SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **HÀ NAM** *(Đề thi gồm 02 trang)*	**ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC KÌ I** **Năm học 2017 – 2018** **Môn: Toán** *Thời gian làm bài: 90 phút*

Mã đề 124

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm)

Câu 1: Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y=2x^3-3x+2$ và Parabol $y=-x^2+10x-4$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 2: Cho hàm số $g(x)=\log(2x+4)$. Tính $g'(-1)$.

A. $g'(-1)=\frac{1}{2\ln 10}$. **B.** $g'(-1)=-\frac{1}{\ln 10}$.

C. $g'(-1)=-\frac{1}{2\ln 10}$. **D.** $g'(-1)=\frac{1}{\ln 10}$.

Câu 3: Cho hình nón tròn xoay có diện tích xung quanh bằng 16π và độ dài đường sinh bằng 8. Tính bán kính đường tròn đáy r của hình nón đã cho.

A. $r=4$. **B.** $r=\frac{1}{2}$. **C.** $r=2$. **D.** $r=1$.

Câu 4: Hàm số $y=\frac{1}{4}x^4+x^2-\frac{1}{2}$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 5: Cho hàm số $y=e^{-x}.\sin x$. Khẳng định nào sau đây là đúng ?

A. $y^2+\frac{(y'')^2}{2}=e^{-2x}$. **B.** $y^2+\frac{(y'')^2}{2}=e^{-x}$. **C.** $y^2+\frac{(y'')^2}{4}=e^{-x}$. **D.** $y^2+\frac{(y'')^2}{4}=e^{-2x}$.

Câu 6: Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{2x^2+1}}{2x^2-5x+2}$.

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 7: Cho khối chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc; $SA=a,\ SB=\frac{a}{2},\ SC=2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{1}{2}a^3$. **B.** $V=\frac{1}{3}a^3$. **C.** $V=a^3$. **D.** $V=\frac{1}{6}a^3$.

Câu 8: Biết $\log_2 3=a,\ \log_3 5=b$. Tính $\log_{1000} 27$ theo a, b.

A. $\frac{b}{1+ab}$. **B.** $\frac{a}{1+ab}$. **C.** $\frac{ab}{1+ab}$. **D.** $\frac{1}{1+ab}$.

Câu 9: Biết hàm số $y=x^3-5x^2+3x-4$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$ với $a<b;\ a, b\in\mathbb{R}$ và đồng biến trên các khoảng $(-\infty;a), (b;+\infty)$. Tính $S=3a+3b$.

A. $S=6$. **B.** $S=9$. **C.** $S=10$. **D.** $S=12$.

Câu 10: Cho tứ diện $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Biết SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA=a$. Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$ theo a.

A. $R=\dfrac{a\sqrt{7}}{4}.$ **B.** $R=a\sqrt{\dfrac{7}{12}}.$ **C.** $R=\dfrac{a\sqrt{7}}{3}.$ **D.** $R=\dfrac{a\sqrt{7}}{12}.$

Câu 11: Gọi $x_1,\, x_2$ là các nghiệm của phương trình $9^{\frac{x-1}{x}}=27^{\frac{x+2}{x+1}}$. Tính $T=x_1x_2$.

A. $T=2.$ **B.** $T=-2.$ **C.** $T=6.$ **D.** $T=-6.$

Câu 12: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\ln\left(-x^2+5x-4\right).$

A. $D=(1;4).$ **B.** $D=(4;+\infty).$

C. $D=(-\infty;1).$ **D.** $D=(-\infty;1)\cup(4;+\infty).$

II. PHẦN TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Bài 1 (1,5 điểm). Cho hàm số $y=x^3-4x^2+5x+2.$

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Gọi A, B là các điểm cực trị của (C). Cho $C\left(\dfrac{11}{2};-1\right)$. Chứng minh rằng các điểm $A,\ B,\ C$ thẳng hàng.

Bài 2 (1,5 điểm). Giải các phương trình sau:

a) $9^x-4.3^{x-1}+\dfrac{1}{3}=0.$ b) $\log_4\left(x^4+6x^2+9\right)=\log_2\left(5-x\right).$

Bài 3 (3,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $AD=2a$, $CD=a\sqrt{2}$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=3a\sqrt{2}$. Gọi K là trung điểm của đoạn AD.

a) Tính thể tích khối chóp $S.BCK$ theo a.

b) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB, AD theo a.

c) Chứng minh rằng (SBK) vuông góc với (SAC).

Bài 4 (1,0 điểm). Cho a, b, c là các số thực dương. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P=\frac{4}{\sqrt{a^2+b^2+c^2+4}}-\frac{9}{(a+b)\sqrt{(a+2c)(b+2c)}}.$$

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT MÃ ĐỀ 124

THỰC HIỆN BỞI NGUYỄN THẾ DUY

https://www.facebook.com/theduy1995

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

1. C	**2. D**	**3. C**	**4. A**	**5. D**	**6. B**
7. D	**8. B**	**9. C**	**10. B**	**11. A**	**12. A**

Câu 1: Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y=2x^3-3x+2$ và Parabol $y=-x^2+10x-4$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

HD: Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (P) là $2x^3-3x+2=-x^2+10x-4$

$$\Leftrightarrow 2x^3+x^2-13x+6=0 \Leftrightarrow (2x-1)(x-2)(x+3)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2;\ x=-3 \\ x=\dfrac{1}{2} \end{array}\right..$$

Vậy hai đồ thị hàm số cắt nhau tại 3 điểm phân biệt. **Chọn C.**

Câu 2: Cho hàm số $g(x)=\log(2x+4)$. Tính $g'(-1)$.

A. $g'(-1)=\dfrac{1}{2\ln 10}$. **B.** $g'(-1)=-\dfrac{1}{\ln 10}$.

C. $g'(-1)=-\dfrac{1}{2\ln 10}$. **D.** $g'(-1)=\dfrac{1}{\ln 10}$.

HD: Ta có $g(x)=\log 2+\log(x+2) \Rightarrow g'(x)=\dfrac{1}{(x+2).\ln 10} \Rightarrow g'(-1)=\dfrac{1}{\ln 10}$. **Chọn D.**

Câu 3: Cho hình nón tròn xoay có diện tích xung quanh bằng 16π và độ dài đường sinh bằng 8. Tính bán kính đường tròn đáy r của hình nón đã cho.

A. $r=4$. **B.** $r=\dfrac{1}{2}$. **C.** $r=2$. **D.** $r=1$.

HD: Ta có $\begin{cases} S_{xq}=16\pi \\ l=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \pi rl=16\pi \\ l=8 \end{cases} \Rightarrow r=\dfrac{16\pi}{8\pi}=2$. **Chọn C.**

Câu 4: Hàm số $y=\dfrac{1}{4}x^4+x^2-\dfrac{1}{2}$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

HD: Hàm số trùng phương $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ với tích $ab\geq 0$ có 1 điểm cực trị.

Vậy hàm số $y=\dfrac{1}{4}x^4+x^2-\dfrac{1}{2}$ có duy nhất 1 điểm cực trị là $x=0$. **Chọn A.**

Câu 5: Cho hàm số $y=e^{-x}.\sin x$. Khẳng định nào sau đây là đúng ?

A. $y^2+\dfrac{(y'')^2}{2}=e^{-2x}$. **B.** $y^2+\dfrac{(y'')^2}{2}=e^{-x}$. **C.** $y^2+\dfrac{(y'')^2}{4}=e^{-x}$. **D.** $y^2+\dfrac{(y'')^2}{4}=e^{-2x}$.

HD: Ta có $y' = -e^{-x}.\sin x + e^{-x}.\cos x = (\cos x - \sin x)e^{-x}$

$$\Rightarrow y'' = (-\sin x - \cos x)e^{-x} - (\cos x - \sin x)e^{-x} = -2e^{-x}.\cos x \Rightarrow \frac{y''}{2} = -e^{-x}.\cos x.$$

Khi đó $y^2 + \left(\frac{y''}{2}\right)^2 = \left(e^{-x}.\sin x\right)^2 + \left(-e^{-x}.\cos x\right)^2 = \left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)e^{-2x} = e^{-2x}$. **Chọn D.**

Câu 6: Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{2x^2+1}}{2x^2-5x+2}$.

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

HD: Hàm số đã cho dạng phân thức $y = \frac{u(x)}{v(x)}$ và có đồ thị (C) ta thấy rằng:

- $\deg u(x) < \deg v(x)$ (với $\deg$ là bậc của đa thức) $\Rightarrow (C)$ có tiệm cận ngang là $y = 0$.
- Phương trình $v(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{1}{2} \\ x = 2 \end{array}\right. \Rightarrow (C)$ có hai tiệm cận đứng là $\left[\begin{array}{l} x = \frac{1}{2} \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 3 đường tiệm cận. **Chọn B.**

Câu 7: Cho khối chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc; $SA = a,\ SB = \frac{a}{2},\ SC = 2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{1}{2}a^3$. **B.** $V = \frac{1}{3}a^3$. **C.** $V = a^3$. **D.** $V = \frac{1}{6}a^3$.

HD: Khối chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc $\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{SA.SB.SC}{6}$.

Với $SA = a,\ SB = \frac{a}{2},\ SC = 2a \longrightarrow$ Thể tích $V_{S.ABC} = \frac{a.\frac{a}{2}.2a}{6} = \frac{a^3}{6}$. **Chọn D.**

Câu 8: Biết $\log_2 3 = a,\ \log_3 5 = b$. Tính $\log_{1000} 27$ theo a, b.

A. $\frac{b}{1+ab}$. **B.** $\frac{a}{1+ab}$. **C.** $\frac{ab}{1+ab}$. **D.** $\frac{1}{1+ab}$.

HD: Ta có $\log_{1000} 27 = \log_{10^3} 27 = \frac{1}{3}\log_{10} 27 = \frac{1}{3}.\frac{\log_2 27}{\log_2 10} = \frac{1}{3}.\frac{\log_2 3^3}{\log_2 (2.5)}$.

$= \frac{1}{3}.\frac{3.\log_2 3}{1+\log_2 5} = \frac{1}{3}.\frac{3.\log_2 3}{1+\log_2 3.\log_3 5} = \frac{1}{3}.\frac{3a}{1+ab} = \frac{a}{1+ab}$. **Chọn B.**

Câu 9: Biết hàm số $y = x^3 - 5x^2 + 3x - 4$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$ với $a < b;\ a, b \in \mathbb{R}$ và đồng biến trên các khoảng $(-\infty;a), (b;+\infty)$. Tính $S = 3a + 3b$.

A. $S = 6$. **B.** $S = 9$. **C.** $S = 10$. **D.** $S = 12$.

HD: Xét hàm số $y = x^3 - 5x^2 + 3x - 4$ trên $\mathbb{R}$, có $y' = 3x^2 - 10x + 3;\ \forall x \in \mathbb{R}$.

Phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 10x + 3 = 0 \Leftrightarrow (3x-1)(x-3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{1}{3} \\ x = 3 \end{array}\right.$.

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$ và $(3; +\infty)$; hàm số nghịch biến trên $\left(\frac{1}{3}; 3\right)$.

Do đó $a = \frac{1}{3}; b = 3 \longrightarrow S = 3a + 3b = 3.\frac{1}{3} + 3.3 = 10$. **Chọn C.**

Câu 10: Cho tứ diện $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Biết SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = a$. Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$ theo a.

A. $R = \frac{a\sqrt{7}}{4}$. **B.** $R = a\sqrt{\frac{7}{12}}$. **C.** $R = \frac{a\sqrt{7}}{3}$. **D.** $R = \frac{a\sqrt{7}}{12}$.

HD: *" Tứ diện $ABCD$ có một cạnh vuông góc với một mặt, chẳng hạn có đường thẳng AB vuông góc với mặt phẳng (BCD). Gọi h là chiều cao của tứ diện $ABCD$, r là bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔBCD. Khi đó, ta có công thức tính nhanh bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ là $R = \sqrt{r^2 + \frac{h^2}{4}}$ "*

Áp dụng CTTN, ta có $R = \sqrt{R^2_{\Delta ABC} + \frac{SA^2}{4}} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \frac{a^2}{4}} = a\sqrt{\frac{7}{12}}$. **Chọn B.**

Câu 11: Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình $9^{\frac{x-1}{x}} = 27^{\frac{x+2}{x+1}}$. Tính $T = x_1 x_2$.

A. $T = 2$. **B.** $T = -2$. **C.** $T = 6$. **D.** $T = -6$.

HD: Điều kiện: $\begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq -1 \end{cases}$. Ta có $9^{\frac{x-1}{x}} = 27^{\frac{x+2}{x+1}} \Leftrightarrow 3^{2.\frac{x-1}{x}} = 3^{3.\frac{x+2}{x+1}} \Leftrightarrow \frac{2(x-1)}{x} = \frac{3(x+2)}{x+1}$.

$\Leftrightarrow 2(x-1)(x+1) = 3x(x+2) \Leftrightarrow 2x^2 - 2 = 3x^2 + 6x \Leftrightarrow x^2 + 6x + 2 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = -3 + \sqrt{7} \\ x_2 = -3 - \sqrt{7} \end{array}\right.$.

Vậy tích $T = x_1 x_2 = 2$. **Chọn A.**

Câu 12: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \ln\left(-x^2 + 5x - 4\right)$.

A. $D = (1; 4)$. **B.** $D = (4; +\infty)$.

C. $D = (-\infty; 1)$. **D.** $D = (-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$.

HD: Hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi $-x^2 + 5x - 4 > 0 \Leftrightarrow 1 < x < 4$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (1; 4)$. **Chọn A.**

II. PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1 (1,5 điểm). Cho hàm số $y = x^3 - 4x^2 + 5x + 2$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Gọi A, B là các điểm cực trị của (C). Cho $C\left(\frac{11}{2};-1\right)$. Chứng minh rằng các điểm $A,\ B,\ C$ thẳng hàng.

Lời giải. a) Học sinh tự làm.

b) Ta có $y' = 3x^2 - 8x + 5;\ \forall x \in \mathbb{R}$. Phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \Rightarrow y(1) = 0 \\ x = \frac{5}{3} \Rightarrow y\left(\frac{5}{3}\right) = -\frac{4}{27} \end{array}\right.$.

Khi đó $A(1;0)$, $B\left(\frac{5}{3};-\frac{4}{27}\right) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \left(\frac{2}{3};-\frac{4}{27}\right)$ và $\overrightarrow{AC} = \left(\frac{9}{2};-1\right)$.

Vậy $\overrightarrow{AC} = \frac{27}{4}\overrightarrow{AB}$ suy ra ba điểm $A,\ B,\ C$ thẳng hàng.

Bài 2 (1,5 điểm). Giải các phương trình sau:

a) $9^x - 4.3^{x-1} + \frac{1}{3} = 0$.   b) $\log_4\left(x^4 + 6x^2 + 9\right) = \log_2(5 - x)$.

Lời giải. a) Ta có $9^x - 4.3^{x-1} + \frac{1}{3} = 0 \Leftrightarrow 3.\left(3^x\right)^2 - 4.3^x + 1 = 0 \Leftrightarrow \left(3^x - 1\right)\left(3.3^x - 1\right) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^x - 1 = 0 \\ 3.3^x - 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^x = 3^0 \\ 3^x = 3^{-1} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -1 \end{array}\right.$. Vậy phương trình có tập nghiệm là $S = \{0;\ -1\}$.

b) Điều kiện: $x < 5$. Ta có $\log_4\left(x^4 + 6x^2 + 9\right) = \log_2(5 - x) \Leftrightarrow \log_{2^2}\left(x^2 + 3\right)^2 = \log_2(5 - x)$

$\Leftrightarrow \log_2\left(x^2 + 3\right) = \log_2(5 - x) \Leftrightarrow x^2 + 3 = 5 - x \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -2 \end{array}\right.$ (tmđk).

Vậy phương trình có tập nghiệm là $S = \{1;\ -2\}$.

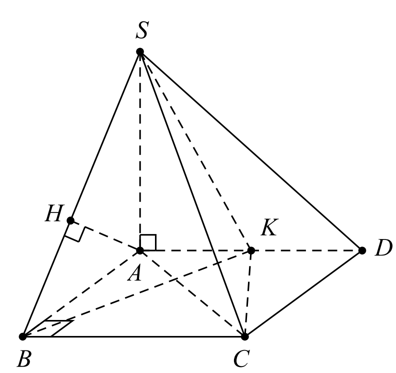
Bài 3 (3,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $AD = 2a$, $CD = a\sqrt{2}$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = 3a\sqrt{2}$. Gọi K là trung điểm của đoạn AD.

a) Tính thể tích khối chóp $S.BCK$ theo a.

b) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB, AD theo a.

c) Chứng minh rằng (SBK) vuông góc với (SAC).

Lời giải. a) Ta có $S_{\Delta BKC} = S_{ABCD} - S_{\Delta ABK} - S_{\Delta KCD} = a^2\sqrt{2}$.



Suy ra thể tích khối chóp $S.BCK$ là

$$V_{S.BCK} = \frac{1}{3}.SA.S_{\Delta BCK} = \frac{1}{3}.3a\sqrt{2}.a^2\sqrt{2} = 2a^3 \text{ (đvtt).}$$

b) Vì $AD // BC \Rightarrow AD // (SBC) \Rightarrow d(SB; AD) = d\left(A; (SBC)\right)$

Kẻ AH vuông góc với SB $\quad (H \in SB) \Rightarrow AH \perp (SBC)$

Tam giác SAB vuông tại A, có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2}$

Suy ra $d\left(SB;AD\right)=\dfrac{SA.AB}{\sqrt{SA^2+AB^2}}=\dfrac{3a\sqrt{2}.a\sqrt{2}}{\sqrt{\left(3a\sqrt{2}\right)^2+\left(a\sqrt{2}\right)^2}}=\dfrac{3a}{\sqrt{5}}$.

c) Ta có $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BK}=\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right).\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BD}\right)=\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right).\left(-2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right)$

$=-2\overrightarrow{AB}^2-\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AD}^2=AD^2-2AB^2=\left(2a\right)^2-2.\left(a\sqrt{2}\right)^2=0.$

Suy ra $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BK}=0\Rightarrow AC\perp BK$ mà $SA\perp BK\Rightarrow BK\perp\left(SAC\right)\Rightarrow\left(SBK\right)\perp\left(SAC\right)$.

Bài 4 (1,0 điểm). Cho a, b, c là các số thực dương. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P=\frac{4}{\sqrt{a^2+b^2+c^2+4}}-\frac{9}{\left(a+b\right)\sqrt{\left(a+2c\right)\left(b+2c\right)}}.$$

Lời giải. Áp dụng bất đẳng thức AM – GM, ta có

$$\left(a+b\right)\sqrt{\left(a+2c\right)\left(b+2c\right)}\le\left(a+b\right).\frac{a+b+4c}{2}=\frac{a^2+b^2+2ab+4ac+4bc}{2}\le2\left(a^2+b^2+c^2\right).$$

Đặt $t=\sqrt{a^2+b^2+c^2+4}$, suy ra $t>2$ và $P\le\dfrac{4}{t}-\dfrac{9}{2\left(t^2-4\right)}$.

Xét hàm số $f\left(t\right)=\dfrac{4}{t}-\dfrac{9}{2\left(t^2-4\right)}$ với $t>2$. Ta có $f'\left(t\right)=-\dfrac{4}{t^2}+\dfrac{9t}{\left(t^2-4\right)^2}=0\Leftrightarrow t=4$.

Tính các giá trị $f\left(4\right)=\dfrac{5}{8}$; $\lim\limits_{t\to2}f\left(t\right)=-\infty$ và $\lim\limits_{t\to4}f\left(t\right)=0$.

Suy ra giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(t\right)$ là $\dfrac{5}{8}$. Dấu " = " xảy ra $\Leftrightarrow a=b=c=2$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P là $\dfrac{5}{8}$.