

I, Phần trắc nghiệm: (5 điểm).

- Câu 1: Cho mệnh đề $A = “\forall x \in R: x^2 < x”$. Mệnh đề nào là phủ định của mệnh đề A ?
A. “ $\exists x \in R: x^2 < x$ ”. B. “ $\exists x \in R: x^2 \geq x$ ”. C. “ $\exists x \in R: x^2 < x$ ”. D. “ $\forall x \in R: x^2 < x$ ”
- Câu 2: Cho tập hợp $A = \{a, b, c, d\}$. Tập A có mấy tập con?
A. 16. B. 15. C. 12. D. 10.
- Câu 3: Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = 2|x-1| + 3|x| - 2$?
A. (2; 6). B. (1; -1). C. (-2; -10). D. (0; -4).
- Câu 4: Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào đúng?
A. $\sin(180^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$. B. $\cos(180^\circ - \alpha) = \cos \alpha$
C. $\tan(180^\circ - \alpha) = \tan \alpha$. D. $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$
- Câu 5: Cho tam giác ABC , chọn công thức đúng ?
A. $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot AB \cos C$. B. $AB^2 = AC^2 - BC^2 + 2AC \cdot BC \cos C$.
C. $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cos C$. D. $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC + \cos C$.
- Câu 6: Cho tam giác ABC có thể xác định được bao nhiêu vector (khác vector không) có điểm đầu và điểm cuối là đỉnh A, B, C ?
A. 2. B. 3. C. 4. D. 6.
- Câu 7: Cho các điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây đúng ?
A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC}$.
- Câu 8: Cho hình bình hành $ABCD$. Tổng các vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ là
A. $\overrightarrow{AC}$. B. $2\overrightarrow{AC}$. C. $3\overrightarrow{AC}$. D. $5\overrightarrow{AC}$.
- Câu 9: Cho $\vec{a} = (3; -4), \vec{b} = (-1; 2)$. Tọa độ của vector $\vec{a} + \vec{b}$ là:
A. (2; -2). B. (4; -6). C. (-3; -8). D. (-4; 6).
- Câu 10: Trong mặt phẳng Oxy cho $\vec{a} = (1; 3), \vec{b} = (-2; 1)$. Tích vô hướng của 2 vector $\vec{a}, \vec{b}$ là:
A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 11: Cho $A = \{x \in N | (2x - x^2)(2x^2 - 3x - 2) = 0\}; B = \{n \in N^* | 3 < n^2 < 30\}$. Khi đó $A \cap B$ bằng:
A. $\{2; 4\}$. B. $\{2\}$. C. $\{4; 5\}$. D. $\{3\}$.
- Câu 12: Cho hệ $\begin{cases} 2x - 3y - 1 \leq 0 \\ -x + y + 6 > 0 \end{cases}$. Điểm nào sau đây không thuộc miền nghiệm của hệ :
A (1; 10). B (-1; 10) C. (10; 1) D. (-2; 10)
- Câu 13: Cho biết $\cot x = 5$. Tính giá trị của $\tan x$?
A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $-\frac{1}{5}$. D. $-\frac{4}{5}$.
- Câu 14: Cho tam giác đều ABC cạnh $2a$. Khi đó $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| =$
A. $2a$. B. $2a\sqrt{3}$. C. $4a$. D. $a\sqrt{3}$.
- Câu 15: Cho tam giác đều ABC có cạnh a . Giá trị $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA}|$ bằng bao nhiêu?
A. $2a$. B. a . C. $a\sqrt{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.
- Câu 16: Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AD, BC của tứ giác $ABCD$. Đẳng thức nào sai?
A. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{MN}$. B. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{MN}$. C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{MN}$. D. $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MN}$.
- Câu 17: Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(1; 3), B(4; 0)$. Tọa độ điểm M thỏa $3\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$ là
A. $M(4; 0)$. B. $M(5; 3)$. C. $M(0; 4)$. D. $M(0; -4)$.

Câu 18: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(2;4)$, $B(-1;4)$, $C(-5;1)$. Tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là:

- A. $D(-8;1)$. B. $D(6;7)$. C. $D(-2;1)$. D. $D(8;1)$.

Câu 19: Tập xác định của hàm số: $f(x) = \frac{-x^2 + 2x}{x^2 + 1}$ là tập hợp nào sau đây?

- A. R . B. $R \setminus \{-1;1\}$. C. $R \setminus \{1\}$. D. $R \setminus \{-1\}$.

Câu 20: Tập xác định của hàm số $y = \frac{3x+4}{(x-2)\sqrt{x+4}}$ là:

- A. $D = R \setminus \{2\}$. B. $D = (-4; +\infty) \setminus \{2\}$. C. $D = [-4; +\infty) \setminus \{2\}$. D. $D = \emptyset$.

Câu 21: Cho các điểm $A(1;1)$, $B(2;4)$, $C(10;-2)$. Góc BAC bằng bao nhiêu?

- A. 90° . B. 60° . C. 45° . D. 30° .

Câu 22: Cho tam giác ABC với trực tâm H . D là điểm đối xứng với B qua tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overline{HA} = \overline{CD}$ và $\overline{AD} = \overline{CH}$. B. $\overline{HA} = \overline{CD}$ và $\overline{DA} = \overline{HC}$.
C. $\overline{HA} = \overline{CD}$ và $\overline{AD} = \overline{HC}$. D. $\overline{HA} = \overline{CD}$ và $\overline{AD} = \overline{HC}$ và $\overline{OB} = \overline{OD}$.

Câu 23: Khoảng cách từ A đến B không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Người ta xác định được một điểm C mà từ đó có thể nhìn được A và B dưới một góc $78^\circ 24'$. Biết $CA = 250m$, $CB = 120m$. Khoảng cách AB bằng bao nhiêu?

- A. $266m$. B. $255m$. C. $166m$. D. $298m$.

Câu 24: Cho tam giác đều ABC cạnh bằng a và H là trung điểm BC . Tính $\overline{AH} \cdot \overline{CA}$

- A. $\frac{3a^2}{4}$. B. $\frac{-3a^2}{4}$. C. $\frac{3a^2}{2}$. D. $\frac{-3a^2}{2}$.

Câu 25: Cho M là trung điểm AB , tìm biểu thức sai:

- A. $\overline{MA} \cdot \overline{AB} = -MA \cdot AB$. B. $\overline{MA} \cdot \overline{MB} = -MA \cdot MB$.
C. $\overline{AM} \cdot \overline{AB} = AM \cdot AB$. D. $\overline{MA} \cdot \overline{MB} = MA \cdot MB$.

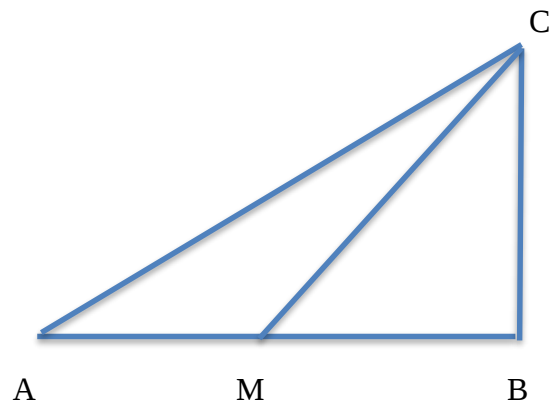
II, Phần tự luận: (5điểm).

Bài 1: (1đ). Cho $\sin x = \frac{2}{3}$; $90^\circ < x < 180^\circ$. Tính $\cos x$.

Bài 2: (1đ): Cho hàm số $y = ax + b$. Tìm a , b biết đồ thị hàm số đi qua $M(1;3)$ và $N(-2;1)$.

Bài 3: (1đ). Lập phương trình của hàm số: $y = ax^2 + bx + c$ biết đồ thị hàm số có đỉnh $I(1;1)$ và qua điểm $M(3;-3)$.

Bài 4. (1đ): Cho hình vẽ biết: $AM = 3cm$; $MB = 5cm$. Góc $CMB = 60^\circ$. Tính độ dài cạnh AC .



Bài 5. (1đ)

1, Cho tam giác ABC có $AB = 3$, $AC = 4$. AD là phân giác trong góc A . Phân tích $\overline{AD}$ theo $\overline{AB}$, $\overline{AC}$

2, Cho tam giác ABC có trung tuyến BM và CN vuông góc với nhau. Tính giá trị nhỏ nhất của $\cos A$.

----- Hết -----

I, Phần trắc nghiệm: (5 điểm).

Câu 1: Phủ định của mệnh đề " $\exists x \in R, 5x - 3x^2 = 1$ " là:

- A. " $\exists x \in R, 5x - 3x^2$ ". B. " $\forall x \in R, 5x - 3x^2 = 1$ ". C. " $\forall x \in R, 5x - 3x^2 \neq 1$ ". D. " $\exists x \in R, 5x - 3x^2 \geq 1$ ".

Câu 2: Cho $A = [-3; 2)$. Tập hợp $C_R A$ là:

- A. $(-\infty; -3)$. B. $(3; +\infty)$. C. $[2; +\infty)$. D. $(-\infty; -3) \cup [2; +\infty)$.

Câu 3: Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = 2|x - 1| + 3|x| - 2$?

- A. $(2; 6)$. B. $(1; -1)$. C. $(-2; -10)$. D. $(0; -4)$.

Câu 4: Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\tan(180^\circ + a) = -\tan a$. B. $\cos(180^\circ + a) = -\cos a$.
C. $\sin(180^\circ + a) = \sin a$. D. $\cot(180^\circ + a) = -\cot a$.

Câu 5: Chọn công thức đúng trong các đáp án sau:

- A. $S = \frac{1}{2}bc \sin A$. B. $S = \frac{1}{2}ac \sin A$. C. $S = \frac{1}{2}bc \sin B$. D. $S = \frac{1}{2}bc \sin B$.

Câu 6: Cho hình vuông $ABCD$, khẳng định nào sau đây đúng:

- A. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$. B. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$. C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. D. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng hướng.

Câu 7: Cho các điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA}$. B. $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC}$. C. $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$.

Câu 8: Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD}$. B. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{CD}$. C. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB}$. D. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$.

Câu 9: Cho $\vec{a} = (-1; 2)$, $\vec{b} = (5; -7)$. Tọa độ của vec tơ $\vec{a} - \vec{b}$ là:

- A. $(6; -9)$. B. $(4; -5)$. C. $(-6; 9)$. D. $(-5; -14)$.

Câu 10: Trong mặt phẳng Oxy cho $\vec{a} = (1; 3)$, $\vec{b} = (-2; 1)$. Tích vô hướng của 2 vector $\vec{a}, \vec{b}$ là:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 11: Cho $A = \{x \in R : x + 2 \geq 0\}$, $B = \{x \in R : 5 - x \geq 0\}$. Khi đó $A \setminus B$ là:

- A. $[-2; 5]$. B. $[-2; 6]$. C. $(5; +\infty)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 12: Cho hệ $\begin{cases} 2x - 3y - 1 > 0 \\ -x + y + 6 \leq 0 \end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ:

- A. $(1; 10)$. B. $(-1; 10)$. C. $(10; 1)$. D. $(-2; 10)$.

Câu 13: Cho biết $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $\sin \alpha$?

- A. $-\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$. D. $-\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Câu 14: Trong mặt phẳng Oxy cho $A(-1; 1)$, $B(1; 3)$, $C(1; -1)$. Khẳng định nào sau đây đúng.

- A. $\overrightarrow{AB} = (4; 2)$, $\overrightarrow{BC} = (2; -4)$. B. $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BC}$.
C. Tam giác ABC vuông cân tại A . D. Tam giác ABC vuông cân tại B .

Câu 15: Cho hình chữ nhật $ABCD$ biết $AB = 4a$ và $AD = 3a$ thì độ dài $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = ?$

- A. $7a$. B. $6a$. C. $2a\sqrt{3}$. D. $5a$.

Câu 16: Cho tam giác đều ABC cạnh a . Khi đó $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA}| =$

- A. $a\sqrt{3}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $2a$. D. a .

Câu 17: Cho tam giác ABC có I , D lần lượt là trung điểm AB , CI , điểm N thuộc cạnh BC sao cho

$BN = 2NC$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{DN}$. B. $\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{ND}$. C. $\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{DN}$. D. $\overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{DN}$.

Câu 18: Trong mặt phẳng Oxy , cho $B(5; -4), C(3; 7)$. Tọa độ của điểm E đối xứng với C qua B là

- A. $E(1; 18)$. B. $E(7; 15)$. C. $E(7; -1)$. D. $E(7; -15)$.

Câu 19: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(-2; 0), B(5; -4), C(-5; 1)$. Tọa độ điểm D để tứ giác $BCAD$ là hình bình hành là:

- A. $D(-8; -5)$. B. $D(8; 5)$. C. $D(-8; 5)$. D. $D(8; -5)$.

Câu 20: Tập xác định của hàm số $y = \frac{x-1}{x^2-x+3}$ là

- A. $\emptyset$. B. R . C. $R \setminus \{1\}$. D. $R \setminus \{0; 1\}$.

Câu 21: Tập xác định của hàm số $f(x) = \sqrt{x-3} + \frac{1}{\sqrt{1-x}}$ là:

- A. $D = (1; 3]$. B. $D = (-\infty; 1) \cup [3; +\infty)$. C. $D = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$. D. $D = \emptyset$.

Câu 22: Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ vị trí A , đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc 60° . Tàu thứ nhất chạy với tốc độ 30 km/h , tàu thứ hai chạy với tốc độ 40 km/h .

Hỏi sau 2 giờ hai tàu cách nhau bao nhiêu km ?

- A. 13. B. $15\sqrt{13}$. C. $20\sqrt{13}$. D. 15.

Câu 23: Cho $\vec{a} = (2; -3)$ và $\vec{b} = (5; m)$. Giá trị của m để $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương là:

- A. -6. B. $-\frac{13}{2}$. C. -12. D. $-\frac{15}{2}$.

Câu 24: Cho tam giác ABC với trực tâm H . D là điểm đối xứng với B qua tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CH}$. B. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{HC}$.
C. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$. D. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$ và $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OD}$.

Câu 25: Cho hai điểm $A(-3, 2), B(4, 3)$. Tìm điểm M thuộc trục Ox và có hoành độ dương để tam giác MAB vuông tại M

- A. $M(7; 0)$. B. $M(5; 0)$. C. $M(3; 0)$. D. $M(9; 0)$.

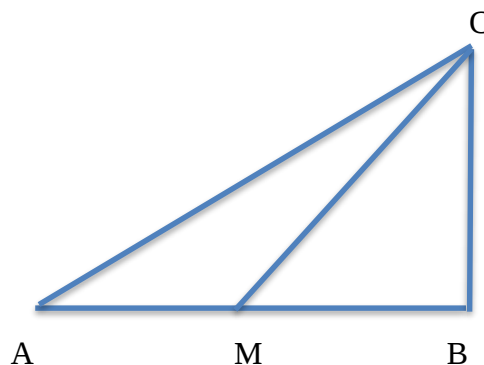
II, Phần tự luận: (5 điểm).

Bài 1: (1đ). Cho $\sin x = \frac{2}{3}; 90^\circ < x < 180^\circ$. Tính $\cos x$.

Bài 2: (1đ): Cho hàm số $y = ax + b$. Tìm a, b biết đồ thị hàm số đi qua $M(1; 3)$ và $N(-2; 1)$.

Bài 3: (1đ). Lập phương trình của hàm số: $y = ax^2 + bx + c$ biết đồ thị hàm số có đỉnh $I(1; 1)$ và qua điểm $M(3; -3)$.

Bài 4. Cho hình vẽ biết: $AM = 3 \text{ cm}; MB = 5 \text{ cm}$. Góc $CMB = 60^\circ$. Tính độ dài cạnh AC .



Bài 5. (1đ)

1, Cho tam giác ABC có $AB = 3, AC = 4$. AD là phân giác trong góc A . Phân tích $\overrightarrow{AD}$ theo $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$

2, Cho tam giác ABC có trung tuyến BM và CN vuông góc với nhau. Tính giá trị nhỏ nhất của $\cos A$.

----- Hết -----

ĐÁP ÁN:

Đề 001:

1B	2A	3A	4D	5C	6D	7B	8B	9A	10A
11B	12C	13A	14B	15C	16B	17C	18C	19A	20B
21A	22C	23B	24B	25D					

Đề 002:

1 C	2D	3A	4B	5A	6B	7B	8D	9C	10A
11C	12C	13C	14C	15D	16A	17A	18D	19D	20B
21D	22C	23D	24C	25C					

Tự luận:

Bài 1: (1đ). Cho $\sin x = \frac{2}{3}$; $90^\circ < x < 180^\circ$. Tính $\cos x$.

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Leftrightarrow \cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{5}{9}. \quad (0,5)$$

$$\text{Có } \Leftrightarrow \cos x = \pm \frac{\sqrt{5}}{3} \Rightarrow \cos x = -\frac{\sqrt{5}}{3} \quad (0,25).$$

$$\text{KL: } \cos x = -\frac{\sqrt{5}}{3} \quad 0,25.$$

Bài 2: (1đ): Cho hàm số $y = ax + b$. Tìm a, b biết đồ thị hàm số đi qua M (1;3) và N(-2;1).

+ Vì đồ thị hàm số qua M(1;3) ta có: $a + b = 3$. (1) (0,25)

+ Vì đồ thị hàm số qua N(-2;1) ta có: $-2a + b = 1$ (2) (0,25).

$$\text{+ Từ (1) và (2) giải hệ pt ta có: } \begin{cases} a = \frac{2}{3} \\ b = \frac{7}{3} \end{cases} \quad (0,25)$$

+ Kết luận: 0,25.

Bài 3: (1đ). Lập phương trình của hàm số: $y = ax^2 + bx + c$ biết đồ thị hàm số có đỉnh I (1;1) và qua điểm M(3; -3).

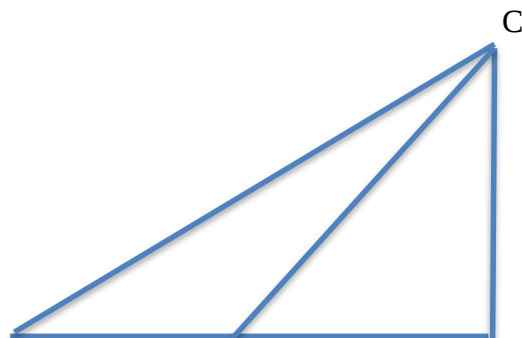
$$\text{+ Vì đồ thị hs có đỉnh I(1;1) ta có: } \begin{cases} \frac{-b}{2a} = 1 \\ a + b + c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \\ a + b + c = 1 \end{cases} \quad 0,25$$

$$\text{+ Vì đồ thị hs qua M(3;-3) ta có: } 9a + 3b + c = -3. \quad 0,25$$

$$\text{+ Giải hệ tìm đc: } \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \\ c = 0 \end{cases} \quad 0,25$$

+ KL: 0,25.

Bài 4. (1đ): Cho hình vẽ biết: $AM = 3\text{cm}$; $MB = 5\text{cm}$. Góc $CMB = 60^\circ$. Tính độ dài cạnh AC.



A

M

B

+ Xét tam giác vuông BMC có: $BC = BM \cdot \tan 60^\circ = 5\sqrt{3}$

0.25

+ $AB = AM + MB = 3 + 5 = 8$

0.25

+ Xét tam giác vuông ABC có: $AC^2 = AB^2 + BC^2 = (5\sqrt{3})^2 + 8^2 = 139 \Rightarrow AC = \sqrt{139}$

0.25

KL:

0.25

Bài 5. (1đ)

1, Cho tam giác ABC có $AB = 3$, $AC = 4$. AD là phân giác trong góc A. Phân tích $\overrightarrow{AD}$ theo $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$

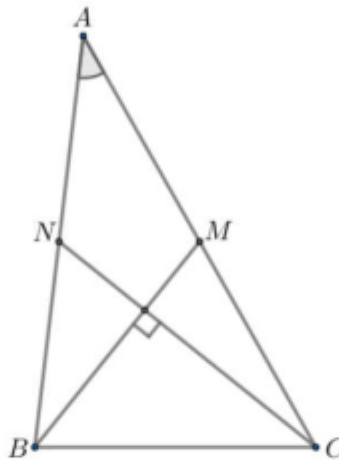
Ta có: $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{BC} = \frac{3}{4}$ (Tính chất phân giác trong)

$$\Rightarrow \overrightarrow{BD} = \frac{3}{7} \overrightarrow{BC} \quad 0.25$$

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{7} \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{7} (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{4}{7} \overrightarrow{AB} + \frac{3}{7} \overrightarrow{AC} \quad 0.25$$

KL:

2, Cho tam giác ABC có trung tuyến BM và CN vuông góc với nhau. Tính giá trị nhỏ nhất của $\cos A$.



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC, AB . Ta có:

$$\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC}.$$

Theo giả thiết $BM \perp CN$ nên ta có $\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{CN} = 0$ hay

$$(\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AB}) \cdot (\overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC}) = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{AB}.$$

Mà $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB}$ nên suy ra

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -\frac{1}{4} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + \frac{1}{2} (AB^2 + AC^2) \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{2}{5} (AB^2 + AC^2).$$

(0.25 đ).

Áp dụng định nghĩa tích vô hướng, kết hợp Bất đẳng thức Cosi ta có

$$\cos A = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{AB \cdot AC} = \frac{2}{5} \frac{AB^2 + AC^2}{AB \cdot AC} \geq \frac{2}{5} \cdot \frac{2\sqrt{AB^2 \cdot AC^2}}{AB \cdot AC} = \frac{4}{5}.$$

Dấu "=" xảy ra khi $AB = AC$ hay tam giác ABC cân tại A. Vậy $\min(\cos A) = \frac{4}{5}$.

(0.25đ)