

Câu 1 (5 điểm): Giải các phương trình lượng giác sau:

- a. $\sin 3x + \cos 2x + \sin x + 1 = 0$
b. $4\sin^2 x + \tan x + \sqrt{2}(1 + \tan x)\sin 3x = 1$

Câu 2 (2 điểm): Tỷ lệ tăng dân số mỗi năm của một tỉnh X từ năm 2010 đến năm 2019 là 0,4%. Vì thực hiện các chính sách về dân số nên tỉnh X dự kiến từ năm 2020 đến năm 2030 tỷ lệ tăng dân số mỗi năm chỉ còn lại 0,35%. Theo thống kê số dân tỉnh X năm 2021 nhiều hơn năm 2017 là 30400 người. Hỏi số dân tỉnh X năm 2030 khoảng bao nhiêu?

Câu 3 (6 điểm): Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang, $AD \parallel BC$ và $AD = 3BC$. Gọi M, K lần lượt là trung điểm của SC, BC .

a) Gọi E, O lần lượt là trung điểm của SB, AC và G, N lần lượt là trọng tâm của $\Delta SAB, \Delta ABC$. Chứng minh rằng: đường thẳng NG song song với mặt phẳng (SBC) .

b) Gọi $I = AK \cap CD, L = SD \cap (AMN)$. Tính tỉ số $\frac{SL}{SD}$.

Câu 4 (5 điểm) Có 1kg chất phóng xạ độc hại. Biết rằng, cứ sau một khoảng thời gian

$T = 24000$ năm thì một nửa số chất phóng xạ này sẽ bị phân rã thành chất khác không độc hại đối với sức khỏe của con người (T được gọi là chu kỳ bán rã)

(Nguồn: Đại số và giải tích 11, NXB GD Việt Nam, 2021)

Gọi u_n là khối lượng chất phóng xạ còn lại sau chu kỳ thứ n .

- a. Tìm số hạng tổng quát u_n của dãy số (u_n)
b. Chứng minh rằng (u_n) có giới hạn bằng 0.
c. Từ kết quả câu b, chứng tỏ rằng sau một số năm nào đó khối lượng phóng xạ đã cho ban đầu không còn độc hại đối với con người, biết rằng chất phóng xạ này sẽ không độc hại nữa nếu khối lượng chất phóng xạ còn lại bé hơn $10^{-6}g$.

Câu 5 (2 điểm) Cho hai số tự nhiên $n; k$ thỏa mãn: $k + 3 \leq n$

Chứng minh tồn tại không quá hai giá trị của k sao cho $C_n^k; C_n^{k+1}; C_n^{k+2}$ là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng.

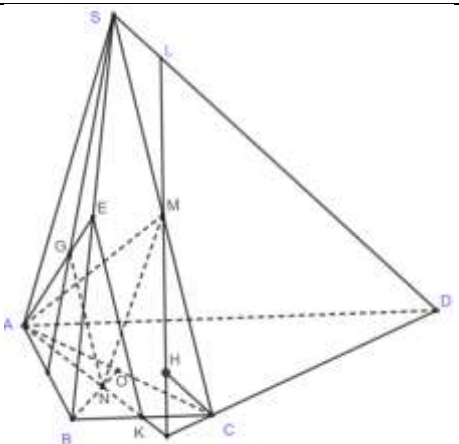
————— HẾT —————

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

ĐÁP ÁN TOÁN 11

Câu 1: Giải các phương trình lượng giác sau:	5 điểm
a) $\sin 3x + \cos 2x + \sin x + 1 = 0$ $\Leftrightarrow 2 \sin 2x \cos x + 2 \cos^2 x = 0$ $\Leftrightarrow 2 \cos^2 x (2 \sin x + 1) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$	0.5x2 0.5 1.5
b) $4 \sin^2 x + \tan x + \sqrt{2}(1 + \tan x) \sin 3x = 1$ ĐKXĐ: $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ Phương trình đã cho tương đương với: $(4 \sin^2 x - 2) + (\tan x + 1) + \sqrt{2}(1 + \tan x) \sin 3x = 0$ $\Leftrightarrow 2(\sin^2 x - \cos^2 x) + (\tan x + 1) + \sqrt{2}(1 + \tan x) \sin 3x = 0$ $\Leftrightarrow 2(\sin x - \cos x)(\sin x + \cos x) + \frac{\sin x + \cos x}{\cos x} + \sqrt{2} \frac{\sin x + \cos x}{\cos x} \sin 3x = 0$ $\Leftrightarrow (\sin x + \cos x) \left(2 \sin x - 2 \cos x + \frac{1}{\cos x} + \sqrt{2} \frac{\sin 3x}{\cos x} \right) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x + \cos x = 0(3) \\ 2 \sin x - 2 \cos x + \frac{1}{\cos x} + \sqrt{2} \frac{\sin 3x}{\cos x} = 0(4) \end{cases}$ Giải (3): $\sin x + \cos x = 0 \Leftrightarrow \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$ Giải (4): $\Leftrightarrow \sin 2x - 2 \cos^2 x + 1 + \sqrt{2} \sin 3x = 0$ $\Leftrightarrow \cos 2x - \sin 2x = \sqrt{2} \sin 3x \Leftrightarrow \sin \left(\frac{\pi}{4} - 2x \right) = \sin 3x \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{20} + \frac{k2\pi}{5}; k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$ Đổi chiều điều kiện phương trình có họ nghiệm sau: $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi; x = \frac{\pi}{20} + \frac{k2\pi}{5}; x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$	0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.25 0.25
Câu 2:	2 điểm
Gọi số dân tỉnh X năm 2010 là n (người).	

Ta có số dân tỉnh X từ năm 2010 đến năm 2019 là một cấp số nhân với số hạng đầu $u_1 = n$ và công bội $q = 1,004$. Số dân tỉnh X năm 2017 là $u_8 = u_1 \cdot q^7 = n \cdot 1,004^7$. Số dân tỉnh X năm 2019 là $u_{10} = u_1 \cdot q^9 = n \cdot 1,004^9$. Số dân tỉnh X từ năm 2020 đến năm 2030 là một cấp số nhân với số hạng đầu $v_1 = u_{10} \cdot 1,0035$ và công bội $q = 1,0035$. Số dân tỉnh X năm 2021 là $v_2 = v_1 \cdot q = u_{10} \cdot 1,0035^2 = n \cdot 1,004^9 \cdot 1,0035^2$. Theo thống kê số dân tỉnh X năm 2021 nhiều hơn năm 2017 là 30400 người nên $n \cdot 1,004^9 \cdot 1,0035^2 - n \cdot 1,004^7 = n(1,004^9 \cdot 1,0035^2 - 1,004^7) = 30400$ Suy ra $n \approx 1959782$. Số dân tỉnh X năm 2030 là: $v_{11} = v_1 \cdot q^{10} = u_{10} \cdot 1,0035^{11} = n \cdot 1,004^9 \cdot 1,0035^{11} \approx 2111068$ (người).	0.5 0.5 0.5 0.5
Câu 3:	6 điểm
 a) $\frac{AG}{AE} = \frac{AN}{AK} = \frac{2}{3}$ (G, N lần lượt là trọng tâm của tam giác SAB và tam giác ABC) Mà $EK \subset (SBC), NG \not\subset (SBC)$ Vậy $NG \parallel (SBC)$. b) Trong mặt phẳng (SCD), $L = IM \cap SD$. Khi đó $L = SD \cap (AMN)$ Dựng $CH \parallel SD$ ($H \in IM$) Trong tam giác ILD có $CH \parallel LD$, suy ra $\frac{IC}{ID} = \frac{CH}{DL} \Leftrightarrow \frac{IC}{ID} \cdot \frac{DL}{CH} = 1$ (1) Tam giác MLS đồng dạng với tam giác MHC, suy ra $\frac{MS}{MC} = \frac{SL}{CH} \Leftrightarrow \frac{MS}{MC} \cdot \frac{CH}{SL} = 1$ (2) Từ (1) và (2), suy ra $\frac{IC}{ID} \cdot \frac{MS}{MC} \cdot \frac{DL}{SL} = 1 \Rightarrow \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot \frac{DL}{SL} = 1 \Rightarrow \frac{DL}{SL} = 6 \Rightarrow \frac{SL}{SD} = \frac{1}{7}$.	1 0.5x2 0.5x2 0.5 0.5 0.5 0.5
Câu 4:	5 điểm

a) Tìm số hạng tổng quát u_n của dãy số (u_n)	
Khối lượng chất phóng xạ còn lại sau chu kì bán rã thứ 1 là $u_1 = \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}$	0.5
Khối lượng chất phóng xạ còn lại sau chu kì bán rã thứ 2 là $u_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2^2}$	0.5
Khối lượng chất phóng xạ còn lại sau chu kì bán rã thứ 3 là $u_3 = \frac{1}{2^2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2^3}$	0.5
Khi đó $u_n = \frac{1}{2^n}$	0.5
b) Chứng minh rằng (u_n) có giới hạn bằng 0	
$\lim u_n = \lim \frac{1}{2^n} = 0$	1
c) Từ kết quả câu b, chứng tỏ rằng sau một số năm nào đó khối lượng phóng xạ đã cho ban đầu không còn độc hại đối với con người, biết rằng chất phóng xạ này sẽ không độc hại nữa nếu khối lượng chất phóng xạ còn lại bé hơn $10^{-6}g$.	
Chất phóng xạ sẽ không độc hại nữa nếu khối lượng chất phóng xạ còn lại bé hơn $10^{-6}g = 10^{-9}kg$	0.5
Khi đó:	
$u_n < 10^{-9} \Leftrightarrow \frac{1}{2^n} < 10^{-9} \Leftrightarrow 2^n > 10^9 \Leftrightarrow n \geq 30$	1.5
Vậy sau ít nhất 30 chu kì bằng 30.24000=720000 năm thì khối lượng phóng xạ đã cho ban đầu không còn độc hại với con người.	0.5
Câu 5:	2 điểm
Ta có: $C_n^k + C_n^{k+2} = 2C_n^{k+1} \Leftrightarrow \frac{n!}{k!(n-k)!} + \frac{n!}{(k+2)!(n-k-2)!} = 2 \cdot \frac{n!}{(k+1)!(n-k-1)!}$ $\Leftrightarrow (k+1)(k+2) + (n-k)(n-k-1) = 2(k+2)(n-k)$ Đây là phương trình bậc 2 ẩn k nên có nhiều nhất 2 nghiệm.	