

Ngày 22 tháng 10 năm 2017

Thời gian làm bài: 90 phút;

(50 Câu trắc nghiệm)

(Đề thi gồm 06 trang)

Câu 1: [1D4-1] Phát biểu nào sau đây là sai ?

A. $\lim u_n = c$ ($u_n = c$ là hằng số).

B. $\lim q^n = 0$ ($|q| > 1$).

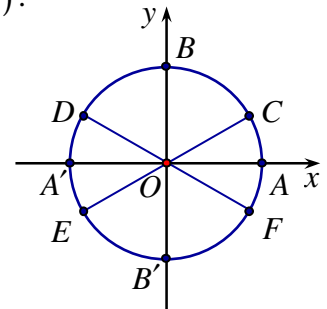
C. $\lim \frac{1}{n} = 0$.

D. $\lim \frac{1}{n^k} = 0$ ($k > 1$).

Câu 2: [1D1-1] Nghiệm của phương trình $2\sin x + 1 = 0$ được biểu diễn trên đường tròn lượng giác ở hình bên là những điểm nào ?

A. Điểm E, điểm D. B. Điểm C, điểm F.

C. Điểm D, điểm C. D. Điểm E, điểm F.



Câu 3: [1D2-1] Tính số chỉnh hợp chập 4 của 7 phần tử ?

A. 24.

B. 720.

C. 840.

D. 35.

Câu 4: [2H1-1] Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng ?

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 6.

Câu 5: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty; +\infty)$, có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		2		-1		$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. Hàm số nghịch biến trên $(1; +\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Câu 6: [1D5-1] Phát biểu nào trong các phát biểu sau là đúng ?

A. Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trái tại x_0 thì nó liên tục tại điểm đó.

B. Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm phải tại x_0 thì nó liên tục tại điểm đó.

C. Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì nó liên tục tại điểm $-x_0$.

D. Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì nó liên tục tại điểm đó.

Câu 7: [1D1-1] Khẳng định nào dưới đây là sai ?

A. Hàm số $y = \cos x$ là hàm số lẻ.

B. Hàm số $y = \cot x$ là hàm số lẻ.

C. Hàm số $y = \sin x$ là hàm số lẻ.

D. Hàm số $y = \tan x$ là hàm số lẻ.

Câu 8: [2D1-1] Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình ?

A. $y = 5$.

B. $x = 0$.

C. $x = 1$.

D. $y = 0$.

Câu 9: [2D1-2] Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ là điểm ?

- A. $Q(3; 1)$. B. $M(1; 3)$. C. $P(7; -1)$. D. $N(-1; 7)$.

Câu 10: [1D4-1] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $(a; b)$. Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$ là ?

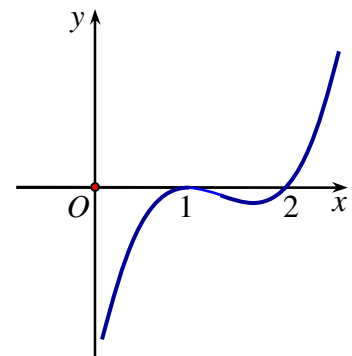
- A. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$. B. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$.
C. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$. D. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.

Câu 11: [2H2-1] Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{27\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

Câu 12: [2D1-2] Hình bên là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Hỏi đồ thị hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; +\infty)$.
B. $(1; 2)$.
C. $(0; 1)$.
D. $(0; 1)$ và $(2; +\infty)$.



Câu 13: [1D3-2] Trong các phát biểu sau, phát biểu nào là sai?

- A. Dãy số có tất cả các số hạng bằng nhau là một cấp số nhân.
B. Dãy số có tất cả các số hạng bằng nhau là một cấp số cộng.
C. Một cấp số cộng có công sai dương là một dãy số tăng.
D. Một cấp số cộng có công sai dương là một dãy số dương.

Câu 14: [1D1-2] Phương trình $\sin 2x + 3 \cos x = 0$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0; \pi)$

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 15: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'					
		+	-	0	+
y					
		2	$+\infty$	-4	$+\infty$
	$-\infty$				

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x) = m$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt

- A. $(-4; 2)$. B. $[-4; 2)$. C. $(-4; 2]$. D. $(-\infty; 2]$.

Câu 16: [2D1-2] Đường thẳng $y = 2x - 1$ có bao nhiêu điểm chung với đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - x - 1}{x + 1}$.

- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 17: [2D1-3] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 + x^2 + mx + 1$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

A. $m \leq \frac{4}{3}$.

B. $m \leq \frac{1}{3}$.

C. $m \geq \frac{1}{3}$.

D. $m \geq \frac{4}{3}$.

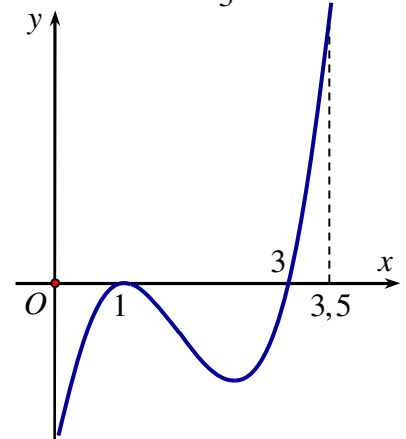
Câu 18: [2D1-3] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $\left[0; \frac{7}{2}\right]$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hỏi hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[0; \frac{7}{2}\right]$ tại điểm x_0 nào dưới đây?

A. $x_0 = 2$.

B. $x_0 = 1$.

C. $x_0 = 0$.

D. $x_0 = 3$.



Câu 19: [2D1-2] Tích của giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng.

A. $\frac{52}{3}$.

B. 20.

C. 6.

D. $\frac{65}{3}$.

Câu 20: [1D2-2] Trong khai triển biểu thức $(x+y)^{21}$, hệ số của số hạng chứa $x^{13}y^8$ là:

A. 116280.

B. 293930.

C. 203490.

D. 1287.

Câu 21: [2H1-2] Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$ cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho?

A. $V = 4\sqrt{7}a^3$.

B. $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{9}$.

C. $V = \frac{4a^3}{3}$.

D. $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{3}$.

Câu 22: [2D1-3] Biết m_0 là giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 sao cho $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 13$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m_0 \in (-1; 7)$.

B. $m_0 \in (7; 10)$.

C. $m_0 \in (-15; -7)$.

D. $m_0 \in (-7; -1)$.

Câu 23: [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ A đến (SBD) bằng $\frac{6a}{7}$. Tính khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) ?

A. $\frac{12a}{7}$.

B. $\frac{3a}{7}$.

C. $\frac{4a}{7}$.

D. $\frac{6a}{7}$.

Câu 24: [2H1-2] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và CD bằng:

A. 45° .

B. 60° .

C. 30° .

D. 90° .

Câu 25: [2D1-3] Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{(x^2 - 3x + 2)\sin x}{x^3 - 4x}$ là:

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 26: [2D1-2] Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2 - x - 2$ tại điểm có hoành độ $x = 1$ là

A. $2x - y = 0$

B. $2x - y - 4 = 0$.

C. $x - y - 1 = 0$.

D. $x - y - 3 = 0$.

Câu 27: [2H1-4] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = a$ và SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm SB , N là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SN = 2ND$. Tính thể tích V của khối tứ diện $ACMN$.

A. $V = \frac{1}{12}a^3$

B. $V = \frac{1}{6}a^3$.

C. $V = \frac{1}{8}a^3$.

D. $V = \frac{1}{36}a^3$.

Câu 28: [2D1-3] Tìm tập hợp S tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m^2+2m)x - 3$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

- A. $S = [-1;0]$ B. $S = \emptyset$. C. $S = \{-1\}$. D. $S = [0;1]$.

Câu 29: [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a , SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SO = a$. Khoảng cách giữa SC và AB bằng

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{15}$. B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{2a\sqrt{3}}{15}$. D. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 30: [1D2-2] Trong kho đèn trang trí đang còn 5 bóng đèn loại I, 7 bóng đèn loại II, các bóng đèn đều khác nhau về màu sắc và hình dáng. Lấy ra 5 bóng đèn bất kỳ. Hỏi có bao nhiêu khả năng xảy ra số bóng đèn loại I nhiều hơn số bóng đèn loại II?

- A. 246. B. 3480. C. 245. D. 3360.

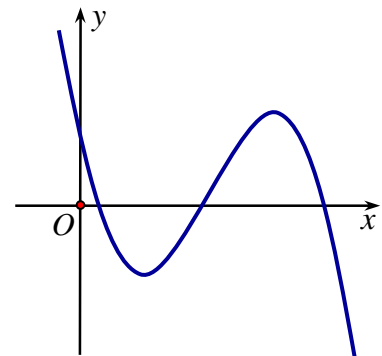
Câu 31: [1D3-3] Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}{x} & \text{khi } x < 0 \\ m + \frac{1-x}{1+x} & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$ liên tục

tại $x = 0$.

- A. $m = 1$. B. $m = -2$. C. $m = -1$. D. $m = 0$.

Câu 32: [2D1-3] Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$.
B. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.
C. $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$.
D. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$.



Câu 33: [2D1-3] Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{4x-3}{2x+1}$ cùng với 2 tiệm cận tạo thành một tam giác có diện tích bằng:

- A. 6. B. 7. C. 5. D. 4.

Câu 34: [2D1-3] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^3 + (m+2)x^2 + (m^2-m-3)x - m^2$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt?

- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

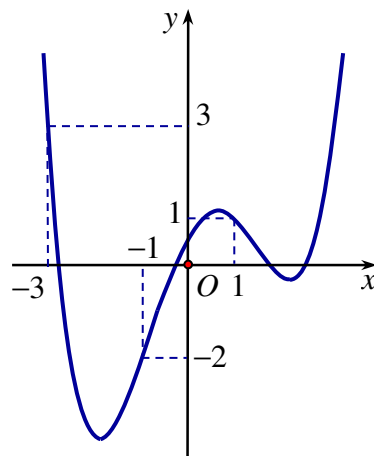
Câu 35: [1H1-3] Cho tứ diện $ABCD$ có $BD = 2$. Hai tam giác ABD và BCD có diện tích lần lượt là 6 và 10. Biết thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng 16. Tính số đo góc giữa hai mặt phẳng (ABD) , (BCD) .

- A. $\arccos\left(\frac{4}{15}\right)$. B. $\arcsin\left(\frac{4}{5}\right)$. C. $\arccos\left(\frac{4}{5}\right)$. D. $\arcsin\left(\frac{4}{15}\right)$.

Câu 36: [1D2-3] Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên A có bốn chữ số. Gọi N là số thỏa mãn $3^N = A$. Xác suất để N là số tự nhiên bằng:

- A. $\frac{1}{4500}$. B. 0. C. $\frac{1}{2500}$. D. $\frac{1}{3000}$.

Câu 37: [2D1-4] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 2018$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $\min_{[-3;1]} g(x) = g(-1)$.
 B. $\min_{[-3;1]} g(x) = g(1)$.
 C. $\min_{[-3;1]} g(x) = g(-3)$.
 D. $\min_{[-3;1]} g(x) = \frac{g(-3) + g(1)}{2}$.

Câu 38: [2D1-3] Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị $A(1; -7)$, $B(2; -8)$. Tính $y(-1)$?

- A. $y(-1) = 7$. B. $y(-1) = 11$ C. $y(-1) = -11$ D. $y(-1) = -35$

Câu 39: [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Đường thẳng SD tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 45° . Gọi I là trung điểm của cạnh CD . Góc giữa hai đường thẳng BI và SD bằng (Số đo góc được làm tròn đến hàng đơn vị).

- A. 48° . B. 51° . C. 42° . D. 39° .

Câu 40: [2D1-4] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đường thẳng $y = m(x-4)$ cắt đồ thị của hàm số $y = (x^2 - 1)(x^2 - 9)$ tại bốn điểm phân biệt?

- A. 1. B. 5. C. 3. D. 7.

Câu 41: [1D5-3] Đạo hàm bậc 21 của hàm số $f(x) = \cos(x+a)$ là

- A. $f^{(21)}(x) = -\cos\left(x+a+\frac{\pi}{2}\right)$. B. $f^{(21)}(x) = -\sin\left(x+a+\frac{\pi}{2}\right)$.
 C. $f^{(21)}(x) = \cos\left(x+a+\frac{\pi}{2}\right)$. D. $f^{(21)}(x) = \sin\left(x+a+\frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 42: [1D2-4] Cho dãy số (a_n) xác định bởi $a_1 = 5$, $a_{n+1} = q.a_n + 3$ với mọi $n \geq 1$, trong đó q là hằng số, $a \neq 0$, $q \neq 1$. Biết công thức số hạng tổng quát của dãy số viết được dưới dạng $a_n = \alpha.q^{n-1} + \beta \frac{1-q^{n-1}}{1-q}$. Tính $\alpha + 2\beta$?

- A. 13. B. 9. C. 11. D. 16.

Câu 43: [1H3-3] Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh $AB = 2$, $AD = 3$; $AA' = 4$. Góc giữa hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(A'C'D)$ là α . Tính giá trị gần đúng của góc α ?

- A. $45,2^\circ$. B. $38,1^\circ$. C. $53,4^\circ$. D. $61,6^\circ$.

Câu 44: [2D2-3] Trong thời gian liên tục 25 năm, một người lao động luôn gửi đúng 4.000.000 đồng vào một ngày cố định của tháng ở ngân hàng M với lãi suất không thay đổi trong suốt thời gian gửi tiền là 0,6% tháng. Gọi A là số tiền người đó có được sau 25 năm. Hỏi mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $3.500.000.000 < A < 3.550.000.000$. B. $3.400.000.000 < A < 3.450.000.000$.
 C. $3.350.000.000 < A < 3.400.000.000$. D. $3.450.000.000 < A < 3.500.000.000$.

Câu 45: [2H1-4] Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, $AB = 6\text{cm}$, $BC = BB' = 2\text{cm}$. Điểm E là trung điểm cạnh BC . Một tứ diện đều $MNPQ$ có hai đỉnh M và N nằm trên đường thẳng $C'E$, hai đỉnh P , Q nằm trên đường thẳng đi qua điểm B' và cắt đường thẳng AD tại điểm F . Khoảng cách DF bằng

- A. 1cm. B. 2cm. C. 3cm. D. 6cm.

Câu 46: [2D1-4] Hàm số $y = (x+m)^3 + (x+n)^3 - x^3$ (tham số $m; n$) đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4(m^2 + n^2) - m - n$ bằng

- A. -16. B. 4. C. $-\frac{1}{16}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 47: [2H1-4] Một khối lập phương có độ dài cạnh là 2cm được chia thành 8 khối lập phương cạnh 1cm. Hỏi có bao nhiêu tam giác được tạo thành từ các đỉnh của khối lập phương cạnh 1cm.

- A. 2876. B. 2898. C. 2915. D. 2012.

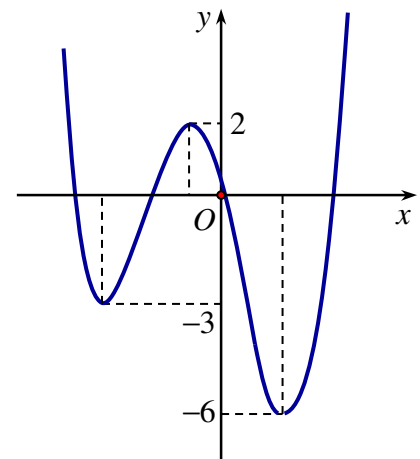
Câu 48: [1D2-4] Hai người ngang tài ngang sức tranh chức vô địch của một cuộc thi cờ tướng. Người giành chiến thắng là người đầu tiên thắng được năm ván cờ. Tại thời điểm người chơi thứ nhất đã thắng 4 ván và người chơi thứ hai mới thắng 2 ván, tính xác suất để người chơi thứ nhất giành chiến thắng.

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $\frac{7}{8}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 49: [2D1-4] Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = f(x)$.

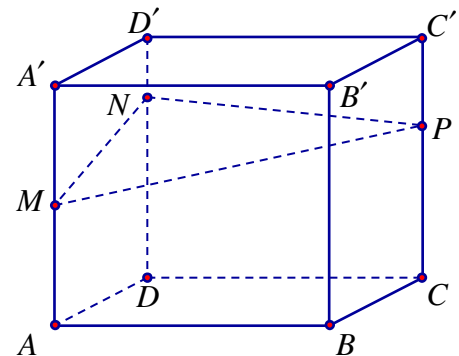
Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |f(x-1) + m|$ có 5 điểm cực trị. Tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng

- A. 12. B. 15. C. 18. D. 9.



Câu 50: [2H1-4] Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 2110. Biết $A'M = MA$; $DN = 3ND'$; $CP = 2PC'$. Mặt phẳng (MNP) chia khối hộp đã cho thành hai khối đa diện. Thể tích khối đa diện nhỏ hơn bằng

- A. $\frac{7385}{18}$. B. $\frac{5275}{12}$. C. $\frac{8440}{9}$. D. $\frac{5275}{6}$.



----- HẾT -----

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	D	C	C	B	D	A	D	B	A	B	A	D	B	A	D	C	D	B	C	D	C	D	A	A

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	A	C	D	A	B	A	C	B	B	A	A	D	B	B	C	C	D	C	B	C	A	C	A	D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: [1D4-1] Phát biểu nào sau đây là **sai** ?

A. $\lim u_n = c$ ($u_n = c$ là hằng số).

B. $\lim q^n = 0$ ($|q| > 1$).

C. $\lim \frac{1}{n} = 0$.

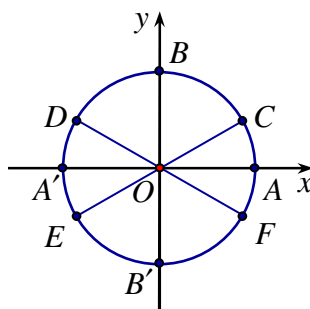
D. $\lim \frac{1}{n^k} = 0$ ($k > 1$).

Lời giải

Chọn B.

Theo định nghĩa giới hạn hữu hạn của dãy số (SGK ĐS11-Chương 4) thì $\lim q^n = 0$ ($|q| < 1$).

Câu 2: [1D1-1] Nghiệm của phương trình $2\sin x + 1 = 0$ được biểu diễn trên đường tròn lượng giác ở hình bên là những điểm nào ?



A. Điểm E, điểm D. B. Điểm C, điểm F. C. Điểm D, điểm C. **D. Điểm E, điểm F.**

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } 2\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy chỉ có hai điểm E và F thỏa mãn.

Câu 3: [1D2-1] Tính số chỉnh hợp chập 4 của 7 phần tử ?

A. 24.

B. 720.

C. 840.

D. 35.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } A_7^4 = \frac{7!}{3!} = 840.$$

Câu 4: [2H1-1] Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng ?

A. 3.

B. 2.

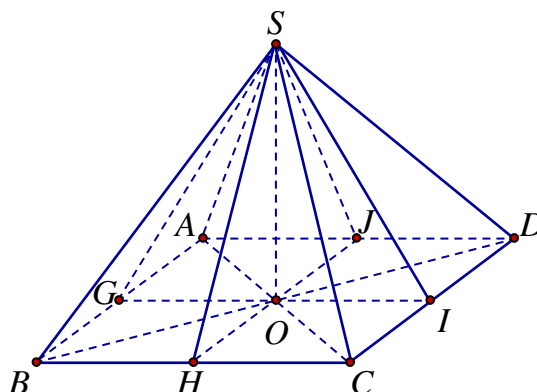
C. 4.

D. 6.

Lời giải

Chọn C.

Đó là các mặt phẳng (SAC) , (SBD) , (SHJ) , (SGI) với G, H, I, J là các trung điểm của các cạnh đáy dưới hình vẽ bên dưới.



Câu 5: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty; +\infty)$, có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		2		-1		$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng ?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B.

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$, suy ra hàm số cũng đồng biến trên $(-\infty; -2)$.

Câu 6: [1D5-1] Phát biểu nào trong các phát biểu sau là đúng ?

- A. Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trái tại x_0 thì nó liên tục tại điểm đó.
B. Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm phải tại x_0 thì nó liên tục tại điểm đó.
C. Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì nó liên tục tại điểm $-x_0$.
D. Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì nó liên tục tại điểm đó.

Lời giải

Chọn D.

Ta có định lý sau:

Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì nó liên tục tại điểm đó.

Câu 7: [1D1-1] Khẳng định nào dưới đây là sai ?

- A. Hàm số $y = \cos x$ là hàm số lẻ. B. Hàm số $y = \cot x$ là hàm số lẻ.
C. Hàm số $y = \sin x$ là hàm số lẻ. D. Hàm số $y = \tan x$ là hàm số lẻ.

Lời giải

Chọn A.

Ta có các kết quả sau:

- + Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn.
- + Hàm số $y = \cot x$ là hàm số lẻ.
- + Hàm số $y = \sin x$ là hàm số lẻ.
- + Hàm số $y = \tan x$ là hàm số lẻ.

Câu 8: [2D1-1] Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình ?

- A. $y = 5$. B. $x = 0$. C. $x = 1$. D. $y = 0$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5}{x-1} = 0 \Rightarrow$ đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x-1} = 0 \Rightarrow$ đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 9: [2D1-2] Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ là điểm ?

- A. $Q(3; 1)$. B. $M(1; 3)$. C. $P(7; -1)$. D. $N(-1; 7)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $y' = 3x^2 - 3 \Rightarrow y'' = 6x$.

Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y''(1) = 6 > 0 \\ x = -1 \Rightarrow y''(-1) = -6 < 0 \end{cases}$

$\Rightarrow$ Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

Với $x = 1 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow$ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ là $M(1; 3)$.

Câu 10: [1D4-1] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $(a; b)$. Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$ là ?

- A. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$. B. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$.
C. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$. D. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.

Lời giải

Chọn A.

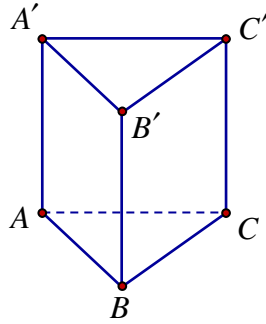
Hàm số f xác định trên đoạn $[a; b]$ được gọi là liên tục trên đoạn $[a; b]$ nếu nó liên tục trên khoảng $(a; b)$, đồng thời $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.

Câu 11: [2H2-1] Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{27\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

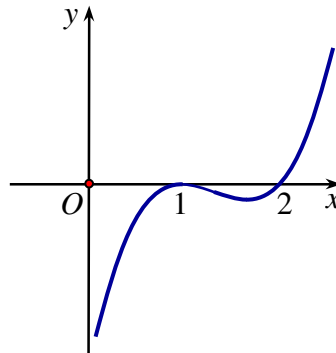
Lời giải

Chọn B.



Diện tích đáy: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \sin 60^\circ = \frac{9\sqrt{3}}{4}$. Thể tích $V_t = S_{\Delta ABC} \cdot AA' = \frac{27\sqrt{3}}{4}$.

Câu 12: [2D1-2] Hình bên là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Hỏi đồ thị hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(2; +\infty)$.

B. $(1; 2)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(0; 1)$ và $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A.

Dựa vào đồ thị $f'(x)$ ta có $f'(x) > 0$ khi $x \in (2; +\infty) \Rightarrow$ hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(2; +\infty)$

Câu 13: [1D3-2] Trong các phát biểu sau, phát biểu nào là **sai**?

A. Dãy số có tất cả các số hạng bằng nhau là một cấp số nhân.

B. Dãy số có tất cả các số hạng bằng nhau là một cấp số cộng.

C. Một cấp số cộng có công sai dương là một dãy số tăng.

D. Một cấp số cộng có công sai dương là một dãy số dương.

Lời giải

Chọn D.

A. đúng. Dãy số là cấp số nhân với công bội $q = 1$.

B. đúng. Dãy số là cấp số cộng với công sai $d = 0$.

C. đúng vì dãy số là cấp số cộng nên: $u_{n+1} - u_n = d > 0 \Rightarrow u_{n+1} > u_n$.

D. sai. Ví dụ dãy $-5; -2; 1; 3; \dots$ là dãy số có $d = 3 > 0$ nhưng không phải là dãy số dương.

Câu 14: [1D1-2] Phương trình $\sin 2x + 3 \cos x = 0$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0; \pi)$

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn B.

$$\sin 2x + 3 \cos x = 0 \Leftrightarrow 2 \sin x \cdot \cos x + 3 \cos x = 0 \Leftrightarrow \cos x \cdot (2 \sin x + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \\ \sin x = -\frac{3}{2} \quad (\text{loại vì } \sin x \in [-1; 1]) \end{cases}$$

Theo đề: $x \in (0; \pi) \Rightarrow k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}$.

Câu 15: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
y'	$+$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	$+\infty$	$+\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x) = m$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt

A. $(-4; 2)$.

B. $[-4; 2)$.

C. $(-4; 2]$.

D. $(-\infty; 2]$.

Lời giải

Chọn A.

Số nghiệm phương trình $f(x) = m$ là số giao điểm của hai đường $y = f(x)$ và $y = m$: là đường thẳng song song với trục Ox cắt Oy tại điểm có tung độ m .

Phương trình có 3 nghiệm thực phân biệt khi đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt.

Dựa vào bảng biến thiên có $m \in (-4; 2)$.

Câu 16: [2D1-2] Đường thẳng $y = 2x - 1$ có bao nhiêu điểm chung với đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - x - 1}{x + 1}$.

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Chọn D.

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $d: y = 2x - 1$ và đồ thị

$$(C): y = \frac{x^2 - x - 1}{x + 1}$$

$$\frac{x^2 - x - 1}{x + 1} = 2x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x^2 - x - 1 = (2x - 1)(x + 1) \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{Ta có } (2) \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn điều kiện } x \neq -1)$$

Suy ra d và (C) có hai điểm chung.

Câu 17: [2D1-3] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 + x^2 + mx + 1$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

A. $m \leq \frac{4}{3}$.

B. $m \leq \frac{1}{3}$.

C. $m \geq \frac{1}{3}$.

D. $m \geq \frac{4}{3}$.

Lời giải

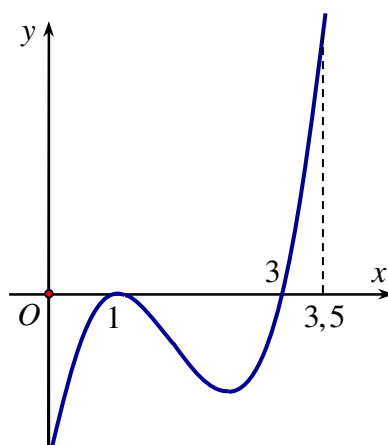
Chọn C.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 3x^2 + 2x + m.$$

Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty; +\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0; \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = 1 - 3m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{3}$.

Câu 18: [2D1-3] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $\left[0; \frac{7}{2}\right]$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Hỏi hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[0; \frac{7}{2}\right]$ tại điểm x_0 nào dưới đây?

A. $x_0 = 2$.

B. $x_0 = 1$.

C. $x_0 = 0$.

D. $x_0 = 3$.

Lời giải

Chọn D.

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f'(x)$, ta có bảng biến thiên:

x	0	1	3	3,5		
y'		-	0	-	0	+
y						

Suy ra $\min y = f(3)$. Vậy $x_0 = 3$.

Câu 19: [2D1-2] Tích của giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng.

A. $\frac{52}{3}$.

B. 20.

C. 6.

D. $\frac{65}{3}$.

Lời giải

Chọn B.

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

$$y' = 1 - \frac{4}{x^2} = \frac{x^2 - 4}{x^2}; y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \in [1; 3] \\ x = -2 \notin [1; 3] \end{cases}$$

Ta có: $f(1) = 5; f(2) = 4; f(3) = \frac{13}{3}$.

Vậy $\max_{[1;3]} y = 5; \min_{[1;3]} y = 4 \Rightarrow \max_{[1;3]} y \cdot \min_{[1;3]} y = 20$

Câu 20: [1D2-2] Trong khai triển biểu thức $(x+y)^{21}$, hệ số của số hạng chứa $x^{13}y^8$ là:

A. 116280.

B. 293930.

C. 203490.

D. 1287.

Lời giải

Chọn C.

Số hạng tổng quát thứ $k+1$: $T_{k+1} = C_{21}^k x^{21-k} y^k$ ($0 \leq k \leq 21; k \in \mathbb{N}$).

ứng với số hạng chứa $x^{13}y^8$ thì $k = 8$.

Vậy hệ số của số hạng chứa $x^{13}y^8$ là $a_8 = C_{21}^8 = 203490$.

Câu 21: [2H1-2] Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$ cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho?

A. $V = 4\sqrt{7}a^3$.

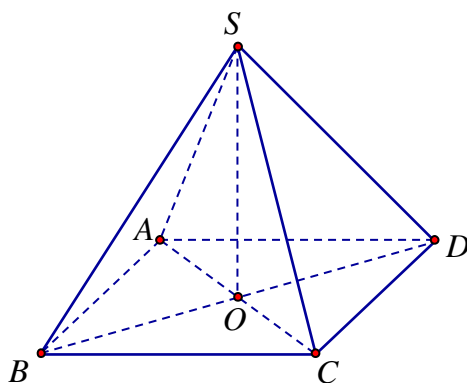
B. $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{9}$.

C. $V = \frac{4a^3}{3}$.

D. $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D.



Gọi $O = AC \cap BD$, do hình chóp $S.ABCD$ đều nên $SO \perp (ABCD)$.

Đáy là hình vuông vạnh $2a \Rightarrow AO = \frac{AC}{2} = a\sqrt{2}$

Trong tam giác vuông SAO có $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = a\sqrt{7}$

Thể tích V của khối chóp trên là $V = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3}a\sqrt{7}4a^2 = \frac{4a^3\sqrt{7}}{3}$.

Câu 22: [2D1-3] Biết m_0 là giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 sao cho $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 13$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m_0 \in (-1; 7)$.

B. $m_0 \in (7; 10)$.

C. $m_0 \in (-15; -7)$.

D. $m_0 \in (-7; -1)$.

Lời giải

Chọn C.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$y' = 3x^2 - 6x + m$.

Xét $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x + m = 0$; $\Delta' = 9 - 3m$.

Hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m < 3$.

Hai điểm cực trị x_1, x_2 là nghiệm của $y' = 0$ nên: $x_1 + x_2 = 2$; $x_1 \cdot x_2 = \frac{m}{3}$.

Để $x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 = 13 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1 \cdot x_2 = 13$

$\Leftrightarrow 4 - m = 13 \Leftrightarrow m = -9$. Vậy $m_0 = -9 \in (-15; -7)$.

Câu 23: [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, cạnh bên SA vuông góc với đáy.

Biết khoảng cách từ A đến (SBD) bằng $\frac{6a}{7}$. Tính khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) ?

A. $\frac{12a}{7}$.

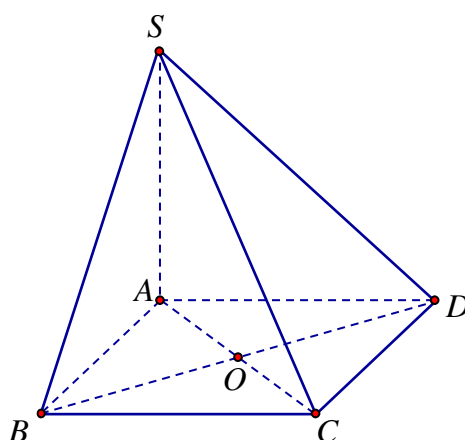
B. $\frac{3a}{7}$.

C. $\frac{4a}{7}$.

D. $\frac{6a}{7}$.

Lời giải

Chọn D.



Do $ABCD$ là hình bình hành $\Rightarrow AC \cap BD = O$ là trung điểm của AC và

$BD \Rightarrow d(C, (SBD)) = d(A, (SBD)) = \frac{6a}{7}$.

Câu 24: [2H1-2] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và CD bằng:

A. 45° .

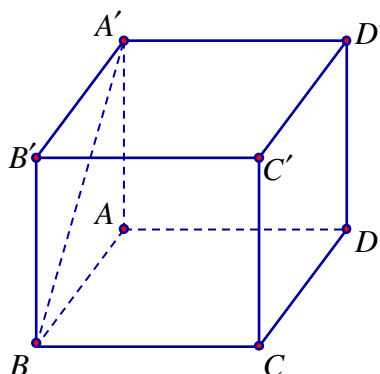
B. 60° .

C. 30° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn A.



Có $CD \parallel AB \Rightarrow (BA', CD) = (BA', BA) = \widehat{ABA'} = 45^\circ$ (do $ABB'A'$ là hình vuông).

Câu 25: [2D1-3] Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{(x^2 - 3x + 2) \sin x}{x^3 - 4x}$ là:

A. 1.**B. 2.****C. 3.****D. 4.****Lời giải****Chọn A.**TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{0; -2; 2\}$.

$$\lim_{x \rightarrow 0} y = \lim_{x \rightarrow 0} \left[\left(\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4} \right) \left(\frac{\sin x}{x} \right) \right] = \frac{0^2 - 3 \cdot 0 + 2}{0^2 - 4} \cdot 1 = -\frac{1}{2}.$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -2^+} y &= \lim_{x \rightarrow -2^+} \left[\frac{(x^2 - 3x + 2) \sin x}{x(x^2 - 4)} \right] = \lim_{x \rightarrow -2^+} \left[\frac{(x-1)(x-2) \sin x}{x(x-2)} \cdot \frac{1}{(x+2)} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow -2^+} \left[\frac{(x-1) \sin x}{x} \cdot \frac{1}{(x+2)} \right] \end{aligned}$$

$$\circ \text{ Vì } \lim_{x \rightarrow -2^+} \left[\frac{(x-1) \sin x}{x} \right] = -\frac{3 \sin 2}{2} < 0 \text{ và } \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{1}{(x+2)} = +\infty \text{ nên } \lim_{x \rightarrow -2^+} y = -\infty$$

$$\circ \text{ Vì } \lim_{x \rightarrow -2^-} \left[\frac{(x-1) \sin x}{x} \right] = -\frac{3 \sin 2}{2} < 0 \text{ và } \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{1}{(x+2)} = -\infty \text{ nên } \lim_{x \rightarrow -2^-} y = +\infty$$

Vậy đường thẳng $x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x \rightarrow 2} y = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-1) \sin x}{x(x+2)} = \frac{\sin 2}{6}.$$

Vậy ĐTHS có 1 đường tiệm cận đứng.

Câu 26: [2D1-2] Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2 - x - 2$ tại điểm có hoành độ $x = 1$ là**A.** $2x - y = 0$ **B.** $2x - y - 4 = 0$.**C.** $x - y - 1 = 0$.**D.** $x - y - 3 = 0$.**Lời giải****Chọn D.**Gọi M là tiếp điểm. Theo giả thiết : $M(1; -2)$ Gọi k là hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại M .Ta có $y' = 2x - 1$, $k = y'(1) = 1$ Phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = 1(x - 1) - 2 \Leftrightarrow x - y - 3 = 0$ **Câu 27:** [2H1-4] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = a$ và SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm SB , N là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SN = 2ND$. Tính thể tích V của khối tứ diện $ACMN$.

A. $V = \frac{1}{12} a^3$

B. $V = \frac{1}{6} a^3$.

C. $V = \frac{1}{8} a^3$.

D. $V = \frac{1}{36} a^3$.

Lời giải**Chọn A.**

$$\text{Cách 1. Ta có } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3}{3}$$

$$V_{NDAC} = \frac{1}{3} NH \cdot S_{\Delta DAC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} a \cdot \left(\frac{1}{2} a^2 \right) = \frac{a^3}{18}$$

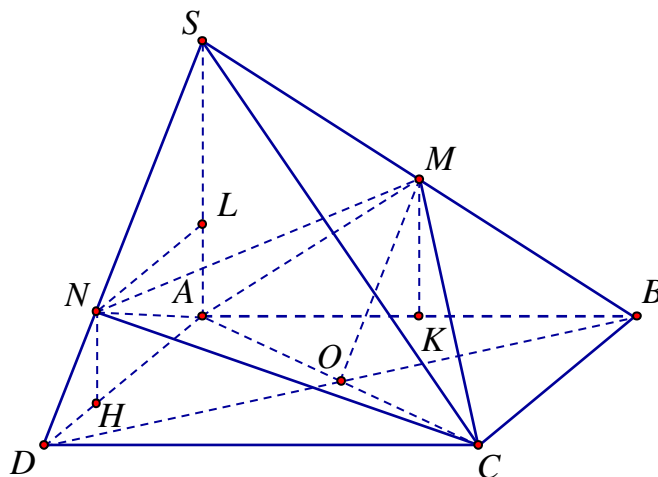
$$V_{MABC} = \frac{1}{3} MK \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} a^2 \right) = \frac{a^3}{12}$$

$$\frac{1}{3}d(A, (SMN)) \cdot S_{\Delta SMN} = \frac{a^3}{18}$$

$$\text{Suy ra } V_{NSAM} = \frac{1}{3}NL \cdot S_{\Delta SAM} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}a \cdot \left(\frac{1}{2}a \cdot \frac{a}{2}\right) = \frac{a^3}{18}.$$

$$\text{Mặt khác } V_{C.SMN} = \frac{1}{3}d(C, (SMN)) \cdot S_{\Delta SMN} = \frac{1}{3}d(A, (SMN)) \cdot S_{\Delta SMN} = \frac{a^3}{18}$$

$$\text{Vậy } V_{ACMN} = V_{S.ABCD} - V_{NSAM} - V_{NADC} - V_{MABC} - V_{SCMN} = \frac{a^3}{3} - \frac{a^3}{18} - \frac{a^3}{18} - \frac{a^3}{12} - \frac{a^3}{18} = \frac{1}{12}a^3.$$



Cách 2. Ta có $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3}{3}$. Vì $OM \parallel SD$ nên $SD \parallel (AMC)$.

Do đó $d(N, (AMC)) = d(D, (AMC)) = d(B, (AMC))$

$$\Rightarrow V_{ACMN} = V_{N.MAC} = V_{D.MAC} = V_{B.MAC} = V_{M.BAC} = \frac{1}{4}V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{12}.$$

(do $d(M, (ABC)) = \frac{1}{2}d(S, (ABC))$ và $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}S_{ABCD}$)

Câu 28: [2D1-3] Tìm tập hợp S tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m^2 + 2m)x - 3$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

A. $S = [-1; 0]$

B. $S = \emptyset$.

C. $S = \{-1\}$.

D. $S = [0; 1]$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $y' = x^2 - 2(m+1)x + (m^2 + 2m)$

$$\text{Xét } y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2(m+1)x + (m^2 + 2m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = m+2 \end{cases} \quad \forall m$$

Hàm số luôn nghịch biến trong khoảng $(m; m+2) \quad \forall m$

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$ thì $(-1; 1) \subset (m; m+2)$.

$$\text{Nghĩa là : } m \leq -1 < 1 \leq m+2 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ -1 < 1 \\ 1 \leq m+2 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1.$$

Câu 29: [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a , SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SO = a$. Khoảng cách giữa SC và AB bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{15}$.

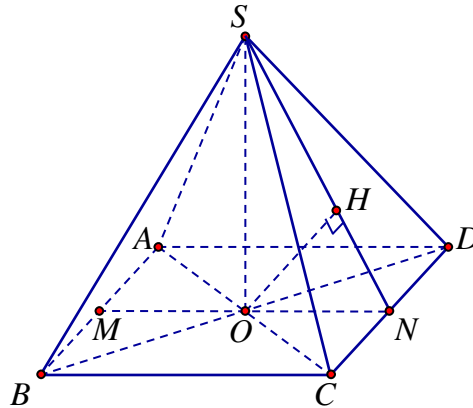
B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{2a\sqrt{3}}{15}$.

D. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn D.



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD ; H là hình chiếu vuông góc của O trên SN .

Vì $AB \parallel CD$ nên $d(AB, SC) = d(AB, (SCD)) = d(M, (SCD)) = 2d(O, (SCD))$ (vì O là trung điểm đoạn MN)

Ta có $\begin{cases} CD \perp SO \\ CD \perp ON \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SON) \Rightarrow CD \perp OH$

Khi đó $\begin{cases} CD \perp OH \\ OH \perp SN \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SCD) \Rightarrow d(O, (SCD)) = OH.$

Tam giác SON vuông tại O nên $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{ON^2} + \frac{1}{OS^2} = \frac{1}{\frac{a^2}{4}} + \frac{1}{a^2} = \frac{5}{a^2} \Rightarrow OH = \frac{a}{\sqrt{5}}$

Vậy $d(AB, SC) = 2OH = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 30: [1D2-2] Trong kho đèn trang trí đang còn 5 bóng đèn loại I, 7 bóng đèn loại II, các bóng đèn đều khác nhau về màu sắc và hình dáng. Lấy ra 5 bóng đèn bất kỳ. Hỏi có bao nhiêu khả năng xảy ra số bóng đèn loại I nhiều hơn số bóng đèn loại II?

A. 246.

B. 3480.

C. 245.

D. 3360.

Lời giải

Chọn A.

Có 3 trường hợp xảy ra:

TH1: Lấy được 5 bóng đèn loại I: có 1 cách

TH2: Lấy được 4 bóng đèn loại I, 1 bóng đèn loại II: có $C_5^4 \cdot C_7^1$ cách

TH3: Lấy được 3 bóng đèn loại I, 2 bóng đèn loại II: có $C_5^3 \cdot C_7^2$ cách

Theo quy tắc cộng, có $1 + C_5^4 \cdot C_7^1 + C_5^3 \cdot C_7^2 = 246$ cách

Câu 31: [1D3-3] Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}{x} & \text{khi } x < 0 \\ m + \frac{1-x}{1+x} & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$ liên tục

tại $x = 0$.

A. $m = 1$.

B. $m = -2$.

C. $m = -1$.

D. $m = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có

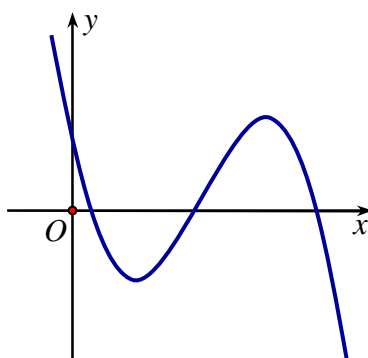
$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(m + \frac{1-x}{1+x} \right) = m + 1.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-2x}{x(\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x})} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-2}{(\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x})} = -1.$$

$$f(0) = m + 1$$

Để hàm liên tục tại $x = 0$ thì $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) \Leftrightarrow m + 1 = -1 \Rightarrow m = -2$.

Câu 32: [2D1-3] Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

B. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

C. $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

D. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

Lời giải

Chọn A.

Do đồ thị ở nhánh phải đi xuống nên $a < 0$. Loại phương án **B**.

Do hai điểm cực trị dương nên $x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} > 0 \Rightarrow ab < 0$ và $a < 0 \Rightarrow b > 0$. Loại **C**.

$x_1 x_2 = \frac{c}{3a} > 0 \Rightarrow c < 0$. Loại phương án **D**

Câu 33: [2D1-3] Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{4x-3}{2x+1}$ cùng với 2 tiệm cận tạo thành một tam giác có diện tích bằng:

A. 6.

B. 7.

C. 5.

D. 4.

Lời giải

Chọn C.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là điểm nằm trên đồ thị hàm số, $x_0 \neq -\frac{1}{2}$.

$$y' = \frac{10}{(2x+1)^2}$$

Phương trình tiếp tuyến tại $M : y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0 \Rightarrow y = \frac{10}{(2x_0+1)^2}(x - x_0) + \frac{4x_0-3}{2x_0+1}$

Tiệm cận đứng: $x = -\frac{1}{2}$, tiệm cận ngang: $y = 2$

Gọi A là giao điểm của tiếp tuyến với tiệm cận đứng

$$\Rightarrow x_A = -\frac{1}{2} \Rightarrow y_A = \frac{10}{(2x_0+1)^2}\left(-\frac{1}{2} - x_0\right) + \frac{4x_0-3}{2x_0+1} = \frac{4x_0-8}{2x_0+1}. \text{ Vậy } A\left(-\frac{1}{2}; \frac{4x_0-8}{2x_0+1}\right)$$

Gọi B là giao điểm của tiếp tuyến với tiệm cận

ngang $\Rightarrow y_B = 2 \Rightarrow 2 = \frac{10}{(2x_0+1)^2}(x_B - x_0) + \frac{4x_0-3}{2x_0+1} \Rightarrow x_B = 2x_0 + \frac{1}{2}$. Vậy $B\left(\frac{4x_0+1}{2}; 2\right)$

Giao điểm 2 tiệm cận là $I\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$

Ta có: $\overrightarrow{IA} = \left(0; -\frac{10}{2x_0+1}\right) \Rightarrow IA = \left|\frac{10}{2x_0+1}\right|$

$\overrightarrow{IB} = (2x_0+1; 0) \Rightarrow IB = |2x_0+1|$

Tam giác IAB vuông tại I nên $S_{IAB} = \frac{1}{2}IA \cdot IB = \frac{1}{2}\left|\frac{10}{2x_0+1}\right| \cdot |2x_0+1| = 5$.

Câu 34: [2D1-3] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^3 + (m+2)x^2 + (m^2 - m - 3)x - m^2$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt?

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị và trục hoành:

$$x^3 + (m+2)x^2 + (m^2 - m - 3)x - m^2 = 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2 + (m+3)x + m^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x^2 + (m+3)x + m^2 = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Đồ thị cắt Ox tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ pt (1) có 3 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ pt (2) có 2 nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ 1 + m + 3 + m^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3m^2 + 6m + 9 > 0 \Leftrightarrow -1 < m < 3$$

Các giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán là: 0, 1, 2.

Câu 35: [1H1-3] Cho tứ diện $ABCD$ có $BD = 2$. Hai tam giác ABD và BCD có diện tích lần lượt là 6 và 10. Biết thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng 16. Tính số đo góc giữa hai mặt phẳng (ABD) , (BCD) .

A. $\arccos\left(\frac{4}{15}\right)$.

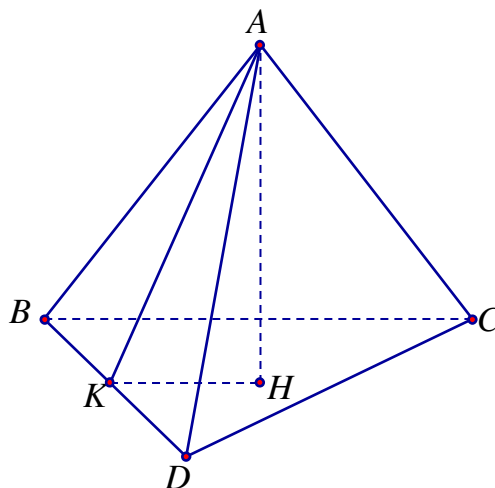
B. $\arcsin\left(\frac{4}{5}\right)$.

C. $\arccos\left(\frac{4}{5}\right)$.

D. $\arcsin\left(\frac{4}{15}\right)$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi H là hình chiếu của A xuống (BCD) . Ta có $V_{ABCD} = \frac{1}{3} AH \cdot S_{BCD} \Rightarrow AH = \frac{3V}{S_{BCD}} = \frac{24}{5}$.

Gọi K là hình chiếu của A xuống BD , dễ thấy $HK \perp BD$. Vậy $\left(\widehat{(ABD), (BCD)} \right) = \widehat{AKH}$

Mặt khác $S_{ABD} = \frac{1}{2} AK \cdot BD \Rightarrow AK = \frac{2S_{ABD}}{BD} = 6$.

Do đó $\left(\widehat{(ABD), (BCD)} \right) = \widehat{AKH} = \arcsin \frac{AH}{AK} = \arcsin \left(\frac{4}{5} \right)$.

Câu 36: [1D2-3] Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên A có bốn chữ số. Gọi N là số thỏa mãn $3^N = A$. Xác suất để N là số tự nhiên bằng:

A. $\frac{1}{4500}$.

B. 0.

C. $\frac{1}{2500}$.

D. $\frac{1}{3000}$.

Lời giải

Chọn A.

Ký hiệu B là biến cố lấy được số tự nhiên A thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Ta có: $3^N = A \Leftrightarrow N = \log_3 A$.

Để N là số tự nhiên thì $A = 3^m$ ($m \in \mathbb{N}$).

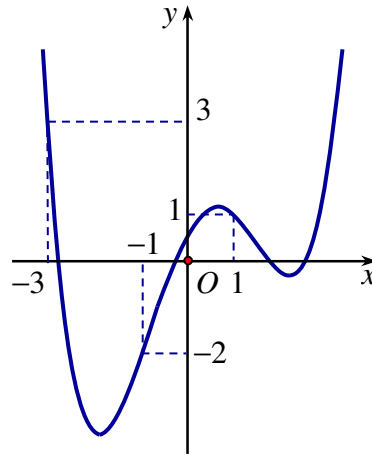
Những số A dạng có 4 chữ số gồm $3^7 = 2187$ và $3^8 = 6561$

$n(\Omega) = 9000; n(B) = 2$

Suy ra: $P(B) = \frac{1}{4500}$.

Câu 37: [2D1-4] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số

$g(x) = f(x) - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 2018$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $\min_{[-3;1]} g(x) = g(-1).$

B. $\min_{[-3;1]} g(x) = g(1)$

C. $\min_{[-3;1]} g(x) = g(-3)$

D. $\min_{[-3;1]} g(x) = \frac{g(-3) + g(1)}{2}$

Lời giải

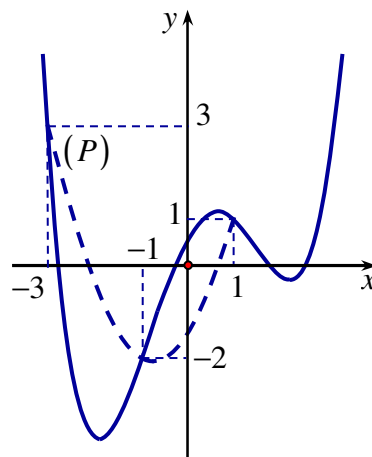
Chọn A.

Ta có: $g(x) = f(x) - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 2018 \Rightarrow g'(x) = f'(x) - x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$

Căn cứ vào đồ thị $y = f'(x)$, ta có:
$$\begin{cases} f'(-1) = -2 \\ f'(1) = 1 \\ f'(-3) = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} g'(-1) = 0 \\ g'(1) = 0 \\ g'(-3) = 0 \end{cases}$$

Ngoài ra, vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$ trên cùng hệ trục tọa độ như hình vẽ bên

(đường màu đỏ), ta thấy (P) đi qua các điểm $(-3; 3)$, $(-1; -2)$, $(1; 1)$ với đỉnh $I\left(-\frac{3}{4}; -\frac{33}{16}\right)$.



Rõ ràng

- Trên khoảng $(-1; 1)$ thì $f'(x) > x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$, nên $g'(x) > 0 \quad \forall x \in (-1; 1)$
- Trên khoảng $(-3; -1)$ thì $f'(x) < x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$, nên $g'(x) < 0 \quad \forall x \in (-3; -1)$

Từ những nhận định trên, ta có bảng biến thiên của hàm $y = g(x)$ trên $[-3; 1]$ như sau:

x	-3	-1	1
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$			

Vậy $\min_{[-3;1]} g(x) = g(-1)$

Câu 38: [2D1-3] Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị $A(1; -7)$, $B(2; -8)$. Tính $y(-1)$?

A. $y(-1) = 7$.

B. $y(-1) = 11$

C. $y(-1) = -11$

D. $y(-1) = -35$

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

$$\text{Theo bài cho ta có: } \begin{cases} 3a + 2b + c = 0 \\ 12a + 4b + c = 0 \\ a + b + c + d = -7 \\ 8a + 4b + 2c + d = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + 2b + c = 0 \\ 12a + 4b + c = 0 \\ 7a + 3b + c = -1 \\ d = -7 - a - b - c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -9 \\ c = 12 \\ d = -12 \end{cases}$$

Suy ra: $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 12$. Do đó, $y(-1) = -35$.

Câu 39: [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Đường thẳng SD tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 45° . Gọi I là trung điểm của cạnh CD . Góc giữa hai đường thẳng BI và SD bằng (Số đo góc được làm tròn đến hàng đơn vị).

A. 48° .

B. 51° .

C. 42° .

D. 39° .

Lời giải

Chọn B.

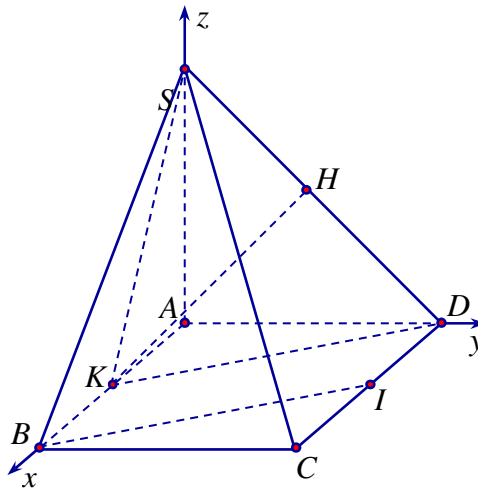
Cách 1. Giả sử hình vuông $ABCD$ cạnh a , $(\widehat{SD, (SAB)}) = 45^\circ \Rightarrow SA = AD = a$.

Xét trong không gian tọa độ $Oxyz$ trong đó: $O \equiv A$, $Ox \equiv AB$, $Oy \equiv AD$, $Oz \equiv AS$. Khi đó ta có:

$$B(a; 0; 0), I\left(\frac{a}{2}; a; 0\right), D(0; a; 0), S(0; 0; a)$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{IB} = \left(\frac{a}{2}; -a; 0\right) \overrightarrow{SD} = (0; -a; a)$$

$$\text{Mặt khác: } \cos(\overrightarrow{IB}, \overrightarrow{SD}) = \frac{a^2}{\sqrt{\frac{a^2}{4} + a^2} \cdot \sqrt{a^2 + a^2}} = \frac{2}{\sqrt{10}} \Rightarrow (\widehat{IB, SD}) \approx 51^\circ.$$



Cách 2. Gọi K là trung điểm của AB .

Giả sử hình vuông $ABCD$ cạnh a , $\left(\widehat{SD, (SAB)}\right) = 45^\circ \Rightarrow SA = AD = a$

Gọi K là trung điểm của AB . Vì $KD \parallel BI$ nên góc giữa hai đường thẳng BI và SD bằng góc giữa hai đường thẳng KD và SD và là góc $\widehat{SDK}$. Ta có $KD = SK = \frac{a\sqrt{5}}{2}$, $SD = a\sqrt{2}$.

Gọi H là trung điểm của SD . Ta có $\cos \widehat{SDK} = \frac{HD}{KD} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{a\sqrt{5}}{2}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$.

Vậy góc giữa hai đường thẳng BI và SD bằng 51° .

Câu 40: [2D1-4] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đường thẳng $y = m(x-4)$ cắt đồ thị của hàm số $y = (x^2-1)(x^2-9)$ tại bốn điểm phân biệt?

A. 1.

B. 5.

C. 3.

D. 7.

Lời giải

Chọn B.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm

$$(x^2-1)(x^2-9) = m(x-4) \Rightarrow \frac{(x^2-1)(x^2-9)}{(x-4)} = m \quad (1), (x \neq 4).$$

Số nghiệm của (1) bằng số giao điểm của 2 đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{(x^2-1)(x^2-9)}{(x-4)}$ và

$$y = m.$$

Ta có:

$$f'(x) = \frac{2x(x^2-9)(x-4) + 2x(x^2-1)(x-4) - (x^2-9)(x^2-1)}{(x-4)^2} = \frac{3x^4 - 16x^3 - 10x^2 + 80x - 9}{(x-4)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^4 - 16x^3 - 10x^2 + 80x - 9 = 0$$

Giải phương trình bằng MTBT ta được 4 nghiệm $\begin{cases} x_1 \approx -2,169 \\ x_2 \approx 0,114 \\ x_3 \approx 2,45 \\ x_4 \approx 4,94 \end{cases}$. Các nghiệm này đã được lưu

chính xác ở trong bộ nhớ của MTBT.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	4	x_4	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2,58	$\searrow$	-2,28	$\nearrow$	9,67
					$-\infty$	$\searrow$	$+\infty$
						383,5	$\nearrow$
							$+\infty$

Từ BBT và $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$.

Câu 41: [1D5-3] Đạo hàm bậc 21 của hàm số $f(x) = \cos(x+a)$ là

A. $f^{(21)}(x) = -\cos\left(x+a+\frac{\pi}{2}\right)$.

B. $f^{(21)}(x) = -\sin\left(x+a+\frac{\pi}{2}\right)$.

C. $f^{(21)}(x) = \cos\left(x+a+\frac{\pi}{2}\right)$.

D. $f^{(21)}(x) = \sin\left(x+a+\frac{\pi}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C.

$$f'(x) = -\sin(x+a) = \cos\left(x+a+\frac{\pi}{2}\right)$$

$$f''(x) = -\sin\left(x+a+\frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(x+a+\frac{2\pi}{2}\right)$$

...

$$f^{(21)}(x) = \cos\left(x+a+\frac{21\pi}{2}\right) = \cos\left(x+a+\frac{\pi}{2}\right)$$

Câu 42: [1D2-4] Cho dãy số (a_n) xác định bởi $a_1 = 5$, $a_{n+1} = q.a_n + 3$ với mọi $n \geq 1$, trong đó q là hằng số, $q \neq 0$, $q \neq 1$. Biết công thức số hạng tổng quát của dãy số viết được dưới dạng

$$a_n = \alpha.q^{n-1} + \beta \frac{1-q^{n-1}}{1-q}. \text{ Tính } \alpha + 2\beta?$$

A. 13.

B. 9.

C. 11.

D. 16.

Lời giải

Chọn C.

Cách 1. Ta có: $a_{n+1} - k = q(a_n - k) \Leftrightarrow k - kq = 3 \Leftrightarrow k = \frac{3}{1-q}$

Đặt $v_n = a_n - k \Rightarrow v_{n+1} = q.v_n = q^2.v_{n-1} = \dots = q^n.v_1$

Khi đó $v_n = q^{n-1}.v_1 = q^{n-1}.(a_1 - k) = q^{n-1}.\left(5 - \frac{3}{1-q}\right)$

Vậy $a_n = v_n + k = q^{n-1}.\left(5 - \frac{3}{1-q}\right) + k = q^{n-1}.\left(5 - \frac{3}{1-q}\right) + \frac{3}{1-q} = 5.q^{n-1} + 3.\frac{1-q^{n-1}}{1-q}.$

Do đó: $\alpha = 5; \beta = 3 \Rightarrow \alpha + 2\beta = 5 + 2.3 = 11$.

Cách 2. Theo giả thiết ta có $a_1 = 5, a_2 = 5q + 3$. Áp dụng công thức tổng quát, ta được

$$\begin{cases} a_1 = \alpha \cdot q^{1-1} + \beta \frac{1-q^{1-1}}{1-q} = \alpha \\ a_2 = \alpha \cdot q^{2-1} + \beta \frac{1-q^{2-1}}{1-q} = \alpha q + \beta \end{cases}, \text{ suy ra } \begin{cases} 5 = \alpha \\ 5q + 3 = \alpha q + \beta \end{cases}, \text{ hay } \begin{cases} \alpha = 5 \\ \beta = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \alpha + 2\beta = 5 + 2.3 = 11$$

Câu 43: [1H3-3] Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh $AB = 2, AD = 3; AA' = 4$. Góc giữa hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(A'C'D)$ là α . Tính giá trị gần đúng của góc α ?

A. $45,2^\circ$.

B. $38,1^\circ$.

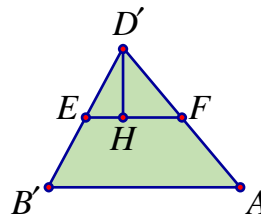
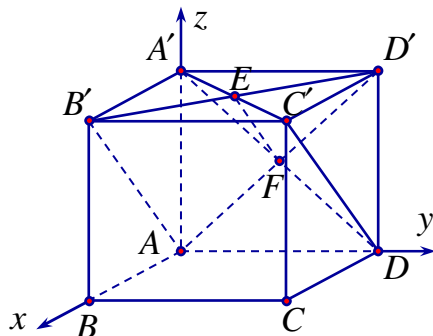
C. $53,4^\circ$.

D. $61,6^\circ$.

Lời giải

Chọn D.

Cách 1: Hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(A'C'D)$ có giao tuyến là EF như hình vẽ. Từ A' và D' ta kẻ 2 đoạn vuông góc lên giao tuyến EF sẽ là chung một điểm H như hình vẽ. Khi đó, góc giữa hai mặt phẳng cần tìm chính là góc giữa hai đường thẳng $A'H$ và $D'H$.



Tam giác DEF lần lượt có $D'E = \frac{D'B'}{2} = \frac{\sqrt{13}}{2}$, $D'F = \frac{D'A}{2} = \frac{5}{2}$, $EF = \frac{B'A}{2} = \sqrt{5}$.

Theo hê rông ta có: $S_{DEF} = \frac{\sqrt{61}}{4}$. Suy ra $D'H = \frac{2S_{DEF}}{EF} = \frac{\sqrt{305}}{10}$.

Tam giác $D'A'H$ có: $\cos \widehat{A'HD'} = \frac{HA'^2 + HD'^2 - A'D'^2}{2HA'.HD'} = -\frac{29}{61}$.

Do đó $\widehat{A'HD'} \approx 118,4^\circ$ hay $(\widehat{A'H}, \widehat{D'H}) \approx 180^\circ - 118,4^\circ = 61,6^\circ$.

Cách 2: Gắn hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ vào hệ trục tọa độ như hình vẽ. Khi đó $A(0;0;0)$, $B(2;0;0)$, $D(0;3;0)$, $C(2;3;0)$, $A'(0;0;4)$, $B'(2;0;4)$, $D'(0;3;4)$, $C'(2;3;4)$.

Gọi $\vec{n}_1$ là véc tơ pháp tuyến của $(AB'D')$. Có $\vec{n}_1 = [\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{AD'}] = (-12; -8; 6)$.

Gọi $\vec{n}_2$ là véc tơ pháp tuyến của $(A'C'D)$. Có $\vec{n}_2 = [\overrightarrow{A'C'}, \overrightarrow{A'D}] = (-12; 8; 6)$.

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(A'C'D)$

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{29}{61}. \text{ Vậy giá trị gần đúng của góc } \alpha \text{ là } 61,6^\circ$$

Câu 44: [2D2-3] Trong thời gian liên tục 25 năm, một người lao động luôn gửi đúng 4.000.000 đồng vào một ngày cố định của tháng ở ngân hàng M với lãi suất không thay đổi trong suốt thời

gian gửi tiền là 0,6% tháng. Gọi A đồng là số tiền người đó có được sau 25 năm. Hỏi mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $3.500.000.000 < A < 3.550.000.000$.

B. $3.400.000.000 < A < 3.450.000.000$.

C. $3.350.000.000 < A < 3.400.000.000$.

D. $3.450.000.000 < A < 3.500.000.000$.

Lời giải

Chọn C.

Sau tháng thứ 1 người lao động có: $4(1+0,6\%)$ triệu

Sau tháng thứ 2 người lao động có:

$$(4(1+0,6\%)+4)(1+0,6\%) = 4[(1+0,6\%)^2 + (1+0,6\%)] \text{ triệu}$$

...

Sau tháng thứ 300 người lao động có:

$$4[(1+0,6\%)^{300} + (1+0,6\%)^{299} \dots + (1+0,6\%)] = 4(1+0,6\%) \frac{(1+0,6\%)^{300} - 1}{(1+0,6\%) - 1} \approx 3364,866$$

($\approx 3.364.866.000$ đồng).

Câu 45: [2H1-4] Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, $AB = 6\text{cm}$, $BC = BB' = 2\text{cm}$. Điểm E là trung điểm cạnh BC . Một tứ diện đều $MNPQ$ có hai đỉnh M và N nằm trên đường thẳng $C'E$, hai đỉnh P , Q nằm trên đường thẳng đi qua điểm B' và cắt đường thẳng AD tại điểm F . Khoảng cách DF bằng

A. 1cm.

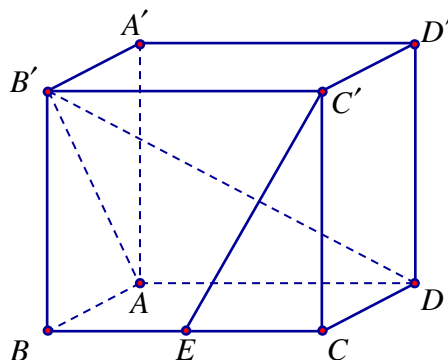
B. 2cm.

C. 3cm.

D. 6cm.

Lời giải

Chọn B.



Do tứ diện $MNPQ$ đều nên ta có $MN \perp PQ$ hay $EC' \perp BF$.

Ta có: $\overrightarrow{B'F} = \overrightarrow{B'A} + \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{B'A} + \overrightarrow{B'B} + k\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{B'A} + \overrightarrow{B'B} + k\overrightarrow{B'C'}$

$$\text{Và } \overrightarrow{EC'} = \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CC'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{B'C'} - \overrightarrow{B'B}$$

$$\text{Khi đó, } \overrightarrow{EC'} \cdot \overrightarrow{BF} = -B'B^2 + \frac{k}{2}B'C'^2 = -4 + \frac{k}{2} \cdot 4 = 0 \Rightarrow k = 2. \text{ Vậy } \overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{AD}$$

Vậy F là điểm trên AD sao D là trung điểm của AF .

Do đó $DF = BC = 2\text{cm}$.

Câu 46: Hàm số $y = (x+m)^3 + (x+n)^3 - x^3$ (tham số $m; n$) đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4(m^2 + n^2) - m - n$ bằng

A. -16.

B. 4.

C. $-\frac{1}{16}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } y' = 3(x+m)^2 + 3(x+n)^2 - 3x^2 = 3[x^2 + 2(m+n)x + m^2 + n^2].$$

$$\text{Hàm số đồng biến trên } (-\infty; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow mn \leq 0.$$

$$\text{TH1: } mn = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ n = 0 \end{cases}.$$

Do vai trò của m, n là như nhau nên ta chỉ cần xét trường hợp $m = 0$.

$$\Rightarrow P = 4n^2 - n = \left(2n - \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{16} \geq -\frac{1}{16} (1).$$

TH2: $mn < 0 \Leftrightarrow m > 0; n < 0$ (Do vai trò của m, n như nhau).

$$\text{Ta có } P = \left(2m - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{16} + 4n^2 + (-n) \geq -\frac{1}{16} (2).$$

Từ (1), (2) ta có $P_{\min} = -\frac{1}{16}$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $m = \frac{1}{8}; n = 0$ hoặc $m = 0; n = \frac{1}{8}$.

Câu 47: Một khối lập phương có độ dài cạnh là 2cm được chia thành 8 khối lập phương cạnh 1cm. Hỏi có bao nhiêu tam giác được tạo thành từ các đỉnh của khối lập phương cạnh 1cm.

A. 2876.

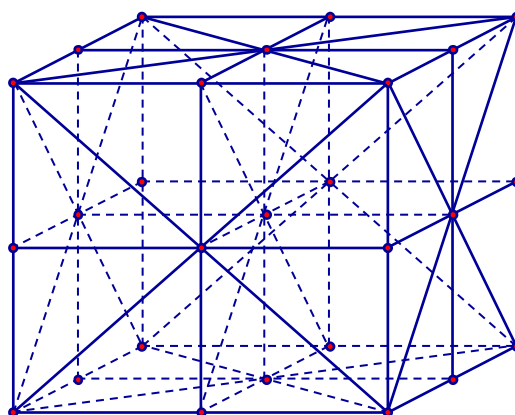
B. 2898.

C. 2915.

D. 2012.

Lời giải

Chọn A.



Có tất cả 27 điểm.

Chọn 3 điểm trong 27 có $C_{27}^3 = 2925$.

Có tất cả $(8 \cdot 2 + 6 \cdot 2 + 4 \cdot 2 + 4 + 3 + 2 + 2 + 2) = 49$ bộ ba điểm thẳng hàng.

Vậy có $2925 - 49 = 2876$ tam giác.

Câu 48: Hai người ngang tài ngang sức tranh chức vô địch của một cuộc thi cờ tướng. Người giành chiến thắng là người đầu tiên thắng được năm ván cờ. Tại thời điểm người chơi thứ nhất đã thắng 4 ván và người chơi thứ hai mới thắng 2 ván, tính xác suất để người chơi thứ nhất giành chiến thắng.

A. $\frac{3}{4}$.

B. $\frac{4}{5}$.

C. $\frac{7}{8}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Theo giả thiết hai người ngang tài ngang sức nên xác suất thắng thua trong một ván đấu là $0,5; 0,5$.

Xét tại thời điểm người chơi thứ nhất đã thắng 4 ván và người chơi thứ hai thắng 2 ván.

Để người thứ nhất chiến thắng thì người thứ nhất cần thắng 1 ván và người thứ hai thắng không quá hai ván.

Có ba khả năng:

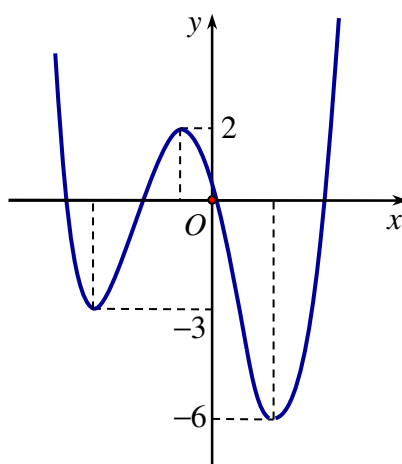
TH1: Đánh 1 ván. Người thứ nhất thắng xác suất là $0,5$.

TH2: Đánh 2 ván. Người thứ nhất thắng ở ván thứ hai xác suất là $(0,5)^2$.

TH3: Đánh 3 ván. Người thứ nhất thắng ở ván thứ ba xác suất là $(0,5)^3$.

$$\text{Vậy } P = 0,5 + (0,5)^2 + (0,5)^3 = \frac{7}{8}..$$

Câu 49: Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = f(x)$.



Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |f(x-1) + m|$ có 5 điểm cực trị. Tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng

A. 12.

B. 15.

C. 18.

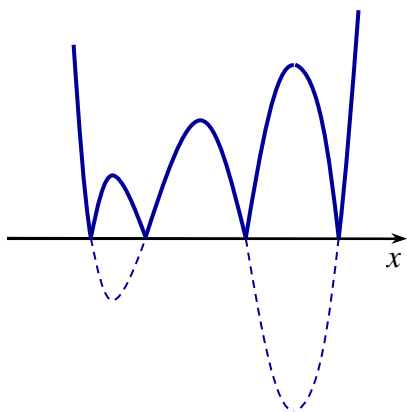
D. 9.

Lời giải

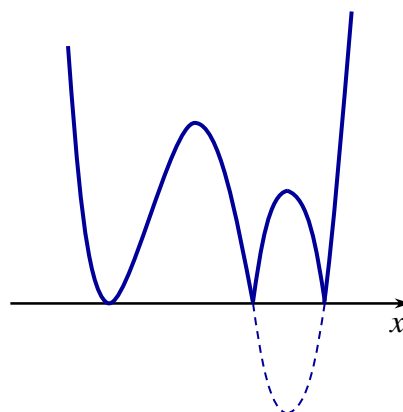
Chọn A.

Nhận xét: Số giao điểm của $(C): y = f(x)$ với Ox bằng số giao điểm của $(C'): y = f(x-1)$ với Ox .

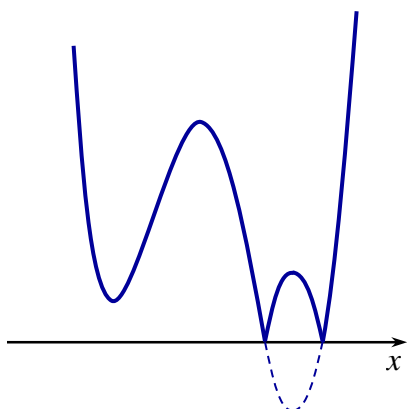
Vì $m > 0$ nên $(C''): y = f(x-1) + m$ có được bằng cách tịnh tiến $(C'): y = f(x-1)$ lên trên m đơn vị.



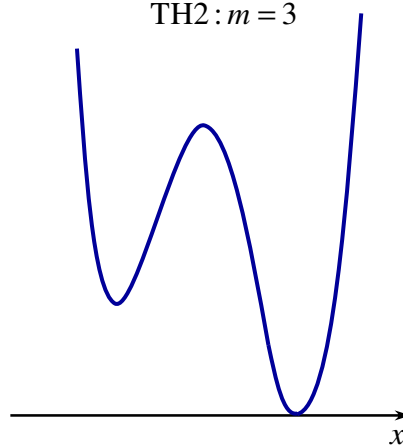
TH1: $0 < m < 3$



TH2: $m = 3$



TH3: $3 < m < 6$



TH4: $m \geq 6$

TH1: $0 < m < 3$. Đồ thị hàm số có 7 điểm cực trị. Loại.

TH2: $m = 3$. Đồ thị hàm số có 5 điểm cực trị. Nhận.

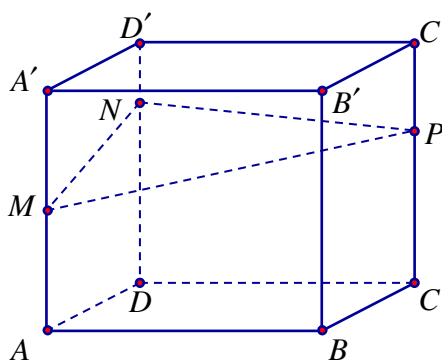
TH3: $3 < m < 6$. Đồ thị hàm số có 5 điểm cực trị. Nhận.

TH4: $m \geq 6$. Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị. Loại.

Vậy $3 \leq m < 6$. Do $m \in \mathbb{Z}^*$ nên $m \in \{3; 4; 5\}$.

Vậy tổng giá trị tất cả các phân tử của S bằng 12.

Câu 50: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 2110. Biết $A'M = MA$; $DN = 3ND'$; $CP = 2PC'$. Mặt phẳng (MNP) chia khối hộp đã cho thành hai khối đa diện. Thể tích khối đa diện nhỏ hơn bằng



A. $\frac{7385}{18}$.

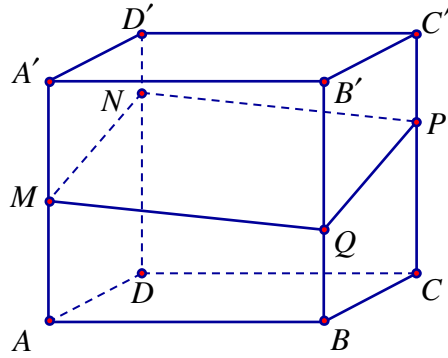
B. $\frac{5275}{12}$.

C. $\frac{8440}{9}$.

D. $\frac{5275}{6}$.

Lời giải

Chọn D.



Ta có: $\frac{V_{MNPQ.A'B'C'D'}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}} = \frac{1}{2} \left(\frac{A'M}{A'A} + \frac{C'P}{C'C} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) = \frac{5}{12}.$

$$V_{nhỏ} = V_{MNPQ.A'B'C'D'} = \frac{5}{12} V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{5}{12} \cdot 2110 = \frac{5275}{6}.$$

----- HẾT -----