

BÀI 02. CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ**VẤN ĐỀ 1. TÌM CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ****Phương pháp****Quy tắc 1.**

Bước 1. Tìm tập xác định.

Bước 2. Tính $f'(x)$. Tìm các điểm x_i mà tại đó $f'(x) = 0$ hoặc không xác định.

Bước 3. Lập bảng biến thiên.

Bước 4. Kết luận về các điểm cực trị.

Quy tắc 2.

Bước 1. Tìm tập xác định.

Bước 2. Tính $f'(x)$. Tìm các điểm x_i mà tại đó $f'(x) = 0$.

Bước 3. Tính $f''(x)$ và $f''(x_i)$

Bước 4. Dựa vào dấu của $f''(x_i)$ để kết luận về điểm cực trị x_i .

A. VẬN DỤNG

Ví dụ 1. Tìm các điểm cực trị của các hàm số sau

1) $y = x^3 - 3x^2 + 2$ 2) $y = 2x^4 - 4x^2 + 4$ 3) $y = x^4 + 8x^3 + 5$

4) $y = x^4 - 8x^2 + 10$ 5) $y = \frac{x^5}{5} - \frac{x^3}{3} + 2$

Ví dụ 2. Tìm các điểm cực trị của các hàm số sau

1) $y = \frac{x^2 + 1}{x}$ 2) $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$ 3) $y = \frac{x^2 - 2x + 4}{x - 2}$

Ví dụ 3. Tìm các điểm cực trị của các hàm số sau

1) $y = x\sqrt{16-x^2}$ **Đs:** $CD: x = 2\sqrt{2}; CT: x = -2\sqrt{2}$

2) $y = \sqrt{8-x^2}$ **Đs:** $CD: x = 0$

3) $y = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$ **Đs:** $CD: x = 1$

4) $y = x + \sqrt{2x^2+1}$ **Đs:** $CT: x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

B. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài tập 1. Tìm cực trị của các hàm số sau

1) $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$	2) $y = 3x^2 - 2x^3$	3) $y = \frac{1}{2}x^4 + x^2 - 3$
4) $y = -\frac{1}{2}x^4 + x^2 + \frac{3}{2}$	5) $y = x^4 - 6x^2 + 8x + 1$	6) $y = 3x^4 - 4x^3 - 24x^2 + 48x + 5$
7) $y = x^3 - 2x^2 + 2x - 1$	8) $y = -\frac{1}{3}x^3 + 4x^2 - 15x$	9) $y = \frac{x^4}{2} - x^2 + 5$
10) $y = x^4 - 4x^2 + 5$	11) $y = (x-1)^3(3-x)$	12) $y = (x-2)^3(x+1)^4$

Bài tập 2. Tìm cực trị của các hàm số sau

1) $y = x - 1 + \frac{4}{x+2}$	2) $y = \frac{x^2}{x^2 - 4x + 5}$	3) $y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$
4) $y = \frac{-x^2 + 3x + 6}{x+2}$	5) $y = \frac{3x^2 + 4x + 5}{x+1}$	6) $y = \frac{x^2 - 2x - 15}{x-3}$
7) $y = \frac{4x^2 + 2x - 1}{2x^2 + x - 3}$	8) $y = \frac{3x^2 + 4x + 4}{x^2 + x + 1}$	9) $y = \frac{x+1}{x^2+1}$
10) $y = x^2 + \frac{16}{x}$	11) $y = \frac{4x^2 + 2x - 1}{2x^2 + x - 3}$	

Bài tập 3. Tìm cực trị của các hàm số sau

1) $y = x\sqrt{x^2 - 4}$

2) $y = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$

3) $y = x + \sqrt{2x - x^2}$

4) $y = x\sqrt{9 - x^2}$

5) $y = \frac{x^3}{\sqrt{x^2 - 9}}$

6) $y = \sqrt{-x^3 + 3x^2}$

7) $y = 2x + 1 - \sqrt{2x^2 - 8}$

8) $y = x + \sqrt{2x^2 + 1}$ **Đs:** $CD: x = 0; CT: x = -2, x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

9) $y = x + 2 - \sqrt{12 - 3x^2}$ **Đs:** $CT: x = -1$ 10) $y = x\sqrt{3 - x}$ **Đs:** $CD: x = 2$

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

ĐỀ 1.

Câu 1. Số điểm cực trị của hàm số $f(x) = -x^4 + 2x^2 - 3$ là:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 2. Số điểm cực trị của hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 3$ là

- A. 1 B. 3 C. 2 D. 0

Câu 3. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 18x^2 - 1$ là

- A. (0; -1) B. (0; 1) C. (-1; 0) D. (-3; 80) và (3; 80)

Câu 4. Trong các mệnh đề sau hãy tìm mệnh đề **sai**. Chọn 1 câu sai

A. Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ có cực đại và cực tiểu.

B. Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 2$ có cực trị

C. Hàm số $y = -2x + 1 + \frac{1}{x+2}$ không có cực trị

D. Hàm số $y = x - 1 + \frac{1}{x+1}$ có hai cực trị

Câu 5. Hàm số $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 5$ có mấy điểm cực trị ?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 6. Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số có một điểm cực trị B. Hàm số không có cực trị
C. Hàm số có ba điểm cực trị D. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$

Câu 7. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$, khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. Có đúng hai điểm cực trị B. Không có điểm cực trị
C. Có chỉ một điểm cực trị D. Có hai cực trị cùng dấu.

Câu 8. Hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$ đạt cực đại tại điểm:

- A. $x = -2$ B. $x = 2$ C. $x = 0$ D. $x = 1$

Câu 9. Hàm số $y = -\frac{4}{3}x^3 - 2x^2 - x - 3$ có số điểm cực trị là:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 10. Hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ đạt cực đại tại x bằng

- A. 0 B. -2 C. ± 1 D. 2

Câu 11. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^4}{2} - x^2 + 3$ có điểm cực tiểu là:

- A. $\left(-1; \frac{2}{5}\right)$ B. $\left(-1; \frac{5}{2}\right)$ C. $\left(\frac{5}{2}; -1\right)$ D. $\left(\frac{2}{5}; -1\right)$

Câu 12. Hàm số $y = \frac{x^4}{2} - 3x^2 + \frac{4}{3}$ có số điểm cực trị là:

- A. 3 B. 0 C. 2 D. 1

Câu 13. Hàm số $y = -x^3 + 3x + 4$ đạt cực tiểu tại x bằng

- A. -3 B. 1 C. -1 D. 3

Câu 14. Hàm số $y = \frac{1}{2}x^4 - 2x^2 - 3$ đạt cực tiểu tại x bằng

- A. 2 B. $\pm\sqrt{2}$ C. 0 D. -2

Câu 15. Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 6$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

- A. 3 B. 1 C. 2 D. 0

Câu 16. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^4 - 6x^2 + 5$ là:

- A. $M(\pm\sqrt{3}; 0)$ B. $N(\pm\sqrt{3}; -4)$ C. $P(\pm\sqrt{3}; 4)$ D. $Q(0; 2)$

Câu 17. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^3 + 1$ là:

- A. $M(2; -15)$ B. $N(1; 2)$ C. $P(3; -26)$ D. $Q(4; -6)$

Câu 18. Hàm số $y = x + \frac{1}{x}$ đạt cực đại tại điểm có hoành độ là

- A. 2 B. 1 C. -1 D. 0

Câu 19. Trong các mệnh đề sau, hãy tìm mệnh đề sai:

- A. Hàm số $y = x^3 + 3x + 1$ có cực trị B. Hàm số $y = x - 1 + \frac{1}{x+1}$ có hai cực trị
C. Hàm số $y = \frac{1}{x+2}$ không có cực trị D. Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 3$ có cực đại và cực tiểu

Câu 20. Hàm số $y = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 1}$ có bao nhiêu điểm cực trị:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 21. Khẳng định nào sau đây là đúng về hàm số $y = x^4 + 4x^2 + 2$?

- A. Đạt cực tiểu tại $x = 0$ B. Có cực đại và không có cực tiểu
C. Có cực đại và cực tiểu D. Không có cực trị.

Câu 22. Đồ thị của các hàm số nào sau đây có 3 điểm cực trị :

A. $y = x^4 - 2x^2 + 4$ **B.** $y = x^4 + 2x^2 - 1$ **C.** $y = 2x^4 + 4x^2 + 1$ **D.** $y = -x^4 - 2x^2 - 1$

Câu 23. Hàm số $y = x^4 + 2x^2 + 1$ có bao nhiêu điểm cực trị:

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 0

Câu 24. Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 1$ có

- A.** Một cực đại và hai cực tiểu. **B.** Một cực tiểu và hai cực đại.
C. Một cực đại và không có cực tiểu. **D.** Một cực tiểu và một cực đại.

Câu 25. Số cực trị của hàm số $y = x^4 + 3x^2 - 3$ là:

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Câu 26. Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \frac{3}{(x-1)^2}$. Số điểm cực trị của hàm số là:

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 27. Khoảng cách giữa 2 điểm cực trị của hàm số $y = 4x^3 - 3x - 1$ là

A. 1 **B.** 0 **C.** $\frac{\sqrt{26}}{2}$ **D.** 2

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định liên tục và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	0	-4	$+\infty$	

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

- A.** Hàm số có hai cực trị. **B.** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 0.
C. Hàm số có giá trị cực đại bằng -4. **D.** Hàm số có giá trị cực đại tại $x = 0$.

Câu 29. Hàm số nào sau đây có 3 điểm cực trị :

- A. $y = x^4 - 2x^2 - 1$ B. $y = x^4 + 2x^2 - 1$ C. $y = 2x^4 + 4x^2 - 1$ D. $y = -x^4 - 2x^2 - 1$

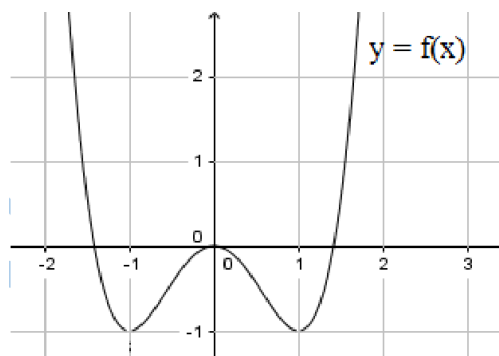
Câu 30. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào không có cực trị

- A. $y = x^3 - 3x^2 + 3$ B. $y = x^4 - x^2 + 1$ C. $y = x^3 + 2$ D. $y = -x^4 + 3$

Câu 31. Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ.

Số điểm cực trị là:

- A. 0
B. 1
C. 2
D. 3



Câu 32. Trong các hàm số sau, hàm số nào có đúng một điểm cực trị

- A. $y = 2x - 2$ B. $y = -x^4 + 3x^2 - 2$ C. $y = x^3 + 3x - 2$ D. $y = x^4 + 3x^2 - 2$

Câu 33. Đồ thị của hàm số nào sau đây **không** có điểm cực trị:

- A. $y = x^3 + 2x - 1$ B. $y = 2x^4 + x^2 + 1$ C. $y = x^4 - 3x^2 - 1$ D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

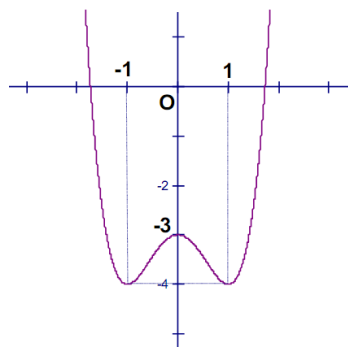
x	$-\infty$	0	$\frac{3}{5}$	1	$+\infty$		
y'	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	0	$\frac{108}{3125}$	0	$+\infty$		

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng** ?

- A. $x = 0$ không phải là điểm cực trị của hàm số. B. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$
 C. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 1$. D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng $\frac{108}{3125}$.

Câu 35. Cho đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. 3
 B. 0
 C. 2
 D. 1



ĐỀ 02.

Câu 1. Hàm số bậc ba có thể có bao nhiêu cực trị ?

- A. 1 hoặc 2 hoặc 3 B. 0 hoặc 2 C. 0 hoặc 1 hoặc 2 D. 2

Câu 2. Hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 1$ có:

- A. Một cực đại và hai cực tiểu C. Một cực đại và không có cực tiểu
 B. Một cực tiểu và hai cực đại D. Một cực tiểu và một cực đại

Câu 3. Hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$ có giá trị cực đại bằng

- A. -4 B. 1 C. 0 D. -24

Câu 4. Đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$ có:

- A. Một cực đại và hai cực tiểu. B. Một cực tiểu và hai cực đại.
 C. Một cực tiểu và không cực đại. D. Không có cực đại và cực tiểu.

Câu 5. Hàm số $y = x^4 - 8x^3 + 2$ có bao nhiêu điểm cực trị

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

Câu 6. Hàm số $y = 3x^2 - 2x^3$ đạt cực trị tại:

- A.** $x_{CD} = 1; x_{CT} = 0$ **B.** $x_{CD} = -1; x_{CT} = 0$ **C.** $x_{CD} = 0; x_{CT} = -1$ **D.** $x_{CD} = 0; x_{CT} = 1$

Câu 7. Hàm số nào sau đây không có cực trị:

- A.** $y = x^3 - 3x$ **B.** $y = \frac{x-2}{2x+1}$ **C.** $y = x + \frac{1}{x}$ **D.** $y = x^4 - 2x^2$

Câu 8. Hàm số nào sau đây không có cực đại và cực tiểu ?

- A.** $y = x^4 + 2x^2$ **B.** $y = x^3 - 2x$ **C.** $y = x^3$ **D.** $y = x + \sqrt{2x^2 + 1}$

Câu 9. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$. Khẳng định nào sau đây **sai** ?

- A.** Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$
C. Hàm số không có cực trị. **D.** Hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 10. Trong các mệnh đề sau, hãy tìm mệnh đề **sai** ?

- A.** Hàm số $y = \frac{1}{x+2}$ không có cực trị.
B. Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ có cực đại và cực tiểu.
C. Hàm số $y = x + \frac{1}{x+1}$ có hai cực trị.
D. Hàm số $y = x^3 + x + 2$ có cực trị.

Câu 11. Đồ thị hàm số $y = x^4 - x^2 + 12$ có mấy điểm cực trị:

- A.** 4 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 1

Câu 12. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = -\frac{x^3}{3} - x + 7$ là:

- A.** 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 13. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 1$ là:

- A.** 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 14. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^4 - 8x^3 + 12$ là:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 15. Hàm số $y = 2x^6 + 4x + 7$ có số điểm cực trị là:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 16. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 2$ có điểm cực tiểu tại:

- A. $x = -1$ B. $x = 3$ C. $x = 1$ D. $x = -3$

Câu 17. Tìm giá trị cực đại $y = x^3 - 3x + 2$ của đồ thị hàm số

- A. $y_{CD} = 4$ B. $y_{CD} = 1$ C. $y_{CD} = 0$ D. $y_{CD} = -1$

Câu 18. Giá trị cực đại của hàm số là:

- A. 2 B. 1 C. 6 D. -1

Câu 19. Hàm số $y = x + \frac{1}{x}$ có giá trị cực đại là:

- A. -2 B. 2 C. 1 D. -1

Câu 20. Hàm số $y = x^3 - 3x$ có giá trị cực tiểu là:

- A. -2 B. 2 C. 1 D. -1

Câu 21. Giá trị cực đại của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 3x + 2$ bằng:

- A. $-3 + 4\sqrt{2}$ B. $3 - 4\sqrt{2}$ C. $3 + 4\sqrt{2}$ D. $-3 - 4\sqrt{2}$

Câu 22. Hàm số $y = -\frac{x^4}{4} + 2x^2 + 1$ đạt cực đại tại:

- A. $x = 2$ B. $x = -2$ C. $x = 0$ D. $x = \pm 2$

Câu 23. Hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x - 5$ đạt cực tiểu tại:

- A. $x = 1$ B. $x = 3$ C. $x = -1$ D. $x = -3$

Câu 24. Hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 2}$ đạt cực đại tại:

- A. $x = 1$ B. $x = 2$ C. $x = 3$ D. $x = 0$

Câu 25. Hàm số $y = \frac{1}{2}x^4 - 2x^2 - 3$ đạt cực đại tại x bằng:

- A. 0. B. $\pm\sqrt{2}$ C. $-\sqrt{2}$ D. $\sqrt{2}$

Câu 26. Một hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x(x-1)^2(x-2)^3(x-3)^5$. Hỏi hàm số này có bao nhiêu cực trị?

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

Câu 27. Hệ thức liên hệ giữa giá trị cực đại y_{CD} và giá trị cực tiểu y_{CT} của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x$ là:

- A. $y_{CT} = 2y_{CD}$ B. $2y_{CT} = 3y_{CD}$ C. $y_{CT} = y_{CD}$ D. $y_{CT} + y_{CD} = 0$

Câu 28. Hàm số $y = \sqrt[3]{(x^2 - 2x)^2}$ đạt cực trị tại điểm có hoành độ là:

- A. $x = 1$ B. $x = 0; x = 1$
C. $x = 0; x = 1; x = 2$ D. Hàm số không có điểm cực trị.

Câu 29. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + \frac{1}{2}x$. Hàm số đạt cực trị tại 2 điểm x_1, x_2 . Khi đó tổng $S = x_1^2 + x_2^2$ có giá trị là:

- A. $\frac{11}{3}$ B. $\frac{13}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{2}$

Câu 30. Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 5$ có các điểm cực trị lần lượt là x_1, x_2, x_3 thì tích $x_1.x_2.x_3$ là:

- A. -2 B. -1 C. 0 D. 1

Câu 31. Hàm số $y = x + 1 + \frac{3}{x}$ có tổng các điểm cực đại và cực tiểu bằng:

- A. -2 B. -1 C. 0 D. 2

Câu 32. Hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x + 1}$ có tích các điểm cực đại và cực tiểu bằng:

A. -2

B. -5

C. -1

D. -4

Câu 33. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x + 1}$. Khoảng cách giữa hai điểm cực trị là:

A. $4\sqrt{5}$

B. 4

C. 8

D. $5\sqrt{2}$

Câu 34. Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + 4x^2 - 5x - 17$ có hai điểm cực trị là x_1, x_2 . Khi đó tích $x_1 \cdot x_2$ bằng:

A. 5

B. -5

C. 8

D. $-2\sqrt{11}$

Câu 35. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1}$. Hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 . Tích $x_1 \cdot x_2$ bằng

A. -3

B. 2

C. -2

D. 3

ĐỀ 03.

Câu 1. Hàm số nào sau đây có ba cực trị

A. $y = x^2 - 3x + 5$

B. $y = x^3 - 3x + 1$

C. $y = x^4 - 2x^2 - 1$

D. $y = \frac{x-1}{x+1}$

Câu 2. Hàm số $y = -x^3 + 3x + 4$ đạt cực tiểu tại x bằng:

A. -1

B. 1

C. -3

D. 3

Câu 3. Hàm số $y = x^3(1-x)^2$ đạt cực đại tại:

A. $x = 1$

B. $x = -1$

C. $x = \frac{3}{5}$

D. Đáp án khác.

Câu 4. Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 - 2$ là:

A. $M(0; -2)$

B. $N(2; 2)$

C. $P(1; -3)$

D. $Q(-1; -7)$

Câu 5. Tọa độ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ là:

A. $M(0; 0)$

B. $N(1; 1)$

C. $P(-1; 1)$

D. $Q(-1; 0)$

Câu 6. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + \frac{2}{3}$ là:

- A. $M(1;3)$ B. $N(1;0)$ C. $P(1;2)$ D. $Q(3;1)$

Câu 7. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 3$ là:

- A. $M(1;1)$ B. $N(-2;1)$ C. $P(0;-3)$ D. $Q(1;-6)$

Câu 8. Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 6x^2 - 8x + 1$ là:

- A. $M(-2;24)$ B. $N(-2;25)$ C. $P(7;3)$ D. $Q(1;-6)$

Câu 9. Hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 3$ đạt cực trị tại điểm :

- A. $x = 0$ B. $x = 1$ C. $x = -1$ D. $x = 2$

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm liên tục đến cấp 2 trên tập $x_0 \in K$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Điểm x_0 là điểm cực đại của hàm số nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) < 0$
B. Điểm x_0 là điểm cực đại của hàm số nếu $f''(x_0) < 0$
C. Điểm x_0 là điểm cực tiểu của hàm số nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) < 0$
D. Điểm x_0 là điểm cực tiểu của hàm số nếu $f''(x_0) > 0$

Câu 11. Gọi y_1, y_2 lần lượt là giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số $y = -x^4 + 10x^2 - 9$. Khi đó, $|y_1 - y_2|$ bằng:

- A. 7 B. 8 C. 9 D. $2\sqrt{5}$

Câu 12. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ có điểm cực đại là :

- A. $(-1;2)$ B. $(-1;0)$ C. $(1;-2)$ D. $(1;0)$

Câu 13. Hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ đạt cực đại tại điểm có hoành độ:

- A. $x = 1$ B. $x = 0$ C. $x = -1$ D. $x = 2$

Câu 14. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 18x^2 - 1$ là

- A. $(0; -1)$ B. $(0; 1)$ C. $(-1; 0)$ D. $(-3; 80); (3; 80)$

Câu 15. Khoảng cách giữa 2 điểm cực trị của hàm số $y = 4x^3 - 3x - 1$ là

- A. 1 B. 0 C. $\frac{\sqrt{26}}{2}$ D. 2

Câu 16. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$. Tích các giá trị cực đại và cực tiểu của hàm số bằng

- A. -3 B. -6 C. 0 D. 3

Câu 17. Số cực trị $y = -x^3 - 3x^2 - 3x + 1$ của hàm số là:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 18. Cho hàm số $y = 3x^4 - 4x^2$. Khẳng định nào sau đây đúng.

- A. Hàm số đạt cực đại tại gốc tọa độ.
B. Hàm số đạt cực tiểu tại gốc tọa độ.
C. Hàm số không có cực trị.
D. Điểm $M(1; -1)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số

Câu 19. Đồ thị hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$ có bao nhiêu điểm cực trị có tung độ dương?

- A. 3 B. 1 C. 2 D. 0

Câu 20. Hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 2$

- A. Có một điểm cực trị. B. Có 3 điểm cực trị tạo thành tam giác vuông.
C. Có hai điểm cực trị D. Có 3 điểm cực trị tạo thành tam giác đều.

Câu 21. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$. Tích giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số bằng:

- A. -6 B. 0 C. -3 D. 3

Câu 22. Trong các khẳng định sau về hàm số $y = \frac{x^4}{4} + \frac{1}{2}x^2 - 3$, khẳng định nào đúng?

A. Hàm số có điểm cực tiểu là $x = 0$

B. Hàm số có 2 điểm cực đại là $x = 1, x = -1$

C. Hàm số có 3 cực trị

D. Hàm số có điểm cực đại là $x = 0$

Câu 23. Tìm giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$.

A. $y_{CT} = -4$

B. $y_{CT} = 1$

C. $y_{CT} = -2$

D. $y_{CT} = 0$

Câu 24. Cho hàm số $y = -\frac{x^4}{2} - x^2 + \frac{3}{2}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai ?

A. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = \frac{3}{2}$.

B. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 0$.

C. Giá trị cực đại của hàm số là $y_{CD} = \frac{3}{2}$.

D. Đồ thị hàm số có đúng một điểm cực trị.

Câu 25. Hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x + 1}$ có hai điểm cực trị là x_1, x_2 , khi đó tích $x_1 \cdot x_2$ bằng:

A. -5

B. 5

C. -2

D. 2

Câu 26. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 1$. Biểu thức liên hệ giữa giá trị cực đại (y_{CD}) và giá trị cực tiểu (y_{CT}) là:

A. $y_{CD} = -3y_{CT}$

B. $y_{CD} = 3y_{CT}$

C. $y_{CT} = -3y_{CD}$

D. $y_{CD} = -y_{CT}$

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 . Tìm mệnh đề đúng ?

A. Hàm số đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0) = 0$

B. Nếu $f'(x_0) = 0$ thì hàm số đạt cực trị tại x_0

C. Hàm số đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x)$ đổi dấu khi qua x_0

D. Nếu hàm số đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0) = 0$

Câu 28. Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp hai. Chọn phát biểu đúng ?

A. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) < 0$ thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại x_0

B. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) < 0$ thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại x_0

C. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) > 0$ thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại x_0

D. Nếu $f''(x_0) = 0$ thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại x_0

Câu 29. Giá trị cực đại của hàm số $y = x + \sqrt{2x^2 + 1}$ là:

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

D. Không có y_{CD}

Câu 30. Giá trị cực đại của hàm số $y = x + 2\cos x$ trên khoảng $(0; \pi)$ là:

A. $\frac{\pi}{6} + \sqrt{3}$

B. $\frac{5\pi}{6} + \sqrt{3}$

C. $\frac{5\pi}{6} - \sqrt{3}$

D. $\frac{\pi}{6} - \sqrt{3}$

Câu 31. Hàm số $y = \cos x$ đạt cực tiểu tại:

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

B. $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

C. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

D. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 32. Hàm số $y = 2\sin 2x - 3$ đạt cực tiểu tại:

A. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

B. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

D. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 33. Hàm số $y = 3 - \cos x - \cos 2x$ đạt cực tiểu tại:

A. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

B. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$

C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 34. Hàm số $y = \sin x - \cos x$ có cực trị là

A. $x_{CT} = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}; y_{CT} = -\sqrt{2}$

$x_{CD} = \frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}; y_{CD} = \sqrt{2}$

B. $x_{CT} = \frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}; y_{CT} = \sqrt{2}$

$x_{CD} = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}; y_{CD} = -\sqrt{2}$

C. $x_{CT} = \frac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}; y_{CT} = \sqrt{2}$

D. $x_{CD} = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}; y_{CD} = -\sqrt{2}$

Câu 35. Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x - 1$. Khi đó đoạn thẳng AB bằng :

A. $2\sqrt{5}$

B. $3\sqrt{5}$

C. $2\sqrt{2}$

D. $3\sqrt{2}$

ĐỀ 04.

Câu 1. Số điểm cực trị của hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 3$ là

A. 1

B. 2

C. 3

D. 0

Câu 2. Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x - 2$ là:

A. $(0; -2)$

B. $(-2; 0)$

C. $(-1; 4)$

D. $(1; 0)$

Câu 3. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$. Tổng các giá trị cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số là:

A. -20

B. -26

C. -6

D. 20

Câu 4. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = \frac{x^4}{2} - x^2 + 3$ là:

A. $\left(-1; \frac{5}{2}\right)$

B. $\left(1; \frac{2}{4}\right)$

C. $\left(\frac{5}{2}; -1\right)$

D. $\left(\frac{5}{2}; 1\right)$

Câu 5. Hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 1$ đạt cực tiểu tại điểm có hoành độ:

A. $x = \pm\sqrt{2}$

B. $x = \pm 1$

C. $x = 1$

D. $x = \pm 2$

Câu 6. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ có điểm cực đại là :

A. $(-1; 2)$

B. $(-1; 0)$

C. $(1; -2)$

D. $(1; 0)$

Câu 7. Hàm số nào sau đây có cực trị

A. $y = 3x - 5$

B. $y = x^3 - 2x^2 + 5$

C. $y = x^3 + 1$

D. $y = x^3 + x - 1$

Câu 8. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có điểm cực đại là:

A. $(-1; -1)$

B. $(-1; 3)$

C. $(1; -1)$

D. $(1; 3)$

Câu 9. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$. Giá trị cực đại của đồ thị hàm số là

- A. 1 B. -3 C. 0 D. 3

Câu 10. Số cực trị của hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ là:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 11. Cho hàm số $y = -x^4 + 8x^2 - 4$. Chọn phát biểu đúng trong các phát biểu sau:

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$ B. Hàm số có cực đại nhưng không có cực tiểu
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ D. Hàm số có cực tiểu nhưng không có cực đại

Câu 12. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x + 1}$. Hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 . Tích $x_1 \cdot x_2$ bằng

- A. -5 B. -4 C. -1 D. -2

Câu 13. Khẳng định nào sau đây là đúng. Hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 1$ có

- A. một cực đại và không có cực tiểu B. một cực tiểu và hai cực đại
C. một cực đại và hai cực tiểu D. một cực đại và một cực tiểu

Câu 14. Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + \frac{2}{3}$. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là:

- A. $\left(3; \frac{2}{3}\right)$ B. $(-1; 2)$ C. $(1; 2)$ D. $(1; -2)$

Câu 15. Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + \frac{2}{3}$. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là :

- A. $(1; 2)$ B. $(-1; 3)$ C. $\left(3; \frac{2}{3}\right)$ D. $(1; -2)$

Câu 16. Khoảng cách giữa 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ là:

- A. $4\sqrt{65}$ B. $37\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{65}$ D. $2\sqrt{37}$

Câu 17. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + \frac{2}{3}$. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là

- A. $(1; 2)$ B. $(1; -2)$ C. $(-1; -2)$ D. $(-1; 2)$

Câu 18. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 4$. Nếu hàm số đạt cực đại x_1 và cực tiểu x_2 thì tích $y(x_1) \cdot y(x_2)$ bằng:

- A. -207 B. -302 C. -82 D. 25

Câu 19. Điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có tọa độ lần lượt là:

- A. $(-1; 4)$ và $(1; 0)$ B. $(1; 2)$ và $(-1; 0)$ C. $(-1; 0)$ và $(1; 4)$ D. $(1; 0)$ và $(-1; 4)$

Câu 20. Số các điểm cực trị của hàm số $y = (2 - x)^5 (x + 1)^3$ là:

- A. 1 B. 3 C. 5 D. 7

Câu 21. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 21x + 1$. Hàm số đạt cực trị tại 2 điểm x_1, x_2 . Khi đó tổng $S = x_1^2 + x_2^2$ có giá trị là:

- A. 18 B. 24 C. 36 D. 48

Câu 22. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$. Tích giá trị cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số là:

- A. -6 B. -3 C. 0 D. 3

Câu 23. Gọi y_1, y_2 lần lượt là giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 10x^2 - 9$. Khi đó giá trị của biểu thức $T = |y_1 - y_2|$ bằng:

- A. 7 B. 9 C. 25 D. $2\sqrt{5}$

Câu 24. Cho hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 - 5$. Tổng các giá trị cực trị của hàm số là:

- A. -9 B. 1 C. -1 D. -5

Câu 25. Cho đồ thị hàm số $y = 2 - x - \frac{2}{x+1}$. Khi đó $y_{CD} + y_{CT} = ?$

- A. $3 - 2\sqrt{2}$ B. $3 + 2\sqrt{2}$ C. -2 D. 6

Câu 26. Đồ thị hàm số $y = \sqrt{9 - x^2}$ có mấy điểm cực trị ?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 27. Hàm số $y = x + 2\sin x + 2$ đạt cực tiểu tại:

A. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

B. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

C. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

D. $x = -\frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 28. Cho hàm số $y = \cos 2x + 1, x \in (-\pi; 0)$ thì khẳng định nào sau đây sai ?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = -\frac{7\pi}{12}$ **B.** Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -\frac{11\pi}{12}$

C. Tại $x = -\frac{\pi}{2}$ hàm số không đạt cực đại. **D.** : Hàm Số đạt cực tiểu tại điểm $x = -\frac{\pi}{2}$

Câu 29. Điểm cực đại của hàm số $y = x - \sin 2x$ là .

A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$

B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$

C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$

D. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$

Câu 30. Khoảng cách giữa 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 4$ là:

A. 4

B. $\sqrt{5}$

C. 5

D. $2\sqrt{5}$

Câu 31. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	+		-	0	-
y	$-\infty$	0	-1	$+\infty$	

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. Hàm số có đúng một cực trị.

B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1

D. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$

Câu 32. Ba điểm cực trị của hàm số $y = x^4 - 4x^2 - 1$ tạo thành một tam giác cân có diện tích S bằng

- A. $S = 2\sqrt{2}$ B. $S = 8\sqrt{2}$ C. $S = 3\sqrt{2}$ D. $S = 4\sqrt{2}$

Câu 33. Đồ thị hàm số $y = \sin x$ có mấy điểm cực trị ?

- A. 3 B. 2 C. 1 D. Vô số.

Câu 34. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x - 1}{x + 2}$ là

- A. $(-1; -1); (-3; -5)$ B. $(-3; -5)$ C. $(-1; -1)$ D. $(-1; -3)$

Câu 35. Khoảng cách giữa hai cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 3$ là:

- A. $\sqrt{5}$ B. $2\sqrt{5}$ C. $3\sqrt{5}$ D. $8\sqrt{5}$

ĐỀ 05

Câu 1. Hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$ có tích các giá trị cực đại và cực tiểu bằng:

- A. -3 B. -1 C. 1 D. 2

Câu 2. Khẳng định nào sau đây là đúng về đồ thị hàm số $y = \frac{-x^2 + 2x - 5}{x - 1}$:

- A. $y_{CD} + y_{CT} = 0$ B. $y_{CT} = -4$ C. $x_{CD} = -1$ D. $x_{CD} + x_{CT} = 3$

Câu 3. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + \frac{x}{2}$ Hàm số đạt cực trị tại 2 điểm x_1, x_2 Khi đó tổng $S = x_1^2 + x_2^2$ có giá trị là:

- A. -12 B. 12 C. 18 D. 20

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{x^4}{4} + x^3 - 4x + 1$. Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình $y' = 0$. Khi đó tổng $x_1 + x_2$ bằng:

- A. -1 B. 2 C. 0 D. 1

Câu 5. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có mấy điểm cực trị?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 6. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 3x + 1$, mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số luôn luôn nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$. B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$
C. Hàm số luôn luôn đồng biến $(-\infty; +\infty)$ D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$

Câu 7. Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 5x^2 + 7x - 3$ là:

- A. (1; 0) B. (0; -3) C. $\left(\frac{7}{3}; -\frac{32}{27}\right)$ D. $\left(\frac{7}{3}; \frac{32}{27}\right)$

Câu 8. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x + 1}$, hàm số có 2 điểm cực trị x_1, x_2 . Tích $x_1 \cdot x_2$ bằng

- A. -5 B. -4 C. -1 D. -2

Câu 9. Hàm số $y = 3x^3 - 4x^2 - x - 14$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 . Khi đó tích số $x_1 \cdot x_2$ là:

- A. $-\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{7}$ C. 1 D. 3

Câu 10. Cho hàm số $y = 3x^3 - 4x^2 - x - 14$. Hàm số đạt cực trị tại 2 điểm x_1, x_2 . Khi đó tổng $x_1 + x_2$ có giá trị là:

- A. $-\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{7}$ C. $\frac{8}{9}$ D. -1

Câu 11. Cho hàm số $y = x^3 - 5x^2 + 6x - 2$. Hàm số đạt cực trị tại 2 điểm x_1, x_2 . Khi đó tổng $x_1 + x_2$ có giá trị là:

- A. $\frac{10}{3}$ B. $-\frac{10}{3}$ C. 1 D. Đáp án khác

Câu 12. Cho hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 + 2$. Câu nào sau đây sai ?

A. Hàm số đạt cực tiểu trên $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$

B. Hàm số đạt cực đại trên $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$

C. Hàm số có 2 cực trị trên $\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$

D. Hàm số có 2 cực trị trên $\left(\frac{1}{3}; 3\right)$

Câu 13. Hàm số nào sau đây chỉ có cực đại mà không có cực tiểu ?

A. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$

B. $y = \frac{1-x}{2+x}$

C. $y = -\frac{x^4}{2} - x^2 + 1$

D. $y = \frac{x-2}{x+1}$

Câu 14. Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{4}{3}x^3 - \frac{7}{2}x^2 - 2x - 1$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. Hàm số không có cực trị.

B. Hàm số có cực tiểu, không có cực đại.

C. Hàm số có 1 cực đại và 2 cực tiểu

D. Hàm số có 1 cực tiểu và 2 cực đại.

Câu 15. Xét tính cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 5}{x+1}$ ta có:

A. $M(-3; -4)$ là điểm cực tiểu.

B. $N(1; -4)$ là điểm cực đại.

C. $P(-3; -4)$ là điểm cực đại.

D. Hàm số không có cực trị.

Câu 16. Cho hàm số $y = 3x^4 - 4x^3$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. Hàm số không có cực trị.

B. Điểm $A(1; -1)$ là điểm cực tiểu.

C. Hàm số đạt cực đại tại gốc tọa độ.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại gốc tọa độ.

Câu 17. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x+1}$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 . Tích $x_1 x_2$ bằng

A. -2

B. -5

C. -1

D. -4

Câu 18. Một hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x^3 + 2x^2 + x$. Số cực trị của hàm số là:

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Câu 19. Đồ thị hàm số nào sau đây chỉ có 1 điểm cực trị ?

A. $y = 2x^4 - 4x^2 + 2$

B. $y = (m^2 + 4)x^4 + 9x^2 - 1$

C. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$

D. $y = -x^4 + (m^2 + 1)x^2 - 1$

Câu 20. Gọi A, B lần lượt là 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$. Khi đó diện tích tam giác OBC (với O là gốc tọa độ) có giá trị bằng bao nhiêu ?

A. 2

B. 4

C. $2\sqrt{5}$

D. 8

Câu 21. Gọi A, B lần lượt là 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Khi đó diện tích tam giác ABC với $C(1;1)$ có giá trị bằng bao nhiêu ?

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Câu 22. Gọi A, B lần lượt là 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 36x - 10$. Khi đó diện tích của tam giác ABC với $C(2;3)$ có giá trị bằng bao nhiêu ?

A. 78

B. $\frac{87}{3}$

C. $\frac{287}{3}$

D. $\frac{285}{2}$

Câu 23. Gọi A, B lần lượt là 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = (x+1)^2(2-x)$. Khi đó diện tích của tam giác ABC với $C(1;-3)$ có giá trị bằng bao nhiêu ?

A. $\frac{3}{5}$

B. $\frac{8}{3}$

C. 7

D. Đáp án khác.

Câu 24. Tiếp tuyến tại điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x - 5$

A. Song song với đường thẳng $x = 1$

B. Song song với trục hoành.

C. Có hệ số góc dương.

D. Có hệ số góc bằng -1

Câu 25. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 + 2x^2 + 1$ tại điểm cực tiểu là:

A. $y - 1 = 0$

B. $y = 0$

C. $x - y + 1 = 0$

D. $y = -x$

Câu 26. Khoảng cách từ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ đến đường phân giác góc phần tư thứ hai trong hệ trục Oxy là:

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. 2 D. $\sqrt{3}$

Câu 27. Tiếp tuyến tại điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có gì đặc biệt

- A. Song song với trục tung. B. Có hệ số góc dương.
C. Song song hoặc trùng với trục hoành. D. Luôn đi qua gốc tọa độ.

Câu 28. Với giá trị nào của tham số m thì đường thẳng $d: y = x + m$ đi qua trung điểm của đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$

- A. $m = 0$ B. $m = 1$ C. $m = 2$ D. $m = 3$

Câu 29. Hàm số nào sau đây đạt cực tiểu tại $x = \frac{3}{2}$?

- A. $y = \frac{x-1}{x+2}$ B. $y = \sqrt{-x^2 + 3x - 2}$
C. $y = \sqrt{4x^2 - 12x - 8}$ D. $y = \frac{1}{2}x^4 - x^3 + x^2 - 3x$

Câu 30. Cho hàm số $y = \sqrt{3 - 2x - x^2}$. Trong các điểm sau, điểm nào có tọa độ sau đây là điểm cực trị của hàm số đã cho:

- A. $M(-1; 2)$ B. $N(-3; 0)$ C. $P(1; 0)$ D. $Q(-2; \sqrt{3})$

Câu 31. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x\sqrt{4 - x^2}$ là:

- A. $M(-\sqrt{2}; 2)$ B. $N(-\sqrt{2}; 1)$ C. $P(-\sqrt{2}; -2)$ D. $Q(\sqrt{2}; 2)$

Câu 32. Cho hàm số $y = 2x - 1 - \sqrt{4x - 1}$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau ?

- A. Giá trị cực đại bằng $-\frac{1}{2}$ B. Điểm cực tiểu có tọa độ là $M\left(\frac{1}{2}; -1\right)$
C. Điểm cực tiểu là $N\left(\frac{1}{4}; -\frac{1}{2}\right)$ D. Hàm số không có cực trị.

Câu 33. Gọi A, B, C là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$ Hỏi diện tích tam giác ABC là bao nhiêu ?

- A. 4 B. 2 C. 1 D. $\frac{3}{2}$

Câu 34. Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - mx + m}{x - 1}$ bằng:

- A. $\sqrt{5}$ B. $2\sqrt{5}$ C. $4\sqrt{5}$ D. $5\sqrt{5}$

Câu 35. (SGD Bắc Ninh, 2017) Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ có điểm cực tiểu bằng

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1

ĐỀ 06

Câu 1.(SGD Bắc Ninh, 2017) Hàm số $y = -x^4 - 2x^2 + 1$ có mấy điểm cực trị?

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 2.(SGD Hải Phòng, 2017) Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 2$. Hãy chọn mệnh đề đúng

- A. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 1$. B. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$.
C. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -1$ D. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = -1$.

Câu 3.(SGD Long An, 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$				
y'		$-$	$\parallel$	$+$	$\parallel$	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$				2				$+\infty$
							0		

Chọn khẳng định đúng?

- A. Hàm số có 2 điểm cực trị. B. Hàm số có 1 điểm cực trị.

C. Hàm số có 3 điểm cực trị.

D. Hàm số không có điểm cực trị.

Câu 4. (SGD Bình Phước, Lần 1, 2017) Cho hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 2$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại hai điểm $x = -\sqrt{2}$ và $x = \sqrt{2}$.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $y = -2$.

D. Hàm số đạt cực đại tại hai điểm $(-\sqrt{2}; -2)$ và $(\sqrt{2}; -2)$.

Câu 5. (SGD Bình Phước, Lần 1, 2017) Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau đây:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				3		$-\infty$
			-1				

Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $x = 0$.

B. $y = -1$.

C. $y = 0$.

D. $x = -1$.

Câu 6. (SGD Hà Nội, Lần 1, 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(x+1)^3$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. Có 3 điểm cực trị.

B. Không có cực trị.

C. Có 2 điểm cực trị.

D. Chỉ có 1 điểm cực trị.

Câu 7. (SGD Hà Nội, Lần 1, 2017) Tìm điểm cực tiểu x_{CT} của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x$.

A. $x_{CT} = -1$.

B. $x_{CT} = -3$.

C. $x_{CT} = 1$.

D. $x_{CT} = 0$.

Câu 8. (SGD HCM cụm 2, 2017) Hỏi trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây, hàm số nào không có cực trị?

- A. $y = x^3 + x^2 - 5x$. B. $y = x^3$. C. $y = x^4 - x^2 + 1$. D. $y = -x^4 - 1$.

Câu 9. (SGD HCM cụm 2, 2017) Tìm giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = x^3 - 3x$.

- A. $y_{CT} = -4$. B. $y_{CT} = 2$. C. $y_{CT} = -2$. D. $y_{CT} = -1$.

Câu 10. (SGD HCM cụm 4, 2017) Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ có điểm cực đại là

- A. $(1; -2)$. B. $(-1; 0)$. C. $(-1; 2)$. D. $(1; 0)$.

Câu 11. (THPT QG 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		3		0		$+\infty$

Tìm giá trị cực đại y_{CD} và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho.

- A. $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = 0$. B. $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = -2$.
C. $y_{CD} = -2$ và $y_{CT} = 2$. D. $y_{CD} = 2$ và $y_{CT} = 0$.

Câu 12. (THPT QG 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y			4		-5		2

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -5$. B. Hàm số có bốn điểm cực trị.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$. D. Hàm số không có cực đại.

Câu 13. (THPT QG 2017) Đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 5$ có hai điểm cực trị A và B. Tính diện tích S của tam giác OAB với O là gốc tọa độ.

- A. $S = 9$. B. $S = \frac{10}{3}$. C. $S = 10$. D. $S = 5$

Câu 14. (THPT QG 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1		2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y		4		-5	2

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số có bốn điểm cực trị. B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.
C. Hàm số không có cực đại. D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -5$.

Câu 15. (THPT QG 2017) Hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 16. (THPT AMSTERDAM 2017) Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ đạt cực tiểu tại điểm:

- A. $x = 0$ B. $x = 2$ C. $x = 4$ D. $x = 0$ và $x = 2$

Câu 17. (THPT AMSTERDAM 2017) Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{2-x}$ là:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 18. (THPT Nguyễn Đình Chiểu Bình Định 2017) Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 2$ có giá trị cực tiểu y_{CT} là

- A. $y_{CT} = 2$. B. $y_{CT} = -2$. C. $y_{CT} = -4$. D. $y_{CT} = 6$.

Câu 19. (Nguyễn Thái Học, Vĩnh Phúc, Lần 1, 2017) Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Khẳng định nào sau đây đúng:

- A. Đồ thị hàm số có hai điểm cực tiểu. B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$. D. Giá trị cực tiểu bằng 0.

Câu 20. (Nguyễn Thái Học, Vĩnh Phúc, Lần 1, 2017) Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

Khẳng định nào sau đây đúng:

- A. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(2; -5)$. B. Giá trị cực tiểu bằng 0.
C. Giá trị cực đại của hàm số là $y_{cd} = -2$. D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

Câu 21. (SGD HCM cụm 5, 2017) Tìm cực tiểu của hàm số $y = -x^3 + 6x^2 + 15x + 10$.

- A. 5. B. 110. C. 2. D. -1.

Câu 22. (SGD HCM cụm 6, 2017) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là

$$f'(x) = x(x+1)^2(x-2)^4 \quad \forall x \in \mathbb{R}. \text{ Số điểm cực tiểu của hàm số } f(x) \text{ là}$$

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 23. (SGD HCM cụm 7, 2017) Cho hàm số $y = -x^3 + 3x - 3$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Hàm số có 2 điểm cực trị. B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$. D. Hàm số có 2 điểm cực đại.

Câu 24. (SGD Huế, 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $(a; b)$ và x_0 là một điểm thuộc khoảng đó. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Nếu $f''(x_0) < 0$ thì x_0 là điểm cực đại của hàm số.
B. Nếu $f''(x_0) > 0$ thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số.
C. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) < 0$ thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số..
D. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) < 0$ thì x_0 là điểm cực đại của hàm số.

Câu 25. (SGD Nam Định, Lần 1, 2017) Hàm số nào sau đây đạt cực đại tại điểm $x = 0$.

- A. $y = \sqrt{x}$. B. $y = x^4 - 1$. C. $y = \frac{x^2 - 2}{x}$. D. $y = x^3$.

Câu 26. (SGD Quảng Ninh, 2017) Hàm số nào trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây, không có cực trị?

- A. $y = x^3 + 3x^2 - 4x + 1$. B. $y = -x^4 - 4x^2 + 3$. C. $y = x^3 - 3x + 5$. D. $y = \frac{x+4}{x-1}$.

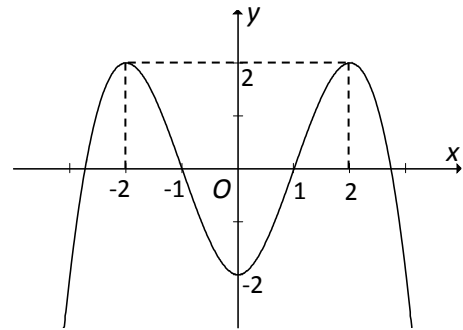
Câu 27. (SGD Quảng Ninh, 2017) Tìm điểm cực đại x_{CD} (nếu có) của hàm số $y = \sqrt{x-3} - \sqrt{6-x}$.

- A. $x_{CD} = 3$. B. $x_{CD} = 6$. C. $x_{CD} = \sqrt{6}$. D. Hàm số không có điểm cực đại.

Câu 28. (SGD Thanh Hóa, 2017) Cho hàm

số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là

đường cong như hình vẽ bên. Tìm điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = f(x)$.



- A. $y = -2$. B. $x = 0$.
C. $M(0; -2)$. D. $N(2; 2)$.

Câu 29. (SGD Thanh Hóa, 2017) Gọi x_1, x_2 là hai điểm cực trị của hàm số $y = \frac{x^2 - 4x}{x + 1}$.

Tính giá trị của biểu thức $P = x_1 \cdot x_2$.

- A. $P = -5$. B. $P = -2$. C. $P = -1$. D. $P = -4$.

VẤN ĐỀ 2. Tìm tham số m để hàm số đạt cực trị tại x_0 cho trước

Phương pháp 1

Bước 1. Hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì suy ra: $f'(x_0) = 0$ hoặc $f'(x)$ không xác định tại điểm $x_0 \Rightarrow$ ta tìm được tham số m.

Bước 2. Thay tham số m vừa tìm được và lập bảng biến thiên để Kết luận

Phương pháp 2

Sử dụng dấu hiệu 2. Tính $f'(x), f''(x)$.

+) Nếu $f'(x_0) < 0$ thì hàm số đạt cực đại tại điểm x_0 .

+) Nếu $f'(x_0) > 0$ thì hàm số đạt cực tiểu tại điểm x_0 .

Chú ý: Nếu $\begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) = 0 \end{cases}$ thì không thể kết luận gì về điểm x_0 (Phải sử dụng Phương pháp 1)

A. ÁP DỤNG

- Ví dụ 1.** Tìm m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m + 1)x + 1$ đạt cực tiểu tại $x_0 = 1$
- Ví dụ 2.** Tìm m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m + 1)x + 1$ đạt cực đại tại $x_0 = 1$
- Ví dụ 3.** Tìm m để hàm số $y = x^3 + mx$ đạt cực trị tại $x_0 = 0$. **Đs:** không tồn tại m
- Ví dụ 4.** Tìm m để hàm số $y = x^4 + mx$ đạt cực trị tại $x_0 = 0$. **Đs:** $m = 0$
- Ví dụ 5.** Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m^2 - m + 2)x^2 + (3m^2 + 1)x + m - 5$. Tìm m để hàm số đạt cực tiểu tại $x_0 = -2$? **Đs:** $m = 3$
- Ví dụ 6.** Cho hàm số $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m}$. Tìm m để hàm số đạt cực đại tại $x = 2$? **Đs:** $m = -3$
- Ví dụ 7.** Cho hàm số $y = \frac{x^2 - (m + 3)x + 3m + 4}{x - m}$. Tìm m để hàm số đạt cực đại tại $x = 2$? **Đs:** $m = 4$
- Ví dụ 8.** Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + ab}{ax + b}$. Tìm a, b sao cho hàm số đạt cực trị tại điểm $x = 0$ và $x = 4$? **Đs:** $a = -2; b = 4$
- Ví dụ 9.** Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx - 2}{x + a}$. Tìm a, b sao cho hàm số đạt cực trị tại điểm $x = 0$ và $x = 4$? **Đs:** $a = -2; b = 1$
- Ví dụ 10.** Cho hàm số $y = \frac{x^4}{2} - ax^2 + b$. Tìm m để hàm số đạt cực trị bằng -2 tại điểm $x_0 = 1$? **Đs:** $a = 1; b = -\frac{3}{2}$

B. BÀI TẬP VẬN DỤNG

- Bài tập 1.** Tìm m để hàm số $y = x^3 - (m + 3)x^2 + mx + m + 5$ đạt cực tiểu tại điểm $x_0 = 2$? **Đs:** $m = 0$
- Bài tập 2.** Tìm m để hàm số $y = -(m^2 + 5m)x^3 + 6mx^2 + 6x - 6$ đạt cực đại tại điểm $x_0 = 1$? **Đs:** $m = 1$
- Bài tập 3.** Tìm m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (m^2 - 4)x + 2$ đạt cực đại tại điểm $x_0 = 1$?

Đs: $m = -3$

Bài tập 4. Cho hàm số $y = m \sin x + \frac{1}{3} \sin 3x$. Tìm m để hàm số đạt cực đại tại điểm $x = \frac{\pi}{3}$?

Đs: $m = 2$

Bài tập 5. Tìm m để hàm số $y = \frac{x^2 + (m-1)x + 1}{x + m - 1}$ đạt cực đại tại điểm $x_0 = 2$?

Đs: $m = -2$

Bài tập 6. Tìm m để hàm số $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m}$ đạt cực đại tại điểm $x_0 = 2$?

Đs: $m = -3$

Bài tập 7. Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - ax^2 + b$. Tìm a, b để hàm số có cực trị bằng -2 tại $x = 1$?

Đs: $a = \frac{1}{2}; b = -\frac{7}{4}$

Bài tập 8. Cho hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$. Tìm a, b, c để hàm số có giá trị bằng 1 tại điểm $x = 0$ và đạt cực trị tại điểm $x = 2$ và giá trị cực trị là -3?

Đs: $a = -3; b = 0; c = 1$

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

ĐỀ 01

Câu 1. Đồ thị hàm số $y = \frac{-x^2 + 3x + m}{x + 2}$ nhận điểm $A(0;3)$ làm cực trị thì phương trình của hàm số có dạng là:

A. $y = \frac{-x^2 + 3x - 6}{x + 2}$ **B.** $y = \frac{-x^2 + 3x + 1}{x + 2}$ **C.** $y = \frac{-x^2 + 3x + 6}{x + 2}$ **D.** $y = \frac{-x^2 + 3x}{x + 2}$

Câu 2. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx$ đạt cực tiểu tại $x = 2$

A. $m = 0$ **B.** $m < 0$ **C.** $m > 0$ **D.** $m \neq 0$

Câu 3. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -x^3 + (m+1)x^2 - 2m + 1$ đạt cực đại tại $x = 2$

- A. $m = 2$ B. $m = 1$ C. $m = 5$ D. $m = 3$

Câu 4. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 + mx^2 + \left(m - \frac{2}{3}\right)x - 7$ có cực trị tại $x = 1$

- A. $m = -\frac{7}{9}$ B. $m = -3$ C. $m = 7$ D. $m = -7$

Câu 5. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m^2 - m + 2)x^2 + (3m^2 + 1)x - 1$ đạt cực tiểu tại $x = -2$ khi và chỉ khi.

- A. $\begin{cases} m = 1 \\ m = 3 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m = -1 \\ m = -3 \end{cases}$ C. $m = 1$ D. $m = 3$

Câu 6. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)$ đạt cực đại tại $x = 1$. Kết quả nào đúng?

- A. Không có m B. $m = 2$ C. $m = -1$ D. $m = -2$

Câu 7. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx$ đạt cực tiểu tại $x = 2$ khi giá trị của tham số m thỏa mãn:

- A. $m = 0$ B. $m \neq 0$ C. $m > 0$ D. $m < 0$

Câu 8. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = x^3 - 2mx + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$:

- A. $m = \frac{2}{3}$ B. $m = -\frac{3}{2}$ C. $m = \frac{2}{3}$ D. $m = -\frac{2}{3}$

Câu 9. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx + m - 5$ đạt cực tiểu tại $x = 2$ khi tham số m lấy giá trị bằng bao nhiêu?

- A. $m = 4$ B. $m = 1$ C. $m = -3$ D. $m = -1$

Câu 10. Tìm m để hàm số $y = x^3 - mx^2 + 3x - 2$ đạt cực tiểu tại $x = 2$?

A. $m = -\frac{15}{4}$

B. $m = \frac{4}{15}$

C. $m = -\frac{4}{15}$

D. $m = \frac{15}{4}$

Câu 11. Tìm m để hàm số $y = mx^3 + 3x^2 + 12x + 2$ đạt cực đại tại $x = 2$?

A. $m = -2$

B. $m = -3$

C. $m = 0$

D. $m = -1$

Câu 12. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx$ đạt cực tiểu tại $x = 2$ khi:

A. $m = 0$

B. $m \neq 0$

C. $m > 0$

D. $m < 0$

Câu 13. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m + 1)x + 1$ đạt cực đại tại điểm $x = 1$ khi:

A. $m = 1 \vee m = 2$

B. $m = 1$

C. $m = 2$

D. $\forall m$

Câu 14. Hàm số $y = x^3 - (m-1)x + 1$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 2$ khi:

A. $m = 13$

B. $m < 13$

C. $m > 1$

D. $m \in \emptyset$

Câu 15. Hàm số $y = x^3 - 6mx^2 + (4m^2 - 1)x + 2$ đạt cực đại tại điểm $x = 2$ khi:

A. $m = 0$

B. $m = \frac{11}{2}$

C. $m = 4$

D. $m = -4$

ĐỀ 02

Câu 1. Hàm số $y = x^3 - 2x^2 + mx + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$ khi:

A. $m = 1$

B. $m = -1$

C. $m = 2$

D. Không có m

Câu 2. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2mx^2 + 3m^2x - 3m$ đạt cực tiểu tại $x = -1$ khi:

A. $m = -1$

B. $m = 1$

C. $m = \frac{1}{3}$

D. $m = -\frac{1}{3}$

Câu 3. Hàm số $y = -x^3 + (m-1)x^2 - m + 2$ đạt cực đại tại điểm $x = 2$ khi:

A. $m = 0$

B. $m = \frac{11}{2}$

C. $m = 4$

D. $m = -4$

Câu 4. Hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + m^2x - 2$ đạt cực tiểu tại điểm $x=1$ khi:

- A.** $m = -1$ **B.** $m = 1$ **C.** $m = 2$ **D.** $m = -2$

Câu 5. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{m}{2}x^2 + (m-1)x$ đạt cực đại tại $x=1$ khi:

- A.** $m < 2$ **B.** $m = 2$ **C.** $m > 2$ **D.** $\forall m \in \mathbb{R}$

Câu 6. Hàm số $y = x^3 - (m+3)x^2 + mx + m + 2$ đạt cực tiểu tại điểm $x=2$ khi:

- A.** $m = 0$ **B.** $m = \frac{11}{2}$ **C.** $m = 4$ **D.** $m = -4$

Câu 7. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 + (m^2 - 3m + 2)x + 5$ đạt cực trị tại $x=0$ khi:

- A.** $m = 1$ **B.** $m = 2$ **C.** A, B đều đúng. **D.** A, B đều sai.

Câu 8. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m + 1)x$ đạt cực trị tại $x=1$ khi:

- A.** $m = 0$ **B.** $m = 1$ **C.** $m = 2$ **D.** $m = 3$

Câu 9. Hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + 5$ đạt cực tiểu tại $x=-1$ khi:

- A.** $m = 1$ **B.** $m = -1$ **C.** A, B đều đúng. **D.** A, B đều sai.

Câu 10. Hàm số $y = -x^4 + 2(m-2)x^2 + m - 3$ đạt cực đại tại điểm $x=1$ khi:

- A.** $m = 3$ **B.** $m = 5$ **C.** $m < 3$ **D.** $m > 5$

Câu 11. Hàm số $y = x^4 - 3mx^2 + 1$ đạt cực tiểu tại điểm $x=-2$ khi:

- A.** $m = -\frac{8}{3}$ **B.** $m = \frac{8}{3}$ **C.** $m = 3$ **D.** $m = 8$

Câu 12. . Hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 + ax^2 + b$ có cực trị tại $x=1$ và giá trị cực trị tương ứng bằng -2 thì giá trị của a lần lượt là:

A. $\begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{9}{4} \end{cases}$

B. $\begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = \frac{9}{4} \end{cases}$

C. $\begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{9}{4} \end{cases}$

D. $\begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = -\frac{9}{4} \end{cases}$

Câu 13. Đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ đạt cực đại tại $A(0; -3)$ đạt cực tiểu tại $B(-1; -5)$ thì sẽ có giá trị của a, b, c lần lượt là:

A. 2; 4; -3

B. -3; -1; -5

C. -2; 4; -3

D. 2; -4; -3

Câu 14. Hàm số $y = ax^3 + x^2 - 5x + b$ đạt cực tiểu tại $x = 1$ và giá trị cực tiểu bằng 2 khi:

A. $\begin{cases} a = -1 \\ b = 5 \end{cases}$

B. $\begin{cases} a = 1 \\ b = 5 \end{cases}$

C. $\begin{cases} a = 1 \\ b = -5 \end{cases}$

D. $\begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases}$

Câu 15. Hàm số $y = x^3 + 2ax^2 + 4bx + 2016$ đạt cực đại tại $x = 1$. Khi đó tổng $a + b$ là:

A. $-\frac{4}{3}$

B. $\frac{4}{3}$

C. $-\frac{3}{4}$

D. $\frac{3}{4}$

ĐỀ 03

Câu 1. Hàm số $y = m \cdot \sin x + \frac{1}{3} \sin 3x$ đạt cực trị tại điểm $x = \frac{\pi}{3}$ khi:

A. $m = -2$

B. $m = 0$

C. $m = 2$

D. $m = 3$

Câu 2. Hàm số $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m}$ đạt cực tiểu tại $x = 1$ khi:

A. $m = -2$

B. $m = -2 \vee m = 0$

C. $m = 0$

D. Không có thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 3. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = 2x^3 + (m+1)x^2 + (m^2 - 4)x - m + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 0$

A. $m = 2$

B. $m = -2$

C. $m = -3$

D. $m = 3$

Câu 4. Cho hàm số $y = x^3 - 2mx + 1$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$

- A. $m = \frac{3}{2}$ B. $m = -\frac{3}{2}$ C. $m = \frac{2}{3}$ D. $m = -\frac{2}{3}$

Câu 5. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^4 + 3mx + m^2 - 1$ đạt cực tiểu tại $x = 0$

- A. $m = 0$ B. Không có giá trị thực nào của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.
C. $m < 0$ D. $m > 0$

Câu 6. Giá trị của m để hàm số $y = x^3 - 2mx + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$ là:

- A. $m = -\frac{2}{3}$ B. $m = \frac{2}{3}$ C. $m = -\frac{3}{2}$ D. $m = \frac{3}{2}$

Câu 7. Hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x$ đạt cực tiểu tại $x_0 = 1$ khi :

- A. $m = 2$ B. $m = 0$ C. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq 2 \end{cases}$

Câu 8. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 5$ đạt cực tiểu tại $x = -1$ khi:

- A. $m = -3$ B. $m = -1$ C. $m = 0$ D. $m = 1$

Câu 9. Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị $A(0;0), B(1;1)$ thì các hệ số a, b, c, d có giá trị lần lượt là:

- A. $a = -2; b = 0; c = 0; d = 3$ B. $a = 0; b = 0; c = -2; d = 3$
C. $a = -2; b = 0; c = 3; d = 0$ D. $a = -2; b = 3; c = 0; d = 0$

Câu 10. Hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + m^2x - 2$ đạt cực tiểu tại $x = 1$ khi m bằng:

- A. $m = -1$ B. $m = 1$ C. $m = 2$ D. $m = -2$

Câu 11. Biết đồ thị hàm số $y = x^4 - 2px^2 + q$ có một điểm cực trị là $M(1;2)$, thế thì khoảng cách giữa điểm cực tiểu và điểm cực đại là:

- A. $\sqrt{26}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\sqrt{2}$ D. 2

Câu 12. Giá trị của m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m + 1)x + 1$ đạt cực đại tại điểm $x = 1$

- A. $m = 1$ B. $m = 2$ C. $m = 1; m = 2$ D. Không có m

Câu 13. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)$ đạt cực đại tại $x = 1$

- A. Không có giá trị m B. $m = 2$ C. $m = -1$ D. $m = -2$

Câu 14. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (2m - 1)x^2 + m + 3$ đạt cực đại tại $x = 0$ khi và chỉ khi:

- A. $m > \frac{1}{2}$ B. $m \geq \frac{1}{2}$ C. $m < \frac{1}{2}$ D. $m \leq \frac{1}{2}$

Câu 15. Tìm m để hàm số $y = mx^3 + 3x^2 + 12x + 2$ đạt cực đại tại $x_0 = 2$

- A. $m = -2$ B. $m = -3$ C. $m = 0$ D. $m = -1$

ĐỀ 04

Câu 1. Hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 + ax^2 + b$ có cực trị tại $x = 1$ và giá trị tương ứng bằng 2 thì giá trị của a, b lần lượt là

- A. $\begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{9}{4} \end{cases}$ B. $\begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = \frac{9}{4} \end{cases}$ C. $\begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{9}{4} \end{cases}$ D. $\begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = -\frac{9}{4} \end{cases}$

Câu 2. Tìm m để hàm số $y = mx^4 - 2(2m - 1)x^2 + 3 + 2m$ đạt cực tiểu tại $x = 1$

- A. $m = -2$ B. $m = -1$ C. $m = 2$ D. $m = 1$

Câu 3. Tìm m để hàm số $y = \frac{x^2 - (m - 1)x + 4 - m}{x - m}$ đạt cực đại tại $x = 1$

- A. $m = -3$ B. $m = 3$ C. $m = -3; m = 1$ D. $m = 3; m = -1$

Câu 4. Hàm số $y = \frac{x^2 + mx + m}{x + m}$ đạt cực đại tại $x = 2$ thì m bằng

- A. $m = -1$ B. $m = -3$ C. $m = 1$ D. Không tồn tại m

Câu 5. Tìm m để hàm số $y = \frac{x^5}{5} - (m+1)\frac{x^3}{3} - (m^2 - 2)x + 2$ đạt cực trị tại $x = 1$

- A. $m = 1$ B. $m = -2$ C. $m = 1; m = -2$ D. Không tồn tại m

Câu 6. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx$ đạt cực tiểu tại $x = 2$ thì giá trị của m là

- A. $m = 0$ B. $m \neq 0$ C. $m > 0$ D. $m < 0$

Câu 7. Tìm m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 + (m^2 - 3x + 2)x + 5$ đạt cực tiểu tại $x = 0$

- A. $m = 6$ B. $m = 2$ C. $m = 1$ D. $m = 1; m = 2$

Câu 8. Hàm số $y = x^4 - (m+1)x^2 + (m^2 - m)x + 1$ đạt cực đại tại $x = 0$ khi

- A. $m = 1$ B. $m = 0$ C. $m = 0; m = 1$ D. Không tồn tại m

Câu 9. Hàm số $y = x^4 - m^2x^2 + 5$ đạt cực đại tại $x = -2$ khi

- A. $m = \pm 2$ B. $m = 2$ C. $m = -2$ D. Không tồn tại m

Câu 10. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = x^4 + (m-1)x^2 + m$ đạt cực tiểu tại $x = 0$

- A. $m \leq 1$ B. $m > 1$ C. $m < 1$ D. $m \geq 1$

Câu 11. Giá trị của m để hàm số $y = -x^3 - 2x^2 + mx$ đạt cực tiểu tại $x = -1$ là

- A. $m = 1$ B. $m = -1$ C. $m > 1$ D. $m < -1$

Câu 12. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = mx^4 - (m+1)x^2 + m^2 + 2$ đạt cực tiểu tại $x = 1$ là

- A. $m = -1$ B. $m = \frac{1}{3}$ C. $m = 1$ D. $m = -\frac{1}{3}$

Câu 13. Tìm m để hàm số $y = \frac{x^2 + 2mx - 3}{x + 2}$ đạt cực tiểu tại $x = 1$

- A. $m = -1$ B. $m = -2$ C. $m = 1$ D. $m = -3$

Câu 14. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m}$ đạt cực trị tại $x = 2$

- A. $m = -3; m = -1$ B. $m = -1$ C. $m = -3$ D. $m = 4$

Câu 15. Hàm số $y = \frac{x^2 - 2mx + 2}{x - m}$ đạt cực tiểu tại $x = 2$ khi

- A. $m = -1$ B. $m = 1$ C. $m \neq \pm 1$ D. không tồn tại m

Câu 30. (SGD HCM cụm 4, 2017) Tìm a, b, c sao cho đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ qua O và có một điểm cực tiểu $A(\sqrt{3}; -9)$.

- A. $a = -1; b = 6; c = 0$. B. $a = 1; b = 6; c = 0$. C. $a = -1; b = 0; c = 0$. D. $a = 1; b = -6; c = 0$.

Câu 16. (SGD HCM cụm 7, 2017) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + m^2x + 2$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

- A. $m = 1$. B. $m = 3$. C. $m = 1 \vee m = 3$. D. $m = -1$.

Câu 17. (SGD HCM cụm 7, 2017) Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có hai điểm cực trị là $A(0; 2), B(2; -14)$. Tính $f(1)$.

- A. $f(1) = -5$. B. $f(1) = 0$. C. $f(1) = -6$. D. $f(1) = 7$.

Câu 18. (SGD Đà Nẵng, 2017) Cho hàm số $y = -2x^3 + 3mx^2 + m + 1$ với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

- A. $m = 2$. B. $m = -1$. C. $m = 1$. D. $m = 0$.

Câu 19. (THPT Nguyễn Đình Chiểu Bình Định 2017) Hàm số

$$y = \frac{x^3}{3} - mx^2 + (m^2 - 1)x + 1 \text{ đạt cực đại tại } x = 1 \text{ khi giá trị } m \text{ là}$$

- A. 1. B. 0. C. 2. D. -2.

VẤN ĐỀ 3. TÌM THAM SỐ M ĐỂ HÀM SỐ CÓ HOẶC KHÔNG CÓ CỰC TRỊ

Phương pháp

Biện luận số nghiệm của phương trình y'

A. ÁP DỤNG

Ví dụ 1. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 2(5m-8)x + 1$. Tìm m để hàm số có một cực đại và một cực tiểu? **Đs:** $m < 2; m > 8$

Ví dụ 2. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + (m+2)x - m}{x+1}$. Tìm m để hàm số có một cực đại và một cực tiểu? **Đs:** $m < -\frac{1}{2}$

Ví dụ 3. Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^4 - mx^2 + \frac{3}{2}$. Tìm m để hàm số có cực tiểu mà không có cực đại? **Đs:** $m \leq 0$

Ví dụ 4. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+2)x^2 + 4(m+1)x - 4m$. Tìm m để hàm số có điểm cực đại và cực tiểu và điểm cực tiểu nằm trên đường thẳng $d: x + 3y - 8 = 0$ **Đs:** $m = 1$

Ví dụ 5. Cho hàm số $y = x^3 - \frac{3}{2}(m-2)x^2 - 3(m-1)x + 1$. Tìm m để hàm số có cực đại và cực tiểu đồng thời hoành độ điểm cực tiểu nhỏ hơn 2. **Đs:** $m < 3, m \neq 0$

Ví dụ 6. Cho hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 3m(m+2)x + 1$. Tìm m để hàm số có cực đại và cực tiểu đồng thời giá trị cực đại lớn hơn 1. **Đs:** $m > -3, m \neq 0$

B. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài tập 1. Tìm m để hàm số sau có cực đại và cực tiểu

1) $y = \frac{1}{3}(m^2 - 1)x^3 + (m+1)x^2 + 3x + 5$ **Đs:** $-1 < m < 2; m \neq 1$

2) $y = x^3 + mx^2 + 3mx + 5$

Đs: $m < 0; m > 9$

3) $y = (m+2)x^3 + 3x^2 + mx + m$

Đs: $-3 < m < 1; m \neq -2$

Bài tập 2. Tìm m để hàm số sau có cực đại và cực tiểu

1) $y = \frac{x^2 + 2mx - m}{x + m}$

Đs: $-1 < m < 0$

2) $y = \frac{mx^2 + (m+1)x + 1}{mx + 2}$

Đs: $m < 2; m \neq 0$

Bài tập 3. Tìm m để hàm số có 3 điểm cực trị

1) $y = mx^4 + (m^2 - 9)x^2 + 10$

Đs: $m < -3; 0 < m < 3$

2) $y = -x^4 + 2mx^2 + 3$

Đs: $m > 0$

Bài tập 4. Tìm m để hàm số có 1 điểm cực trị

1) $y = mx^4 + (m-1)x^2 + 1 - 2m$

Đs: $m \leq 0; m \geq 1$

2) $y = (1-m)x^4 - mx^2 + 2m - 1$

Đs: $m \leq 0; m \geq 1$

Bài tập 5. Tìm m để hàm số không có cực trị

1) $y = mx^3 + 3x^2 - (m-4)x + 3$

Đs: $1 \leq m \leq 3$

2) $y = (m-3)x^3 - 2mx^2 + 3$

Đs: $m = 0$

Bài tập 6. Tìm m để hàm số sau không có cực trị

1) $y = \frac{mx^2 + 3mx + 1}{x + 2}$ **Đs:** $m \leq 0; m \geq 1$

2) $y = \frac{mx^2 + 3mx + 1}{x + 2}$ **Đs:** $m \leq 0; m \geq 1$

Bài tập 7. Tìm m để hàm số $y = \frac{1}{2}x^4 - mx^2 + \frac{3}{2}$ có cực tiểu mà không có cực đại.

Bài tập 8. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + (m+1)x + m+1}{x+1}$. Chứng minh với mọi m thì đồ thị hàm số

luôn có điểm cực đại, cực tiểu và khoảng cách giữa hai điểm đó là $\sqrt{20}$.

Bài tập 9. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - mx + m}{x - 1}$. Chứng minh với mọi m thì đồ thị hàm số luôn có điểm cực đại, cực tiểu và khoảng cách giữa hai điểm đó là không đổi.

Bài tập 10. Chứng minh hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + m}{x^2 + 2}$ luôn có một cực đại và một cực tiểu

Bài tập 11. Tìm $m > 0$ để hàm số $y = \frac{x^2 + m^2x + 2m^2 - 5m + 3}{x}$ có cực tiểu trong khoảng $(0; 2m)$ **Đs:** $\frac{1}{2} < m < 1; m > \frac{3}{2}$

Bài tập 12. Cho hàm số $y = 2x^3 - 3(2m + 1)x^2 + 6m(m + 1)x + 1$. Tìm m để hàm số có cực đại và cực tiểu và giá trị cực đại lớn hơn 1. **Đs:** $-\frac{3}{2} < m \neq 0$

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

ĐỀ 01.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (4m - 3)x + 1$. Xác định các giá trị của m để hàm số đạt cực đại và cực tiểu?

- A.** $1 < m < 3$ **B.** $m \leq 1$ **C.** $m \geq 3$ **D.** $m < 1 \vee m > 3$

Câu 2. Giá trị của m để hàm số $y = x^4 + mx^2 + 2$ có đúng một điểm cực trị :

- A.** $m \neq 0$ **B.** $m \geq 0$ **C.** $m > -1$ **D.** $m \leq 0$

Câu 3. Tìm m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m + 1)x^2 + (m^2 + m)x - 2$ có cực đại và cực tiểu

- A.** $m > 2$ **B.** $m > -\frac{1}{3}$ **C.** $m > -\frac{2}{3}$ **D.** $m > -1$

Câu 4. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (m^2 + 2m)x - 1$ có hai điểm cực trị khi và chỉ khi:

- A.** $m < 0$ **B.** $m \neq 0$ **C.** $m > 0$ **D.** $m \leq 0$

Câu 5. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = mx^4 + 2x^2 - 1$ có ba điểm cực trị.

- A.** $m < 0$ **B.** $m \neq 0$ **C.** $m \leq 0$ **D.** $m > 0$

Câu 6. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = x^3 - x^2 + mx - 5$ có hai cực trị. Chọn kết quả đúng:

- A. $m < \frac{1}{3}$ B. $m > \frac{1}{3}$ C. $m \geq \frac{1}{3}$ D. $m \leq \frac{1}{3}$

Câu 7. Hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 - (m+1)x^2 + mx - 7$ có hai cực trị khi và chỉ khi:

- A. $\begin{cases} m > -\frac{1}{2} \\ m \neq 0 \end{cases}$ B. $m = 3$ C. $m = 0$ D. $m < 5$

Câu 8. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3(m+1)x + 2$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số có cực trị.

- A. $m < 0$ B. $m < 2$ C. $m \geq 2$ D. $m \geq 0$

Câu 9. Tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 2(5m-8)x + 1$ đạt cực đại và cực tiểu.

- A. $m < 2 \vee m > 8$ B. $2 \leq m \leq 8$ C. $2 < m < 8$ D. $m \leq 2 \vee m \geq 8$

Câu 10. Tìm tất cả giá trị m để hàm số $y = mx^4 + (m+3)x^2 + 2m - 1$ chỉ đạt cực đại mà không có cực tiểu

- A. $m \leq -3$ B. $m \leq 0$ C. $\begin{cases} m > 3 \\ m \leq 0 \end{cases}$ D. $m > 3$

ĐỀ 02

Câu 1. Tìm tất cả giá trị m để hàm số $y = (m-1)x^4 + (m^2 - 2m)x^2 + m^2$ có ba điểm cực trị

- A. $\begin{cases} 0 < m < 1 \\ m > 2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 1 < m < 2 \\ m < 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} -1 < m < 1 \\ m > 2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 1 < m < 2 \\ m < -1 \end{cases}$

Câu 2. Hàm số $y = -x^3 + 2mx + 3$ có 2 điểm cực trị khi :

- A. $m > 0$ B. $m < 0$ C. $m = 0$ D. $m \neq 0$

Câu 3. Đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có ba điểm cực trị khi và chỉ khi:

- A. $b < 0$ B. $ab > 0$ C. $ab \leq 0$ D. $ab < 0$

Câu 4. Đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có một điểm cực trị khi và chỉ khi:

- A. $b < 0$ B. $ab \geq 0$ C. $ab < 0$ D. $b \leq 0$

Câu 5. Đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu khi và chỉ khi:

- A. $\begin{cases} a < 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} a \neq 0 \\ b > 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \end{cases}$

Câu 6. Đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có 1 điểm cực tiểu và 2 điểm cực đại khi và chỉ khi:

- A. $\begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} a > 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} a < 0 \\ b \geq 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \end{cases}$

Câu 7. Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a \neq 0$) có hai điểm cực trị khi và chỉ khi:

- A. $4b^2 + 12ac > 0$ B. $4b^2 - 12bc > 0$ C. $4b^2 - 12ac \leq 0$ D. $4b^2 - 12ac > 0$

Câu 8. Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a \neq 0$) không có điểm cực trị khi và chỉ khi:

- A. $4b^2 + 12ac > 0$ B. $4b^2 - 12bc > 0$ C. $4b^2 - 12ac \leq 0$ D. $4b^2 - 12ac > 0$

Câu 9. Điều kiện của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3mx - m + 2$ có cực trị là:

- A. $m < 1$ B. $m \leq 1$ C. $m > 1$ D. $m \geq 1$

Câu 10. Hàm số $y = x^3 - mx + 1$ có 2 cực trị khi:

- A. $m > 0$ B. $m < 0$ C. $m = 0$ D. $m \neq 0$

ĐỀ 03

Câu 1. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = x^3 + mx^2 + 3x + 2m - 1$ có cực đại, cực tiểu ?

- A. $m \in (-3; 3)$ B. $m \in (-\infty; -3) \cup m \in (3; +\infty)$

C. $m \in [-3; 3]$

D. $m \in (-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$

Câu 2. Hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - m)x - 2m^2 - 1$ có 2 điểm cực trị khi:

A. $m > 0$

B. $m \geq 0$

C. $m > 1$

D. $\forall m$ tùy ý.

Câu 3. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+2)x^2 + mx + 1$ có cực đại, cực tiểu khi:

A. $m > 0$

B. $m \in \emptyset$

C. $\forall m \in \mathbb{R}$

D. $m = 1$

Câu 4. Giá trị của tham số m để hàm số $y = (m-2)x^3 - mx + 3$ không có cực trị là:

A. $\begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 2 \end{cases}$

B. $m \neq 2$

C. $\begin{cases} m \leq 0 \\ m > 2 \end{cases}$

D. $0 \leq m \leq 2$

Câu 5. Đồ thị hàm số $y = (x+a)^3 + (x+b)^3 - x^3$ có cực đại, cực tiểu khi:

A. $a.b > 0$

B. $a.b < 0$

C. $a.b \geq 0$

D. $a.b \leq 0$

Câu 6. Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2mx^2 - 2m + 1$ có 3 điểm cực trị ?

A. $m > 0$

B. $m = -1$

C. $m = 0$

D. $m = 1$

Câu 7. Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + m$ có 3 điểm cực trị ?

A. Không có m

B. $m \geq 1$

C. $m < 1$

D. $m > 1$

Câu 8. Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 + 2(m-2)x^2 + m^2 - 5m + 5$ có 3 điểm cực trị ?

A. $m < 2$

B. $m > 3$

C. $m < 1$

D. $m > 1$

Câu 9. Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m+1$ có đúng 1 cực trị ?

A. $m < -1$

B. $m = -1$

C. A, B đều đúng.

D. A, B đều sai.

Câu 10. Đồ thị hàm số $y = \frac{m}{4}x^4 + (m-1)x^2 + m+1$ có đúng 1 điểm cực trị khi:

A. $0 < m < 1$

B. $m > 1$

C. $m < 0$

D. $m \in (-m; 0) \cup (1; +\infty)$

ĐỀ 04

Câu 1. Đồ thị hàm số $y = x^4 + 2(1-m)x^2 + 2$ có cực tiểu mà không có cực đại khi:

- A. $m \leq 1$ B. $m < 1$ C. $m > 1$ D. $m \geq 1$

Câu 2. Đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2(5-m)x^2 + 2$ có cực đại mà không có cực tiểu khi:

- A. $m < 5$ B. $m \geq 5$ C. $m > 5$ D. $m \leq 5$

Câu 3. Hàm số $y = \frac{2x^2 - mx + 2m + 1}{2x - 1}$ có hai điểm cực trị khi:

- A. $m > -1$ B. $m \leq -1$ C. $m < -1$ D. $\forall m \in \mathbb{R}$

Câu 4. Có tất cả bao nhiêu số nguyên m thỏa mãn điều kiện hàm số

$$y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m^2 - 25)x + 10 \text{ có hai cực trị}$$

- A. 13 B. 10 C. 9 D. 7

Câu 5. Tìm tất cả các giá trị m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m^2 - 4)x + m - 1$

- A. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$ B. $-2 < m < 2$ C. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$ D. $m > 2$

Câu 6. Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - mx^2 + 3$ có 3 điểm cực trị ?

- A. $m > 0$ B. $m = 0$ C. $m < 0$ D. Không có m

Câu 7. Đồ thị hàm số $y = -x^4 + (2m-4)x^2 + m$ có 2 cực đại, 1 cực tiểu khi:

- A. $m = 2$ B. $m > 2$ C. $m \leq 2$ D. $m < 2$

Câu 8. Tìm tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3m^2$ có 2 điểm cực trị ?

- A. $m > 0$ B. $m < 0$ C. $m = 0$ D. $m \neq 0$

Câu 9. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3mx + 3m + 4$ không có cực trị khi:

- A. $m \leq 0$ B. $m \geq 1$ C. $0 < m < 1$ D. $0 \leq m \leq 1$

Câu 10. Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y = (1-m)x^4 - mx^2 + 2m - 1$ có đúng 1 cực trị ?

- A. $m \in \emptyset$ B. $m \leq 0$ C. $0 < m < 1$ D. $\mathbb{R} \setminus (0;1)$

ĐỀ 05

Câu 1. Tính tổng tất cả các tham số m thỏa mãn điều kiện hàm số

$$y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}(m^2 - 1)x^2 - mx \text{ đạt cực tiểu tại } x = 1$$

- A. 2 B. -1 C. 1 D. 0

Câu 2. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 12x + 10$ có hai cực trị

- A. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$ B. $-2 < m < 2$ C. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$ D. $m > 2$

Câu 3. Tìm tất cả các giá trị của m để $y = \frac{m}{3}x^3 - (m+1)x^2 + mx$ có cực trị

- A. $\begin{cases} m > -2 \\ m \neq 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m > -1 \\ m \neq 0 \end{cases}$ C. $m > -\frac{1}{2}$ D. $m > 0$

Câu 4. Có tất cả bao nhiêu số nguyên m thỏa mãn điều kiện hàm số

$$y = x^3 - 3mx^2 + 3(2m^2 - 16)x + m + 2017 \text{ có hai cực trị}$$

- A. 13 B. 10 C. 9 D. 7

Câu 5. Có tất cả bao nhiêu số nguyên m thỏa mãn điều kiện hàm số

$$y = (2m^2 - 16)x^3 - x^2 + 3x - m - 2 \text{ có đúng một cực trị}$$

- A. 3 B. 2 C. 0 D. Vô số

Câu 6. Hàm số $y = \frac{1}{3}(m+1)x^3 + 2mx^2 + (3m+2)x + 1$ có cực đại, cực tiểu khi và chỉ khi.

- A. $m \in \left(-\infty; \frac{5-\sqrt{33}}{2}\right) \cup \left(\frac{5-\sqrt{33}}{2}; +\infty\right) \setminus \{-1\}$ B. $m \in \left[-\infty; \frac{5-\sqrt{33}}{2}\right] \cup \left[\frac{5-\sqrt{33}}{2}; +\infty\right) \setminus \{-1\}$

C. $m \in \left[\frac{5-\sqrt{33}}{2}; \frac{5+\sqrt{33}}{2} \right]$

D. $m \in \left(-\infty; \frac{5-\sqrt{33}}{2} \right] \cup \left[\frac{5+\sqrt{33}}{2}; +\infty \right)$

Câu 7. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^4 - mx^2 + \frac{3}{2}$ có một cực trị

A. $m \leq 0$

B. $m > 0$

C. $m = 0$

D. $m \neq 0$

Câu 8. Cho hàm số $y = 2x^3 + 3(m-3)x^2 + 11 - 3m$. Định m để hàm số có cực đại và cực tiểu

A. $m \neq 3$

B. $m > 3$

C. $m \geq 3$

D. $m \in \mathbb{R}$

Câu 9. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = x^3 - mx + 1$ có 2 cực trị.

A. $m > 0$

B. $m < 0$

C. $m \neq 0$

D. $m = 0$

Câu 10. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m^2 - 1$ có 3 điểm cực trị.

A. $m > 0$

B. $m < 0$

C. $m \neq 0$

D. $m \geq 0$

ĐỀ 06

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (2m-1)x - 1$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $\forall m < 1$ thì hàm số có hai điểm cực trị

B. Hàm số luôn luôn có cực đại và cực tiểu

C. $\forall m \neq 1$ thì hàm số có cực đại và cực tiểu

D. $\forall m > 1$ thì hàm số có cực trị

Câu 2. Tìm tất cả giá trị m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 6mx + m$ có hai điểm cực trị

A. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 2 \end{cases}$

B. $0 < m < 8$

C. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 8 \end{cases}$

D. $\begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 2 \end{cases}$

Câu 3. Cho hàm số $y = -x^4 + 2mx^2 - 2m + 1$. Với giá trị nào của m thì hàm số có 3 điểm cực trị:

- A. $m > 0$ B. $m < 0$ C. $m = 0$ D. $m \neq 0$

Câu 4. Với giá trị nào của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 - 2x + 1$ có cực trị là:

- A. 0 B. 3 C. 4 D. Cả A, B, C.

Câu 5. Điều kiện của m để hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + m - 2$ có 2 điểm cực trị là:

- A. $m \geq 3$ B. $m < 3$ C. $m \in \mathbb{R}$ D. $m \in \emptyset$

Câu 6. Hàm số $y = x^3 + (m-1)x^2 + x - 2$ có cực đại, cực tiểu khi:

- A. $1 - \sqrt{3} < m < 1 + \sqrt{3}$ B. $1 - \sqrt{3} \leq m \leq 1 + \sqrt{3}$
 C. $\begin{cases} m \leq 1 - \sqrt{3} \\ m \geq 1 + \sqrt{3} \end{cases}$ D. $\begin{cases} m < 1 - \sqrt{3} \\ m > 1 + \sqrt{3} \end{cases}$

Câu 7. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m-1)x^2 + (3m^2 - 4m + 1)x + m$ có cực đại, cực tiểu khi:

- A. $0 < m < 1$ B. $0 \leq m \leq 1$ C. $m \leq 0$ D. $m > 1$

Câu 8. Hàm số $y = -x^3 + (3-m)x^2 - 2mx + 2$ có cực đại và cực tiểu khi:

- A. $m < 3$ B. $6 - 3\sqrt{3} < m < 6 + 3\sqrt{3}$ C. $\begin{cases} m < 6 - 3\sqrt{3} \\ m > 6 + 3\sqrt{3} \end{cases}$ D. $\begin{cases} m = 6 - 3\sqrt{3} \\ m = 6 + 3\sqrt{3} \end{cases}$

Câu 9. Đồ thị hàm số $y = 2x^3 - (m-2)x^2 + (6-3m)x + m + 1$ không có cực trị khi:

- A. $m < -16$ B. $m \geq 2$ C. $-16 < m \leq 2$ D. $-2 \leq m \leq 16$

Câu 10. Đồ thị hàm số $y = mx^3 + 3mx^2 - (m-1)x - 1$ không có cực trị khi:

- A. $0 \leq m \leq \frac{1}{4}$ B. $0 < m \leq \frac{1}{4}$ C. $m < 0$ D. $m \geq \frac{1}{4}$

ĐỀ 07

Câu 1. Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - m^2x^2 + 3$ có 3 điểm cực trị ?

- A. $m < 0$ B. $m \neq 0$ C. $m > 0$ D. $m \in \mathbb{R}$

Câu 2. Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 - 3$ có 3 điểm cực trị ?

- A. $m \geq 0$ B. $m > -1$ C. $m > 1$ D. $m > 0$

Câu 3. Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 + (m+1)x^2 - 2m - 1$ có 3 điểm cực trị ?

- A. $m > -1$ B. $m \geq -1$ C. $m < -1$ D. $m \leq -1$

Câu 4. Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 - 2m + m^4$ có 3 điểm cực trị ?

- A. $m = -2$ B. $m < -1$ C. $m > 0$ D. $m > 2$

Câu 5. Đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2(2m-1)x^2 + 3$ có đúng một điểm cực trị khi:

- A. $m < \frac{1}{2}$ B. $m \leq \frac{1}{2}$ C. $m > \frac{1}{2}$ D. $m \geq \frac{1}{2}$

Câu 6. Đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(3-m)x^2 + 2$ có đúng 1 điểm cực trị khi:

- A. $m < 3$ B. $m > 3$ C. $m \leq 3$ D. $m \geq 3$

Câu 7. Đồ thị hàm số (C): $y = -x^4 + 2(2m-1)x^2 + 3$ có đúng 1 điểm cực trị khi

- A. $m = \frac{1}{2}$ B. $m > \frac{1}{2}$ C. $m \geq \frac{1}{2}$ D. $m < \frac{1}{2}$

Câu 8. Đồ thị hàm số $y = \frac{m+1}{2}x^4 - mx^2 + \frac{5}{2}$ có cực đại mà không có cực tiểu khi:

- A. $m \in (-1; 0]$ B. $m \in [-1; 0)$ C. $m \in [-1; 0]$ D. $m \in (-1; 0)$

Câu 9. Hàm số $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m}$ luôn có cực trị khi:

- A. $m = 0$ B. $m = 1$ C. $\forall m \in \mathbb{R}$ D. $m \in \emptyset$

Câu 10. Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m-3)^2x^2 + m^2$ có 3 điểm cực trị ?

A. $m \neq 3$

B. $m = 0$

C. $m < 0$

D. $m \neq 0$

Câu 11. (SGD HCM cụm 7, 2017) Tìm m để hàm số $y = mx^4 + 2(m-1)x^2 + 2$ có hai cực tiểu và một cực đại.

A. $m < 0$.

B. $0 < m < 1$.

C. $m > 2$.

D. $1 < m < 2$.

Câu 12. (SGD HCM cụm 1, 2017) Đồ thị hàm số $y = x^4 + (m+1)x^2 + 4$ có ba điểm cực trị khi và chỉ khi:

A. $m < -1$.

B. $m \leq -1$.

C. $m > -1$.

D. $m \geq -1$.

Câu 13. (Nguyễn Thái Học, Vĩnh Phúc, Lần 1, 2017) Hàm số $y = mx^3 - 3(m-1)x^2 + 3(m+1)x + m$ có cực trị khi và chỉ khi

A. $m \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \setminus \{0\}$.

B. $m \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$.

C. $m > \frac{1}{3}$.

D. $m < 1$.

VẤN ĐỀ 4. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG ĐI QUA CÁC ĐIỂM CỰC TRỊ

Phương pháp

1) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ (C)

+) Nếu (C) có hai điểm cực trị và chia y cho y' ta được: $y = y' \cdot (mx + n) + \alpha x + \beta$

+) Thì phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là: $y = \alpha x + \beta$

2) Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{Ax + B}$

+) Nếu (C) có hai điểm cực trị

$$+) \text{ Thì phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là: } y = \frac{(ax^2 + bx + c)'}{(Ax + B)'}$$

Ví dụ 1. Cho hàm số: $y = x^3 - 3mx + m$ (C).

- 1) Tìm m để (C) có hai điểm cực trị?
- 2) Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C)

Đs: $m > 0; y = -2mx + m$

Ví dụ 2. Cho hàm số: $y = -x^3 + 3mx^2 + 3(1 - m^2)x + m^3 - m^2$ (C).

- 1) Tìm m để (C) có hai điểm cực trị?
- 2) Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C)

Đs: $\forall m; y = 2x - m^2 + m$

Ví dụ 3. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + (m+1)x - m + 1}{x - m}$

- 1) Tìm m để (C) có hai điểm cực trị?
- 2) Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C)

Đs: $\forall m; y = 2x + m + 1$

Ví dụ 4. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + m + 2}{x + m - 1}$

- 1) Tìm m để (C) có hai điểm cực trị?
- 2) Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C)

Đs: $\forall m; y = 2x - 2$

B. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài tập 1. Cho hàm số: $y = x^3 - 3(m-1)x^2 + (2m^2 - 3m + 2)x - m(m-1)$ (C).

- 1) Tìm m để (C) có hai điểm cực trị?

2) Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C)

$$\text{Đs: } m < \frac{3-\sqrt{5}}{2}; m > \frac{3+\sqrt{5}}{2}; y = -\frac{2}{3}(m^2 - 3m + 1)x + \frac{2}{3}(m^2 - 3m + 1)(m - 1)$$

Bài tập 2. Cho hàm số $y = \frac{mx^3}{3} - mx^2 + x - 1$. Tìm m để hàm số có cực đại, cực tiểu và tung độ các điểm cực đại, cực tiểu.

1) Cùng dấu

$$\text{Đs: } m > 1$$

2) Trái dấu

$$\text{Đs: } m < 0$$

Bài tập 3. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 3(m+2)x - m - 6$. Tìm m để hàm số có cực đại và cực tiểu đồng thời hai giá trị cực trị cùng dấu?

$$\text{Đs: } -\frac{17}{4} < m < 2$$

Bài tập 4. Cho hàm số $y = x^3 + 3(m-1)x^2 + 3(m-1)x + 1$. Tìm m để hàm số có cực đại, cực tiểu đồng thời đường thẳng nối hai điểm cực trị đó đi qua điểm $M(0; -3)$?

$$\text{Đs: } m = -1; m = 3$$

Bài tập 5. Cho hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x - 1$. Tìm m để đồ thị hàm số có cực đại, cực tiểu đồng thời đường thẳng nối hai điểm cực trị đó song song với đường thẳng $y = -4x + 3$?

$$\text{Đs: } m = 1; m = 5$$

Bài tập 6. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3(1-m)x + 3m + 1$ (C). Tìm m để đồ thị hàm số có cực đại, cực tiểu đồng thời các điểm cực trị đó cùng với gốc tọa độ O tạo thành một tam giác diện tích là 4?

$$\text{Đs: } m = 1$$

Bài tập 7. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + mx + m$. Tìm m để đồ thị hàm số có cực đại, cực tiểu đồng thời khoảng cách giữa hai điểm cực trị đó bằng $2\sqrt{15}$?

$$\text{Đs: } m = 1$$

Bài tập 8. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(m+1)x^2 + mx$. Tìm m để đồ thị hàm số có cực đại, cực tiểu đồng thời các điểm cực trị đó đối xứng nhau qua đường thẳng $24x - 4y - 33 = 0$

$$\text{Đs: } m = 1$$

Bài tập 9. Cho hàm số $y = 2x^3 - 3(m+1)x^2 + 6mx$. Tìm m để đồ thị hàm số có hai cực trị A và B sao cho đường thẳng AB vuông góc với đường thẳng $y = x + 2$?

$$\text{Đs: } m = 0; m = 2$$

Bài tập 10. Cho hàm số $y = x^3 + mx^2 + 7x + 3$. Tìm m để đồ thị hàm số có hai cực trị đồng thời đường thẳng đi qua điểm cực trị đó vuông góc với đường $y = 3x - 5$?

$$\text{Đs: } m = \pm \frac{3\sqrt{10}}{2}$$

Bài tập 11. Cho hàm số $y = x^3 - \frac{3}{2}mx^2 + 3(m-1)x + 1$. Tìm m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị đồng thời đường thẳng đi qua điểm cực trị đó song song với đường thẳng $y = -x + 1$?

$$\text{Đs: } m = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$$

Bài tập 12. Cho hàm số $y = x^3 - 3ax^2 + 4a^3$. Tìm m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị đối xứng nhau qua đường $y = x$?

$$\text{Đs: } m = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Bài tập 13. Cho hàm số $y = 2x^3 - 3(2m+1)x^2 + 6m(m+1)x + 1$. Tìm m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị đối xứng nhau qua đường $y = x + 2$?

$$\text{Đs: } m = -1; m = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$$

Bài tập 14. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 2mx - m$. Tìm m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị đối xứng nhau qua đường $y = x + \frac{3}{4}$?

$$\text{Đs: } m = \frac{3}{4}$$

Bài tập 15. Cho hàm số $y = 2x^3 - 3mx^2 + 3(m+6)x + 1$. Tìm m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị A, B đồng thời các điểm A, B và $C(3;5)$ thẳng hàng? **Đs: $m = 4$**

Bài tập 16. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3m^3$. Tìm m để đồ thị hàm số có cực đại, cực tiểu đồng các điểm cực trị đó cùng với gốc tọa độ O tạo thành một tam giác diện tích là 48 ?

$$\text{Đs: } m = \pm 2$$

Bài tập 17. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - m + 1$. Tìm m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị A, B cùng với $C(-2;4)$ tạo thành một tam giác diện tích là 7 ? **Đs: $m \in \{-2;3\}$**

Bài tập 18. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx + 2$. Tìm m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị A, B cùng với $C(1;1)$ tạo thành một tam giác diện tích là $3\sqrt{2}$? **Đs: $m = 2$**

Bài tập 19. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2mx + m + 1}{x - 1}$. Tìm m để hàm số có cực đại, cực tiểu và tung độ các điểm cực đại, cực tiểu.

1) Cùng dấu

$$\text{Đs: } m < \frac{1 - \sqrt{5}}{2}; \frac{1 + \sqrt{5}}{2} < m < 2$$

2) Trái dấu

$$\text{Đs: } \frac{1 - \sqrt{5}}{2} < m < \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

Bài tập 20. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + mx - 8}{x - m}$

1) Tìm m để (C) có hai điểm cực trị?

2) Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C)

Bài tập 21. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - (m+1)x + 3m + 2}{x - 1}$. Tìm m để hàm số có cực đại, cực tiểu và đồng thời giá trị cực đại, cực tiểu cùng dấu? **Đs:** $-1 < m < 5 - 4\sqrt{2}; m > 5 + 4\sqrt{2}$

Bài tập 22. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - (m+1)x + 3m + 2}{x - 1}$. Tìm m để hàm số có cực đại, cực tiểu và đồng thời giá trị cực đại, cực tiểu cùng dấu? **Đs:** $m < -2 - 2\sqrt{6}; -2 + 2\sqrt{6} < m < 5$

Bài tập 23. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + (m+2)x + 3m + 2}{x + 1}$. Tìm m để hàm số có cực đại, cực tiểu.

Khi ấy chứng minh $y_{CD}^2 + y_{CT}^2 > \frac{1}{2}$? **Đs:** $m > -\frac{1}{2}$

Bài tập 24. Cho hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + m}{x - m}$. Tìm m để hàm số có cực đại, cực tiểu thỏa

$|y_{CD} - y_{CT}| > 8$ **Đs:** $m > -\frac{1}{2}$

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

ĐỀ 01

Câu 1. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{1 - x}$ có điểm cực trị nằm trên đường thẳng

$y = ax + b$ thì giá trị của tổng $a + b$ bằng bao nhiêu?

- A. -4 B. 4 C. 2 D. -2

Câu 2. Đồ thị hàm số $y = x + 1 + \frac{1}{x - 1}$ có hai điểm cực trị nằm trên đường thẳng

$y = ax + b$ thì tích $a.b$ bằng:

- A. 0 B. 2 C. 4 D. -2

Câu 3. Hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ có phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là:

- A. $y = 2x + 7$ B. $y = 2x - 7$ C. $y = -2x + 7$ D. $y = -2x - 7$

Câu 4. Cho hàm số $y = x^3 - 3x$ có đồ thị (C). Phương trình đường thẳng qua 2 điểm cực trị của (C) là:

- A. $y = x$ B. $y = -x$ C. $y = 2x$ D. $y = -2x$

Câu 5. Cho hàm số $y = -x^3 + 3mx^2 + 3(1 - m^2)x + m^3 - m^2$ có hai điểm cực trị A, B. Tìm m để đường thẳng AB đi qua điểm $M(0; -2)$

- A. $m = 0 \vee m = 2$ B. $m = -1 \vee m = 2$ C. $m = 0 \vee m = -2$ D. $m = -1 \vee m = -2$

Câu 6. Phương trình đường thẳng nào sau đây là phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$

- A. $y = 2x + 6$ B. $y = 2x - 6$ C. $y = 6 - 2x$ D. $y = 3x$

Câu 7. Tìm tất cả giá trị m sao cho điểm $I(1; 0)$ thuộc đường thẳng qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 2$

- A. $m = \pm 1$ B. $m = \pm 2$ C. $m = 0$ D. $\forall m$

Câu 8. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 1$. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho.

- A. $y = -2x + 1$ B. $y = 2x - 1$ C. $y = -2x - 1$ D. $y = 2x + 1$

Câu 9. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 2m$ có hai điểm cực trị đối xứng nhau qua đường thẳng $x - 2y + 1 = 0$ khi và chỉ khi :

- A. $m \in \{-1; 0; 1\}$ B. $m = -1$ C. $m = \pm 1$ D. $m \in \mathbb{R}$

Câu 10. Phương trình đường thẳng nào sau đây là phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$

- A. $y = x - 2$ B. $y = 2 - x$ C. $y = 2 - 2x$ D. $y = 2x - 2$

ĐỀ 02

Câu 1. Đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ có hệ số góc là

- A. -2 B. 1 C. 2 D. 5

Câu 2. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 + m$ Phương trình đường thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số có dạng:

- A. $2x + y = 0$ B. $3mx - y = 0$ C. $y = 2x - m^2$ D. $y = x + m$

Câu 3. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 + 2x^2 - 5x + 1$ có dạng:

- A. $3x - 9y + 2 = 0$ B. $y = 4x - 5$ C. $38x + 9y - 19 = 0$ D. $y = 17x + 11$

Câu 4. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + m$ có đường thẳng đi qua hai điểm cực trị song song với đường thẳng $d: y = 2x - 1$ khi:

- A. $m = \frac{1}{2}$ B. $m = \frac{2}{3}$ C. $m = 6$ D. $m = \frac{3}{2}$

Câu 5. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - mx + 2$ có đường thẳng đi qua hai điểm cực trị song song với đường thẳng $d: 4x + y - 3 = 0$ khi:

- A. $m = 1$ B. $m = 2$ C. $m = 3$ D. $m = 4$

Câu 6. Đồ thị hàm số $y = x^3 + 3(m - 1)x^2 + 6(m - 2)x - 1$ có đường thẳng đi qua hai điểm cực trị song song với đường thẳng $d: y = 1 - 4x$ khi:

- A. $m = 1$ B. $m = 3$ C. $m = 1 \vee m = 3$ D. $m = 1 \vee m = -3$

Câu 7. Đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3(m + 1)x^2 + 6mx$ có hai điểm cực trị A, B. Với giá trị nào của tham số m thì đường thẳng $d: y = 2 + x$ vuông góc với đường thẳng AB

- A. $m = 0$ B. $m = 2$ C. $m = 0 \vee m = 2$ D. $m = 0 \vee m = -2$

Câu 8. Đồ thị hàm số $y = \frac{5x^2 - x + 5}{2x - 2}$ có hai điểm cực trị A, B nằm trên đường thẳng d. Hệ số góc của đường thẳng d là:

A. -1

B. 1

C. 3

D. 5

Câu 9. Đồ thị hàm số $y = \frac{3x^2 - x + 5}{x - 2}$ có hai điểm cực trị A, B nằm trên đường thẳng d có phương trình $y = ax + b$ thì giá trị của $T = a + b$ là:

A. -1

B. 1

C. 3

D. 5

Câu 10. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 4}{x - 2}$ có hai điểm cực trị A, B nằm trên đường thẳng d có phương trình $y = ax + b$ thì giá trị của $T = a + b$ là:

A. -1

B. 0

C. 1

D. 2

VẤN ĐỀ 5. TÌM THAM SỐ M ĐỂ HÀM SỐ CÓ CỰC TRỊ

THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC

A. BÀI TẬP ÁP DỤNG

Bài tập 1. Cho hàm số $y = x^3 - (4m - 3)x^2 + (m^2 + 7m + 10)x + m - 5$. Tìm m để đồ thị hàm số có hai điểm cực đại và cực tiểu nằm về hai phía của trục tung? **Đs:** $-5 < m < -2$

Bài tập 2. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + (m^2 + 2m - 3)x + 4$. Tìm m để đồ thị hàm số có hai điểm cực đại và cực tiểu nằm về hai phía của trục tung? **Đs:** $-3 < m < 1$

Bài tập 3. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 3(m^2 - 1)x - 3m^2 - 1$. Tìm m để đồ thị hàm số có hai điểm cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số cách đều gốc tọa độ O ?

Đs: $m = \pm \frac{1}{2}$

Bài tập 4. Cho hàm số $y = 2x^3 + mx^2 - 12x - 13$. Tìm m để đồ thị hàm số có điểm cực đại, cực tiểu và các điểm này cách đều trục tung. **Đs:** $m = 0$

Bài tập 5. Cho hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 + (m + 1)x^2 + (m^2 + 4m + 3)x - 1$. Tìm m để đồ thị hàm số có hai điểm cực đại và cực tiểu tại các điểm có hoành độ dương? **Đs:** $-5 < m < -3$

Bài tập 6. Cho hàm số $y = x^3 - 3(m + 1)x^2 + 3m(m + 2)x + 1$. Tìm m để hàm số có cực đại, cực tiểu tại các điểm có hoành độ dương? **Đs:** $m > 0$

Bài tập 7. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}mx^3 - (m-1)x^2 + 3(m-2)x + \frac{1}{3}$. Tìm m để hàm số có cực đại ,

cực tiểu và các điểm cực trị này thỏa mãn $x_1 + 2x_2 = 1$? **Đs:** $m = \left\{ 2; \frac{2}{3} \right\}$

Bài tập 8. Cho hàm số $y = 2x^3 + 9mx^2 + 12m^2x + 1$. Tìm m để hàm số có cực đại x_1 và điểm cực tiểu x_2 sao cho $x_1^2 = x_2$ **Đs:** $m = -2$

Bài tập 9. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(2m-1)x^2 + \frac{50}{9}x + 1$. Tìm m để hàm số có cực đại x_1 và điểm cực tiểu x_2 sao cho $x_1 = 2x_2$? **Đs:** $m = -2$

Bài tập 10. Cho hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 - mx^2 - 2(3m^2 - 1)x + \frac{2}{3}$. Tìm m để hàm số có cực đại x_1 và điểm cực tiểu x_2 sao cho $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$? **Đs:** $m = \frac{2}{3}$

Bài tập 11. Cho hàm số $y = x^3 + 2(m-1)x^2 + (m^2 - 4m + 1)x - 2(m^2 + 1)$. Tìm m để hàm số có cực đại x_1 và điểm cực tiểu x_2 sao cho $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$? **Đs:** $m \in \{1; 5\}$

Bài tập 12. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 3mx + 2$. Tìm m để hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| \geq 4$? **Đs:** $m \geq 4; m \leq -1$

Bài tập 13. Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4$. Tìm m để đồ thị hàm số có ba cực trị A, B, C đồng thời các điểm A, B, C tạo thành tam giác thỏa mãn điều kiện

1) Tam giác ABC vuông ? **Đs:** $m = 1$

2) Tam giác ABC đều? **Đs:** $m = \sqrt[3]{3}$

3) Tam giác ABC có diện tích 32 **Đs:** $m = 4$

4) Tam giác ABC có góc 120° ? **Đs:** $m = \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$

5) Tam giác ABC có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng 1. **Đs:** $m = 1; m = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$

Bài tập 14. Cho hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + m^2 + m$. Tìm m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành tam giác có trọng tâm là O. **Đs:** $m = -3$

Bài tập 15. Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - (3m+1)x^2 + 2(m+1)$. Tìm m để đồ thị hàm số có ba điểm

cực trị tạo thành tam giác có trọng tâm là O . **Đs:** $m = \frac{1}{3}$

Bài tập 16. Cho hàm số $y = x^3 - (3m+1)x^2 + 12mx - 3m + 4$. Tìm m để đồ thị hàm số có các điểm cực trị A, B sao cho hai điểm này cùng với điểm $C\left(-1; -\frac{9}{2}\right)$ tạo thành tam giác có

trọng tâm là O . **Đs:** $m = -\frac{1}{2}$

Bài tập 17. Cho hàm số $y = x^4 - 3(m+1)x^2 + 3m + 2$. Tìm m để hàm số có ba điểm cực trị tạo thành tam giác có trọng tâm là $H\left(0; -\frac{35}{4}\right)$ **Đs:** $m = \frac{5}{3}$

Bài tập 18. Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m$. Tìm m để hàm số có ba điểm cực trị tạo thành tam giác có trọng tâm là $H\left(0; -\frac{31}{4}\right)$. **Đs:** $m = 4$

Bài tập 19. Cho hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2$. Tìm m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành ba đỉnh của một tam giác vuông? **Đs:** $m = 0$

Bài tập 20. Cho hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + 1$. Tìm m để đồ thị hàm số có các điểm cực trị tạo thành ba đỉnh của một tam giác đều? **Đs:** $m = \pm\sqrt[6]{3}$

Bài tập 21. Cho hàm số $y = 2x^4 - m(m+3)x^2 + m$. Tìm m để hàm số có ba cực trị đồng thời các điểm cực trị của đồ thị hàm số tạo thành một tam giác có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng $R = \frac{5}{4}$.

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Giá trị của m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị

x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 3$ là:

- A.** $m = 1$ **B.** $m = -2$ **C.** $m = \frac{3}{2}$ **D.** $m = \frac{1}{2}$

Câu 2. Giá trị của m để hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 3(m^2 - 1)x - 3m^2 - 1$ có cực đại và cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số cách đều gốc tọa độ O là:

- A.** $m = \pm\frac{1}{2}$ **B.** $m = 3$ **C.** $m = 0; m = \pm\frac{1}{2}$ **D.** $m = 0; m = 2$

Câu 3. Giá trị m để đồ thị hàm $y = x^4 - 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác đều.

- A. $m = 1$ B. $m = \sqrt[3]{3}$ C. $m = -\sqrt[3]{3}$ D. $m = -1$

Câu 4. Giá trị m để đồ thị hàm $y = x^4 + 2mx^2 - 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng $4\sqrt{2}$

- A. $m = 2$ B. $m = -3$ C. $m = -2$ D. $m = 1$

Câu 5. Giá trị của m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$ có cực đại, cực tiểu sao cho y_{CD} và y_{CT} trái dấu?

- A. $m < 4$ B. $0 < m < 4$ C. $m > 0$ D. $0 < m \vee m > 4$

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-1)x - m + 2$ có cực đại, cực tiểu và hoành độ các điểm cực trị dương thì tập giá trị của m bằng

- A. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$ B. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ C. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{1\}$ D. $(-\infty; 0)$

Câu 7. (SGD Gia Lai, 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác có diện tích bằng $4\sqrt{2}$.

- A. $m = 2$. B. $m = 0$. C. $m = 32$. D. $m = -2$.

Câu 8. (SGD Bà Rịa Vũng Tàu, 2017) Cho hàm số $y = x^3 + (1-2m)x^2 + (2-m)x + m + 2$ (1) Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của m để đồ thị hàm số (1) có điểm cực đại, điểm cực tiểu, đồng thời hoành độ của điểm cực tiểu nhỏ hơn 1

- A. $m \in \left(\frac{5}{4}; \frac{7}{5}\right)$. B. $m \in (-\infty; -1) \cup \left(\frac{5}{4}; \frac{7}{5}\right)$. C. $m \in \left(\frac{7}{5}; +\infty\right)$. D. $m \in (2; +\infty)$.

Câu 9. (SGD Thanh Hóa, 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 4(m-1)x^2 + 2m - 1$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác có số đo một góc bằng 120° .

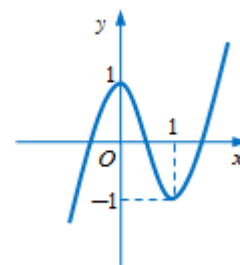
A. $m = 1 + \frac{1}{\sqrt[3]{24}}$. B. $m = 1 + \frac{1}{\sqrt[3]{16}}$. C. $m = 1 + \frac{1}{\sqrt[3]{48}}$. D. $m = 1 + \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

Câu 10. (SGD Quảng Ninh, 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x^2 + (1 - m^2)x + 1$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía khác nhau đối với trục tung?

A. $-\frac{1}{3} < m < \frac{1}{3}$. B. $\begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \end{cases}$. C. $-1 < m < 1$. D. $-1 \leq m \leq 1$.

Câu 11. (SGD HCM cụm 1, 2017) Biết rằng hàm số $y = 4x^3 - 6x^2 + 1$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Phát biểu nào sau đây là phát biểu đúng?



- A. Đồ thị hàm số $y = |4x^3 - 6x^2 + 1|$ có 2 cực trị.
 B. Đồ thị hàm số $y = |4x^3 - 6x^2 + 1|$ có 5 cực trị.
 C. Đồ thị hàm số $y = |4x^3 - 6x^2 + 1|$ có 3 cực trị.
 D. Đồ thị hàm số $y = |4x^3 - 6x^2 + 1|$ có 1 cực trị.

Câu 12. (THPT QG 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn 1.

A. $0 < m < \sqrt[3]{4}$. B. $m < 1$. C. $0 < m < 1$. D. $m > 0$.

Câu 13. (THPT QG 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn 1.

A. $m > 0$. B. $m < 1$. C. $0 < m < \sqrt[3]{4}$. D. $0 < m < 1$.

Câu 14. (THPT QG 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$ có hai điểm cực trị A và B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng 4 với O là gốc tọa độ.

A. $m = -\frac{1}{\sqrt[4]{2}}; m = \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$. B. $m = -1; m = 1$.

C. $m = 1$.

D. $m \neq 0$.

Câu 15. (SGD Đà Nẵng, 2017) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m$ có 3 điểm cực trị tạo thành 3 đỉnh của một tam giác vuông.

A. $m = 0$.

B. $m = 1$.

C. $m = 3$.

D. $m = 2$

Câu 16. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^4 + (6m-4)x^2 + 1 - m$ là ba đỉnh của một tam giác vuông.

A. $m = \frac{2}{3}$.

B. $m = \frac{1}{3}$.

C. $m = -1$.

D. $m = \sqrt[3]{3}$.

Câu 17. (SGD Bà Rịa Vũng Tàu, 2017) Cho hàm số $y = -x^3 + 3mx^2 - 3m - 1$. Tìm tập hợp tất cả giá trị thực của m để thì đồ thị hàm số có điểm cực đại, điểm cực tiểu đối xứng với nhau qua đường thẳng $d: x + 8y + 8 = 0$.

A. $m \in \{0\}$. **B. $m \in \{\pm 2, 0\}$.** **C. $m \in \left\{\pm \frac{\sqrt{23}}{4}; 0\right\}$.** **D. $m \in \left\{0; \frac{\sqrt{23}}{4}; 2\right\}$.**