

**KỶ THI THỬ TUYỂN SINH QUỐC GIA NĂM 2016****Môn: Toán (ĐỀ VIP 2)**

Thời gian làm bài: 180 phút (Không kể thời gian giao đề)

**Đề thi được soạn theo cấu trúc mới nhất 2016!(Kèm đáp án)****Câu I (2 điểm)** Cho hàm số  $y = -x^3 + 3x + 1$  (C).

a/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (C).

b/ Dựa vào đồ thị (C), tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình  $x^3 - 3x + m - 3 = 0$  có 3 nghiệm phân biệt.**Câu II (1 điểm)** a) Cho góc  $\alpha$  thỏa:  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$  và  $\cos \alpha = \frac{3}{4}$ . Tính  $\cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)$ .b) Gọi  $z_1$  và  $z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $2z^2 + 3z + 4 = 0$ . Tính  $M = |z_1 - z_2|$ .**Câu III (1 điểm)** Tính tích phân:  $I = \int_0^1 (x + e^{2x}) x dx$ .**Câu IV (1 điểm)** Cho hình chóp  $S.ABC$  có tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AB = AC = a$ ,  $I$  là trung điểm của  $SC$ , hình chiếu vuông góc của  $S$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  là trung điểm  $H$  của  $BC$ , mặt phẳng  $(SAB)$  tạo với đáy 1 góc bằng  $60^\circ$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$  và tính khoảng cách từ điểm  $I$  đến mặt phẳng  $(SAB)$  theo  $a$ .**Câu V (1 điểm)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(-4;1;3)$  và đường thẳng  $d: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{3}$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $A$  và vuông góc với đường thẳng  $d$ . Tìm tọa độ điểm  $B$  thuộc  $d$  sao cho  $AB = \sqrt{27}$ .**Câu VI (1 điểm)** Đội cờ đỏ của một trường phổ thông có 12 học sinh gồm 5 học sinh lớp A, 4 học sinh lớp B và 3 học sinh lớp C. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh đi làm nhiệm vụ. Tính xác suất để trong 4 học sinh được chọn không quá 2 trong 3 lớp trên.**Câu VII (1 điểm)** Trong mặt phẳng hệ tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có phương trình  $BC: x - 2y + 3 = 0$ , trọng tâm  $G(4;1)$  và diện tích bằng 15. Điểm  $E(3;-2)$  là điểm thuộc đường cao của tam giác  $ABC$  hạ từ đỉnh  $A$ . Tìm tọa độ các điểm  $A, B, C$ .**Câu VIII (1 điểm)** Giải phương trình:  $\sqrt{x+4} + \sqrt{x-4} = 2x - 12 + 2\sqrt{x^2 - 16}$ .**Câu IX (1 điểm)** Cho  $x, y$  là hai số thực dương và thỏa mãn điều kiện  $x^2 + y^2 = 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = (1+x)\left(1+\frac{1}{y}\right) + (1+y)\left(1+\frac{1}{x}\right).$$

**CHÚC CÁC EM THÀNH CÔNG !**

## Hướng dẫn

### Câu I:

Hàm số :  $y = -x^3 + 3x + 1$

TXĐ:  $D = R$

$$y' = -3x^2 + 3, \quad y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

Hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(1; +\infty)$ , đồng biến trên khoảng  $(-1; 1)$

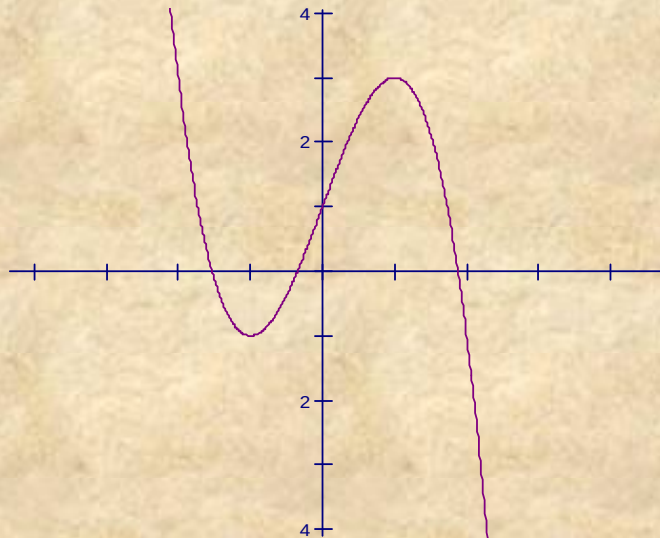
Hàm số đạt cực đại tại  $x = 1, y_{CD} = 3$ , đạt cực tiểu tại  $x = -1, y_{CT} = -1$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$$

\* Bảng biến thiên

| x  | $-\infty$<br>$+\infty$ | -1                                                                                | 1        |
|----|------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|----------|
| y' |                        | +      0      -                                                                   | 0      + |
| y  | $+\infty$<br>$-\infty$ |  |          |

Đồ thị:



**b.(1,0 điểm)**

• Ta có :  $x^3 - 3x + m - 3 = 0 \Leftrightarrow m - 2 = -x^3 + 3x + 1(*)$ .

- Số nghiệm của phương trình (\*) bằng số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = -x^3 + 3x + 1$  và đường thẳng  $d : y = m - 2$ .



- Dựa vào đồ thị (C), ta suy ra phương trình (\*) có 3 nghiệm phân biệt  
 $\Leftrightarrow 1 < m < 5$

KL đúng tham số m

### Câu II:

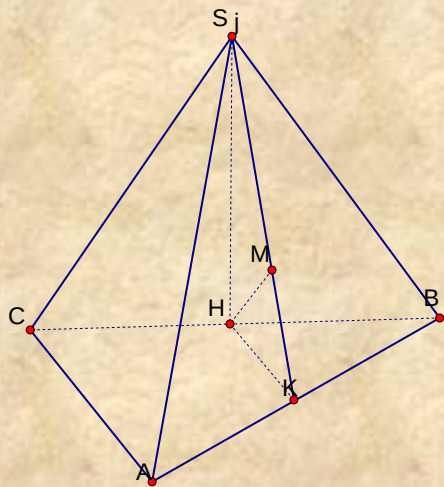
|                                                                                                                                                                                                                       |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \frac{9}{16} = \frac{7}{16}$ . Vì $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ nên $\sin \alpha < 0 \Rightarrow \sin \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{4}$ .       |
| $\cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) = \cos \frac{\pi}{3} \cos \alpha + \sin \frac{\pi}{3} \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{3 - \sqrt{21}}{8}$ . |
| $\Delta = -23 \Rightarrow z_1 = \frac{-3 - i\sqrt{23}}{4}; z_2 = \frac{-3 + i\sqrt{23}}{4}$                                                                                                                           |
| $\Rightarrow z_1 - z_2 = -\frac{i\sqrt{23}}{2} \Rightarrow M = \frac{\sqrt{23}}{2}$ .                                                                                                                                 |

### Câu III:

|                                                                                                                                                                       |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $I = \int_0^1 x^2 dx + \int_0^1 x e^{2x} dx; \int_0^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big _0^1 = \frac{1}{3}$ .                                                               |
| Đặt $u = x \Rightarrow du = dx; dv = e^{2x} dx$ chọn $v = \frac{1}{2} e^{2x}$                                                                                         |
| $\Rightarrow \int_0^1 x e^{2x} dx = \frac{x}{2} e^{2x} \Big _0^1 - \frac{1}{2} \int_0^1 e^{2x} dx = \frac{e^2}{2} - \frac{1}{4} e^{2x} \Big _0^1 = \frac{e^2 + 1}{4}$ |
| Vậy $I = \frac{3e^2 + 7}{12}$ .                                                                                                                                       |

### Câu IV

(1,0 điểm)



Gọi K là trung điểm của AB  $\Rightarrow HK \perp AB$  (1)

Vì  $SH \perp (ABC)$  nên  $SH \perp AB$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $\Rightarrow AB \perp SK$

Do đó góc giữa  $(SAB)$  với đáy bằng góc giữa SK và HK và bằng  $\square SKH = 60^\circ$

Ta có  $SH = HK \tan \square SKH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot SH = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$$

Vì  $IH \parallel SB$  nên  $IH \parallel (SAB)$ . Do đó  $d(I, (SAB)) = d(H, (SAB))$

Từ H kẻ  $HM \perp SK$  tại M  $\Rightarrow HM \perp (SAB) \Rightarrow d(H, (SAB)) = HM$

$$\text{Ta có } \frac{1}{HM^2} = \frac{1}{HK^2} + \frac{1}{SH^2} = \frac{16}{3a^2} \Rightarrow HM = \frac{a\sqrt{3}}{4}. \text{ Vậy } d(I, (SAB)) = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

### Câu V

Đường thẳng d có VTCP là  $\vec{u}_d = (-2; 1; 3)$

Vì  $(P) \perp d$  nên  $(P)$  nhận  $\vec{u}_d = (-2; 1; 3)$  làm VTPT

Vậy PT mặt phẳng  $(P)$  là :  $-2(x+4) + 1(y-1) + 3(z-3) = 0$   
 $\Leftrightarrow -2x + y + 3z - 18 = 0$

Vì  $B \in d$  nên  $B(-1-2t; 1+t; -3+3t)$

$$AB = \sqrt{27} \Leftrightarrow AB^2 = 27 \Leftrightarrow (3-2t)^2 + t^2 + (-6+3t)^2 = 27 \Leftrightarrow 7t^2 - 24t + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = \frac{3}{7} \end{cases} \text{ Vậy } B(-7; 4; 6) \text{ hoặc } B\left(-\frac{13}{7}; \frac{10}{7}; -\frac{12}{7}\right)$$

### Câu VI

$$n(\Omega) = C_{12}^4 = 495$$

Gọi A là biến cố : “ 4 học sinh được chọn không quá 2 trong 3 lớp trên”

$\Rightarrow \bar{A}$  : “ 4 học sinh được chọn là học sinh của cả 3 lớp trên”

Ta có các trường hợp sau:



+ 2 học sinh lớp A, 1 học sinh lớp B và 1 học sinh lớp C có  $C_5^2.C_4^1.C_3^1 = 120$  cách  
 + 1 học sinh lớp A, 2 học sinh lớp B và 1 học sinh lớp C có  $C_5^1.C_4^2.C_3^1 = 90$  cách  
 + 1 học sinh lớp A, 1 học sinh lớp B và 2 học sinh lớp C có  $C_5^1.C_4^1.C_3^2 = 60$  cách  
 $\Rightarrow n(\bar{A}) = 270$ .

$$\Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{6}{11}.$$

Vậy xác suất của biến cố A là:  $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = \frac{5}{11}$

## Câu VII

Phương trình đường cao kẻ từ đỉnh A:  $2x + y - 4 = 0$

Gọi  $A(a; 4 - 2a)$

Trung điểm của đoạn BC:  $M(2m - 3; m)$

Ta có:  $\overrightarrow{AG} = (4 - a; 2a - 3)$ ,  $\overrightarrow{GM} = (2m - 7; m - 1)$

$$\text{Mà: } \overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{GM} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 4m = 18 \\ 2a - 2m = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ m = \frac{7}{2} \end{cases}$$

Vậy:  $A(4; -4)$ ,  $M\left(4; \frac{7}{2}\right)$

Gọi  $B(2b - 3; b) \Rightarrow C(11 - 2b; 7 - b) \Rightarrow BC = \sqrt{(14 - 4b)^2 + (7 - 2b)^2}$

$$d(A, BC) = 3\sqrt{5}$$

$$\text{nên: } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{5} \cdot \sqrt{(14 - 4b)^2 + (7 - 2b)^2} = 15 \Leftrightarrow 20b^2 - 140b - 4225 = 0$$

Với  $b = \frac{9}{2}$ , ta có:  $B\left(6; \frac{9}{2}\right)$ ,  $C\left(2; \frac{5}{2}\right)$

Với  $b = \frac{5}{2}$ , ta có:  $B\left(2; \frac{5}{2}\right)$ ,  $C\left(6; \frac{9}{2}\right)$

## Câu VIII

Điều kiện xác định:  $x \geq 4$ . Với điều kiện đó, phương trình đã cho tương đương

$$\sqrt{x+4} + \sqrt{x-4} = (x+4) + (x-4) - 12 + 2\sqrt{x^2-16}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x+4} + \sqrt{x-4} = (\sqrt{x+4} + \sqrt{x-4})^2 - 12$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x+4} + \sqrt{x-4}, t > 0 \text{ ta được } t^2 - t - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -3 \text{ (loại)} \\ t = 4 \end{cases}$$

$$\text{Với } t = 4, \text{ ta được } \sqrt{x+4} + \sqrt{x-4} = 4 \Leftrightarrow \sqrt{x^2-16} = 8-x \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \leq x \leq 8 \\ x^2-16 = 64-16x+x^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4 \leq x \leq 8 \\ x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow x = 5. \text{ Vậy nghiệm của phương trình là } x = 5.$$

### Câu IX

$$P = 1 + \frac{1}{y} + x + \frac{x}{y} + 1 + \frac{1}{x} + y + \frac{y}{x} = \left(x + \frac{1}{2x}\right) + \left(y + \frac{1}{2y}\right) + \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + 2$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có

$$x + \frac{1}{2x} \geq \sqrt{2} \quad (1); \quad y + \frac{1}{2y} \geq \sqrt{2} \quad (2); \quad \frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2 \quad (3)$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \geq \frac{1}{\sqrt{xy}} \geq \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \sqrt{2} \quad (4)$$

$\Rightarrow P \geq 3\sqrt{2} + 4$ . Mặt khác dấu đẳng thức đồng thời xảy ra trong (1), (2), (3), (4) khi và chỉ khi

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2x} \\ y = \frac{1}{2y} \\ x = y \\ x^2 + y^2 = 1; x > 0, y > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x = y = \frac{\sqrt{2}}{2}. \text{ Vậy } \min P = 3\sqrt{2} + 4 \Leftrightarrow x = y = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$