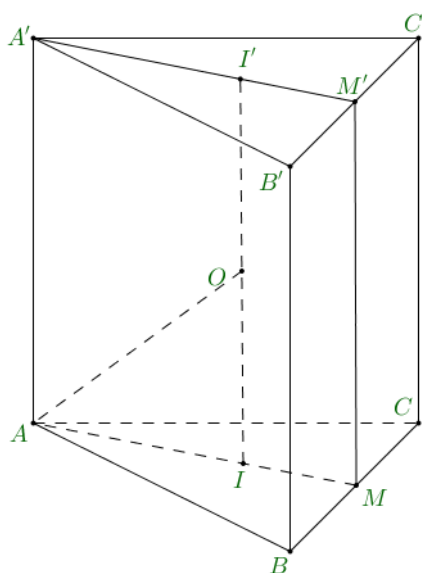
B. $S = \frac{7a^2}{3}$.

C. $S = \frac{49\pi a^2}{144}$.

D. $S = \frac{49a^2}{114}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I, I' lần lượt là trọng tâm tam giác $ABC, A'B'C'$, O là trung điểm của II' . Khi đó O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ.

Ta có $AI = \frac{2}{3} AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, $OI = \frac{a}{2}$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $R = OA = \sqrt{OI^2 + AI^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{a\sqrt{7}}{\sqrt{12}}$.

Diện tích mặt cầu $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \frac{7a^2}{12} = \frac{7\pi a^2}{3}$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 60° . Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{172\pi a^2}{3}$.

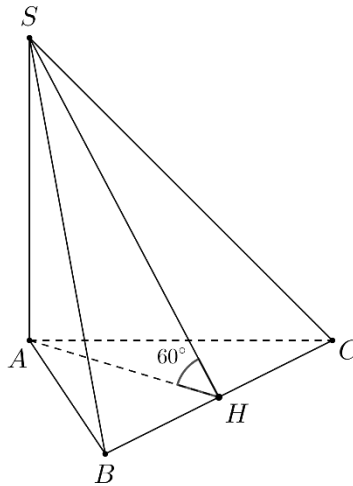
B. $\frac{76\pi a^2}{3}$.

C. $84\pi a^2$.

D. $\frac{172\pi a^2}{9}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có tâm của đáy cũng là giao điểm ba đường cao của tam giác đều ABC nên bán kính đường tròn ngoại tiếp đáy là $r = 4a \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{4\sqrt{3}a}{3}$.

Đường cao AH của tam giác đều ABC là $AH = \frac{4a \cdot \sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}a$.

Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 60° suy ra $\widehat{SHA} = 60^\circ$.

Suy ra $\tan SHA = \frac{SA}{AH} = \frac{SA}{2\sqrt{3}a} = \sqrt{3} \Rightarrow SA = 6a$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp $R_{mc} = \sqrt{\left(\frac{SA}{2}\right)^2 + r^2} = \sqrt{9a^2 + \frac{16}{3}a^2} = \frac{\sqrt{129}}{3}a$.

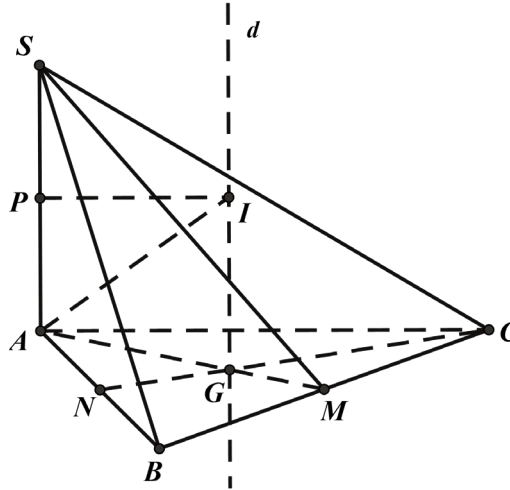
Diện tích mặt cầu ngoại tiếp của hình chóp $S.ABC$ là $S_{mc} = 4\pi R^2 = 4\pi \left(\frac{\sqrt{129}}{3}a\right)^2 = \frac{172\pi a^2}{3}$.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 30° . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

- A.** $52\pi a^2$. **B.** $\frac{172\pi a^2}{3}$. **C.** $\frac{76\pi a^2}{9}$. **D.** $\frac{76\pi a^2}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, AB, SA

Gọi G là trọng tâm tam giác đồng thời là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Qua G ta dựng đường thẳng d vuông góc mặt đáy.

Kẻ đường trung trực SA cắt đường thẳng d tại I , khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$.

Ta có $((SBC), (ABC)) = SMA = 30^\circ$,

$$\Rightarrow SA = AM \cdot \tan 30^\circ = 4a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = 2a \Rightarrow AP = \frac{SA}{2} = a$$

$$AG = \frac{2}{3} AM = \frac{2}{3} \cdot 4a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow PI = AG = \frac{4a\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{Xét tam giác } API \text{ vuông tại } P \text{ có } AI = \sqrt{AP^2 + PI^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{4a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{57}}{3}.$$

$$\text{Bán kính } R = AI = \frac{a\sqrt{57}}{3}.$$

$$\text{Diện tích mặt cầu } S = 4\pi R^2 = \frac{76\pi a^2}{3}$$

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt (SBC) và mặt phẳng đáy là 60° . Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{43\pi a^2}{3}$.

B. $\frac{19\pi a^2}{3}$.

C. $\frac{43\pi a^2}{9}$.

D. $21\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A

Gọi I, J lần lượt là trung điểm của BC, SA . Ta có $((SBC), (ABC)) = \widehat{SIA} = 60^\circ$.

$$\Rightarrow SA = AI \cdot \tan 60^\circ = 3a \Rightarrow KG = \frac{SA}{2} = \frac{3a}{2}$$

Gọi G trọng tâm tam giác đồng thời là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Qua G ta dựng đường thẳng $\Delta \perp (ABC)$.

Dựng trung trực SA cắt đường thẳng Δ tại K , khi đó $KS = KA = KB = KC$ nên K là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$.

$$\text{Ta có } R = KA = \sqrt{KG^2 + AG^2} = a\sqrt{\frac{43}{12}}. \text{ Diện tích mặt cầu } S = 4\pi R^2 = \frac{43\pi a^2}{3}.$$

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 30° . Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

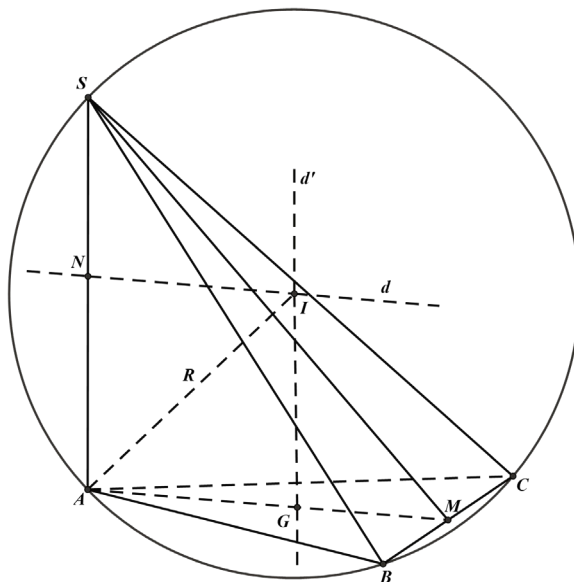
A. $\frac{43\pi a^2}{3}$.

B. $\frac{19\pi a^2}{3}$.

C. $\frac{19\pi a^2}{9}$.

D. $13\pi a^2$.

Lời giải



Chọn B

Gọi M là trung điểm của đoạn BC .

N là trung điểm của đoạn SA .

G là trọng tâm ΔABC .

Gọi d' là đường thẳng đi qua trọng tâm G của ΔABC và vuông góc với mặt phẳng đáy.

d là đường trung trực của đoạn thẳng SA .

Từ đó suy ra tâm I của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là giao điểm của hai đường thẳng d và d' .

Suy ra: bán kính mặt cầu $R = AI$.

$$\text{Ta có: } \Delta ABC \text{ đều cạnh } 2a \Rightarrow AM = 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3} \text{ và } AG = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy là góc $\widehat{SMA} = 30^\circ$

$$\tan \widehat{SMA} = \frac{SA}{AM} \Rightarrow SA = AM \cdot \tan 30^\circ = a\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = a.$$

Suy ra: $AN = \frac{a}{2}.$

$$\text{Do đó: } R = AI = \sqrt{AN^2 + NI^2} = \sqrt{AN^2 + AG^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{2a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{57}}{6}$$

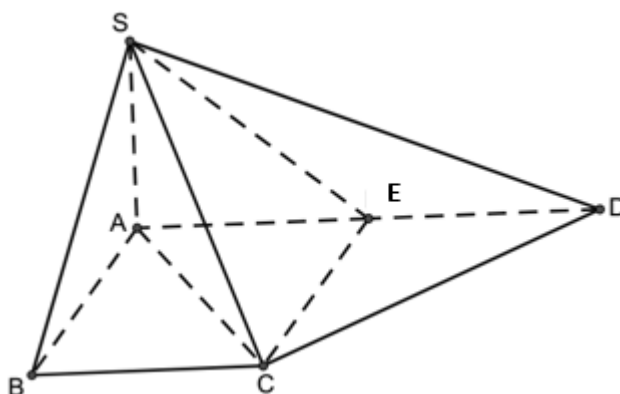
Vậy diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là: $S = 4\pi.R^2 = 4\pi \cdot \left(\frac{\sqrt{57}}{6}\right)^2 = \frac{19\pi a^2}{3}.$

Câu 44: Cho hình chóp $ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D . Biết SA vuông góc với $ABCD$, $AB = BC = a$, $AD = 2a$, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm của AD . Bán kính mặt cầu đi qua các điểm S, A, B, C, E bằng

- A.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}.$ **B.** $\frac{a\sqrt{30}}{6}.$ **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}.$ **D.** $a.$

Lời giải

Chọn D



Ta thấy các tam giác $\triangle SAC$; $\triangle SBC$; $\triangle SEC$ vuông tại A, C, E . Vậy các điểm S, A, B, C, E nằm

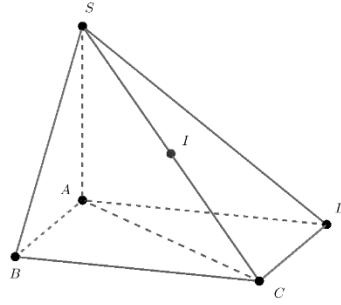
trên mặt cầu đường kính $SC \Rightarrow R = \frac{SC}{2} = \frac{\sqrt{SA^2 + AC^2}}{2} = a.$

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có đường chéo bằng $a\sqrt{2}$, cạnh SA có độ dài bằng $2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}.$ **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{12}.$ **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{4}.$ **D.** $\frac{2a\sqrt{6}}{3}.$

Lời giải

Chọn A



Theo giả thiết, $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC$ nên ΔSAC vuông tại A .

Mặt khác

$$\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp SB. \text{ Suy ra } \Delta SBC \text{ vuông tại } B.$$

Tương tự, ta cũng có ΔSCD vuông tại D .

Gọi I là trung điểm của SC . Suy ra $IS = IA = IB = IC = ID$.

Do đó, I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ và bán kính $R = \frac{SC}{2}$.

$$\text{Ta có } SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{(2a)^2 + (a\sqrt{2})^2} = a\sqrt{6} \Rightarrow R = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình vuông cạnh bằng x . Cạnh bên $SA = x\sqrt{6}$ và vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính theo x diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$.

A. $8\pi x^2$.

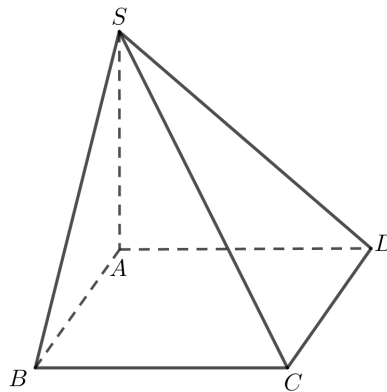
B. $x^2\sqrt{2}$.

C. $2\pi x^2$.

D. $2x^2$.

Lời giải

Chọn A



+ Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC, SA \perp BC, SA \perp CD$.

$$\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp SB, \begin{cases} CD \perp SA \\ CD \perp AD \end{cases} \Rightarrow CD \perp SD.$$

Vậy $\widehat{SAC} = \widehat{SBC} = \widehat{SDC} = 90^\circ$ do đó A, B, D, S, C thuộc mặt cầu đường kính SC .

+ Ta có $AC = \sqrt{2}x$, $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = 2\sqrt{2}x$. R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$ khi đó $R = \frac{SC}{2} = \sqrt{2}x$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$ bằng $S = 4\pi R^2 = 4\pi(\sqrt{2}x)^2 = 8\pi x^2$.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Cạnh bên $SA = a\sqrt{6}$ và vuông góc với đáy $(ABCD)$. Tính theo a diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$.

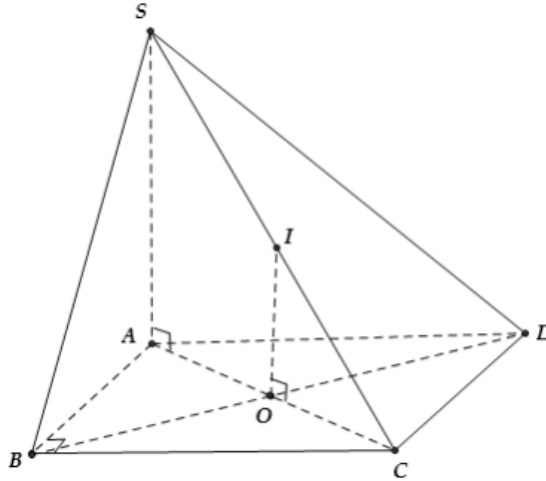
A. $8\pi a^2$.

B. $a^2\sqrt{2}$.

C. $2\pi a^2$.

D. $2a^2$.

Lời giải



Gọi $O = AC \cap BD$, đường chéo $AC = a\sqrt{2}$.

Gọi I là trung điểm của SC .

Suy ra OI là đường trung bình của tam giác SAC . Suy ra $OI \parallel SA \Rightarrow OI \perp (ABCD)$.

Hay OI là trục đường tròn ngoại tiếp đáy $ABCD$.

Mà $IS = IC \Rightarrow IA = IB = IC = ID = IS$. Suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABCD$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABCD$: $R = SI = \frac{SC}{2} = \frac{\sqrt{SA^2 + AC^2}}{2} = a\sqrt{2}$.

Diện tích mặt cầu: $S = 4\pi R^2 = 8\pi a^2$.

Câu 48: Trong không gian, cho hình chóp $S.ABC$ có SA, AB, BC đôi một vuông góc với nhau và $SA = a, AB = b, BC = c$. Mặt cầu đi qua S, A, B, C có bán kính bằng

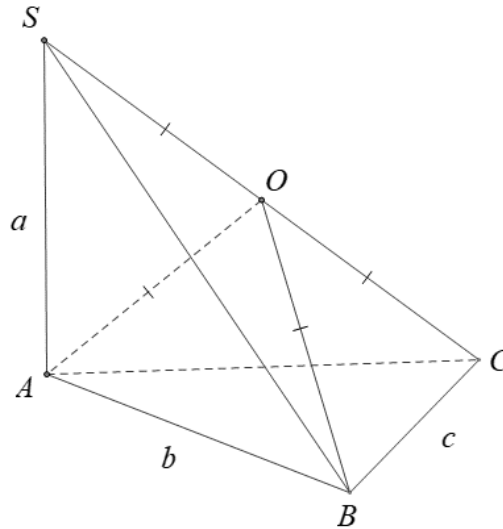
A. $\frac{2(a+b+c)}{3}$.

B. $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

C. $2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

D. $\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} SA \perp AB \\ SA \perp BC \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AC.$

Ta có: $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB.$

Gọi O là trung điểm SC , ta có tam giác SAC, SBC vuông lần lượt tại A và B nên:

$OA = OB = OC = OS = \frac{SC}{2}$. Do đó mặt cầu đi qua S, A, B, C có tâm O và bán kính $R = \frac{SC}{2}$.

Ta có: $SC^2 = SB^2 + BC^2 = SA^2 + AB^2 + BC^2 = a^2 + b^2 + c^2$. suy ra $R = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

Câu 49: Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác BCD vuông tại C , AB vuông góc với mặt phẳng (BCD) , $AB = 5a$, $BC = 3a$ và $CD = 4a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $R = \frac{5a\sqrt{2}}{3}$

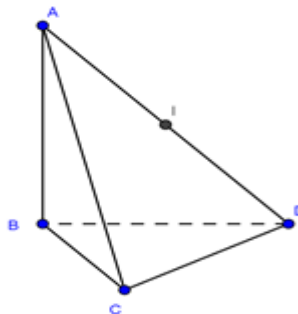
B. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{3}$

C. $R = \frac{5a\sqrt{2}}{2}$

D. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{2}$

Lời giải

Chọn C



Tam giác BCD vuông tại C nên áp dụng định lí Pitago, ta được $BD = 5a$.

Tam giác ABD vuông tại B nên áp dụng định lí Pitago, ta được $AD = 5a\sqrt{2}$.

Vì B và C cùng nhìn AD dưới một góc vuông nên tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ là trung điểm I của AD . Bán kính mặt cầu này là: $R = \frac{AD}{2} = \frac{5a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 3a$, $BC = 4a$, $SA = 12a$ và SA vuông góc với đáy. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R = \frac{13a}{2}$

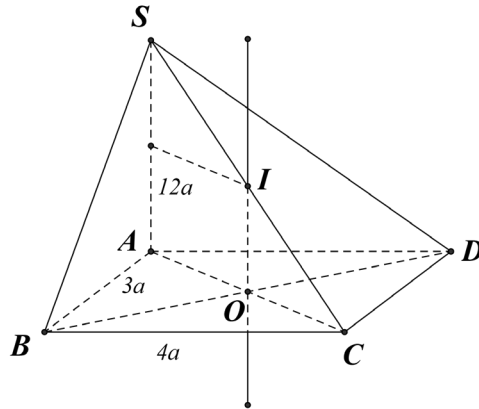
B. $R = 6a$

C. $R = \frac{5a}{2}$

D. $R = \frac{17a}{2}$

Lời giải

Chọn A



Ta có: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 5a$

Vì $SA \perp AC$ nên $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = 13a$

Nhận thấy: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp SB$. Tương tự: $CD \perp SD$

Do các điểm A , B , D đều nhìn đoạn thẳng SC dưới một góc vuông nên gọi I là trung điểm của đoạn thẳng SC thì I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Vậy $R = \frac{SC}{2} = \frac{13a}{2}$.

Câu 51: Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B , SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . $SA = 5$, $AB = 3$, $BC = 4$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$

A. $R = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

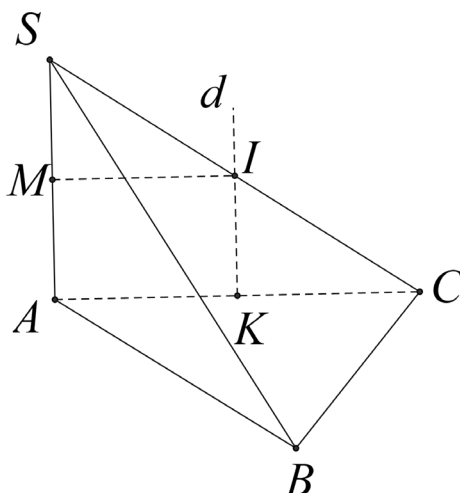
B. $R = 5$.

C. $R = \frac{5}{2}$.

D. $R = 5\sqrt{2}$.

Lời giải 1

Chọn A



Gọi K là trung điểm AC . Gọi M là trung điểm SA .

Vì tam giác ABC vuông tại B nên K là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Từ K dựng đường thẳng d vuông góc với $mp(ABC)$.

Trong $mp(SAC)$ dựng MI là đường trung trực đoạn SA cắt d tại I .

Khi đó điểm I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC và bán kính mặt cầu là $R = AI$.

Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 5 \Rightarrow AK = \frac{5}{2}$. Có $IK = MA = \frac{SA}{2} = \frac{5}{2}$.

$$\text{Vậy } R = AI = \sqrt{AK^2 + IK^2} = \sqrt{\frac{25}{4} + \frac{25}{4}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}.$$

Lời giải 2

Gọi I là trung điểm của SC . Tam giác SAC vuông tại A nên $IS = IC = IA$

Ta có $BC \perp AB; BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow \Delta SBC$ vuông tại **B.**

Nên $IS = IC = IB$

Từ và ta có I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bán kính $R = \frac{1}{2}SC$.

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 5; SC = \sqrt{AS^2 + AC^2} = 5\sqrt{2}$$

$$V_{ay} R = \frac{5\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 52: Cho hình chóp $S.ABC$ có đường cao SA , đáy ABC là tam giác vuông tại A . Biết $SA = 6a, AB = 2a, AC = 4a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$?

- A.** $R = 2a\sqrt{7}$. **B.** $R = a\sqrt{14}$. **C.** $R = 2a\sqrt{3}$. **D.** $r = 2a\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{4a^2 + 16a^2} = 2a\sqrt{5}$$

$$R_d = a\sqrt{5}$$

$$R = \sqrt{R_d^2 + \frac{SA^2}{4}} = \sqrt{5a^2 + 9a^2} = a\sqrt{14}.$$

Câu 53: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có đường chéo bằng $\sqrt{2}a$, cạnh SA có độ dài bằng $2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$?

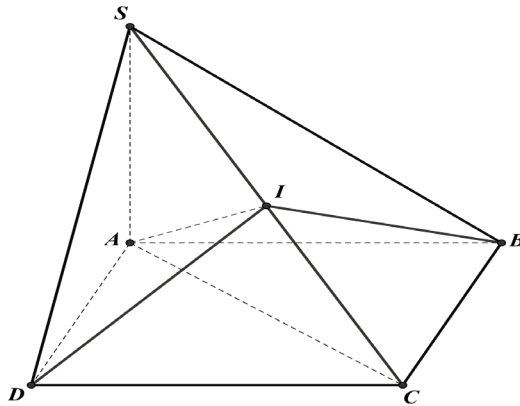
A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

C. $\frac{2a\sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{12}$.

Lời giải



*) Ta có $\triangle SAC$ vuông tại A (1).

*) CM $\triangle SDC$ vuông tại D . Ta có:

$$AD \perp CD.$$

$$SA \perp CD.$$

Ta suy ra: $CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp SD \Rightarrow \triangle SDC$ vuông tại D (2).

*) Chứng minh tương tự, ta được $\triangle SBC$ vuông tại B (3).

Từ (1), (2), (3): Ta suy ra: mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ có đường kính SC .

$$\text{Ta có: } SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{4a^2 + 2a^2} = a\sqrt{6}.$$

$$\text{Vậy mặt cầu } (S) \text{ ngoại tiếp hình chóp } S.ABCD \text{ có bán kính bằng } R = \frac{SC}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Câu 54: Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $BC = a$, $SA \perp (ABC)$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB và SC . Bán kính mặt cầu đi qua các điểm A, B, C, M, N bằng

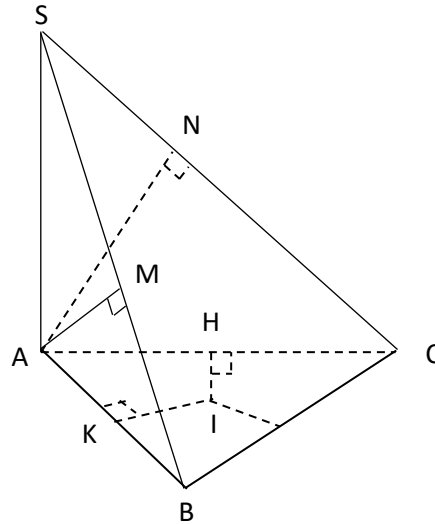
A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$

C. a

D. $2a$

Lời giải



- Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$

$$\Rightarrow IA = IB = IC \quad (1).$$

- Kẻ IH là trung trực của AC .

$$\left. \begin{array}{l} IH \perp AC \\ IH \perp SA \end{array} \right\} \Leftrightarrow IH \perp (SAC) \Leftrightarrow IH \perp (ANC).$$

Mà $\triangle ANC$ vuông tại N có AC là cạnh huyền và H là trung điểm $AC \Rightarrow IH$ là trục của $\triangle ANC \Rightarrow IA = IC = IN \quad (2)$.

- Tương tự kẻ IK là trung trực của $AB \Rightarrow IK$ là trục của $\triangle AMB \Rightarrow IA = IB = IM \quad (3)$.

$$(1), (2), (3) \Rightarrow IA = IB = IC = IM = IN \Rightarrow I \text{ là tâm đường tròn ngoại tiếp chóp } A.BCMN.$$

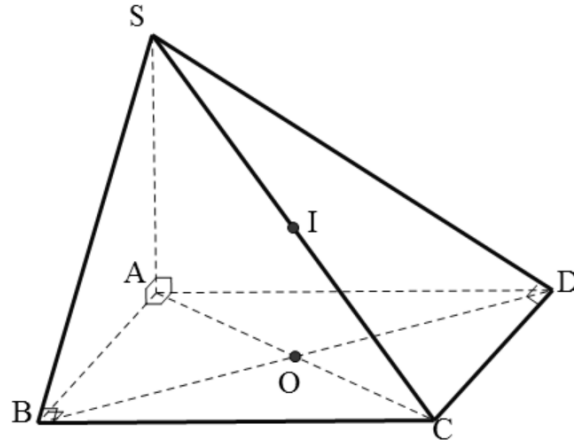
$$\text{Định lí hàm sin trong } \triangle ABC: IA = \frac{BC}{2 \sin \widehat{BAC}} = \frac{a}{2 \sin 60^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 55: Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a, SA \perp (ABCD)$, SC tạo với mặt đáy một góc 45° . Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ có bán kính bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $2a^3$. B. $2a^3\sqrt{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là tâm của hình chữ nhật $ABCD$; I là trung điểm đoạn SC .

$$\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB.$$

$$\begin{cases} CD \perp SA \\ CD \perp AD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp SD$$

Các điểm A, B, D cùng nhìn SC dưới một góc vuông nên I chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Mặt khác AC là hình chiếu của SC trên mặt phẳng đáy nên góc giữa SC và mặt phẳng đáy là góc ACS bằng 45° . Do đó tam giác SAC vuông cân tại $A \Rightarrow SA = AC = 2a$.

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot a \cdot a\sqrt{3} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 56: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp?

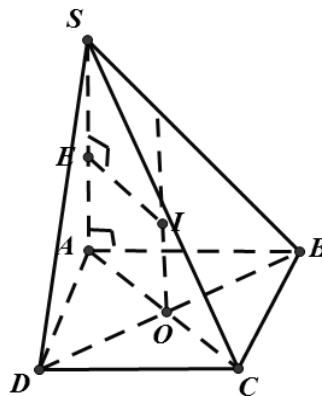
A. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

B. $2a$.

C. $a\sqrt{5}$.

D. $a\sqrt{7}$.

Lời giải



Gọi $O = AC \cap BD$. Dựng (d) đi qua O và vuông góc với $mp(ABCD)$.

Dựng Δ là đường trung trực của cạnh SA cắt SA tại E .

$I = d \cap \Delta \Rightarrow I$ là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD \Rightarrow$ Bán kính là: IA .

Ta có $AO = \frac{a\sqrt{2}}{2}, AE = \frac{a\sqrt{3}}{2}. AI = \sqrt{AO^2 + AE^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$

Câu 57: Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB = a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Đường thẳng SC tạo với đáy một góc 60° . Tính diện tích mặt cầu đi qua bốn đỉnh của hình chóp $SABC$

A. $8a^2\pi$.

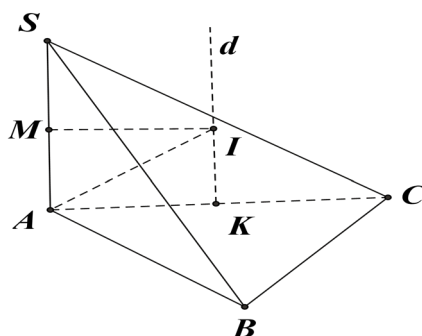
B. $\frac{32a^2}{3}\pi$.

C. $\frac{8a^2\pi}{3}$

D. $4a^2\pi$.

Lời giải

Chọn B



Gọi K, M lần lượt là trung điểm của AC, AS

Tam giác ABC là tam giác vuông cân tại B nên K là tâm đường tròn ngoại tiếp

Từ K dựng đường thẳng d vuông góc mặt phẳng.

Trong, dựng đường trung trực của SA cắt d tại I

Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $SABC$ và bán kính mặt cầu là $R = IA$

Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2} \Rightarrow AK = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$SA = AC \cdot \tan \widehat{SCA} = a\sqrt{6} \Rightarrow MA = \frac{SA}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$

$\Rightarrow R = IA = \sqrt{MA^2 + AK^2} = a\sqrt{2}$. Diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = 8a^2\pi$

Câu 58: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , tam giác ABC vuông tại B .

Biết $SA = 2a, AB = a, BC = a\sqrt{3}$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

A. a .

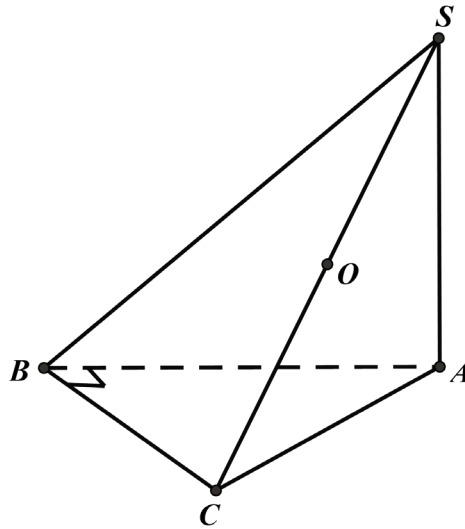
B. $2a\sqrt{2}$.

C. $a\sqrt{2}$.

D. $x = 3; y = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $\left. \begin{matrix} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{matrix} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$, lại có $CA \perp SA$.

Do đó 2 điểm A, B nhìn đoạn SC dưới một góc vuông. Suy ra mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC là mặt cầu đường kính SC.

Xét tam giác ABC có $AC = \sqrt{BC^2 + BA^2} = 2a$ suy ra $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = 2a\sqrt{2}$.

Vậy $R = a\sqrt{2}$.

Câu 59: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại A, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $AB = 2$, $AC = 4$, $SA = \sqrt{5}$. Mặt cầu đi qua các đỉnh của hình chóp S.ABC có bán kính là:

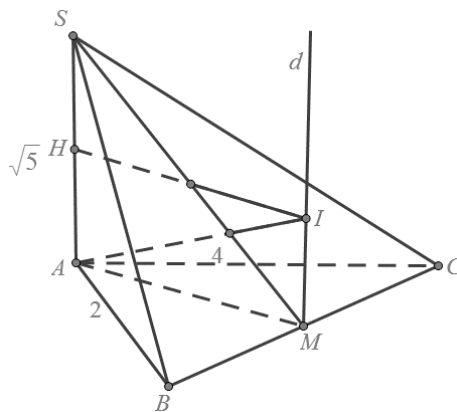
A. $R = \frac{25}{2}$.

B. $R = \frac{5}{2}$.

C. $R = 5$.

D. $R = \frac{10}{3}$.

Lời giải



Cách 1.

Gọi M, H lần lượt là trung điểm BC, SA.

Ta có tam giác ABC vuông tại A suy ra M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Qua M kẻ đường thẳng d sao cho $d \perp (ABC) \Rightarrow d$ là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Trong mặt phẳng (SAM) kẻ đường trung trực Δ của đoạn SA, cắt d tại I

$$\Rightarrow \begin{cases} IA = IB = IC \\ IA = IS \end{cases} \Rightarrow IA = IB = IC = IS \Rightarrow I \text{ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp } S.ABC.$$

$$\bullet \begin{cases} HA \perp (ABC) \\ IM \perp (ABC) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} HA \perp AM \\ HA \parallel IM \end{cases}.$$

$$\bullet \begin{cases} HI \perp SA \\ AM \perp SA \\ HI, SA, AM \subset (SAM) \end{cases} \Rightarrow HI \parallel AM.$$

Suy ra tứ giác $HAMI$ là hình chữ nhật.

$$\text{Ta có } AM = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}\sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{5}, \quad IM = \frac{1}{2}SA = \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp } S.ABC \text{ là: } R = AI = \sqrt{AM^2 + IM^2} = \sqrt{5 + \frac{5}{4}} = \frac{5}{2}.$$

Cách 2. Sử dụng kết quả: Nếu $SABC$ là một tứ diện vuông đỉnh A thì bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SABC$ được tính bởi công thức: $R = \frac{1}{2}\sqrt{AS^2 + AB^2 + AC^2}$

$$\text{Áp dụng công thức trên, ta có } R = \frac{1}{2}\sqrt{(\sqrt{5})^2 + 2^2 + 4^2} = \frac{5}{2}.$$

Câu 60: Cho tứ diện $ABCD$ có các mặt ABC và BCD là các tam giác đều cạnh bằng 2; hai mặt phẳng (ABD) và (ACD) vuông góc với nhau. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

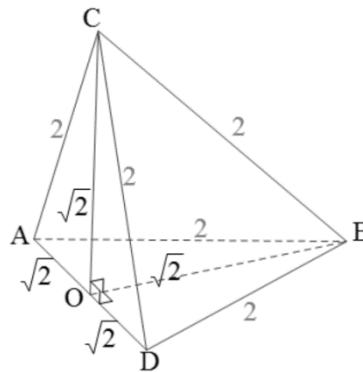
A. $2\sqrt{2}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải



Gọi O là trung điểm AD .

$$\begin{cases} (ABD) \perp (ACD) \\ (ABD) \cap (ACD) = AD \Rightarrow CO \perp (ABD) \\ CO \perp AD \end{cases}$$

ΔCOB vuông cân tại O và $CB = 2$ suy ra $OB = OC = \sqrt{2}$.

$$OD = OA = \sqrt{AC^2 - OC^2} = \sqrt{2}.$$

Vậy O là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ và bán kính bằng $\sqrt{2}$.

Câu 61: Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{18}$

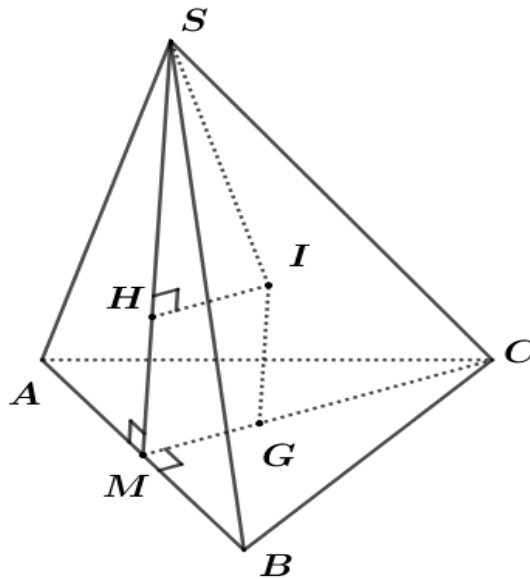
B. $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$

C. $V = \frac{4\sqrt{3}\pi}{27}$

D. $V = \frac{5\pi}{3}$

Lời giải

Chọn B



Gọi M, G, H lần lượt là trung điểm của AB , trọng tâm $\Delta ABC, \Delta SAB$.

Vì $\Delta ABC, \Delta SAB$ là hai tam giác đều nên $CM \perp AB; SM \perp AB$.

$$\text{Mà } \begin{cases} (SAB) \perp (ABC) \\ (SAB) \cap (ABC) = AB \\ CM \perp AB; SM \perp AB \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} CM \perp (SAB) \\ SM \perp (ABC) \end{cases}$$

Trong (SMC) từ G, H lần lượt kẻ các đường thẳng song song với SM, MC và cắt nhau tại I . Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$.

Ta có

$$\begin{aligned}
 SI^2 &= SH^2 + HI^2 = SH^2 + MG^2 = \left(\frac{2}{3}SM\right)^2 + \left(\frac{1}{3}SM\right)^2 \\
 &= \frac{5}{9}SM^2 = \frac{5}{9} \cdot \frac{3}{4} = \frac{5}{12} \\
 \Rightarrow V &= \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot SI^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\sqrt{\frac{5}{12}}\right)^3 = \frac{5\sqrt{15}\pi}{54}
 \end{aligned}$$

Câu 62: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = a$, $AD = 2a$. Tam giác SAD đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ theo a .

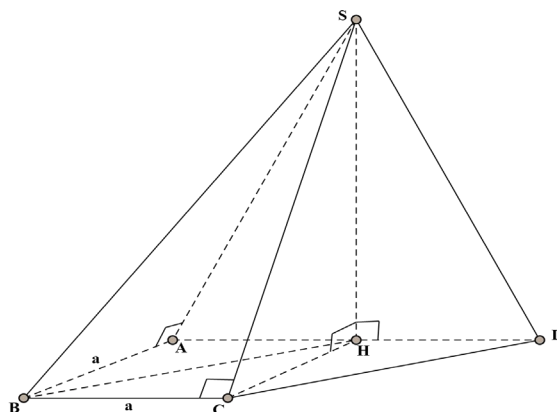
A. $6\pi a^2$.

B. $10\pi a^2$.

C. $3\pi a^2$.

D. $5\pi a^2$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm của AD . Tam giác SAD đều và $(SAD) \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Ta có $AH = a$, $SH = a\sqrt{3}$ và tứ giác $ABCH$ là hình vuông cạnh $a \Rightarrow BH = a\sqrt{2}$.

Mặt khác $\begin{cases} AB \perp AD \\ AB \perp S \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAD) \Rightarrow AB \perp SA$ hay $\widehat{SAB} = 90^\circ$ (1).

Chứng minh tương tự ta có $BC \perp SC$ hay $\widehat{SCB} = 90^\circ$ (2).

Từ (1) và (2) ta thấy hai đỉnh A và C của hình chóp $S.ABC$ cùng nhìn SB dưới một góc vuông. Do đó bốn điểm S, A, B, C cùng nằm trên mặt cầu đường kính SB .

Xét tam giác vuông SHB , ta có $SB = \sqrt{BH^2 + SH^2} = a\sqrt{5}$.

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $S = 4\pi \left(\frac{SB}{2}\right)^2 = 5\pi a^2$.

Câu 63: Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = a$, $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Biết SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy (ABC) . Tính diện tích mặt cầu S_{mc} ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

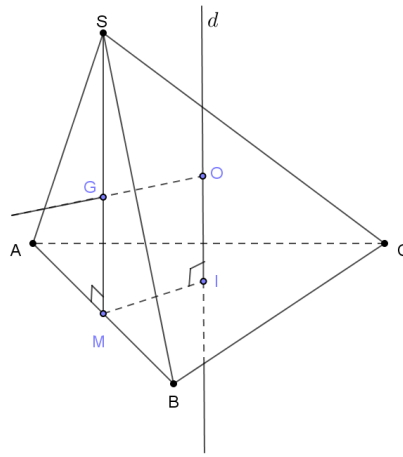
A. $S_{mc} = \frac{7\pi a^2}{3}$.

B. $S_{mc} = \frac{13\pi a^2}{3}$.

C. $S_{mc} = \frac{7\pi a^2}{12}$.

D. $S_{mc} = 4\pi a^2$.

Lời giải



Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC \Rightarrow IA = IB = IC = R = \frac{AB}{2 \sin 30^\circ} = a$.

Dựng đường thẳng d qua I và vuông góc với (ABC) .

Gọi M là trung điểm của AB .

Gọi G là trọng tâm $\triangle ABC \Rightarrow GA = GB = GC$

Kẻ đường thẳng đi qua G và vuông góc với (SAB) cắt d tại $O \Rightarrow OA = OB = OC = OS$.

Suy ra O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bán kính là $r = OA = OB = OC = OS$.

Khi đó $SM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow GM = \frac{1}{3}SM = \frac{a\sqrt{3}}{6} = OI$.

$$r^2 = OB^2 = OI^2 + IB^2 = \frac{a^2}{12} + a^2 = \frac{13a^2}{12}.$$

Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $S_{mc} = 4\pi.r^2 = 4\pi \frac{13a^2}{12} = \frac{13\pi a^2}{3}$.

Câu 64: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$

A. $S = 3\pi a^2$.

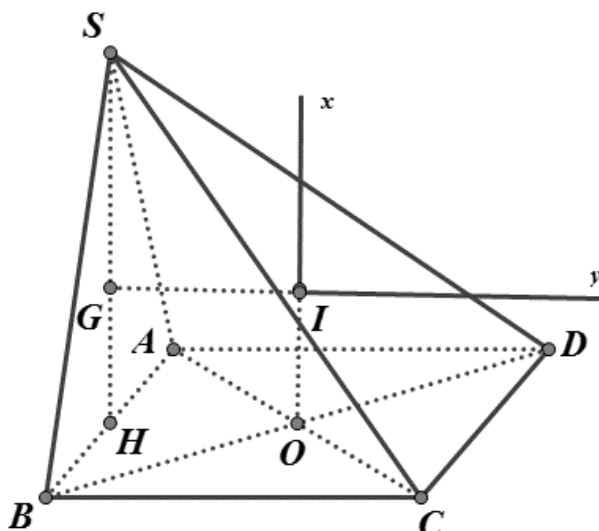
B. $S = \frac{4\pi a^2}{3}$.

C. $S = \frac{7\pi a^2}{3}$.

D. $S = 7\pi a^2$.

Lời giải

Chọn C



+) Xác định mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$

Gọi SH là đường cao của tam giác SAB . Vì SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy nên SH là đường cao của hình chóp $S.ABCD$.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, từ O dựng $Ox \perp (ABCD)$.

Từ trọng tâm G của tam giác SAB dựng $Gy \perp (SAB)$.

Gọi $I = Ox \cap Gy$. Vậy I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

+) Chứng minh I là tâm mặt cầu cần tìm

Vì $I \in Ox$, mà $Ox \perp (ABCD)$, O là tâm hình vuông $ABCD$ nên I cách đều A, B, C , **D.**

Mặt khác G là trọng tâm của tam giác đều SAB , $I \in Gy$, mà $Gy \perp (SAB)$ nên I cách đều S, A, B .

Từ và suy ra I cách đều S, A, B, C , **D.** Nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$, bán kính $R = IB$

+) Tìm độ dài bán kính mặt cầu

Vì $OI \perp (ABCD)$, $SH \perp (ABCD)$ nên $OI \parallel GH$ vì $G \in SH$

Mặt khác $Gy \perp (SAB)$, $I \in Gy$ mà $OH \perp (SAB)$ nên $GI \parallel OH$

Từ và suy ra $GHOI$ là hình bình hành $OI = GH = \frac{1}{3}SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Vì $OI \perp (ABCD) \Rightarrow OI \perp OB \Rightarrow \triangle BOI$ vuông tại B

Xét $\triangle BOI$ vuông tại B ta có

$$IB^2 = IO^2 + OB^2 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{7}{12}a^2 \Rightarrow IB = \frac{\sqrt{21}}{6}a = R.$$

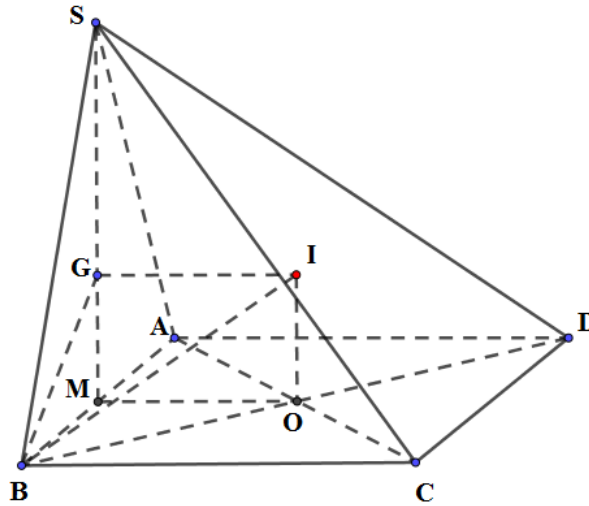
$\Rightarrow$ Diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = \frac{7}{3}\pi a^2$.

Câu 65: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V = \frac{7\sqrt{21}\pi a^3}{54}$. **B.** $V = \frac{7\sqrt{21}\pi a^3}{18}$. **C.** $V = \frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{81}$. **D.** $V = \frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{27}$.

Lời giải

Chọn A



***) Xác định tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$:**

Gọi G là trọng tâm tam giác SAB , O là tâm của hình vuông $ABCD$, M là trung điểm của AB .

Do $\triangle SAB$ đều $\Rightarrow SM \perp AB$

Mà $(SAB) \perp (ABCD) \Rightarrow SM \perp (ABCD) \Rightarrow SM \perp OM$

OM là đường trung bình của $\triangle ABC \Rightarrow OM \parallel AD \Rightarrow OM \perp AB$ (do $AD \perp AB$)

$\Rightarrow OM \perp (SAB)$.

Dựng các đường thẳng qua G, O lần lượt song song với MO, SM , hai đường thẳng này cắt nhau tại I

Ta có: $IO \parallel SM, SM \perp (ABCD) \Rightarrow IO \perp (ABCD)$, mà O là tâm của hình vuông $ABCD$

$\Rightarrow IA = IB = IC = ID$

Ta có: $GI \parallel OM, OM \perp (SAB) \Rightarrow GI \perp (SAB)$, mà G là trọng tâm tam giác đều SAB

$\Rightarrow IS = IA = IB$

Từ, suy ra: I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

***) Tính bán kính, thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$:**

Ta có: $OM = \frac{1}{2}AD = \frac{a}{2} \Rightarrow GI = OM = \frac{a}{2}$

$\triangle SAB$ đều cạnh bằng a có G là trọng tâm $\Rightarrow BG = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Do $GI \perp (SAB) \Rightarrow GI \perp BG \Rightarrow \triangle BGI$ vuông tại G

$$\Rightarrow IB = \sqrt{IG^2 + GB^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{3}} = a\sqrt{\frac{7}{12}}$$

Bán kính khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là: $R = IB = a\sqrt{\frac{7}{12}}$

Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(a\sqrt{\frac{7}{12}}\right)^3 = \frac{7\sqrt{21}\pi a^3}{54}.$$

Câu 66: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = BC = AC = BD = 2a, AD = a\sqrt{3}$; hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) vuông góc với nhau. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\frac{64\pi a^2}{27}$

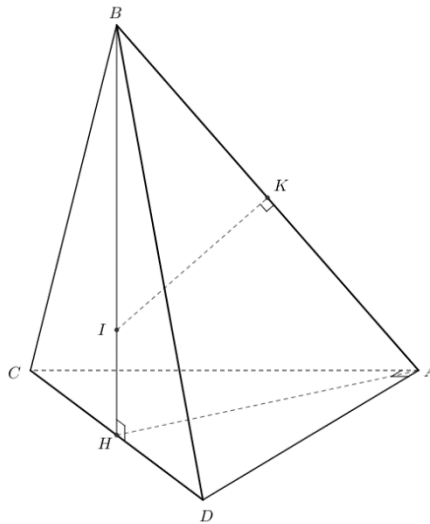
B. $\frac{4\pi a^2}{27}$

C. $\frac{16\pi a^2}{9}$

D. $\frac{64\pi a^2}{9}$

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm $CD \Rightarrow BH \perp (ACD)$ và tam giác ACD vuông tại **A.**

$$\Rightarrow CD = \sqrt{CA^2 + AD^2} = a\sqrt{7} \text{ và } BH = \sqrt{BD^2 - HD^2} = \frac{3}{2}a.$$

Trong mặt phẳng (BHA) kẻ đường trung trực Δ của cạnh BA và gọi $I = \Delta \cap SH$

Khi đó ta có I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

Ta có

$$\Delta BIK \sim \Delta BAH \Rightarrow BI = \frac{BK \cdot BA}{BH} = \frac{BA^2}{2BH} = \frac{4}{3}a.$$

Suy ra bán kính mặt cầu là $R = BI = \frac{4}{3}a$.

Vậy diện tích của mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = \frac{64\pi a^2}{9}$.

Câu 67: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Tam giác SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết rằng $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$ và $\widehat{ASB} = 60^\circ$. Tính diện tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

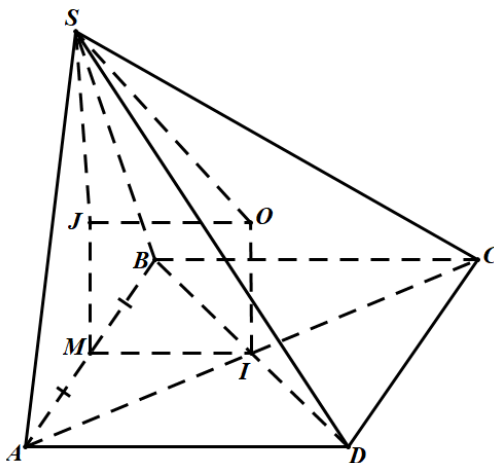
A. $S = \frac{13\pi a^2}{2}$.

B. $S = \frac{13\pi a^2}{3}$.

C. $S = \frac{11\pi a^2}{2}$.

D. $S = \frac{11\pi a^2}{3}$.

Lời giải



Gọi I, J là tâm đường tròn ngoại tiếp của tứ giác $ABCD$ và tam giác SAB . M là trung điểm của AB và O là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

Ta có: $JM \perp AB$ và $IM \perp AB$ và $mp(SAB) \perp mp(ABCD)$ nên $IM \perp JM$, ngoài ra O là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp nên $OI \perp (ABCD) \Rightarrow OI \perp IM$; $OJ \perp (SAB) \Rightarrow OJ \perp JM$.

Do đó O, J, M, I đồng phẳng và tứ giác $OJMI$ là hình chữ nhật.

Gọi R, R_b lần lượt là bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB .

$$\text{Ta có: } R = SO = \sqrt{SJ^2 + OJ^2} = \sqrt{R_b^2 + IM^2} = \sqrt{R_b^2 + IA^2 - AM^2} = \sqrt{R_b^2 + IA^2 - \frac{AB^2}{4}}$$

$$\text{Áp dụng định lý Pytago: } IA^2 = \frac{BD^2}{4} = \frac{AB^2 + AD^2}{4} = \frac{a^2 + 3a^2}{4} = a^2 \Rightarrow IA = a.$$

$$\text{Áp dụng định lý sin trong tam giác } SAB: R_b = \frac{AB}{2 \sin \widehat{ASB}} = \frac{a}{2 \cdot \sin 60^\circ} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$\text{Do đó: } R = \sqrt{\frac{a^2}{3} + a^2 - \frac{a^2}{4}} = \sqrt{\frac{13}{12}a^2} \Rightarrow S = 4\pi R^2 = \frac{13}{3}\pi a^2.$$

Nhận xét: Bài toán này áp dụng một bổ đề quan trọng sau:

Xét hình chóp đỉnh S , có mặt bên (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy, mặt phẳng đáy nội tiếp trong đường tròn bán kính R_d , bán kính mặt cầu ngoại tiếp tam giác SAB là R_b . Khi đó

$$\text{hình chóp này nội tiếp trong 1 mặt cầu có bán kính } R = \sqrt{R_d^2 + R_b^2 - \frac{AB^2}{4}}$$

Câu 68: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $AB = 2a$, $AD = a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{57}}{6}$.

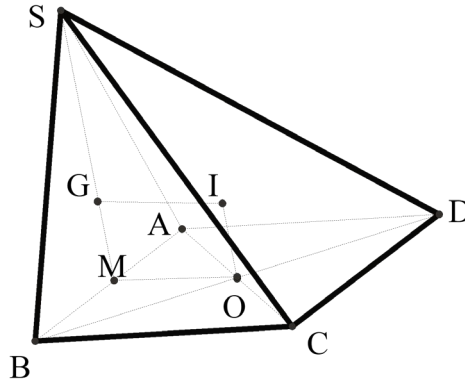
B. $\frac{a\sqrt{19}}{4}$.

C. $\frac{2a\sqrt{15}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{13}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là tâm của đáy, M là trung điểm của AB và G là tâm của tam giác đều SAB .

Gọi d, Δ lần lượt là trục của đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$ và tam giác SAB .

Do $(SAB) \perp (ABCD), (SAB) \cap (ABCD) = AB, SM \perp AB$ nên $SM \perp (ABCD)$.

Mặt khác $d \perp (ABCD)$ nên $d \parallel SM$ hay $\Delta \subset mp(d, SM)$, Δ và d cắt nhau tại I .

Ta có I cách đều S, A, B, C, D nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

Tứ giác $GMOI$ có $GM \perp MO, IG \perp GM, SM \parallel IO$ nên $GMOI$ là hình chữ nhật.

$$SM = a\sqrt{3}, GM = \frac{1}{3}SM = \frac{a\sqrt{3}}{3}, AO = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là } R = IA = \sqrt{IO^2 + AO^2} = \sqrt{\frac{a^2}{3} + \frac{5a^2}{4}} = \frac{\sqrt{57}a}{6}.$$

Câu 69: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{5a^2\pi}{12}$.

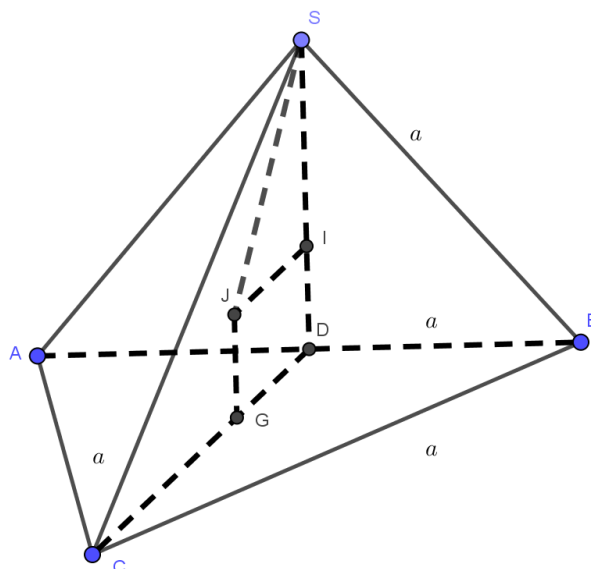
B. $\frac{5a^2\pi}{3}$.

C. $\frac{5a^2}{3}$.

D. $\frac{5a^2}{12}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi G, I lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và SAB .

Trục của hai đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và SAB cắt nhau tại J nên J là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$, bán kính mặt cầu là $R = SJ$

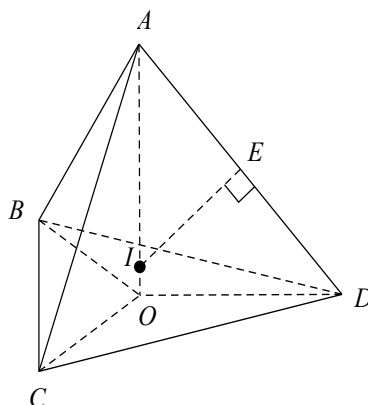
$$\text{Ta có } IJ = GD = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6} \text{ và } SI = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \text{ nên } R = SJ = \sqrt{SI^2 + IJ^2} = \frac{\sqrt{15}a}{6}$$

Vậy Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $S = 4\pi R^2 = \frac{5\pi a^2}{3}$

Câu 70: Nếu tứ diện đều có cạnh bằng a thì mặt cầu ngoại tiếp của tứ diện có bán kính bằng:

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải



Gọi tứ diện đều là $ABCD$, O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD thì ta có $AO \perp (BCD)$. Trong mặt phẳng (AOD) dựng đường trung trực của AD cắt AO tại I , vậy I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ với AI là bán kính.

$$\text{Gọi } E \text{ là trung điểm } AD. \text{ Ta có } \triangle AEI \sim \triangle AOD \Rightarrow \frac{AO}{AE} = \frac{AD}{AI} \Rightarrow R = AI = \frac{AD \cdot AE}{AO} = \frac{AD^2}{2AO}.$$

$$AO = \sqrt{AD^2 - DO^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow R = \frac{a^2}{2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

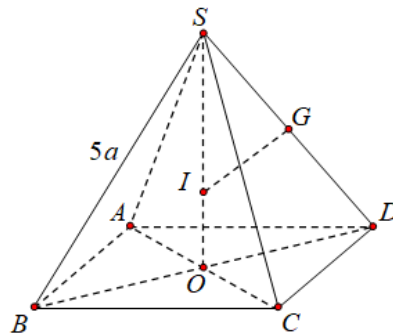
Công thức tính nhanh: Tứ diện đều $ABCD$ có: độ dài cạnh bên $AB = AC = AD = x$ và chiều cao h . Khi đó, bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ là $R = \frac{x^2}{2h}$.

Câu 71: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $3\sqrt{2}a$, cạnh bên bằng $5a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $R = \sqrt{3}a$. B. $R = \sqrt{2}a$. C. $R = \frac{25a}{8}$. D. $R = 2a$.

Lời giải

Chọn C



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, G là trung điểm SD , $GI \perp SD, I \in SO$.

Ta có cạnh đáy bằng $3\sqrt{2}a$ nên $BD = 3\sqrt{2}a \cdot \sqrt{2} = 6a$, $OD = 3a$.

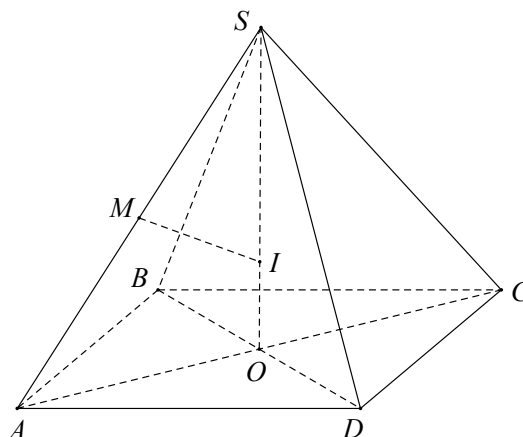
Xét $\triangle SOD$ vuông tại O ta có: $SO = \sqrt{SD^2 - OD^2} = 4a$

Ta có $\triangle SOD \sim \triangle SGI$, suy ra $\frac{SO}{SG} = \frac{SD}{SI} \Rightarrow 4a \cdot R = \frac{1}{2}(5a)^2 \Rightarrow R = \frac{25a}{8}$

Câu 72: Hình chóp đều $S.ABCD$ tất cả các cạnh bằng a . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là

- A. $4\pi a^2$. B. πa^2 . C. $\sqrt{2}\pi a^2$ D. $2\pi a^2$.

Lời giải



Gọi $O = AC \cap BD$; M là trung điểm SA .

Trong mặt phẳng (SAC) gọi I là giao điểm của trung trực đoạn SA với SO .

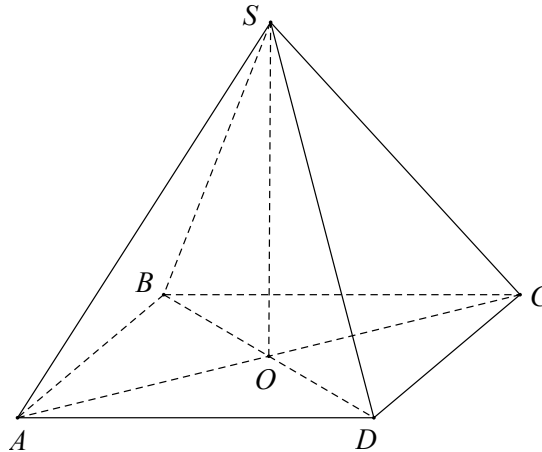
Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Tam giác SAO đồng dạng với tam giác SIM .

$$\Rightarrow \frac{SI}{SA} = \frac{SM}{AO} \Rightarrow R = SI = \frac{SM \cdot SA}{AO} = \frac{\frac{a}{2} \cdot a}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là $S = 4\pi \left(\frac{a\sqrt{2}}{2} \right)^2 = 2\pi a^2$.

Cách 2:



Gọi $O = AC \cap BD$.

Vì $\triangle SBD = \triangle ABD$ nên $OS = OA$.

Mà $OA = OB = OC = OD \Rightarrow O$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Bán kính mặt cầu $R = OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là $S = 4\pi \left(\frac{a\sqrt{2}}{2} \right)^2 = 2\pi a^2$.

Câu 73: Cho hình chóp tứ giác đều có góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Biết rằng mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đó có bán kính $R = a\sqrt{3}$. Tính độ dài cạnh đáy của hình chóp tứ giác đều nói trên.

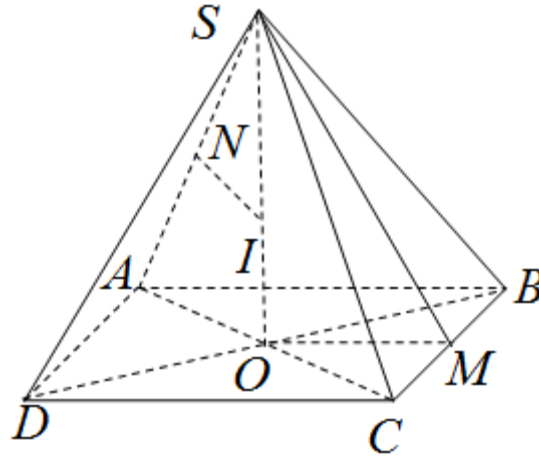
A. $\frac{12}{5}a$

B. $2a$

C. $\frac{3}{2}a$

D. $\frac{9}{4}a$

Lời giải



Gọi các điểm như hình vẽ.

Ta có $SI = a\sqrt{3}$. Góc $SMO = 60^\circ$.

Gọi cạnh đáy bằng x thì $SO = OM \cdot \tan 60^\circ = \frac{x\sqrt{3}}{2}$.

$$SA = \sqrt{SO^2 + AO^2} = \frac{x\sqrt{5}}{2}$$

$$\triangle SNI \sim \triangle SOA \text{ nên } \frac{SN}{SI} = \frac{SO}{SA} \Leftrightarrow \frac{5x^2}{8} = \frac{3a \cdot x}{2} \Leftrightarrow x = \frac{12}{5}a (x > 0)$$

Câu 74: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $AB = a$, góc giữa mặt bên với mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính bán kính mặt cầu đi qua bốn đỉnh của hình chóp $S.ABC$

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

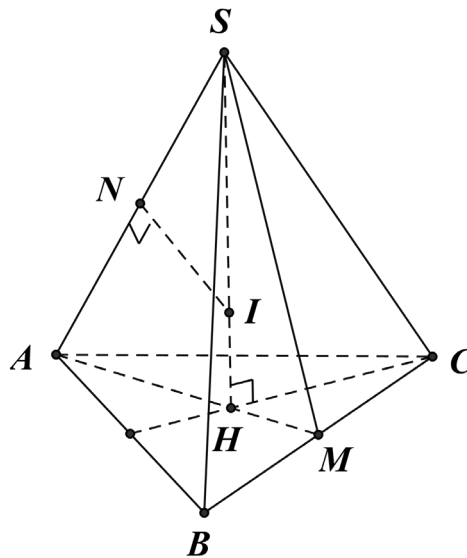
B. $\frac{7a}{12}$.

C. $\frac{7a}{16}$.

D. $\frac{a}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm của BC , H là trọng tâm tam giác ABC

$$\text{Khi đó } SH \perp (ABC) \Rightarrow \widehat{(SBC), (ABC)} = \widehat{SMA} = 60^\circ$$

Gọi N là trung điểm của SA , kẻ $NI \perp SA (I \in SH)$

Khi đó ta có $IS = IA = IB = IC$, nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$

$$\triangle ABC \text{ đều cạnh } a \text{ nên } AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow HM = \frac{a\sqrt{3}}{6}, AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\tan \widehat{SMA} = \frac{SH}{HM} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \sqrt{3} = \frac{1}{2}a$$

$$SA^2 = SH^2 + AH^2 = \frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{3} = \frac{7a^2}{12}$$

$$\triangle SAH \sim \triangle SIN \Rightarrow \frac{SA}{SI} = \frac{SH}{SN} \Rightarrow SI = \frac{SA \cdot SN}{SH} = \frac{SA^2}{2SH} = \frac{7a^2}{12 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2}a} = \frac{7a}{12}.$$

Câu 75: Cho mặt cầu tâm O và tam giác ABC có ba đỉnh nằm trên mặt cầu với góc $BAC = 30^\circ$ và $BC = a$. Gọi S là điểm nằm trên mặt cầu, không thuộc mặt phẳng (ABC) và thỏa mãn $SA = SB = SC$, góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích V của khối cầu tâm O theo a .

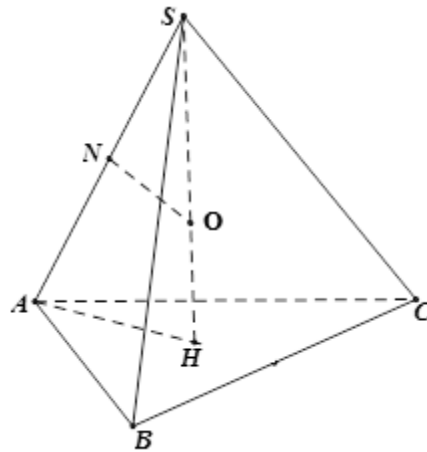
A. $V = \frac{\sqrt{3}}{9} \pi a^3$

B. $V = \frac{32\sqrt{3}}{27} \pi a^3$

C. $V = \frac{4\sqrt{3}}{27} \pi a^3$

D. $V = \frac{15\sqrt{3}}{27} \pi a^3$

Lời giải



Gọi H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , khi đó $SH \perp (ABC)$ và SH là trục đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy.

Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) là $\widehat{SAH} = 60^\circ$.

Gọi N là trung điểm SA , mặt phẳng trung trực của cạnh SA cắt SH tại O . Khi đó $OS = OA = OB = OC$ nên O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Khi đó bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $AH = \frac{BC}{2\sin 30^0} = a$.

$$SH = AH \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}, \quad SA = \sqrt{SH^2 + AH^2} = 2a.$$

Bán kính mặt cầu là $R = SO = \frac{SN \cdot SA}{SH} = \frac{SA^2}{2SH} = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$.

Thể tích của khối cầu tâm O là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{32\sqrt{3}}{27}\pi a^3$.

Câu 76: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, các cạnh còn lại cùng bằng a . Bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là:

A. $R = \frac{a\sqrt{13}}{2}$

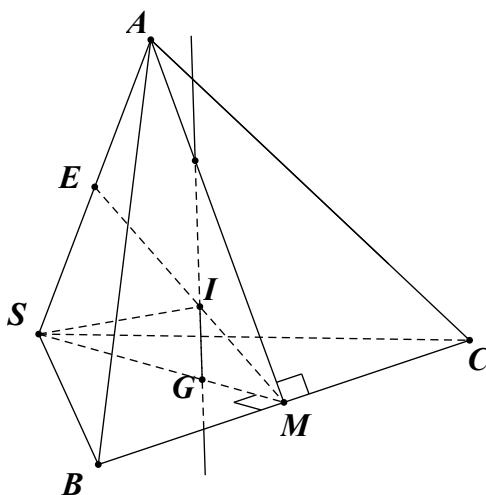
B. $R = \frac{a}{3}$

C. $R = \frac{a\sqrt{13}}{3}$

D. $R = \frac{a\sqrt{13}}{6}$

Lời giải

Chọn D



Ta có $SM = AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, do đó tam giác SAM đều.

Gọi M là trung điểm đoạn BC . Ta có (SAM) là mặt phẳng trung trực đoạn BC .

Gọi G là trọng tâm tam giác SBC , Δ là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác SBC .

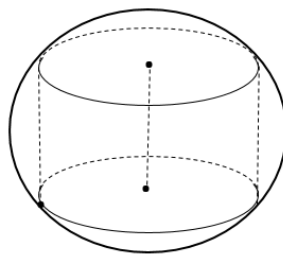
Gọi E là trung điểm SA , ta có $I = \Delta \cap EM$, khi đó I là tâm đường mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$.

$$IG = GM \cdot \tan 30^\circ = \frac{a}{6}, \quad SG = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{Do đó } R = SI = \sqrt{IG^2 + GS^2} = \sqrt{\frac{a^2}{3} + \frac{a^2}{36}} \Rightarrow R = \frac{a\sqrt{13}}{6}.$$

MỨC ĐỘ VẬN DỤNG – VẬN DỤNG CAO

Câu 77: Cho khối cầu (S) tâm I , bán kính R không đổi. Một khối trụ thay đổi có chiều cao h và bán kính đáy r nội tiếp khối cầu. Tính chiều cao h theo R sao cho thể tích khối trụ lớn nhất.



A. $h = \frac{R\sqrt{2}}{2}$.

B. $h = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$.

C. $h = R\sqrt{2}$.

D. $h = \frac{R\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $r = \sqrt{R^2 - \frac{h^2}{4}}$.

Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi \left(R^2 - \frac{h^2}{4} \right) h$, $0 < h < 2R$

$V'_{(h)} = \pi \left(R^2 - \frac{3h^2}{4} \right)$; $V'_{(h)} = 0 \Leftrightarrow h = \pm \frac{2R\sqrt{3}}{3}$.

Bảng biến thiên

h	0	$\frac{2R\sqrt{3}}{3}$	$2R$
$V'_{(h)}$		+	0
V			-

Vậy thể tích khối trụ lớn nhất khi $h = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$.

Câu 78: Một cơ sở sản xuất đồ gia dụng được đặt hàng làm các chiếc hộp kín hình trụ bằng nhôm để đựng rượu có thể tích là $V = 28\pi a^3$ ($a > 0$). Để tiết kiệm sản xuất và mang lại lợi nhuận cao nhất thì cơ sở sẽ sản xuất những chiếc hộp hình trụ có bán kính là R sao cho diện tích nhôm cần dùng là ít nhất. Tìm R

A. $R = a\sqrt[3]{7}$

B. $R = 2a\sqrt[3]{7}$

C. $R = 2a\sqrt[3]{14}$

D. $R = a\sqrt[3]{14}$

Lời giải

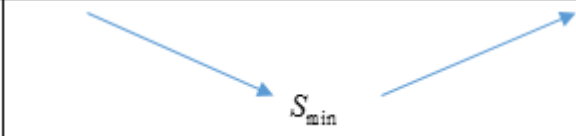
Diện tích nhôm cần dùng để sản xuất là diện tích toàn phần S

Ta có $l = h$; mà $V = 28\pi a^3 \Leftrightarrow \pi R^2 h = 28\pi a^3 \Leftrightarrow h = \frac{28a^3}{R^2}$

$S = 2\pi Rl + 2\pi R^2 = 2\pi \frac{28a^3}{R} + 2\pi R^2$ với $R > 0$

$S' = 2\pi \left(-\frac{28a^3}{R^2} + 2R \right) = 0 \Leftrightarrow R = a\sqrt[3]{14}$

Bảng biến thiên

R	0	$a\sqrt[3]{14}$	$+\infty$
S'	-	0	+
S			

Vậy $S_{\min} \Leftrightarrow R = a\sqrt[3]{14}$

Câu 79: Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng 9, tính thể tích V của khối chóp có thể tích lớn nhất.

A. $V = 576\sqrt{2}$

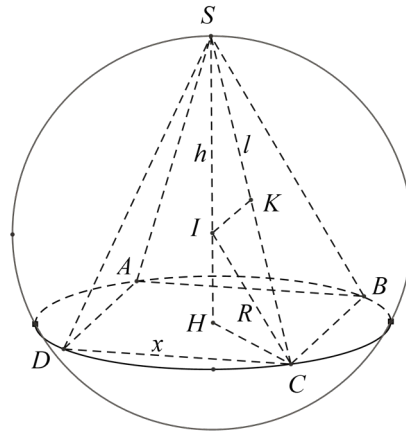
B. $V = 144\sqrt{6}$

C. $V = 144$

D. $V = 576$

Lời giải

Chọn D



Xét hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ nội tiếp mặt cầu có tâm I và bán kính $R = 9$.

Gọi $H = AC \cap BD$, K là trung điểm SC .

Đặt $AB = x$; $SH = h$, $(x, h > 0)$.

Ta có $HC = \frac{x}{\sqrt{2}} \Rightarrow l = SC = \sqrt{h^2 + \frac{x^2}{2}}$.

Do $\triangle SHI \sim \triangle SHC \Rightarrow \frac{SK}{SH} = \frac{SI}{SC} \Rightarrow l^2 = 2h.R \Rightarrow x^2 = 36h - 2h^2$.

Diện tích đáy của hình chóp $S_{ABCD} = x^2$ nên $V = \frac{1}{3}h.x^2 = \frac{1}{3}h(36h - 2h^2)$.

Ta có $\frac{1}{3}h(36h - 2h^2) = \frac{1}{3}.h.h(36 - 2h) \leq \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{h + h + 36 - 2h}{3} \right)^3 = 576 \Rightarrow V \leq 576$, dấu bằng xảy

ra khi $h = h = 36 - 2h \Leftrightarrow h = 12, x = 12$. Vậy $V_{\max} = 576$.

Câu 80: Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng 9, khối chóp có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu ?

A. $576\sqrt{2}$.

B. 144.

C. 576.

D. $144\sqrt{6}$.

Lời giải

Giả sử khối chóp $S.ABCD$ là khối chóp tứ giác đều nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng 9.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ thì $SO \perp (ABCD)$. M là trung điểm của SA , kẻ MI vuông góc với SA và cắt SO tại I thì I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$, bán kính của mặt cầu là $IA = IS = 9$.

Đặt $IO = x$, $0 \leq x \leq 9$, do $\triangle IAO$ vuông tại O nên $AO = \sqrt{AI^2 - IO^2} = \sqrt{81 - x^2}$, suy ra $AC = 2\sqrt{81 - x^2}$.

Do tứ giác $ABCD$ là hình vuông nên $AB = \frac{AC}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{81 - x^2}$, suy ra $S_{\square ABCD} = AB^2 = 2(81 - x^2)$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{\square ABCD} \cdot SO = \frac{2}{3} (81 - x^2) \cdot (9 + x) = \frac{2}{3} (-x^3 - 9x^2 + 81x + 729)$.

Xét hàm số $f(x) = \frac{2}{3} (-x^3 - 9x^2 + 81x + 729)$ với $x \in [0; 9]$.

$$f'(x) = 2(-x^2 - 6x + 27); f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -9 \end{cases}$$

Bảng biến thiên :

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy : $\max_{x \in [0; 9]} f(x) = f(3) = 576$.

Vậy khối chóp có thể tích lớn nhất bằng 576.

Câu 81: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, các cạnh bên của hình chóp bằng $\sqrt{6} \text{ cm}$, $AB = 4 \text{ cm}$. Khi thể tích khối chóp $S.ABCD$ đạt giá trị lớn nhất, tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp $S.ABCD$.

A. $12\pi \text{ cm}^2$.

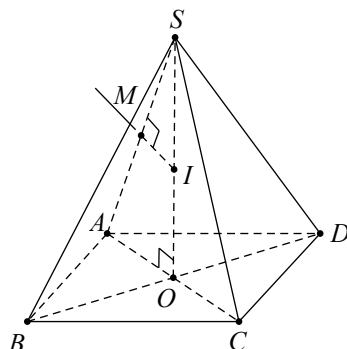
B. $4\pi \text{ cm}^2$.

C. $9\pi \text{ cm}^2$.

D. $36\pi \text{ cm}^2$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là giao điểm của AC và BD .

Ta có $\triangle SAC$ cân tại S nên $SO \perp AC$ và $\triangle SBD$ cân tại S nên $SO \perp BD$.

Khi đó $SO \perp (ABCD)$.

Ta có: $\triangle SAO = \triangle SBO = \triangle SCO = \triangle SDO \Rightarrow OA = OB = OC = OD$

Vậy hình bình hành $ABCD$ là hình chữ nhật.

$$\text{Đặt } BC = x \Rightarrow AC = \sqrt{4^2 + x^2} \Rightarrow AO = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{16 + x^2}}{2}.$$

$$\text{Xét } \triangle SAO \text{ vuông tại } O, \text{ ta có: } SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{6 - \frac{16 + x^2}{4}} = \frac{\sqrt{8 - x^2}}{2}$$

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABCD \text{ là: } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{8 - x^2}}{2} \cdot 4x = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{8 - x^2} \cdot x$$

$$\text{Áp dụng bất đẳng thức: } ab \leq \frac{a^2 + b^2}{2} \text{ ta có: } V = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{8 - x^2} \cdot x \leq \frac{2}{3} \cdot \frac{8 - x^2 + x^2}{2} = \frac{8}{3}.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow \sqrt{8 - x^2} = x \Leftrightarrow x = 2. \text{ Do đó: } BC = 2, SO = 1.$$

Gọi M là trung điểm của SA , trong (SAO) kẻ đường trung trực của SA cắt SO tại I .

Khi đó mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$ có tâm I và bán kính $R = IS$.

$$\text{Vì } \triangle SMI \sim \triangle SOA (g.g) \text{ nên } \frac{SI}{SA} = \frac{SM}{SO} \Rightarrow SI = \frac{SA^2}{2 \cdot SO} = \frac{6}{2 \cdot 1} = 3 \Rightarrow R = 3(\text{cm}).$$

$$\text{Diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối chóp } S.ABCD \text{ là: } 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 3^2 = 36\pi(\text{cm}^2).$$

Câu 82: Cho mặt cầu (S) có bán kính $R=5$. Khối tứ diện $ABCD$ có tất cả các đỉnh thay đổi và cùng thuộc mặt cầu (S) sao cho tam giác ABC vuông cân tại B và $DA = DB = DC$. Biết thể tích lớn nhất của khối tứ diện $ABCD$ là $\frac{a}{b}$ (a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), tính $a+b$.

A. $a+b=1173$.

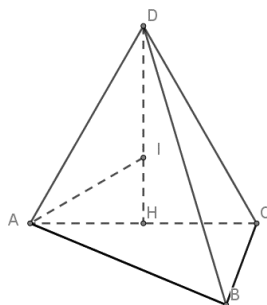
B. $a+b=4081$.

C. $a+b=128$.

D. $a+b=5035$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm của AC , Vì tam giác ABC vuông cân tại B và $DA = DB = DC$ nên $DH \perp (ABC)$ và tâm I của mặt cầu (S) thuộc tia DH . Đặt $DH = x$ và $AH = a$ ($0 < a \leq 5, 0 < x < 10$).

Có $ID = IA = 5$ và $IH = |x - 5|$.

Xét tam giác vuông AIH có $a^2 = AH^2 = AI^2 - IH^2 = 25 - (x - 5)^2 = 10x - x^2$.

Diện tích tam giác ABC là: $S = \frac{1}{2} AC \cdot BH = a^2 = 10x - x^2$.

Thể tích khối chóp $ABCD$ là: $V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot DH = \frac{1}{3} (10x - x^2)x$.

Xét $f(x) = \frac{1}{3} (10x - x^2)x = \frac{1}{3} (10x^2 - x^3)$ với $0 < x < 10$.

Lập bảng biến thiên cho hàm số $f(x)$ ta được giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên nửa

khoảng $(0; 10)$ ta có kết quả là $\frac{4000}{81}$ tại $x = \frac{20}{3}$.

Vậy $a = 4000, b = 81$ nên $a + b = 4081$.

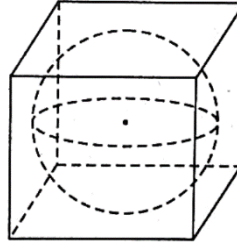
Câu 83: Trên mặt phẳng (P) cho góc $\widehat{xOy} = 60^\circ$. Đoạn $SO = a$ và vuông góc với mặt phẳng (α) . Các điểm $M; N$ chuyển động trên Ox, Oy sao cho ta luôn có: $OM + ON = a$. Tính diện tích của mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất ngoại tiếp tứ diện $SOMN$.

A. $\frac{4\pi a^2}{3}$.

B. $\frac{\pi a^2}{3}$.

C. $\frac{8\pi a^2}{3}$.

D. $\frac{16\pi a^2}{3}$.



Giả sử hình lập phương có cạnh x . Khi đó thể tích khối lập phương là x^3 .

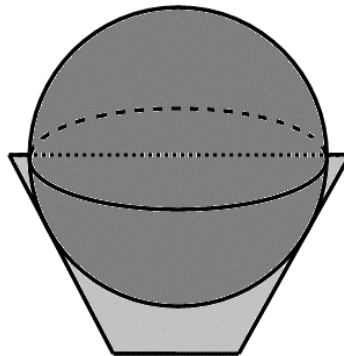
Bán kính khối cầu tiếp xúc với các mặt của khối lập phương là $\frac{x}{2}$. Do đó thể tích khối cầu tiếp

xúc với các mặt của hình lập phương là $\frac{4}{3}\pi\left(\frac{x}{2}\right)^3 = \frac{\pi x^3}{6}$.

Theo đề ra ta có $x^3 - \frac{\pi x^3}{6} = 10 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{60}{6-\pi}}$.

Do đó bán kính của khối cầu là $R = \frac{x}{2} = \sqrt[3]{\frac{15}{12-2\pi}}$

Câu 85: Một cái thùng đựng đầy nước được tạo thành từ việc cắt mặt xung quanh của một hình nón bởi một mặt phẳng vuông góc với trục của hình nón. Miệng thùng là đường tròn có bán kính bằng ba lần bán kính mặt đáy của thùng. Người ta thả vào đó một khối cầu có đường kính bằng $\frac{3}{2}$ chiều cao của thùng nước và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là $54\sqrt{3}\pi \text{ (dm}^3\text{)}$. Biết rằng khối cầu tiếp xúc với mặt trong của thùng và đúng một nửa của khối cầu đã chìm trong nước. Thể tích nước còn lại trong thùng có giá trị nào sau đây?

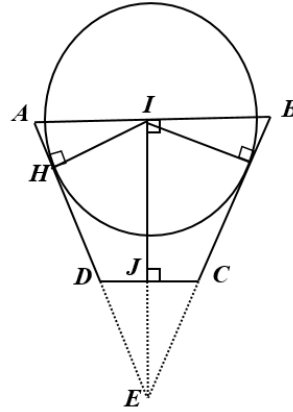


- A. $\frac{46}{5}\sqrt{3}\pi \text{ (dm}^3\text{)}$. B. $18\sqrt{3}\pi \text{ (dm}^3\text{)}$. C. $\frac{46}{3}\sqrt{3}\pi \text{ (dm}^3\text{)}$. D. $18\pi \text{ (dm}^3\text{)}$.

Lời giải

Chọn C

Xét một thiết diện qua trục của hình nón như hình vẽ. Hình thang cân $ABCD$ (IJ là trục đối xứng) là thiết diện của cái thùng nước, hình tròn tâm I bán kính IH là thiết diện của khối cầu. Các đường thẳng AD , BC , IJ đồng quy tại E .



Đặt bán kính của khối cầu là $IH = R$, bán kính mặt đáy của thùng là $JD = r$, chiều cao của thùng là $IJ = h$. Ta có

$$\frac{2}{3}\pi R^3 = 54\sqrt{3}\pi \Leftrightarrow R = 3\sqrt{3}, \quad \frac{3}{2}h = 2R = 6\sqrt{3} \Leftrightarrow h = 4\sqrt{3}.$$

$$\frac{EJ}{EI} = \frac{JC}{IB} = \frac{r}{3r} = \frac{1}{3} \Rightarrow EJ = 2\sqrt{3}, \quad \frac{1}{IH^2} = \frac{1}{IA^2} + \frac{1}{IE^2} \Leftrightarrow \frac{1}{27} = \frac{1}{9r^2} + \frac{1}{108} \Leftrightarrow r = 2.$$

$$\text{Suy ra thể tích của thùng nước là } V_1 = \frac{1}{3}\pi IA^2 \cdot IE - \frac{1}{3}\pi JD^2 \cdot JE = \frac{208\sqrt{3}\pi}{3}.$$

$$\text{Vậy thể tích nước còn lại trong thùng là } V = \frac{208\sqrt{3}\pi}{3} - 54\sqrt{3}\pi = \frac{46\sqrt{3}\pi}{3} \text{ (dm}^3\text{)}.$$

Câu 86: Cho tứ diện $OABC$ có $OA = a$, $OB = b$, $OC = c$ và đôi một vuông góc với nhau. Gọi r là bán kính mặt cầu tiếp xúc với cả bốn mặt của tứ diện. Giả sử $a \geq b, a \geq c$. Giá trị nhỏ nhất của $\frac{a}{r}$ là

A. $1 + \sqrt{3}$.

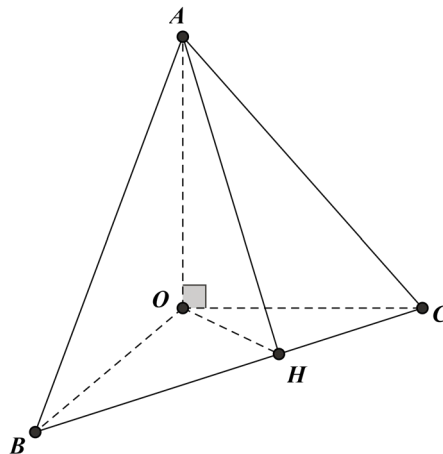
B. $2 + \sqrt{3}$.

C. $\sqrt{3}$.

D. $3 + \sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D



Kẻ đường cao AH của tam giác ABC .

$$\text{Để thấy } OH \perp BC \text{ nên } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} \Rightarrow OH = \frac{bc}{\sqrt{b^2 + c^2}}.$$

Tam giác AOH vuông tại O có $AH^2 = OA^2 + OH^2 \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}}{\sqrt{b^2 + c^2}}$.

Tam giác OBC có $BC = \sqrt{b^2 + c^2}$ nên $S_{ABC} = \frac{1}{2}AH.BC = \sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}$.

Vậy diện tích toàn phần của hình chóp $O.ABC$ là:

$$S_{tp} = S_{OAB} + S_{OBC} + S_{OCA} + S_{ABC} = \frac{1}{2}(ab + bc + ca + \sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}).$$

Để thấy thể tích khối chóp $O.ABC$ là $V = \frac{1}{6}abc = \frac{1}{3}S_{tp}.r$.

Suy ra

$$\frac{1}{6}abc = \frac{1}{3}S_{tp}.r \Rightarrow \frac{a}{r} = \frac{2S_{tp}}{bc} = \frac{ab + bc + ca + \sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}}{bc}$$

$$= \frac{a}{c} + 1 + \frac{a}{b} + \sqrt{\frac{a^2}{c^2} + 1 + \frac{a^2}{b^2}} \geq 1 + 1 + 1 + \sqrt{1 + 1 + 1} = 3 + \sqrt{3}.$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c$.

Câu 87: Cho hai mặt cầu (S_1) và (S_2) đồng tâm O , có bán kính lần lượt là $R_1 = 2$ và $R_2 = \sqrt{10}$. Xét tứ diện $ABCD$ có hai đỉnh A, B nằm trên (S_1) và hai đỉnh C, D nằm trên (S_2) . Thể tích lớn nhất của khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. $3\sqrt{2}$.

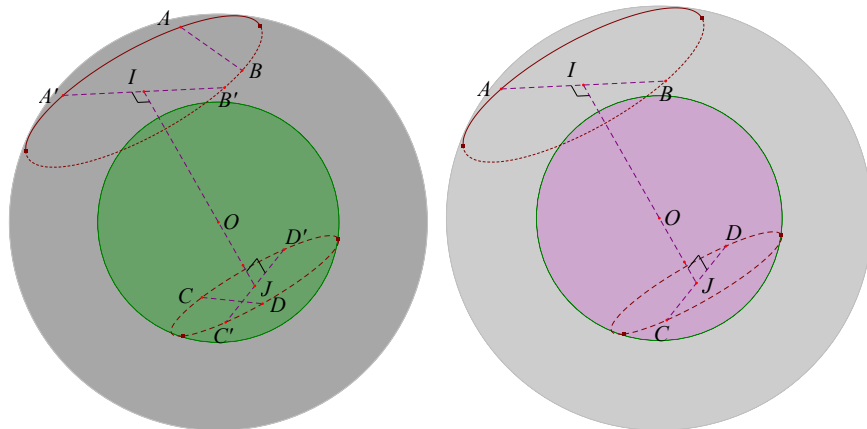
B. $7\sqrt{2}$.

C. $4\sqrt{2}$.

D. $6\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D



Dựng mặt phẳng (P) chứa AB và song song với CD , cắt $(O; R_1)$ theo giao tuyến là đường tròn tâm I .

Dựng mặt phẳng (Q) chứa CD và song song với AB , cắt $(O; R_2)$ theo giao tuyến là đường tròn tâm J .

Dựng hai đường kính $A'B', C'D'$ lần lượt của hai đường tròn sao cho $A'B' \perp C'D'$

Khi đó $IJ = d(AB; CD) = d(A'B'; C'D')$.

Xét tất cả các tứ diện có cạnh AB nằm trên (P) và CD nằm trên (Q) thì ta có:

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6} AB \cdot CD \cdot IJ \cdot \sin(\widehat{AB, CD}) \leq \frac{1}{6} A'B' \cdot C'D' \cdot IJ = V_{A'B'C'D'}.$$

Do đó ta chỉ cần xét các tứ diện có cặp cạnh đối $AB \perp CD$ và chúng có trung điểm I, J thẳng hàng với O .

Đặt $IA = x, (0 < x \leq \sqrt{10}), JC = y, (0 < y \leq 2)$, ta có: $OI = \sqrt{10 - x^2}, OJ = \sqrt{4 - y^2}$.

Khi đó: $d(AB, CD) = IJ = OI + OJ = \sqrt{10 - x^2} + \sqrt{4 - y^2}$.

Thể tích khối tứ diện $ABCD$ là:

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6} AB \cdot CD \cdot IJ = \frac{1}{6} \cdot 2x \cdot 2y \cdot (\sqrt{10 - x^2} + \sqrt{4 - y^2}) = \frac{2}{3} xy (\sqrt{10 - x^2} + \sqrt{4 - y^2})$$

$$\text{Có } \sqrt{10 - x^2} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \sqrt{10 - x^2} \leq \frac{14 - x^2}{4}; \sqrt{4 - y^2} \leq \frac{5 - y^2}{2}$$

$$\text{Suy ra } \sqrt{10 - x^2} + \sqrt{4 - y^2} \leq \frac{24 - x^2 - 2y^2}{4} \leq \frac{24 - 2\sqrt{2}xy}{4} = \frac{12 - \sqrt{2}xy}{2}.$$

Ta được:

$$V_{ABCD} \leq \frac{2}{3} xy \cdot \frac{12 - \sqrt{2}xy}{2} = \frac{1}{3\sqrt{2}} (\sqrt{2}xy)(12 - \sqrt{2}xy) \leq \frac{1}{3\sqrt{2}} \left(\frac{\sqrt{2}xy + 12 - \sqrt{2}xy}{2} \right)^2 = 6\sqrt{2}.$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi: } \begin{cases} 0 < x \leq \sqrt{10}, 0 < y \leq 2 \\ \sqrt{10 - x^2} = 2 \\ \sqrt{4 - y^2} = 1 \\ x^2 = 2y^2 \\ \sqrt{2}xy = 12 - \sqrt{2}xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{6} \\ y = \sqrt{3} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \max V_{ABCD} = 6\sqrt{2}.$$

Câu 88: Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng 9, tính thể tích V của khối chóp có thể tích lớn nhất.

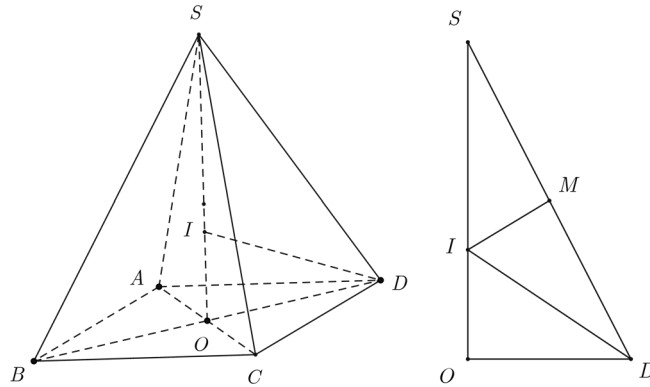
A. $V = 144$.

B. $V = 576\sqrt{2}$.

C. $V = 576$.

D. $V = 144\sqrt{6}$.

Lời giải



Gọi I là tâm mặt cầu và $S.ABCD$ là hình chóp nội tiếp mặt cầu.

Gọi x là độ dài cạnh SO .

Gọi M là trung điểm của SD .

$$\text{Ta có } SI \cdot SO = SM \cdot SD = \frac{1}{2} SD^2 \Rightarrow SD^2 = 2SI \cdot SO = 18x.$$

$$\text{Suy ra } OD^2 = 18x - x^2.$$

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABCD \text{ bằng } V = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} x \cdot 2 \cdot OD^2 = \frac{2}{3} x (18x - x^2) = \frac{2}{3} x^2 (18 - x).$$

$$\text{Ta có } x^2 (18 - x) = 4 \cdot \frac{x}{2} \cdot \frac{x}{2} \cdot (18 - x) \leq 4 \left(\frac{18}{3} \right)^3 = 864.$$

Vậy thể tích của khối chóp cần tìm là $V = 576$.

Câu 89: Cho hình chóp tứ giác đều chiều cao là h nội tiếp trong một mặt cầu bán kính R . Tìm h theo R để thể tích khối chóp là lớn nhất.

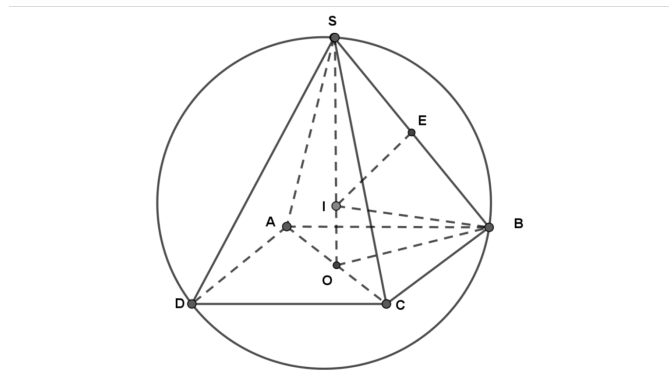
A. $h = \sqrt{3}R$.

B. $h = \sqrt{2}R$.

C. $V = \frac{4R}{3}$.

D. $V = \frac{3R}{2}$.

Lời giải



Gọi a là độ dài cạnh đáy của hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Gọi O, I lần lượt là tâm đáy và tâm cầu ngoại tiếp hình chóp.

$$\text{Tam giác } IBO \text{ có } (h - R)^2 + \frac{a^2}{2} = R^2 \Rightarrow \frac{a^2}{2} = R^2 - (h - R)^2 = 2Rh - h^2.$$

$$\text{Thể tích của khối chóp là: } V = \frac{1}{3} a^2 h = \frac{1}{3} 2(2Rh - h^2) \cdot h.$$

Xét hàm số $y = (2Rh - h^2).h$ với $0 < h < 2R$, $y' = 4Rh - 3h^2 \Rightarrow y' = 0 \Rightarrow h = \frac{4R}{3}$.

Trên $(0; 2R)$, y' đổi dấu từ “+” sang “-” qua $h = \frac{4R}{3}$ nên thể tích hình chóp đạt lớn nhất tại

$$h = \frac{4R}{3}.$$