

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 04 trang)

Họ và tên học sinh:

Số báo danh:

Mã đề 101

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (5 ĐIỂM)

Câu 1. Vi phân của hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 + 2x^2 - 3$ là

A. $dy = \left(\frac{1}{4}x^4 + 2x^2 - 3\right)dx.$

B. $dy = (3x^2 + 4)dx.$

C. $dy = (x^3 + 4x)dx.$

D. $dy = (x^3 + 4x - 3)dx.$

Câu 2. Hàm số $y = \cot^2 2x$ có đạo hàm là

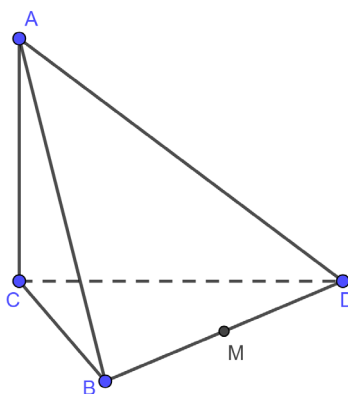
A. $y' = \frac{-4 \cos 2x}{\sin^3 2x}.$

B. $y' = \frac{4 \cos 2x}{\sin^3 2x}.$

C. $y' = \frac{-2}{\sin^2 2x}.$

D. $y' = \frac{-2 \cos 2x}{\sin^3 2x}.$

Câu 3. Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh $AC \perp (BCD)$ và tam giác BCD đều cạnh bằng a . Biết $AC = a\sqrt{2}$ và M là trung điểm BD . Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABD) .



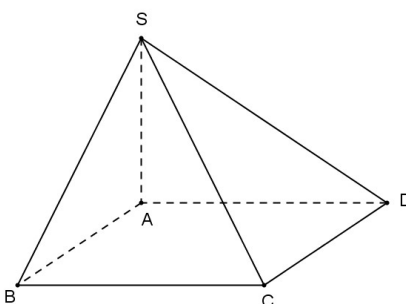
A. $a\sqrt{\frac{4}{7}}.$

B. $a\sqrt{\frac{7}{5}}.$

C. $a\sqrt{\frac{2}{3}}.$

D. $a\sqrt{\frac{6}{11}}.$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Khi đó góc giữa SB và mặt phẳng (SAD) là



A. $\widehat{SBA}.$

B. $\widehat{BSA}.$

C. $\widehat{SBD}.$

D. $\widehat{BSD}.$

Câu 5. Cho hàm số $y = -\frac{1}{4}x^4 + 2x^2 - 5$ có đạo hàm cấp hai với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị $y''(2)$ bằng

A. -8.

B. -1.

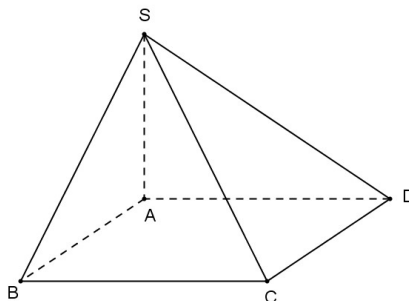
C. 0.

D. -5.

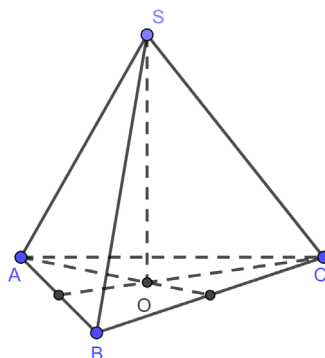
Câu 6. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x}$ tại điểm $x_0 = -2$ có hệ số góc là

A. $\frac{1}{2}$.B. $\frac{1}{4}$.C. $-\frac{1}{2}$.D. $-\frac{1}{4}$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông và có cạnh bên SA vuông góc với đáy. Tìm mệnh đề *sai*.

A. $(SAC) \perp (ABC)$.B. $(SAB) \perp (SAC)$.C. $(SAB) \perp (ABC)$.D. $(SAB) \perp (SAD)$.

Câu 8. Cho hình chóp đều $S.ABC$, gọi O là trọng tâm của tam giác ABC . Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) là độ dài của cạnh

A. AO .B. SB .C. SA .D. SO .

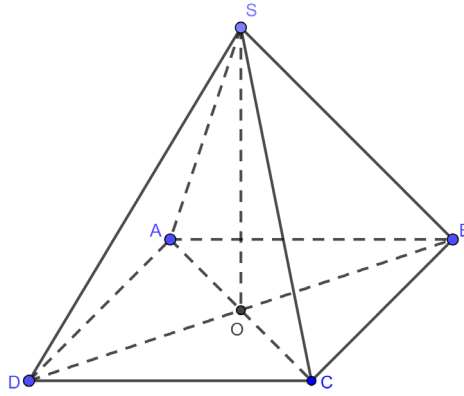
Câu 9. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x+3}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $(d): y = -x + m$ (với m là tham số thực). Khi (d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B , gọi k_1, k_2 lần lượt là hệ số góc tiếp tuyến của (C) tại A và B . Khi giá trị biểu thức $P = k_1^2 + k_2^2$ nhỏ nhất thì giá trị m thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(3; 5)$.B. $(0; 2)$.C. $(-1; 0)$.D. $(-3; -1)$.

Câu 10. Cho hàm số $u(x)$ và $v(x)$ có đạo hàm tại điểm x thuộc khoảng xác định. Chọn mệnh đề *đúng*?

A. $(u.v)' = u'.v - v'.u$.B. $(u.v)' = u'.v'$.C. $(u.v)' = u'.v + u.v'$.D. $(u.v)' = \frac{u'.v - u.v'}{v^2}$.

Câu 11. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Khi đó khoảng cách giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (SCD) bằng



- A. $a \frac{\sqrt{6}}{3}$. B. $2a \frac{\sqrt{6}}{9}$. C. $a \frac{\sqrt{6}}{2}$. D. $a \frac{\sqrt{6}}{6}$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 3}$ có đạo hàm với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức

$f'(4) = \frac{a\sqrt{3}}{b}$ trong đó a, b là các số tự nhiên và $\frac{a}{b}$ tối giản. Khi đó $a - b$ bằng

- A. -17. B. 1. C. -1. D. -4.

Câu 13. Đạo hàm *cấp hai* của hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + 4$ là

- A. $y'' = 2x - 2$. B. $y'' = -x^2 + 2x - 3$.
C. $y'' = -2x + 2$. D. $y'' = -2x^2 + 2x$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4x - 1$ có đạo hàm với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị thực của x để $f'(x) = 0$?

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 15. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$ có dạng $y' = \frac{a}{b + \sin 2x}$ trong đó a, b là các số tự nhiên. Giá trị biểu thức $a + b$ là

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 16. Một máy bay hạ cánh chuyển động thẳng biến đổi đều trên đường băng theo phương trình $S(t) = 100t - 2t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi máy bay bắt đầu hạ cánh và S (mét) là quãng đường máy bay di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Quãng đường tối thiểu để máy bay hạ cánh an toàn là

- A. $100(m)$. B. $1250(m)$. C. $1000(m)$. D. $1200(m)$.

Câu 17. Đạo hàm của hàm số $y = \cos 2x$ là

- A. $y' = \sin 2x$. B. $y' = -\sin 2x$. C. $y' = 2 \sin 2x$. D. $y' = -2 \sin 2x$.

Câu 18. Đạo hàm của hàm số $y = (2x - 3)^{2023}$ là

- A. $y' = 2023(2x - 3)^{2022}$. B. $y' = 4046(2x - 3)^{2023}$.
C. $y' = -4046(2x - 3)^{2022}$. D. $y' = 4046(2x - 3)^{2022}$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 . Chọn mệnh đề **đúng**?

$$\text{A. } f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x_0) - f(x)}{x - x_0}.$$

$$\text{B. } f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) + f(x_0)}{x + x_0}.$$

$$\text{C. } f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}.$$

$$\text{D. } f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) + f(x_0)}{x - x_0}.$$

Câu 20. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là **đúng**?

A. Hai mặt phẳng cắt nhau và cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì giao tuyến của chúng song song với mặt phẳng thứ ba đó.

B. Hai mặt phẳng cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

C. Hai mặt phẳng cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì vuông góc nhau.

D. Hai mặt phẳng cắt nhau và cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì giao tuyến của chúng cũng vuông góc với mặt phẳng thứ ba đó.

II. PHẦN TỰ LUẬN (5 ĐIỂM)

Câu 1: Tìm đạo hàm các hàm số sau:

a. $y = \frac{x^2 + 4x + 5}{x - 2}.$

b. $y = x^3 \sin 2x.$

c. $y = \cot^2 \sqrt{x + \sqrt{x^2 + 1}}.$

Câu 2: Một vật chuyển động thẳng theo phương trình $S(t) = 2t^3 + 4t + 1$, trong đó t được tính bằng giây ($t > 0$) và S tính bằng mét.

a. Tìm vận tốc và gia tốc tức thời của vật tại thời điểm t .

b. Khi tốc độ tức thời của vật đạt $28(m/s)$ thì vật di chuyển được quãng đường bao xa?

Câu 3: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh $CC' = 2a$, tam giác ABC là tam giác vuông cân ở C có cạnh $CA = a$.

a. Chứng minh rằng $(A'ACC') \perp (C'CBB')$.

b. Tìm φ là góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và (ABC) . Tính $\tan \varphi$.

c. Gọi điểm D là trung điểm của cạnh CC' . Tính khoảng cách từ D đến (ABC') .

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN

A – TRẮC NGHIỆM

101	1	C
101	2	A
101	3	D
101	4	B
101	5	A
101	6	D
101	7	B
101	8	D
101	9	D
101	10	C
101	11	A
101	12	D
101	13	C
101	14	D
101	15	B
101	16	B
101	17	D
101	18	D
101	19	C
101	20	D

B – TỰ LUẬN

Câu 1:

$$\text{a) } y' = \frac{(x^2 + 4x + 5)'(x - 2) - (x - 2)'(x^2 + 4x + 5)}{(x - 2)^2}$$

$$= \frac{(2x + 4)(x - 2) - (x^2 + 4x + 5)}{(x - 2)^2} = \frac{x^2 - 4x - 13}{(x - 2)^2}$$

$$\text{b) } y' = (x^3)' \cdot \sin 2x + (\sin 2x)' \cdot x^3 = 3x^2 \cdot \sin 2x + x^3 \cdot (2x)' \cos 2x = 3x^2 \cdot \sin 2x + 2x^3 \cdot \cos 2x$$

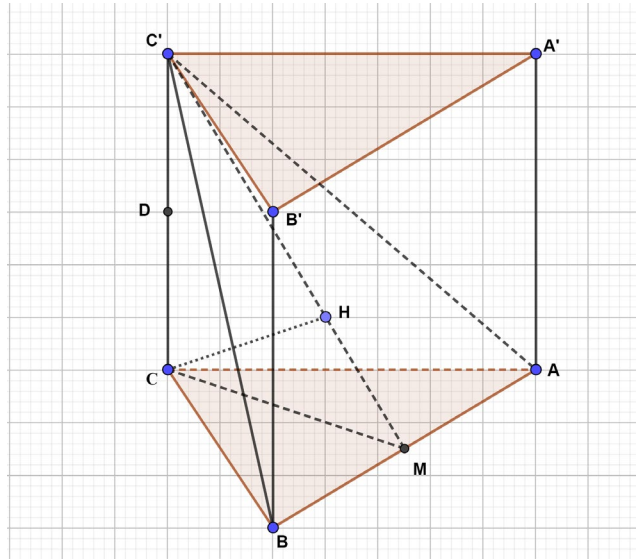
$$\text{c) } y' = -2 \cot \sqrt{x + \sqrt{x^2 + 1}} \cdot \frac{\left(\sqrt{x + \sqrt{x^2 + 1}} \right)'}{\sin^2 \sqrt{x + \sqrt{x^2 + 1}}} = \frac{-\cot \sqrt{x + \sqrt{x^2 + 1}}}{\sin^2 \sqrt{x + \sqrt{x^2 + 1}}} \cdot \frac{\sqrt{x + \sqrt{x^2 + 1}}'}{\sqrt{x^2 + 1}}.$$

Câu 2:

$$\text{a) } v(t) = 6t^2 + 4 \quad ; \quad a(t) = 12t$$

b) $v(t) = 28 \Leftrightarrow 6t^2 + 4 = 28 \Leftrightarrow t = 2 \ (t > 0)$. Suy ra $S(2) = 25(m)$.

Câu 3:



a)

$$\begin{cases} BC \perp CA \\ BC \perp CC' \end{cases} \rightarrow BC \perp (A'ACC')$$

$$\text{Mà } BC \subset (C'CBB') \rightarrow (A'ACC') \perp (C'CBB')$$

b)

Gọi M là trung điểm của AB .

$$\begin{cases} (C'AB) \cap (ABC) = AB \\ CM \perp AB \\ C'M \perp AB \end{cases} \rightarrow \varphi = \widehat{C'MC}$$

$$\text{Ta có: } CM = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Xét tam giác $C'CM$ vuông tại C :

$$\tan \varphi = \frac{CC'}{CM} = \frac{2a}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2}$$

c)

$$\text{Ta có } \frac{DC'}{CC'} = \frac{1}{2}, \text{ suy ra } d(D; (C'AB)) = \frac{1}{2} d(C; (C'AB))$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của C trên mp $(C'AB)$

$$\text{Ta có } \begin{cases} CH \perp C'M \\ CH \perp AB \left(AB \perp (C'M) \right) \end{cases} \rightarrow d\left(C;(C'AB)\right)=CH$$

$$\frac{1}{CH^2}=\frac{1}{CC'^2}+\frac{1}{CM^2}\rightarrow \frac{1}{CH^2}=\frac{1}{\left(2a\right)^2}+\frac{1}{\left(\frac{\sqrt{2}a}{2}\right)^2}=\frac{9}{4a^2}$$

$$CH=\frac{2a}{3}\rightarrow d\left(D;(C'AB)\right)=\frac{1}{2}d\left(C;(C'AB)\right)=\frac{1}{2}CH=\frac{a}{3}$$