

ĐỀ CHÍNH THỨC

Số báo danh

Môn thi: TOÁN - Lớp 11 THPT

Thời gian: 180 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 09 tháng 3 năm 2018

(Đề thi có 01 trang, gồm 05 câu)

Câu I (4,0 điểm).

1. Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = x^2 + bx + 1$ biết rằng (P) đi qua điểm A(2;1).

2. Giải bất phương trình $\sqrt{4x^2 + 5x + 1} + 2\sqrt{x^2 + x + 1} \geq x + 3$.

Câu II (4,0 điểm).

1. Giải phương trình $\frac{4\sin^3 x - 2\cos x(\sin x - 1) - 4\sin x + 1}{1 + \cos 4x} = 0$.

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{xy} + (x - y)(\sqrt{xy} - 2) = \sqrt{y} + y \\ (y + \sqrt{xy} + x - x^2)(x + 1) - 4 = 0 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$

Câu III (4,0 điểm).

1. Cho x, y, z là các số thực phân biệt và không âm. Chứng minh rằng

$$\frac{x+y}{(x-y)^2} + \frac{y+z}{(y-z)^2} + \frac{z+x}{(z-x)^2} \geq \frac{9}{x+y+z}.$$

2. Cho dãy số (u_n) xác định như sau $\begin{cases} u_1 = 2, u_2 = 5 \\ u_{n+2} = 5u_{n+1} - 6u_n, \forall n \geq 1 \end{cases}$. Tính giới hạn $\lim \left(\frac{u_n}{3^n} \right)$.

Câu IV (4,0 điểm).

1. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh của lớp 11A, 3 học sinh của lớp 11B và 5 học sinh của lớp 11C thành một hàng ngang. Tính xác suất để không có học sinh của cùng một lớp đứng cạnh nhau.

2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông cân tại A. Các điểm M, N lần lượt thuộc các cạnh AB, AC sao cho $AM = AN$ (M, N không trùng với các đỉnh của tam giác).

Đường thẳng d_1 đi qua A và vuông góc với BN cắt cạnh BC tại $H\left(\frac{6}{5}; -\frac{2}{3}\right)$, đường thẳng d_2

đi qua M và vuông góc với BN cắt cạnh BC tại $K\left(\frac{2}{5}; \frac{2}{3}\right)$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác

ABC, biết rằng đỉnh A thuộc đường thẳng $(\Delta): 5x + 3y + 13 = 0$ và có hoành độ dương.

Câu V (4,0 điểm).

1. Cho tứ diện SABC có $SA = SB = SC = 1$. Một mặt phẳng (α) thay đổi luôn đi qua trọng tâm G của tứ diện và cắt các cạnh SA, SB, SC lần lượt tại các điểm A', B', C'. Chứng minh rằng biểu thức $T = \frac{1}{SA'} + \frac{1}{SB'} + \frac{1}{SC'}$ có giá trị không đổi.

2. Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Một điểm M di động trên cạnh đáy BC (M khác B, C). Mặt phẳng (α) đi qua M đồng thời song song với hai đường thẳng SB và AC. Xác định thiết diện của hình chóp S.ABCD cắt bởi (α) và tìm vị trí của điểm M để thiết diện đó có diện tích lớn nhất.

ĐỀ CHÍNH THỨC

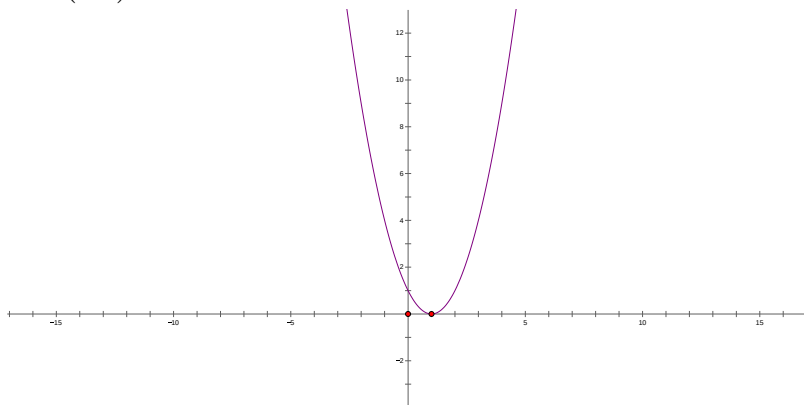
Môn thi: TOÁN- Lớp 11 THPT

Thời gian: **180 phút** (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 09 tháng 3 năm 2018

HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ THANG ĐIỂM

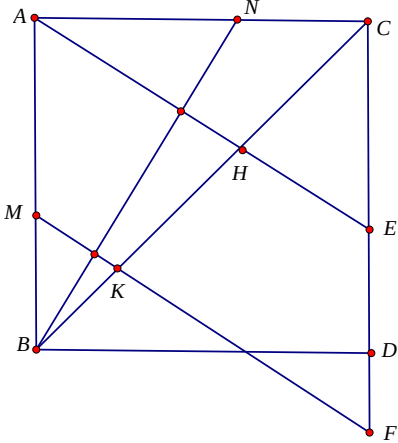
(Gồm có 07 trang)

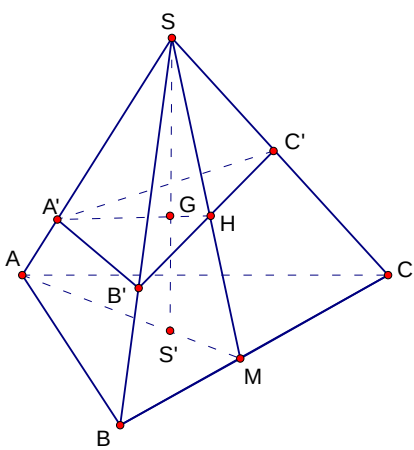
Câu	NỘI DUNG	Điểm							
I 4,0 điểm	1. Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = x^2 + bx + 1$ biết rằng (P) đi qua điểm $A(2;1)$.	2,0							
	Do (P) đi qua điểm $A(2;1)$ nên $4 + 2b + 1 = 1 \Leftrightarrow b = -2$	0,50							
	Ta được hàm số $y = x^2 - 2x + 1$ Bảng biến thiên như sau :	0,75							
	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$y = x^2 - 2x + 1$</td><td>$+\infty$</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr></table>		x	$-\infty$	1	$+\infty$	$y = x^2 - 2x + 1$	$+\infty$	0
	x	$-\infty$	1	$+\infty$					
	$y = x^2 - 2x + 1$	$+\infty$	0	$+\infty$					
Đồ thị: Có đỉnh $I(1;0)$ và trục đối xứng là đường thẳng $x = 1$ và có hình dạng như sau:									
2. Giải bất phương trình $\sqrt{4x^2 + 5x + 1} + 2\sqrt{x^2 + x + 1} \geq x + 3$ (1).	2,0								
Điều kiện xác định của bất phương trình là $\begin{cases} 4x^2 + 5x + 1 \geq 0 \\ x^2 + x + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq -\frac{1}{4} \end{cases}$	0,50								
Ta có (1) $\Leftrightarrow \sqrt{(x+1)(4x+1)} - (x+1) + 2(\sqrt{x^2 + x + 1} - 1) \geq 0$ (2)	0,50								
Xét $x \leq -1$, khi đó: $-(x+1) \geq 0, \sqrt{x^2 + x + 1} - 1 = \frac{x^2 + x}{\sqrt{x^2 + x + 1}} \geq 0$ nên (2) luôn đúng. Vậy $x \leq -1$ là nghiệm của BPT đã cho.	0,25								
Xét $x \geq -\frac{1}{4}$: BPT (2) $\Leftrightarrow \sqrt{x+1}(\sqrt{4x+1} - \sqrt{x+1}) + \frac{2(x^2 + x)}{\sqrt{x^2 + x + 1} + 1} \geq 0$ (3) $\Leftrightarrow \frac{3x\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1} + \sqrt{4x+1}} + \frac{2x(x+1)}{1 + \sqrt{x^2 + x + 1}} \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$	0,50								
Vậy tập nghiệm của BPT là $S = (-\infty; -1] \cup [0; +\infty)$	0,25								

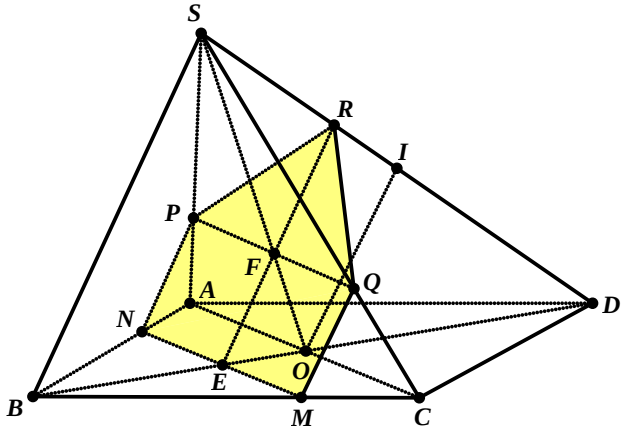
	Chú ý 1: Nếu học sinh không xét các trường hợp như trên mà biến đổi luôn từ BPT (2) thành BPT (3) và đưa ra đúng tập nghiệm thì <u>chỉ cho tối đa 1,25 đ.</u>	
	Chú ý 2: Có thể giải theo cách sau ĐKXĐ: $x \leq -1$ hoặc $x \geq -\frac{1}{4}$.	0,50
	BPT (1) $\Leftrightarrow \sqrt{4x^2 + 5x + 1} - (x+1) + 2(\sqrt{x^2 + x + 1} - 1) \geq 0$ (2)	0,50
	Nhận thấy $x = -1$ là một nghiệm của BPT.	0,25
	Xét trường hợp $x \in (-\infty; -1) \cup \left[-\frac{1}{4}; +\infty\right)$. Khi đó $\sqrt{4x^2 + 5x + 1} + (x+1) > 0$ nên BPT (2) tương đương với $\frac{3(x^2 + x)}{\sqrt{4x^2 + 5x + 1} + (x+1)} + \frac{2(x^2 + x)}{1 + \sqrt{x^2 + x + 1}} \geq 0$ (3) $\Leftrightarrow x^2 + x \geq 0 \Leftrightarrow x < -1$ hoặc $x \geq 0$.	0,50
	Từ đó có tập nghiệm của BPT là $S = (-\infty; -1] \cup [0; +\infty)$ Nếu học sinh giải theo cách này nhưng không xét các trường hợp như trên mà biến đổi luôn từ BPT (2) thành BPT (3) và đưa ra đúng tập nghiệm thì chỉ cho tối đa 1,25 đ.	0,25
II 4,0 điểm	1. Giải phương trình $\frac{4\sin^3 x - 2\cos x(\sin x - 1) - 4\sin x + 1}{1 + \cos 4x} = 0$.	2,0
	ĐKXĐ: $1 + \cos 4x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$	0,25
	Phương trình tương đương với $4\sin x(1 - \cos^2 x) - 2\cos x \sin x + 2\cos x - 4\sin x + 1 = 0$ $\Leftrightarrow -4\sin x \cos^2 x - 2\cos x \sin x + 2\cos x + 1 = 0$	0,50
	$\Leftrightarrow (2\cos x + 1)(1 - \sin 2x) = 0 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{1}{2}$ hoặc $\sin 2x = 1$	0,50
	$\Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$ hoặc $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.	0,50
	So sánh với điều kiện suy ra nghiệm của phương trình đã cho là $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$.	0,25
	2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{xy} + (x-y)(\sqrt{xy} - 2) = \sqrt{y} + y & (1) \\ (y + \sqrt{xy} + x - x^2)(x+1) - 4 = 0 & (2) \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$	2,0
	ĐKXĐ: $\begin{cases} x \geq 0; y \geq 0 \\ xy + (x-y)(\sqrt{xy} - 2) \geq 0. \end{cases}$	0,25
	Nhận thấy nếu $y = 0$ thì từ (1) suy $x = 0$. Thay $x = y = 0$ vào (2) không thỏa mãn. Vậy ta có điều kiện $x \geq 0, y > 0$, điều này có nghĩa là $\sqrt{x} + \sqrt{y} \neq 0, \sqrt{xy} + (x-y)(\sqrt{xy} - 2) + y \neq 0.$ Khi đó ta có: (1) $\Leftrightarrow \sqrt{x} - \sqrt{y} + \sqrt{xy} + (x-y)(\sqrt{xy} - 2) - y = 0$ $\Leftrightarrow \frac{x-y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{(x-y)(y + \sqrt{xy} - 2)}{\sqrt{xy} + (x-y)(\sqrt{xy} - 2) + y} = 0$	0,50

	$\Leftrightarrow (x-y) \left[\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} + \frac{y+\sqrt{xy}-2}{\sqrt{xy+(x-y)(\sqrt{xy}-2)}+y} \right] = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x=y \\ \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} + \frac{y+\sqrt{xy}-2}{\sqrt{xy+(x-y)(\sqrt{xy}-2)}+y} = 0 \end{cases}$	0,25
	• Xét $x = y$. Thế vào (2) ta được $x^3 - 2x^2 - 3x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 1; x = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}$. Vì $x = y > 0$ nên trường hợp này hệ có hai nghiệm $(1;1); \left(\frac{1+\sqrt{17}}{2}; \frac{1+\sqrt{17}}{2} \right)$.	0,50
	• Xét phương trình $\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} + \frac{y+\sqrt{xy}-2}{\sqrt{xy+(x-y)(\sqrt{xy}-2)}+y} = 0$ (3) Từ phương trình (2) ta có: $y + \sqrt{xy} = x^2 - x + \frac{4}{x+1} = x + 1 + \frac{4}{x+1} + (x-1)^2 - 2 = \left(\sqrt{x+1} - \frac{2}{\sqrt{x+1}} \right)^2 + (x-1)^2 + 2 \geq 2$ Do đó $\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} + \frac{y+\sqrt{xy}-2}{\sqrt{xy+(x-y)(\sqrt{xy}-2)}+y} > 0$ nên (3) vô nghiệm. Vậy hệ có hai nghiệm $(1;1); \left(\frac{1+\sqrt{17}}{2}; \frac{1+\sqrt{17}}{2} \right)$. Chú ý 3: Nếu học sinh không lập luận để chỉ ra $\sqrt{x} + \sqrt{y} \neq 0, \sqrt{xy+(x-y)(\sqrt{xy}-2)}+y \neq 0$ trước khi thực hiện nhân chia liên hợp từ phương trình (1) thì <u>chỉ cho tối đa 1,75đ.</u>	0,50
III 4,0 điểm	1. Cho x, y, z là các số thực phân biệt và không âm. Chứng minh rằng $\frac{x+y}{(x-y)^2} + \frac{y+z}{(y-z)^2} + \frac{z+x}{(z-x)^2} \geq \frac{9}{x+y+z}.$	2,0
	Ta có $\frac{x+y}{(x-y)^2} + \frac{y+z}{(y-z)^2} + \frac{z+x}{(z-x)^2} \geq \frac{9}{x+y+z}$ $\Leftrightarrow (x+y+z) \left(\frac{x+y}{(x-y)^2} + \frac{y+z}{(y-z)^2} + \frac{z+x}{(z-x)^2} \right) \geq 9$	0,25
	Không mất tính tổng quát, có thể giả sử $x > y > z \geq 0$. Khi đó có các bất đẳng thức sau: +) $x + y + z \geq x + y$ +) $\frac{y+z}{(y-z)^2} \geq \frac{1}{y} \Leftrightarrow y(y+z) \geq (y-z)^2 \Leftrightarrow z(3y-z) \geq 0$ (luôn đúng) +) Tương tự cũng có $\frac{z+x}{(z-x)^2} \geq \frac{1}{x}$	0,50
	Do đó nếu đặt $F = (x+y+z) \left(\frac{x+y}{(x-y)^2} + \frac{y+z}{(y-z)^2} + \frac{z+x}{(z-x)^2} \right)$ thì $F \geq (x+y) \left(\frac{x+y}{(x-y)^2} + \frac{1}{y} + \frac{1}{x} \right)$	0,25

	Ta có bất đẳng thức cơ bản sau: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{9}{a+b+c}$ với $\forall a, b, c > 0$.	0,25
	Áp dụng ta được: $\frac{x+y}{(x-y)^2} + \frac{1}{y} + \frac{1}{x} = (x+y) \left(\frac{1}{(x+y)^2 - 4xy} + \frac{1}{xy} \right)$ $= (x+y) \left(\frac{1}{(x+y)^2 - 4xy} + \frac{1}{2xy} + \frac{1}{2xy} \right) \geq \frac{9(x+y)}{(x+y)^2} = \frac{9}{x+y}.$	0,50
	Vậy $(x+y) \left(\frac{x+y}{(x-y)^2} + \frac{1}{y} + \frac{1}{x} \right) \geq (x+y) \frac{9}{x+y} = 9$. Suy ra $F \geq 9$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} z=0 \\ (x+y)^2 - 4xy = 2xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=0 \\ x = (2 \pm \sqrt{3})y \end{cases}$.	0,25
	2. Cho dãy số (u_n) xác định như sau $\begin{cases} u_1 = 2, u_2 = 5 \\ u_{n+2} = 5u_{n+1} - 6u_n, \forall n \geq 1 \end{cases}$ Tính giới hạn $\lim \left(\frac{u_n}{3^n} \right)$.	2,0
	Từ giả thiết ta có $u_{n+2} - 2u_{n+1} = 3(u_{n+1} - 2u_n), \forall n \geq 1$. Suy ra dãy $v_{n+1} = u_{n+1} - 2u_n$ là một cấp số nhân có công bội $q = 3 \Rightarrow v_{n+1} = 3^{n-1}v_2 = 3^{n-1}(5 - 2.2) = 3^{n-1}$ (1)	0,50
	Cũng từ giả thiết ta có $u_{n+2} - 3u_{n+1} = 2(u_{n+1} - 3u_n), \forall n \geq 1$. Suy ra dãy $w_{n+1} = u_{n+1} - 3u_n$ là một cấp số nhân có công bội $q = 2 \Rightarrow w_{n+1} = 2^{n-1}w_2 = 2^{n-1}(5 - 3.2) = -2^{n-1}$ (2)	0,50
	Từ (1) và (2) ta có hệ $\begin{cases} u_{n+1} - 2u_n = 3^{n-1} \\ u_{n+1} - 3u_n = -2^{n-1} \end{cases} \Rightarrow u_n = 3^{n-1} + 2^{n-1}$	0,50
	Suy ra $\lim \left(\frac{u_n}{3^n} \right) = \lim \left(\frac{3^{n-1} + 2^{n-1}}{3^n} \right) = \lim \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^n \right) = \frac{1}{3}$	0,50
	Chú ý 4: Có thể giải theo cách sau Xét phương trình đặc trưng của dãy truy hồi là $\lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0$.	0,50
	Phương trình có 2 nghiệm là $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 3$.	0,50
	Do đó $u_n = a.2^n + b.3^n$. Với $u_1 = 2, u_2 = 5 \Rightarrow a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{3}$.	0,50
	Suy ra $u_n = 3^{n-1} + 2^{n-1}$ và do đó $\lim \left(\frac{u_n}{3^n} \right) = \frac{1}{3}$.	0,50
IV 4,0 điểm	1. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 11A, 3 học sinh lớp 11B và 5 học sinh lớp 11C thành một hàng ngang. Tính xác suất để không có học sinh của cùng một lớp đứng cạnh nhau.	2,0
	Số phần tử của không gian mẫu: $ \Omega = 10!$	0,25
	Gọi A là biến cố “Không có học sinh của cùng một lớp đứng cạnh nhau”. Để tìm A ta thực hiện theo hai bước sau: Bước 1: Xếp 5 học sinh của lớp 11C thành 1 dãy: có $5!$ cách xếp. Khi đó, 5 học sinh của lớp 11C tạo ra 6 khoảng trống được đánh số từ 1 đến 6 như sau: 1C2C3C4C5C6	0,25
	Bước 2: Xếp 5 học sinh của hai lớp 11A và 11B vào các khoảng trống sao cho thỏa mãn yêu cầu của bài toán. Khi đó chỉ xảy ra hai trường hợp sau: Trường hợp 1: Xếp 5 học sinh của hai lớp 11A và 11B vào các vị trí 1, 2, 3, 4, 5 hoặc các vị trí 2, 3, 4, 5, 6: có $2 \times 5! = 240$ cách xếp.	0,50

Trường hợp 2: Xếp 5 học sinh của hai lớp 11A và 11B vào các vị trí 2, 3, 4, 5; trong đó có 1 vị trí xếp 2 học sinh gồm 1 học sinh của lớp 11A và 1 học sinh của lớp 11B; 3 vị trí còn lại mỗi vị trí xếp 1 học sinh. + Có 4 cách chọn một vị trí xếp 2 học sinh. + Có 2×3 cách chọn cặp học sinh gồm 1 học sinh ở lớp 11A và 1 học sinh lớp 11B. Suy ra có $(4 \times 2 \times 3) \times 2!$ cách xếp 2 học sinh gồm 1 học sinh của lớp 11A và 1 học sinh của lớp 11B học sinh vào một vị trí.	0,25
+ Có 3! cách xếp 3 học sinh vào 3 vị trí còn lại (mỗi vị trí có 1 học sinh). Do đó trường hợp này có $(4 \times 2 \times 3) \times 2! \times 3! = 288$ cách xếp.	0,25
Suy ra tổng số cách xếp là $A = 5! \times (240 + 288) = 63360$ cách xếp.	0,25
Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{ A }{ \Omega } = \frac{63360}{10!} = \frac{11}{630}$.	0,25
2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông cân tại A. Các điểm M, N lần lượt thuộc các cạnh AB, AC sao cho $AM = AN$ (M, N không trùng với các đỉnh của tam giác). Đường thẳng d_1 đi qua A và vuông góc với BN cắt cạnh BC tại $H\left(\frac{6}{5}; -\frac{2}{3}\right)$, đường thẳng d_2 đi qua M và vuông góc với BN cắt cạnh BC tại $K\left(\frac{2}{5}; \frac{2}{3}\right)$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC, biết rằng đỉnh A thuộc đường thẳng $(\Delta): 5x + 3y + 13 = 0$ và có hoành độ dương.	2,0
	
Gọi D là điểm sao cho ABDC là hình vuông và E, F lần lượt là giao điểm của đường thẳng AH, MK với đường thẳng CD. Ta có $\triangle ABN = \triangle CAE (g.c.g) \Rightarrow AN = CE \Rightarrow AM = CE$ mà $AM = EF \Rightarrow CE = EF$ $\Rightarrow E$ là trung điểm của $CF \Rightarrow H$ là trung điểm của KC	0,50
Từ đó tìm được $C(2; -2)$. Ta có $\overrightarrow{KH}\left(\frac{4}{5}; -\frac{4}{3}\right) \Rightarrow$ vectơ pháp tuyến của BC là $\vec{n}(5; 3)$ $\Rightarrow$ Phương trình BC là: $5x + 3y - 4 = 0$.	0,25
Ta có AC là đường thẳng đi qua C và tạo với BC một góc 45°. Gọi vectơ pháp tuyến của AC là $\vec{n}_1(a; b)$, với $a^2 + b^2 > 0$. Ta có $\cos 45^\circ = \frac{ 5a + 3b }{\sqrt{34} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}} \Leftrightarrow 4b^2 - 15ba - 4a^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 4a \\ b = -\frac{1}{4}a \end{cases}$	0,25
• Với $b = 4a$ chọn $a = 1 \Rightarrow b = 4$ ta có phương trình $AC: x + 4y + 6 = 0$	0,25

	Toạ độ điểm A là nghiệm của hệ $\begin{cases} x+4y+6=0 \\ 5x+3y+13=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \end{cases}$ (loại).	
	• Với $b = -\frac{1}{4}a$, chọn $a=4 \Rightarrow b=-1$ ta có phương trình AC: $4x - y - 10 = 0$ Toạ độ điểm A là nghiệm của hệ $\begin{cases} 4x - y - 10 = 0 \\ 5x + 3y + 13 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-6 \end{cases}$ (thoả mãn) $\Rightarrow A(1; -6)$	0,25
	Phương trình AB là: $x + 4y + 23 = 0$. Toạ độ điểm B là nghiệm của hệ $\begin{cases} x + 4y + 23 = 0 \\ 5x + 3y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=-7 \end{cases}$ (thoả mãn) $\Rightarrow B(5; -7)$ Vậy toạ độ các điểm cần tìm là: $A(1; -6), B(5; -7), C(2; -2)$. Chú ý 5: Nếu học sinh công nhận điểm H là trung điểm của KC (không chứng minh) và tìm đúng toạ độ các đỉnh của tam giác thì <u>chỉ cho tối đa 1,0 điểm</u>.	0,50
V 4,0 điểm	1. Cho tứ diện SABC có $SA = SB = SC = 1$. Một mặt phẳng (α) thay đổi luôn đi qua trọng tâm G của tứ diện, cắt các cạnh SA, SB, SC lần lượt tại các điểm A', B', C'. Chứng minh rằng biểu thức $T = \frac{1}{SA'} + \frac{1}{SB'} + \frac{1}{SC'}$ có giá trị không đổi.	2,0
		
	Vì G là trọng tâm tứ diện SABC nên ta có tính chất: $\overrightarrow{MG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{MS} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC})$, với M là điểm tùy ý. Áp dụng tính chất trên cho điểm $M \equiv S$ ta có: $\overrightarrow{SG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{SS} + \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}) = \frac{1}{4}(\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC})$	0,50
	Lại có $\overrightarrow{SA} = \frac{SA}{SA'}\overrightarrow{SA'}$, $\overrightarrow{SB} = \frac{SB}{SB'}\overrightarrow{SB'}$, $\overrightarrow{SC} = \frac{SC}{SC'}\overrightarrow{SC'}$	0,50
	Do đó $\overrightarrow{SG} = \frac{1}{4SA'}\overrightarrow{SA'} + \frac{1}{4SB'}\overrightarrow{SB'} + \frac{1}{4SC'}\overrightarrow{SC'}$	0,50
	Vì bốn điểm A', B', C', G đồng phẳng nên phải có $\frac{1}{4SA'} + \frac{1}{4SB'} + \frac{1}{4SC'} = 1 \Rightarrow T = 4$.	0,50
	2. Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Một điểm M di động trên cạnh đáy BC (M khác B,C). Mặt phẳng (α) đi qua M đồng thời song song với hai đường thẳng SB, AC. Xác định thiết diện của hình chóp S.ABCD cắt bởi (α) và tìm vị trí điểm M để thiết diện đó có diện tích lớn nhất.	2,0

	
Kẻ $MN \parallel AC$ ($N \in AB$); $NP \parallel SB$ ($P \in SA$); $MQ \parallel SB$ ($Q \in SC$). Gọi $O = AC \cap BD$; $E = MN \cap BD$; $F = PQ \cap SO$; $R = EF \cap SD$. Khi đó thiết diện cần tìm là ngũ giác $MNPRQ$, trong đó tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.	0,50
Gọi α là góc giữa SB và AC. Đặt $x = \frac{BM}{BC}$ ($0 < x < 1$). Khi đó $MN = x.AC$, $MQ = (1-x).SB$. Suy ra $S_{MNPQ} = MN.MQ.\sin \alpha = x(1-x).SB.AC.\sin \alpha$.	0,50
Gọi I là trung điểm của SD, khi đó: $\frac{RF}{OI} = \frac{SF}{SO} = \frac{BE}{BO} = \frac{BM}{BC} = x \Rightarrow RF = x.OI = \frac{x}{2} SB$ Do góc giữa RE và PQ bằng α nên $S_{PRQ} = \frac{1}{2} PQ.RF.\sin \alpha = \frac{1}{2} MN.RF.\sin \alpha = \frac{x^2}{4} SB.AC.\sin \alpha$ Vậy $S_{MNPRQ} = S_{MNPQ} + S_{PRQ} = x\left(1 - \frac{3x}{4}\right).SB.AC.\sin \alpha \quad (*)$.	0,50
Áp dụng bất đẳng thức Cauchy, ta có $\frac{3x}{4}\left(1 - \frac{3x}{4}\right) \leq \frac{1}{4}\left(\frac{3x}{4} + 1 - \frac{3x}{4}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow x\left(1 - \frac{3x}{4}\right) \leq \frac{1}{3}.$ Từ (*) suy ra $S_{MNPRQ} \leq \frac{1}{3}.SB.AC.\sin \alpha$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\frac{3x}{4} = 1 - \frac{3x}{4} \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$ hay $\frac{MB}{MC} = 2$.	0,50

----- Hết -----

Chú ý:

- Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa, điểm thành phần giám khảo tự phân chia trên cơ sở tham khảo điểm thành phần của đáp án.
- Các trường hợp khác tổ chấm thống nhất phương án chấm.