

Họ, tên thí sinh Số báo danh

Câu 1: Biết $\int_a^b f(x)dx = 10$, $\int_a^b g(x)dx = 5$. Tính $I = \int_a^b (3f(x) - 5g(x))dx$.

- A. $I = -5$. B. $I = 15$. C. $I = 5$. D. $I = 10$.

Câu 2: Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

- A. $x = 1$. B. $y = 2$. C. $x = -1$. D. $x = -2$.

Câu 3: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $BC = 2a$ và có thể tích bằng $2a^3$. Tính khoảng cách giữa hai đáy của lăng trụ.

- A. $6a$. B. a . C. $2a$. D. $3a$.

Câu 4: Cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z-3}{4}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 5 = 0$. Xét vị trí tương đối của d và (P) .

- A. d nằm trên (P) . B. d song song với (P) .
C. d cắt và không vuông góc với (P) . D. d vuông góc với (P) .

Câu 5: Đáy của hình chóp $S.ABCD$ là một hình vuông cạnh bằng 1. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và có độ dài bằng 1. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

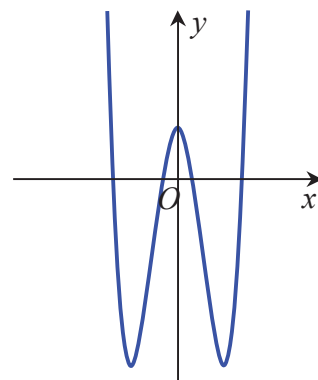
- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{8}$.

Câu 6: Sự phân rã của các chất phóng xạ được biểu diễn bằng công thức $m(t) = m_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$, trong đó m_0 là khối lượng chất phóng xạ ban đầu (tại thời điểm $t = 0$), $m(t)$ là khối lượng chất phóng xạ tại thời điểm t và T là chu kỳ bán rã (tức là khoảng thời gian để một nửa số nguyên tử của chất phóng xạ bị biến thành chất khác). Biết chu kỳ bán rã của chất phóng xạ Po^{210} là 138 ngày đêm. Hỏi 0,168 gam Po^{210} sau 414 ngày đêm sẽ còn lại bao nhiêu gam?

- A. 0,021. B. 0,056.
C. 0,045. D. 0,102.

Câu 7: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a > 0, b < 0, c > 0, b^2 - 4ac > 0$.
B. $a > 0, b < 0, c > 0, b^2 - 8ac > 0$.
C. $a > 0, b < 0, c > 0, b^2 - 4ac < 0$.
D. $a < 0, b > 0, c > 0, b^2 - 8ac < 0$.



Câu 8: Tìm m để hàm số $y = \frac{2\cos x + 1}{\cos x - m}$ đồng biến trên $(0; \pi)$.

- A. $m \leq -1$. B. $m \geq -\frac{1}{2}$. C. $m \geq 1$. D. $m > -\frac{1}{2}$.

Câu 9: Tính diện tích của hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = 6 - x$ và trục hoành.

- A. $\frac{20}{3}$. B. $\frac{25}{3}$. C. $\frac{16}{3}$. D. $\frac{22}{3}$.

Câu 10: Tìm số phức liên hợp của số phức $z = (1 - i)(3 + 2i)$.

- A. $\bar{z} = 1 + i$. B. $\bar{z} = 5 + i$. C. $\bar{z} = 5 - i$. D. $\bar{z} = 1 - i$.

Câu 11: Với mọi số thuần ảo z , số $z^2 + |z|^2$ là

- A. số 0. B. số ảo khác 0. C. số thực dương. D. số thực âm.

Câu 12: Tính $I = \int_0^1 \frac{2x^2 + 5x - 2}{x^3 + 2x^2 - 4x - 8} dx$

- A. $I = \frac{1}{6} + \ln 12$. B. $I = \frac{1}{6} + \ln \frac{3}{4}$. C. $I = \frac{1}{6} - \ln 3 + 2 \ln 2$. D. $I = \frac{1}{6} - \ln \frac{3}{4}$.

Câu 13: Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x + 1 - \sqrt{3x + 1}}{x^2 - x}$.

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 14: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{5}\right)^{3x-2} \leq \left(\frac{2}{5}\right)^{2-x}$

- A. $[4; +\infty)$. B. $(-\infty; 1]$. C. $[1; +\infty)$. D. $[0; +\infty)$.

Câu 15: Trên khoảng nào sau đây, hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 2x}$ đồng biến?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(1; 2)$. C. $(0; 1)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 16: Cho hình lập phương cạnh 4 cm . Trong khối lập phương là khối cầu tiếp xúc với các mặt của hình lập phương. Tính thể tích phần còn lại của khối lập phương.

- A. $64 - \frac{64\sqrt{2}}{3}\pi \text{ cm}^3$. B. $64 - 32\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$. C. $64 - \frac{32}{3}\pi \text{ cm}^3$. D. $64 - \frac{256}{81}\pi \text{ cm}^3$.

Câu 17: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos^2 x$ ta được

- A. $\int f(x) dx = \frac{x}{2} - \frac{\cos 2x}{4} + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{x}{2} + \frac{\cos 2x}{4} + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + C$.

Câu 18: Cho tứ diện đều cạnh a và điểm I nằm trong tứ diện. Tính tổng khoảng cách từ I đến các mặt của tứ diện.

- A. $\frac{a}{\sqrt{2}}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{34}}{2}$.

Câu 19: Cho hàm số $f(x) = \frac{9}{x} + x$. Tính giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên $(-\infty; 0)$.

- A. 3. B. -6. C. -9. D. -3.

Câu 20: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x-3}{x^2+2x-3}$, $F(0) = 0$. Tính $F(-2)$.

- A. $-2 \ln 3$. B. $\ln \frac{3}{2}$. C. $\ln 2$. D. $-\frac{2}{3} \ln 3$.

Câu 21: Cho hai điểm $A(0; -1; 2)$, $B(4; 1; -1)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x - y + z - 2 = 0$. Xét vị trí tương đối của hai điểm A, B và (α) .

- A. $A \notin (\alpha)$, $B \in (\alpha)$ B. $A \in (\alpha)$, $B \notin (\alpha)$.
C. A, B nằm về một phía đối với (α) . D. A, B nằm về hai phía đối với (α) .

Câu 22: Cho $f(x)$ là hàm số chẵn trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_{-3}^0 f(x) dx = 2$. Chọn mệnh đề đúng.

- A. $\int_{-3}^3 f(x) dx = 2$. B. $\int_{-3}^3 f(x) dx = 4$. C. $\int_0^3 f(x) dx = -2$. D. $\int_3^0 f(x) dx = 2$.

Câu 23: Cho điểm $M(2; -6; 4)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{-2}$. Tìm tọa độ điểm M' đối xứng với điểm M qua d .

- A. $M'(3; -6; 5)$. B. $M'(4; 2; -8)$. C. $M'(-4; 2; 8)$. D. $M'(-4; -2; 0)$.

Câu 24: Hàm số nào sau đây thỏa mãn với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, $x_1 > x_2$ thì $f(x_1) > f(x_2)$?

- A. $f(x) = x^4 + 2x^2 + 1$. B. $f(x) = \frac{2x+1}{x+3}$.
C. $f(x) = x^3 + x^2 + 1$. D. $f(x) = x^3 + x^2 + 3x + 1$.

Câu 25: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $(1-m^2)2n.x + 4mn.y + (1+m^2)(1-n^2).z + 4(m^2n^2 + m^2 + n^2 + 1) = 0$, với m, n là tham số thực tùy ý. Biết rằng mặt phẳng (P) luôn tiếp xúc với một mặt cầu cố định khi m, n thay đổi. Tìm bán kính của mặt cầu đó?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 26: Hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ đạt cực đại tại

- A. $x = 1$. B. $x = 0$. C. $x = -1$. D. $x = 2$.

Câu 27: Cho tam giác AOB vuông tại O và $\widehat{OAB} = 30^\circ$. Đường cao hạ từ O là OH , $OH = a$. Tính thể tích khối nón tròn xoay tạo bởi tam giác AOB khi quay quanh trục OA .

- A. $\frac{\pi}{3}a^3$. B. $\frac{9}{10}\pi a^3$. C. $\frac{9}{8}\pi a^3$. D. $\frac{8}{9}\pi a^3$.

Câu 28: Tìm môđun của số phức $z = (-4 + i\sqrt{48})(2 + i)$

- A. $8\sqrt{5}$. B. $5\sqrt{5}$. C. $6\sqrt{5}$. D. $9\sqrt{5}$.

Câu 29: Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Câu 30: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^4 + 2(m-1)x^2 + m^2$ có ba cực trị

- A. $m > 1$. B. $m < 1$. C. $m \leq 1$. D. $m \geq 1$.

Câu 31: Tìm số phức z thỏa mãn $\bar{z} = \frac{1}{3} \left[\overline{(1-2i)}^2 - z \right]$.

A. $-\frac{3}{4} - 2i$.

B. $-\frac{3}{4} + 2i$.

C. $2 + \frac{3}{4}i$.

D. $2 - \frac{3}{4}i$.

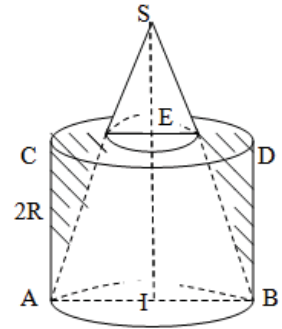
Câu 32: Cho hình nón có độ dài đường kính đáy là $2R$, độ dài đường sinh là $R\sqrt{17}$ và hình trụ có chiều cao và đường kính đáy đều bằng $2R$, lồng vào nhau như hình vẽ bên. Tính thể tích phần khối trụ không giao với khối nón

A. $\frac{5}{12}\pi R^3$.

B. $\frac{1}{3}\pi R^3$.

C. $\frac{4}{3}\pi R^3$.

D. $\frac{5}{6}\pi R^3$.



Câu 33: Gọi A, B là hai điểm trong mặt phẳng phức theo thứ tự biểu diễn các số phức z_1, z_2 khác 0 thỏa mãn đẳng thức $z_1^2 + z_2^2 - z_1 z_2 = 0$, khi đó tam giác OAB (O là gốc tọa độ)

A. là tam giác đều.

B. là tam giác vuông.

C. là tam giác cân, không đều.

D. là tam giác tù.

Câu 34: Viết phương trình mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + z - 2 = 0$ và chứa đường thẳng $d: \frac{x}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$.

A. $x - y + z - 3 = 0$.

B. $2x + y - z + 3 = 0$.

C. $x + y + z - 1 = 0$.

D. $3x + y - z + 3 = 0$.

Câu 35: Tìm m để phương trình $x^3 - 3x^2 - m = 0$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $m > 0$ hoặc $m < -4$.

B. $-4 \leq m \leq 0$.

C. $m \geq 0$ hoặc $m \leq -4$.

D. $-4 < m < 0$.

Câu 36: Cho điểm $I(1; 2; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 2 = 0$. Viết phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với (P) .

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$.

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$.

D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$.

Câu 37: Biết rằng phương trình $(x-2)^{\log_2[4(x-2)]} = 4 \cdot (x-2)^3$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Tính $2x_1 - x_2$.

A. 1.

B. 3.

C. -5.

D. -1.

Câu 38: Viết phương trình đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - y - z - 3 = 0$.

A. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = -2t \\ y = t \\ z = -t \end{cases}$.

Câu 39: Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 + t \\ z = -2 - t \end{cases}$ và hai điểm $A(5; 0; -1), B(3; 1; 0)$. Một điểm M thay đổi trên đường thẳng đã cho. Tính giá trị nhỏ nhất của tam giác BAM .

A. $\frac{\sqrt{82}}{2}$.

B. $2\sqrt{5}$.

C. $\sqrt{22}$.

D. $\sqrt{21}$.

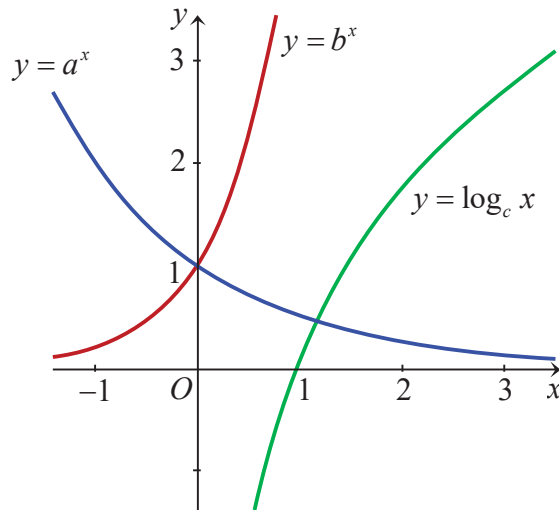
Câu 40: Cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z+2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y-z-6=0$ cắt nhau tại I . Gọi M là điểm thuộc d sao cho $IM=6$. Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) .

- A. $\sqrt{6}$. B. $2\sqrt{6}$. C. $\sqrt{30}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 41: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để trên đồ thị hàm số $y = x^3 + (2m-1)x^2 + (m-1)x + m-2$ có hai điểm A, B phân biệt đối xứng nhau qua gốc tọa độ.

- A. $\frac{1}{2} \leq m \leq 1$. B. $m > 2$.
C. $m \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$. D. $\frac{1}{2} < m < 2$.

Câu 42: Trong hình vẽ bên dưới có đồ thị của các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = \log_c x$. Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây?



- A. $c < a < b$. B. $a < c < b$. C. $b < c < a$. D. $a < b = c$.

Câu 43: Tính thể tích khối tròn xoay có được khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{\ln x}$, $y = 0$, $x = 2$ quay xung quanh trục hoành.

- A. $2\pi(\ln 2 - 1)$. B. $\pi(\ln 2 + 1)$.
C. $2\pi \ln 2$. D. $\pi(2 \ln 2 - 1)$.

Câu 44: Cho a, b là độ dài hai cạnh góc vuông, c là độ dài cạnh huyền của một tam giác vuông và $c-b \neq 1$, $c+b \neq 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = \log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$. B. $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = 2 \log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$.
C. $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = \log_{c+b} (c-b)$. D. $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = \log_{c+b} (2a) \cdot \log_{c-b} (2b)$.

Câu 45: Cho các số thực a, b dương, khác 1, khác nhau, $a \neq \frac{1}{2}$ và các mệnh đề:

- (i) $a^{\log b} = b^{\log a}$. (ii) $\log_{2a} (2b) = \log_a b$.
(iii) $\log_{\frac{1}{a}} b^2 = 4 \log_a^2 b$. (iv) $\log_2 (a^2 + 1) \geq 1 + \log_2 a$.

Trong các mệnh đề trên có bao nhiêu mệnh đề sai?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 46: Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{x^2 + \ln x}$

A. $y' = \left(2x + \frac{1}{x}\right) \cdot 2^{x^2 + \ln x}.$

B. $y' = \left(2x + \frac{1}{x}\right) \cdot 2^{x^2 + \ln x} \cdot \ln 2.$

C. $y' = \frac{3 \cdot 2^{x^2 + \ln x} \cdot \ln 2}{x^2 + \ln x}.$

D. $y' = \frac{2^{x^2 + \ln x} \cdot \ln 2}{2x + \frac{1}{x}}.$

Câu 47: Cho hai số a, b dương, khác 1 thỏa mãn các điều kiện sau.

- Đồ thị hàm số $y = a^x$ nhận trục hoành làm tiệm cận ngang khi $x \rightarrow +\infty$.
- Đồ thị hàm số $y = \log_b x$ nằm ở phía dưới trục hoành khi $x > 1$.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a > 1$ và $b > 1$.

B. $a > 1$ và $0 < b < 1$.

C. $0 < a < 1$ và $b > 1$.

D. $0 < a < 1$ và $0 < b < 1$.

Câu 48: Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình bình hành. Các đường chéo DB' và AC' lần lượt tạo với đáy góc 60° và 45° . Biết góc $\widehat{BAD}$ bằng 45° , chiều cao hình lăng trụ bằng 2. Tính thể tích khối lăng trụ

A. $\frac{4}{3}.$

B. $\frac{4\sqrt{2}}{3}.$

C. $\frac{4}{3\sqrt{2}}.$

D. $\frac{2}{3}.$

Câu 49: Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà sinh vật học thấy rằng Nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n) = 480 - 20n$ (gam). Tính số con cá phải thả trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất.

A. 14.

B. 12.

C. 15.

D. 13.

Câu 50: Trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 2 + 3i| = \frac{3}{2}$, tìm số phức có môđun nhỏ nhất.

A. $z = \frac{26 - 3\sqrt{13}}{13} + \frac{78 - 9\sqrt{13}}{26}i.$

B. $z = \frac{25 - 3\sqrt{13}}{13} + \frac{78 - 9\sqrt{13}}{26}i.$

C. $z = \frac{26 + 3\sqrt{13}}{13} + \frac{78 - 9\sqrt{13}}{26}i.$

D. $z = \frac{26 - 3\sqrt{13}}{13} - \frac{78 - 9\sqrt{13}}{26}i.$

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	C	C	A	C	A	A	C	D	B	A	B	B	C	D	C	C	B	B	A	C	B	D	D	D

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	D	A	C	B	A	D	A	C	D	A	D	A	D	A	D	B	D	B	B	B	D	A	B	D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Biết $\int_a^b f(x)dx = 10$, $\int_a^b g(x)dx = 5$. Tính $I = \int_a^b (3f(x) - 5g(x))dx$.

- A. $I = -5$. B. $I = 15$. C. $I = 5$. D. $I = 10$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$\text{Ta có } I = \int_a^b (3f(x) - 5g(x))dx = 3 \int_a^b f(x)dx - 5 \int_a^b g(x)dx = 3 \cdot 10 - 5 \cdot 5 = 5.$$

Câu 2: Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

- A. $x = 1$. B. $y = 2$. C. $x = -1$. D. $x = -2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{2x+1}{x+1} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{2x+1}{x+1} = -\infty$$

Vậy $x = -1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 3: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $BC = 2a$ và có thể tích bằng $2a^3$. Tính khoảng cách giữa hai đáy của lăng trụ.

- A. $6a$. B. a . C. $2a$. D. $3a$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi h là khoảng cách giữa hai đáy của lăng trụ.

$$\text{Ta có } S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} a \cdot 2a = a^2$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = h \cdot S_{ABC} \Rightarrow h = \frac{V_{ABC.A'B'C'}}{S_{ABC}} = \frac{2a^3}{a^2} = 2a.$$

Câu 4: Cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z-3}{4}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 5 = 0$. Xét vị trí tương đối của d và (P) .

- A. d nằm trên (P) . B. d song song với (P) .
C. d cắt và không vuông góc với (P) . D. d vuông góc với (P) .

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đường thẳng d đi qua $M(1;0;3)$ và có một VTCP $\vec{u_d} = (-1;2;4)$, mặt phẳng (P) có một VTPT $\vec{n_{(P)}} = (2;-1;1)$.

Ta có $\vec{u_d} \cdot \vec{n_{(P)}} = -1.2 + 2.(-1) + 4.1 = 0$

Nên d và (P) song song hoặc (P) chứa d .

Mặt khác $2.1 - 0 + 3 - 5 = 0$ nên $M(1;0;3) \in (P)$.

Do đó, (P) chứa d hay d nằm trên (P) .

Câu 5: Đáy của hình chóp $S.ABCD$ là một hình vuông cạnh bằng 1. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và có độ dài bằng 1. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1^2 = \frac{1}{3}$$

Câu 6: Sự phân rã của các chất phóng xạ được biểu diễn bằng công thức $m(t) = m_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$, trong đó

m_0 là khối lượng chất phóng xạ ban đầu (tại thời điểm $t = 0$), $m(t)$ là khối lượng chất phóng xạ tại thời điểm t và T là chu kỳ bán rã (tức là khoảng thời gian để một nửa số nguyên tử của chất phóng xạ bị biến thành chất khác). Biết chu kỳ bán rã của chất phóng xạ Po^{210} là 138 ngày đêm. Hỏi 0,168 gam Po^{210} sau 414 ngày đêm sẽ còn lại bao nhiêu gam?

- A. 0,021. B. 0,056. C. 0,045. D. 0,102.

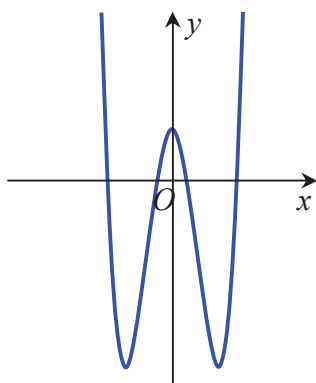
Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Với $t = 414, T = 138, m_0 = 0,168 \text{ g}$.

Áp dụng công thức ta được $m(414) = 0,168 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{414}{138}} = 0,021$.

Câu 7: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A. $a > 0, b < 0, c > 0, b^2 - 4ac > 0$. B. $a > 0, b < 0, c > 0, b^2 - 8ac > 0$.
C. $a > 0, b < 0, c > 0, b^2 - 4ac < 0$. D. $a < 0, b > 0, c > 0, b^2 - 8ac < 0$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Đồ thị hàm số có hai cực tiểu và một cực đại $\Rightarrow a > 0, b < 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt $\Leftrightarrow ax^4 + bx^2 + c = 0$ có 4 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow at^2 + bt + c = 0 \text{ có 2 nghiệm dương phân biệt } \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 - 4ac > 0 \\ \frac{c}{a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 - 4ac > 0 \\ c > 0 \quad (a > 0) \end{cases}.$$

Vậy đồ thị hàm số trên ứng với $a > 0, b < 0, c > 0, b^2 - 4ac > 0$

Câu 8: Tìm m để hàm số $y = \frac{2 \cos x + 1}{\cos x - m}$ đồng biến trên $(0; \pi)$

A. $m \leq -1$.

B. $m \geq -\frac{1}{2}$.

C. $m \geq 1$.

D. $m > -\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

Cách 1: Điều kiện $\cos x \neq m$. Mà $x \in (0; \pi) \Rightarrow \cos x \in (-1; 1) \Rightarrow m \leq -1 \vee m \geq 1$

Ta có $y' = \frac{(2m+1)\sin x}{(\cos x - m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên $(0; \pi) \Leftrightarrow y' \geq 0 \forall x \in (0; \pi) \Leftrightarrow (2m+1)\sin x \geq 0 \forall x \in (0; \pi)$.

Vì $\sin x \geq 0 \forall x \in (0; \pi)$ nên $(2m+1)\sin x \geq 0, \forall x \in (0; \pi) \Leftrightarrow 2m+1 \geq 0 \forall x \in (0; \pi) \Leftrightarrow m \geq -\frac{1}{2}$.

So điều kiện thì $m \geq 1$.

Cách 2: Đặt $\cos x = -t$ Mà $x \in (0; \pi) \Rightarrow t \in (-1; 1) \Rightarrow m \leq -1 \vee m \geq 1$

Ta có $y' = \frac{2m+1}{(t+m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên $(-1; 1) \Leftrightarrow y' > 0 \forall x \in (-1; 1) \Leftrightarrow 2m+1 > 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{1}{2}$. So điều kiện thì $m \geq 1$.

Câu 9: Tính diện tích của hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = 6 - x$ và trục hoành

A. $\frac{20}{3}$.

B. $\frac{25}{3}$.

C. $\frac{16}{3}$.

D. $\frac{22}{3}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn D.

Ta có phương trình hoành độ các giao điểm

$$\sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow x = 0; \quad 6 - x = 0 \Leftrightarrow x = 6; \quad \sqrt{x} = 6 - x \Leftrightarrow x = 4$$

Khi đó diện tích của hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = 6 - x$ và trục hoành

là $S = \int_0^4 \sqrt{x} dx + \int_4^6 |6 - x| dx = \frac{22}{3}$.

Cách khác

$$y = \sqrt{x} \Leftrightarrow x = y^2, (y \geq 0), \quad y = 6 - x \Leftrightarrow x = 6 - y.$$

Phương trình tung độ giao điểm của hai đồ thị là $\begin{cases} y^2 = 6 - y \\ y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow y = 2$.

Diện tích hình phẳng (H) là $S = \int_0^2 |y^2 + y - 6| dy = \frac{22}{3}$.

Câu 10: Tìm số phức liên hợp của số phức $z = (1-i)(3+2i)$.

- A. $\bar{z} = 1+i$. B. $\bar{z} = 5+i$. C. $\bar{z} = 5-i$. D. $\bar{z} = 1-i$.

Hướng dẫn giải.

Chọn B.

Ta có $z = (1-i)(3+2i) = 5-i$. Vậy $\bar{z} = 5+i$.

Câu 11: Với mọi số thuần ảo z , số $z^2 + |z|^2$ là

- A. Số 0. B. Số ảo khác 0. C. Số thực dương. D. Số thực âm.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi $z = bi$ với $b \in \mathbb{R}$. Ta có $z^2 + |z|^2 = (bi)^2 + b^2 = -b^2 + b^2 = 0$.

Câu 12: Tính $I = \int_0^1 \frac{2x^2 + 5x - 2}{x^3 + 2x^2 - 4x - 8} dx$

- A. $I = \frac{1}{6} + \ln 12$. B. $I = \frac{1}{6} + \ln \frac{3}{4}$. C. $I = \frac{1}{6} - \ln 3 + 2 \ln 2$. D. $I = \frac{1}{6} - \ln \frac{3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\begin{aligned} I &= \int_0^1 \frac{2x^2 + 5x - 2}{x^3 + 2x^2 - 4x - 8} dx = \int_0^1 \left(\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2} + \frac{1}{(x+2)^2} \right) dx \\ &= \left(\ln(x-2) + \ln(x+2) - \frac{1}{x+2} \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{6} + \ln \frac{3}{4} \end{aligned}$$

Câu 13: Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1-\sqrt{3x+1}}{x^2-x}$.

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{TXĐ } D = \left[-\frac{1}{3}; +\infty \right) \setminus \{0; 1\}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x+1-\sqrt{3x+1}}{x^2-x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{4x^2+x}{(x^2-x)(2x+1+\sqrt{3x+1})} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{4x+1}{(x-1)(2x+1+\sqrt{3x+1})} = -\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2x+1-\sqrt{3x+1}}{x^2-x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{4x+1}{(x-1)(2x+1+\sqrt{3x+1})} = -\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+1-\sqrt{3x+1}}{x^2-x} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{4x+1}{(x-1)(2x+1+\sqrt{3x+1})} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+1-\sqrt{3x+1}}{x^2-x} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{4x+1}{(x-1)(2x+1+\sqrt{3x+1})} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1-\sqrt{3x+1}}{x^2-x} = 0 \text{ và } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1-\sqrt{3x+1}}{x^2-x} = 0$$

Nên TCD $x=1$ và TCN $y=0$

Câu 14: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{5}\right)^{3x-2} \leq \left(\frac{2}{5}\right)^{2-x}$

A. $[4; +\infty)$.

B. $(-\infty; 1]$.

C. $[1; +\infty)$.

D. $[0; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{3x-2} \leq \left(\frac{2}{5}\right)^{2-x} \Leftrightarrow 3x-2 \geq 2-x \Leftrightarrow x \geq 1.$$

Câu 15: Trên khoảng nào sau đây, hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 2x}$ đồng biến?

A. $(1; +\infty)$.

B. $(1; 2)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(-\infty; 1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{TXĐ } D = [0; 2].$$

$$y' = \frac{-x+1}{\sqrt{-x^2+2x}}, \text{ cho } y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

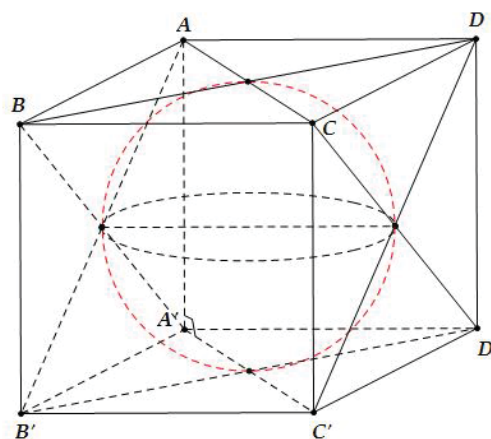
Lập BBT, suy ra hàm số đồng biến trên $(0; 1)$.

Câu 16: Cho hình lập phương cạnh 4 cm . Trong khối lập phương là khối cầu tiếp xúc với các mặt của hình lập phương. Tính thể tích phần còn lại của khối lập phương.

A. $64 - \frac{64\sqrt{2}}{3} \pi \text{ cm}^3$. B. $64 - 32\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$. C. $64 - \frac{32}{3} \pi \text{ cm}^3$. D. $64 - \frac{256}{81} \pi \text{ cm}^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



Thể tích của khối lập phương là $V_1 = 4^3 = 64 \text{ (cm}^3\text{)}$.

$$\text{Thể tích của khối cầu là } V_2 = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{4}{2}\right)^3 = \frac{32}{3} \pi \text{ (cm}^3\text{)}.$$

$$\text{Thể tích phần còn lại của khối lập phương là } V = V_1 - V_2 = 64 - \frac{32}{3} \pi \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Câu 17: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos^2 x$ ta được

A. $\int f(x) dx = \frac{x}{2} - \frac{\cos 2x}{4} + C.$

B. $\int f(x) dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{x}{2} + \frac{\cos 2x}{4} + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + C.$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $f(x) = \cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$ nên $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \int (1 + \cos 2x) dx = \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{2} \sin 2x \right) + C$

Câu 18: Cho tứ diện đều cạnh a và điểm I nằm trong tứ diện. Tính tổng khoảng cách từ I đến các mặt của tứ diện.

A. $\frac{a}{\sqrt{2}}.$

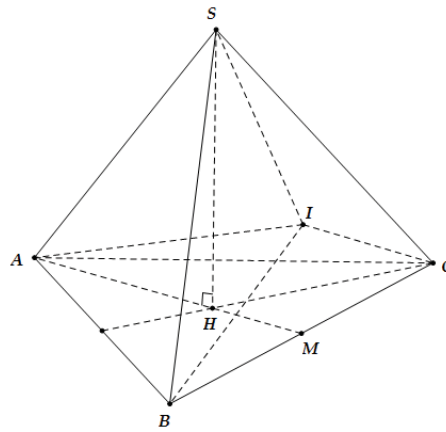
B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}.$

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}.$

D. $\frac{a\sqrt{34}}{2}.$

Hướng dẫn giải

Chọn B



$$AH = \frac{2}{3} AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Ta có $V_{SABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$

Mặt khác,

$$V_{SABC} = V_{ISAB} + V_{IABC} + V_{ISAC} + V_{ISBC}$$

$$= \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot [d(I; (SAB)) + d(I; (ABC)) + d(I; (SAC)) + d(I; (SBC))]$$

$$\Leftrightarrow d(I; (SAB)) + d(I; (ABC)) + d(I; (SAC)) + d(I; (SBC)) = \frac{3V_{SABC}}{S_{ABC}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3\sqrt{2}}{12}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 19: Cho hàm số $f(x) = \frac{9}{x} + x$. Tính giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên $(-\infty; 0)$

A. 3.

B. -6.

C. -9.

D. -3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm số xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty; 0)$

$$\text{Ta có } f'(x) = 1 - \frac{9}{x^2}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - \frac{9}{x^2} = 0 \\ x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = -3$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-3	0
y'		0	
y	$-\infty$	-6	$-\infty$

Dựa vào BBT ta kết luận $\max_{(-\infty; 0)} f(x) = -6$

Câu 20: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x-3}{x^2+2x-3}$, $F(0) = 0$. Tính $F(-2)$

- A. $-2 \ln 3$. B. $\ln \frac{3}{2}$. C. $\ln 2$. D. $-\frac{2}{3} \ln 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\text{Ta có } f(x) = \frac{x-3}{x^2+2x-3} = \frac{x-3}{(x-1)(x+3)} = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{x+3} - \frac{1}{x-1} \right)$$

$$\text{Suy ra } F(x) = \int f(x) dx = \frac{1}{2} \int \left(\frac{3}{x+3} - \frac{1}{x-1} \right) dx = \frac{1}{2} (3 \ln|x+3| - \ln|x-1|) + C$$

$$\text{Mà } F(0) = 0 \Leftrightarrow C = -\frac{3}{2} \ln 3$$

$$\Rightarrow F(x) = \frac{1}{2} (3 \ln|x+3| - \ln|x-1|) - \frac{3}{2} \ln 3$$

$$\text{Nên } F(-2) = -\frac{1}{2} \ln 3 - \frac{3}{2} \ln 3 = -2 \ln 3.$$

Câu 21: Cho hai điểm $A(0; -1; 2)$, $B(4; 1; -1)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x - y + z - 2 = 0$. Xét vị trí tương đối của hai điểm A, B và (α)

- A. $A \notin (\alpha)$, $B \in (\alpha)$ B. $A \in (\alpha)$, $B \notin (\alpha)$.
C. A, B nằm về một phía đối với (α) . D. A, B nằm về hai phía đối với (α) .

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đặt $f(x, y, z) = 3x - y + z - 2$. Khi đó

$$\square f(A) = f(0; -1; 2) = 3 \cdot 0 - (-1) + 2 - 2 = 1$$

$$\square f(B) = f(4; 1; -1) = 3 \cdot 4 - 1 - 1 - 2 = 8$$

$$\Rightarrow f(A) \cdot f(B) > 0 \Rightarrow A, B \text{ nằm về một phía đối với } (\alpha).$$

Câu 22: Cho $f(x)$ là hàm số chẵn trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_{-3}^0 f(x) dx = 2$. Chọn mệnh đề đúng

A. $\int_{-3}^3 f(x) dx = 2$. **B.** $\int_{-3}^3 f(x) dx = 4$. **C.** $\int_0^3 f(x) dx = -2$. **D.** $\int_3^0 f(x) dx = 2$.

Hướng dẫn giải

Vì $f(x)$ là hàm số chẵn trên $\mathbb{R}$ nên $\int_{-3}^3 f(x) dx = 2 \int_{-3}^0 f(x) dx = 2.2 = 4$

Chọn B.

Câu 23: Cho điểm $M(2; -6; 4)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{-2}$. Tìm tọa độ điểm M' đối xứng với điểm M qua d .

A. $M'(3; -6; 5)$. **B.** $M'(4; 2; -8)$. **C.** $M'(-4; 2; 8)$. **D.** $M'(-4; -2; 0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $\vec{u}_d = (2; 1; -2)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d .

$\Rightarrow$ Phương trình của (P) là $2(x-2) + 1(y+6) - 2(z-4) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 2z + 10 = 0$

Tọa độ giao điểm I của (P) và d là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{-2} \\ 2x + y - 2z + 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -4 \\ z = 2 \end{cases} \Rightarrow I(-1; -4; 2)$$

Gọi M' là điểm đối xứng với điểm M qua d

$\Leftrightarrow I$ là trung điểm của $MM' \Rightarrow M'(-4; -2; 0)$

Cách khác

Gọi I là hình chiếu vuông góc của M trên d .

Tọa độ $I(1+2t; t-3; -2t) \Rightarrow \vec{MI} = (2t-1; t+3; -2t-4)$

Ta có $MI \perp d \Rightarrow \vec{MI} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 2(2t-1) + t+3 - 2(-2t-4) = 0 \Leftrightarrow t = -1$. Suy ra $I(-1; -4; 2)$.

Gọi M' là điểm đối xứng với điểm M qua d

$\Leftrightarrow I$ là trung điểm của $MM' \Rightarrow M'(-4; -2; 0)$

Câu 24: Hàm số nào sau đây thỏa mãn với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, $x_1 > x_2$ thì $f(x_1) > f(x_2)$?

A. $f(x) = x^4 + 2x^2 + 1$.

B. $f(x) = \frac{2x+1}{x+3}$.

C. $f(x) = x^3 + x^2 + 1$.

D. $f(x) = x^3 + x^2 + 3x + 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Vì $x_1, x_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \Rightarrow$ Loại **B**.

Vì $\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, $x_1 > x_2$ thì $f(x_1) > f(x_2) \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

▪ Xét **A**.

Ta có $f(x) = x^4 + 2x^2 + 1 \Rightarrow f'(x) = 4x^3 + 4x \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$

$\Rightarrow f'(x)$ đổi dấu qua $x = 0 \Rightarrow$ Hàm số không đồng biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow$ Loại **A**.

▪ Xét **C**.

Ta có $f(x) = x^3 + x^2 + 1 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2x \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = -\frac{2}{3}$.

$\Rightarrow f'(x)$ đổi dấu qua $x = 0$ hoặc $x = -\frac{2}{3} \Rightarrow$ Loại **C**.

▪ Xét **D**.

Ta có $f(x) = x^3 + x^2 + 3x + 1 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2x + 3 \Rightarrow f'(x) = 0$ vô nghiệm

Lại có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (x^3 + x^2 + 3x + 1) = \pm\infty$

Câu 25: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $(1-m^2)2n.x + 4mn.y + (1+m^2)(1-n^2).z + 4(m^2n^2 + m^2 + n^2 + 1) = 0$, với m, n là tham số thực tùy ý. Biết rằng mặt phẳng (P) luôn tiếp xúc với một mặt cầu cố định khi m, n thay đổi. Tìm bán kính của mặt cầu đó?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Chọn $m = 1, n = 1 \Rightarrow$ Phương trình (P) trở thành $y + 4 = 0$

Chọn $m = -1, n = 1 \Rightarrow$ Phương trình (P) trở thành $y - 4 = 0$

Nếu $I \equiv 0 \Rightarrow d(I; (P)) = 4 \Leftrightarrow R = 4$.

Câu 26: Hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ đạt cực đại tại

A. $x = 1$.

B. $x = 0$.

C. $x = -1$.

D. $x = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $y' = 3x^2 - 3$. Do đó $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Mặt khác, $y'' = 6x$ nên $y''(-1) = -6 < 0$. Suy ra hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

Câu 27: Cho tam giác AOB vuông tại O và $\widehat{OAB} = 30^\circ$. Đường cao hạ từ O là OH , $OH = a$. Tính thể tích khối nón tròn xoay tạo bởi tam giác AOB khi quay quanh trục OA .

A. $\frac{\pi}{3}a^3$.

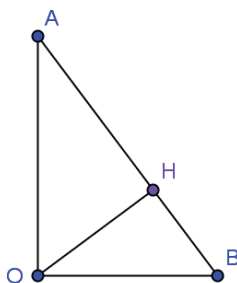
B. $\frac{9}{10}\pi a^3$.

C. $\frac{9}{8}\pi a^3$.

D. $\frac{8}{9}\pi a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Đường cao khối nón $OA = \frac{AH}{\sin \widehat{OAB}} = 2a$.

Bán kính đường tròn đáy của khối nón $OB = \frac{OH}{\sin \widehat{OBA}} = \frac{2a}{\sqrt{3}}$.

$$\text{Thể tích khối nón } V = \frac{1}{3} OA \cdot \pi OB^2 = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \pi \cdot \frac{4a^2}{3} = \frac{8\pi a^3}{9}.$$

Câu 28: Tìm môđun của số phức $z = (-4 + i\sqrt{48})(2 + i)$

- A. $8\sqrt{5}$. B. $5\sqrt{5}$. C. $6\sqrt{5}$. D. $9\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

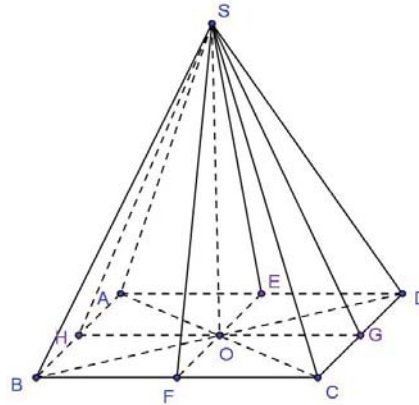
$$\text{Ta có } |z| = |(-4 + i\sqrt{48})(2 + i)| = |-4 + i\sqrt{48}| \cdot |2 + i| = \sqrt{16 + 48} \cdot \sqrt{4 + 1} = 8\sqrt{5}.$$

Câu 29: Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



4 mặt phẳng đối xứng của hình chóp là (SAC) , (SBD) , (SEF) , (SGH) .

Câu 30: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^4 + 2(m - 1)x^2 + m^2$ có ba cực trị

- A. $m > 1$. B. $m < 1$. C. $m \leq 1$. D. $m \geq 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Do đây là hàm số trùng phương nên có 3 cực trị khi và chỉ khi $2(m - 1) < 0 \Leftrightarrow m < 1$.

Câu 31: Tìm số phức z thỏa mãn $\bar{z} = \frac{1}{3} \left[(\overline{1 - 2i})^2 - z \right]$.

- A. $-\frac{3}{4} - 2i$. B. $-\frac{3}{4} + 2i$. C. $2 + \frac{3}{4}i$. D. $2 - \frac{3}{4}i$.

Hướng dẫn giải

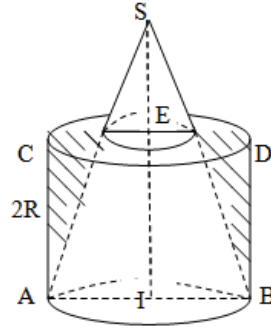
Chọn A.

Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

$$\bar{z} = \frac{1}{3} \left[(\overline{1 - 2i})^2 - z \right] \Rightarrow 3(a - bi) = (-3 + 4i - a - bi) \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = -3 - a \\ -3b = 4 - b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{4} \\ b = -2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } z = -\frac{3}{4} - 2i.$$

Câu 32: Cho hình nón có độ dài đường kính đáy là $2R$, độ dài đường sinh là $R\sqrt{17}$ và hình trụ có chiều cao và đường kính đáy đều bằng $2R$, lồng vào nhau như hình vẽ.



Tính thể tích phần khối trụ không giao với khối nón

A. $\frac{5}{12}\pi R^3$.

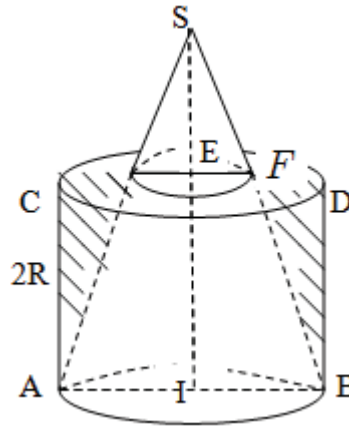
B. $\frac{1}{3}\pi R^3$.

C. $\frac{4}{3}\pi R^3$.

D. $\frac{5}{6}\pi R^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Ta có $SI = \sqrt{SB^2 - IB^2} = \sqrt{17R^2 - R^2} = 4R \Rightarrow SE = 2R, EF = \frac{R}{2}$.

Thể tích khối nón lớn (có đường cao SI) là $V_1 = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot 4R = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Thể tích khối nón nhỏ (có đường cao SE) là $V_2 = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{R}{2}\right)^2 \cdot 2R = \frac{1}{6}\pi R^3$

Thể tích phần khối giao nhau giữa khối nón và khối trụ là $V_3 = V_1 - V_2 = \frac{7}{6}\pi R^3$.

Thể tích khối trụ là $V_4 = \pi R^2 \cdot 2R = 2\pi R^3$.

Vậy thể tích phần khối trụ không giao với khối nón là $V = V_4 - V_3 = \frac{5}{6}\pi R^3$.

Câu 33: Gọi A, B là hai điểm trong mặt phẳng phức theo thứ tự biểu diễn các số phức z_1, z_2 khác 0 thỏa mãn đẳng thức $z_1^2 + z_2^2 - z_1 z_2 = 0$, khi đó tam giác OAB (O là gốc tọa độ)

A. là tam giác đều.

B. là tam giác vuông.

C. là tam giác cân, không đều.

D. là tam giác tù.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $OA = |z_1|$, $OB = |z_2|$ và $AB = |z_1 - z_2|$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

- Bán kính của mặt cầu là $R = d(I, (P)) = \frac{|1 + 2.2 - 2(-1) + 2|}{\sqrt{1 + 4 + 4}} = 3$.
- Phương trình mặt cầu $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$

Câu 37: Biết rằng phương trình $(x-2)^{\log_2[4(x-2)]} = 4.(x-2)^3$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Tính $2x_1 - x_2$.

A. 1.

B. 3.

C. -5.

D. -1.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

- Điều kiện $x > 2$.
- Phương trình thành $(x-2)^{\log_2 4 + \log_2(x-2)} = 4.(x-2)^3$
- $\Leftrightarrow (x-2)^2 . (x-2)^{\log_2(x-2)} = 4.(x-2)^3$ hay $(x-2)^{\log_2(x-2)} = 4.(x-2)$.
- Lấy lôgarit cơ số 2 hai vế ta được $\log_2(x-2) . \log_2(x-2) = \log_2[4(x-2)]$
 $\Leftrightarrow \log_2^2(x-2) = 2 + \log_2(x-2) \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2(x-2) = -1 \\ \log_2(x-2) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ x = 6 \end{cases}$
- Suy ra $x_1 = \frac{5}{2}$ và $x_2 = 6$. Vậy $2x_1 - x_2 = 2.\frac{5}{2} - 6 = -1$.

Câu 38: Viết phương trình đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - y - z - 3 = 0$.

A. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = -2t \\ y = t \\ z = -t \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

- Vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n}_\alpha = (2; -1; -1)$.
- Do đường thẳng vuông góc với (α) nên nó có vector chỉ phương là $\vec{u} = \vec{n}_\alpha = (2; -1; -1)$ hay $\vec{u}' = (4; -2; -2)$.
- Phương trình đường thẳng cần tìm $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$.

Lưu ý: Dễ dàng kiểm tra được đường thẳng này đi qua gốc tọa độ O .

Câu 39: Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 + t \\ z = -2 - t \end{cases}$ và hai điểm $A(5; 0; -1)$, $B(3; 1; 0)$. Một điểm M thay đổi trên

đường thẳng đã cho. Tính giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác BAM .

A. $\frac{\sqrt{82}}{2}$.

B. $2\sqrt{5}$.

C. $\sqrt{22}$.

D. $\sqrt{21}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

- Do $M \in d$ nên $M(t; -1+t; -2-t) \Rightarrow \overrightarrow{MA} = (t-5; t-1; -1-t)$ và $\overrightarrow{BM} = (t-3; t-2; -2-t)$.
- Ta có $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \left\| \overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BM} \right\| = \frac{1}{2} \sqrt{14t^2 - 28t + 98} = \frac{1}{2} \sqrt{14(t-1)^2 + 84} \geq \frac{1}{2} \sqrt{84} = \sqrt{21}$. Do vậy diện tích tam giác BMA nhỏ nhất bằng $\sqrt{21}$ khi $t=1 \Rightarrow M(1; 0; -3)$.

Câu 40: Cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z+2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y-z-6=0$ cắt nhau tại I . Gọi M là điểm thuộc d sao cho $IM=6$. Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) .

- A. $\sqrt{6}$. B. $2\sqrt{6}$. C. $\sqrt{30}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Hướng dẫn giải**Chọn A.**

- Phương trình tham số của $d: \begin{cases} x = -1+2t \\ y = 4-2t \\ z = -2+t \end{cases}$. Thế vào phương trình mặt phẳng (P) ta được $-1+2t+2(4-2t)-(-2+t)-6=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow I(1; 2; -1)$.
- Do $M \in d$ nên $M(-1+2t; 4-2t; -2+t)$.
- Theo đề $IM=6 \Leftrightarrow \sqrt{(2t-2)^2 + (2-2t)^2 + (t-1)^2} = 6 \Leftrightarrow 9t^2 - 18t - 27 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 3 \end{cases}$.
- Với $t = -1 \Rightarrow M(-3; 6; -3) \Rightarrow d(M, (P)) = \sqrt{6}$.
- Với $t = 3 \Rightarrow M(5; -2; 1) \Rightarrow d(M, (P)) = \sqrt{6}$.

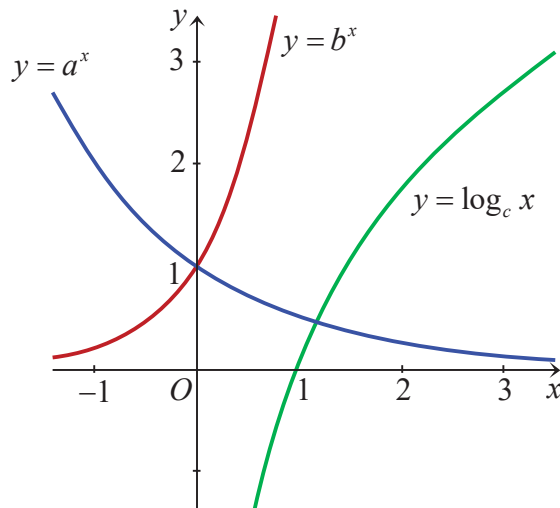
Câu 41: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để trên đồ thị hàm số $y = x^3 + (2m-1)x^2 + (m-1)x + m-2$ có hai điểm A, B phân biệt đối xứng nhau qua gốc tọa độ.

- A. $\frac{1}{2} \leq m \leq 1$. B. $m > 2$.
C. $m \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$. D. $\frac{1}{2} < m < 2$.

Hướng dẫn giải**Chọn D.**

Đồ thị hàm số (C_m) có hai điểm phân biệt đối xứng nhau qua gốc tọa độ khi và chỉ khi tồn tại $x_0 \neq 0$ sao cho $y(x_0) = -y(-x_0)$
 $\Leftrightarrow$ tồn tại $x_0 \neq 0$ sao cho
 $x_0^3 + (2m-1)x_0^2 + (m-1)x_0 + m-2 = -(-x_0^3 + (2m-1)x_0^2 - (m-1)x_0 + m-2)$
 $\Leftrightarrow$ tồn tại $x_0 \neq 0$ sao cho $(4m-2)x_0^2 + 2m-4=0$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} (4m-2)(2m-4) < 0 \\ (4m-2) \cdot 0 + 2m-4 \neq 0 \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} < m < 2 \\ \frac{1}{2} < m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m < 2$. Chọn **D**.

Câu 42: Trong hình vẽ dưới đây có đồ thị của các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = \log_c x$.



Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây?

A. $c < a < b$.

B. $a < c < b$.

C. $b < c < a$.

D. $a < b = c$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Từ đồ thị

Ta thấy hàm số $y = a^x$ nghịch biến $\Rightarrow 0 < a < 1$.

Hàm số $y = b^x, y = \log_c x$ đồng biến $\Rightarrow b > 1, c > 1$

$\Rightarrow a < b, a < c$ nên loại A, C

Nếu $b = c$ thì đồ thị hàm số $y = b^x$ và $y = \log_c x$ phải đối xứng nhau qua đường phân giác góc phần tư thứ nhất $y = x$. Nhưng ta thấy đồ thị hàm số $y = \log_c x$ cắt đường $y = x$ nên loại **D**.

Câu 43: Tính thể tích khối tròn xoay có được khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{\ln x}$, $y = 0$, $x = 2$ quay xung quanh trục hoành

A. $2\pi(\ln 2 - 1)$.

B. $\pi(\ln 2 + 1)$.

C. $2\pi \ln 2$.

D. $\pi(2 \ln 2 - 1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm $\sqrt{\ln x} = 0 \Leftrightarrow \ln x = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Thể tích khối tròn xoay cần tìm là

$$V = \pi \int_1^2 \ln x \cdot dx. \text{ Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = x \end{cases}$$

$$V = \pi \left(x \ln x \Big|_1^2 - \int_1^2 x \cdot \frac{1}{x} dx \right) = \pi (2 \ln 2 - x \Big|_1^2) = \pi (2 \ln 2 - 1)$$

Câu 44: Cho a, b là độ dài hai cạnh góc vuông, c là độ dài cạnh huyền của một tam giác vuông và $c - b \neq 1, c + b \neq 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = \log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$.

B. $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = 2 \log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$.

C. $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = \log_{c+b} (c - b)$.

D. $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = \log_{c+b} (2a) \cdot \log_{c-b} (2b)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Vì a, b là độ dài hai cạnh góc vuông, c là độ dài cạnh huyền của một tam giác vuông nên ta có $c^2 = a^2 + b^2$

$$\text{Từ A ta có } \log_{c+b} a + \log_{c-b} a = \log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a \Leftrightarrow \frac{1}{\log_{c+b} a} + \frac{1}{\log_{c-b} a} = 1$$

$$\Leftrightarrow \log_a (c+b) + \log_a (c-b) = 1 \Leftrightarrow c^2 - b^2 = a \Rightarrow \text{sai}$$

$$\text{Khi đó kiểm tra B } \log_{c+b} a + \log_{c-b} a = 2 \log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a \Leftrightarrow \frac{1}{\log_{c+b} a} + \frac{1}{\log_{c-b} a} = 1$$

$$\Leftrightarrow c^2 - b^2 = a^2 \Leftrightarrow c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow \text{đúng}$$

Câu 45: Cho các số thực a, b dương, khác 1, khác nhau, $a \neq \frac{1}{2}$ và các mệnh đề.

(i) $a^{\log b} = b^{\log a}$.

(ii) $\log_{2a}(2b) = \log_a b$.

(iii) $\log_{\frac{1}{a}} b^2 = 4 \log_a^2 b$.

(iv) $\log_2(a^2 + 1) \geq 1 + \log_2 a$.

Trong các mệnh đề trên có bao nhiêu mệnh đề sai?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn nB.

Mệnh đề

(i) $a^{\log b} = b^{\log a}$. Lấy logarit 2 vế được $\log b \cdot \log a = \log a \cdot \log b$ nên đúng.

(ii) $\log_{2a}(2b) = \log_{2a} 2 + \log_{2a} b$ nên sai.

(iii) $\log_{\frac{1}{a}} b^2 = \left(\log_{\frac{1}{a}} b^2 \right)^2 = \left(\log_{a^{-1}} b^2 \right)^2 = \left(-2 \log_a b \right)^2 = 4 \log_a^2 b$ nên đúng.

(iv) $1 + \log_2 a = \log_2 2 + \log_2 a = \log_2(2a)$

Mà $\begin{cases} a^2 + 1 \geq 2a \\ 2 > 1 \end{cases}$ nên $\log_2(a^2 + 1) \geq \log_2(2a) = 1 + \log_2 a$. Mệnh đề đúng.

Vậy có 1 mệnh đề sai.

Câu 46: Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{x^2 + \ln x}$

A. $y' = \left(2x + \frac{1}{x} \right) \cdot 2^{x^2 + \ln x}$.

B. $y' = \left(2x + \frac{1}{x} \right) \cdot 2^{x^2 + \ln x} \cdot \ln 2$.

C. $y' = \frac{3 \cdot 2^{x^2 + \ln x} \cdot \ln 2}{x^2 + \ln x}$.

D. $y' = \frac{2^{x^2 + \ln x} \cdot \ln 2}{2x + \frac{1}{x}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$y' = \left(2^{x^2 + \ln x} \right)' = \left(x^2 + \ln x \right)' \cdot 2^{x^2 + \ln x} \cdot \ln 2 = \left(2x + \frac{1}{x} \right) \cdot 2^{x^2 + \ln x} \cdot \ln 2$$

Câu 47: Cho hai số a, b dương, khác 1 thỏa mãn các điều kiện sau.

-Đồ thị hàm số $y = a^x$ nhận trục hoành làm tiệm cận ngang khi $x \rightarrow +\infty$.

-Đồ thị hàm số $y = \log_b x$ nằm ở phía dưới trục hoành khi $x > 1$.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a > 1$ và $b > 1$.

B. $a > 1$ và $0 < b < 1$.

C. $0 < a < 1$ và $b > 1$.

D. $0 < a < 1$ và $0 < b < 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = 0 \Rightarrow 0 < a < 1, \text{ với hàm số } y = \log_b x, x > 1 \Rightarrow y < 0 \Rightarrow 0 < b < 1$$

Câu 48: Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình bình hành. Các đường chéo DB' và AC' lần lượt tạo với đáy góc 60° và 45° . Biết góc $\widehat{BAD}$ bằng 45° , chiều cao hình lăng trụ bằng 2. Tính thể tích khối lăng trụ

A. $\frac{4}{3}$.

B. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{4}{3\sqrt{2}}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải

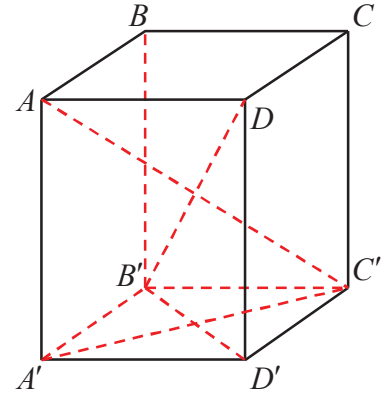
Chọn A.

Ta có $\widehat{AA'C} = 45^\circ \Rightarrow A'C' = 2 \Rightarrow AO = 1$

và $\widehat{DB'D'} = 60^\circ \Rightarrow B'D' = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

Áp dụng định lí cos trong $\Delta A'B'D' \Rightarrow A'B' \cdot A'D' = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$$\Rightarrow S_{\Delta A'B'D'} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot \sin 45^\circ = \frac{1}{3} \Rightarrow S_{ABCD} = \frac{2}{3} \Rightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{4}{3}$$



Câu 49: Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà sinh vật học thấy rằng Nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n) = 480 - 20n$ (gam). Tính số con cá phải thả trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất

A. 14.

B. 12.

C. 15.

D. 13.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $P(n) = 480 - 20n \Rightarrow$ trọng lượng cá thu được là $n(480 - 20n)$

Xét hàm $f(n) = 480n - 20n^2 \Rightarrow \max_R f(n) = 2880 \Leftrightarrow n = 12$

Câu 50: Trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 2 + 3i| = \frac{3}{2}$, tìm số phức có môđun nhỏ nhất.

A. $z = \frac{26 - 3\sqrt{13}}{13} + \frac{78 - 9\sqrt{13}}{26}i$.

B. $z = \frac{25 - 3\sqrt{13}}{13} + \frac{78 - 9\sqrt{13}}{26}i$.

C. $z = \frac{26 + 3\sqrt{13}}{13} + \frac{78 - 9\sqrt{13}}{26}i$.

D. $z = \frac{26 - 3\sqrt{13}}{13} - \frac{78 - 9\sqrt{13}}{26}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$|z - 2 + 3i| = \frac{3}{2} \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow I(2; -3)$. Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của z

$$\Rightarrow |z|_{\min} \Leftrightarrow OM_{\min} \Rightarrow M \in d: \begin{cases} x = 2t \\ y = -3t \end{cases} \Rightarrow M(2t; -3t) \in (C) \Rightarrow t = \frac{26 - 3\sqrt{13}}{26}$$

$$\Rightarrow z = \frac{26 - 3\sqrt{13}}{13} - \frac{78 - 9\sqrt{13}}{26}i.$$