

Câu 1. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1)$ và điểm $B(1;2;-3)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là

A. $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 20$.

B. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 5$.

C. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 20$.

D. $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 5$.

Câu 2. Thể tích của lăng trụ tam giác đều có đường cao bằng a , cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$ là

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 3. Họ nguyên hàm $\int \left(\frac{x^2 + 2x + 3}{x+1} \right) dx$ bằng

A. $\frac{x^2}{2} + x - 2\ln|x+1| + C$.

B. $x^2 + x + 2\ln|x+1| + C$.

C. $\frac{x^2}{2} + x - \frac{1}{(x+1)^2} + C$.

D. $\frac{x^2}{2} + x + 2\ln|x+1| + C$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		-1	2	-1	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

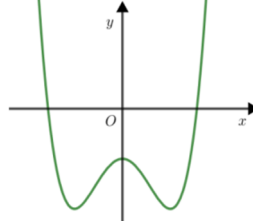
A. -1 .

B. $+\infty$.

C. 0 .

D. 2 .

Câu 5. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như trong hình bên ?



A. $y = -x^3 + 3x - 1$.

B. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

C. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

D. $y = x^3 - 3x - 1$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		-2	2		$-\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

A. $(-\infty; 1)$.

B. $(3; +\infty)$.

C. $(1; 3)$.

D. $(-2; 2)$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+1}{2}$.

Vector nào sau đây là một vector chỉ phương của đường thẳng d ?

- A. $\vec{u}_4 = (1; 3; -2)$. B. $\vec{u}_2 = (-2; 1; -1)$. C. $\vec{u}_1 = (1; -3; 2)$. D. $\vec{u}_3 = (-1; -3; 2)$.

Câu 8. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-3}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 9. Một lớp học có 35 học sinh. Số cách chọn ra 3 học sinh để tham gia văn nghệ trường là

- A. A_{35}^3 . B. 2^{35} . C. C_{35}^3 . D. 35.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $3^{x+2} = 27$ là

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = 2$. D. $x = 3$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 2)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 1-t \\ z = 1+2t \end{cases}$. Phương trình mặt

phẳng đi qua A và vuông góc với d là

- A. $x - y + 2z + 6 = 0$. B. $x + y + z - 2 = 0$. C. $x + y + z + 2 = 0$. D. $x - y + 2z - 6 = 0$.

Câu 12. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 3, AD = 4, AA' = 5$. Gọi O là tâm của đáy $ABCD$. Thể tích của khối chóp $O.A'B'C'$ bằng

- A. 30. B. 10. C. 20. D. 60.

Câu 13. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{\sqrt{x^2-3}}$ là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 14. Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x-2)$ là

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $\mathbb{R}$. D. $(0; 2)$.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	3	-2	$+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 16. Cho số phức $z = i(1-3i)$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng

- A. -4. B. 2. C. -2. D. 4.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3+t \\ y = 1-2t \\ z = -2+t \end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng

d ?

- A. $M(-3; 1; -2)$. B. $N(1; -2; 1)$. C. $Q(-3; -1; -2)$. D. $P(-2; -1; -2)$.

Câu 18. Cho khối cầu có thể tích bằng 36π . Diện tích mặt cầu đã cho bằng

- A. 12π . B. 36π . C. 18π . D. 16π .

Câu 19. Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d = 2, u_1 = -1$. Giá trị u_5 bằng

- A. 11. B. 9. C. 5. D. 7.

Câu 20. Nếu $\int_1^2 f(x)dx = 2$ và $\int_1^2 g(x)dx = -3$ thì $\int_1^2 [f(x) - 2g(x)]dx$ bằng bao nhiêu?

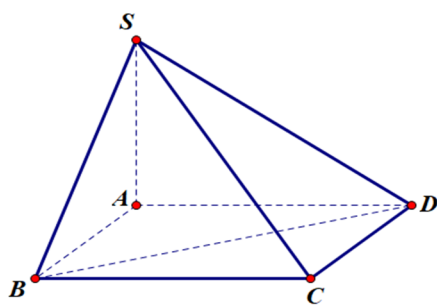
- A. 8. B. 4. C. -3. D. -1.

Câu 21. Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{x-2}}{(x^2-4)(2x-7)}$. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

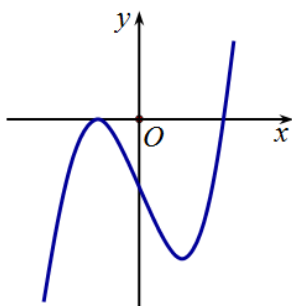
- A. 3. B. 2. C. 4. D. 5.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. C. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{5}$.



Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

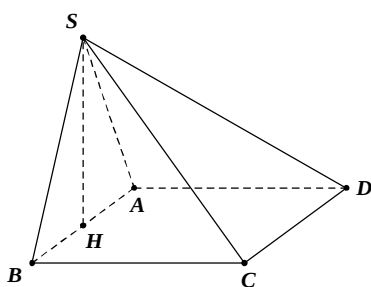


- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 24. Đạo hàm của hàm số $y = \log_{2020}(x^2 + x)$ là

- A. $\frac{2x+1}{(x^2+x)\ln 2020}$. B. $\frac{1}{x^2+x}$. C. $\frac{1}{(x^2+x)\ln 2020}$. D. $\frac{2x+1}{x^2+x}$.

Câu 25. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp đã cho.

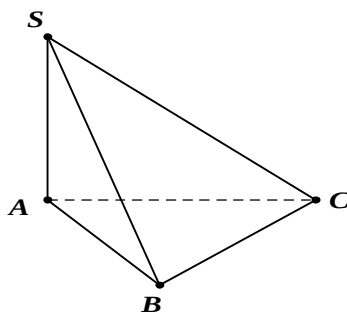


- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 26. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -x + 3y - 2z + 1 = 0$. Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_1 = (-1; 3; -2)$. B. $\vec{n}_2 = (-1; 3; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (1; -3; -2)$. D. $\vec{n}_4 = (-1; 3; 2)$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a\sqrt{3}$. Tam giác ABC đều cạnh a .



Góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 60° . B. 30° . C. 90° . D. 45° .

Câu 28. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ trên đoạn $[-1; 1]$ bằng

- A. -2 . B. 0 . C. -3 . D. 2 .

Câu 29. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \cos^2 x$; $y = 0$ và $x = 0$; $x = \frac{\pi}{4}$ bằng

- A. $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$. B. $\frac{\pi}{4} + 1$. C. $\frac{\pi}{8} + \frac{1}{4}$. D. $\frac{\pi}{8}$.

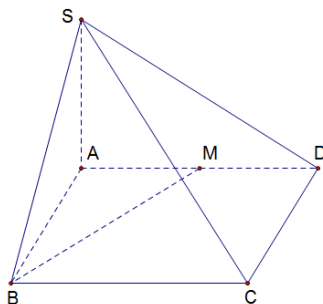
Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - 1)(x^2 - 3x + 2)$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2 . B. 3 . C. 4 . D. 1 .

Câu 31. Xếp 4 bạn nam và 2 bạn nữ thành một hàng ngang. Xác suất để 2 bạn nữ không ngồi cạnh nhau bằng.

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Gọi M là trung điểm của AD . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BM và SD .



- A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Câu 33. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của m để mọi tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - (m-1)x^2 + (m-1)x + 5$ đều có hệ số góc dương. Số phần tử của tập S là

- A. vô số. B. 3 . C. 2 . D. 4 .

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(0; -1; 2)$ song song với hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{2}; d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{-2}$$
 có phương trình là

- A. $4x+4y-z+6=0$. B. $2x+z-2=0$. C. $2x+4y+z+3=0$. D. $-2x-z-2=0$.

Câu 35. Tập nghiệm của bất phương trình $-\log_3^2(x-1)+3\log_3(x-1)-2 \geq 0$ là

- A. $[4;10]$. B. $(4;10)$. C. $(3;9)$. D. $[3;9]$.

Câu 36. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - m \log_9 x^2 + 2 - m = 0$ có nghiệm $x \in [1;9]$.

- A. 1. B. 5. C. 3. D. 2.

Câu 37. Xét số phức z thỏa mãn $|z+1-2i|=2$, giá trị lớn nhất của $|z+2-i|$ bằng

- A. $-2+\sqrt{2}$. B. $2-\sqrt{2}$. C. $2+\sqrt{2}$. D. $\sqrt{2}$.

Câu 38. Cho hàm số $y=f(x)$ biết $f(0)=\frac{1}{2}$ và $f'(x)=x.e^{x^2}$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Khi đó tích phân

$$I = \int_0^1 xf(x)dx \text{ bằng}$$

- A. $\frac{e+1}{4}$. B. $\frac{e-1}{4}$. C. $\frac{e-1}{2}$. D. $\frac{e+1}{2}$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-3	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Hàm số $y=f(2-3x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(2;3)$. B. $(1;2)$. C. $(0;1)$. D. $(1;3)$.

Câu 40. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số

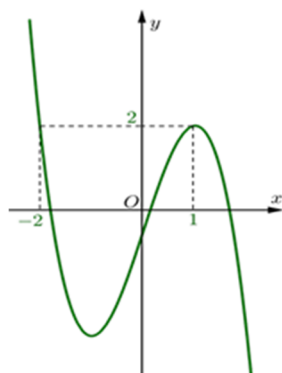
$$y=mx^3-(2m-1)x^2+2mx-m-1$$
 có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành.

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 41. Một công ty may mặc có hai hệ thống máy may chạy song song. Xác suất để hệ thống máy thứ nhất hoạt động tốt là 90%, hệ thống thứ hai hoạt động tốt là 80%. Công ty chỉ có thể hoàn thành đơn hàng đúng hạn nếu ít nhất một trong hai hệ thống máy may hoạt động tốt. Xác suất để công ty hoàn thành đơn hàng đúng hạn là

- A. 98%. B. 2%. C. 80%. D. 72%.

Câu 42. Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f(1-f(x))=2$ là



A. 5.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Câu 43. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{mx-4}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$ là

A. $(-2; 1]$.

B. $(-2; 2)$.

C. $(-2; -1)$.

D. $(-2; -1]$.

Câu 44. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x^2-6x+2m}}$ có hai đường tiệm cận đứng. Số phần tử của tập S là

A. Vô số.

B. 12.

C. 14.

D. 13.

Câu 45. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại C , $AB = 2a$ và góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC') và (ABC) bằng 60° . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'C'$ và BC . Mặt phẳng (AMN) chia khối lăng trụ thành hai phần. Thể tích của phần nhỏ bằng

A. $\frac{7\sqrt{3}a^3}{24}$.

B. $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$.

C. $\frac{7\sqrt{6}a^3}{24}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 46. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\log_2(mx) = \log_{\sqrt{2}}(x+1)$ vô nghiệm?

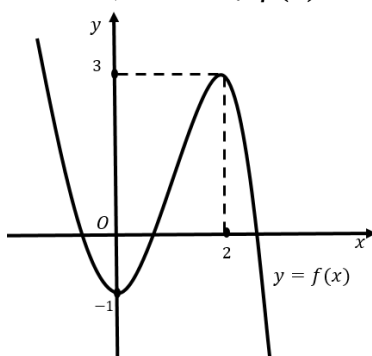
A. 4.

B. 6.

C. 3.

D. 5.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, có đồ thị $f(x)$ như hình vẽ



Hàm số $g(x) = f(x^3 + x)$ đạt cực tiểu tại điểm x_0 . Giá trị x_0 thuộc khoảng nào sau đây?

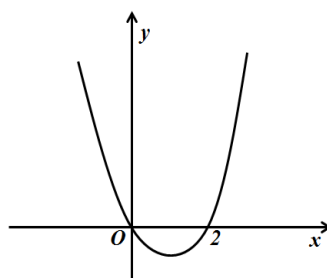
A. $(1; 3)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(3; +\infty)$.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ. Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = f(-x^2 + x)$ là



A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Câu 49. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi M, N, P, Q, R, S là tâm các mặt của hình lập phương. Thể tích khối bát diện đều tạo bởi sáu đỉnh M, N, P, Q, R, S bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{24}$.

B. $\frac{a^3}{4}$.

C. $\frac{a^3}{12}$.

D. $\frac{a^3}{6}$.

Câu 50. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn

$$\log_2 \frac{3x+3y+4}{x^2+y^2} = (x+y-1)(2x+2y-1) - 4(xy+1).$$

Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{5x+3y-2}{2x+y+1}$ bằng

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	C	D	D	C	C	C	D	C	A	D	B	C	A	A	B	A	B	D	A	A	C	D	A	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	A	A	C	A	B	D	C	B	A	A	C	B	A	C	A	C	D	B	A	A	B	D	D	C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Trong hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(-1;2;1)$ và điểm $B(1;2;-3)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là

A. $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 20$.

B. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 5$.

C. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 20$.

D. $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 5$.

Lời giải

Mặt cầu đường kính AB nên tâm I là trung điểm $AB \Rightarrow I(0;2;-1)$.

Bán kính $r = \frac{1}{2} AB = \sqrt{5}$.

Vậy phương trình mặt cầu là $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 5$.

Câu 2. Thể tích của lăng trụ tam giác đều có đường cao bằng a , cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$ là

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Đáy là tam giác đều có diện tích $B = \frac{(a\sqrt{2})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Đường cao $h = a$.

Vậy $V = Bh = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 3. Họ nguyên hàm $\int \left(\frac{x^2 + 2x + 3}{x+1} \right) dx$ bằng

A. $\frac{x^2}{2} + x - 2 \ln |x+1| + C$.

B. $x^2 + x + 2 \ln |x+1| + C$.

C. $\frac{x^2}{2} + x - \frac{1}{(x+1)^2} + C$.

D. $\frac{x^2}{2} + x + 2 \ln |x+1| + C$.

Lời giải

Ta có $\int \left(\frac{x^2 + 2x + 3}{x+1} \right) dx = \int \left(\frac{x^2 + 2x + 1 + 2}{x+1} \right) dx$

$$= \int \left(\frac{(x+1)^2 + 2}{x+1} \right) dx = \int \left(x+1 + \frac{2}{x+1} \right) dx = \frac{x^2}{2} + x + 2 \ln|x+1| + C.$$

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		-1		2		-1		$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. -1 .

B. $+\infty$.

C. 0 .

D. 2 .

Lời giải

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy giá trị cực đại của hàm số là $y = 2$.

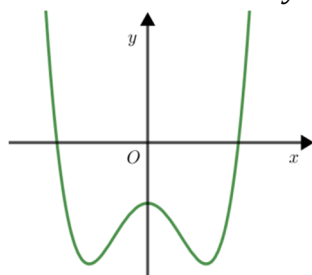
Câu 5. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như trong hình bên ?

A. $y = -x^3 + 3x - 1$.

B. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

C. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

D. $y = x^3 - 3x - 1$.



Lời giải

hìn vào hình ta thấy đồ thị hàm số nhận Oy làm trục đối xứng nên là hàm trùng phương loại đáp án (A) và (D).

Nhìn dáng đồ thị ta nhận thấy $a > 0$ nên loại đáp án (B).

Kết luận chọn đáp án (C).

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		-2		2		$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

A. $(-\infty; 1)$.

B. $(3; +\infty)$.

C. $(1; 3)$.

D. $(-2; 2)$.

Lời giải

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 3)$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+1}{2}$.

Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d ?

A. $\vec{u}_4 = (1; 3; -2)$.

B. $\vec{u}_2 = (-2; 1; -1)$.

C. $\vec{u}_1 = (1; -3; 2)$.

D. $\vec{u}_3 = (-1; -3; 2)$.

Lời giải

Ta có một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_1 = (1; -3; 2)$.

Câu 8. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-3}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x-3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{3}{x}} = 2 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{x-3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{3}{x}} = 2 \end{cases} \Rightarrow y = 2 \text{ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số}$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x+1}{x-3} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2x+1}{x-3} = +\infty \end{cases} \Rightarrow x = 3 \text{ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số}$$

Câu 9. Một lớp học có 35 học sinh. Số cách chọn ra 3 học sinh để tham gia văn nghệ trường là

- A. A_{35}^3 . B. 2^{35} . C. C_{35}^3 . D. 35.

Lời giải

Số cách chọn 3 học sinh trong 35 học sinh là C_{35}^3 .

Câu 10. Nghiệm của phương trình: $3^{x+2} = 27$ là

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = 2$. D. $x = 3$.

Lời giải

Ta có: $3^{x+2} = 27 \Leftrightarrow 3^{x+2} = 3^3 \Leftrightarrow x+2 = 3 \Leftrightarrow x = 1$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 2)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 1-t \\ z = 1+2t \end{cases}$. Phương trình

mặt phẳng đi qua A và vuông góc với d là

- A. $x - y + 2z + 6 = 0$. B. $x + y + z - 2 = 0$.
C. $x + y + z + 2 = 0$. D. $x - y + 2z - 6 = 0$.

Lời giải

Mặt phẳng vuông góc với đường thẳng d nên có VTPT $\vec{n} = \vec{u_d} = (1; -1; 2)$.

Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với d là

$$1(x-1) - 1(y+1) + 2(z-2) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z - 6 = 0.$$

Câu 12. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 3$, $AD = 4$, $AA' = 5$. Gọi O là tâm của đáy $ABCD$. Thể tích của khối chóp $O.A'B'C'$ bằng

- A. 30. B. 10. C. 20. D. 60.

Lời giải

$$\text{Ta có: } V_{O.A'B'C'} = \frac{1}{2} V_{O.A'B'C'D'} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{1}{6} AA'.AB.AD = \frac{1}{6} \cdot 5 \cdot 3 \cdot 4 = 10.$$

Câu 13. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{\sqrt{x^2-3}}$ là

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

$$\text{TXĐ: } D = (-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty).$$

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{\sqrt{x^2-3}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{-x\sqrt{1-\frac{3}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2+\frac{1}{x}}{-\sqrt{1-\frac{3}{x^2}}} = -2$$

$$\text{và } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{\sqrt{x^2-3}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{x\sqrt{1-\frac{3}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2+\frac{1}{x}}{\sqrt{1-\frac{3}{x^2}}} = 2$$

$\Rightarrow y = \pm 2$ là TCN của đồ thị hàm số.

$$\text{Mặt khác } \lim_{x \rightarrow -\sqrt{3}^-} y = \lim_{x \rightarrow -\sqrt{3}^-} \frac{2x+1}{\sqrt{x^2-3}} = -\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}^+} y = \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}^+} \frac{2x+1}{\sqrt{x^2-3}} = +\infty$$

$\Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$ là TCD của đồ thị hàm số đã cho.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 4 đường tiệm cận.

Câu 14. Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x-2)$ là

A. $(2; +\infty)$.

B. $(-\infty; 2)$.

C. $\mathbb{R}$.

D. $(0; 2)$.

Lời giải

Hàm số có nghĩa $\Leftrightarrow x-2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$.

Vậy TXĐ: $D = (2; +\infty)$.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	-2	$+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

FB tác giả: Đoàn Ngọc Hoàng

$$\text{Ta có } 2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{2}$$

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra phương trình đã cho có 3 nghiệm.

Câu 16. Cho số phức $z = i(1-3i)$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng

A. -4.

B. 2.

C. -2.

D. 4.

Lời giải

$$\text{Ta có } z = i(1-3i) = 3+i \Rightarrow \bar{z} = 3-i.$$

Tổng phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng $3+(-1) = 2$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = -2 + t \end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng d ?

d ?

- A.** $M(-3; 1; -2)$. **B.** $N(1; -2; 1)$. **C.** $Q(-3; -1; -2)$. **D.** $P(-2; -1; -2)$.

Lời giải

Thay lần lượt tọa độ các điểm M, N, P, Q vào phương trình đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = -2 + t \end{cases}$ ta

$$\text{được } M \in d \text{ vì } \begin{cases} -3 = -3 + t \\ 1 = 1 - 2t \\ -2 = -2 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 0 \Leftrightarrow t = 0 \\ t = 0 \end{cases}.$$

Câu 18. Cho khối cầu có thể tích bằng 36π . Diện tích mặt cầu đã cho bằng

- A.** 12π . **B.** 36π . **C.** 18π . **D.** 16π .

Lời giải

Thể tích khối cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. Suy ra $\frac{4}{3}\pi R^3 = 36\pi \Leftrightarrow R = 3$.

Diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 3^2 = 36\pi$.

Câu 19. Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d = 2$, $u_1 = -1$. Giá trị u_5 bằng

- A.** 11. **B.** 9. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải

Áp dụng công thức số hạng tổng quát, ta có $u_5 = u_1 + 4d = -1 + 4 \cdot 2 = 7$.

Câu 20. Nếu $\int_1^2 f(x)dx = 2$ và $\int_1^2 g(x)dx = -3$ thì $\int_1^2 [f(x) - 2g(x)]dx$ bằng bao nhiêu?

- A.** 8. **B.** 4. **C.** -3. **D.** -1.

Lời giải

$$\text{Ta có } \int_1^2 [f(x) - 2g(x)]dx = \int_1^2 f(x)dx - 2 \int_1^2 g(x)dx = 2 - 2 \cdot (-3) = 8.$$

Câu 21. Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{x-2}}{(x^2-4)(2x-7)}$. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

đã cho là

- A.** 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

$$\text{Điều kiện xác định: } \begin{cases} x - 2 \geq 0 \\ x^2 - 4 \neq 0 \\ 2x - 7 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \neq \pm 2 \\ x \neq \frac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x \neq \frac{7}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x-2}}{(x^2-4)(2x-7)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\frac{1}{x^5} - \frac{2}{x^6}}}{\left(1 - \frac{4}{x^2}\right)\left(2 - \frac{7}{x}\right)} = 0.$$

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 0$.

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x-2}}{(x^2-4)(2x-7)} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{(x+2)\sqrt{x-2}(2x-7)} = -\infty.$$

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$.

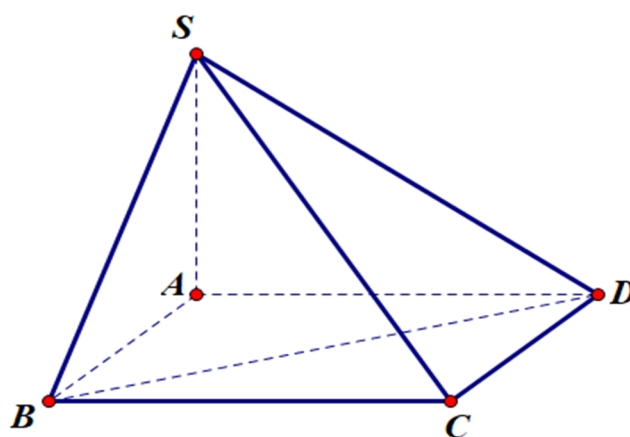
$$\lim_{x \rightarrow (\frac{7}{2})^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (\frac{7}{2})^+} \frac{\sqrt{x-2}}{(x^2-4)(2x-7)} = +\infty; \lim_{x \rightarrow (\frac{7}{2})^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (\frac{7}{2})^-} \frac{\sqrt{x-2}}{(x^2-4)(2x-7)} = -\infty.$$

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = \frac{7}{2}$.

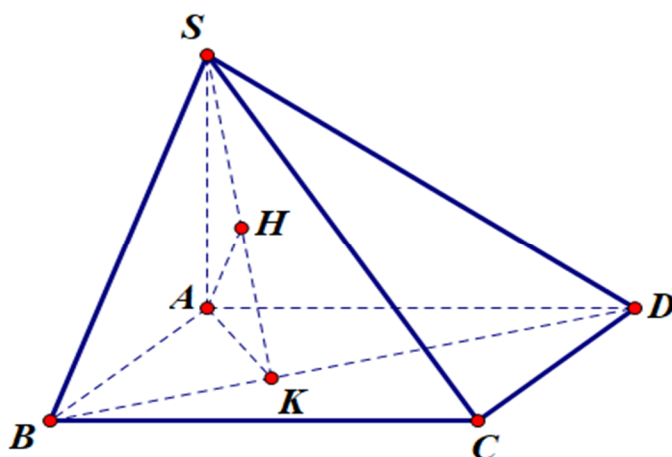
Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. C. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{5}$.



Lời giải



Gọi K là hình chiếu vuông góc của A trên BD .

Khi đó: $\left. \begin{matrix} AK \perp BD \\ BD \perp SA \end{matrix} \right\} \Rightarrow BD \perp (SAK).$

mà $BD \subset (SBD)$ suy ra $(SBD) \perp (SAK)$

mà $(SBD) \cap (SAK) = SK$ nên kẻ $AH \perp SK$ thì $AH \perp (SBD).$

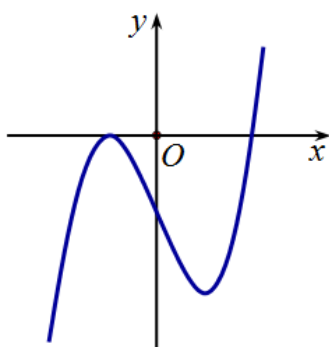
Vậy $d(A, (SBD)) = AH$

Xét tứ diện vuông $ASBD$ suy ra $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AS^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{5}{2a^2}.$

Suy ra $AH = \frac{a\sqrt{10}}{5}.$

Vậy $d(A, (SBD)) = \frac{a\sqrt{10}}{5}.$

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là



A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ suy ra $f'(x)$ đổi dấu 1 lần. Vậy hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực trị.

Câu 24. Đạo hàm của hàm số $y = \log_{2020}(x^2 + x)$ là

A. $\frac{2x+1}{(x^2+x)\ln 2020}.$

B. $\frac{1}{x^2+x}.$

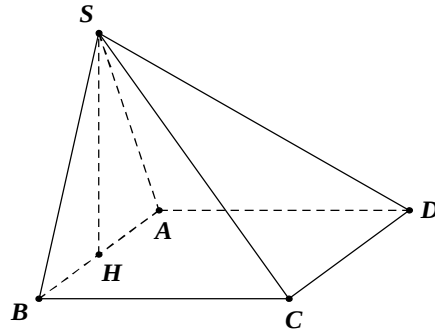
C. $\frac{1}{(x^2+x)\ln 2020}.$

D. $\frac{2x+1}{x^2+x}.$

Lời giải

$$y = \log_{2020}(x^2 + x) \Rightarrow y' = \frac{(x^2 + x)'}{(x^2 + x) \cdot \ln 2020} = \frac{2x+1}{(x^2 + x) \cdot \ln 2020}.$$

Câu 25. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp đã cho.



A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

B. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải

Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot (a\sqrt{2})^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}.$$

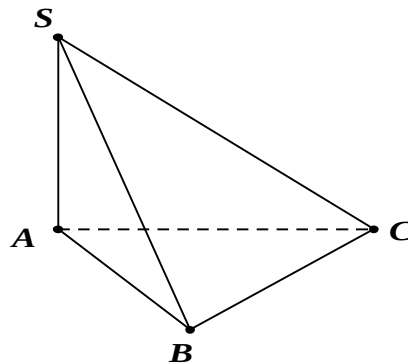
Câu 26. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -x + 3y - 2z + 1 = 0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}_1 = (-1; 3; -2)$. **B.** $\vec{n}_2 = (-1; 3; 1)$. **C.** $\vec{n}_3 = (1; -3; -2)$. **D.** $\vec{n}_4 = (-1; 3; 2)$.

Lời giải

$$(P): -x + 3y - 2z + 1 = 0 \Rightarrow (P) \text{ có một VTPT } \vec{n} = (-1; 3; -2).$$

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a\sqrt{3}$. Tam giác ABC đều cạnh a .



Góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 60° .

B. 30° .

C. 90° .

D. 45° .

Lời giải

Ta có: AC là hình chiếu của SC lên mặt phẳng (ABC) .

$$\text{Nên: } (\widehat{SC, (ABC)}) = (\widehat{SC, AC}) = \widehat{SCA}.$$

$$\text{Xét tam giác } SAC \text{ vuông tại } A: \tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SCA} = 60^\circ.$$

Câu 28. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ trên đoạn $[-1; 1]$ bằng

A. -2 .

B. 0 .

C. -3 .

D. 2 .

Lời giải

$$y' = 3x^2 - 6x.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in (-1; 1) \\ x = 2 \notin (-1; 1) \end{cases}.$$

$$y(0) = 2; y(-1) = -2; y(1) = 0.$$

Vậy $\min_{[-1; 1]} y = y(-1) = -2.$

- Câu 29.** Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \cos^2 x; y = 0$ và $x = 0; x = \frac{\pi}{4}$ bằng
- A. $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}.$ B. $\frac{\pi}{4} + 1.$ C. $\frac{\pi}{8} + \frac{1}{4}.$ D. $\frac{\pi}{8}.$

Lời giải

Diện tích hình phẳng cần tìm là:

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{4}} |\cos^2 x| dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x dx = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 + \cos 2x) dx = \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{8} + \frac{1}{4}.$$

- Câu 30.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - 1)(x^2 - 3x + 2)$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Lời giải

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = 0 \\ x^2 - 3x + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Ta thấy $x = 1$ là nghiệm bội 2, $x = -1; x = 2$ là các nghiệm đơn.

Vậy $f'(x)$ đổi dấu 2 lần nên hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

- Câu 31.** Xếp 4 bạn nam và 2 bạn nữ thành một hàng ngang. Xác suất để 2 bạn nữ không ngồi cạnh nhau bằng.
- A. $\frac{1}{6}.$ B. $\frac{2}{3}.$ C. $\frac{1}{4}.$ D. $\frac{1}{3}.$

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = 6! = 720.$

Gọi biến cố A: “Xếp 2 bạn nữ không ngồi cạnh nhau”:

Số cách xếp 4 bạn nam thành một hàng ngang là: $4! = 24.$

Tiếp theo, xếp 2 bạn nữ vào hàng ngang 4 bạn nam sao cho 2 bạn nữ không ngồi cạnh nhau thì phải xếp 2 bạn nữ xem giữa các bạn nam hoặc đầu hàng hoặc cuối hàng mà mỗi vị trí có nhiều nhất 1 bạn nữ. Như vậy số cách xếp 2 bạn nữ là: $A_5^2 = 20.$

Ta được $n(A) = 4! \cdot A_5^2 = 480.$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{480}{720} = \frac{2}{3}.$$

- Câu 32.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB = a, AD = 2a, SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Gọi M là trung điểm của AD . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BM và SD .

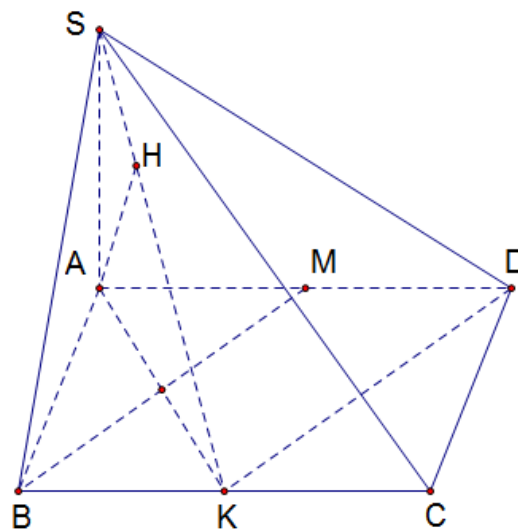
A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải



Gọi K là trung điểm của $BC \Rightarrow BM \parallel DK \Rightarrow BM \parallel (SDK)$

$$\Rightarrow d(BM, SD) = d(BM, (SDK)) = d(M, (SDK)) = \frac{1}{2}d(A, (SDK)).$$

Gọi H là hình chiếu của A lên SK .

Ta dễ dàng chỉ ra được $AH \perp (SDK) \Rightarrow d(A, (SDK)) = AH$.

Tam giác SAK vuông tại A có $AK = a\sqrt{2}, AS = a \Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{3}{2a^2}$

$$\Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow d(BM, SD) = \frac{a\sqrt{6}}{6}$$

Câu 33. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của m để mọi tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - (m-1)x^2 + (m-1)x + 5$ đều có hệ số góc dương. Số phần tử của tập S là

A. vô số.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Tập xác định của hàm số: $\mathbb{R}$.

$$y' = 3x^2 - 2(m-1)x + m-1$$

Theo bài ra, ta có $y' > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 > 0 \\ (m-1)^2 - 3(m-1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow (m-1)(m-4) < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 4.$

Vậy $S = \{2, 3\} \Rightarrow n(S) = 2.$

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(0; -1; 2)$ song song với hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{2}; d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{-2} \text{ có phương trình là}$$

A. $4x + 4y - z + 6 = 0.$

B. $2x + z - 2 = 0.$

C. $2x + 4y + z + 3 = 0.$

D. $-2x - z - 2 = 0.$

Lời giải

Gọi (α) là mặt phẳng cần tìm.

Ta có $\begin{cases} \vec{n}_{(\alpha)} \perp \vec{u}_{d_1} \\ \vec{n}_{(\alpha)} \perp \vec{u}_{d_2} \end{cases}$ và $[\vec{u}_{d_1}, \vec{u}_{d_2}] = (-2; 0; -1).$ Chọn $\vec{n}_{(\alpha)} = -[\vec{u}_{d_1}, \vec{u}_{d_2}] = (2; 0; 1).$

Vậy $(\alpha): 2x + z - 2 = 0.$

Câu 35. Tập nghiệm của bất phương trình $-\log_3^2(x-1) + 3\log_3(x-1) - 2 \geq 0$ là

A. $[4; 10].$

B. $(4; 10).$

C. $(3; 9).$

D. $[3; 9].$

Lời giải

FB tác giả: Dat Lê Quoc

Điều kiện $x > 1.$

Ta có: $-\log_3^2(x-1) + 3\log_3(x-1) - 2 \geq 0 \quad (*)$.

Đặt $t = \log_3(x-1) \Rightarrow (*) \Leftrightarrow -t^2 + 3t - 2 \geq 0 \Leftrightarrow 1 \leq t \leq 2.$

$\Rightarrow 1 \leq \log_3(x-1) \leq 2 \Leftrightarrow 3 \leq x-1 \leq 9 \Leftrightarrow 4 \leq x \leq 10.$

Vậy $S = [4; 10].$

Câu 36. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - m \log_3 x^2 + 2 - m = 0$ có nghiệm $x \in [1; 9].$

A. 1.

B. 5.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Điều kiện: $x > 0$

$\log_3^2 x - m \log_3 x^2 + 2 - m = 0 \Leftrightarrow \log_3^2 x - m \log_3 x + 2 - m = 0 \quad (1).$

Đặt $\log_3 x = t$ với $x \in [1; 9] \Rightarrow t \in [0; 2].$

Với $t \in [0; 2]$ phương trình (1) trở thành: $t^2 - mt + 2 - m = 0 \Leftrightarrow \frac{t^2 + 2}{t + 1} = m.$

Đặt $f(t) = \frac{t^2 + 2}{t + 1}.$ Để thỏa mãn yêu cầu bài toán $\min_{[0, 2]} f(t) \leq m \leq \max_{[0, 2]} f(t).$

$$f'(t) = \frac{t^2 + 2t - 2}{(t+1)^2}; f'(t) = 0 \Leftrightarrow t^2 + 2t - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 + \sqrt{3} \in [0, 2] \\ t = -1 - \sqrt{3} \notin [0, 2] \end{cases}.$$

$$\begin{cases} f(0) = 2 \\ f(\sqrt{3}-1) = 2\sqrt{3}-2 \Rightarrow \min_{[0, 2]} f(t) = 2\sqrt{3}-2; \max_{[0, 2]} f(t) = 2. \\ f(2) = 2 \end{cases}$$

Nên $2\sqrt{3}-2 \leq m \leq 2$. Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m=2$.

Câu 37. Xét số phức z thỏa mãn $|z+1-2i|=2$, giá trị lớn nhất của $|z+2-i|$ bằng

- A. $-2+\sqrt{2}$. B. $2-\sqrt{2}$. C. $2+\sqrt{2}$. D. $\sqrt{2}$.

Lời giải

Gọi số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Theo đề bài ta có: $|z+1-2i|=2 \Leftrightarrow |x+yi+1-2i|=2 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 = 4$.

Vậy tập hợp điểm $M(x; y)$ biểu diễn số phức z trên mặt phẳng Oxy là đường tròn tâm $I(-1; 2)$ bán kính $R=2$.

Xét $|z+2-i| = |x+yi+2-i| = \sqrt{(x+2)^2 + (y-1)^2} = AM$ với $A(-2; 1)$.

$AI = \sqrt{2} < R$ nên A nằm trong đường tròn tâm $I(-1; 2)$ bán kính $R=2$.

AM lớn nhất $\Rightarrow AM = AI + R = \sqrt{2} + 2$.

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ biết $f(0) = \frac{1}{2}$ và $f'(x) = x.e^{x^2}$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Khi đó tích phân

$I = \int_0^1 xf(x)dx$ bằng

- A. $\frac{e+1}{4}$. B. $\frac{e-1}{4}$. C. $\frac{e-1}{2}$. D. $\frac{e+1}{2}$.

Lời giải

Ta có $\int x.e^{x^2} dx = \frac{1}{2} \int e^{x^2} d(x^2) = \frac{1}{2} e^{x^2} + C$

Mặt khác $f(0) = \frac{1}{2} \Rightarrow C = 0$

Do đó $f(x) = \frac{1}{2} e^{x^2}$.

$I = \int_0^1 xf(x)dx = \frac{1}{2} \int_0^1 x.e^{x^2} dx = \frac{1}{4} \int_0^1 e^{x^2} d(x^2) = \frac{1}{4} e^{x^2} \Big|_0^1 = \frac{e-1}{4}$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-3	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Hàm số $y = f(2-3x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(2; 3)$. B. $(1; 2)$. C. $(0; 1)$. D. $(1; 3)$.

Lời giải

x	$-\infty$	-3	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

$$y' = -3f'(2-3x).$$

$$y' > 0 \Leftrightarrow -3f'(2-3x) > 0 \Leftrightarrow f'(2-3x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2-3x < -3 \\ 0 < 2-3x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{5}{3} \\ \frac{1}{3} < x < \frac{2}{3} \end{cases}.$$

Vậy hàm số $y = f(2-3x)$ đồng biến trên các khoảng $\left(\frac{5}{3}; +\infty\right)$ và $\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$. Do đó chọn A.

Câu 40. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số

$$y = mx^3 - (2m-1)x^2 + 2mx - m - 1 \text{ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành.}$$

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Để đồ thị hàm số $y = mx^3 - (2m-1)x^2 + 2mx - m - 1$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành thì phương trình $mx^3 - (2m-1)x^2 + 2mx - m - 1 = 0$ (1) có ba nghiệm phân biệt.

$$\text{Ta có : } mx^3 - (2m-1)x^2 + 2mx - m - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)[mx^2 + (1-m)x^2 + m+1] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ f(x) = mx^2 + (1-m)x^2 + m+1 = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Để phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt thì (2) có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ f(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ (1-m)^2 - 4m(m+1) > 0 \\ m+1-m+m+1 \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -3m^2 - 6m + 1 > 0 \\ m \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \frac{-3-2\sqrt{3}}{3} < m < \frac{-3+2\sqrt{3}}{3} \\ m \neq -2 \end{cases}$$

Mặt khác ta có $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = -1$.

Câu 41. Một công ty may mặc có hai hệ thống máy may chạy song song. Xác suất để hệ thống máy thứ nhất hoạt động tốt là 90%, hệ thống thứ hai hoạt động tốt là 80%. Công ty chỉ có thể hoàn thành đơn hàng đúng hạn nếu ít nhất một trong hai hệ thống máy may hoạt động tốt. Xác suất để công ty hoàn thành đơn hàng đúng hạn là

A. 98%.

B. 2%.

C. 80%.

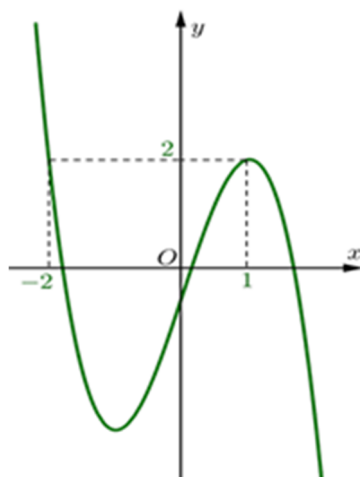
D. 72%.

Lời giải

Xác suất để công ty hoàn thành đơn hàng đúng hạn là

$$P = 90\%.80\% + 90\%.20\% + 10\%.80\% = 98\%.$$

Câu 42. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f(1-f(x)) = 2$ là



A. 5.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Dựa vào đồ thị trên ta có:

$$f(1-f(x))=2 \Rightarrow \begin{cases} 1-f(x)=1 \\ 1-f(x)=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)=0 \\ f(x)=3 \end{cases}$$

Dựa vào đồ thị ta thấy

$f(x)=0$ có 3 nghiệm; $f(x)=3$ có 1 nghiệm

Do đó phương trình $f(1-f(x))=2$ có 4 nghiệm.

Câu 43. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{mx-4}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$ là

A. $(-2; 1]$.

B. $(-2; 2)$.

C. $(-2; -1)$.

D. $(-2; -1]$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$.

$$\text{Ta có } y' = \frac{-m^2+4}{(x-m)^2}$$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$

$$\Leftrightarrow y' > 0, \forall x \in (-1; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -m^2+4 > 0 \\ m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m \leq -1.$$

Câu 44. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x^2-6x+2m}}$ có hai đường tiệm cận đứng. Số phần tử của tập S là

A. Vô số.

B. 12.

C. 14.

D. 13.

Lời giải

Hàm số xác định khi: $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x^2-6x+2m > 0 \end{cases}$.

Điều kiện để đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận đứng là phương trình $x^2-6x+2m=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2 > -2$.

Ta có: $x^2-6x+2m=0 \Leftrightarrow -x^2+6x=2m$ (*)

Xét hàm số: $f(x) = -x^2+6x$ trên $(-2; +\infty)$.

Bảng biến thiên:

x	-2	3	$+\infty$
$f'(x)$		0	
$f(x)$		9	
	-16		$-\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2 > -2$ khi

$$-16 < 2m < 9 \Leftrightarrow -8 < m < \frac{9}{2}.$$

Vậy có 12 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 45. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại C , $AB=2a$ và góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC') và (ABC) bằng 60° . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'C'$ và BC . Mặt phẳng (AMN) chia khối lăng trụ thành hai phần. Thể tích của phần nhỏ bằng

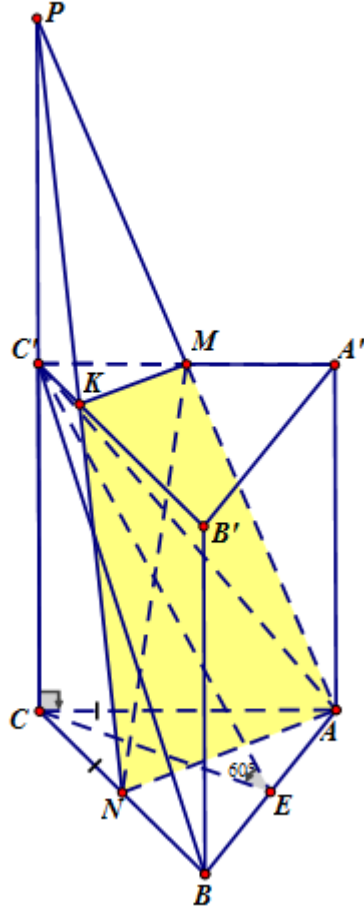
A. $\frac{7\sqrt{3}a^3}{24}$.

B. $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$.

C. $\frac{7\sqrt{6}a^3}{24}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải



Kẻ AM cắt CC' tại P , PN cắt $B'C'$ tại K . Do đó thiết diện tạo bởi mặt phẳng (AMN) với lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ là tứ giác $AMKN$.

Ta có $C'M$ song song và bằng $\frac{1}{2} AC$ nên C' là trung điểm của CP .

Gọi E là trung điểm của AB . Khi đó góc giữa (ABC') và (ABC) là $\widehat{CEC'}$ bằng 60° .

Ta có tam giác CAB vuông cân tại C nên $CA = CB = a\sqrt{2} \Rightarrow CE = a$.

Do đó $CC' = CE \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3} \Rightarrow CP = 2a\sqrt{3}$, $C'K = \frac{1}{2}CN = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.

$$\Rightarrow V_{P.CAN} = \frac{1}{3}CP \cdot \frac{1}{2}AC \cdot CN = \frac{a^3\sqrt{3}}{3} \text{ (đơn vị thể tích)}.$$

$$V_{P.C'MK} = \frac{1}{3}C'P \cdot \frac{1}{2}C'K \cdot C'M = \frac{a^3\sqrt{3}}{24} \text{ (đơn vị thể tích)}.$$

$$\Rightarrow V_{CAN.C'MK} = \frac{7a^3\sqrt{3}}{24} \text{ (đơn vị thể tích)}.$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = CC' \cdot \frac{1}{2}AC \cdot CB = a^3\sqrt{3} \text{ (đơn vị thể tích)}.$$

$$\Rightarrow V_{ABN.A'B'KM} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{ACN.MC'K} = a^3\sqrt{3} - \frac{7a^3\sqrt{3}}{24} = \frac{17a^3\sqrt{3}}{24} \text{ (đơn vị thể tích)}.$$

$$\text{Do đó thể tích phần nhỏ bằng } V_{CAN.C'MK} = \frac{7a^3\sqrt{3}}{24} \text{ (đơn vị thể tích)}.$$

Câu 46. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\log_2(mx) = \log_{\sqrt{2}}(x+1)$ vô nghiệm?

A. 4.

B. 6.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

Xét bài toán: Tìm m để phương trình $\log_2(mx) = \log_{\sqrt{2}}(x+1)$ (1) có nghiệm.

Điều kiện $x+1 > 0$ (2) và $mx > 0$ (3)

Với điều kiện trên thì (1) $\Leftrightarrow \log_2(mx) = \log_2(x+1)^2$

$$\Leftrightarrow mx = (x+1)^2 \quad (4)$$

* Nếu $x = 0$ thì (4) vô lý.

$$* \text{ Nếu } x \neq 0 \text{ thì } (4) \Leftrightarrow m = \frac{x^2 + 2x + 1}{x}$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x}$ trên tập $D = (-1; +\infty) \setminus \{0\}$

$$f'(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2}$$

$f'(x)$ không xác định tại $x = 0$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

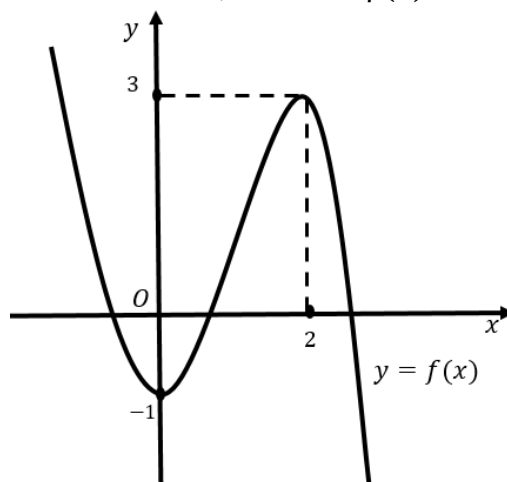
x	-1	0	1	$+\infty$
y'	-		- 0 +	
y	0 $\searrow$ $-\infty$	$+\infty \searrow$ 4 $\nearrow$ $+\infty$		

Từ bảng biến thiên suy ra để phương trình đã cho có nghiệm thì $m < 0$ hoặc $m \geq 4$

Từ đó suy ra để phương trình đã cho vô nghiệm thì $0 \leq m < 4$.

Vậy $m \in \{0; 1; 2; 3\}$ thì phương trình đã cho vô nghiệm.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, có đồ thị $f(x)$ như hình vẽ



Hàm số $g(x) = f(x^3 + x)$ đạt cực tiểu tại điểm x_0 . Giá trị x_0 thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(1; 3)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(3; +\infty)$.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ suy ra bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Ta có

$$g'(x) = (3x^2 + 1)f'(x^3 + x) = 0 \Leftrightarrow f'(x^3 + x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 + x = 0 \\ x^3 + x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$$

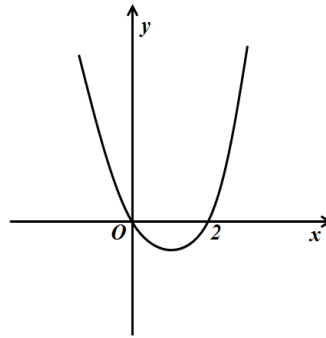
$$g'(x) > 0 \Leftrightarrow f'(x^3 + x) > 0 \Leftrightarrow 0 < x^3 + x < 2 \Leftrightarrow 0 < x < 1.$$

Ta có bảng biến thiên của $g(x)$ như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$g(x)$					

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số $g(x)$ có điểm cực tiểu là $x_0 = 0$.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ. Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = f(-x^2 + x)$ là



A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

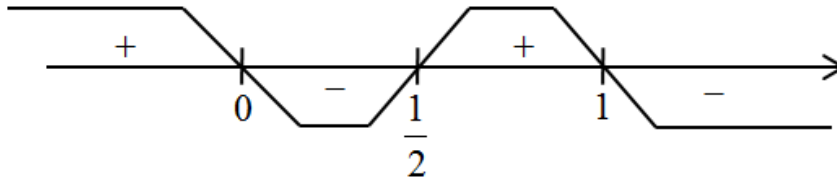
Lời giải

Ta có: $g'(x) = (-2x + 1)f'(-x^2 + x)$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 1 = 0 \\ -x^2 + x = 0 \\ -x^2 + x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$$

$$\text{Ta thấy khi } x > 1 \Rightarrow \begin{cases} -x^2 + x < 0 \\ -2x + 1 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'(-x^2 + x) > 0 \\ -2x + 1 < 0 \end{cases} \Rightarrow g'(x) < 0.$$

Xét dấu $g'(x)$ trên trục số:



Suy ra $g(x) = f(-x^2 + x)$ có 1 điểm cực tiểu.

Câu 49. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi M, N, P, Q, R, S là tâm các mặt của hình lập phương. Thể tích khối bát diện đều tạo bởi sáu đỉnh M, N, P, Q, R, S bằng

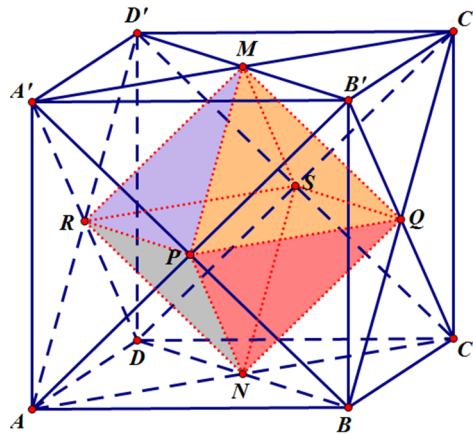
A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{24}$.

B. $\frac{a^3}{4}$.

C. $\frac{a^3}{12}$.

D. $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải



Ta có: RP là đường trung bình của tam giác $A'DB$. Do đó: $RP = \frac{1}{2}BD = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ và $RP \parallel BD$ (1).

PQ là đường trung bình của tam giác $B'AC$. Do đó: $PQ = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ và $PQ \parallel AC$ (2).

QS là đường trung bình của tam giác $B'D'C$. Do đó: $QS = \frac{1}{2}B'D' = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

SR là đường trung bình của tam giác $A'C'D$. Do đó: $SR = \frac{1}{2}A'C' = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Khi đó: $RP = PQ = QS = SR = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Suy ra tứ giác $PQSR$ là hình thoi.

Ta có: $AC \perp BD$, kết hợp với (1) và (2), ta được: $RP \perp PQ$.

Khi đó tứ giác $PQSR$ là hình vuông.

Do đó diện tích hình vuông $PQSR$ là: $S_{PQSR} = \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{2}$.

Lại có: $d(M, (PQSR)) = \frac{1}{2}DD' = \frac{1}{2}a$.

Thể tích khối chóp $M.PQSR$ là: $V_{M.PQSR} = \frac{1}{3}d(M, (PQSR)).S_{PQSR} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}a \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3}{12}$.

Vậy thể tích khối bát diện đều tạo bởi sáu đỉnh M, N, P, Q, R, S là:

$$V_{MNPQSR} = 2V_{M.PQSR} = \frac{a^3}{6}.$$

Câu 50. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn

$$\log_2 \frac{3x+3y+4}{x^2+y^2} = (x+y-1)(2x+2y-1) - 4(xy+1). \text{ Giá trị lớn nhất của biểu thức } P = \frac{5x+3y-2}{2x+y+1} \text{ bằng}$$

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

$$\log_2 \frac{3x+3y+4}{x^2+y^2} = (x+y-1)(2x+2y-1) - 4(xy+1).$$

$$\Leftrightarrow \log_2 (3x+3y+4) - \log_2 (x^2+y^2) = 2(x^2+y^2) - (3x+3y+4) + 1.$$

$$\Leftrightarrow \log_2 (3x+3y+4) - [\log_2 (x^2+y^2) + 1] = 2(x^2+y^2) - (3x+3y+4).$$

$$\Leftrightarrow \log_2 (3x+3y+4) - \log_2 2(x^2+y^2) = 2(x^2+y^2) - (3x+3y+4).$$

$$\Leftrightarrow (3x+3y+4) + \log_2 (3x+3y+4) = 2(x^2+y^2) + \log_2 2(x^2+y^2) \quad (*)$$

Xét hàm số $f(t) = t + \log_2 t$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ nên

$$(*) \Leftrightarrow (3x+3y+4) = 2(x^2+y^2)$$

$$\text{Ta có } (x+y)^2 \leq 2(x^2+y^2) \Leftrightarrow (x+y)^2 \leq (3x+3y+4) \Leftrightarrow (x+y)^2 - 3(x+y) - 4 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow -1 \leq x+y \leq 4. \text{ Do } x, y \text{ là các số thực dương nên } 0 < x+y \leq 4 \Rightarrow x+y-4 \leq 0.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} x+y-4 \leq 0 \\ 2x+y+1 > 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{x+y-4}{2x+y+1} \leq 0$$

$$\text{Suy ra } P = \frac{5x+3y-2}{2x+y+1} = \frac{2(2x+y+1) + (x+y-4)}{2x+y+1} = 2 + \frac{x+y-4}{2x+y+1} \leq 2.$$

Vậy $P_{\max} = 2$ xảy ra khi $x = y = 2$.

-----**HẾT**-----