SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BẮC GIANG

(Đề thi gồm có 06 trang)

KỲ THI THỬ TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG
LẦN 1 NĂM 2021
BÀI THI: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Mã đề thi: 101

Họ, tên thí sinh:.. Số báo danh: ....

Câu 1: Gọi T là tập tất cả những giá trị thực của x để $\log_3(2021-x)$ có nghĩa. Tìm T?

A. $T=[0;2021]$.
B. $T=(0;2021)$.
C. $T=(-\infty;2021)$.
D. $T=(-\infty;2021]$.

Câu 2: Cho hai tích phân $\int_{-2}^{5} f(x)\mathrm{d}x=8$ **và** $\int_{5}^{-2} g(x)\mathrm{d}x=3$. Tính $I=\int_{-2}^{5}[f(x)-4g(x)-1]\mathrm{d}x$.

A. $I=27$.
B. $I=3$.
C. $I=13$.
D. $I=-11$.

Câu 3: Nguyên hàm $\int \cos 2x\,dx$ bằng

A. $-\frac{1}{2}\sin 2x+C.$
B. $-\sin 2x+C.$
C. $\frac{1}{2}\sin 2x+C.$
D. $\sin 2x+C.$

Câu 4: Cho một hình cầu có diện tích bề mặt bằng 16π, bán kính của hình cầu đã cho bằng

A. 1.
B. 2.
C. 4.
D. 3.

Câu 5: Trong không gian *Oxyz,* cho mặt phẳng $(P): 2x-3y+5=0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_1}=(2;-3;0)$.
B. $\overrightarrow{n_4}=(2;3;5)$.
C. $\overrightarrow{n_2}=(2;-3;5)$.
D. $\overrightarrow{n_3}=(-2;3;5)$.

Câu 6: Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a\neq 1$ và $\log_a b=3$. Tính $\log_a(a^2b)$.

A. 4.
B. 3.
C. 5.
D. 6.

Câu 7: Cho khối lăng trụ tam giác có thể tích bằng 12 và diện tích đáy bằng 3. Chiều cao của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 4.
B. 3.
C. 8.
D. 12.

Câu 8: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2$ và $y=x+2$ bằng

A. $\frac{9}{4}$.
B. $\frac{8}{9}$.
C. 9.
D. $\frac{9}{2}$.

Câu 9: Nghiệm của phương trình $2^{x+1}=8$ là

A. $x=-2$.
B. $x=-3$.
C. $x=3$.
D. $x=2$.

Câu 10: Cho hình nón có chiều cao bằng 3 và bán kính đáy bằng 4. Diện tích toàn phần của hình nón đã cho bằng

A. 16π.
B. 20π.
C. 36π.
D. 26π.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;0)$, $B(0;-1;4)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x+y-2=0$.
B. $2x+y+z-4=0$.

C. $x+y-2z+3=0$. **D.** $-x-y+2z+3=0$.

Câu 12: Giá trị của $\int_0^3 dx$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 13: Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng 2. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $4\sqrt{2}$. **B.** $\frac{4\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. **D.** $4\sqrt{3}$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;3;4)$ trên mặt phẳng tọa độ (Oxy) có tọa độ là

A. $(2;0;0)$. **B.** $(2;3;0)$. **C.** $(0;3;4)$. **D.** $(2;0;4)$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-1;0)$ và $C(0;0;3)$. Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

A. $Q(2;-1;3)$. **B.** $M(2;-1;-3)$.

C. $N(1;-2;3)$. **D.** $P(3;-1;2)$.

Câu 16: Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{2x}$?

A. $F(x)=\frac{1}{2}e^{2x}+2020$. **B.** $F(x)=2e^{2x}+1$.

C. $F(x)=\frac{1}{2}e^{2x}+x$. **D.** $F(x)=e^{2x}+2021$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình $x^2+y^2+z^2+2(m-2)y-2(m+3)z+3m^2+7=0$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu số tự nhiên m để phương trình đã cho là phương trình của một mặt cầu?

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

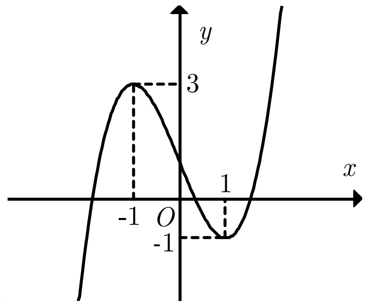
Câu 18: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ sau?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y=-x^4+2x^2+1$. **B.** $y=-x^3+3x^2+1$.

C. $y=x^4-2x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.

Câu 19: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ sau:



Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 5 = 0$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

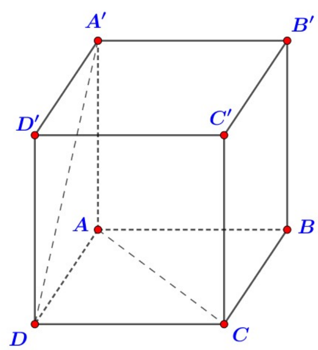
Câu 20: Số giao điểm của đường cong $y = x^3 - 2x^2 + x - 1$ và đường thẳng $y = 1 - 2x$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 21: Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 3$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

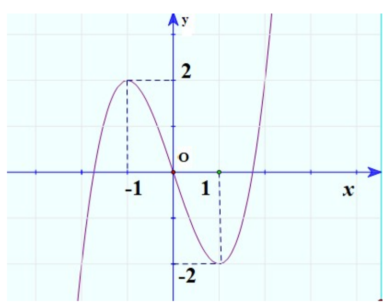
A. 16π. **B.** 48π. **C.** 12π. **D.** 36π.

Câu 22: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ bên dưới). Số đo góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng



A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** -2. **D.** -1.

Câu 24: Nghiệm của phương trình $\log_2(3x - 1) = 3$ là

A. $x = \frac{10}{3}$. **B.** $x = \frac{7}{3}$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 6$.

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 26: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-3x+1}{x-2}$ có phương trình là

A. $x=-2$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=3$. **D.** $x=2$.

Câu 27: Có 5 bạn học sinh trong đó có hai bạn là Lan và Hồng. Có bao nhiêu cách xếp 5 học sinh trên thành một hàng dọc sao cho hai bạn Lan và Hồng đứng cạnh nhau?

A. 48. **B.** 24. **C.** 6. **D.** 120.

Câu 28: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1=5$ và công bội $q=-2$. Số hạng thứ sáu của cấp số nhân là

A. $u_6=160$. **B.** $u_6=320$. **C.** $u_6=-320$. **D.** $u_6=-160$.

Câu 29: Số tập con có ba phần tử của một tập hợp gồm 10 phần tử là

A. 720. **B.** 30. **C.** 120. **D.** 6.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=2$. Tâm của mặt cầu (S) là điểm nào sau đây?

A. $P(-1;-3;1)$. **B.** $M(1;-3;-1)$.

C. $Q(1;3;1)$. **D.** $N(-1;3;1)$.

Câu 31: Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+m-2}$ nghịch biến trên khoảng $(6;+\infty)$ là

A. $(-4;1]$. **B.** $[-4;1)$. **C.** $(-4;1)$. **D.** $(1;4)$.

Câu 32: Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\log_{0,2}\left(x^2-2x+1\right)}$ là

A. $[0;2]$. **B.** $(0;2)\setminus\{1\}$.

C. $(-\infty;0]\cup[2;+\infty)$. **D.** $[0;2]\setminus\{1\}$.

Câu 33: Cho hàm số $f(x)=x\sqrt{x^2+1}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $g(x)=x.f'(x)$ là

A. $\frac{3}{2}(x^2+1)\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2+1}+C.$ **B.** $(x^2+1)\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2+1}+C.$

C. $\frac{2}{3}(x^2+1)\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2+1}+C.$ **D.** $\frac{2}{3}(x^2+1)\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x^2+1}+C.$

Câu 34: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	$\|$	$+$	0	$+$	

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 35: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 6x + 2$ trên đoạn $[1;5]$ bằng

A. $2+4\sqrt{2}$. **B.** $2-4\sqrt{2}$. **C.** -4. **D.** -3.

Câu 36: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-7} \geq 8$ là

A. $(-\infty;-2]$. **B.** $(-2;2)$.

C. $(-\infty;-2] \cup [2;+\infty)$. **D.** $[-2;2]$.

Câu 37: Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $27^{\log_9\left(ab^2\right)} = 2ab$. Giá trị của biểu thức ab^4 bằng

A. 4. **B.** 8. **C.** 2. **D.** 16.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;1)$ và mặt phẳng $(P):\left(m^2-1\right)x + 3my - z + 7 = 0$ với m là tham số thực. Tập hợp tất cả các giá trị của m để mặt phẳng (P) đi qua điểm A là

A. $\{5\}$. **B.** $\{1;5\}$. **C.** $\{1\}$. **D.** $\{-1;5\}$.

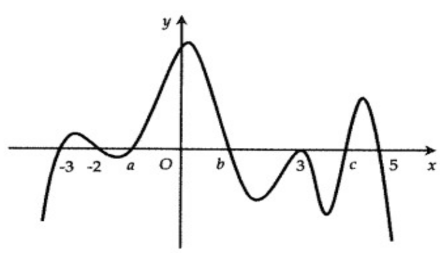
Câu 39: Cho hình nón có bán kính đáy bằng $2cm$ và thiết diện qua trục của hình nón đó là một tam giác đều. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{8\pi\sqrt{3}}{3}\,cm^3$. **B.** $\frac{16\sqrt{3}\pi}{3}\,cm^3$. **C.** $8\pi\sqrt{3}\,cm^3$. **D.** $16\pi\sqrt{3}\,cm^3$.

Câu 40: Số nghiệm thực của phương trình $\log_2(x+1) - 2\log_{\frac{1}{4}}(x-1) = 3$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục hoành tại các điểm có hoành độ $-3;-2;a;b;3;c;5$ với $-\frac{4}{3} < a < -1$; $1 < b < \frac{4}{3}$; $4 < c < 5$ (có dạng như hình vẽ bên dưới). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m để hàm số $y = f(2|x| + m - 3)$ có 7 điểm cực trị?



A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** Vô số.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC có $\widehat{BAC} = 120°; BC = 3a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = 2a$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $12\pi a^2$. **B.** $\frac{\pi a^2}{3}$. **C.** $\frac{16\pi a^2}{3}$. **D.** $16\pi a^2$.

Câu 43: Cho x, y là các số thực thỏa mãn $(2x+y)^2.2^{5x^2+2xy+2y^2-9} + (x-y)^2 = 9$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{x-1}{4x-y-9}$ bằng

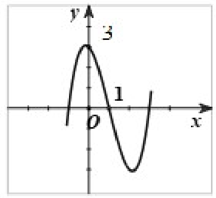
A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 44: Một bác nông dân có số tiền 20.000.000 đồng. Bác dùng số tiền đó gửi ngân hàng loại kì hạn 6 tháng với lãi suất $8,5\%$ trên một năm thì sau 5 năm 8 tháng bác nhận được số tiền cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu? Biết rằng bác không rút cả gốc lẫn lãi trong các định kì trước đó và nếu rút trước kì hạn thì ngân hàng trả lãi suất theo loại không kì hạn $0,01\%$ trên một ngày. (Giả thiết một tháng tính 30 ngày).

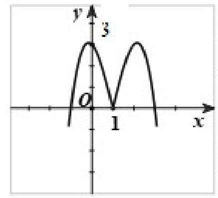
A. $32802750,09$ đồng. **B.** $33802750,09$ đồng.

C. $30802750,09$ đồng. **D.** $31802750,09$ đồng.

Câu 45: Cho hàm số $y=(x-1)(x^2-2x-3)$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y=|x-1|(x^2-2x-3)$.
B. $y=-|x-1|(x^2-2x-3)$.
C. $y=|(x-1)(x^2-2x-3)|$.
D. $y=(x-1)|x^2-2x-3|$.

Câu 46: Cho phương trình: $2^m\cdot 2^{\sin^2 x}+3\cdot\dfrac{1}{9^{\cos x+2}}+m-\cos^2 x=8\cdot 4^{\cos x}+2(\cos x+1)+\left(\dfrac{1}{3}\right)^m\cdot 3^{\cos^2 x-1}$ (1)

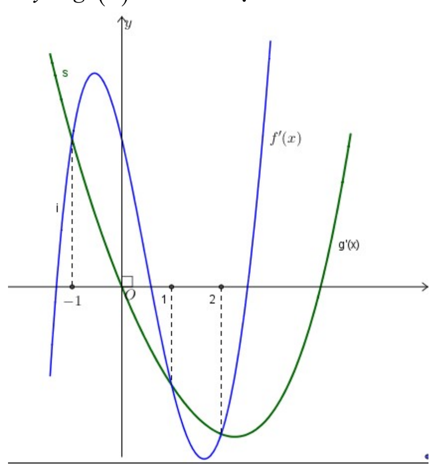
Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình (1) có nghiệm thực?

A. 3. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 9.

Câu 47: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó **không** có hai chữ số kề nhau nào cùng là số lẻ bằng

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** $\dfrac{5}{18}$. **C.** $\dfrac{31}{189}$. **D.** $\dfrac{19}{189}$.

Câu 48: Cho các hàm số $f(x)=mx^4+nx^3+px^2+qx+r$ và $g(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ $(m,n,p,q,r,a,b,c,d\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $f(0)=g(0)$. Các hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Gọi S là tổng tất cả nghiệm của phương trình $f(x)=g(x)$. Khi đó mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. $S\in\left(-\dfrac{3}{2};-1\right)$. **B.** $S\in(0;1)$. **C.** $S\in\left(-2;-\dfrac{3}{2}\right)$. **D.** $S=2$.

Câu 49: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (SCD) theo a.

A. $d=\dfrac{2a\sqrt{2}}{3}$. **B.** $d=a\sqrt{3}$. **C.** $d=\dfrac{4a\sqrt{5}}{3}$. **D.** $d=a\sqrt{5}$.

Câu 50: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có các cạnh $AB=AA'=2a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại A. Trên cạnh AA' lấy điểm I sao cho $AI=\dfrac{1}{4}AA'$. Gọi M,N lần lượt là các điểm đối xứng với B và C qua I. Thể tích khối đa diện $AMNA'B'C'$ bằng

A. $\dfrac{16a^3}{3}$. **B.** $2a^3$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. **D.** $a^3\sqrt{2}$.

----------- HẾT -----------

(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

BẢNG ĐÁP ÁN

1-C	**2-C**	**3-C**	**4-B**	**5-A**	**6-C**	**7-A**	**8-D**	**9-D**	**10-C**
11-C	**12-D**	**13-B**	**14-B**	**15-B**	**16-A**	**17-A**	**18-D**	**19-C**	**20-A**
21-D	**22-C**	**23-A**	**24-C**	**25-A**	**26-D**	**27-A**	**28-D**	**29-C**	**30-D**
31-B	**32-D**	**33-C**	**34-B**	**35-B**	**36-D**	**37-A**	**38-B**	**39-A**	**40-B**
41-A	**42-D**	**43-A**	**44-D**	**45-B**	**46-B**	**47-B**	**48-C**	**49-A**	**50-D**

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1:

Điều kiện $2021-x>0 \Leftrightarrow x<2021$.

Vậy $T=\left(-\infty;2021\right)$.

Chọn C.

Câu 2:

Ta có: $I=\int\limits_{-2}^{5}\left[f\left(x\right)-4g\left(x\right)-1\right]dx=\int\limits_{-2}^{5}f\left(x\right)dx-4\int\limits_{-2}^{5}g\left(x\right)dx-\int\limits_{-2}^{5}1dx=8-4.\left(-3\right)-7=13.$

Chọn C.

Câu 3:

Ta có: $\int\cos 2xdx=\frac{1}{2}\sin 2x+C.$

Chọn C.

Câu 4:

Ta có: $S=4\pi R^2 \Rightarrow R=\sqrt{\frac{S}{4\pi}}=\sqrt{\frac{16\pi}{4\pi}}=2.$

Chọn B.

Câu 5:

Vectơ $\overrightarrow{n_1}=\left(2;-3;0\right)$ là một vectơ pháp tuyến của $\left(P\right)$.

Chọn A.

Câu 6:

$\log_a\left(a^2b\right)=\log_a a^2+\log_a b=2+\log_a b=2+3=5.$

Chọn C.

Câu 7:

Dựa vào công thức tính thể tích khối lăng trụ, ta có: $V=B.h \Leftrightarrow 3.h=12 \Leftrightarrow h=4.$

Chọn A.

Câu 8:

Ta có phương trình tọa độ giao điểm của đồ thị hai hàm số là

$$x^2 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 2 \end{array}\right.$$

Từ công thức tính diện tích hình phẳng, ta có:

$S = \int\limits_{-1}^{2} \left| x^2 - x - 2 \right| dx = -\int\limits_{-1}^{2} \left(x^2 - x - 2 \right) dx = \frac{9}{2}$, do $x^2 - x - 2 < 0$ khi $-1 < x < 2$.

Chọn D.

Câu 9:

Ta có: $2^{x+1} = 8 \Leftrightarrow 2^{x+1} = 2^3 \Leftrightarrow x + 1 = 3 \Leftrightarrow x = 2.$

Chọn D.

Câu 10:

Ta có: $l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$

Diện tích toàn phần của hình nón đã cho bằng: $S_{tp} = \pi r l + \pi r^2 = \pi.4.5 + \pi.4^2 = 36\pi$ (đvdt).

Chọn C.

Câu 11:

Gọi I là trung điểm của AB. Khi đó $I(1;0;2)$.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-2;-2;4)$. Suy ra VTPT của mặt phẳng trung trực cần tìm là $\vec{n}(1;1;-2)$.

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là: $1(x+1) + 1(y-0) - 2(z-2) = 0$

$\Leftrightarrow x + y - 2z + 3 - 0.$

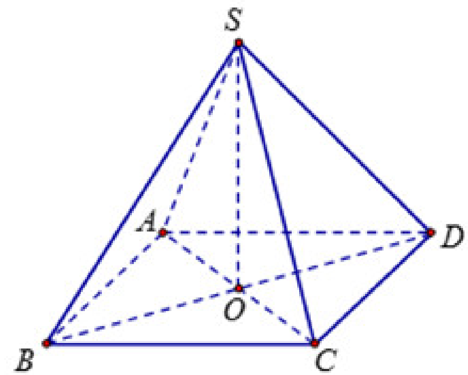
Chọn C.

Câu 12:

Ta có: $\int\limits_0^3 dx = x\Big|_0^3 = 3.$

Chọn D.

Câu 13:



Giả sử khối chóp đã cho là $S.ABCD$.

$S_{ABCD} = 2^2 = 4$.

Tam giác SOB vuông tại O nên $SO^2 = SB^2 - OB^2 = 2^2 - \left(\frac{2\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 4 - 2 = 2 \Rightarrow SO = \sqrt{2}$

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.\sqrt{2}.4 = \frac{4\sqrt{2}}{3}$.

Chọn B.

Câu 14:

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;3;4)$ trên mặt phẳng tọa độ (Oxy) là: $H(2;3;0)$.

Chọn B.

Câu 15:

Mặt phẳng (ABC) có phương trình là: $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$.

Thay tọa độ của các điểm ở bốn đáp án vào ta thấy điểm $M(2;-1;-3)$ thỏa mãn.

Chọn B.

Câu 16:

Nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$ là: $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} + C$.

Thay $C = 2020$ ta được một nguyên hàm là: $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} + 2020$ nên chọn A.

Chọn A.

Câu 17:

Giả sử $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2(m-2)y - 2(m+3)z + 3m^2 + 7 = 0$ là phương trình mặt cầu.

Khi đó (S) có tâm $I(0;2-m;m+3)$ và bán kính $R = \sqrt{(2-m)^2 + (m+3)^2 - 3m^2 - 7}$ với điều kiện $(2-m)^2 + (m+3)^2 - 3m^2 - 7 > 0 \Leftrightarrow -m^2 + 2m + 6 > 0 \Leftrightarrow 1 - \sqrt{7} < m < 1 + \sqrt{7}$.

Do $m \in \mathbb{N} \Rightarrow m \in \{0;1;2;3\}$.

Vậy có 4 giá trị m cần tìm.

Chọn A.

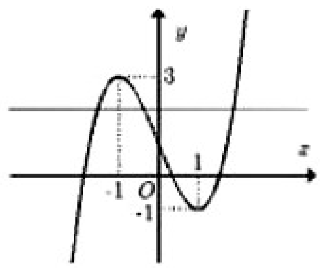
Câu 18:

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho là hàm bậc 3 với hệ số của x^3 dương.

Chọn D.

Câu 19:

Ta có: $2f(x)-5=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{5}{2}$.



Số nghiệm của phương trình $2f(x)-5=0$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\frac{5}{2}$.

Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình: $2f(x)-5=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Chọn C.

Câu 20:

Số giao điểm của đường cong: $y=x^3-2x^2+x-1$ và đường thẳng $y=1-2x$ bằng nghiệm của phương trình: $x^3-2x^2+x-1=1-2x \Leftrightarrow x^3-2x^2+3x-2=0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2-x+2)=0 \Leftrightarrow x=1$.

Vậy có duy nhất một giao điểm.

Chọn A.

Câu 21:

Thể tích của khối trụ đã cho bằng: $V=\pi r^2 h=\pi .3^2.4=36\pi$ (đvdt).

Chọn D.

Câu 22:

Vì $AC//A'C' \Rightarrow \left(\widehat{AC,A'D}\right)=\left(\widehat{A'C',A'D}\right)=\widehat{C'A'D}$.

Mà tam giác $A'C'D$ là tam giác đều $\Rightarrow \widehat{C'A'D}=60^0$.

Vậy góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng 60^0.

Chọn C.

Câu 23:

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 2.

Chọn A.

Câu 24:

Ta có: $\log_2(3x-1)=3 \Leftrightarrow 3x-1=2^3 \Leftrightarrow x=3.$

Chọn C.

Câu 25:

Từ bảng ta có hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

Chọn A.

Câu 26:

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus 2.$

Ta có: $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{-3x+1}{x-2}=-\infty; \lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{-3x+1}{x-2}=+\infty.$

Vậy đồ thị hàm số đã cho nhận đường thẳng $x=2$ làm tiệm cận đứng.

Chọn D.

Câu 27:

Xếp hai bạn Lan và Hồng đứng cạnh nhau có $2!$ cách.

Xếp 5 học sinh thành một hàng dọc sao cho bạn Lan và Hồng đứng cạnh nhau là $2!.4!=48$ cách.

Vậy có 48 cách.

Chọn A.

Câu 28:

Ta có: $u_6=u_1q^5=5.(-2)^5=-160.$ Vậy $u_6=-160.$

Chọn D.

Câu 29:

Số tập con có ba phần tử của một tập hợp gồm 10 phần tử là $C_{10}^3=120.$

Chọn C.

Câu 30:

Lý thuyết: Mặt cầu $(S):(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=R^2$ có tâm $I(x_0;y_0;z_0)$.

Mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=3$ có tâm là điểm $N(-1;3;1)$.

Chọn D.

Câu 31:

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{2-m\}.$

Ta có: $y'=\dfrac{m-1}{(x+m-2)^2}$.

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(6;+\infty)\Leftrightarrow y'<0,\forall x\in(6;+\infty)\Leftrightarrow\begin{cases}m-1<0\\2-m\notin(6;+\infty)\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m<1\\2-m\le 6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<1\\m\ge -4\end{cases}\Leftrightarrow -4\le m<1.$

Vậy $m\in[-4;1)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn B.

Câu 32:

ĐKXĐ: $\begin{cases}x^2-2x+1>0\\\log_{0,2}(x^2-2x+1)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ne 1\\x^2-2x+1\le 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ne 1\\0\le x\le 2\end{cases}$.

Chọn D.

Câu 33:

Ta có: $\int g(x)dx=\int xf'(x)dx$

Đặt $\begin{cases}u=x\\dv=f'(x)dx\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}du=dx\\v=f(x)\end{cases}$

$\int g(x)dx=\int xf'(x)dx=xf(x)-\int f(x)dx=x^2\sqrt{x^2+1}-\int x\sqrt{x^2+1}dx$

Tính $I=\int x\sqrt{x^2+1}dx$

$\sqrt{x^2+1}=t\Rightarrow x^2+1=t^2\Rightarrow xdx=tdt$

Khi đó: $I=\int t^2dt=\dfrac{t^3}{3}+C=\dfrac{\sqrt{(x^2+1)^3}}{3}+C$

$\int g(x)dx=x^2\sqrt{x^2+1}-\dfrac{1}{3}(x^2+1)\sqrt{x^2+1}+C=\dfrac{2}{3}(x^2+1)\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2+1}+C.$

Chọn C.

Câu 34:

Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$, theo BBT ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 3 lần tại các điểm $-2;1;2$ nên hàm số có 3 cực trị.

Hàm số $f(x)$ có 2 cực tiểu tại điểm $x=-2$ và $x=2$.

Chọn B.

Câu 35:

$y = x^3 - 6x + 2 \Rightarrow y' = 3x^2 - 6$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \sqrt{2} \in [1;5] \\ x = -\sqrt{2} \notin [1;5] \end{array}\right.$$

Khi đó $y(1) = -3; y(\sqrt{2}) = 2 - 4\sqrt{2}; y(5) = 97.$

Vậy giá trị nhỏ nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 6x + 2$ trên đoạn $[1;5]$ bằng $y(\sqrt{2}) = 2 - 4\sqrt{2}.$

Chọn B.

Câu 36:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-7} \geq 8 \Leftrightarrow x^2 - 7 \leq \log_{\frac{1}{2}} 8 \Leftrightarrow x^2 - 7 \leq -3 \Leftrightarrow x^2 \leq 4 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2.$$

Chọn D.

Câu 37:

$$27^{\log_9(ab^2)} = 2ab \Leftrightarrow \log_9(ab^2) = \log_{27}(2ab) \Leftrightarrow \frac{1}{2}\log_3(ab^2) = \frac{1}{3}\log_3(2ab)$$

$$\Leftrightarrow 3\log_3(ab^2) = 2\log_3(2ab) \Leftrightarrow \log_3(ab^2)^3 = \log_3(2ab)^2 \Leftrightarrow a^3b^6 = 4a^2b^2 \Leftrightarrow ab^4 = 4$$

Chọn A.

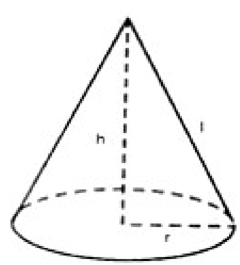
Câu 38:

Vì điểm A thuộc mặt phẳng (P) nên:

$$(m^2 - 1).1 + 3m.(-2) - 1 + 7 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 6m + 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = 5 \end{array}\right.$$

Chọn B.

Câu 39:



Vì thiết diện qua trục của hình nón đó là một tam giác đều nên đường sinh $l = 2r = 4cm.$

Do đó đường cao $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

Thể tích khối nón là $S = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi.2^2.2\sqrt{3} = \frac{8\pi\sqrt{3}}{3}(cm^3).$

Chọn A.

Câu 40:

Điều kiện xác định: $x>1$

Phương trình: $\log_2(x+1)-2\log_{\frac{1}{4}}(x-1)=3 \Leftrightarrow \log_2(x+1)+\log_2(x-1)=3 \Leftrightarrow \log_2(x^2-1)=3$

$\Leftrightarrow x^2-1=8 \Leftrightarrow x=\pm 3.$

Kết hợp với điều kiện $x>1$ suy ra phương trình có một nghiệm là $x=3$.

Chọn B.

Câu 41:

Xét hàm số $h(x)=f(2x+m-3)$

Ta có: $h'(x)=2f'(2x+m-3)=0 \Leftrightarrow f'(2x+m-3)=0$

Từ đồ thị của hàm số $f'(x)$ suy ra $f'(2x+m-3)=0 \Leftrightarrow 2x+m-3=k \Leftrightarrow x=\dfrac{k+3-m}{2}$ với $k\in\{-3;-2;a;b;3;c;5\}$ $\left(-\dfrac{4}{3}<a<-1;1<b<\dfrac{4}{3};4<c<5\right)$

Hàm số $y=f(2|x|+m-3)$ có 7 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ hàm số $h(x)=f(2x+m-3)$ có 3 cực trị có hoành độ dương, mà 3 là nghiệm bội chẵn của $f'(x)$ nên hàm số $h(x)=f(2x+m-3)$ có 3 cực trị có hoành độ dương $\Leftrightarrow$ phương trình $h'(x)=0$ có 3 nghiệm dương phân biệt khác $\dfrac{6-m}{2}$

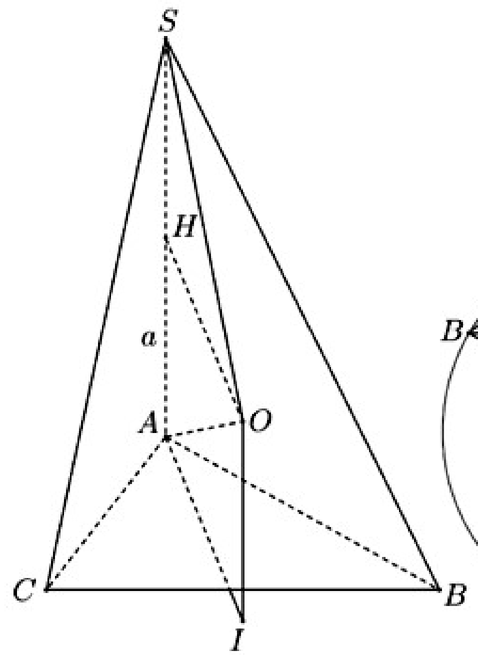
$$\Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{a+3-m}{2}<0\\ \dfrac{b+3-m}{2}>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a+3-m<0\\ b+3-m>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m>a+3\\ m<b+3\end{cases} \Leftrightarrow a+3<m<b+3$$

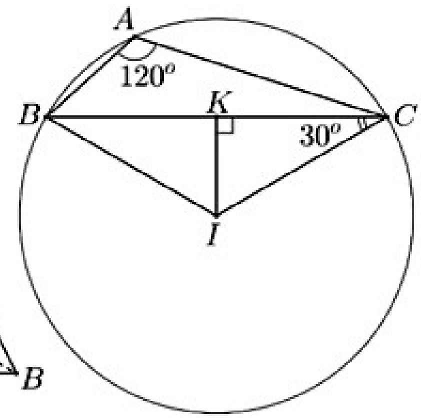
Do $-\dfrac{4}{3}<a<-1$ và $1<b<\dfrac{4}{3}$ nên $-1+3\le m\le 1+3$ hay $2\le m\le 4$

Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là $2;3;4$.

Chọn A.

Câu 42:





Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta ABC \Rightarrow \Delta IBC$ cân tại I có $\widehat{ICB} = 30^0$.

Kẻ $IK \perp BC \Rightarrow K$ là trung điểm của $BC \Rightarrow KC = \dfrac{BC}{2} = \dfrac{3a}{2}$.

Ta có: $\cos\widehat{ICB} = \dfrac{KC}{IC} \Rightarrow IC = \dfrac{KC}{\cos\widehat{ICB}} = \dfrac{3a}{2\cos 30^0} = \dfrac{3a}{2} : \dfrac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3} \Rightarrow IA = IC = a\sqrt{3}$

Qua I kẻ đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC), nó cắt đường mặt trung trực của SA tại $O \Rightarrow O$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ và $OA = OS$.

Gọi H là trung điểm của $SA \Rightarrow$ Tứ giác $OHAI$ là hình chữ nhật $\Rightarrow OH = IA = a\sqrt{3}$

ΔOHA vuông tại $H \Rightarrow OA = \sqrt{OH^2 + HA^2} = \sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2 + a^2} = \sqrt{4a^2} = 2a$

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $4\pi R^2 = 4\pi(2a)^2 = 16\pi a^2$.

Chọn D.

Câu 43:

Ta có $(2x+y)^2.2^{5x^2+2xy+2y^2-9} + (x-y)^2 = 9 \Leftrightarrow (2x+y)^2.2^{(2x+y)^2} = \left[9-(x-y)^2\right].2^{9-(x-y)^2}$ $(*)$

Xét hàm đặc trưng $g(u) = u.2^u$ với $u > 0,$ ta có $g'(u) = 2^u + \dfrac{u.2^u}{\ln 2} > 0\ \forall u > 0.$ Do đó $(*)$ xảy ra khi $(2x+y)^2 = 9-(x-y)^2 \Leftrightarrow (2x+y)^2 + (x-y)^2 = 9.$

Đặt $\begin{cases} 2x+y = 3\sin t \\ x-y = 3\cos t \end{cases}$ suy ra $P = \dfrac{\sin t + \cos t - 1}{3\sin t + 6\cos t - 9}; t \in R\,(1).$

Ta có $(1) \Leftrightarrow (3P-1)\sin t + (6P-1)\cos t = 9P-1$ do $3\sin t + 6\cos t - 9 \neq 0 \forall t \in R$. Phương trình (1) có nghiệm khi $(3P-1)^2 + (6P-1)^2 \geq (9P-1)^2 \Leftrightarrow 36P^2 - 1 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-1}{6} \leq P \leq \frac{1}{6}$.

Suy ra giá trị lớn nhất của P là $\frac{1}{6}$.

Chọn A.

Câu 44:

Gửi 5 năm 8 tháng bằng 68 tháng được 11 chu kì 6 tháng dư 2 tháng.

Số tiền bác nông dân thu được sau 66 tháng với kì hạn 6 tháng, lãi suất 4,25% trên 6 tháng là

$A = 20000000.(1+4,25\%)^{11}$ (đồng).

Số tiền bác thu được sau 2 tháng theo lãi suất không kì hạn bao gồm cả gốc và lãi là

$B = A(1+60.0,01\%) = 31802750.09$ (đồng)

Chọn D.

Câu 45:

Xét đáp án B có $y = -|x-1|(x^2-2x-3) = \begin{cases} -(x-1)(x^2-2x-3) \text{ khi } x \geq 1 \\ (x-1)(x^2-2x-3) \text{ khi } x < 1 \end{cases}$

Quan sát đồ thị hình 2 giữ nguyên phần đồ thị ứng với $x<1$ và lấy đối xứng qua Ox phần đồ thị ứng với $x \geq 1$ chính là đồ thị của hàm số $y = -|x-1|(x^2-2x-3)$.

Chọn B.

Câu 46:

Ta có: $2^m.2^{\sin^2 x} + 3.\frac{1}{9^{\cos x+2}} + m - \cos^2 x = 8.4^{\cos x} + 2(\cos x + 1) + \left(\frac{1}{3}\right)^m.3^{\cos^2 x - 1}$ (1)

$\Leftrightarrow 2^{m+\sin^2 x} + 3^{-2\cos x - 3} + m + \sin^2 x = 2^{2\cos x + 3} + 2\cos x + 3 + 3^{-m-\sin^2 x}$

$\Leftrightarrow 2^{m+\sin^2 x} + m + \sin^2 x - \left(\frac{1}{3}\right)^{m+\sin^2 x} = 2^{2\cos x+3} + 2\cos x + 3 - \left(\frac{1}{3}\right)^{2\cos x + 3}$ (2)

Xét hàm số $f(t) = 2^t + t - \left(\frac{1}{3}\right)^t$, có $f'(t) = 2^t \ln 2 + 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^t \ln\frac{1}{3} = 2^t \ln 2 + 1 + \left(\frac{1}{3}\right)^t \ln 3 > 0$

Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến, từ đó $(2) \Leftrightarrow f(m+\sin^2 x) = f(2\cos x + 3)$

$\Leftrightarrow m + \sin^2 x = 2\cos x + 3 \Leftrightarrow m = \cos^2 x + 2\cos x + 2 \Leftrightarrow m = (\cos x + 1)^2 + 1$

Do $\cos x \in [-1;1] \Rightarrow (\cos x + 1)^2 + 1 \in [1;5]$ dấu "=" xảy ra tương ứng với $\cos x = -1; \cos x = 1$

Từ đó để phương trình có nghiệm điều kiện là $1 \leq m \leq 5, m$ nguyên nên chọn $m \in \{1;2;3;4;5\}$.

Chọn B.

Câu 47:

Số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau có dạng $\overline{abcdef}$, trong đó $a,b,c,d,e,f \in \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ và khác nhau từng đôi một.

$n(\Omega) = 9.A_9^5 = 136080.$

Gọi biến cố A: "Chọn được một số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau và không có hai chữ số kề nhau nào cùng là số lẻ".

$\Rightarrow$ Số được chọn có ít nhất 1 chữ số lẻ và tối đa 3 chữ số lẻ.

Xét các trường hợp sau:

Trường hợp 1: Số cách chọn được có 1 chữ số lẻ, suy ra có $5.(6!-5!) = 3000$ (cách chọn).

Trường hợp 2: Số chọn được có 2 chữ số lẻ.

Nếu a là số lẻ thì có $5.C_4^1.4.A_5^4 = 9600$ (cách chọn).

Nếu a không là số lẻ thì có $4.6.A_5^2.A_4^3 = 11520$ (cách chọn).

Do vậy có $9600 + 11520 = 21120$ (cách chọn).

Trường hợp 3: Số chọn được có 3 chữ số lẻ

Nếu a là số lẻ thì có $5.3.A_4^2.A_5^3 = 10800$ (cách chọn).

Nếu a không là số lẻ thì có $4.A_5^3.A_4^2 = 2880$ (cách chọn).

Do vậy có $10800 + 2880 = 13680$ (cách chọn).

Vậy có $3000 + 21120 + 13680 = 37800$ (cách chọn).

Suy ra $n(A) = 37800.$

Xác suất xảy ra biến cố A là $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{5}{18}.$

Chọn B.

Câu 48:

Ta có $f(x) = g(x) \Leftrightarrow ax^3 + bx^2 + cx + d = mx^4 + nx^3 + px^2 + qx + r.$

$\Leftrightarrow mx^4 + (n-a)x^3 + (p-b)x^2 + (q-c)x + r - d = 0 \ (1)$

Do $f(0) = g(0) \Rightarrow x = 0$ là nghiệm của phương trình $(1) \Rightarrow r - d = 0.$

Lại có $f'(x) = 4mx^3 + 3nx^2 + 2px + q. g'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.

$f'(x) = g'(x) \Leftrightarrow 4mx^3 + 3(n-a)x^2 + 2(p-b)x + q = 0$.

Từ đồ thị suy ra $m > 0, a > 0, g'(0) = 0 \Rightarrow c = 0.$

Ngoài ra, phương trình $f'(x) = g'(x)$ có các nghiệm $x = -a; x = 1; x = 2$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases} -4m+3(n-a)-2(p-b)+q=0 \\ 4m+3(n-a)+2(p-b)+q=0 \\ 32m+12(n-a)+4(p-b)+q=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p-b=-2m \\ q=-3(n-a) \\ 32m-4q-8m+q=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p-b=-2m \\ n-a=-\dfrac{8}{3}m \\ q=8m \end{cases}$$

Khi đó phương trình (1) thành

$$\Leftrightarrow mx^4-\frac{8}{3}mx^3-2mx^2+8mx=0 \Leftrightarrow x^4-\frac{8}{3}x^3-2x^2+8x=0 \Leftrightarrow x\left(x^3-\frac{8}{3}x^2-2x+8\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^3-\dfrac{8}{3}x^2-2x+8=0 \ (2 \end{array}\right.$$

Xét $h(x)=x^3-\frac{8}{3}x^2-2x+8$, tập xác định $\mathbb{R}$.

$$h'(x)=3x^2-\frac{16}{3}x-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{8+\sqrt{118}}{9}=x_1 \\ x=\dfrac{8-\sqrt{118}}{9}=x_2 \end{array}\right.$$

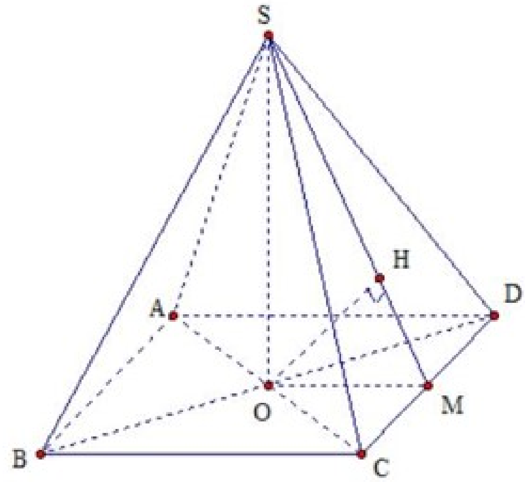
Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		$-\frac{-3}{2}$		x_1		x_2		$+\infty$
$h'(x)$		+	|	+	|	+	0	−	0	+	
$h(x)$	$-\infty$		$-\frac{20}{3}$		$\frac{13}{8}$		$h(x_1)$		$h(x_2)>0$		$+\infty$

Suy ra, phương trình (2) có 1 nghiệm duy nhất trong khoảng $\left(-2;-\frac{3}{2}\right)$ nên phương trình (1) có 2 nghiệm $x=0$ và $x\in\left(-2;-\frac{3}{2}\right)$. Do đó, tổng tất cả các nghiệm của phương trình $(1): S\in\left(-2;-\frac{3}{2}\right)$.

Chọn C.

Câu 49:



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD, M$ là trung điểm của $CD,$ ta có

$$\begin{cases} CD \perp OM \\ CD \perp SO \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOM) \Rightarrow (SCD) \perp (SOM) \text{ và } (SCD) \cap (SOM) = SM$$

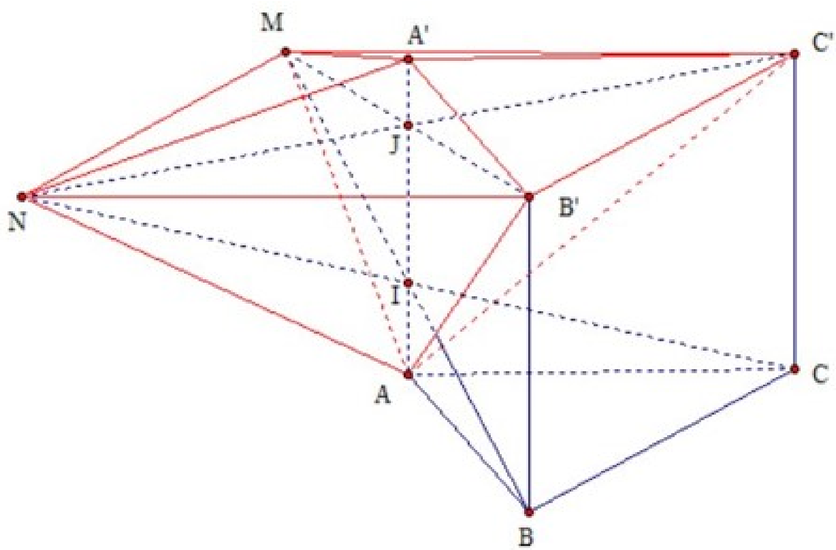
Kẻ $OH \perp SM$, khi đó $d(O;(SCD)) = OH = \dfrac{OM.OS}{\sqrt{OM^2 + OS^2}} = \dfrac{a.a\sqrt{2}}{2\sqrt{\dfrac{a^2}{4} + 2a^2}} = \dfrac{a\sqrt{2}}{3}.$

Mặt khác $AO \cap (SCD) = C$ và O là trung điểm của $AC,$ suy ra:

$$d(A;(SCD)) = 2d(O;(SCD)) = \frac{2a\sqrt{2}}{3}.$$

Chọn A.

Câu 50:



Ta có $MN // BC \Rightarrow MN // B'C'$ và $MN = BC = B'C'$, suy ra tứ giác $MNB'C'$ là hình bình hành.

Gọi $J = MB' \cap NC'$ suy ra J là tâm hình bình hành và $J \in AA'$.

$$V_{AMNA'B'C'} = V_{A.MNB'C'} + V_{A'.MNB'C'}$$

Do IJ là đường trung bình của tam giác MBB' nên $IJ=\frac{1}{2}BB'=a\Rightarrow A'J=\frac{1}{2}a.$

+) $B'J=C'J=\sqrt{A'B'^2+A'J^2}=\sqrt{4a^2+\frac{a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{17}}{2}, B'C'=2a\sqrt{2},$ đặt $p=\frac{JB'+JC'+B'C'}{2}$

+) $S_{\Delta JB'C'}=\sqrt{p\left(p-IB'\right)\left(p-JC'\right)\left(p-B'C'\right)}=\frac{3a^2\sqrt{2}}{2}\Rightarrow S_{MNB'C'}=4S_{\Delta JB'C'}=6a^2\sqrt{2}.$

+) $d\left(A';\left(JB'C'\right)\right).S_{\Delta JB'C'}=3V_{A'.JB'C'}=A'J.S_{\Delta A'B'C'}\Rightarrow d\left(A';\left(JB'C'\right)\right)=\frac{A'J.S_{\Delta A'B'C'}}{S_{\Delta JB'C'}}=\frac{a\sqrt{2}}{3}.$

+) $V_{A.JB'C'}=V_{A.A'B'C'}-V_{J.A'B'C'}=\frac{1}{3}AJ.S_{\Delta A'B'C'}=a^3.$

+) $d\left(A;\left(JB'C'\right)\right).S_{\Delta JB'C'}=3V_{A.JB'C'}=3a^3\Rightarrow d\left(A;\left(JB'C'\right)\right)=\frac{3a^3}{S_{\Delta JB'C'}}=a\sqrt{2}.$

Vậy $V_{AMNA'B'C'}=V_{A,MNB'C'}+V_{A'.MNB'C'}=\frac{1}{3}\left(d\left(A';\left(JB'C'\right)\right)\right)+d\left(A;\left(JB'C'\right)\right).S_{MNB'C'}$

$$=\frac{1}{3}\left(\frac{a\sqrt{2}}{3}+a\sqrt{2}\right).6a^2\sqrt{2}=\frac{16a^3}{3}.$$

Chọn D.

HẾT

https://toanmath.com/