

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH LỚP 12 THPT

PHÚ THỌ

NĂM HỌC 2020 – 2021

MÃ ĐỀ THI: 361

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian giao đề)

Đề thi gồm có 05 trang

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2; -1; 0)$, bán kính $R = 5$ có phương trình là

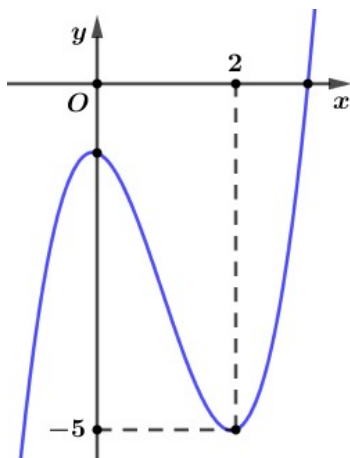
A. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 20 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 20 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + y - 25 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 25 = 0$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $x = 2$.

B. $x = -1$.

C. $x = 0$.

D. $x = -5$.

Câu 3: Có bao nhiêu cách chọn ra 2 cái bút từ một hộp đựng 10 chiếc bút?

A. C_{10}^2 .

B. 2^{10} .

C. 20.

D. A_{10}^2 .

Câu 4: Cho hình lăng trụ có bán kính đáy $r = 2$ và diện tích xung quanh $S_{xq} = 36\pi$. Độ dài đường sinh l của hình trụ đã cho bằng

A. 9.

B. 6.

C. 12.

D. 18.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-
$f(x)$			5		1		5	

Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 5 = 0$ là

A. 1

B. 2

C. 4

D. 3

Câu 6: Đạo hàm của hàm số $y = \log_5 x$ là

A. $y' = \frac{1}{x}$

B. $y' = \frac{1}{x \ln 5}$

C. $y' = \frac{x}{\ln 5}$

D. $y' = \frac{1}{5 \ln x}$

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$		+	+
$f(x)$	2	$+\infty$	2

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là

A. $x = -1$.

B. $x = 2$.

C. $y = -1$.

D. $y = 2$.

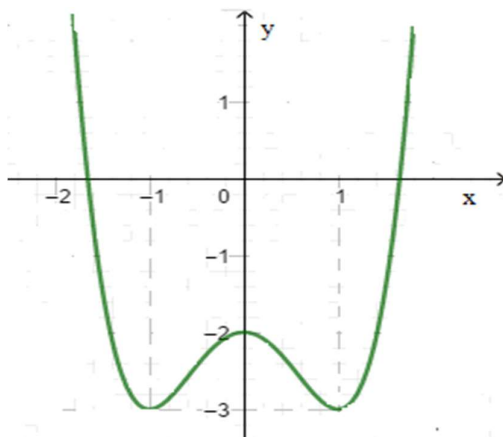
Câu 8: Với x là số thực dương bất kỳ, biểu thức $P = \sqrt[3]{\sqrt{x}}$ bằng

A. $x^{\frac{2}{3}}$.

B. $x^{\frac{5}{6}}$.

C. $x^{\frac{1}{6}}$.

D. $x^{\frac{3}{2}}$.



Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(1; +\infty)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $(-1; 1)$.

Câu 10: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x-1}$ là

A. $\ln|x-1| + C$.

B. $\ln(x-1) + C$.

C. $x - \frac{2}{x-1} + C$.

D. $\frac{1}{(x-1)^2} + C$.

Câu 11: Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và thể tích $V = 6$. Chiều cao h của khối chóp đã cho bằng?

A. 18.

B. 2.

C. 4.

D. 6.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (-1; 3; -2)$ và $\vec{v} = (2; 5; -1)$. Vector $\vec{u} + \vec{v}$ có tọa độ là

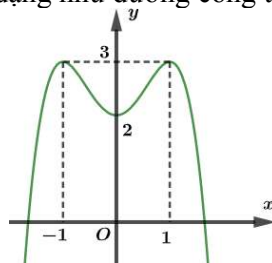
A. $(1; 8; -3)$.

B. $(-3; 8; -3)$.

C. $(3; 8; -3)$.

D. $(-1; -8; 3)$.

Câu 13: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



- A. $y = x^4 - 2x^2 - 2$. B. $y = x^3 + 2x^2 + 2$. C. $y = -x^3 + 2x^2 + 2$. **D. $y = -x^4 + 2x^2 + 2$.**

Câu 14: Tập xác định của hàm số $y = \log_3 x$ là

- A. $[3; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $[0; +\infty)$. **D. $(0; +\infty)$.**

Câu 15: Nghiệm của phương trình $2^{2x-1} = 32$ là

- A. $x = 4$. **B. $x = 3$.** C. $x = 5$. D. $x = 2$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; 1; -1), B(3; -3; 5)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là

- A. $(4; -2; 4)$. B. $(1; -2; 3)$. **C. $(2; -1; 2)$.** D. $(2; -4; 6)$.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1; 2]$. Biết $f(1) = 1, f(2) = 4$. Giá trị $\int_1^2 f'(x) dx$ bằng

- A. 3.** B. -4 . C. 4. D. -3 .

Câu 18: Cho khối cầu có bán kính $r = a$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

- A. $4\pi a^3$. B. $\frac{2}{3}\pi a^3$. C. πa^3 . **D. $\frac{4}{3}\pi a^3$.**

Câu 19: Với a, b là các số thực dương bất kỳ khác 1, khi đó $\log_b a$ bằng

- A. $\log_a b$. **B. $\frac{1}{\log_a b}$.** C. $\log a - \log b$. D. $-\log_a b$.

Câu 20: Cho hình nón có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 9$. Thể tích V của khối nón đã cho bằng

- A. 126π . B. 36π . **C. 48π .** D. 108π .

Câu 21: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -1$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_3 là

- A. -27 . B. 3. **C. -9 .** D. 2.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y + 4z - 2 = 0$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(1; -1; 2)$. **B. $(-1; 1; -2)$.** C. $(1; 1; -2)$. D. $(2; -2; 4)$.

Câu 23: Cho $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx = 1, \int_0^{\frac{\pi}{4}} g(x) dx = -1$. Giá trị $\int_0^{\frac{\pi}{4}} [f(x) + 2g(x)] dx$ bằng

- A. 0. **B. -1 .** C. 1. D. -3 .

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$			1		$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -2)$. B. $(-2; 0)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-3; 1)$.

Câu 25: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3 \sin x$ là

- A. $-3 \sin x + C$. B. $3 \cos x + C$. C. $3 \cos 2x + C$. D. $-3 \cos x + C$.

Câu 26: Một mặt cầu có tâm O nằm trên mặt đáy của hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Các đỉnh A, B, C thuộc mặt cầu. Biết bán kính mặt cầu bằng 3. Tổng độ dài l các giao tuyến của mặt cầu với các mặt bên của hình chóp thỏa mãn điều kiện nào sau đây?

- A. $l \in (\sqrt{3}; 2)$. B. $l \in (3\sqrt{3}; 6)$. C. $l \in (13\sqrt{2}; 12\sqrt{3})$. D. $l \in (1; \sqrt{2})$.

Câu 27: Cho a là số thực dương. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x \left[\ln(ax^2) + \frac{2}{x} \right]$ trên tập $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và thỏa mãn $F(1) = 5; F(2) = 21$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $a \in (3; +\infty)$. B. $a \in (0; 1)$. C. $a \in (1; 2)$. D. $a \in (2; 3)$.

Câu 28: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 < y \leq 2021$ và $3^x + 3x - 6 = 9y + \log_3 y^3$?

- A. 2021. B. 7. C. 9. D. 2020.

Câu 29: Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh $4a$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. $16\pi a^2$. B. $4\pi a^2$. C. $64\pi a^2$. D. $8\pi a^2$.

Câu 30: Cho bất phương trình $(m-1)\log_{\frac{1}{2}}(x-2)^2 + 4(m-5)\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{x-2} + 4m - 4 \geq 0$ với m là tham số thực. Tập hợp tất cả các giá trị của m để bất phương trình có nghiệm thuộc đoạn $\left[\frac{5}{2}; 4\right]$ là?

- A. $[-3; +\infty)$. B. $\left(\frac{7}{3}; +\infty\right)$. C. $\left[-3; \frac{7}{3}\right]$. D. $\left(-\infty; \frac{7}{3}\right)$.

Câu 31: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = (x^2 - 3x + 5)e^x$ trên đoạn $[1; 2]$ bằng

- A. $2e$. B. $4e^2$. C. $3e^2$. D. $3e$.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$, biết $f'(x) = x^3 - 3x + 1$ có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-5; 5]$ sao cho hàm số $y = f(2-x) - (1-m)x - 6$ nghịch biến trên khoảng $(2; 3)$?

- A. 10. B. 9. C. 7. D. 8.

Câu 33: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 \sqrt{1+2x^3}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $F(x) = \frac{2}{9}(\sqrt{1+2x^3})^3$. B. $F(x) = \frac{2}{3}(\sqrt{1+2x^3})^3$.
C. $F(x) = \frac{1}{2}(\sqrt{1+2x^3})^3$. D. $F(x) = \frac{1}{9}(\sqrt{1+2x^3})^3$.

Câu 34: Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = (x-2)(x^2 - 3x + 2)(x-3)^3$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = f(x^2 - 6x + m)$ có 3 điểm cực trị phân biệt là nửa khoảng $[a; b)$. Giá trị của $a + b$ bằng

A. 21. B. 23. C. 22. D. 20.

Câu 35: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 3]$ thỏa mãn $f(3) = 4$, $\int_0^3 [f'(x)]^2 dx = \frac{1}{27}$ và $\int_0^3 x^3 f(x) dx = \frac{333}{4}$. Giá trị của $\int_0^3 f(x) dx$ bằng

A. $x = \frac{3}{2}$. B. $x = \frac{153089}{1215}$. C. $x = \frac{25}{2}$. D. $x = \frac{150893}{21}$.

Câu 36: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-10; 10]$ để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 6(m^2 - 2)x + 1$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$

A. 21. B. 18. C. 20. D. 19.

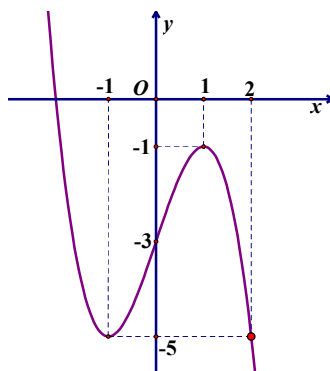
Câu 37: Tổng tất cả số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^2 - 6x + 5}$ bằng

A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.

Câu 38: Tổng các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x-1) = \log_3(mx-8)$ có hai nghiệm phân biệt bằng

A. 11. B. 22. C. 3. D. 18.

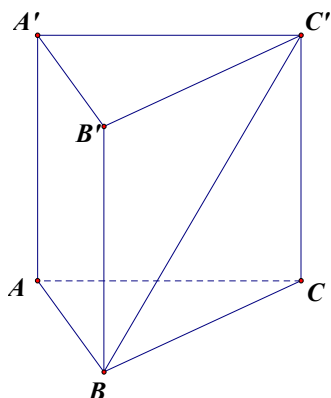
Câu 39: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(\sin^3 x - 1)$ trên đoạn $\left[2\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$. Giá trị của $2M + m$ bằng

A. -5. B. -11. C. -13. D. -7.

Câu 40: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ)



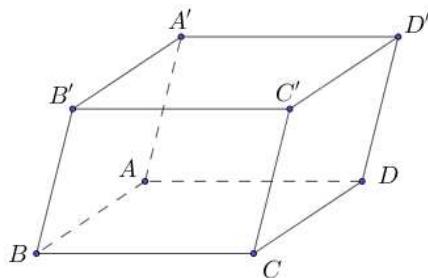
Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC' bằng

- A. a . B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $2a$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;2)$ và $B(3;2;-3)$. Mặt cầu (S) có tâm I thuộc trục Ox và đi qua hai điểm A, B có bán kính bằng

- A. 4. B. $4\sqrt{2}$. C. $\sqrt{14}$. D. 3.

Câu 42: Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = \sqrt{2}a$, $AD = 2a$. Điểm A' cách đều các điểm A, B, C, D . Mặt bên $(CDD'C')$ tạo với mặt phẳng đáy một góc 45° (tham khảo hình vẽ).



Thể tích khối hộp đã cho bằng

- A. $2\sqrt{6}a^3$. B. $\sqrt{2}a^3$. C. $2\sqrt{2}a^3$. D. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 43: Cho hai số thực $a > 1, b > 1$. Biết phương trình $a^x \cdot b^{x^2-1} = 1$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Giá trị

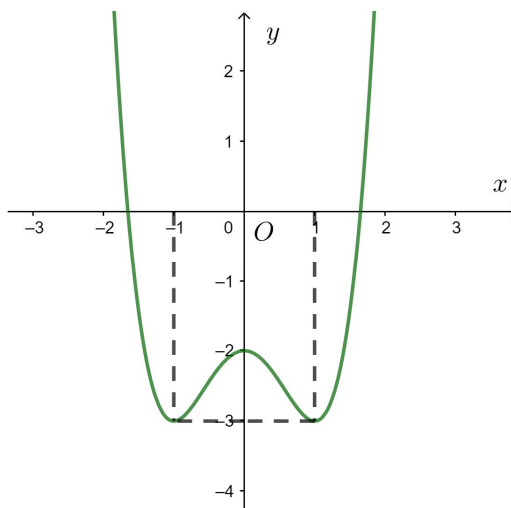
nhỏ nhất của biểu thức $S = \left(\frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2} \right)^2 - 4(x_1 + x_2)$ bằng

- A. $3\sqrt[3]{4}$. B. 4. C. $\sqrt[3]{4}$. D. $3\sqrt[3]{2}$.

Câu 44: Cho hình nón đỉnh S có đáy là đường tròn tâm O , thiết diện qua trục là tam giác đều. Mặt phẳng (P) đi qua S và cắt đường tròn đáy tại A, B sao cho $\widehat{AOB} = 120^\circ$. Biết rằng khoảng cách từ O đến (P) bằng $\frac{3\sqrt{13}a}{13}$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. B. πa^3 . C. $\frac{3\pi a^3}{2}$. D. $3\pi a^3$.

Câu 45: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ



Số nghiệm của phương trình $2f(x-1-\sqrt{2x-1})+5=0$ là

- A. 2. B. 3. **C. 5.** D. 4.

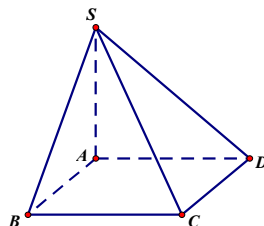
Câu 46: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (m^2 + 1)x^3 + 3(m-5)x^2 - x + 1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 sao cho $|x_1| - |x_2| = 8$. Tích các phần tử của S bằng

- A. $\frac{9}{4}$. B. $\frac{1}{4}$. **C. $-\frac{1}{4}$.** D. $-\frac{9}{4}$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho hình vuông $ABCD$ có $B(3;0;8)$ và $D(-5;-4;0)$. Độ dài cạnh của hình vuông đã cho bằng

- A. $6\sqrt{2}$.** B. $5\sqrt{2}$. C. 6. D. 12.

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$ (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

- A. 60° . **B. 45° .** C. 90° . D. 30° .

Câu 49: Một đội thanh niên tình nguyện của trường gồm 6 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh để cùng với các giáo viên tham gia đo thân nhiệt cho học sinh khi đến trường. Xác suất để chọn được 4 học sinh trong đó số học sinh nam bằng số học sinh nữ bằng:

- A. $\frac{5}{66}$. **B. $\frac{5}{11}$.** C. $\frac{6}{11}$. D. $\frac{2}{33}$.

Câu 50: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(2x+8) < \log_{0,5}(-2x+4)$ là:

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(-4; -1)$.
C. $(-1; 2)$. D. $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	A	A	A	C	B	D	C	B	A	D	A	D	D	B	C	A	D	B	C	C	B	B	B	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	C	B	A	C	C	A	D	C	C	C	C	C	B	D	C	C	A	D	C	C	A	B	B	C

NHÓM TOÁN VD – VDC

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2; -1; 0)$, bán kính $R = 5$ có phương trình là

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 20 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 20 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + y - 25 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 25 = 0$.

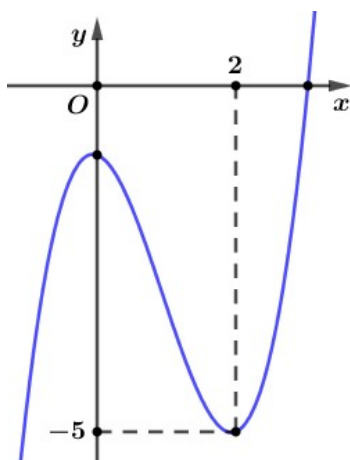
Lời giải

Chọn A

Mặt cầu tâm $I(2; -1; 0)$, bán kính $R = 5$ có phương trình là

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 5^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 20 = 0$$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $x = 2$.

B. $x = -1$.

C. $x = 0$.

D. $x = -5$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Câu 3: Có bao nhiêu cách chọn ra 2 cái bút từ một hộp đựng 10 chiếc bút?

A. C_{10}^2 .

B. 2^{10} .

C. 20.

D. A_{10}^2 .

Lời giải

Chọn A

Số cách lấy ra ra 2 cái bút từ một hộp đựng 10 chiếc bút là một tổ hợp chập 2 của 10 phần tử

NHÓM TOÁN VD – VDC

Có C_{10}^2 cách.

Câu 4: Cho hình lăng trụ có bán kính đáy $r = 2$ và diện tích xung quanh $S_{xq} = 36\pi$. Độ dài đường sinh l của hình trụ đã cho bằng

A. 9.

B. 6.

C. 12.

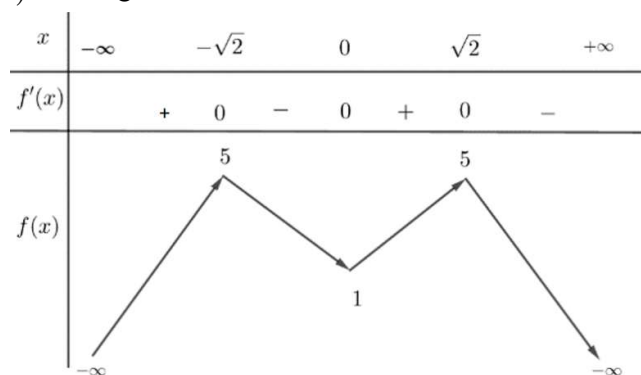
D. 18.

Lời giải

Chọn A

Ta có diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rl \Leftrightarrow l = \frac{S_{xq}}{2\pi r} \Leftrightarrow l = \frac{36\pi}{2\pi \cdot 2} \Leftrightarrow l = 9$

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 5 = 0$ là

A. 1

B. 2

C. 4

D. 3

Lời giải

Chọn B

Phương trình đã cho đưa về $f(x) = \frac{5}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị đã cho cắt đường thẳng $y = \frac{5}{2}$ tại 4 điểm phân biệt.

Từ đây ta thu được 4 nghiệm.

Câu 6: Đạo hàm của hàm số $y = \log_5 x$ là

A. $y' = \frac{1}{x}$

B. $y' = \frac{1}{x \ln 5}$

C. $y' = \frac{x}{\ln 5}$

D. $y' = \frac{1}{5 \ln x}$

Lời giải

Chọn B

Ta có $y = \log_5 x \Rightarrow y' = \frac{1}{x \ln 5}$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	$2 \nearrow +\infty$		$-\infty \nearrow 2$

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là

A. $x = -1$.

B. $x = 2$.

C. $y = -1$.

D. $y = 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$ nên đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Câu 8: Với x là số thực dương bất kỳ, biểu thức $P = \sqrt[3]{\sqrt{x}}$ bằng

A. $x^{\frac{2}{3}}$.

B. $x^{\frac{5}{6}}$.

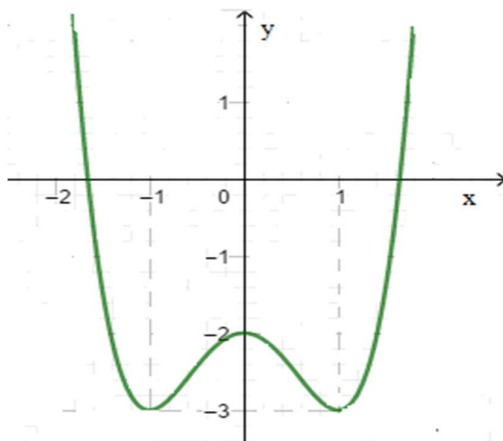
C. $x^{\frac{1}{6}}$.

D. $x^{\frac{3}{2}}$.

Lời giải

Chọn C

Với x là số thực dương bất kỳ, ta có: $P = \sqrt[3]{\sqrt{x}} = (\sqrt{x})^{\frac{1}{3}} = \left(x^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{6}}$.



Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(1; +\infty)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $(-1; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Nhìn vào đồ thị ta thấy trên khoảng $(0; 1)$ đồ thị đi xuống nên hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(0; 1)$.

Câu 10: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x-1}$ là

A. $\ln|x-1| + C$.

B. $\ln(x-1) + C$.

C. $x - \frac{2}{x-1} + C$.

D. $\frac{1}{(x-1)^2} + C$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng hệ quả $\int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a} \ln|ax+b| + C$ ta được nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x-1}$ là $F(x) = \ln|x-1| + C$.

- Câu 11:** Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và thể tích $V = 6$. Chiều cao h của khối chóp đã cho bằng?
A. 18. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

Chiều cao h của khối chóp đã cho là $h = \frac{V}{\frac{1}{3}B} = \frac{6}{\frac{1}{3} \cdot 3} = 6$.

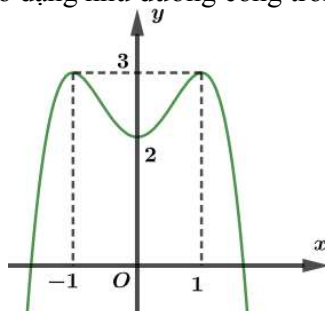
- Câu 12:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (-1; 3; -2)$ và $\vec{v} = (2; 5; -1)$. Vector $\vec{u} + \vec{v}$ có tọa độ là
A. $(1; 8; -3)$. **B.** $(-3; 8; -3)$. **C.** $(3; 8; -3)$. **D.** $(-1; -8; 3)$.

Lời giải

Chọn A

$\vec{u} + \vec{v} = (-1+2; 3+5; -2-1) = (1; 8; -3)$.

- Câu 13:** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



- A.** $y = x^4 - 2x^2 - 2$. **B.** $y = x^3 + 2x^2 + 2$. **C.** $y = -x^3 + 2x^2 + 2$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2 + 2$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số nhận Oy làm trục đối xứng nên loại đáp án B và C.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -\infty$ nên loại đáp án A.

Chọn đáp án D.

- Câu 14:** Tập xác định của hàm số $y = \log_3 x$ là

- A.** $[3; +\infty)$. **B.** $(-\infty; +\infty)$. **C.** $[0; +\infty)$. **D.** $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x > 0 \Leftrightarrow x \in (0; +\infty)$.

Vậy tập xác định $D = (0; +\infty)$.

Câu 15: Nghiệm của phương trình $2^{2x-1} = 32$ là

A. $x = 4$.

B. $x = 3$.

C. $x = 5$.

D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$2^{2x-1} = 32 \Leftrightarrow 2^{2x-1} = 2^5 \Leftrightarrow 2x-1 = 5 \Leftrightarrow x = 3.$$

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;1;-1), B(3;-3;5)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là

A. $(4;-2;4)$.

B. $(1;-2;3)$.

C. $(2;-1;2)$.

D. $(2;-4;6)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$I \text{ là trung điểm đoạn thẳng } AB \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y = \frac{y_A + y_B}{2} \\ z = \frac{z_A + z_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \\ z = 2 \end{cases}$$

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1;2]$. Biết $f(1)=1, f(2)=4$. Giá trị $\int_1^2 f'(x)dx$

bằng

A. 3.

B. -4.

C. 4.

D. -3.

Lời giải

Chọn A

Câu 18: Cho khối cầu có bán kính $r = a$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

A. $4\pi a^3$.

B. $\frac{2}{3}\pi a^3$.

C. πa^3 .

D. $\frac{4}{3}\pi a^3$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có thể tích khối cầu } V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi a^3.$$

Câu 19: Với a, b là các số thực dương bất kỳ khác 1, khi đó $\log_b a$ bằng

A. $\log_a b$.

B. $\frac{1}{\log_a b}$.

C. $\log a - \log b$.

D. $-\log_a b$.

Lời giải

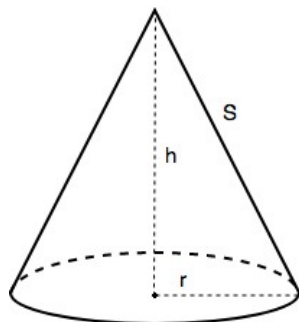
Chọn B

Có $\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$.

- Câu 20:** Cho hình nón có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 9$. Thể tích V của khối nón đã cho bằng
 A. 126π . B. 36π . C. 48π . D. 108π .

Lời giải

Chọn C



Thể tích V của khối nón đã cho bằng

$$V = \frac{1}{3}h\pi r^2 = \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot \pi \cdot 4^2 = 48\pi.$$

- Câu 21:** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -1$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_3 là
 A. -27 . B. 3 . C. -9 . D. 2 .

Lời giải

Chọn C

Ta có: $u_3 = u_1 \cdot q^2 = -1 \cdot 3^2 = -9$.

- Câu 22:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y + 4z - 2 = 0$. Tâm của (S) có tọa độ là
 A. $(1; -1; 2)$. B. $(-1; 1; -2)$. C. $(1; 1; -2)$. D. $(2; -2; 4)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y + 4z - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 8$$

Khi đó Tâm của (S) có tọa độ là $I(-1; 1; -2)$.

- Câu 23:** Cho $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx = 1, \int_0^{\frac{\pi}{4}} g(x) dx = -1$. Giá trị $\int_0^{\frac{\pi}{4}} [f(x) + 2g(x)] dx$ bằng

- A. 0 . B. -1 . C. 1 . D. -3 .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \int_0^{\frac{\pi}{4}} [f(x) + 2g(x)] dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx + 2 \int_0^{\frac{\pi}{4}} g(x) dx = 1 - 2 = -1.$$

- Câu 24:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		-3		1		$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -2)$. B. $(-2; 0)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-3; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Câu 25: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3 \sin x$ là

- A. $-3 \sin x + C$. B. $3 \cos x + C$. C. $3 \cos 2x + C$. D. $-3 \cos x + C$.

Lời giải

Chọn D

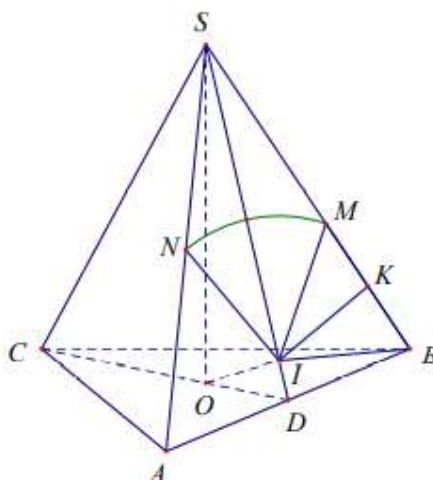
$$\int 3 \sin x dx = -3 \cos x + C$$

Câu 26: Một mặt cầu có tâm O nằm trên mặt đáy của hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Các đỉnh A, B, C thuộc mặt cầu. Biết bán kính mặt cầu bằng 3. Tổng độ dài l các giao tuyến của mặt cầu với các mặt bên của hình chóp thỏa mãn điều kiện nào sau đây?

- A. $l \in (\sqrt{3}; 2)$. B. $l \in (3\sqrt{3}; 6)$. C. $l \in (13\sqrt{2}; 12\sqrt{3})$. D. $l \in (1; \sqrt{2})$.

Lời giải

Chọn A



Gọi D là trung điểm của AB , kẻ $OI \perp SD \Rightarrow I$ là hình hình chiếu của O lên (SAB) . Suy ra I là tâm đường tròn giao tuyến của mặt cầu và (SAB) . Gọi $\widehat{MN}$ là đoạn giao tuyến $\Rightarrow l = 3MN$.

Gọi K là trung điểm của MB , đặt $AB = a$.

$$\text{Ta có } OA = OB = OC = 3 = \frac{2}{3}CD \Rightarrow AB = a = 3\sqrt{3} \Rightarrow SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = 3\sqrt{2}.$$

$$\text{Ta có } \frac{1}{OI^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OD^2} \Rightarrow OI = \sqrt{2}; SI = 4; DI = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{R^2 - OI^2} = \sqrt{7}$$

$$\text{Xét tam giác vuông } SIK \text{ ta có } IK = SI \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2} SI = 2$$

$$\text{Xét tam giác vuông } MIK \text{ ta có } \cos \widehat{MIK} = \frac{IK}{IM} = \frac{2}{\sqrt{7}} \Rightarrow \widehat{MIK} \approx 40,89^\circ \Rightarrow \widehat{MIN} \approx 38,2^\circ$$

$$\text{Ta có độ dài cung } l = 3 \cdot \widehat{MN} = 3 \cdot \frac{\pi \cdot 38,2 \cdot \sqrt{7}}{180} \approx 5,29.$$

Câu 27: Cho a là số thực dương. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x \left[\ln(ax^2) + \frac{2}{x} \right]$

trên tập $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và thỏa mãn $F(1) = 5; F(2) = 21$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A.** $a \in (3; +\infty)$. **B.** $a \in (0; 1)$. **C.** $a \in (1; 2)$. **D.** $a \in (2; 3)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Xét } F(x) = \int e^x \left[\ln(ax^2) + \frac{2}{x} \right] dx = \int e^x \ln(ax^2) dx + \int e^x \cdot \frac{2}{x} dx = I + \int e^x \cdot \frac{2}{x} dx$$

$$\text{Xét } I = \int e^x \cdot \ln(ax^2) dx$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln(ax^2) \\ dv = e^x dx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} du = \frac{2}{x} dx \\ v = e^x \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } I = \int e^x \cdot \ln(ax^2) dx = e^x \ln(ax^2) - \int e^x \cdot \frac{2}{x} dx$$

$$\text{Suy ra: } F(x) = e^x \ln(ax^2) + C$$

$$\text{Vì: } \begin{cases} F(1) = 5 \\ F(2) = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e \cdot \ln a + C = 5 \\ e^2 \cdot \ln 4a + C = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e \cdot \ln a + C = 5 \\ e^2 \cdot (\ln 4 + \ln a) + C = 21 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} e \cdot \ln a + C = 5 & (1) \\ e^2 \ln a + C = 21 - 2e^2 \cdot \ln 2 & (2) \end{cases}$$

$$\text{Lấy (2) - (1) ta được: } \ln a = \frac{16 - 2e^2 \ln 2}{e^2 - e} \Leftrightarrow a = e^{\frac{16 - 2e^2 \ln 2}{e^2 - e}} \approx 3,43.$$

$$\text{Suy ra: } a \in (3; +\infty).$$

Câu 28: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 < y \leq 2021$ và $3^x + 3x - 6 = 9y + \log_3 y^3$?

- A.** 2021. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 2020.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $3^x + 3x - 6 = 9y + \log_3 y^3$

$\Leftrightarrow 3^x + 3x - 6 = 9y + 3 \log_3 y$

$\Leftrightarrow 3^x + 3x = 9y + (6 + 3 \log_3 y)$

$\Leftrightarrow 3^x + 3x = 9y + 3(2 + \log_3 y)$

$\Leftrightarrow 3^x + 3x = 9y + 3(\log_3 3^2 + \log_3 y)$

$\Leftrightarrow 3^x + 3x = 9y + 3 \log_3 (9y)$

Đặt: $t = \log_3 (9y) \Leftrightarrow 9y = 3^t$

Phương trình trở thành: $3^x + 3x = 3^t + 3t \Leftrightarrow x = t$

$\Leftrightarrow x = \log_3 (9y) \Leftrightarrow x = 2 + \log_3 y$

Để $x \in \mathbb{Z}$ thì $\log_3 y \in \mathbb{Z}$ mà $0 < y \leq 2021$

Suy ra: $y \in \{3^0; 3^1; 3^2; 3^3; 3^4; 3^5; 3^6\}$

Vậy: có 7 cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn YCBT.

Câu 29: Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh $4a$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $16\pi a^2$.

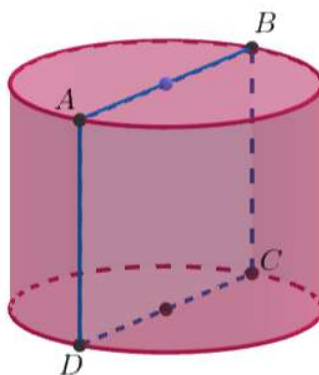
B. $4\pi a^2$.

C. $64\pi a^2$.

D. $8\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A



Gọi hình trụ như hình vẽ, thiết diện qua trục là hình vuông $ABCD$.

Ta có $h = AD = 4a, R = \frac{AB}{2} = 2a$.

$S_{xq} = 2\pi Rh = 16\pi a^2$.

Câu 30: Cho bất phương trình $(m-1)\log_{\frac{1}{2}}(x-2)^2 + 4(m-5)\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{x-2} + 4m-4 \geq 0$ với m là tham số thực. Tập hợp tất cả các giá trị của m để bất phương trình có nghiệm thuộc đoạn $\left[\frac{5}{2}; 4\right]$ là?

A. $[-3; +\infty)$.

B. $\left(\frac{7}{3}; +\infty\right)$.

C. $\left[-3; \frac{7}{3}\right]$.

D. $\left(-\infty; \frac{7}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $x > 2$.

$$(m-1)\log_{\frac{1}{2}}(x-2)^2 + 4(m-5)\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{x-2} + 4m-4 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (m-1)\log_2(x-2) + (m-5)\log_2(x-2) + m-1 \geq 0$$

$$\text{Đặt } t = \log_2(x-2), \text{ do } x \in \left[\frac{5}{2}; 4\right] \Rightarrow t \in [-1; 1].$$

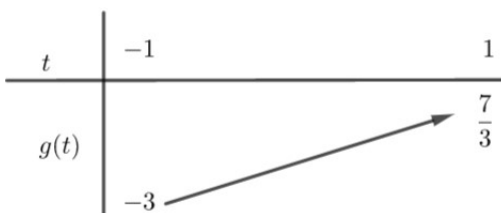
Bất phương trình trở thành

$$(m-1)t^2 + (m-5)t + m-1 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow m(t^2 + t + 1) \geq t^2 + 5t + 1$$

$$\Leftrightarrow m \geq \frac{t^2 + 5t + 1}{t^2 + t + 1}.$$

Xét hàm số $g(t) = \frac{t^2 + 5t + 1}{t^2 + t + 1}$ trên $[-1; 1]$, từ table ta có bảng giá trị của $g(t)$ như sau:



$$\Rightarrow m \in [-3; +\infty).$$

Câu 31: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = (x^2 - 3x + 5)e^x$ trên đoạn $[1; 2]$ bằng

A. $2e$.

B. $4e^2$.

C. $3e^2$.

D. $3e$.

Lời giải

Chọn C

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$\text{Ta có } f'(x) = (2x-3)e^x + (x^2-3x+5)e^x = (x^2-x+2)e^x = \left[\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}\right]e^x$$

$$\text{Vì } f'(x) = \left[\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}\right]e^x > 0 \text{ với mọi } x \in \mathbb{R}$$

Suy ra hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ hay hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(1; 2)$

Do đó hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[1; 2]$ tại $x = 2$

$$\text{Ta có } \max_{[1; 2]} f(x) = f(2) = 3e^2.$$

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$, biết $f'(x) = x^3 - 3x + 1$ có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-5; 5]$ sao cho hàm số $y = f(2-x) - (1-m)x - 6$ nghịch biến trên khoảng $(2; 3)$?

A. 10.

B. 9.

C. 7.

D. 8.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y = f(2-x) - (1-m)x - 6$ trên khoảng $(2;3)$.

Ta có $y' = -f'(2-x) - 1 + m = -(2-x)^3 + 3(2-x) - 1 - 1 + m$

$$\Rightarrow y' = x^3 - 6x^2 + 9x - 4 + m.$$

Để hàm số $y = f(2-x) - (1-m)x - 6$ nghịch biến trên khoảng $(2;3)$

$$\Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in (2;3) \Leftrightarrow m \leq -x^3 + 6x^2 - 9x + 4, \forall x \in (2;3) \quad (1)$$

Xét hàm số $g(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 4$ trên khoảng $(2;3)$.

$$\text{Ta có } g'(x) = -3x^2 + 12x - 9; g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \notin (2;3) \\ x = 3 \notin (2;3) \end{cases}$$

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$	
$g'(x)$		-	0	+	0	-
$g(x)$	$+\infty$				4	$-\infty$

Từ BBT, bất PT (1) $\Leftrightarrow m \leq 2$.

Vì $m \in [-5;5] \Rightarrow m \in [-5;2], m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m$ có 8 giá trị.

Câu 33: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2\sqrt{1+2x^3}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F(x) = \frac{2}{9}(\sqrt{1+2x^3})^3$.

B. $F(x) = \frac{2}{3}(\sqrt{1+2x^3})^3$.

C. $F(x) = \frac{1}{2}(\sqrt{1+2x^3})^3$

D. $F(x) = \frac{1}{9}(\sqrt{1+2x^3})^3$.

Lời giải

Chọn D

♦ Ta có: $f(x) = x^2\sqrt{1+2x^3}$

$$\Rightarrow F(x) = \int f(x) dx = \int x^2\sqrt{1+2x^3} dx$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{1+2x^3} \Rightarrow t^2 = 1+2x^3 \Rightarrow 2tdt = 6x^2 dx \Rightarrow x^2 dx = \frac{tdt}{3}$$

$$\text{Từ đó nguyên hàm trên trở thành: } \Rightarrow F(x) = \int x^2\sqrt{1+2x^3} dx = \int \frac{1}{3}t^2 dt = \frac{1}{3} \cdot \frac{t^3}{3} + C = \frac{t^3}{9} + C$$

$$\text{Vậy } F(x) = \frac{t^3}{9} + C = \frac{1}{9}(\sqrt{1+2x^3})^3 + C = \frac{1}{9}(\sqrt{1+2x^3})^3.$$

Câu 34: Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = (x-2)(x^2-3x+2)(x-3)^3$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = f(x^2-6x+m)$ có 3 điểm cực trị phân biệt là nửa khoảng $[a;b)$. Giá trị của $a+b$ bằng

A. 21.

B. 23.

C. 22.

D. 20.

Lời giải

Chọn C

♦ Ta có: $f'(x) = (x-2)(x^2-3x+2)(x-3)^3 = (x-2)(x-1)(x-2)(x-3)^3$
 $= (x-1)(x-2)^2(x-3)^3$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \\ x=3 \end{cases}$ với $x=2$ là nghiệm bội chẵn nên suy ra $f(x)$ có 2 điểm cực trị

♦ Đặt $g(x) = f(x^2 - 6x + m) \Rightarrow g'(x) = 2(x-3)f'(x^2 - 6x + m)$

Để hàm số $g(x)$ có 3 điểm cực trị thì $g'(x) = 0$ phải có 3 nghiệm bội lẻ phân biệt

Cho $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ f'(x^2 - 6x + m) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x^2 - 6x + m = 1 \\ x^2 - 6x + m = 2 \\ x^2 - 6x + m = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ m = -x^2 + 6x + 1 = g_1(x) \\ m = -x^2 + 6x + 2 = g_2(x) \\ m = -x^2 + 6x + 3 = g_3(x) \end{cases} \quad (1)$

Do $x=2$ là nghiệm bội chẵn nên các nghiệm của phương trình $x^2 - 6x + m = 2$ đều là nghiệm bội chẵn của phương trình $g'(x) = 0$, vì thế nên ta không xét phương trình này

Từ đó, để $g'(x) = 0$ phải có 3 nghiệm bội lẻ phân biệt thì phương trình (1) và (2) đều tạo với nhau đúng 2 nghiệm, nên ta vẽ lần lượt hai hàm số $g_1(x)$ và $g_2(x)$ lên cùng 1 hệ trục tọa độ Oxy để từ đó đường thẳng $y = m$ chỉ cắt đúng 2 nghiệm từ 2 hai hàm này

Dựa vào đó ta kết luận $m \in [10; 12]$. Suy ra $a = 10, b = 12$

Vậy $a + b = 10 + 12 = 22$

Câu 35: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 3]$ thỏa mãn $f(3) = 4$, $\int_0^3 [f'(x)]^2 dx = \frac{1}{27}$

và $\int_0^3 x^3 f(x) dx = \frac{333}{4}$. Giá trị của $\int_0^3 f(x) dx$ bằng

A. $x = \frac{3}{2}$.

B. $x = \frac{153089}{1215}$.

C. $x = \frac{25}{2}$.

D. $x = \frac{150893}{21}$.

Lời giải

Chọn C

Tính: $\int_0^3 x^3 f(x) dx$. Đặt $\begin{cases} u = f(x) \\ dv = x^3 dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = f'(x) dx \\ v = \frac{x^4}{4} \end{cases}$

Ta có: $\int_0^3 x^3 f(x) dx = \frac{x^4 f(x)}{4} \Big|_0^3 - \frac{1}{4} \int_0^3 x^4 \cdot f'(x) dx$
 $= \frac{81 \cdot f(3) - 0 \cdot f(0)}{4} - \frac{1}{4} \int_0^3 x^4 \cdot f'(x) dx = 81 - \frac{1}{4} \int_0^3 x^4 \cdot f'(x) dx$

Mà $\int_0^3 x^4 f(x) dx = \frac{333}{4} \Rightarrow -\frac{1}{4} \int_0^3 x^4 \cdot f'(x) dx = \frac{9}{4} \Rightarrow \int_0^3 x^4 \cdot f'(x) dx = -9$

Ta có $\int_0^3 [f'(x)]^2 dx = \frac{1}{27}$ (1).

$\int_0^3 x^8 dx = \frac{x^9}{9} \Big|_0^3 = 2187 \Rightarrow \int_0^3 \left(\frac{1}{243} x^4 \right)^2 dx = \frac{1}{27}$ (2).

$$\int_0^3 x^4 \cdot f'(x) dx = -9 \Rightarrow \int_0^3 \frac{2}{243} x^4 \cdot f'(x) dx = -\frac{2}{27} \quad (3).$$

Cộng hai vế (1) (2) và (3) suy ra

$$\int_0^3 [f'(x)]^2 dx + \int_0^3 \frac{1}{59049} x^8 dx + 2 \int_0^3 \frac{1}{243} x^4 \cdot f'(x) dx = \frac{1}{27} + \frac{1}{27} - \frac{2}{27} = 0.$$

$$\Rightarrow \int_0^3 \left\{ [f'(x)]^2 + 2 \cdot \frac{1}{243} x^4 f'(x) + \frac{1}{243^2} x^8 \right\} dx = 0 \Rightarrow \int_0^3 \left[f'(x) + \frac{1}{243} x^4 \right]^2 dx = 0.$$

$$\text{Do } \left[f'(x) + \frac{1}{243} x^4 \right]^2 \geq 0 \Rightarrow \int_0^3 \left[f'(x) + \frac{1}{243} x^4 \right]^2 dx \geq 0. \text{ Mà } \int_0^3 \left[f'(x) + \frac{1}{243} x^4 \right]^2 dx = 0$$

$$\Rightarrow f'(x) + \frac{1}{243} x^4 = 0.$$

$$f(x) = -\frac{x^5}{1215} + C. \text{ Mà } f(3) = 4 \Rightarrow -\frac{243}{1215} + C = 4 \Rightarrow C = \frac{21}{5}.$$

$$\text{Do đó } f(x) = -\frac{x^5}{1215} + \frac{21}{5}.$$

$$\text{Vậy } \int_0^3 f(x) dx = \int_0^3 \left(-\frac{x^5}{1215} + \frac{21}{5} \right) dx = \left(-\frac{x^6}{7290} + \frac{21}{5} x \right) \Big|_0^3 = \frac{25}{2}.$$

Câu 36: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-10; 10]$ để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 6(m^2 - 2)x + 1$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$

A. 21.

B. 18.

C. 20.

D. 19.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có : } y' = 3x^2 - 6mx + 6(m^2 - 2)$$

$$\text{Khi đó : } \Delta' = (3m)^2 - 3 \cdot 6(m^2 - 2) = 9(4 - m^2)$$

TH1 : Nếu $\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -2 \end{cases}$. Khi đó ta có $a = 3 > 0$ nên $y' \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Do đó hàm số đã cho đồng biến trên $(2; +\infty)$. Kết hợp với giả thiết $m \in \mathbb{Z}; m \in [-10; 10]$ ta được $m \in \{-10; -9; -8; \dots; -2; 2; 3; \dots; 10\}$. Vậy trường hợp này có 18 số nguyên thỏa mãn.

TH2: Nếu $\Delta' > 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$. Khi đó $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 . Giả sử $x_1 < x_2$

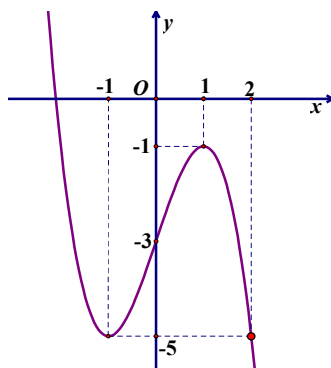
Ta có $y' > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$ và $y' < 0 \Leftrightarrow x \in (x_1; x_2)$. Do đó để hàm số đã cho đồng biến trên $(2; +\infty)$ thì $(2; +\infty) \subset (x_2; +\infty)$.

$$\text{Ta có : } x_1 < x_2 \leq 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x_1 + x_2}{2} < 2 \\ (x_1 - 2) \cdot (x_2 - 2) \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{Xét } \frac{x_1 + x_2}{2} < 2 \Leftrightarrow m < 2. (1)$$

Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt khi đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x - 2 + \frac{9}{x}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow 4 < m < 8$.
 Vậy có 3 giá trị $m \in \{5; 6; 7\}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(\sin^3 x - 1)$ trên đoạn $\left[2\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$. Giá trị của $2M + m$ bằng

A. -5.

B. -11.

C. -13.

D. -7.

Lời giải

Chọn B

Với $x \in \left[2\pi; \frac{5\pi}{2}\right] \Rightarrow \sin x \in [0; 1]$.

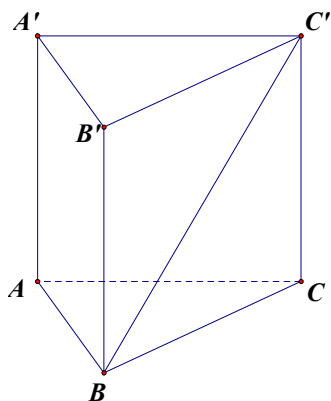
Đặt $t = \sin^3 x - 1 \Rightarrow t \in [-1; 0]$.

Suy ra $M = \max_{[-1; 0]} f(t) = \max_{[-1; 0]} f(x) = -3$

$m = \min_{[-1; 0]} f(t) = \min_{[-1; 0]} f(x) = -5$

Khi đó $2M + m = 2 \cdot (-3) + (-5) = -11$.

Câu 40: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ)



Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC' bằng

A. a .

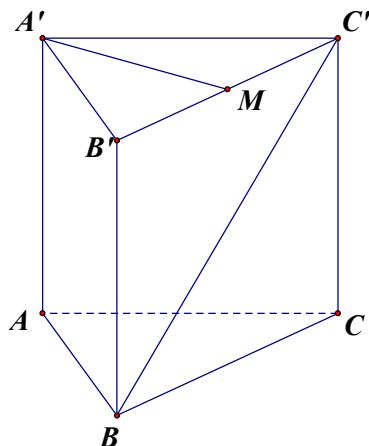
B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

C. $2a$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm $B'C'$.

Có $A'M \perp B'C'$ và $A'M \perp BB' \Rightarrow A'M \perp (BCC'B')$ và $A'M = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Do $AA' \parallel BB' \Rightarrow AA' \parallel (BCC'B')$

$\Rightarrow d(AA', BC') = d(AA', (BCC'B')) = d(A', (BCC'B')) = A'M = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;2)$ và $B(3;2;-3)$. Mặt cầu (S) có tâm I thuộc trục Ox và đi qua hai điểm A, B có bán kính bằng

A. 4.

B. $4\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{14}$.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Giả sử mặt cầu (S) có tâm $I(m;0;0) \in Ox$ và bán kính R .

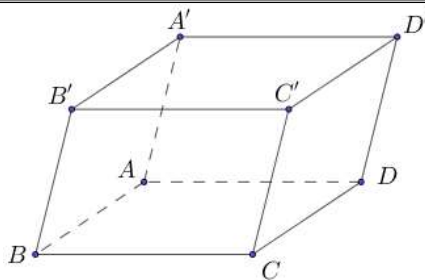
Ta có $A, B \in (S)$ nên $IA = IB = R$.

$\Rightarrow IA = IB \Leftrightarrow IA^2 = IB^2 \Leftrightarrow (1-m)^2 + 1^2 + 2^2 = (3-m)^2 + 2^2 + (-3)^2$

$\Leftrightarrow m = 4 \Rightarrow I(4;0;0)$.

$\Rightarrow$ Vậy $R = IA = \sqrt{14}$.

Câu 42: Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = \sqrt{2}a$, $AD = 2a$. Điểm A' cách đều các điểm A, B, C, D . Mặt bên $(CDD'C')$ tạo với mặt phẳng đáy một góc 45° (tham khảo hình vẽ).



Thể tích khối hộp đã cho bằng

A. $2\sqrt{6}a^3$.

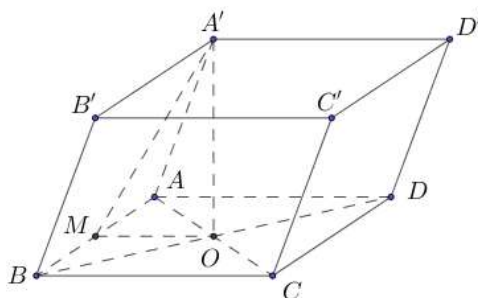
B. $\sqrt{2}a^3$.

C. $2\sqrt{2}a^3$.

D. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi $O = AC \cap BD$, ta có $ABCD$ là hình chữ nhật nên O là tâm đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$.

Mặt khác A' cách đều các điểm $A, B, C, D \Rightarrow A'O \perp (ABCD)$.

Gọi M là trung điểm của $AB \Rightarrow OM \perp AB$, mà $AB \perp A'O \Rightarrow AB \perp A'M$.

Ta có $(ABB'A') \parallel (CDD'C') \Rightarrow ((ABB'A'), (ABCD)) = ((CDD'C'), (ABCD)) = 45^\circ$

$$\text{Lại có } \begin{cases} (ABB'A') \cap (ABCD) = AB \\ OM \subset (ABCD), OM \perp AB \Rightarrow ((ABB'A'), (ABCD)) = \widehat{A'MO} = 45^\circ \text{ (vì } \Delta A'OM \\ A'M \subset (ABB'A'), A'M \perp AB \end{cases}$$

vuông tại O nên $\widehat{A'MO}$ là góc nhọn).

+) Ta có $S_{ABCD} = AB \cdot AD = 2\sqrt{2}a^2$.

+) Tam giác $A'OM$ vuông tại O , có $OM = \frac{1}{2}AD = a, \widehat{A'MO} = 45^\circ$

$\Rightarrow \Delta A'MO$ vuông cân tại $O \Rightarrow A'O = OM = a$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot A'O = 2\sqrt{2}a^3$.

Câu 43: Cho hai số thực $a > 1, b > 1$. Biết phương trình $a^x \cdot b^{x^2-1} = 1$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Giá trị

nhỏ nhất của biểu thức $S = \left(\frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2} \right)^2 - 4(x_1 + x_2)$ bằng

A. $3\sqrt[3]{4}$.

B. 4.

C. $\sqrt[3]{4}$.

D. $3\sqrt[3]{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $a^x \cdot b^{x^2-1} = 1 \Leftrightarrow \log_b(a^x \cdot b^{x^2-1}) = \log_b 1 \Leftrightarrow x^2 + (\log_b a)x - 1 = 0$ (*)

Điều kiện để phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 là $\Delta = (\log_b a)^2 + 4 > 0$.

Theo hệ thức Vi-et của phương trình (*), ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\log_b a \\ x_1 x_2 = -1 \end{cases}$.

Mặt khác, $S = \left(\frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2} \right)^2 - 4(x_1 + x_2) = (\log_a b)^2 + \frac{4}{\log_a b}$. Đặt $t = \log_a b > \log_a 1 = 0$

Khi đó $S = t^2 + \frac{4}{t} = t^2 + \frac{2}{t} + \frac{2}{t} \stackrel{Cauchy}{\geq} 3\sqrt[3]{4}$.

Suy ra $\min S = 3\sqrt[3]{4} \Leftrightarrow t^2 = \frac{2}{t}$ hay $\log_a b = \sqrt[3]{2} \Leftrightarrow b = a^{\sqrt[3]{2}}$.

Câu 44: Cho hình nón đỉnh S có đáy là đường tròn tâm O , thiết diện qua trục là tam giác đều. Mặt phẳng (P) đi qua S và cắt đường tròn đáy tại A, B sao cho $\widehat{AOB} = 120^\circ$. Biết rằng khoảng cách từ O đến (P) bằng $\frac{3\sqrt{13}a}{13}$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.

B. πa^3 .

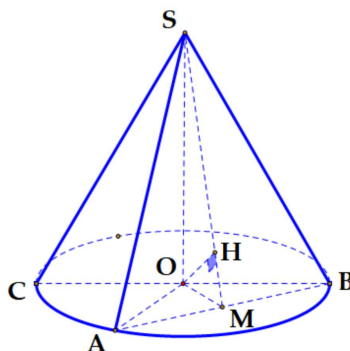
C. $\frac{3\pi a^3}{2}$.

D. $3\pi a^3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có hình minh họa sau:



Gọi thiết diện qua trục SO của hình nón là $\triangle SBC$ và $\triangle SAB$ là thiết diện của mặt phẳng (P) cắt hình nón (xem hình vẽ).

Do $\triangle SBC$ đều nên $BC = 2R = SB \Rightarrow SO = \frac{BC\sqrt{3}}{2} = R\sqrt{3}$.

Gọi M là trung điểm AB , $\widehat{AOB} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{MOB} = 60^\circ \Rightarrow \tan \widehat{MOB} = \frac{OM}{OB} \Rightarrow OM = \frac{R}{2}$

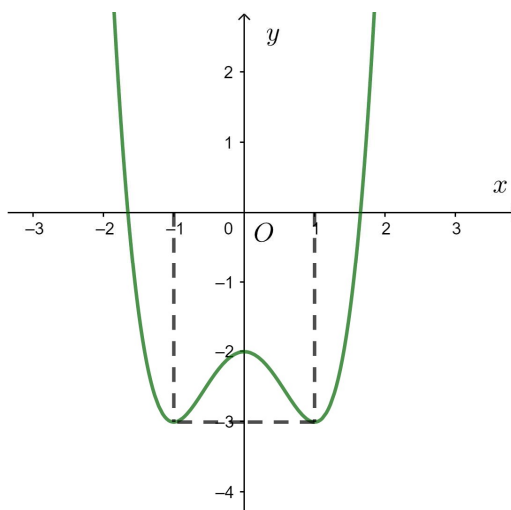
Dễ thấy, ΔOAB cân tại $O \Rightarrow AB \perp OM \xrightarrow{AB \perp SO} AB \perp (SOM) \xrightarrow{AB \subset (SAB)} (SOM) \perp (SAB)$ theo giao tuyến SM .

Trong (SOM) , kẻ $OH \perp SM$ tại $H \Rightarrow OH \perp (SAB)$ tại $H \Rightarrow OH = d(O; (SAB)) = \frac{3a\sqrt{13}}{13}$.

Xét ΔSOM vuông tại O : $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OM^2} \Leftrightarrow \frac{1}{\frac{9a^2}{13}} = \frac{1}{3R^2} + \frac{1}{\frac{R^2}{4}} \Leftrightarrow R = a\sqrt{3}$.

Vậy $V = \frac{\pi}{3} SO.R^2 = 3\pi a^3$.

Câu 45: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ



Số nghiệm của phương trình $2f(x-1-\sqrt{2x-1})+5=0$ là

A. 2.

B. 3.

C. 5.

D. 4.

Lời giải

Chọn C.

Từ đồ thị hàm số: $y = x^4 - 2x^2 - 2$. Xét $f(x) = -\frac{5}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 0,54 \\ x = \pm 1,3 \end{cases}$

Phương trình: $2f(x-1-\sqrt{2x-1})+5=0 \Leftrightarrow f(x-1-\sqrt{2x-1}) = -\frac{5}{2}$ (*)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1-\sqrt{2x-1} = -1,3 & (1) \\ x-1-\sqrt{2x-1} = -0,54 & (2) \\ x-1-\sqrt{2x-1} = 0,54 & (3) \\ x-1-\sqrt{2x-1} = 1,3 & (4) \end{cases}$$

Xét hàm số: $g(x) = x-1-\sqrt{2x-1}$ với $x \geq \frac{1}{2}$

$$g'(x) = 1 - \frac{1}{\sqrt{2x-1}}$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{\sqrt{2x-1}} = 0 \Rightarrow \sqrt{2x-1} = 1 \Leftrightarrow x = 1$$

BBT :

x	$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$g'(x)$		-	0	+	
$g(x)$	$-\frac{1}{2}$			-1	 $+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có:

- + Phương trình (1) vô nghiệm.
- + Phương trình (2) có đúng 2 nghiệm phân biệt.
- + Phương trình (3) có đúng 1 nghiệm phân biệt.
- + Phương trình (4) có đúng 1 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có tất cả 4 nghiệm.

Câu 46: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (m^2 + 1)x^3 + 3(m - 5)x^2 - x + 1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 sao cho $|x_1| - |x_2| = 8$. Tích các phần tử của S bằng

A. $\frac{9}{4}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $-\frac{1}{4}$.

D. $-\frac{9}{4}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $y' = 3(m^2 + 1)x^2 + 6(m - 5)x - 1$

Nhận xét: $a.c = 3(m^2 + 1)(-1) < 0, \forall m \in \mathbb{R}$ nên phương trình $y' = 0$ luôn có 2 nghiệm x_1, x_2 trái dấu.

Khi đó: $|x_1| - |x_2| = |x_1 + x_2| = 8$

$$\Leftrightarrow -\frac{6(m-5)}{3(m^2+1)} = 8$$

$$\Leftrightarrow -(m-5) = 4(m^2+1)$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 + m - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{-1+\sqrt{17}}{8} \\ m = \frac{-1-\sqrt{17}}{8} \end{cases}$$

$$\text{Vậy: } S = \left(\frac{-1 + \sqrt{17}}{8} \right) \left(\frac{-1 - \sqrt{17}}{8} \right) = -\frac{1}{4}.$$

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho hình vuông $ABCD$ có $B(3;0;8)$ và $D(-5;-4;0)$. Độ dài cạnh của hình vuông đã cho bằng

A. $6\sqrt{2}$.

B. $5\sqrt{2}$.

C. 6.

D. 12.

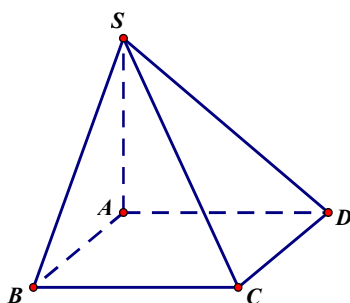
Lời giải

Chọn A

$$BD = \sqrt{(-5-3)^2 + (-4-0)^2 + (0-8)^2} = 12.$$

$$\text{Do } ABCD \text{ là hình vuông nên } BD = AB \cdot \sqrt{2} \Leftrightarrow 12 = AB \cdot \sqrt{2} \Leftrightarrow AB = 6\sqrt{2}.$$

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$ (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

A. 60° .

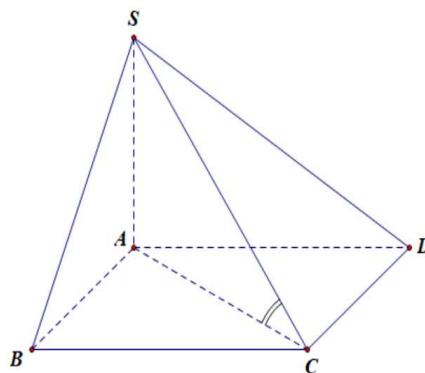
B. 45° .

C. 90° .

D. 30° .

Lời giải

Chọn B



$SA \perp (ABCD) \Rightarrow AC$ là hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$.

$$\text{Do đó: } (\widehat{SC, (ABCD)}) = (\widehat{SC, AC}) = \widehat{SCA}.$$

$$\Delta SAC \text{ vuông tại } A : \tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{\sqrt{2}a}{\sqrt{2}a} = 1 \Rightarrow \widehat{SCA} = 45^\circ.$$

Câu 49: Một đội thanh niên tình nguyện của trường gồm 6 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh để cùng với các giáo viên tham gia đo thân nhiệt cho học sinh khi đến trường. Xác suất để chọn được 4 học sinh trong đó số học sinh nam bằng số học sinh nữ bằng:

A. $\frac{5}{66}$.

B. $\frac{5}{11}$.

C. $\frac{6}{11}$.

D. $\frac{2}{33}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $|\Omega| = C_{11}^4$

Gọi A là biến cố: “Chọn được 4 học sinh trong đó số học sinh nam bằng số học sinh nữ”

Do số học sinh nam bằng số học sinh nữ nên trong 4 học sinh được chọn có 2 học sinh nam và 2 học sinh nữ

$$\Rightarrow |\Omega_A| = C_6^2 \cdot C_5^2$$

Vậy xác suất để chọn được 4 học sinh trong đó số học sinh nam bằng số học sinh nữ là:

$$P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{C_6^2 \cdot C_5^2}{C_{11}^4} = \frac{5}{11}.$$

Câu 50: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(2x+8) < \log_{0,5}(-2x+4)$ là:

A. $(-1; +\infty)$.

B. $(-4; -1)$.

C. $(-1; 2)$.

D. $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

ĐKXĐ: $-4 < x < 2$.

Do cơ số $0,5 \in (0; 1)$ nên bất phương trình đã cho $\Leftrightarrow 2x+8 > -2x+4 \Leftrightarrow x > -1$.

Kết hợp với ĐKXĐ ta có tập nghiệm của bất phương trình đã cho là: $S = (-1; 2)$.

Từ gt $\Rightarrow SA \perp (ABCD)$

Gọi E là trung điểm $AD \Rightarrow AB = AE = a$

Do đó $ABCE$ là hình vuông cạnh $a \Rightarrow SA = AC = a\sqrt{2}$.

Dễ thấy $CD // (SAE) \Rightarrow d(SB; CD) = d(CD; (SBE)) = d(C; (SBE)) = d(A; (SBE))$

Mà $SA; AB; AE$ đôi một vuông góc.

$$\Rightarrow \frac{1}{[d(A; (SBE))]^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AE^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{(a\sqrt{2})^2} = \frac{5}{2a^2}$$

$$\Rightarrow d(SB; CD) = d(A; (SBE)) = \frac{a\sqrt{10}}{5}.$$

----- **HẾT** -----

NHÓM TOÁN VD - VDC

NHÓM TOÁN VD - VDC