TOÀN CẢNH ĐỀ THI THQG MÔN TOÁN

Mục lục

A ĐỀ THI THQG 2019

1 Mã đề 101

NỘI DUNG ĐỀ

1.1 Giải tích 12 - Chương 1: Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

Câu 1 (THQG 2019-Mã đề 101). Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	1	↗	3	↘	1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; 0)$. **B**. $(2; +\infty)$. **C**. $(0; 2)$. **D**. $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy trên khoảng $f'(x) < 0$, $\forall x \in (0; 2)$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

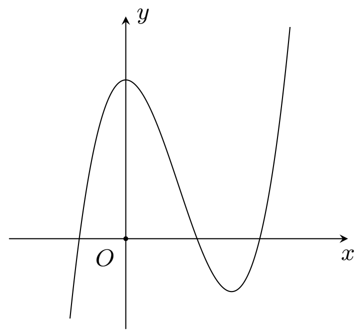
Chọn đáp án C □

Câu 2 (THQG 2019-Mã đề 101).

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?

A. $y = x^3 - 3x^2 + 3$. **B**. $y = -x^3 + 3x^2 + 3$.

C. $y = x^4 - 2x^2 + 3$. **D**. $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.



Lời giải.

Đường cong đã cho là đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a > 0$.

Vậy hàm số thỏa mãn là $y = x^3 - 3x^2 + 3$.

Chọn đáp án A □

Câu 3 (THQG 2019-Mã đề 101). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	1	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x = 2$. **B**. $x = 1$. **C**. $x = -1$. **D**. $x = -3$.

Lời giải.

Theo bảng biến thiên, ta thấy $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi x đi qua điểm $x = -1$.

Vậy hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm $x = -1$.

Chọn đáp án C □

Câu 4 (THQG 2019-Mã đề 101). Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	3	$\searrow$		$\nearrow$	3	$\searrow$	
	$-\infty$				-1				$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

A. 2. **B**. 1. **C**. 4. **D**. 3.

Lời giải.

Ta có $2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{3}{2}$.

Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \dfrac{3}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên của $f(x)$ ta có số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \dfrac{3}{2}$ là 4. Do đó phương trình đã cho có 4 nghiệm.

Chọn đáp án C □

Câu 5 (THQG 2019-Mã đề 101). Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-3; 3]$ là

A. -16. **B**. 20. **C**. 0. **D**. 4.

Lời giải.

Hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ có tập xác định $\mathbb{R}$, $f'(x) = 3x^2 - 3$.

Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1 \in [-3; 3]$.

Ta có $f(1) = 0$; $f(-1) = 4$; $f(3) = 20$; $f(-3) = -16$.

Từ đó suy ra $\max\limits_{[-3;3]} f(x) = f(3) = 20$.

Chọn đáp án B □

Câu 6 (THQG 2019-Mã đề 101). Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+2)^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B**. 3. **C**. 2. **D**. 1.

Lời giải.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$				$\nearrow$	$+\infty$
					f_{CT}		

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị đó là điểm cực tiểu $x = 0$.

Chọn đáp án D □

Câu 7 (THQG 2019-Mã đề 101). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	$\|$	$-$	0	$+$	
y	2	$\searrow$	$-4 \;\|\; +\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B**. 1. **C**. 3. **D**. 2.

Lời giải.

Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Ta có

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ suy ra không tồn tại tiệm cận ngang khi $x \to +\infty$.

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 2$, suy ra đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận ngang $y = 2$.

$\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = -4$, suy ra đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $x = 0$.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và ngang là 2.

Chọn đáp án D □

Câu 8 (THQG 2019-Mã đề 101). Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = f(3-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(4; +\infty)$. **B**. $(-2; 1)$. **C**. $(2; 4)$. **D**. $(1; 2)$.

Lời giải.

Ta có $y' = -2 \cdot f'(3-2x)$.

Hàm số nghịch biến khi

$$y' \leq 0 \Leftrightarrow -2 \cdot f'(3-2x) \leq 0 \Leftrightarrow f'(3-2x) \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -3 \leq 3-2x \leq -1 \\ 3-2x \geq 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2 \leq x \leq 3 \\ x \leq 1. \end{array}\right.$$

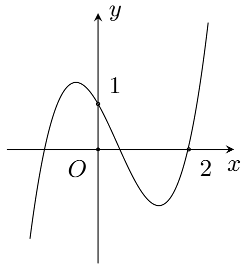
Vì hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$ nên nghịch biến trên $(-2; 1)$.

Chọn đáp án B □

Câu 9 (THQG 2019-Mã đề 101).

Cho hàm số $y = f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình $f(x) < x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 2)$ khi và chỉ khi

A. $m \geq f(2) - 2$. **B**. $m \geq f(0)$. **C**. $m > f(2) - 2$. **D**. $m > f(0)$.



Lời giải.

Ta có $f(x) < x + m \Leftrightarrow f(x) - x < m$.

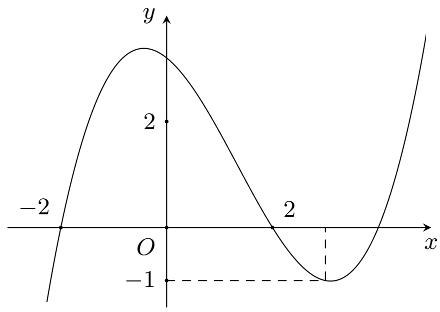
Đặt $g(x) = f(x) - x$ xét trên khoảng $(0; 2)$. Do đó $g'(x) = f'(x) - 1$.

Từ đồ thị ta thấy $g'(x) = f'(x) - 1 < 0$ với mọi $x \in (0; 2)$. Suy ra hàm số $g(x) = f(x) - x$ luôn

nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.
Bất phương trình $f(x) < x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0;2)$ khi và chỉ khi $m \geq \lim\limits_{x \to 0} g(x) = f(0)$.
Chọn đáp án B □

Câu 10 (THQG 2019-Mã đề 101).
Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $|f(x^3 - 3x)| = \dfrac{4}{3}$ là

A. 3. **B**. 8. **C**. 7. **D**. 4.

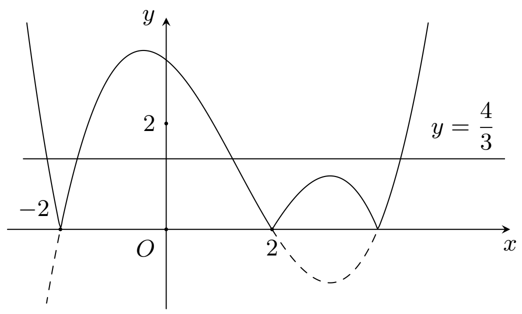


Lời giải.
Đặt $t = x^3 - 3x \Rightarrow t' = 3x^2 - 3$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
t'		$+$	0	$-$	0	$+$	
t	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Khi đó $|f(t)| = \dfrac{4}{3}$ (1). Đồ thị hàm số $y = |f(t)|$ được vẽ thành 2 phần

- Phần 1 giữ nguyên đồ thị hàm số $y = f(x)$ phía trên trục Ox khi $f(x) \geq 0$.
- Phần 2 lấy đối xứng của phần còn lại qua trục Ox.



Dựa vào đồ thị hàm số $|f(t)|$ ta thấy phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt $t_1 < -2$, $-2 < t_2 < 0$, $0 < t_3 < 2$, $t_4 > 2$.
Mỗi nghiệm t của phương trình (1), ta thay vào phương trình $t = x^3 - 3x$ để tìm nghiệm x. Khi đó

- $t_1 < -2 \Rightarrow$ phương trình $t = x^3 - 3x$ có 1 nghiệm.
- $-2 < t_2 < 0 \Rightarrow$ phương trình $t = x^3 - 3x$ có 3 nghiệm.
- $0 < t_3 < 2 \Rightarrow$ phương trình $t = x^3 - 3x$ có 3 nghiệm.
- $t_4 > 2 \Rightarrow$ phương trình $t = x^3 - 3x$ có 1 nghiệm.

Vậy phương trình $|f(x^3 - 3x)| = \dfrac{4}{3}$ có 8 nghiệm.
Chọn đáp án B □

Câu 11 (THQG 2019-Mã đề 101). Cho hàm số $y = f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ là

A. 9. **B**. 3. **C**. 7. **D**. 5.

Lời giải.

Ta có $y' = 2(x-1) \cdot f'(x^2 - 2x)$. Từ bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$, ta có

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ f'(x^2-2x) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x^2 - 2x = a \in (-\infty; -1) \\ x^2 - 2x = b \in (-1; 0) \\ x^2 - 2x = c \in (0; 1) \\ x^2 - 2x = d \in (1; +\infty) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = 1 & \\ x^2 - 2x - a = 0,\ a \in (-\infty; -1) & (1) \\ x^2 - 2x - b = 0,\ b \in (-1; 0) & (2) \\ x^2 - 2x - c = 0,\ c \in (0; 1) & (3) \\ x^2 - 2x - d = 0,\ d \in (1; +\infty) & (4). \end{array}\right.$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = x^2 - 2x$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y	$-\infty$	↘	-1	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta thấy phương trình (1) vô nghiệm, các phương trình (2), (3), (4) đều có hai nghiệm đơn phân biệt khác 1 và do b, c, d đôi một khác nhau nên các nghiệm của phương trình (2), (3), (4) cũng đôi một khác nhau. Do đó $f'(x^2 - 2x) = 0$ có 6 nghiệm đơn phân biệt.

Vậy $y' = 0$ có 7 nghiệm đơn phân biệt, do đó số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ là 7.

Chọn đáp án C □

Câu 12 (THQG 2019-Mã đề 101). Cho hai hàm số $y = \dfrac{x-3}{x-2} + \dfrac{x-2}{x-1} + \dfrac{x-1}{x} + \dfrac{x}{x+1}$ và $y = |x+2| - x + m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng bốn điểm phân biệt là

A. $(-\infty; 2]$. **B**. $[2; +\infty)$. **C**. $(-\infty; 2)$. **D**. $(2; +\infty)$.

Lời giải.

Xét phương trình

$$\begin{aligned} & \frac{x-3}{x-2} + \frac{x-2}{x-1} + \frac{x-1}{x} + \frac{x}{x+1} = |x+2| - x + m \\ \Leftrightarrow\ & \frac{x-3}{x-2} + \frac{x-2}{x-1} + \frac{x-1}{x} + \frac{x}{x+1} - |x+2| + x = m \quad (1) \end{aligned}$$

Hàm số $g(x) = \dfrac{x-3}{x-2} + \dfrac{x-2}{x-1} + \dfrac{x-1}{x} + \dfrac{x}{x+1} - |x+2| + x$

$$= \begin{cases} \dfrac{x-3}{x-2} + \dfrac{x-2}{x-1} + \dfrac{x-1}{x} + \dfrac{x}{x+1} - 2 & \text{nếu } x \geq -2 \\ \dfrac{x-3}{x-2} + \dfrac{x-2}{x-1} + \dfrac{x-1}{x} + \dfrac{x}{x+1} + 2x + 2 & \text{nếu } x < -2. \end{cases}$$

Ta có $g'(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{(x-2)^2} + \dfrac{1}{(x-1)^2} + \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{(x+1)^2} > 0,\ \forall x \in (-2; +\infty) \setminus \{-1; 0; 1; 2\} \\ \dfrac{1}{(x-2)^2} + \dfrac{1}{(x-1)^2} + \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{(x+1)^2} + 2 > 0,\ \forall x < -2. \end{cases}$

Nên hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$, $(-1; 0)$, $(0; 1)$, $(1; 2)$, $(2; +\infty)$.
Mặt khác ta có $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = 2$ và $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = -\infty$.
Bảng biến thiên của hàm số $y = g(x)$

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		2		$+\infty$
y'		$+$	$\|$	$+$	$\|$	$+$	$\|$	$+$	$\|$	$+$	$\|$	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{49}{12}$	$\nearrow$	$+\infty \;\|\; -\infty$	$\nearrow$	$+\infty \;\|\; -\infty$	$\nearrow$	$+\infty \;\|\; -\infty$	$\nearrow$	$+\infty \;\|\; -\infty$	$\nearrow$	2

Do đó để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng bốn điểm phân biệt thì phương trình (1) phải có 4 nghiệm phân biệt. Điều này xảy ra khi và chỉ khi đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = g(x)$ tại 4 điểm phân biệt $\Leftrightarrow m \geq 2$.
Chọn đáp án B □

1.2 Giải tích 12 - Chương 2: Hàm số lũy thừa, hàm số mũ và hàm số lôgarit

Câu 13 (THQG 2019-Mã đề 101). Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 a^2$ bằng

A. $2\log_5 a$. **B.** $2 + \log_5 a$. **C.** $\dfrac{1}{2} + \log_5 a$. **D.** $\dfrac{1}{2}\log_5 a$.

Lời giải.
Vì a là số thực dương nên ta có $\log_5 a^2 = 2\log_5 a$.
Chọn đáp án A □

Câu 14 (THQG 2019-Mã đề 101). Nghiệm của phương trình $3^{2x-1} = 27$ là

A. $x = 5$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 4$.

Lời giải.
Ta có $3^{2x-1} = 27 \Leftrightarrow 3^{2x-1} = 3^3 \Leftrightarrow 2x - 1 = 3 \Leftrightarrow x = 2$.
Chọn đáp án C □

Câu 15 (THQG 2019-Mã đề 101). Hàm số $y = 2^{x^2-3x}$ có đạo hàm là

A. $(2x-3) \cdot 2^{x^2-3x} \cdot \ln 2$. **B.** $2^{x^2-3x} \cdot \ln 2$.
C. $(2x-3) \cdot 2^{x^2-3x}$. **D.** $(x^2-3x) \cdot 2^{x^2-3x+1}$.

Lời giải.
Ta có $y' = \left(2^{x^2-3x}\right)' = (2x-3) \cdot 2^{x^2-3x} \cdot \ln 2$.
Chọn đáp án A □

Câu 16 (THQG 2019-Mã đề 101). Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^4 b = 16$. Giá trị của $4\log_2 a + \log_2 b$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 16. **D.** 8.

Lời giải.
Ta có $4\log_2 a + \log_2 b = \log_2 a^4 + \log_2 b = \log_2(a^4 b) = \log_2 16 = \log_2 2^4 = 4$.
Chọn đáp án A □

Câu 17 (THQG 2019-Mã đề 101). Nghiệm của phương trình $\log_3(x+1) + 1 = \log_3(4x+1)$ là

A. $x = 3$. **B.** $x = -3$. **C.** $x = 4$. **D.** $x = 2$.

Lời giải.

Điều kiện $x > -\dfrac{1}{4}$. Ta có

$$\log_3(x+1)+1=\log_3(4x+1) \Leftrightarrow \begin{cases} x > \dfrac{-1}{4} \\ 3(x+1)=4x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \dfrac{-1}{4} \\ x=2 \end{cases} \Leftrightarrow x=2.$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x=2$.

Chọn đáp án D □

Câu 18 (THQG 2019-Mã đề 101). Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(3x-1) = -\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** Vô số.

Lời giải.

Điều kiện $x > \dfrac{1}{3}$ và $m > 0$.

Phương trình đã cho tương đương: $\log_3 x - \log_3(3x-1) = \log_3 \dfrac{1}{m} \Leftrightarrow \dfrac{x}{3x-1} = \dfrac{1}{m}$

Xét hàm số $f(x) = \dfrac{x}{3x-1}$ với $x > \dfrac{1}{3}$.

Có $f'(x) = -\dfrac{1}{(3x-1)^2} < 0$, $\forall x > \dfrac{1}{3}$

x	$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$f'(x)$	||	$-$	
$f(x)$	|| $+\infty$	$\searrow$	$\frac{1}{3}$

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình có nghiệm khi $\dfrac{1}{m} > \dfrac{1}{3} \Leftrightarrow 0 < m < 3$.

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1, 2\}$.

Chọn đáp án A □

Câu 19 (THQG 2019-Mã đề 101). Cho phương trình $\left(4\log_2^2 x + \log_2 x - 5\right)\sqrt{7^x - m} = 0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. 49. **B.** 47. **C.** Vô số. **D.** 48.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} x > 0 \\ 7^x - m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 7^x \geq m. \end{cases}$

Với m nguyên dương ta có

$$\left(4\log_2^2 x + \log_2 x - 5\right)\sqrt{7^x - m} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4\log_2^2 x + \log_2 x - 5 = 0 \\ \sqrt{7^x - m} = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 2^{-\frac{5}{4}} \\ x = \log_7 m. \end{array}\right.$$

Để phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm phân biệt có hai trường hợp

— $2 > \log_7 m \geq 2^{-\frac{5}{4}} \Leftrightarrow 7^{2^{-\frac{5}{4}}} \leq m < 7^2$.

Trường hợp này $m \in \{3; 4; 5; \ldots; 48\}$, có 46 giá trị nguyên dương của m.

— $\log_7 m = 0 \Leftrightarrow m = 1$. Trường hợp này có 1 giá trị của m thỏa mãn.

Vậy có tất cả 47 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu.

Chọn đáp án B $\square$

1.3 Giải tích 12 - Chương 3: Nguyên hàm. Tích phân và ứng dụng

Câu 20 (THQG 2019-Mã đề 101). Biết $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = -2$ và $\int\limits_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x = 3$, khi đó $\int\limits_0^1 [f(x) - g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

A. -5. **B.** 5. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải.

Ta có $\int\limits_0^1 [f(x) - g(x)]\,\mathrm{d}x = \int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x - \int\limits_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x = -2 - 3 = -5$.

Chọn đáp án A $\square$

Câu 21 (THQG 2019-Mã đề 101). Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 5$ là

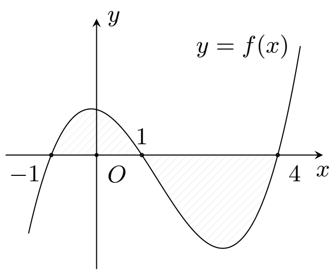
A. $x^2 + 5x + C$. **B.** $2x^2 + 5x + C$. **C.** $2x^2 + C$. **D.** $x^2 + C$.

Lời giải.

Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 5$ là $F(x) = x^2 + 5x + C$.

Chọn đáp án A $\square$

Câu 22 (THQG 2019-Mã đề 101). Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 4$ (như hình vẽ bên dưới). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $S = -\int\limits_{-1}^1 f(x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x$.

B. $S = \int\limits_{-1}^1 f(x)\,\mathrm{d}x - \int\limits_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x$.

C. $S = \int\limits_{-1}^1 f(x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x$.

D. $S = -\int\limits_{-1}^1 f(x)\,\mathrm{d}x - \int\limits_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

Ta có hàm số $f(x) \geq 0 \forall x \in [-1; 1]$; $f(x) \leq 0 \forall x \in [1; 4]$, nên

$$S = \int\limits_{-1}^4 |f(x)|\,\mathrm{d}x = \int\limits_{-1}^1 |f(x)|\,\mathrm{d}x + \int\limits_1^4 |f(x)|\,\mathrm{d}x = \int\limits_{-1}^1 f(x)\,\mathrm{d}x - \int\limits_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x.$$

Chọn đáp án B $\square$

Câu 23 (THQG 2019-Mã đề 101). Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2x-1}{(x+1)^2}$ trên khoảng$(-1;+\infty)$ là

A. $2\ln(x+1)+\dfrac{2}{x+1}+C$.

B. $2\ln(x+1)+\dfrac{3}{x+1}+C$.

C. $2\ln(x+1)-\dfrac{2}{x+1}+C$.

D. $2\ln(x+1)-\dfrac{3}{x+1}+C$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}&\int f(x)\,\mathrm{d}x=\int \frac{2x-1}{(x+1)^2}\,\mathrm{d}x=\int \frac{2(x+1)-3}{(x+1)^2}\,\mathrm{d}x\\ =&\int\left[\frac{2}{x+1}-\frac{3}{(x+1)^2}\right]\mathrm{d}x=2\ln(x+1)+\frac{3}{x+1}+C.\end{aligned}$$

Chọn đáp án B □

Câu 24 (THQG 2019-Mã đề 101). Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0)=4$ và $f'(x)=2\cos^2 x+1$, $\forall x\in\mathbb{R}$, khi đó $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{\pi^2+4}{16}$.

B. $\dfrac{\pi^2+14\pi}{16}$.

C. $\dfrac{\pi^2+16\pi+4}{16}$.

D. $\dfrac{\pi^2+16\pi+16}{16}$.

Lời giải.

Ta có $f(x)=\displaystyle\int f'(x)\,\mathrm{d}x=\int\left(2\cos^2 x+1\right)\mathrm{d}x=\int(2+\cos 2x)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\sin 2x+2x+C$.

Vì $f(0)=4\Rightarrow C=4\Rightarrow f(x)=\dfrac{1}{2}\sin 2x+2x+4$.

Vậy $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\,\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\left(\frac{1}{2}\sin 2x+2x+4\right)\mathrm{d}x=\left(-\frac{1}{4}cos2x+x^2+4x\right)\Bigg|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{\pi^2+16\pi+4}{16}$.

Chọn đáp án C □

Câu 25 (THQG 2019-Mã đề 101). Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(4)=1$ và $\displaystyle\int_0^1 xf(4x)\,\mathrm{d}x=1$, khi đó $\displaystyle\int_0^4 x^2f'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{31}{2}$.

B. -16.

C. 8.

D. 14.

Lời giải.

Xét $\displaystyle\int_0^1 xf(4x)\,\mathrm{d}x=1$. Đặt $t=4x\Rightarrow\displaystyle\int_0^4\frac{1}{4}t\cdot f(t)\cdot\frac{1}{4}\,\mathrm{d}t=1\Rightarrow\int_0^4 t\cdot f(t)\,\mathrm{d}t=16\Rightarrow\int_0^4 x\cdot f(x)\,\mathrm{d}x=16$.

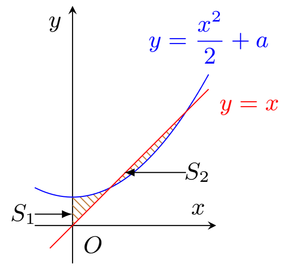
Xét $I=\displaystyle\int_0^4 x^2f'(x)\,\mathrm{d}x=\int_0^4 x^2\mathrm{d}f(x)$

Suy ra: $I=x^2\cdot f(x)\Big|_0^4-\displaystyle\int_0^4 2x\cdot f(x)\,\mathrm{d}x=4^2f(4)-2\cdot 16=-16$.

Chọn đáp án B □

Câu 26 (THQG 2019-Mã đề 101).

Cho đường thẳng $y = x$ và parabol $y = \frac{1}{2}x^2 + a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ dưới đây. Khi $S_1 = S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?



A. $\left(\frac{3}{7}; \frac{1}{2}\right)$. **B.** $\left(0; \frac{1}{3}\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{5}\right)$. **D.** $\left(\frac{2}{5}; \frac{3}{7}\right)$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm:

$\frac{1}{2}x^2 + a = x \Leftrightarrow x^2 - 2x + 2a = 0$ (1)

Phương trình trên có 2 nghiệm dương phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 2a > 0 \\ 2 > 0 \\ 2a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < a < \frac{1}{2}$.

Khi $0 < a < \frac{1}{2}$ phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt $x_1 < x_2$,

$$S_1 = S_2 \Leftrightarrow \int_0^{x_1} \left(\frac{1}{2}x^2 + a - x\right) \mathrm{d}x = \int_{x_1}^{x_2} \left(-\frac{1}{2}x^2 - a + x\right) \mathrm{d}x$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{6}x_1^3 + ax_1 - \frac{1}{2}x_1^2 = -\frac{1}{6}x_2^3 - ax_2 + \frac{1}{2}x_2^2 + \frac{1}{6}x_1^3 + ax_1 - \frac{1}{2}x_1^2$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{6}x_2^3 - ax_2 + \frac{1}{2}x_2^2 = 0 \Leftrightarrow x_2^2 + 6a - 3x_2 = 0.$$

Từ (1) suy ra $2a = -x_2^2 + 2x_2$

Thế vào (2) ta được: $2x_2^2 - 3x_2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x_2 = 0 & \text{(loại)} \\ x_2 = \frac{3}{2} & \end{array}\right. \Rightarrow a = \frac{3}{8} = 0,375 \in \left(\frac{1}{3}; \frac{2}{5}\right)$.

Chọn đáp án C □

1.4 Giải tích 12 - Chương 4: Số phức

Câu 27 (THQG 2019-Mã đề 101). Số phức liên hợp của số phức $3 - 4i$ là

A. $-3 - 4i$. **B.** $-3 + 4i$. **C.** $3 + 4i$. **D.** $-4 + 3i$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của số phức $a + bi$ là số phức $a - bi$.

Vậy số phức liên hợp của số phức $3 - 4i$ là số phức $3 + 4i$.

Chọn đáp án C □

Câu 28 (THQG 2019-Mã đề 101). Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 6z + 10 = 0$. Giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ bằng

A. 16. **B.** 56. **C.** 20. **D.** 26.

Lời giải.

Áp dụng định lý Vi-ét cho phương trình trên ta được $\begin{cases} z_1 + z_2 = 6 \\ z_1 z_2 = 10. \end{cases}$

Khi đó ta có $z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1z_2 = 36 - 20 = 16$.

Chọn đáp án A □

Câu 29 (THQG 2019-Mã đề 101). Cho hai số phức $z_1 = 1 - i$ và $z_2 = 1 + 2i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $3z_1 + z_2$ có tọa độ là

A. $(4;-1)$. **B.** $(-1;4)$. **C.** $(4;1)$. **D.** $(1;4)$.

Lời giải.

Ta có $3z_1+z_2=3(1-i)+(1+2i)=4-i$. Suy ra, tọa độ điểm biểu diễn là $(4;-1)$.

Chọn đáp án A □

Câu 30 (THQG 2019-Mã đề 101). Cho số phức z thỏa mãn $3\left(\overline{z}+i\right)-(2-i)z=3+10i$. Mô-đun của z bằng

A. 3. **B.** 5. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải.

Đặt $z=x+yi$, $(x,\ y\in\mathbb{R})$

$3\left(\overline{z}+i\right)-(2-i)z=3+10i$

$\Leftrightarrow 3(x-yi+i)-(2-i)(x+yi)=3+10i$

$\Leftrightarrow x-y+(x-5y+3)i=3+10i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x-y=3 \\ x-5y+3=10 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$

Do đó $z=2-i$

Vậy $|z|=\sqrt{5}$.

Chọn đáp án C □

Câu 31 (THQG 2019-Mã đề 101). Xét số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn các số phức $w=\dfrac{4+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

A. $\sqrt{34}$. **B.** 26. **C.** 34. **D.** $\sqrt{26}$.

Lời giải.

$$w=\frac{4+iz}{1+z}\Leftrightarrow(1+z)w=4+iz\Leftrightarrow z(w-i)=4-w$$
$$\Leftrightarrow\ |z|\cdot|w-i|=|4-w|\Leftrightarrow\sqrt{2}\cdot|w-i|=|4-w|.\quad(*)$$

Gọi $w=x+yi$, $(x,y\in\mathbb{R})$ khi đó thay vào $(*)$ ta có:

$$\sqrt{2}\cdot|x+yi-i|=|4-x-yi|\Leftrightarrow 2[x^2+(y-1)^2]=(x-4)^2+y^2$$
$$\Leftrightarrow\ x^2+y^2+8x-4y-14=0\Leftrightarrow(x+4)^2+(y-2)^2=34.$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn các số phức $w=\dfrac{4+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{34}$.

Chọn đáp án A □

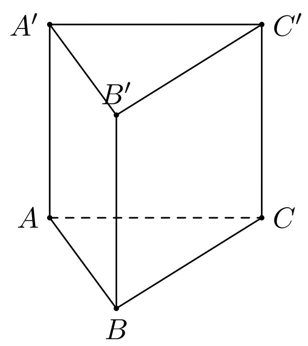
1.5 Hình học 12 - Chương 1: Khối đa diện

Câu 32 (THQG 2019-Mã đề 101).

Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = \sqrt{3}a$ (minh họa hình vẽ bên). Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{3a^3}{4}$. **B.** $\frac{3a^3}{2}$.

C. $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{2}$.



Lời giải.

Ta có $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$; $AA' = a\sqrt{3}$.

Từ đó suy ra $V = a\sqrt{3} \cdot a^2\frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{4}$.

Chọn đáp án A □

Câu 33 (THQG 2019-Mã đề 101). Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 8 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 6. Gọi M, N và P lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A'$, $ACC'A'$ và $BCC'B'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, P bằng

A. $27\sqrt{3}$. **B.** $21\sqrt{3}$. **C.** $30\sqrt{3}$. **D.** $36\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi h là chiều cao của hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Vì $\triangle ABC$ đều có độ dài cạnh bằng 6 nên

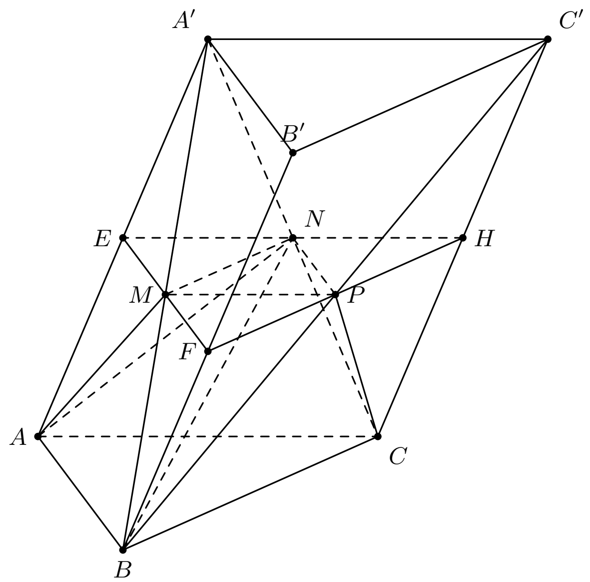
$$S_{\triangle ABC} = 6^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}.$$

Thể tích lặng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V = h \cdot S_{\triangle ABC} = 8 \cdot 9\sqrt{3} = 72\sqrt{3}.$$

Gọi E, F, H lần lượt là trung điểm của các cạnh AA', BB', CC'.

Thể tích khối chóp $A.EMN$ là



$$V_{A.EMN} = \frac{1}{3}\mathrm{d}(A, (EMN)) \cdot S_{\triangle EMN} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}h \cdot \frac{1}{4}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{24}V.$$

Tương tự, ta có $V_{B.FMP} = V_{C.HNP} = \frac{1}{24}V$.

Thể tích khối đa diện $ABCMNP$ là

$$V_{ABCMNP} = \frac{1}{2}V - 3V_{A.EMN} = \frac{1}{2}V - 3 \cdot \frac{1}{24}V = \frac{3}{8}V = 27\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án C □

1.6 Hình học 12 - Chương 2: Mặt nón, mặt trụ, mặt cầu

Câu 34 (THQG 2019-Mã đề 101). Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

A. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. **B.** $\pi r^2 h$. **C.** $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. **D.** $2\pi r^2 h$.

Lời giải.

Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h$.

Chọn đáp án A □

Câu 35 (THQG 2019-Mã đề 101). Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và có chiều cao h là

A. $3Bh$. **B.** Bh. **C.** $\dfrac{4}{3}Bh$. **D.** $\dfrac{1}{3}Bh$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và có chiều cao h là $V = Bh$.

Chọn đáp án B □

Câu 36 (THQG 2019-Mã đề 101). Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng 1 m và 1,2 m. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?

A. 1,8 m. **B.** 1,4 m. **C.** 2,2 m. **D.** 1,6 m.

Lời giải.

Gọi R_1, R_2, R lần lượt là bán kính của trụ thứ nhất, thứ hai và dự kiến sẽ làm, ta có

$$V = V_1 + V_2 = \pi R^2 h \Leftrightarrow \pi R_1^2 h + \pi R_2^2 h \Leftrightarrow R^2 = R_1^2 + R_2^2$$
$$\Rightarrow \quad R = \sqrt{R_1^2 + R_2^2} = \sqrt{1^2 + (1{,}2)^2} \approx 1{,}56 \ (\mathtt{m}).$$

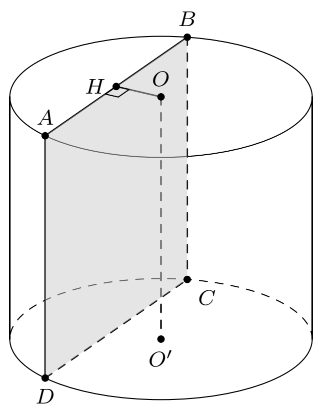
Vậy giá trị cần tìm là 1,6 m.

Chọn đáp án D □

Câu 37 (THQG 2019-Mã đề 101). Cho hình trụ có chiều cao bằng $5\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 30. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $10\sqrt{3}\pi$. **B.** $5\sqrt{39}\pi$. **C.** $20\sqrt{3}\pi$. **D.** $10\sqrt{39}\pi$.

Lời giải.



Gọi O, O' lần lượt là tâm của hai đáy và $ABCD$ là thiết diện song song với trục với $A,\ B \in (O)$; $C,\ D \in (O')$.

Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow OH = \mathrm{d}(OO', (ABCD)) = 1$.

Vì $S_{ABCD} = 30 \Leftrightarrow AB \cdot BC = 30$.

Suy ra $AB = \dfrac{30}{5\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} \Rightarrow HA = HB = \sqrt{3}$.

Bán kính của đáy là $r = \sqrt{OH^2 + HA^2} = \sqrt{3+1} = 2$.

Diện tích xung quanh của hình trụ

$$S_{xq} = 2\pi r h = 2\pi \cdot 2 \cdot 5\sqrt{3} = 20\sqrt{3}\pi.$$

Chọn đáp án C □

1.7 Hình học 12 - Chương 3: Phương pháp tọa độ trong không gian

Câu 38 (THQG 2019-Mã đề 101). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x+2y+3z-1 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}_3 = (1;2;-1)$. **B.** $\vec{n}_4 = (1;2;3)$. **C.** $\vec{n}_1 = (1;3;-1)$. **D.** $\vec{n}_2 = (2;3;-1)$.

Lời giải.

Từ phương trình mặt phẳng (P) suy ra một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n}_4 = (1;2;3)$.
Chọn đáp án B □

Câu 39 (THQG 2019-Mã đề 101). Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+3}{1}$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}_2 = (2;1;1)$. **B.** $\vec{u}_4 = (1;2;-3)$. **C.** $\vec{u}_3 = (-1;2;1)$. **D.** $\vec{u}_1 = (2;1;-3)$.

Lời giải.

Một véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}_3 = (-1;2;1)$.
Chọn đáp án C □

Câu 40 (THQG 2019-Mã đề 101). Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oz có tọa độ là

A. $(2;1;0)$. **B.** $(0;0;-1)$. **C.** $(2;0;0)$. **D.** $(0;1;0)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ trên trục Oz là $M'(0;0;z_0)$.
Suy ra hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oz là $(0;0;-1)$.
Chọn đáp án B □

Câu 41 (THQG 2019-Mã đề 101). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2+2x-2z-7=0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. $\sqrt{7}$. **B.** 9. **C.** 3. **D.** $\sqrt{15}$.

Lời giải.

$$x^2+y^2+z^2+2x-2z-7=0 \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-2\cdot(-1)\cdot x+2\cdot 0\cdot y-2\cdot 1\cdot z-7=0.$$

Suy ra $a=-1, b=0, c=1, d=-7$.
Vậy tâm mặt cầu $I(-1;0;1)$ bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=\sqrt{(-1)^2+0^2+1^2+7}=3$.
Chọn đáp án C □

Câu 42 (THQG 2019-Mã đề 101). Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;0)$ và $B(5;1;-1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x-y-z+5=0$. **B.** $2x-y-z-5=0$.
C. $x+y+2z-3=0$. **D.** $3x+2y-z-14=0$.

Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB, do đó (P) đi qua trung điểm $I(3;2;-1)$ của AB, có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB} = (2;-1;-1)$.
Suy ra $(P)\colon 2(x-3)-1(y-2)-1(z+1)=0 \Leftrightarrow 2x-y-z-5=0$.
Chọn đáp án B □

Câu 43 (THQG 2019-Mã đề 101). Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;0)$, $B(2;0;2)$, $C(2;-1;3$
Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=-2-4t \\ y=-2-3t \\ z=2-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+4t \\ y=-1+3t \\ z=3-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-2+4t \\ y=-4+3t \\ z=2+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=4+2t \\ y=3-t \\ z=1+3t \end{cases}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-2;2)$, $\overrightarrow{AD}=(0;-1;3) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]=(-4;-3;-1)$.
Đường thẳng qua $C(2;-1;3)$ và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình

$$\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -4 + 3t \\ z = 2 + t. \end{cases}$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 44 (THQG 2019-Mã đề 101). Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; 4; -3)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(-3; 0; -3)$. **B.** $M(0; -3; -5)$. **C.** $N(0; 3; -5)$. **D.** $Q(0; 5; -3)$.

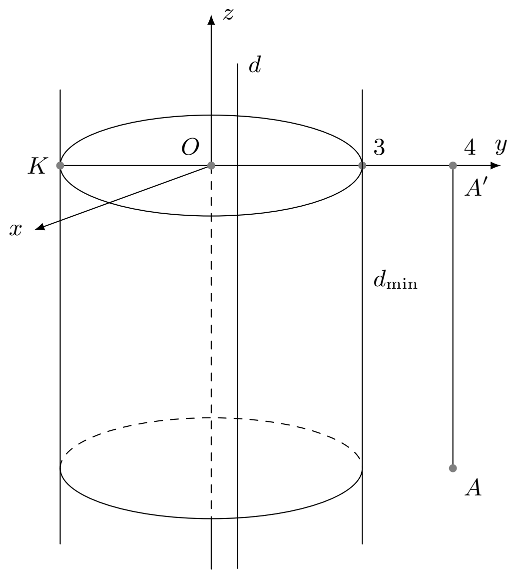
Lời giải.

Đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3 nên d nằm trên mặt trụ tròn xoay có trục là Oz và bán kính bằng 3.

Gọi I là hình chiếu của A lên Oy, khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất khi d đi qua giao điểm của Oy với mặt trụ là điểm $I(0; 3; 0)$

Phương trình đường thẳng d: $\begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \\ z = t. \end{cases}$

Nên d đi qua điểm $N(0; 3; -5)$



Chọn đáp án (C) □

Câu 45 (THQG 2019-Mã đề 101). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2 + y^2 + \left(z + \sqrt{2}\right)^2 = 3$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a; b; c)$ (a, b, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

A. 12. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 4.

Lời giải.

Mặt cầu $(S)\colon x^2 + y^2 + \left(z + \sqrt{2}\right)^2 = 3$ có tâm $I\left(0; 0; -\sqrt{2}\right)$, bán kính $R = \sqrt{3}$.

Ta có $A(a; b; c) \in (Oxy) \Rightarrow A(a; b; 0)$.

Dễ thấy (S) cắt mặt phẳng (Oxy) nên từ một điểm A bất kỳ thuộc mặt phẳng (Oxy) và nằm ngoài (S) kẻ tiếp tuyến tới (S) thì các tiếp tuyến đó nằm trên một mặt nón đỉnh A, các tiếp điểm nằm trên một đường tròn được xác định. Còn nếu A thuộc (S) thì ta kẻ các tiếp tuyến đó sẽ thuộc một mặt phẳng tiếp diện của (S) tại điểm A. Để có ít nhất hai tiếp tuyến qua A thỏa mãn bài toán khi và chỉ khi

— Hoặc A thuộc $(S) \Leftrightarrow IA = R = \sqrt{3}$.

— Hoặc các tiếp tuyến tạo thành mặt nón và góc ở đỉnh của mặt nón là $\widehat{MAN} \geq 90^\circ \Leftrightarrow \widehat{MAI} \geq 45^\circ$.

Suy ra $\sin \widehat{MAI} \geq \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \dfrac{IM}{IA} \geq \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{IA} \geq \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow IA \leq \sqrt{6}$.

Vậy điều kiện bài toán là $\sqrt{3} \leq IA \leq \sqrt{6} \Leftrightarrow 3 \leq IA^2 \leq 6$.

Ta có $3 \leq IA^2 \leq 6 \Leftrightarrow 3 \leq a^2 + b^2 + 2 \leq 6 \Leftrightarrow 1 \leq a^2 + b^2 \leq 4$ (*).

Do $A(a; b; 0)$ có tọa độ nguyên nên ta có điểm thỏa mãn $(*)$ là

$(0;2;0)$, $(0;-2;0)$, $(2;0;0)$, $(-2;0;0)$, $(0;1;0)$, $(0;-1;0)$, $(1;0;0)$, $(-1;0;0)$, $(1;1;0)$, $(1;-1;0)$, $(-1;1;0)$, $(-1;-1;0)$.

Vậy có 12 điểm A thỏa mãn yêu cầu.

Chọn đáp án A □

1.8 Đại số & Giải tích 11 - Chương 2: Tổ hợp-xác suất

Câu 46 (THQG 2019-Mã đề 101). Số cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là

A. 2^7. **B.** A_7^2. **C.** C_7^2. **D.** 7^2.

Lời giải.

Mỗi cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 7 phần tử.

Vậy số cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là C_7^2.

Chọn đáp án C □

Câu 47 (THQG 2019-Mã đề 101). Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 25 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn là

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{13}{25}$. **C.** $\dfrac{12}{25}$. **D.** $\dfrac{313}{625}$.

Lời giải.

Số cách chọn hai số khác nhau từ 25 số nguyên dương đầu tiên là $\mathrm{C}_{25}^2 = 300 \Rightarrow n(\Omega) = 300$.

Gọi A là biến cố "Tổng hai số được chọn là một số chẵn". Ta có hai trường hợp

— Trường hợp 1: Chọn 2 số chẵn từ 12 số chẵn có $\mathrm{C}_{12}^2 = 66$ cách.

— Trường hợp 2: Chọn 2 số lẻ từ 13 số lẻ có $\mathrm{C}_{13}^2 = 78$ cách.

Do đó $n(A) = 66 + 78 = 144$.

Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{144}{300} = \dfrac{12}{25}$.

Chọn đáp án C □

1.9 Đại số & Giải tích 11 - Chương 3: Dãy số-Cấp số cộng, cấp số nhân

Câu 48 (THQG 2019-Mã đề 101). Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 9$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. -6. **B.** 3. **C.** 12. **D.** 6.

Lời giải.

Ta có $d = u_2 - u_1 = 6$.

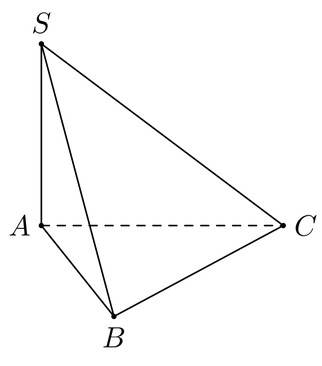
Chọn đáp án D □

1.10 Hình học 11 - Chương 3: Vectơ trong không gian. Quan hệ vuông góc trong không gian

Câu 49 (THQG 2019-Mã đề 101).

Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = 2a$, tam giác ABC vuông tại B, $AB = a\sqrt{3}$ và $BC = a$ (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 90°. **B.** 45°. **C.** 30°. **D.** 60°.



Lời giải.

Ta có $SA \perp (ABC)$ nên AC là hình chiếu của SC lên mặt phẳng (ABC).

Do đó $(SC, (ABC)) = (SC, AC) = \widehat{SCA}$.

Tam giác ABC vuông tại B, $AB = a\sqrt{3}$ và $BC = a$ nên $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{4a^2} = 2a$.

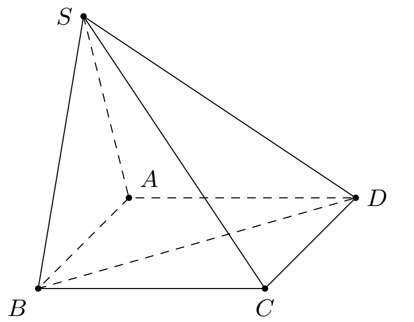
Do đó tam giác SAC vuông cân tại A nên $\widehat{SCA} = 45°$.

Vậy $(SC, (ABC)) = 45°$.

Chọn đáp án B □

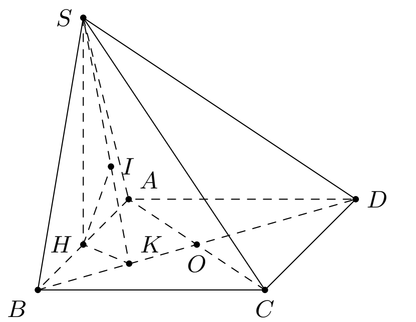
Câu 50 (THQG 2019-Mã đề 101).

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ bên). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) bằng



A. $\dfrac{\sqrt{21}a}{14}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{21}a}{7}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{21}a}{28}$.

Lời giải.



Gọi H là trung điểm của AB. Khi đó, $SH \perp (ABCD)$.

Gọi O là giao điểm của AC và BD suy ra $AC \perp BD$. Kẻ $HK \perp BD$ tại K (K là trung điểm BO).

Kẻ $HI \perp SH$ tại I. Khi đó: $\mathrm{d}(A, (SBD)) = 2\mathrm{d}(H, (SBD)) = 2HI$.

Xét tam giác SHK, có: $SH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $HK = \dfrac{1}{2}AO = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}$.

Khi đó: $\dfrac{1}{HI^2} = \dfrac{1}{SH^2} + \dfrac{1}{HK^2} = \dfrac{28}{3a^2} \Rightarrow HI = \dfrac{a\sqrt{21}}{14}$.

Suy ra: $\mathrm{d}(A, (SBD)) = 2HI = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

Chọn đáp án B □

ĐÁP ÁN

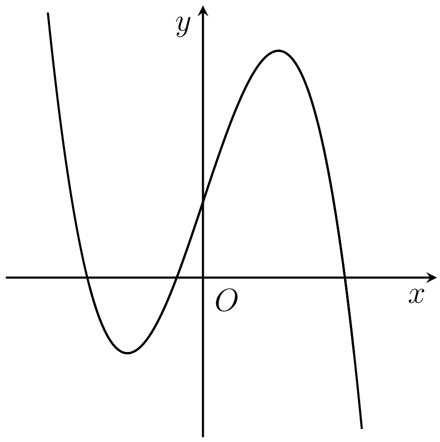
1. C	2. A	3. C	4. C	5. B	6. D	7. D	8. B	9. B	10. B
11. C	12. B	13. A	14. C	15. A	16. A	17. D	18. A	19. B	20. A
21. A	22. B	23. B	24. C	25. B	26. C	27. C	28. A	29. A	30. C
31. A	32. A	33. C	34. A	35. B	36. D	37. C	38. B	39. C	40. B
41. C	42. B	43. C	44. C	45. A	46. C	47. C	48. D	49. B	50. B

2 Mã đề 102

NỘI DUNG ĐỀ

2.1 Giải tích 12 - Chương 1: Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

Câu 1 (THQG 2019-Mã đề 102).
Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên



A. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x + 1$.
C. $y = x^3 - 3x + 1$. **D.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Lời giải.
Trong bốn hàm số đã cho thì chỉ có hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ (hàm số đa thức bậc ba với hệ số $a < 0$) có dạng đồ thị như đường cong trong hình.
Chọn đáp án B □

Câu 2 (THQG 2019-Mã đề 102). Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây
A. $(0; +\infty)$. **B.** $(0; 2)$. **C.** $(-2; 0)$. **D.** $(-\infty; -2)$.

Lời giải.
Từ bảng biến thiên, suy ra trên khoảng $(-2; 0)$ hàm số đồng biến.
Chọn đáp án C □

Câu 3 (THQG 2019-Mã đề 102). Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại
A. $x = 2$. **B.** $x = -2$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 1$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = 3$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 4 (THQG 2019-Mã đề 102). Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng

A. 20. **B**. 4. **C**. 0. **D**. -16.

Lời giải.

$f'(x) = 3x^2 - 3$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1 \in [-3; 3]$.

Ta có $f(-3) = -16$; $f(-1) = 4$; $f(1) = 0$; $f(3) = 20$.

$\Rightarrow \min\limits_{[-3;3]} f(x) = -16$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 5 (THQG 2019-Mã đề 102). Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B**. 1. **C**. 0. **D**. 3.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x - 2 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số có 1 điểm cực trị $x = 0$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 5 = 0$ là

A. 2. **B**. 3. **C**. 4. **D**. 0.

Lời giải.

Xét phương trình $3f(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{5}{3}$.

Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của đồ thị (C) của hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $d\colon y = \dfrac{5}{3}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại bốn điểm phân biệt nên phương trình $3f(x) - 5 = 0$ có bốn nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án C □

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	↘	$-\infty$ ‖ 2	↘	-2	↗	$+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 3. **B**. 1. **C**. 2. **D**. 4.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên đã cho ta có

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$ nên đường thẳng $y = 0$ là một tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to0^-} f(x) = -\infty$ nên đường thẳng $x = 0$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận.

Chọn đáp án C □

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có bảng dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = f(5 - 2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2; 3)$. **B**. $(0; 2)$. **C**. $(3; 5)$. **D**. $(5; +\infty)$.

Lời giải.

Từ bảng xét dấu $f'(x)$ ta thấy rằng hàm số $y = f(x)$ có xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, suy ra hàm số $y = f(5 - 2x)$ có xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = f(5 - 2x)$ có $y' = -2f'(5 - 2x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

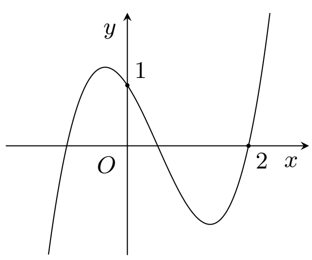
$$y' \le 0 \Leftrightarrow f'(5-2x) \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -3 \le 5 - 2x \le -1 \\ 5 - 2x \ge 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3 \le x \le 4 \\ x \le 2. \end{array}\right.$$

Vậy hàm số $y = f(5-2x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(3; 4)$. Suy ra hàm số $y = f(5-2x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Chọn đáp án B □

Câu 9.

Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Bất phương trình $f(x) > x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 2)$ khi và chỉ khi



A. $m \le f(2) - 2$. **B**. $m < f(2) - 2$.

C. $m \le f(0)$. **D**. $m < f(0)$.

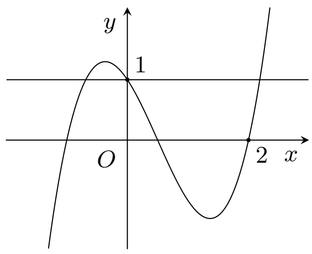
Lời giải.

Xét bất phương trình $f(x) > x + m \Leftrightarrow m < f(x) - x$.

Xét hàm số $g(x) = f(x) - x$ với $x \in (0;2)$. Ta có $g'(x) = f'(x) - 1$.

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 1$.

Từ đồ thị ta thấy trên $(0;2)$ đường thẳng $y = 1$ nằm phía trên đồ thị hàm số $y = f'(x)$ nên $f'(x) < 1$, $\forall x \in (0;2)$ hay $g'(x) < 0$, $\forall x \in (0;2)$.



Ta có bảng biến thiên như sau

x	0		2
$g'(x)$		$-$	
$g(x)$	$g(0)$	$\searrow$	$g(2)$

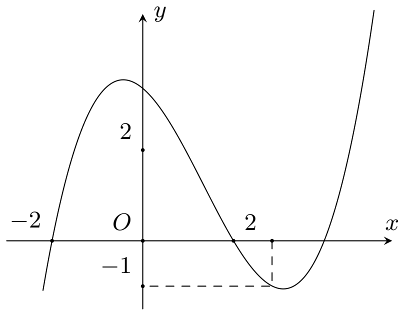
Từ bảng biến thiên ta thấy bất phương trình $f(x) > x + m$ nghiệm đúng với mọi $x \in (0;2)$ khi và chỉ khi $m < g(x)$ với $\forall x \in (0;2) \Leftrightarrow m \leq g(2) \Leftrightarrow m \leq f(2) - 2$.

Chọn đáp án A □

Câu 10.

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $\left|f\left(x^3 - 3x\right)\right| = \dfrac{1}{2}$ là

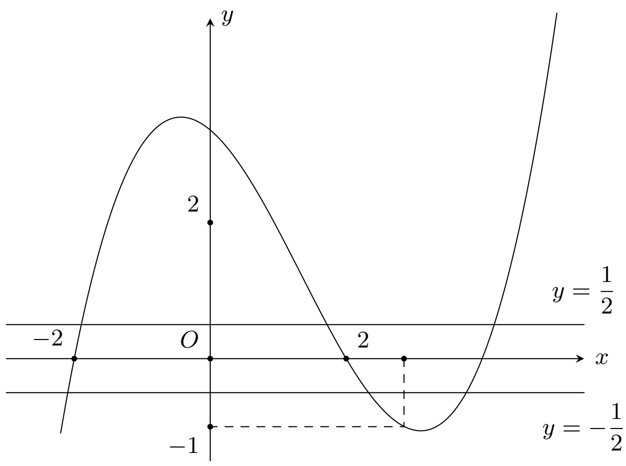
A. 6. **B**. 10. **C**. 12. **D**. 3.



Lời giải.

Ta có $\left|f(x^3 - 3x)\right| = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} f(x^3 - 3x) = \dfrac{1}{2} & (1) \\ f(x^3 - 3x) = -\dfrac{1}{2} & (2). \end{array}\right.$

Từ đồ thị ta có



— $(1) \Leftrightarrow f\left(x^3 - 3x\right) = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x^3 - 3x = \alpha_1 & (-2 < \alpha_1 < 0) \\ x^3 - 3x = \alpha_2 & (0 < \alpha_2 < 2) \\ x^3 - 3x = \alpha_3 & (\alpha_3 > 2)\,. \end{array}\right.$

— $(2) \Leftrightarrow f\left(x^3-3x\right)=-\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x^3-3x=\alpha_4 & (\alpha_4<-2) \\ x^3-3x=\alpha_5 & (\alpha_5>2) \\ x^3-3x=\alpha_6 & (\alpha_6>2)\,. \end{array}\right.$

Xét hàm số $y=x^3-3x$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có $y'=3x^2-3$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có

— Phương trình $x^3-3x=\alpha_1$ có 3 nghiệm.

— Phương trình $x^3-3x=\alpha_2$ có 3 nghiệm.

— Mỗi phương trình $x^3-3x=\alpha_3$, $x^3-3x=\alpha_4$, $x^3-3x=\alpha_5$, $x^3-3x=\alpha_6$ đều có một nghiệm.

Từ đó suy ra phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\dfrac{1}{2}$ có 10 nghiệm.

Chọn đáp án B □

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x^2+2x)$ là

A. 3. **B**. 9. **C**. 5. **D**. 7.

Lời giải.

Ta có $y'=(2x+2)f'\left(x^2+2x\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} 2x+2=0 & \\ x^2+2x=a, & a<-1 \\ x^2+2x=b, & -1<b<0 \\ x^2+2x=c, & 0<c<1 \\ x^2+2x=d, & d>1. \end{array}\right.$

Xét hàm số $g(x)=x^2+2x$ xác định trên $\mathbb{R}$, có $y'=2x+2$, ta có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta được $y'=0$ có 7 nghiệm đơn nên hàm số đã cho có 7 điểm cực trị.

Chọn đáp án D □

Câu 12. Cho hai hàm số $y = \dfrac{x}{x+1} + \dfrac{x+1}{x+2} + \dfrac{x+2}{x+3} + \dfrac{x+3}{x+4}$ và $y = |x+1| - x + m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng 4 điểm phân biệt là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;3]$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $[3;+\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq -2 \\ x \neq -3 \\ x \neq -4. \end{cases}$

Ta có phương trình hoành độ giao điểm

$$\begin{aligned}
& \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+2}{x+3} + \frac{x+3}{x+4} = |x+1| - x + m \\
\Leftrightarrow\ & \left(1 - \frac{1}{x+1}\right) + \left(1 - \frac{1}{x+2}\right) + \left(1 - \frac{1}{x+3}\right) + \left(1 - \frac{1}{x+4}\right) = |x-1| - x + m \\
\Leftrightarrow\ & x - |x+1| + 4 - \left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+4}\right) = m \quad (*).
\end{aligned}$$

Đặt $\mathscr{D}_1 = (-1;+\infty)$ và $\mathscr{D}_2 = (-\infty;-4) \cup (-4;-3) \cup (-3;-2) \cup (-2;-1)$, ta có

$$(*) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} 3 - \left(\dfrac{1}{x+1} + \dfrac{1}{x+2} + \dfrac{1}{x+3} + \dfrac{1}{x+4}\right) = m & \text{khi } x \in \mathscr{D}_1 \\ 2x + 5 - \left(\dfrac{1}{x+1} + \dfrac{1}{x+2} + \dfrac{1}{x+3} + \dfrac{1}{x+4}\right) = m & \text{khi } x \in \mathscr{D}_2. \end{array}\right.$$

Đặt $f(x) = \begin{cases} 3 - \left(\dfrac{1}{x+1} + \dfrac{1}{x+2} + \dfrac{1}{x+3} + \dfrac{1}{x+4}\right) & \text{khi } x \in \mathscr{D}_1 \\ 2x + 5 - \left(\dfrac{1}{x+1} + \dfrac{1}{x+2} + \dfrac{1}{x+3} + \dfrac{1}{x+4}\right) & \text{khi } x \in \mathscr{D}_2. \end{cases}$

Có $f'(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{(x+1)^2} + \dfrac{1}{(x+2)^2} + \dfrac{1}{(x+3)^2} + \dfrac{1}{(x+4)^2} & \text{khi } x \in \mathscr{D}_1 \\ 2 + \dfrac{1}{(x+1)^2} + \dfrac{1}{(x+2)^2} + \dfrac{1}{(x+3)^2} + \dfrac{1}{(x+4)^2} & \text{khi } x \in \mathscr{D}_2. \end{cases}$

Vậy hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định, ta có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-4		-3		-2		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$+$		$+$		$+$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ | $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ | $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ | $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ | $-\infty$	$\nearrow$	3

Do đó để phương trình có 4 nghiệm phân biệt thì $m \geq 3 \Rightarrow m \in [3;+\infty)$.

Chọn đáp án D □

2.2 Giải tích 12 - Chương 2: Hàm số lũy thừa, hàm số mũ và hàm số lôgarit

Câu 13 (THQG 2019-Mã đề 102). Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 a^3$ bằng

A. $\dfrac{1}{3}\log_5 a$. **B.** $\dfrac{1}{3} + \log_5 a$. **C.** $3 + \log_5 a$. **D.** $3\log_5 a$.

Lời giải.

$\log_5 a^3 = 3\log_5 a$.

Chọn đáp án D □

Câu 14 (THQG 2019-Mã đề 102). Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = 27$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải.

Ta có $3^{2x+1} = 27 \Leftrightarrow 3^{2x+1} = 3^3 \Leftrightarrow 2x + 1 = 3 \Leftrightarrow x = 1$.

Chọn đáp án B □

Câu 15 (THQG 2019-Mã đề 102). Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1) = 1+\log_2(x-1)$ là

A. $x = 1$. **B.** $x = -2$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 2$.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} x > -1 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\log_2(x+1) = 1 + \log_2(x-1) \Leftrightarrow \log_2(x+1) = \log_2[2\cdot(x-1)] \Leftrightarrow x + 1 = 2x - 2 \Leftrightarrow x = 3.$$

Chọn đáp án C □

Câu 16. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^3b^2 = 32$. Giá trị của $3\log_2 a+2\log_2 b$ bằng

A. 5. **B.** 2. **C.** 32. **D.** 4.

Lời giải.

Ta có: $\log_2 a^3b^2 = \log_2 32 \Leftrightarrow 3\log_2 a + 2\log_2 b = 5$.

Chọn đáp án A □

Câu 17. Hàm số $y = 3^{x^2-3x}$ có đạo hàm là

A. $(2x-3)\cdot 3^{x^2-3x}$. **B.** $3^{x^2-3x}\cdot \ln 3$.

C. $(x^2-3x)\cdot 3^{x^2-3x-1}$. **D.** $(2x-3)\cdot 3^{x^2-3x}\cdot \ln 3$.

Lời giải.

Ta có: $y' = \left(3^{x^2-3x}\right)' = (2x-3)\cdot 3^{x^2-3x}\cdot \ln 3$.

Chọn đáp án D □

Câu 18. Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(6x-1) = -\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 6. **B.** 5. **C.** Vô số. **D.** 7.

Lời giải.

Xét phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(6x-1) = -\log_3 m$.

Điều kiện: $\begin{cases} x > \dfrac{1}{6} \\ m > 0. \end{cases}$

$$\begin{aligned} & \log_9 x^2 - \log_3(6x-1) = -\log_3 m \\ \Leftrightarrow\ & \log_3 x + \log_3 m = \log_3(6x-1) \\ \Leftrightarrow\ & mx = 6x - 1 \Leftrightarrow x(6-m) = 1 \qquad (1) \end{aligned}$$

- Với $m = 6$, phương trình (1) trở thành $0 = 1$ (vô lý).

- Với $m \neq 6$, phương trình (1) có nghiệm $x = \dfrac{1}{6-m}$ nên

$$\frac{1}{6-m} > \frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{1}{6-m} - \frac{1}{6} > 0 \Leftrightarrow \frac{m}{6-m} > 0 \Leftrightarrow 0 < m < 6 \text{ (thỏa mãn)}.$$

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Chọn đáp án (B) □

Câu 19. Cho phương trình $\left(2\log_2^2 x - 3\log_2 x - 2\right)\sqrt{3^x - m} = 0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. 79. **B.** 80. **C.** vô số. **D.** 81.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} x > 0 \\ 3^x - m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 3^x \geq m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \geq \log_3 m \end{cases}$.

— **TH1:** Với $m = 1$, phương trình trở thành

$$\left(2\log_2^2 x - 3\log_2 x - 2\right)\sqrt{3^x - 1} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2\log_2^2 x - 3\log_2 x - 2 = 0 \\ 3^x - 1 = 0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x = 2 \\ \log_2 x = -\dfrac{1}{2} \\ 3^x = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 4 \\ x = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \\ x = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 4 \\ x = \dfrac{1}{\sqrt{2}}. \end{array}\right.$$

Vậy nhận giá trị $m = 1$.

— **TH2:** Với $m > 1$, phương trình trở thành

$$\left(2\log_2^2 x - 3\log_2 x - 2\right)\sqrt{3^x - m} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2\log_2^2 x - 3\log_2 x - 2 = 0 \\ 3^x - m = 0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x = 2 \\ \log_2 x = -\dfrac{1}{2} \\ 3^x = m \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 4 \\ x = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \\ x = \log_3 m. \end{array}\right.$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $\dfrac{1}{\sqrt{2}} \leq \log_3 m < 4 \Leftrightarrow 3^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \leq m < 3^4$.

Mà $m > 1$ nên ta có $m \in \{3, 4, \ldots, 80\}$, có 78 giá trị của m.

Vậy có 79 giá trị nguyên dương của m để phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án (A) □

2.3 Giải tích 12 - Chương 3: Nguyên hàm. Tích phân và ứng dụng

Câu 20 (THQG 2019-Mã đề 102). Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 6$ là

A. $x^2 + 6x + C$. **B.** $2x^2 + C$. **C.** $2x^2 + 6x + C$. **D.** $x^2 + C$.

Lời giải.

$\displaystyle\int (2x + 6)\,\mathrm{d}x = x^2 + 6x + C$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 21 (THQG 2019-Mã đề 102). Biết tích phân $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$ và $\int\limits_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x = -4$. Khi đó $\int\limits_0^1 [f(x)+g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

A. -7. **B.** 7. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải.

Ta có $\int\limits_0^1 [f(x)+g(x)]\,\mathrm{d}x = \int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x = 3+(-4) = -1$.

Chọn đáp án C □

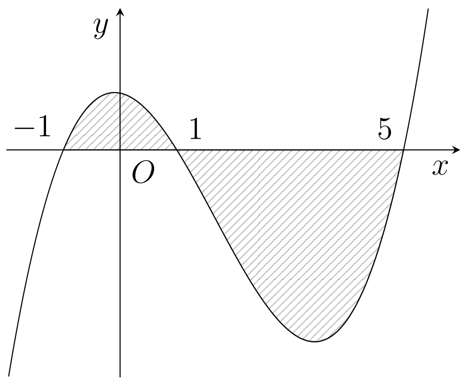
Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=0$, $x=-1$ và $x=5$ (như hình vẽ sau). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $S = \int\limits_{-1}^1 f(x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_1^5 f(x)\,\mathrm{d}x$.

B. $S = \int\limits_{-1}^1 f(x)\,\mathrm{d}x - \int\limits_1^5 f(x)\,\mathrm{d}x$.

C. $S = -\int\limits_{-1}^1 f(x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_1^5 f(x)\,\mathrm{d}x$.

D. $S = -\int\limits_{-1}^1 f(x)\,\mathrm{d}x - \int\limits_1^5 f(x)\,\mathrm{d}x$.



Lời giải.

Ta có: $S = \int\limits_{-1}^1 |f(x)|\,\mathrm{d}x + \int\limits_1^5 |f(x)|\,\mathrm{d}x = \int\limits_{-1}^1 f(x)\,\mathrm{d}x - \int\limits_1^5 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Chọn đáp án B □

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0)=4$ và $f'(x) = 2\cos^2 x + 3$, $\forall x \in \mathbb{R}$, khi đó $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng?

A. $\dfrac{\pi^2+2}{8}$. **B.** $\dfrac{\pi^2+8\pi+8}{8}$. **C.** $\dfrac{\pi^2+8\pi+2}{8}$. **D.** $\dfrac{\pi^2+6\pi+8}{8}$.

Lời giải.

Ta có

$$\int f'(x)\,\mathrm{d}x = \int \left(2\cos^2 x + 3\right)\,\mathrm{d}x = \int (1+\cos 2x + 3)\,\mathrm{d}x = \int (\cos 2x + 4)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\sin 2x + 4x + C.$$

Nên $f(x) = \frac{1}{2}\sin 2x + 4x + C$.

Lại có $f(0) = 4 \Rightarrow C = 4$. Suy ra $f(x) = \frac{1}{2}\sin 2x + 4x + 4$.

$$\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\,\mathrm{d}x = \int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{2}\sin 2x + 4x + 4\right)\,\mathrm{d}x = \left(-\frac{1}{4}\cos 2x + 2x^2 + 4x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi^2+8\pi+2}{8}.$$

Chọn đáp án C □

Câu 24. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{3x-1}{(x-1)^2}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ là

A. $3\ln(x-1) - \dfrac{2}{x-1} + C$.
B. $3\ln(x-1) + \dfrac{1}{x-1} + C$.
C. $3\ln(x-1) - \dfrac{1}{x-1} + C$.
D. $3\ln(x-1) + \dfrac{2}{x-1} + C$.

Lời giải.

Ta có $f(x) = \dfrac{3x-1}{(x-1)^2} = \dfrac{3(x-1)+2}{(x-1)^2} = \dfrac{3}{x-1} + \dfrac{2}{(x-1)^2}$

Với $x > 1$ ta có

$$\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int \left(\frac{3}{x-1} + \frac{2}{(x-1)^2}\right)\mathrm{d}x = 3\int \frac{\mathrm{d}(x-1)}{x-1} + 2\int \frac{\mathrm{d}(x-1)}{(x-1)^2} = 3\ln(x-1) - \frac{2}{x-1} + C.$$

Chọn đáp án A □

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(5) = 1$ và $\displaystyle\int_0^1 xf(5x)\,\mathrm{d}x = 1$, khi đó $\displaystyle\int_0^1 x^2 f'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. 15.
B. 23.
C. $\dfrac{123}{5}$.
D. -25.

Lời giải.

Biến đổi tích phân từng phần ta được

$$\begin{aligned} I &= \int_0^5 x^2 f'(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^5 x^2 d\left(f(x)\right) = x^2 \cdot f(x)\Big|_0^5 - \int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}\left(x^2\right) \\ &= 25 \cdot f(5) - 0 \cdot f(x) - \int_0^5 f(x) \cdot 2x\,\mathrm{d}x = 25 - 2\int_0^5 xf(x)\,\mathrm{d}x. \end{aligned}$$

Đặt $5x = t \Rightarrow \mathrm{d}t = \dfrac{1}{5}\mathrm{d}x \Rightarrow 1 = \displaystyle\int_0^1 xf(5x)\,\mathrm{d}x = \int_0^5 \frac{t}{5} f(t) \frac{1}{5}\,\mathrm{d}t = \frac{1}{25}\int_0^5 tf(t)\,\mathrm{d}t$.

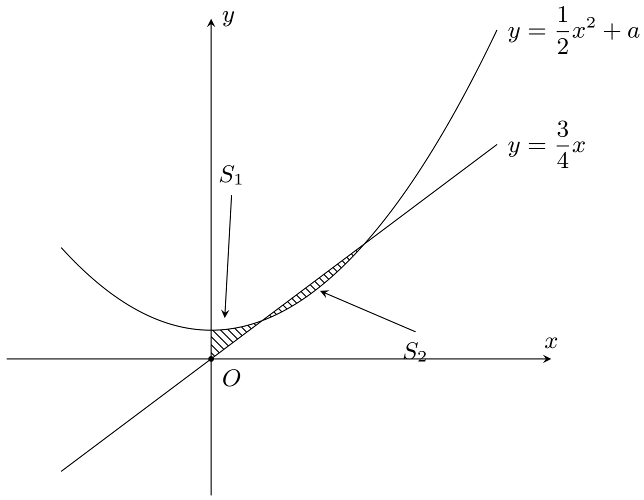
Suy ra $\displaystyle\int_0^5 xf(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^5 tf(t)\,\mathrm{d}t = 25$.

Vậy $I = 25 - 2 \times 25 = -25$.

Chọn đáp án D □

Câu 26.

Cho đường thẳng $y = \frac{3}{4}x$ và parabol $y = \frac{1}{2}x^2 + a$, (a là tham số thực dương). Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1 = S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?



A. $\left(\frac{1}{4}; \frac{9}{32}\right)$. **B.** $\left(\frac{3}{16}; \frac{7}{32}\right)$.

C. $\left(0; \frac{3}{16}\right)$. **D.** $\left(\frac{7}{32}; \frac{1}{4}\right)$.

Lời giải.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm là

$$\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + a = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x + 4a = 0.$$

Theo đề bài phương trình có hai nghiệm $0 < x_1 < x_2$ thỏa mãn $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{3}{2} & (*) \\ x_1x_2 = 2a & (**). \end{cases}$

Từ đồ thị đề bài, ta có

$$S_1 - S_2 = 0 \Leftrightarrow \int\limits_0^{x_1} \left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + a\right) \mathrm{d}x + \int\limits_{x_1}^{x_2} \left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + a\right) \mathrm{d}x = 0$$

$$\Leftrightarrow \int\limits_0^{x_2} \left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + a\right) \mathrm{d}x = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{6}x^3 - \frac{3}{8}x^2 + ax\right)\Big|_0^{x_2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{6}x_2^3 - \frac{3}{8}x_2^2 + ax_2 = 0 \Leftrightarrow a = -\frac{x_2^2}{6} + \frac{3x_2}{8}. \quad (***)$$

Từ $(*)$ ta suy ra $x_1 = \frac{3}{2} - x_2$, thay vào $(**)$ ta được

$$\left(\frac{3}{2} - x_2\right)x_2 = -\frac{x_2^2}{3} + \frac{3x_2}{4} \Leftrightarrow \frac{2x_2^2}{3} - \frac{3x_2}{4} = 0 \Rightarrow x_2 = \frac{9}{8} \Rightarrow a = \frac{27}{128}.$$

Vậy $a \in \left(\frac{3}{16}; \frac{7}{32}\right)$.

Chọn đáp án B □

2.4 Giải tích 12 - Chương 4: Số phức

Câu 27 (THQG 2019-Mã đề 102). Số phức liên hợp của số phức $5 - 3i$ là

A. $-5 + 3i$. **B.** $-3 + 5i$. **C.** $-5 - 3i$. **D.** $5 + 3i$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của số phức $5 - 3i$ là $5 + 3i$.

Chọn đáp án D □

Câu 28 (THQG 2019-Mã đề 102). Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 6z + 14 = 0$. Giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ bằng

A. 36. **B.** 8. **C.** 28. **D.** 18.

Lời giải.

Ta có $z^2 - 6z + 14 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = 3 + \sqrt{5}i \\ z = 3 - \sqrt{5}i \end{array}\right. \Rightarrow z_1^2 + z_2^2 = \left(3 + \sqrt{5}i\right)^2 + \left(3 - \sqrt{5}i\right)^2 = 8.$

Chọn đáp án B □

Câu 29. Cho hai số phức $z_1 = -2 + i$ và $z_2 = 1 + i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là

A. $(3; -3)$. **B.** $(2; -3)$. **C.** $(-3; 3)$. **D.** $(-3; 2)$.

Lời giải.

Ta có: $2z_1 + z_2 = -4 + 2i + 1 + i = -3 + 3i$.

Vậy điểm biểu diễn số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là $(-3; 3)$.

Chọn đáp án C □

Câu 30. Cho số phức z thoả mãn $3\left(\overline{z} - i\right) - (2 + 3i)z = 7 - 16i$. Mô-đun của z bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** 5. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 3.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi\,(a; b \in \mathbb{R})$. Theo đề ta có

$$\begin{aligned}
& 3(a - bi - i) - (2 + 3i)(a + bi) = 7 - 16i \\
\Leftrightarrow\ & 3a - 3bi - 3i - 2a - 2bi - 3ai + 3b = 7 - 16i \\
\Leftrightarrow\ & (a + 3b) + (-3a - 5b - 3) = 7 - 16i \\
\Leftrightarrow\ & \begin{cases} a + 3b = 7 \\ -3a - 5b - 3 = -16 \end{cases} \\
\Leftrightarrow\ & \begin{cases} a + 3b = 7 \\ -3a - 5b = -13 \end{cases} \\
\Leftrightarrow\ & \begin{cases} a = 1 \\ b = 2. \end{cases}
\end{aligned}$$

Vậy $|z| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$.

Chọn đáp án A □

Câu 31. Xét số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn các số phức $w = \dfrac{3 + iz}{1 + z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

A. $2\sqrt{3}$. **B.** 20. **C.** 12. **D.** $2\sqrt{5}$.

Lời giải.

Ta có $w = \dfrac{3 + iz}{1 + z} \Leftrightarrow w + wz = 3 + iz \Leftrightarrow w - 3 = (i - w)z$. Lấy mô-đun hai vế ta được

$$|w - 3| = |(i - w)z| \Leftrightarrow |w - 3| = |(i - w)||z|. \quad (*)$$

Gọi $w = x + yi$, x, $y \in \mathbb{R}$. Khi đó ta có

$$\begin{aligned}
(*) \quad \Leftrightarrow\ & |w - 3| = |(i - w)||z| \Leftrightarrow \sqrt{(x - 3)^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (1 - y)^2} \cdot \sqrt{2} \\
\Leftrightarrow\ & (x - 3)^2 + y^2 = 2x^2 + 2(1 - y)^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 6x - 4y - 7 = 0.
\end{aligned}$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức w thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$ là đường tròn có tâm $I(-3; 2)$ và bán kính bằng $2\sqrt{5}$.

Chọn đáp án D □

2.5 Hình học 12 - Chương 1: Khối đa diện

Câu 32 (THQG 2019-Mã đề 102). Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $V = 3Bh$. **B.** $V = Bh$. **C.** $V = \frac{4}{3}Bh$. **D.** $V = \frac{1}{3}Bh$.

Lời giải.

Ta có công thức tính thể tích lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là $V = Bh$.

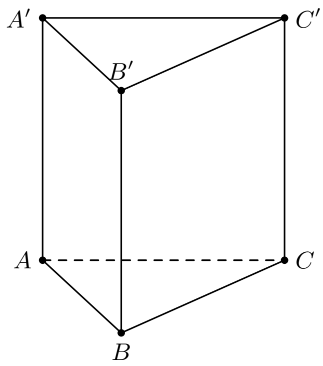
Chọn đáp án B □

Câu 33.

Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = 2a$ (minh họa như hình vẽ bên). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

C. $\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.



Lời giải.

Tam giác ABC đều cạnh a nên $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Do khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên đường cao của lăng trụ là $AA' = 2a$

Thể tích khối lăng trụ là $V = AA' \cdot S_{\triangle ABC} = 2a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

Chọn đáp án D □

Câu 34. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 8 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M, N và P lần lượt là tâm các mặt bên $ABB'A'$, $ACC'A'$ và $BCC'B'$. Thể tích V của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, P bằng

A. $V = 12\sqrt{3}$. **B.** $V = 16\sqrt{3}$. **C.** $V = \frac{28\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V = \frac{40\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

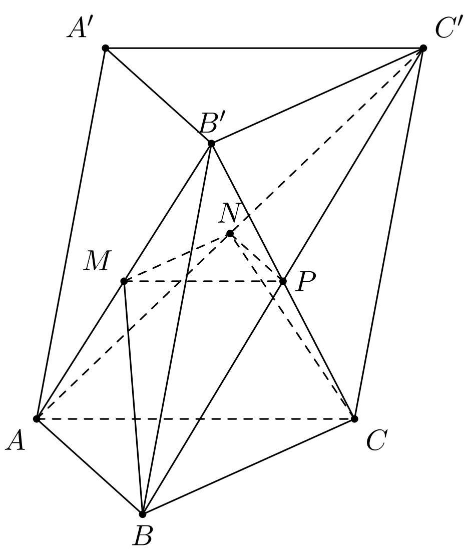
Ta có $V_{ABC.A'B'C'} = 8 \cdot \frac{4^2\sqrt{3}}{4} = 32\sqrt{3}$.

Và ta cũng có $V_{C'.ABC} = V_{A.BC'B'} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}$.

Khối đa diện cần tìm $V = V_{C.ABPN} + V_{M.ANPB}$.

Do N, P là trung điểm của AC' và BC' nên

$$S_{ANPB} = \frac{3}{4}S_{ABC'}$$



Từ đó ta suy ra

$$V_{C.ABPN} = \frac{3}{4}V_{C'.ABC} = \frac{1}{4}V_{ABC.A'B'C'}.$$

$$V_{M.ANPB} = \frac{1}{2}V_{B'ANPB} = \frac{3}{8}V_{B'.ABC'} = \frac{1}{8}V_{ABC.A'B'C'}.$$

Vậy thể tích khối cần tìm

$$V = \frac{1}{4}V_{ABC.A'B'C'} + \frac{1}{8}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{3}{8}V_{ABC.A'B'C'} = 12\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án (A) □

2.6 Hình học 12 - Chương 2: Mặt nón, mặt trụ, mặt cầu

Câu 35 (THQG 2019-Mã đề 102). Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

A. $\pi r^2 h$. **B.** $2\pi r^2 h$. **C.** $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. **D.** $\frac{4}{3}\pi r^2 h$.

Lời giải.

Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 36 (THQG 2019-Mã đề 102). Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng 1m và 1,4m. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây

A. 1,7m. **B.** 1,5m. **C.** 1,9m. **D.** 2,4m.

Lời giải.

Gọi chiều cao của các hình trụ là h.

Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hình trụ có bán kính đáy $R_1 = 1\text{m}$, $R_2 = 1{,}4\text{m}$.

Gọi V là thể tích của hình trụ dự định làm và có bán kính đáy là R.

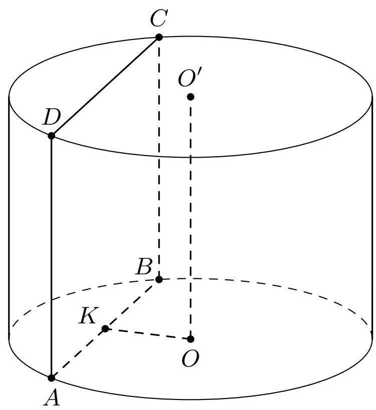
Ta có $V = V_1 + V_2 \Leftrightarrow \pi R^2 h = \pi R_1^2 h + \pi R_2^2 h \Leftrightarrow R^2 = R_1^2 + R_2^2 \Leftrightarrow R = \sqrt{2,96} \approx 1{,}72$ m.

Chọn đáp án (A) □

Câu 37. Cho hình trụ có chiều cao bằng $4\sqrt{2}$. Cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $\sqrt{2}$, thiết diện thu được có diện tích bằng 16. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $24\sqrt{2}\pi$. **B.** $8\sqrt{2}\pi$. **C.** $12\sqrt{2}\pi$. **D.** $16\sqrt{2}\pi$.

Lời giải.



Giả sử hình trụ có hai đáy là các hình tròn tâm O và tâm O'. Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng song song với trục, ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ (với AB là dây cung của hình tròn đáy tâm O).

Do hình trụ có chiều cao là $h = OO' = 4\sqrt{2} \Rightarrow$ nên có độ dài đường sinh $\ell = AD = 4\sqrt{2}$.

Theo bài ra, diện tích hình chữ nhật $ABCD$ bằng 16 nên

$$AB \cdot CD = 16 \Leftrightarrow AB = \frac{16}{AD} = \frac{16}{4\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}.$$

Gọi K là trung điểm đoạn AB thì $OK \perp AB$, mà $OK \perp AD$ nên $OK \perp (ABCD)$.

Suy ra khoảng cách giữa OO' và $(ABCD)$ là $OK = \sqrt{2}$.

Xét tam giác vuông AOK có

$$R = OA = \sqrt{OK^2 + AK^2} = \sqrt{OK^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2 + \left(\sqrt{2}\right)^2} = 2.$$

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S = 2\pi R\ell = 2\pi \cdot 2 \cdot 4\sqrt{2} = 16\pi\sqrt{2}$.

Chọn đáp án (D) □

2.7 Hình học 12 - Chương 3: Phương pháp tọa độ trong không gian

Câu 38 (THQG 2019-Mã đề 102). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+3z+1=0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

A. $\overrightarrow{n_1}=(2;-1;-3)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(2;1;3)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}=(2;-1;3)$. **D.** $\overrightarrow{n_3}=(2;3;1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+3z+1=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2}=(2;-1;3)$.

Chọn đáp án C □

Câu 39 (THQG 2019-Mã đề 102). Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;-1;1)$ trên trục Oz có tọa độ là

A. $(3;0;0)$. **B.** $(3;-1;0)$. **C.** $(0;0;1)$. **D.** $(0;-1;0)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;-1;1)$ trên trục Oz có tọa độ là $(0;0;1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 40 (THQG 2019-Mã đề 102). Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{-5}=\dfrac{z+2}{3}$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d

A. $\vec{u}=(2;5;3)$. **B.** $\vec{u}=(2;-5;3)$. **C.** $\vec{u}=(1;3;2)$. **D.** $\vec{u}=(1;3;-2)$.

Lời giải.

Dựa vào phương trình đường thẳng suy ra một véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(2;-5;3)$.

Chọn đáp án B □

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x+2y-7=0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. 3. **B.** 9. **C.** $\sqrt{15}$. **D.** $\sqrt{7}$.

Lời giải.

Ta có $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x+2y-7=0 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y+1)^2+z^2=9$

Vậy bán kính của mặt cầu bằng 3.

Chọn đáp án A □

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;0)$ và $B(3;0;2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x+y+z-4=0$. **B.** $2x-y+z-2=0$. **C.** $x+y+z-3=0$. **D.** $2x-y+z+2=0$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB. Suy ra $I(1;1;1)$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(4;-2;2)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm I của AB và nhận $\overrightarrow{AB}$ làm véc-tơ pháp tuyến, nên có phương trình là $(\alpha)\colon 2x-y+z-2=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;2)$, $B(1;2;1)$, $C(3;2;0)$ và $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1-t \\ y=4t \\ z=2+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=4 \\ z=2+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=4+4t \\ z=4+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=2-4t \\ z=2-2t \end{cases}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BC} = (2; 0; -1)$, $\overrightarrow{BD} = (0; -1; 2)$ và $\left[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}\right] = (-1; -4; -2)$.

Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) thì vuông góc với hai đường thẳng BC, BD nên nhận véc-tơ $\left[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}\right] = (-1; -4; -2)$ là véc-tơ chỉ phương.

Có 2 phương án bị loại. Thay điểm $A(1; 0; 2)$ vào phương trình của một trong hai phương án còn lại, chẳng hạn thay vào phương trình $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 4 + 4t \\ z = 4 + 2t \end{cases}$ ta được $\begin{cases} 1 = 2 + t \\ 0 = 4 + 4t \\ 2 = 4 + 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -1 \\ t = -1 \end{cases}$ (thỏa mãn).

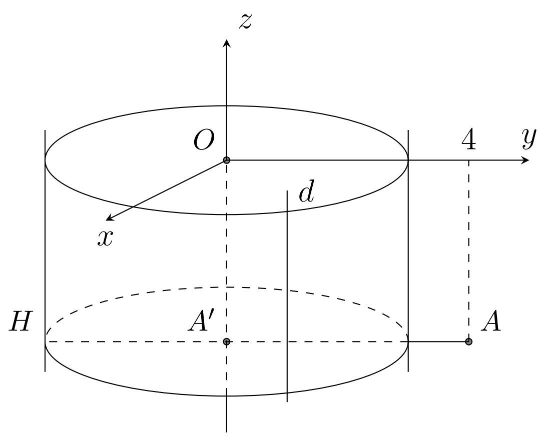
Vậy đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) là $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 4 + 4t \\ z = 4 + 2t \end{cases}$

Chọn đáp án C □

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; 4; -3)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d lớn nhất, d đi qua điểm nào dưới đây ?

A. $P(-3; 0; -3)$. **B.** $Q(0; 11; -3)$. **C.** $N(0; 3; -5)$. **D.** $M(0; -3; -5)$.

Lời giải.



Vì d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3 nên d là đường sinh của hình trụ có trục là Oz và có bán kính đáy $r = 3$.

Gọi A' là hình chiếu của A lên trục Oz, dễ thấy $A'(0; 0; -3)$ và $AA' = 4$.

Gọi $H(x; y; z)$ là hình chiếu của A lên d.

AH lớn nhất khi A, A', H thẳng hàng và $AH = AA' + A'H = AA' + r = 4 + 3 = 7$.

Khi đó $\overrightarrow{AH} = \dfrac{7}{4}\overrightarrow{AA'} \Leftrightarrow (x; y - 4; z + 3) = \dfrac{7}{4}(0; -4; 0) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -3 \\ z = -3 \end{cases} \Rightarrow H(0; -3; -3)$.

Vậy d qua $H(0; -3; -3)$ có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{k} = (0; 0; 1)$ nên có phương trình $\begin{cases} x = 0 \\ y = -3 \\ z = -3 + t \end{cases}$ suy ra d đi qua điểm $M(0; -3; -5)$.

Chọn đáp án D □

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2 + y^2 + \left(z - \sqrt{2}\right)^2 = 3$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a,b,c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau ?

A. 12. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 16.

Lời giải.

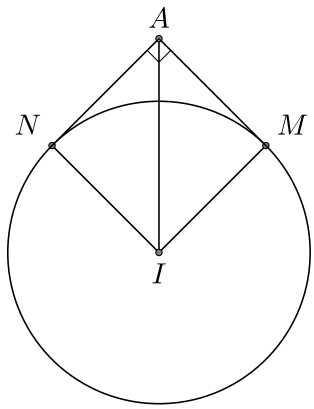
Mặt cầu (S) có tâm $I\left(0;0;\sqrt{2}\right)$ và bán kính $R=\sqrt{3}$; $A\in(Oxy)\Rightarrow A(a;b;0)$.

Để có ít nhất hai tiếp tuyến qua A thỏa mãn bài toán thì ta có hai trường hợp

— **TH1:** $A\in(S)\Leftrightarrow IA=R=\sqrt{3}$.

— **TH2:** $A\notin(S)$, khi đó để tồn tại hai tiếp tuyến vuông góc nhau thì hình nón sinh ra bởi các tiếp tuyến vẽ từ A phải có góc ở đỉnh không nhỏ hơn 90°. Tức là

$$\begin{aligned}&\widehat{MAN}\geq 90^\circ\Leftrightarrow\widehat{MAI}\geq 45^\circ\\ \Leftrightarrow\ &\sin\widehat{MAI}\geq\frac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow\frac{IM}{IA}\geq\frac{\sqrt{2}}{2}\\ \Leftrightarrow\ &\frac{\sqrt{3}}{IA}\geq\frac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow IA\leq\sqrt{6}.\end{aligned}$$



Do đó, yêu cầu bài toán xảy ra khi và chỉ khi

$$\sqrt{3}\leq IA\leq\sqrt{6}\Leftrightarrow 3\leq IA^2\leq 6\Leftrightarrow 3\leq a^2+b^2+2\leq 6\Leftrightarrow 1\leq a^2+b^2\leq 4.$$

Do a, $b\in\mathbb{Z}$ nên ta xét các trường hợp sau

— Nếu $a=0$ thì $b\in\{\pm1,\pm2\}$

— Nếu $b=0$ thì $a\in\{\pm1,\pm2\}$

— Nếu $a\neq 0$ và $b\neq 0$ thì $\begin{cases}a=\pm1\\ b=\pm1.\end{cases}$

Vậy có 12 điểm A thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án B □

2.8 Đại số & Giải tích 11 - Chương 2: Tổ hợp-xác suất

Câu 46 (THQG 2019-Mã đề 102). Số cách chọn 2 học sinh từ 5 học sinh là

A. 5^2. **B.** 2^5. **C.** C_5^2. **D.** A_5^2.

Lời giải.

Mỗi cách chọn 2 học sinh từ 5 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 5 phần tử. Vậy có C_5^2 cách.

Chọn đáp án C □

Câu 47. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 27 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

A. $\dfrac{13}{27}$. **B.** $\dfrac{14}{27}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{365}{729}$.

Lời giải.

Gọi A là tập hợp 27 số nguyên dương đầu tiên, ta có $A=\{1;2;3;\ldots;26;27\}$.

Phép thử chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ A có $n(\Omega)=\mathrm{C}_{27}^2=351$.

Tổng hai số chọn được là số chẵn khi và chỉ khi cả hai số đó đều chẵn hoặc đều lẻ. Do đó ta có các khả năng sau:

— Hai số lấy được từ A là hai số chẵn, có $\mathrm{C}_{13}^2=78$ khả năng.

— Hai số lấy được tà A là hai số lẻ, có $C_{14}^2 = 91$ khả năng.

Do đó khả năng để chọn được hai số có tổng là một số chẵn là $78 + 91 = 169$.
Xác suất cần tìm là $p(A) = \dfrac{169}{351} = \dfrac{13}{27}$.

Chọn đáp án A □

2.9 Đại số & Giải tích 11 - Chương 3: Dãy số-Cấp số cộng, cấp số nhân

Câu 48 (THQG 2019-Mã đề 102). Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 8$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 4. **B.** -6. **C.** 10. **D.** 6.

Lời giải.

Vì (u_n) là cấp số cộng nên ta có $u_2 = u_1 + d \Leftrightarrow d = u_2 - u_1 = 8 - 2 = 6$.

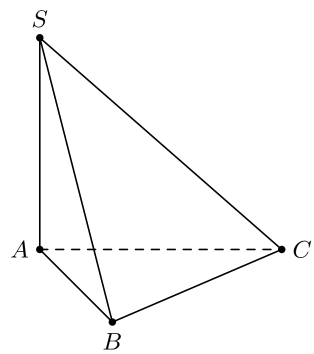
Chọn đáp án D □

2.10 Hình học 11 - Chương 3: Vectơ trong không gian. Quan hệ vuông góc trong không gian

Câu 49.

Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = 2a$, tam giác ABC vuông tại B, $AB = a$ và $BC = \sqrt{3}a$ (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 90°. **B.** 30°.
C. 60°. **D.** 45°.



Lời giải.

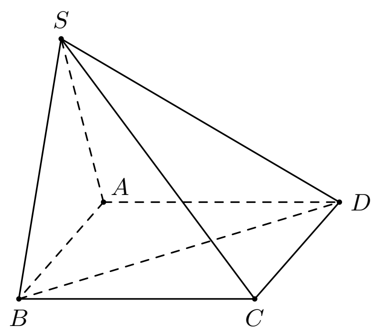
Vì SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), suy ra góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) là $\widehat{SCA}$.
Mà $\tan \widehat{SCA} = \dfrac{SA}{AC} = \dfrac{2a}{\sqrt{a^2 + 3a^2}} = 1$. Vậy $\widehat{SCA} = 45^\circ$.

Chọn đáp án D □

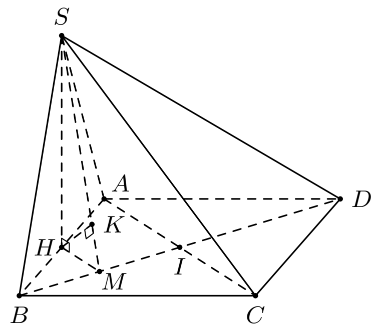
Câu 50.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ bên). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) bằng

A. $\dfrac{\sqrt{21}a}{28}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{21}a}{14}$.
C. $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{21}a}{7}$.



Lời giải.



Gọi H là trung điểm của AB, vì SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$ suy ra $SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Gọi I là tâm hình vuông $ABCD$, M là trung điểm của BI. Ta có $HM \perp BD$.

Mà $\begin{cases} BD \perp HM \\ BD \perp SH \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SHM)$

Từ H kẻ $HK \perp SM \Rightarrow HK \perp BD$ (Vì $BD \perp (SHM)$)

$\Rightarrow HK \perp (SBD) \Rightarrow \mathrm{d}(H, (SBD)) = HK$.

Ta có $HM = \dfrac{AI}{2} = \dfrac{AC}{4} = \dfrac{\sqrt{2}a}{4}$, $SH = \dfrac{\sqrt{3}a}{2}$ nên

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HM^2} + \frac{1}{HS^2} = \frac{8}{a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{28}{3a^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{21}}{14}.$$

Vậy $\mathrm{d}(C, (SBD)) = \mathrm{d}(A, (SBD)) = 2\mathrm{d}(H, (SBD)) = 2HK = 2 \cdot \dfrac{\sqrt{21}a}{14} = \dfrac{\sqrt{21}a}{7}$.

Chọn đáp án D □

ĐÁP ÁN

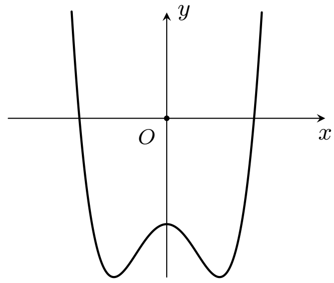
1. B	2. C	3. C	4. D	5. B	6. C	7. C	8. B	9. A	10. B
11. D	12. D	13. D	14. B	15. C	16. A	17. D	18. B	19. A	20. A
21. C	22. B	23. C	24. A	25. D	26. B	27. D	28. B	29. C	30. A
31. D	32. B	33. D	34. A	35. C	36. A	37. D	38. C	39. C	40. B
41. A	42. B	43. C	44. D	45. B	46. C	47. A	48. D	49. D	50. D

3 Mã đề 103

NỘI DUNG ĐỀ

3.1 Giải tích 12 - Chương 1: Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

Câu 1 (THQG 2019-Mã đề 103).
Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y = x^3 - 3x^2 - 2$. **B**. $y = x^4 - 2x^2 - 2$.
C. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$. **D**. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.

Lời giải.
Quan sát đồ thị ta thấy đồ thị có dạng bậc 4 và $a > 0$ nên $y = x^4 - 2x^2 - 2$.
Chọn đáp án B □

Câu 2 (THQG 2019-Mã đề 103). Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đạt cực đại tại
A. $x = 2$. **B**. $x = -2$. **C**. $x = 3$. **D**. $x = 1$.

Lời giải.
Hàm số $f(x)$ xác định tại $x = 1$, $f'(1) = 0$ và đạo hàm đổi dấu từ $(+)$ sang $(-)$ khi đi qua $x = 1$ nên hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.
Chọn đáp án D □

Câu 3 (THQG 2019-Mã đề 103). Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây ?
A. $(-1; 0)$. **B**. $(-1; +\infty)$. **C**. $(-\infty; -1)$. **D**. $(0; 1)$.

Lời giải.
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.
Chọn đáp án A □

Câu 4 (THQG 2019-Mã đề 103). Cho hàm số $f(x)$ bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-3=0$ là

A. 1. **B**. 2. **C**. 3. **D**. 0.

Lời giải.

Ta có $2f(x)-3=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{3}{2}(1)$.

Số nghiệm thực của phương trình (1) bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ với đường thẳng $y=\dfrac{3}{2}$.

Từ bảng biến thiên đã cho của hàm số $f(x)$, ta thấy đường thẳng $y=\dfrac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại ba điểm phân biệt.

Do đó phương trình (1) có ba nghiệm thực phân biệt.

Chọn đáp án C □

Câu 5 (THQG 2019-Mã đề 103). Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. 18. **B**. 2. **C**. -18. **D**. -2.

Lời giải.

Ta có $y'=3x^2-3=0 \Leftrightarrow x=\pm 1 \in (-3;3)$

$f(-3)=-18; f(-1)=2; f(1)=-2; f(3)=18$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên $[-3;3]$ là 18.

Chọn đáp án A □

Câu 6 (THQG 2019-Mã đề 103). Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B**. 0. **C**. 1. **D**. 3.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$

Xét dấu của đạo hàm

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	

Ta thấy đạo hàm đổi dấu đúng 1 lần nên hàm số đã cho có đúng 1 điểm cực trị.

Chọn đáp án C □

Câu 7 (THQG 2019-Mã đề 103). Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
y	1	$\searrow$	$-\infty$ $\|\|$ 2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải.

Nhìn bảng biến thiên ta thấy

$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = -\infty \Rightarrow x = 0$ là TCĐ của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = 3 \Rightarrow y = 3$ là TCN của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = 1 \Rightarrow y = 1$ là TCN của đồ thị hàm số.

Vậy hàm số có 3 tiệm cận.

Chọn đáp án C □

Câu 8 (THQG 2019-Mã đề 103). Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = f(3-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;4)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(-\infty;-3)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải.

Ta có $y' = -2\cdot f'(3-2x) \geq 0 \Leftrightarrow f'(3-2x) \leq 0$

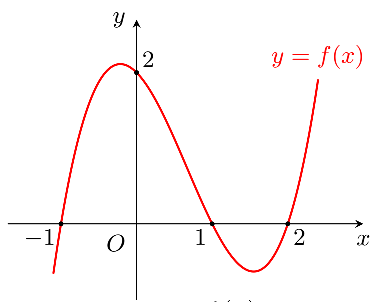
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3-2x \leq -3 \\ -1 \leq 3-2x \leq 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \geq 3 \\ 1 \leq x \leq 2 \end{array}\right..$$

Vậy hàm số $y = f(3-2x)$ đồng biến trên khoảng $(3;4)$.

Chọn đáp án A □

Câu 9 (THQG 2019-Mã đề 103).

Cho hàm số $y = f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình $f(x) < 2x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0;2)$ khi và chỉ khi



A. $m > f(0)$. **B.** $m > f(2) - 4$. **C.** $m \geq f(0)$. **D.** $m \geq f(2) - 4$.

Lời giải.

Ta có $f(x) < 2x + m \Leftrightarrow m > f(x) - 2x \quad (1)$.

Đặt $g(x) = f(x) - 2x$, $x \in (0;2)$.

$\forall x \in (0;2), g'(x) = f'(x) - 2 < 0 \Rightarrow$ hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên $(0;2)$.

Do đó (1) đúng với mọi $x \in (0;2)$ khi và chỉ khi $m \geq g(0) = f(0)$.

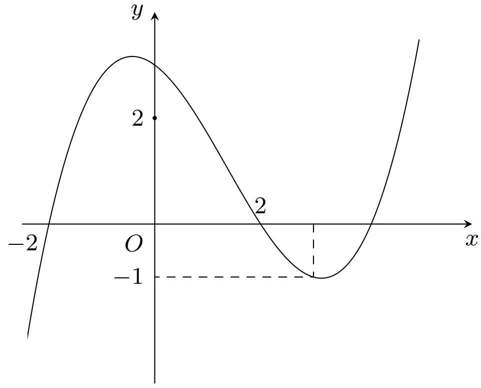
Chọn đáp án C □

Câu 10 (THQG 2019-Mã đề 103).

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.

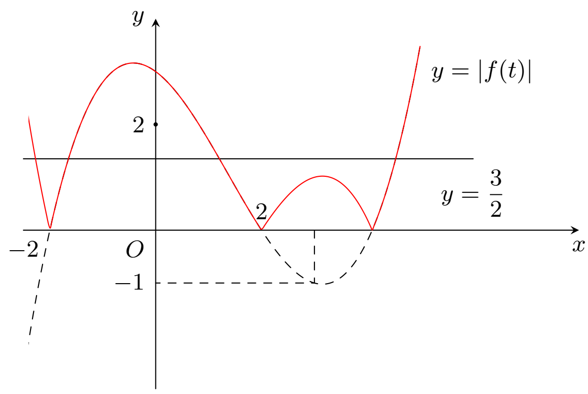
Số nghiệm thực của phương trình $|f(x^3 - 3x)| = \dfrac{3}{2}$ là

A. 8. **B**. 4. **C**. 7. **D**. 3.



Lời giải.

Đặt $t = x^3 - 3x$ ta có phương trình $|f(t)| = \dfrac{3}{2}$ (*).



Từ đồ thị hàm số $y = |f(t)|$ và đường thẳng $y = \dfrac{3}{2}$ ta suy ra phương trình (*) có 4 nghiệm $t_1 < -2 < t_2 < 0 < t_3 < 2 < t_4$.

Xét hàm $t = x^3 - 3x$. Ta có $t' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{aligned} &x = 1 \\ &x = -1. \end{aligned}\right.$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		0		1		$+\infty$
t'		$+$	0	$-$	|	$-$	0	$+$	
t	$-\infty$	↗	2	↘	0	↘	-2	↗	$+\infty$

— Với $t_1 < -2$ phương trình: $t_1 = x^3 - 3x$ cho ta 1 nghiệm.

— Với $-2 < t_2 < 0$ phương trình: $t_2 = x^3 - 3x$ cho ta 3 nghiệm.

— Với $0 < t_3 < 2$ phương trình: $t_3 = x^3 - 3x$ cho ta 3 nghiệm.

— Với $2 < t_4$ phương trình: $t_4 = x^3 - 3x$ cho ta 1 nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có tất cả 8 nghiệm.

Chọn đáp án A □

Câu 11 (THQG 2019-Mã đề 103). Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số cực trị của hàm số $y = f(4x^2 - 4x)$ là

A. 9. **B**. 5. **C**. 7. **D**. 3.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Ta thấy $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = a \in (-\infty; -1) \\ x = b \in (-1; 0) \\ x = c \in (0; 1) \\ x = d \in (1; +\infty) \end{array}\right.$.

Với $y = f(4x^2 - 4x)$, ta có $y' = (8x - 4)f'(4x^2 - 4x)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 8x - 4 = 0 \\ f'(4x^2 - 4x) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{1}{2} \\ 4x^2 - 4x = a \in (-\infty; -1)(1) \\ 4x^2 - 4x = b \in (-1; 0)(2) \\ 4x^2 - 4x = c \in (0; 1)(3) \\ 4x^2 - 4x = d \in (1; +\infty)(4) \end{array}\right..$$

Xét hàm số $g(x) = 4x^2 - 4x$, ta có $g'(x) = 8x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{2}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên của $g(x)$ ta có

— Vì $a \in (-\infty; -1)$ nên (1) vô nghiệm.

— Vì $b \in (-1; 0)$ nên (2) có 2 nghiệm phân biệt.

— Vì $c \in (0; 1)$ nên (3) có 2 nghiệm phân biệt.

— Vì $d \in (1; +\infty)$ nên (4) có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy hàm số $y = f(4x^2 - 4x)$ có 7 điểm cực trị

Cách khác

Ta có: $y' = (8x - 4) \cdot f'(4x^2 - 4x)$.

$y' = 0 \Leftrightarrow (8x - 4) \cdot f'(4x^2 - 4x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 8x - 4 = 0 \\ f'(4x^2 - 4x) = 0. \end{array}\right.$

— $8x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{2}$.

— $f'(4x^2 - 4x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x^2 - 4x = a\,(a < -1)\,(1) \\ 4x^2 - 4x = b\,(-1 < b < 0)\,(2) \\ 4x^2 - 4x = c\,(0 < c < 1)\,(3) \\ 4x^2 - 4x = \mathrm{d}\,(d > 1)\,(4). \end{array}\right.$

— Phương trình $4x^2 - 4x = m \Leftrightarrow 4x^2 - 4x - m = 0$ có nghiệm khi $\Delta' = 4 - 4m \geq 0$ hay $m \leq 1$.

Từ đó, ta có phương trình (1); (2); (3) luôn có hai nghiệm phân biệt.

Phương trình (4) vô nghiệm.

Do đó, hàm số đã cho có 7 cực trị.

Chọn đáp án C □

Câu 12 (THQG 2019-Mã đề 103). Cho hai hàm số $y = \dfrac{x-1}{x} + \dfrac{x}{x+1} + \dfrac{x+1}{x+2} + \dfrac{x+2}{x+3}$ và $y = |x+2| - x - m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là $(C_1), (C_2)$. Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng bốn điểm phân biệt là

A. $[-2; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -2)$. **C.** $(-2; +\infty)$. **D.** $(-\infty; -2]$.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$\dfrac{x-1}{x} + \dfrac{x}{x+1} + \dfrac{x+1}{x+2} + \dfrac{x+2}{x+3} = |x+2| - x - m \Leftrightarrow \dfrac{x-1}{x} + \dfrac{x}{x+1} + \dfrac{x+1}{x+2} + \dfrac{x+2}{x+3} - |x+2| + x = -m (1)$

Xét $f(x) = \dfrac{x-1}{x} + \dfrac{x}{x+1} + \dfrac{x+1}{x+2} + \dfrac{x+2}{x+3} - |x+2| + x, x \in \mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{-3; -2; -1; 0\}$

Ta có $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x-1}{x} + \dfrac{x}{x+1} + \dfrac{x+1}{x+2} + \dfrac{x+2}{x+3} - 2, x \in (-2; +\infty) \cup \mathscr{D} = \mathscr{D}_1 \\ \dfrac{x-1}{x} + \dfrac{x}{x+1} + \dfrac{x+1}{x+2} + \dfrac{x+2}{x+3} + 2x + 2, x \in (-\infty; -2) \cup \mathscr{D} = \mathscr{D}_2. \end{cases}$

Có $f'(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{(x+1)^2} + \dfrac{1}{(x+2)^2} + \dfrac{1}{(x+3)^2}, \forall x \in \mathscr{D}_1 \\ \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{(x+1)^2} + \dfrac{1}{(x+2)^2} + \dfrac{1}{(x+3)^2} + 2, \forall x \in \mathscr{D}_2. \end{cases}$

Dễ thấy $f'(x) > 0$, $\forall x \in \mathscr{D}_1 \cup \mathscr{D}_2$, ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-3	-2	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	+	+	+	+	
$f(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$	$-\infty \nearrow +\infty$	$-\infty \nearrow +\infty$	$-\infty \nearrow +\infty$	$-\infty \nearrow 2$	

Hai đồ thị cắt nhau tại đúng 4 điểm phân biện khi và chỉ khi phương trình (1) có đúng 4 nghiệm phân biệt, từ bảng biến thiên ta có: $-m \geq 2 \Leftrightarrow m \leq -2$.

Chọn đáp án D □

3.2 Giải tích 12 - Chương 2: Hàm số lũy thừa, hàm số mũ và hàm số lôgarit

Câu 13 (THQG 2019-Mã đề 103). Nghiệm của phương trình $2^{2x-1} = 8$ là

A. $x = \dfrac{3}{2}$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = \dfrac{5}{2}$. **D.** $x = 1$.

Lời giải.

Ta có $2^{2x-1} = 8 \Leftrightarrow 2^{2x-1} = 2^3 \Leftrightarrow 2x - 1 = 3 \Leftrightarrow x = 2$.

Chọn đáp án B $\square$

Câu 14 (THQG 2019-Mã đề 103). Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^3$ bằng

A. $3\log_2 a$. **B.** $\dfrac{1}{3}\log_2 a$. **C.** $\dfrac{1}{3} + \log_2 a$. **D.** $3 + \log_2 a$.

Lời giải.

Ta có $\log_2 a^3 = 3\log_2 a$.

Chọn đáp án A $\square$

Câu 15 (THQG 2019-Mã đề 103). Hàm số $y = 2^{x^2-x}$ có đạo hàm là

A. $(x^2 - x) \cdot 2^{x^2-x-1}$. **B.** $(2x-1) \cdot 2^{x^2-x}$.

C. $2^{x^2-x} \cdot \ln 2$. **D.** $(2x-1) \cdot 2^{x^2-x} \cdot \ln 2$.

Lời giải.

Ta có $y' = (x^2 - x)' \cdot 2^{x^2-x} \cdot \ln 2 = (2x-1) \cdot 2^{x^2-x} \cdot \ln 2$.

Chọn đáp án D $\square$

Câu 16 (THQG 2019-Mã đề 103). Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^2b^3 = 16$. Giá trị của $2\log_2 a + 3\log_2 b$ bằng

A. 8. **B.** 16. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải.

Ta có $2\log_2 a + 3\log_2 b = \log_2(a^2b^3) = \log_2 16 = 4$.

Chọn đáp án C $\square$

Câu 17 (THQG 2019-Mã đề 103). Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1) + 1 = \log_2(3x-1)$ là

A. $x = 3$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 1$.

Lời giải.

Điều kiện phương trình $x > \dfrac{1}{3}$.

$$\begin{aligned} & \log_2(x+1) + 1 = \log_2(3x-1) \\ \Leftrightarrow\ & \log_2\left[(x+1)\cdot 2\right] = \log_2(3x-1) \\ \Leftrightarrow\ & 2(x+1) = 3x - 1 \\ \Leftrightarrow\ & x = 3 \text{ (Thỏa mãn điều kiện phương trình).} \end{aligned}$$

Vậy nghiệm phương trình là $x = 3$.

Chọn đáp án A $\square$

Câu 18 (THQG 2019-Mã đề 103). Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(5x-1) = -\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

A. Vô số. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} x > \dfrac{1}{5} \\ m > 0. \end{cases}$

Xét phương trình: $\log_9 x^2 - \log_3(5x-1) = -\log_3 m \quad (1)$.

Cách 1.

$(1) \Leftrightarrow \log_3 x - \log_3(5x-1) = -\log_3 m \Leftrightarrow \log_3 \dfrac{5x-1}{x} = \log_3 m \Leftrightarrow \dfrac{5x-1}{x} = m \Leftrightarrow 5 - \dfrac{1}{x} = m \quad (2)$.

Xét $f(x) = 5 - \dfrac{1}{x}$ trên khoảng $\left(\dfrac{1}{5}; +\infty\right)$.

Có $f'(x) = \dfrac{1}{x^2} > 0, \forall x \in \left(\dfrac{1}{5}; +\infty\right)$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(5 - \dfrac{1}{x}\right) = 5$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$

x	$-\frac{1}{5}$		$+\infty$
y'		$+$	
y	0	$\nearrow$	5

Phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ phương trình (2) có nghiệm $x > \dfrac{1}{5}$.

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi $0 < m < 5$.

Mà $m \in \mathbb{Z}$ và $m > 0$ nên $m \in \{1; 2; 3; 4\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm.

Cách 2.

Với $\begin{cases} x > \dfrac{1}{5} \\ m > 0 \end{cases}$, ta có

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow \log_3 x - \log_3(5x-1) = -\log_3 m \Leftrightarrow \log_3 \frac{5x-1}{x} = \log_3 m \\ &\Leftrightarrow \frac{5x-1}{x} = m \\ &\Leftrightarrow (5-m)x = 1 \quad (2). \end{aligned}$$

Với $m = 5$, phương trình (2) thành $0 \cdot x = 1$ (vô nghiệm).

Với $m \neq 5$, $(2) \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{5-m}$.

Xét $x > \dfrac{1}{5} \Leftrightarrow \dfrac{1}{5-m} > \dfrac{1}{5} \Leftrightarrow \dfrac{m}{5\cdot(5-m)} > 0 \Leftrightarrow 0 < m < 5$.

Mà $m \in \mathbb{Z}$ và $m > 0$ nên $m \in \{1; 2; 3; 4\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm.

Chọn đáp án C $\square$

Câu 19 (THQG 2019-Mã đề 103). Cho phương trình $\left(2\log_3^2 x - \log_3 x - 1\right)\sqrt{5^x - m} = 0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. 123. **B.** 125. **C.** Vô số. **D.** 124.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} x > 0 \\ 5^x - m \geq 0\,(m > 0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \geq \log_5 m. \end{cases}$

$\left(2\log_3^2 x - \log_3 x - 1\right)\sqrt{5^x - m} = 0$ (1)

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2\log_3^2 x - \log_3 x - 1 = 0 \\ 5^x - m = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3, x = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \\ x = \log_5 m. \end{array}\right.$

TH 1. Nếu $m = 1$ thì $x = \log_5 m = 0$ (loại) nên phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt.

TH 2. Nếu $m > 1$ thì phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\dfrac{1}{\sqrt{3}} \leq \log_5 m < 3 \Leftrightarrow 5^{\frac{1}{\sqrt{3}}} \leq m < 125$. Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{3; 4; 5; \ldots; 124\}$. Nên có 123 giá trị m thoả mãn.

Chọn đáp án A □

3.3 Giải tích 12 - Chương 3: Nguyên hàm. Tích phân và ứng dụng

Câu 20 (THQG 2019-Mã đề 103). Biết $\int\limits_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 2$ và $\int\limits_1^2 g(x)\,\mathrm{d}x = 6$, khi đó $\int\limits_1^2 [f(x) - g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** -8. **C.** 8. **D.** -4.

Lời giải.

Ta có $\int\limits_1^2 [f(x) - g(x)]\,\mathrm{d}x = \int\limits_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x - \int\limits_1^2 g(x)\,\mathrm{d}x = 2 - 6 = -4$.

Chọn đáp án D □

Câu 21 (THQG 2019-Mã đề 103). Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 3$ là

A. $2x^2 + C$. **B.** $x^2 + 3x + C$. **C.** $2x^2 + 3x + C$. **D.** $x^2 + C$.

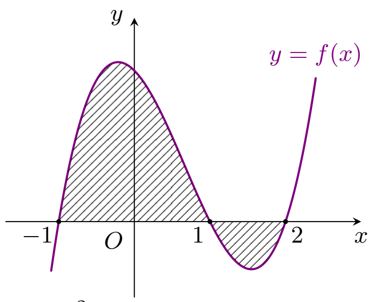
Lời giải.

Ta có $\int (2x + 3)\,\mathrm{d}x = x^2 + 3x + C$.

Chọn đáp án B □

Câu 22 (THQG 2019-Mã đề 103).

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = -1, x = 2$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $S = -\int\limits_{-1}^1 f(x)\,\mathrm{d}x - \int\limits_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x$. **B.** $S = -\int\limits_{-1}^1 f(x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.

C. $S = \int\limits_{-1}^1 f(x)\,\mathrm{d}x - \int\limits_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x$. **D.** $S = \int\limits_{-1}^1 f(x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

$S = \int\limits_{-1}^2 |f(x)|\,\mathrm{d}x = \int\limits_{-1}^1 |f(x)|\,\mathrm{d}x + \int\limits_1^2 |f(x)|\,\mathrm{d}x$

Nhìn hình ta thấy hàm số $f(x)$ liên tục và nhận giá trị không âm trên đoạn $[-1; 1]$

nên $\int\limits_{-1}^{1} |f(x)|\,\mathrm{d}x = \int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Hàm số $f(x)$ liên tục và nhận giá trị âm trên đoạn $[1;2]$

nên $\int\limits_{1}^{2} |f(x)|\,\mathrm{d}x = -\int\limits_{1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Vậy $S = \int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x - \int\limits_{1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Chọn đáp án C □

Câu 23 (THQG 2019-Mã đề 103). Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{2x+1}{(x+2)^2}$ trên khoảng $(-2;+\infty)$ là

A. $2\ln(x+2) + \dfrac{1}{x+2} + C$.

B. $2\ln(x+2) - \dfrac{1}{x+2} + C$.

C. $2\ln(x+2) - \dfrac{3}{x+2} + C$.

D. $2\ln(x+2) + \dfrac{3}{x+2} + C$.

Lời giải.

Ta có $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int \dfrac{2x+4-3}{(x+2)^2}\,\mathrm{d}x = \int \left[\dfrac{2}{x+2} - \dfrac{3}{(x+2)^2}\right]\mathrm{d}x = 2\ln|x+2| + \dfrac{3}{x+2} + C$.

Chọn đáp án D □

Câu 24 (THQG 2019-Mã đề 103). Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0) = 4$ và $f'(x) = 2\sin^2 x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$, khi đó $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{\pi^2+15\pi}{16}$.

B. $\dfrac{\pi^2+16\pi-16}{16}$.

C. $\dfrac{\pi^2+16\pi-4}{16}$.

D. $\dfrac{\pi^2-4}{16}$.

Lời giải.

Ta có $f(x) = \int \left(2\sin^2 x + 1\right)\mathrm{d}x = \int (2-\cos 2x)\,\mathrm{d}x = 2x - \dfrac{1}{2}\sin 2x + C$.

Vì $f(0) = 4 \Rightarrow C = 4$

Hay $f(x) = 2x - \dfrac{1}{2}\sin 2x + 4$.

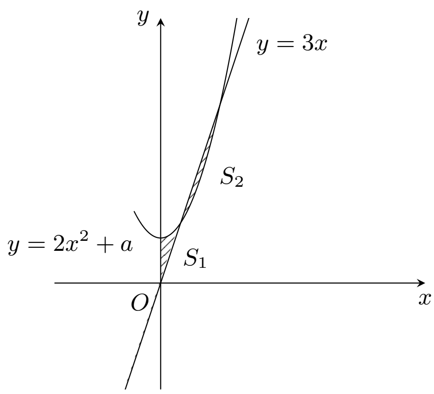
Suy ra $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}} f(x)\,\mathrm{d}x = \int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}} \left(2x - \dfrac{1}{2}\sin 2x + 4\right)\mathrm{d}x = x^2 + \dfrac{1}{4}\cos 2x + 4x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \dfrac{\pi^2}{16} + \pi - \dfrac{1}{4} = \dfrac{\pi^2+16\pi-4}{16}$.

Chọn đáp án C □

Câu 25 (THQG 2019-Mã đề 103).

Cho đường thẳng $y = 3x$ và parabol $y = 2x^2 + a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1 = S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\dfrac{4}{5};\dfrac{9}{10}\right)$. **B.** $\left(0;\dfrac{4}{5}\right)$. **C.** $\left(1;\dfrac{9}{8}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{9}{10};1\right)$.



Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm $2x^2 + a = 3x \Leftrightarrow 2x^2 - 3x + a = 0$ (1) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 9 - 8a > 0 \\ P = \dfrac{a}{2} > 0 \\ S = \dfrac{3}{2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < \dfrac{9}{8} \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < a < \dfrac{9}{8}.$$

Ta được nghiệm của phương trình là $x = \dfrac{3 \pm \sqrt{9-8a}}{4}$.

Gọi $x_1 = \dfrac{3 - \sqrt{9-8a}}{4}$; $x_2 = \dfrac{3 + \sqrt{9-8a}}{4}$.

Ta có

$$\begin{aligned}
& S_1 = S_2. \\
\Leftrightarrow\ & \int_0^{x_1} (2x^2 + a - 3x)\,\mathrm{d}x = -\int_{x_1}^{x_2} (2x^2 + a - 3x)\,\mathrm{d}x. \\
\Leftrightarrow\ & \int_0^{x_1} (2x^2 + a - 3x)\,\mathrm{d}x + \int_{x_1}^{x_2} (2x^2 + a - 3x)\,\mathrm{d}x = 0. \\
\Leftrightarrow\ & \int_0^{x_2} (2x^2 - 3x + a)\,\mathrm{d}x = 0. \\
\Leftrightarrow\ & \left(\frac{2}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + ax\right)\Bigg|_0^{x_2} = 0. \\
\Leftrightarrow\ & \frac{2}{3}(x_2)^3 - \frac{2}{3}(x_2)^2 + a(x_2) = 0. \\
\Leftrightarrow\ & \frac{2}{3}(x_2)^2 - \frac{3}{2}\cdot x_2 + a = 0 \ (\ \textit{do}\ x_2 \neq 0\ ).
\end{aligned}$$

Ta lại có x_2 là nghiệm của phương trình (1) nên x_2 là nghiệm của hệ phương trình sau

$$\begin{aligned}
& \begin{cases} \dfrac{2}{3}(x_2)^2 - \dfrac{3}{2}x_2 + a = 0 \\ 2(x_2)^2 - 3x_2 + a = 0. \end{cases} \\
\Leftrightarrow\ & \begin{cases} \dfrac{2}{3}(x_2)^2 - \dfrac{3}{2}x_2 - 2(x_2)^2 + 3x_2 = 0 \\ a = -2(x_2)^2 + 3x_2. \end{cases} \\
\Leftrightarrow\ & \begin{cases} \dfrac{-4}{3}(x_2)^2 + \dfrac{3}{2}x_2 = 0 \\ a = -2(x_2)^2 + 3x_2. \end{cases} \\
\Leftrightarrow\ & \begin{cases} x_2 = \dfrac{9}{8} \\ a = \dfrac{27}{32}. \end{cases}
\end{aligned}$$

Chọn đáp án A □

Câu 26 (THQG 2019-Mã đề 103). Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(6) = 1$ và $\displaystyle\int_0^1 xf(6x)\,\mathrm{d}x = 1$, khi đó $\displaystyle\int_0^6 x^2 f'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{107}{3}$. **B.** 34. **C.** 24. **D.** -36.

Lời giải.

Theo bài ra $\displaystyle\int_0^1 xf(6x)\,\mathrm{d}x = 1$.

Đặt $t = 6x \Rightarrow \mathrm{d}t = 6\,\mathrm{d}x$.

Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 0$; $x = 1 \Rightarrow t = 6$

Do đó $\displaystyle\int_0^1 xf(6x)\,\mathrm{d}x = 1 \Leftrightarrow \int_0^6 \frac{1}{6}t\cdot f(t)\frac{\mathrm{d}t}{6} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{36}\int_0^6 t\cdot f(t)\,\mathrm{d}t = 1 \Leftrightarrow \int_0^6 t\cdot f(t)\,\mathrm{d}t = 36$.

Tính $I = \displaystyle\int_0^6 x^2 f'(x)\,\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases} u = x^2 \\ \mathrm{d}v = f'(x)\,\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = 2x\,\mathrm{d}x \\ v = f(x). \end{cases}$

$\Rightarrow I = x^2 f(x)\Big|_0^6 - \displaystyle\int_0^6 2xf(x)\,\mathrm{d}x = 36f(6) - 2\int_0^6 xf(x)\,\mathrm{d}x = 36\cdot 1 - 2\cdot 36 = -36.$

Chọn đáp án D □

3.4 Giải tích 12 - Chương 4: Số phức

Câu 27 (THQG 2019-Mã đề 103). Số phức liên hợp của số phức $1 - 2i$ là

A. $-1 - 2i$. **B.** $1 + 2i$. **C.** $-2 + i$. **D.** $-1 + 2i$.

Lời giải.

Theo định nghĩa số phức liên hợp của số phức $1 - 2i$ là số phức $1 + 2i$.

Chọn đáp án B □

Câu 28 (THQG 2019-Mã đề 103). Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 2 + i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $z_1 + 2z_2$ có tọa độ là

A. $(2; 5)$. **B.** $(3; 5)$. **C.** $(5; 2)$. **D.** $(5; 3)$.

Lời giải.

Ta có $z_1 + 2z_2 = (1 + i) + 2(2 + i) = 5 + 3i$.

Do đó điểm biểu diễn số phức $z_1 + 2z_2$ có tọa độ là $(5; 3)$.

Chọn đáp án D □

Câu 29 (THQG 2019-Mã đề 103). Gọi z_1, z_2 là 2 nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ bằng

A. 6. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 26.

Lời giải.

$\Delta' = b'^2 - ac = 4 - 5 = -1$.

Phương trình có 2 nghiệm phức $z_1 = -2 + i, z_2 = -2 - i$.

Nên $z_1^2 + z_2^2 = (-2 + i)^2 + (-2 - i)^2 = 4 - 4i + i^2 + 4 + 4i + i^2 = 8 + 2i^2 = 8 - 2 = 6$.

Chọn đáp án A □

Câu 30 (THQG 2019-Mã đề 103). Cho số z thỏa mãn $(2 + i)z - 4(\overline{z} - i) = -8 + 19i$. Mô-đun của z bằng

A. 13. **B.** 5. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải.

Gọi $z = a + bi; \overline{z} = a - bi\,(a, b \in \mathbb{R})$.

Ta có

$$\begin{aligned}
&(2+i)z - 4\left(\overline{z} - i\right) = -8 + 19i\\
\Leftrightarrow&(2+i)(a+bi) - 4(a - bi - i) = -8 + 19i\\
\Leftrightarrow&-2a - b + (a + 6b + 4) = -8 + 19i\\
\Leftrightarrow&\begin{cases} -2a - b = -8\\ a + 6b + 4 = 19\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3\\ b = 2\end{cases}.
\end{aligned}$$

Vậy $z = 3 + 2i \Rightarrow |z| = \sqrt{13}$.

Chọn đáp án C ☐

Câu 31 (THQG 2019-Mã đề 103). Xét các số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = \dfrac{2 + iz}{1 + z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

A. 10. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 2. **D.** $\sqrt{10}$.

Lời giải.

Gọi số phức $w = x + yi; x, y \in \mathbb{R}$. Khi đó

$$\begin{aligned}
& w = \frac{2 + iz}{1 + z}.\\
\Leftrightarrow\ & w(1 + z) = 2 + iz.\\
\Leftrightarrow\ & w - 2 = z(i - w).\\
\Rightarrow\ & |w - 2| = |z(i - w)|.\\
\Leftrightarrow\ & |w - 2| = |z| \cdot |z(i - w)|.\\
\Leftrightarrow\ & (x-2)^2 + y^2 = 2(x^2 + (1-y)^2).\\
\Leftrightarrow\ & (x+2)^2 + (y-2)^2 = 10 \quad (*).
\end{aligned}$$

Từ $(*)$ suy ra điểm biểu diễn số phức w là một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{10}$.

Chọn đáp án D ☐

3.5 Hình học 12 - Chương 1: Khối đa diện

Câu 32 (THQG 2019-Mã đề 103). Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $\dfrac{4}{3}Bh$. **B.** $3Bh$. **C.** $\dfrac{1}{3}Bh$. **D.** Bh.

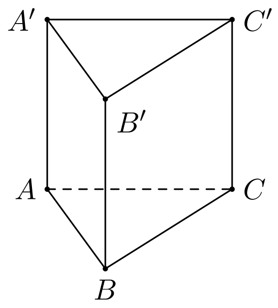
Lời giải.

Theo công thức tính thể tích lăng trụ là Bh.

Chọn đáp án D ☐

Câu 33 (THQG 2019-Mã đề 103).

Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và $AA' = 3a$ (minh họa như hình vẽ bên). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng



A. $2\sqrt{3}a^3$. **B**. $\sqrt{3}a^3$. **C**. $6\sqrt{3}a^3$. **D**. $3\sqrt{3}a^3$.

Lời giải.

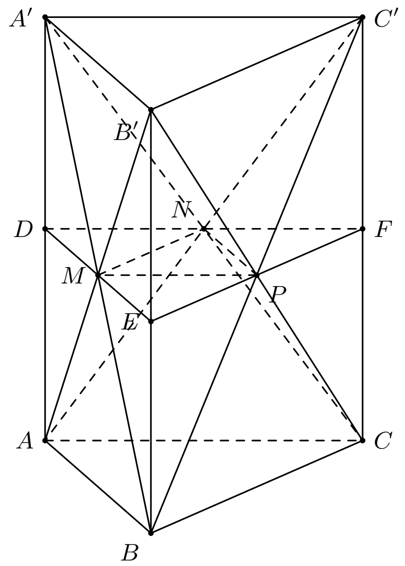
Khối lăng trụ đã cho có đáy là tam giác đều có diện tích đáy là $\dfrac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}$ và chiều cao là $AA' = 3a$ (do là lăng trụ đứng) nên có thể tích là $\dfrac{(2a)^2\sqrt{3}}{4} \cdot 3a = 3\sqrt{3}a^3$.

Chọn đáp án D □

Câu 34 (THQG 2019-Mã đề 103). Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 6 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M, N, P lần lượt là tâm các mặt bên $ABB'A', ACC'A', BCC'B'$. Thể tích khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, P bằng

A. $9\sqrt{3}$. **B**. $10\sqrt{3}$. **C**. $7\sqrt{3}$. **D**. $12\sqrt{3}$.

Lời giải.



Gọi DEF là thiết diện của lăng trụ cắt bởi mặt phẳng (MNP).

Dễ chứng minh được $(DEF) \parallel (ABC)$ và D, E, F lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AA', BB', CC' suy ra $V_{ABC.DEF} = \dfrac{1}{2}V_{ABC.A'B'C'} = 12\sqrt{3}$.

Ta có $V_{ABCPNM} = V_{ABC.DEF} - V_{ADMN} - V_{BMPE} - V_{CPMF}$.

Mặt khác $V_{ADMN} = V_{BMPE} = V_{CPMF} = \dfrac{1}{12}V_{ABC.DEF} \Rightarrow V_{ABCPNM} = \dfrac{3}{4}V_{ABC.DEF} = 9\sqrt{3}$.

Chọn đáp án A □

3.6 Hình học 12 - Chương 2: Mặt nón, mặt trụ, mặt cầu

Câu 35 (THQG 2019-Mã đề 103). Thể tích của khối nón có chiều cao h và có bán kính đáy r là

A. $\pi r^2 h$. **B**. $\dfrac{4}{3}\pi r^2 h$. **C**. $2\pi r^2 h$. **D**. $\dfrac{1}{3}\pi r^2 h$.

Lời giải.

Thể tích của khối nón có chiều cao h và có bán kính đáy r là $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 36 (THQG 2019-Mã đề 103). Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng $1m$ và $1,8m$. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây ?

A. $2,8m$. **B**. $2,6m$. **C**. $2,1m$. **D**. $2,3m$.

Lời giải.

Gọi hai bể nước hình trụ ban đầu lần lượt có chiều cao là h, bán kính r_1, r_2, thể tích là V_1, V_2.

Ta có một bể nước mới có chiều cao h, $V = V_1 + V_2$.

$\Rightarrow \pi r^2 h = \pi r_1^2 h + \pi r_2^2 h \Rightarrow \pi r^2 h = \pi \cdot 1^2 \cdot h + \pi \cdot 1,8^2 \cdot h \Leftrightarrow r = \sqrt{1 + 1,8^2} \approx 2,1m$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 37 (THQG 2019-Mã đề 103). Cho hình trụ có chiều cao bằng $3\sqrt{2}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng $12\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $6\sqrt{10}\pi$. **B**. $6\sqrt{34}\pi$. **C**. $3\sqrt{10}\pi$. **D**. $3\sqrt{34}\pi$.

Lời giải.

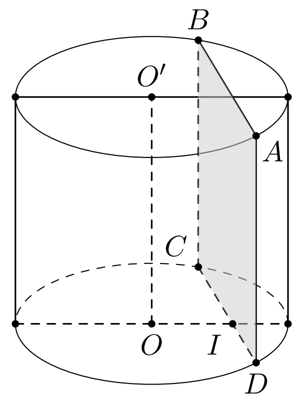
Ta có: $S_{ABCD} = 12\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \cdot CD$

$\Rightarrow CD = 4$

$\Rightarrow CI = 2$

$\Rightarrow CO = \sqrt{CI^2 + IO^2} = \sqrt{5} = r$.

Vậy $S_{xq} = 2\pi r l = 6\sqrt{10}\pi$.



Chọn đáp án (A) □

3.7 Hình học 12 - Chương 3: Phương pháp tọa độ trong không gian

Câu 38 (THQG 2019-Mã đề 103). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x - 3y + z - 2 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là một véctơ pháp tuyến của (P).

A. $\vec{n}_3 = (-3; 1; -2)$. **B**. $\vec{n}_2 = (2; -3; -2)$. **C**. $\vec{n}_1 = (2; -3; 1)$. **D**. $\vec{n}_4 = (2; 1; -2)$.

Lời giải.

Ta có véc-tơ $\vec{n}_1 = (2; -3; 1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P).

Chọn đáp án (C) □

Câu 39 (THQG 2019-Mã đề 103). Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -1)$ trên trục Oy có tọa độ là

A. $(0; 0; -1)$. **B**. $(2; 0; -1)$. **C**. $(0; 1; 0)$. **D**. $(2; 0; 0)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1 - 1)$ trên trục Oy có tọa độ là $(0; 1; 0)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 40 (THQG 2019-Mã đề 103). Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-3}{2}$. Vec-tơ nào dưới đây là một vec-tơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2}=(1;-3;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_3}=(-2;1;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_1}=(-2;1;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(1;3;2)$.

Lời giải.

Đường thẳng $d\colon \dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-3}{2}$ có một vec-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_2}=(1;-3;2)$.

Chọn đáp án A □

Câu 41 (THQG 2019-Mã đề 103). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2+2y-2z-7=0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. 9. **B.** $\sqrt{15}$. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** 3.

Lời giải.

Mặt cầu đã cho có phương trình dạng $x^2+y^2+z^2+2ax+2by+2cz+d=0$ có bán kính là $\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=\sqrt{1^2+1^2+7}=3$.

Chọn đáp án D □

Câu 42 (THQG 2019-Mã đề 103). Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;2)$ và $B(6;5;-4)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x+2y-3z-17=0$. **B.** $4x+3y-z-26=0$.

C. $2x+2y-3z+17=0$. **D.** $2x+2y+3z-11=0$.

Lời giải.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm của AB là $M(4;3;-1)$ và có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB}=(4;4;-6)$ nên có phương trình là

$$\begin{aligned}&4(x-4)+4(y-3)-6(z+1)=0\\ \Leftrightarrow\ &2(x-4)+2(y-3)-3(z+1)=0\\ \Leftrightarrow\ &2x+2y-3z-17=0.\end{aligned}$$

Chọn đáp án A □

Câu 43 (THQG 2019-Mã đề 103). Trong không gian $Oxyz$ cho $A(0;0;2), B(2;1;0), C(1;2;-1)$ và $D(2;0;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=3+3t\\y=-2+2t\\z=1-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3\\y=2\\z=-1+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+3t\\y=2+2t\\z=1-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3t\\y=2t\\z=2+t\end{cases}$.

Lời giải.

Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (BCD).

Ta có $\overrightarrow{BC}=(-1;1;-1)$; $\overrightarrow{BD}=(0;-1;-2)$.

Mặt phẳng (BCD) có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n}_{(BCD)}=\left[\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BC}\right]=(3;2;-1)$.

Gọi $\overrightarrow{u}_d$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d.

Vì $d\perp(BCD)$ nên $\overrightarrow{u_d}=\overrightarrow{n}_{(BCD)}=(3;2;-1)$.

Đáp án $\begin{cases}x=3\\y=2\\z=-1+2t\end{cases}$ và $\begin{cases}x=3t\\y=2t\\z=2+t\end{cases}$ có vec-tơ chỉ phương không cùng phương với vec-tơ

$\overrightarrow{u_d} = (3; 2; -1)$ nên loại.

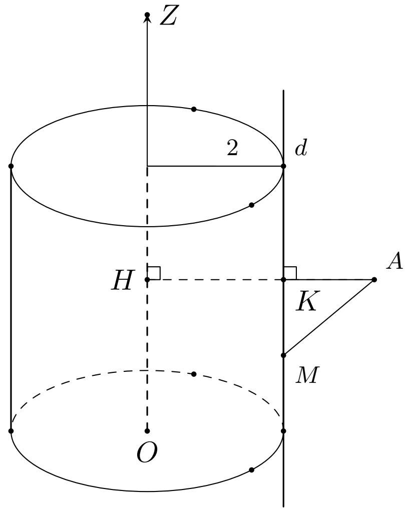
Ta thấy điểm $A(0; 0; 2)$ không thỏa hệ $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -2 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$ nên loại đáp án $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -2 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

Chọn đáp án C □

Câu 44 (THQG 2019-Mã đề 103). Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; 3; -2)$. Xét đường thẳng d thay đổi song song với Oz và cách Oz một khoảng bằng 2. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất thì d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(-2; 0; -2)$. **B**. $N(0; -2; -5)$. **C**. $Q(0; 2; -5)$. **D**. $M(0; 4; -2)$.

Lời giải.



Vì d song song với Oz và cách Oz một khoảng bằng 2 nên d thuộc mặt trụ trục Oz và bán kính bằng 2.

Có $H(0; 0; -2)$ là hình chiếu vuông góc của $A(0; 3; -2)$ trên Oz.

Có $\overrightarrow{HA} = (0; 3; 0) \Rightarrow HA = 3$ nên A nằm ngoài mặt trụ.

Gọi (P) là mặt phẳng qua A và vuông góc với Oz.

M là điểm trên d.

Gọi K là giao điểm của AH và mặt trụ (K nằm giữa A và H).

Dễ thấy $AM \geq AK; AK = AH - \mathrm{d}(OZ; d) = 1 = \mathrm{d}(A; d)$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $M \equiv K$.

Khi đó ta có $\overrightarrow{HK} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{HA} \Rightarrow K(0; 2; -2)$.

$\Rightarrow d\colon \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \\ z = -2 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$.

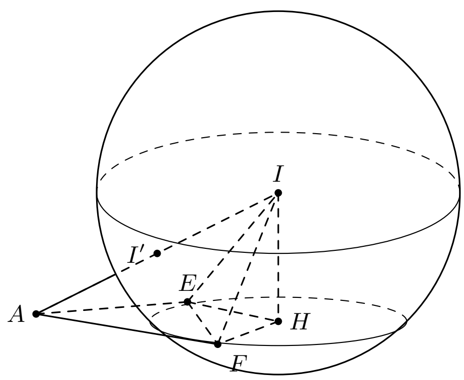
Với $t = -3$ ta thấy d đi qua điểm Q.

Chọn đáp án C □

Câu 45 (THQG 2019-Mã đề 103). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu: $(S)\colon x^2+y^2+(z+1)^2 = 5$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a; b; c)$(a, b, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc nhau?

A. 20. **B**. 8. **C**. 12. **D**. 16.

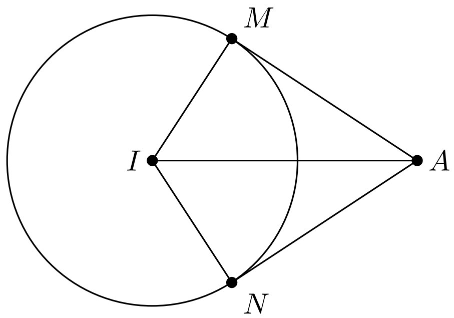
Lời giải.



Mặt cầu $(S)\colon x^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 5$ có tâm $I(0; 0; -1)$ và có bán kính $R = \sqrt{5}$

$A(a; b; 0) \in (Oxy)$, Gọi I' là trung điểm của $AI \Rightarrow I'\left(\dfrac{a}{2}; \dfrac{b}{2}; -\dfrac{1}{2}\right)$

Gọi E, F lần lượt là hai tiếp điểm của tiếp tuyến đi qua A sao cho $AE \perp AF$.
Ta có: E, F cùng thuộc mặt cầu (S') đường kính IA có tâm $I'\left(\frac{a}{2}; \frac{b}{2}; -\frac{1}{2}\right)$, bán kính $R' = \frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+1}$.
Để tồn tại E, F thì hai mặt cầu (S) và (S') phải cắt nhau suy ra $|R - R'| \leq II' \leq |R + R'|$
$\Leftrightarrow \left|\sqrt{5} - \frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+1}\right| \leq \frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+1} \leq \sqrt{5} + \frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+1}$
$\Leftrightarrow \sqrt{5} \leq \sqrt{a^2+b^2+1} \Leftrightarrow a^2+b^2 \geq 4(1)$
Gọi H là hình chiếu của I trên (AEF) khi đó tứ giác $AEHF$ là hình vuông có cạnh $AE = HF = \sqrt{AI^2-5}$.
Ta có $IH^2 = R^2 - HF^2 = 5 - (AI^2-5) = 10 - AI^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2+b^2+1 \leq 10 \Leftrightarrow a^2+b^2 \leq 9(2)$
Từ (1) và (2) ta có $4 \leq a^2+b^2 \leq 9$ mà $a, b, c \in \mathbb{Z}$ nên có 20 điểm thỏa bài toán.
Cách khác:



Mặt cầu (S) có tâm $I(0,0,-1)$ bán kính $R = \sqrt{5}$. Ta có $d_{(I(Oxy))} = 1 < R \Rightarrow$ mặt cầu (S) cắt mặt phẳng(Oxy). Để có tiếp tuyến của (S) đi qua $A \Leftrightarrow AI \geq R(1)$.
Có $A(a,b,c) \in (Oxy) \Rightarrow A(a,b,0), IA = a^2+b^2+1$.
Quỹ tích các tiếp tuyến đi qua A của (S) là một mặt nón nếu $AI > R$ và là một mặt phẳng nếu $AI = R$.
Trong trường hợp quỹ tích các tiếp tuyến đi qua A của (S) là một mặt nón gọi AM, AN là hai tiếp tuyến sao cho A, M, I, N đồng phẳng.
Tồn tại ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau khi và chỉ khi $\widehat{MAN} \geq 90^\circ \Leftrightarrow IA \leq R\sqrt{2}(2)$.
Từ $(1),(2) \Rightarrow 4 \leq a^2+b^2 \leq 9$. Vì $a, b \in \mathbb{Z}$
$\Rightarrow \begin{cases} a^2=0 \\ b^2=9 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a^2=9 \\ b^2=0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a^2=4 \\ b^2=0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a^2=0 \\ b^2=4 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a^2=1 \\ b^2=4 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a^2=4 \\ b^2=1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a^2=4 \\ b^2=4. \end{cases}$
Bốn hệ phương trình đầu tiên có hai nghiệm, ba hệ sau có 4 nghiệm suy ra số điểm A thỏa mãn là $4 \cdot 2 + 3 \cdot 4 = 20$.
Chọn đáp án A □

3.8 Đại số & Giải tích 11 - Chương 2: Tổ hợp-xác suất

Câu 46 (THQG 2019-Mã đề 103). Số cách chọn 2 học sinh từ 6 học sinh là

A. A_6^2. **B.** C_6^2. **C.** 2^6. **D.** 6^2.

Lời giải.

Số cách chọn 2 học sinh từ 6 học sinh là C_6^2.
Chọn đáp án B □

Câu 47 (THQG 2019-Mã đề 103). Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 21 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

A. $\frac{11}{21}$. **B.** $\frac{221}{441}$. **C.** $\frac{10}{21}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

* Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{21}^2 = 210$.

* Gọi biến cố A: "Chọn được hai số có tổng là một số chẵn".

Trong 21 số nguyên dương đầu tiên có 11 số lẻ và 10 số chẵn.

Để hai số chọn được có tổng là một số chẵn điều kiện là cả hai số cùng chẵn hoặc cùng lẻ.

$\Rightarrow$ Số phần tử của biến cố A là $n(A) = \mathrm{C}_{10}^2 + \mathrm{C}_{11}^2 = 100$.

* Xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{10}{21}$.

Chọn đáp án C □

3.9 Đại số & Giải tích 11 - Chương 3: Dãy số-Cấp số cộng, cấp số nhân

Câu 48 (THQG 2019-Mã đề 103). Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 3. **B.** -4. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải.

Ta có $u_2 = 6 \Leftrightarrow u_1 + d = 6 \Leftrightarrow 2 + d = 4 \Leftrightarrow d = 4$.

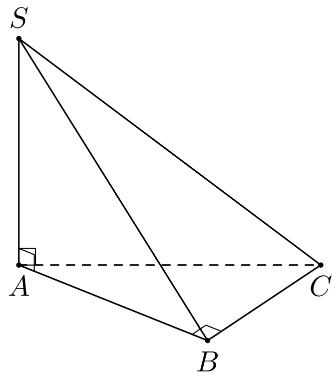
Chọn đáp án D □

3.10 Hình học 11 - Chương 3: Vectơ trong không gian. Quan hệ vuông góc trong không gian

Câu 49 (THQG 2019-Mã đề 103).

Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). $SA = \sqrt{2}a$. Tam giác ABC vuông cân tại B và $AB = a$ (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

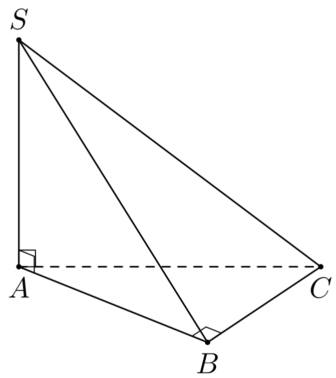


Lời giải.

Ta có AC là hình chiếu vuông góc của SC trên mặt phẳng (ABC).

Suy ra góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng $\widehat{SCA} = \varphi$.

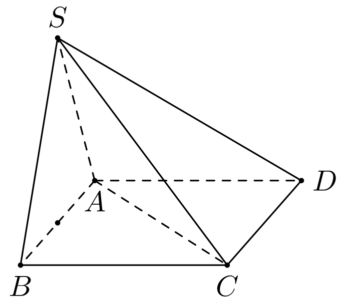
Ta có $AC = a\sqrt{2}, SA = a\sqrt{2}$ nên tam giác SAC vuông cân tại $A \Rightarrow \varphi = 45°$.



Chọn đáp án A □

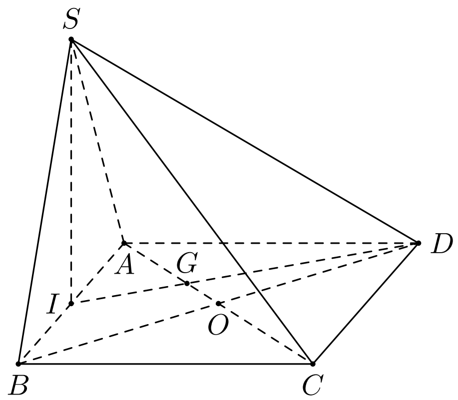
Câu 50 (THQG 2019-Mã đề 103).

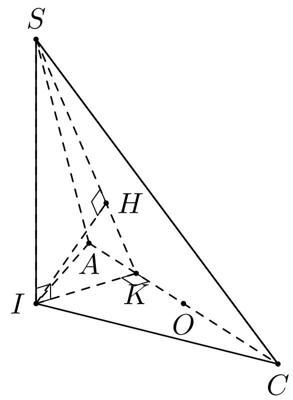
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ bên). Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SAC) bằng



A. $\dfrac{a\sqrt{21}}{14}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{28}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải.





* Gọi $O = AC \cap BD$ và G là trọng tâm tam giác ABD, I là trung điểm của AB.

Ta có $SI \perp (ABCD)$ và $\dfrac{\mathrm{d}(D;(SAC))}{\mathrm{d}(I;(SAC))} = \dfrac{DG}{IG} = 2$.

$\Rightarrow \mathrm{d}(D;(SAC)) = 2 \cdot \mathrm{d}(I;(SAC))$.

* Gọi K là trung điểm của AO suy ra $IK \parallel BO$.

* Do $BO \perp AC$ nên $IK \perp AC$.

* Ta lại có $AC \perp SI$ nên $AC \perp (SIK)$. Do đó $(SAC) \perp (SIK)$.

* Gọi H là hình chiếu của I lên SK ta có $IH \perp SK$.

* Do $(SIK) \cap (SAC) = SK \Rightarrow IH = \mathrm{d}(I,(SAC))$.

$\Rightarrow \mathrm{d}(D;(SAC)) = 2 \cdot \mathrm{d}(I;(SAC)) = 2 \cdot IH$.

* Xét tam giác SIK vuông tại I ta có

$SI = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}; IK = \dfrac{BO}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}$.

$\dfrac{1}{IH^2} = \dfrac{1}{SI^2} + \dfrac{1}{IK^2} = \dfrac{4}{3a^2} + \dfrac{16}{2a^2} = \dfrac{28}{3a^2}$.

$\Rightarrow IH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$.

$\Rightarrow \mathrm{d}(D;(SAC)) = 2 \cdot IH = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

Chọn đáp án D □

ĐÁP ÁN

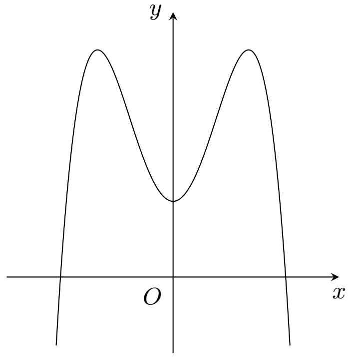
1. B	2. D	3. A	4. C	5. A	6. C	7. C	8. A	9. C	10. A
11. C	12. D	13. B	14. A	15. D	16. C	17. A	18. C	19. A	20. D
21. B	22. C	23. D	24. C	25. A	26. D	27. B	28. D	29. A	30. C
31. D	32. D	33. D	34. A	35. D	36. C	37. A	38. C	39. C	40. A
41. D	42. A	43. C	44. C	45. A	46. B	47. C	48. D	49. A	50. D

4 Mã đề 104

NỘI DUNG ĐỀ

4.1 Giải tích 12 - Chương 1: Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

Câu 1 (THQG 2019-Mã đề 104).
Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y = 2x^3 - 3x + 1$. **B.** $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$.
C. $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$. **D.** $y = -2x^3 + 3x + 1$.

Lời giải.
Dạng đồ thị hình bên là đồ thị hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ có hệ số $a < 0$.
Do đó, chỉ có đồ thị hàm số $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$ là thỏa mãn.
Chọn đáp án B □

Câu 2 (THQG 2019-Mã đề 104). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hỏi hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?
A. $(0; 1)$. **B.** $(1; +\infty)$. **C.** $(-1; 0)$. **D.** $(0; +\infty)$.

Lời giải.
Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.
Chọn đáp án A □

Câu 3 (THQG 2019-Mã đề 104). Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại
A. $x = -2$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 2$.

Lời giải.
Từ bảng biến thiên ta có điểm cực tiểu của hàm số là $x = 3$.
Chọn đáp án C □

Câu 4 (THQG 2019-Mã đề 104). Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng

A. 18. **B.** -18. **C.** -2. **D.** 2.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \in [-3;3] \\ x = -1 \in [-3;3]. \end{array}\right.$

Ta lại có $f(-3) = -18$; $f(-1) = 2$; $f(1) = -2$; $f(3) = 18$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng -18.

Chọn đáp án B □

Câu 5 (THQG 2019-Mã đề 104). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0 ↘		-4 ‖ $+\infty$	↘	-3	↗	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải.

Ta có $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 3$ và $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$ nên đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang là các đường thẳng có phương trình $y = 3$ và $y = 0$.

Ta lại có $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$ nên hàm số có 1 tiệm cận đứng là đường thẳng có phương trình $x = 0$.

Vậy hàm số có ba tiệm cận.

Chọn đáp án C □

Câu 6 (THQG 2019-Mã đề 104). Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải.

Ta có $2f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\dfrac{3}{2}$.

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$
							$y = -\frac{3}{2}$

Nhìn bảng biến thiên ta thấy phương trình này có ba nghiệm

Chọn đáp án A □

Câu 7 (THQG 2019-Mã đề 104). Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B**. 1. **C**. 2. **D**. 3.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x+1)^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ (x+1)^2 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -1. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$		$\searrow$	CT	$\nearrow$	

Vậy hàm số đã cho có một cực trị.

Chọn đáp án B □

Câu 8 (THQG 2019-Mã đề 104). Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = f(5-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -3)$. **B**. $(4; 5)$. **C**. $(3; 4)$. **D**. $(1; 3)$.

Lời giải.

Ta có $y' = f'(5-2x) = -2f'(5-2x)$.

$y' = 0 \Leftrightarrow -2f'(5-2x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5-2x = -3 \\ 5-2x = -1 \\ 5-2x = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 4 \\ x = 3 \\ x = 2. \end{array}\right.$

$f'(5-2x) < 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5-2x < -3 \\ -1 < 5-2x < 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 4 \\ 2 < x < 3 \end{array}\right.$

$f'(5-2x) > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5-2x > 1 \\ -3 < 5-2x < -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < 2 \\ 3 < x < 4. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

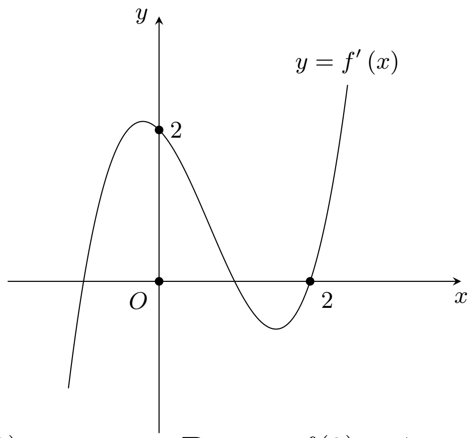
x	$-\infty$		2		3		4		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Dựa vào bảng biến thiên hàm số $y = f(5-2x)$ đồng biến trên khoảng $(4; 5)$.

Chọn đáp án B □

Câu 9 (THQG 2019-Mã đề 104).

Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình $f(x) > 2x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 2)$ khi và chỉ khi



A. $m \leq f(2) - 4$. **B**. $m \leq f(0)$. **C**. $m < f(0)$. **D**. $m < f(2) - 4$.

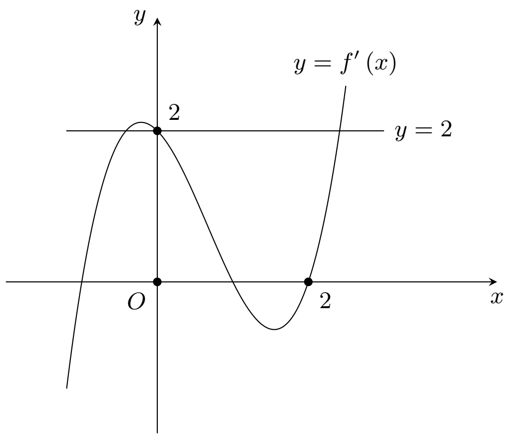
Lời giải.

Hàm số $g(x) = f(x) - 2x$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$ vì $g'(x) = f'(x) - 2 < 0$, $\forall x \in (0; 2)$ (quan sát trên khoảng $(0; 2)$, đồ thị hàm số $f'(x)$ nằm dưới đường thẳng $y = 2$).

Suy ra $g(2) < g(x) < g(0)$, $\forall x \in (0; 2)$.

Bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 2)$ khi và chỉ khi

$$m < g(x), \forall x \in (0; 2) \Leftrightarrow m \leq g(2) \Leftrightarrow m \leq f(2) - 4.$$

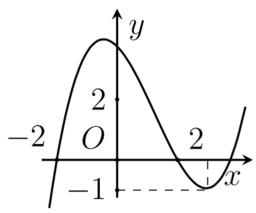


Chọn đáp án A □

Câu 10 (THQG 2019-Mã đề 104).

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $|f(x^3 - 3x)| = \dfrac{2}{3}$ là

A. 6. **B**. 10. **C**. 3. **D**. 9.



Lời giải.

Đặt $t = g(x) = x^3 - 3x$ (1).

Ta có $g'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x \pm 1$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có

— $t \in (-2; 2)$ cho ta 3 giá trị x thỏa mãn (1).

— $t \in \{-2; 2\}$ cho ta 2 giá trị x thỏa mãn (1).

— $t \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ cho ta 1 giá trị x thỏa mãn (1).

Phương trình $|f(x^3-3x)| = \dfrac{2}{3}$ (2) trở thành $|f(t)| = \dfrac{2}{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(t) = \dfrac{2}{3} \\ f(t) = -\dfrac{2}{3}. \end{array}\right.$

Dựa vào đồ thị ta có:

— Phương trình $f(t) = \dfrac{2}{3}$ có 3 nghiệm thỏa mãn $-2 < t_1 < t_2 < 2 < t_3$. Suy ra có 7 nghiệm của phương trình (2).

— Phương trình $f(t) = -\dfrac{2}{3}$ có 3 nghiệm thỏa mãn $t_4 < -2 < 2 < t_5 < t_6$. Suy ra có 3 nghiệm của phương trình (2).

Vậy phương trình đã cho có 10 nghiệm.

Chọn đáp án B □

Câu 11 (THQG 2019-Mã đề 104). Cho hai hàm số $y = \dfrac{x-2}{x-1} + \dfrac{x-1}{x} + \dfrac{x}{x+1} + \dfrac{x+1}{x+2}$ và $y = |x+1| - x - m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng bốn điểm phân biệt là

A. $(-3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-3)$. **C.** $[-3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-3]$.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ

$$\begin{aligned} & \frac{x-2}{x-1} + \frac{x-1}{x} + \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} = |x+1| - x - m \\ \Leftrightarrow\ & \frac{x-2}{x-1} + \frac{x-1}{x} + \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} - |x+1| + x = -m \quad (1). \end{aligned}$$

Số nghiệm của (1) là số giao điểm của

$$F(x) = \frac{x-2}{x-1} + \frac{x-1}{x} + \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} - |x+1| + x = \begin{cases} \dfrac{x-2}{x-1} + \dfrac{x-1}{x} + \dfrac{x}{x+1} + \dfrac{x+1}{x+2} - 1, & x > -1 \\ \dfrac{x-2}{x-1} + \dfrac{x-1}{x} + \dfrac{x}{x+1} + \dfrac{x+1}{x+2} + 2x + 1, & x < -1. \end{cases}$$

Ta có $F'(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{(x-1)^2} + \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{(x+1)^2} + \dfrac{1}{(x+2)^2}, & x \in (-1;+\infty) \setminus \{0;1\} \\ \dfrac{1}{(x-1)^2} + \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{(x+1)^2} + \dfrac{1}{(x+2)^2} + 2, & x \in (-\infty;-1) \setminus \{-2\}. \end{cases}$

Mặt khác $\lim\limits_{x\to+\infty} F(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty} F(x) = 3$.

$\lim\limits_{x\to-2^+} F(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x\to-2^-} F(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x\to-1^+} F(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x\to-1^-} F(x) = +\infty$.

$\lim\limits_{x\to0^+} F(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x\to0^-} F(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x\to1^+} F(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x\to1^-} F(x) = +\infty$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	||	$+$	||	$+$	||	$+$	||	$+$	
$f(x)$	3	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

Để phương trình có 4 nghiệm thì $-m \le 3 \Leftrightarrow m \ge -3$.

Chọn đáp án C □

Câu 12 (THQG 2019-Mã đề 104). Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(4x^2 + 4x)$ là

A. 5. **B**. 9. **C**. 7. **D**. 3.

Lời giải.

Có $(f(4x^2 + 4x))' = (8x + 4)f'(4x^2 + 4x)$, $(f(4x^2 + 4x))' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{1}{2} \\ f'(4x^2 + 4x) = 0. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$ a_1	-3	a_2 $\nearrow$	2	$\searrow$ a_3	-1	a_4 $\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên trên ta có $f'(4x^2 + 4x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x^2 + 4x = a_1 \in (-\infty; -1) \\ 4x^2 + 4x = a_2 \in (-1; 0) \\ 4x^2 + 4x = a_3 \in (0; 1) \\ 4x^2 + 4x = a_4 \in (1; +\infty) \end{array}\right.$. (1)

Xét $g(x) = 4x^2 + 4x$, $g'(x) = 8x + 4$, $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{1}{2}$ ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\dfrac{1}{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Kết hợp bảng biến thiên của $g(x)$ và hệ (1) ta thấy:

— Phương trình $4x^2 + 4x = a_1 \in (-\infty; -1)$ vô nghiệm.

— Phương trình $4x^2 + 4x = a_2 \in (-1; 0)$ tìm được hai nghiệm phân biệt khác $-\dfrac{1}{2}$.

— Phương trình $4x^2 + 4x = a_2 \in (0; 1)$ tìm được thêm hai nghiệm mới phân biệt khác $-\dfrac{1}{2}$.

— Phương trình $4x^2 + 4x = a_2 \in (1; +\infty)$ tìm được thêm hai nghiệm phân biệt khác $-\dfrac{1}{2}$.

Vậy hàm số $y = f(4x^2 + 4x)$ có tất cả 7 điểm cực trị.

Chọn đáp án C □

4.2 Giải tích 12 - Chương 2: Hàm số lũy thừa, hàm số mũ và hàm số lôgarit

Câu 13 (THQG 2019-Mã đề 104). Nghiệm của phương trình $2^{2x-1} = 32$ là

A. $x = 3$. **B.** $x = \dfrac{17}{2}$. **C.** $x = \dfrac{5}{2}$. **D.** $x = 2$.

Lời giải.

$2^{2x-1} = 32 \Leftrightarrow 2^{2x-1} = 2^5 \Leftrightarrow 2x - 1 = 5 \Leftrightarrow x = 3$.

Chọn đáp án A □

Câu 14 (THQG 2019-Mã đề 104). Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^2$ bằng

A. $2\log_2 a$. **B.** $\dfrac{1}{2} + \log_2 a$. **C.** $\dfrac{1}{2}\log_2 a$. **D.** $2 + \log_2 a$.

Lời giải.

Vì a là số thực dương tùy ý nên $\log_2 a^2 = 2\log_2 a$.

Chọn đáp án A □

Câu 15. Hàm số $y = 3^{x^2-x}$ có đạo hàm là

A. $3^{x^2-x} \cdot \ln 3$. **B.** $(2x-1) \cdot 3^{x^2-x}$.

C. $(x^2 - x) \cdot 3^{x^2-x-1}$. **D.** $(2x-1) \cdot 3^{x^2-x} \cdot \ln 3$.

Lời giải.

Ta có: $(a^u)' = u' \cdot a^u \cdot \ln a$ nên $\left(3^{x^2-x}\right)' = (2x-1) \cdot 3^{x^2-x} \cdot \ln 3$.

Chọn đáp án D □

Câu 16 (THQG 2019-Mã đề 104). Nghiệm của phương trình $\log_3(2x+1) = 1 + \log_3(x-1)$ là

A. $x = 4$. **B.** $x = -2$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 2$.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} 2x+1>0 \\ x-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$.

Ta có

$$\begin{aligned} & \log_3(2x+1) = 1 + \log_3(x-1) \\ \Leftrightarrow\ & \log_3(2x+1) = \log_3[3(x-1)] \\ \Leftrightarrow\ & 2x + 1 = 3x - 3 \\ \Leftrightarrow\ & x = 4 \text{ (nhận)}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án A □

Câu 17 (THQG 2019-Mã đề 104). Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $ab^3 = 8$. Giá trị của $\log_2 a + 3\log_2 b$ bằng

A. 8. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải.

Ta có $\log_2 a + 3\log_2 b = \log_2 a + \log_2 b^3 = \log_2(ab^3) = \log_2 8 = 3$.

Chọn đáp án D □

Câu 18 (THQG 2019-Mã đề 104). Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(4x-1) = -\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 5. **B.** 3. **C.** Vô số. **D.** 4.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} x > \dfrac{1}{4} \\ m > 0. \end{cases}$

Phương trình đã cho $\Leftrightarrow \log_3 x - \log_3(4x-1) = -\log_3 m \Leftrightarrow \dfrac{x}{4x-1} = \dfrac{1}{m}$.

Xét hàm số $f(x) = \dfrac{x}{4x-1}$, ta có $f'(x) = \dfrac{-1}{(4x-1)^2} < 0$, $\forall x > \dfrac{1}{4}$.

Suy ra bảng biến thiên:

x	$\frac{1}{4}$	$+\infty$
y'	||	$-$
y	|| $+\infty$	$\searrow$ $\frac{1}{4}$

Do đó phương trình có nghiệm khi $\dfrac{1}{m} > \dfrac{1}{4} \Leftrightarrow m < 4$. Vậy $m \in \{1, 2, 3\}$.

Chọn đáp án B □

Câu 19 (THQG 2019-Mã đề 104). Cho phương trình $\left(2\log_3^2 x - \log_3 x - 1\right)\sqrt{4^x - m} = 0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. Vô số. **B.** 62. **C.** 63. **D.** 64.

Lời giải.

Ta có điều kiện $\begin{cases} x > 0 \\ x \geq \log_4 m \end{cases}$ (*) (với m nguyên dương).

Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} &\left(2\log_3^2 x - \log_3 x - 1\right)\sqrt{4^x - m} = 0 \quad (1) \\ \Leftrightarrow &\left[\begin{array}{ll} 2\log_3^2 x - \log_3 x - 1 = 0 & (2) \\ 4^x = m & (3). \end{array}\right. \end{aligned}$$

Phương trình (2) $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_3 x = 1 \\ \log_3 x = -\dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = \dfrac{\sqrt{3}}{3}. \end{array}\right.$

Phương trình (3) $\Leftrightarrow x = \log_4 m$.

Do m nguyên dương nên ta có các trường hợp sau:

TH 1: $m = 1$ thì $\log_4 m = 0$. Khi đó điều kiện (*) trở thành $x > 0$.

Khi đó nghiệm của phương trình (3) bị loại và nhận nghiệm của phương trình (2).

Do đó nhận giá trị $m = 1$.

TH 2: $m \geq 2$, khi đó điều kiện (*) trở thành $x \geq \log_4 m$ (vì $\log_4 m \geq \dfrac{1}{2}$).

Để phương trình (1) có đúng hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{3} \leq \log_4 m < 3$

$\Leftrightarrow 4^{\frac{\sqrt{3}}{3}} \leq m < 4^3$

Suy ra $m \in \{3; 4; 5; \ldots; 63\}$.

Vậy từ cả 2 trường hợp ta có: $63 - 3 + 1 + 1 = 62$ giá trị nguyên dương m.

Chọn đáp án B □

4.3 Giải tích 12 - Chương 3: Nguyên hàm. Tích phân và ứng dụng

Câu 20 (THQG 2019-Mã đề 104). Họ tất cả nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 4$ là

A. $2x^2 + 4x + C$. **B.** $x^2 + 4x + C$. **C.** $x^2 + C$. **D.** $2x^2 + C$.

Lời giải.

Ta có $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int (2x+4)\,\mathrm{d}x = x^2 + 4x + C$.

Chọn đáp án B □

Câu 21 (THQG 2019-Mã đề 104). Biết $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 2$ và $\int\limits_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x = -4$, khi đó $\int\limits_0^1 [f(x) + g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

A. 6. **B.** -6. **C.** -2. **D.** 2.

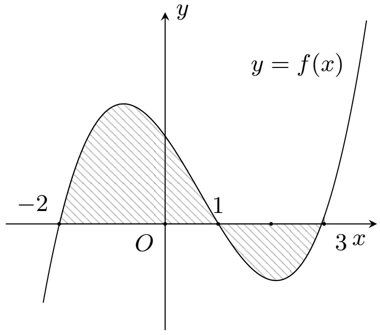
Lời giải.

$\int\limits_0^1 [f(x)+g(x)]\,\mathrm{d}x = \int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x = 2 + (-4) = -2.$

Chọn đáp án C □

Câu 22 (THQG 2019-Mã đề 104).

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -2$ và $x = 3$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $S = \int\limits_{-2}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x - \int\limits_{1}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$.

B. $S = -\int\limits_{-2}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_{1}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$.

C. $S = \int\limits_{-2}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_{1}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$.

D. $S = -\int\limits_{-2}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x - \int\limits_{1}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

Ta có $S = \int\limits_{-2}^{3} |f(x)|\,\mathrm{d}x = \int\limits_{-2}^{1} |f(x)|\,\mathrm{d}x + \int\limits_{1}^{3} |f(x)|\,\mathrm{d}x$.

Do $f(x) \geq 0$ với $\forall x \in [-2;1]$ và $f(x) \leq 0$ với $\forall x \in [1;3]$ nên $S = \int\limits_{-2}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x - \int\limits_{1}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Chọn đáp án A □

Câu 23 (THQG 2019-Mã đề 104). Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0) = 4$ và $f'(x) = 2\sin^2 x + 3$, $\forall x \in \mathbb{R}$, khi đó $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{\pi^2 - 2}{8}$. **B.** $\dfrac{\pi^2 + 8\pi - 8}{8}$. **C.** $\dfrac{\pi^2 + 8\pi - 2}{8}$. **D.** $\dfrac{3\pi^2 + 2\pi - 3}{8}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\int f'(x)\,\mathrm{d}x &= \int \left(2\sin^2 x+3\right)\,\mathrm{d}x=\int \left(1-\cos 2x+3\right)\,\mathrm{d}x\\ &= \int \left(4-\cos 2x\right)\,\mathrm{d}x = 4x-\frac{1}{2}\sin 2x + C.\end{aligned}$$

Ta có $f(0)=4$ nên $4\cdot 0-\frac{1}{2}\sin 0 + C = 4 \Leftrightarrow C=4$ nên $f(x)=4x-\frac{1}{2}\sin 2x+4$.

Khi đó $\displaystyle\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\,\mathrm{d}x=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\left(4x-\frac{1}{2}\sin 2x+4\right)\mathrm{d}x=\left(2x^2+\frac{1}{4}\cos 2x+4x\right)\Bigg|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{\pi^2+8\pi-2}{8}$.

Chọn đáp án C □

Câu 24 (THQG 2019-Mã đề 104). Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{3x-2}{(x-2)^2}$ trên khoảng $(2;+\infty)$ là

A. $3\ln(x-2)+\dfrac{4}{x-2}+C$. **B.** $3\ln(x-2)+\dfrac{2}{x-2}+C$.

C. $3\ln(x-2)-\dfrac{2}{x-2}+C$. **D.** $3\ln(x-2)-\dfrac{4}{x-2}+C$.

Lời giải.

Ta có

$f(x)=\dfrac{3x-2}{(x-2)^2}=\dfrac{3(x-2)+4}{(x-2)^2}=\dfrac{3}{x-2}+\dfrac{4}{(x-2)^2}$.

Do đó

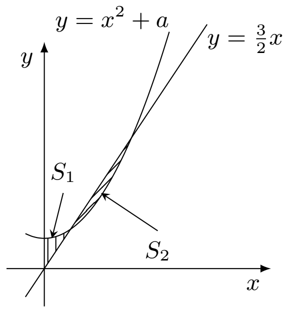
$\displaystyle\int\frac{3x-2}{(x-2)^2}\,\mathrm{d}x=\int\left(\frac{3}{x-2}+\frac{4}{(x-2)^2}\right)\mathrm{d}x=3\ln(x-2)-\frac{4}{x-2}+C$.

Chọn đáp án D □

Câu 25 (THQG 2019-Mã đề 104).

Cho đường thẳng $y=\frac{3}{2}x$ và parabol $y=x^2+a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1=S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{9}{16}\right)$. **B.** $\left(\dfrac{2}{5};\dfrac{9}{20}\right)$. **C.** $\left(\dfrac{9}{20};\dfrac{1}{2}\right)$. **D.** $\left(0;\dfrac{2}{5}\right)$.



Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2+a=\frac{3}{2}x \Leftrightarrow 2x^2-3x+2a=0$.

Để phương trình có 2 nghiệm dương thì $\begin{cases}a>0\\ \Delta>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ a<\dfrac{9}{16}.\end{cases}$

Gọi hai nghiệm đó là $0<x_1<x_2$ thì $x_2=\dfrac{3+\sqrt{9-16a}}{4}$.

Để $S_1=S_2$ khi và chỉ khi

$$\int\limits_0^{x_1}\left|x^2+a-\frac{3}{2}x\right|\mathrm{d}x=\int\limits_{x_1}^{x_2}\left|x^2+a-\frac{3}{2}x\right|\mathrm{d}x$$

$$\Leftrightarrow \int\limits_0^{x_1} \left(x^2 + a - \frac{3}{2}x\right) \mathrm{d}x = -\int\limits_{x_1}^{x_2} \left(x^2 + a - \frac{3}{2}x\right) \mathrm{d}x$$

$$\Leftrightarrow \int\limits_0^{x_1} \left(x^2 + a - \frac{3}{2}x\right) \mathrm{d}x + \int\limits_{x_1}^{x_2} \left(x^2 + a - \frac{3}{2}x\right) \mathrm{d}x = 0$$

$$\Leftrightarrow \int\limits_0^{x_2} \left(x^2 + a - \frac{3}{2}x\right) \mathrm{d}x = 0.$$

Ta có

$$\int\limits_0^{x_2} \left(x^2 + a - \frac{3}{2}x\right) \mathrm{d}x = 0 \Leftrightarrow \frac{x_2^3}{3} + ax_2 - \frac{3}{4}x_2^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}\left(x_2^2 - \frac{9}{4}x_2 + 3a\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x_2 - a - \frac{9}{4}x_2 + 3a = 0 \Leftrightarrow -3x_2 + 8a = 0$$

$$\Leftrightarrow 8a = 3 \cdot \frac{3 + \sqrt{9 - 16a}}{4} \Leftrightarrow 3\sqrt{9 - 16a} = 32a - 9 \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{9}{32} < a < \dfrac{9}{16} \\ 1024a^2 - 432a = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{27}{64} \in \left(\frac{2}{5}; \frac{9}{20}\right).$$

Có thể giải nhanh bằng máy tính cho kết quả $a = 0{,}421875$ thuộc khoảng $\left(\dfrac{2}{5}; \dfrac{9}{20}\right)$.

Chọn đáp án B □

Câu 26 (THQG 2019-Mã đề 104). Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(3) = 1$ và $\int\limits_0^1 xf(3x)\,\mathrm{d}x = 1$, khi đó $\int\limits_0^3 x^2 f'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** 7. **C.** -9. **D.** $\dfrac{25}{3}$.

Lời giải.

Đặt $t = 3x \Rightarrow \mathrm{d}t = 3\,\mathrm{d}x \Rightarrow \mathrm{d}x = \dfrac{1}{3}\mathrm{d}t$.

Suy ra $1 = \int\limits_0^1 xf(3x)\,\mathrm{d}x = \dfrac{1}{9}\int\limits_0^3 tf(t)\,\mathrm{d}t \Leftrightarrow \int\limits_0^3 tf(t)\,\mathrm{d}t = 9$.

Đặt $\begin{cases} u = f(t) \\ \mathrm{d}v = t\,\mathrm{d}t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = f'(t)\,\mathrm{d}t \\ v = \dfrac{t^2}{2}. \end{cases}$

Suy ra $\int\limits_0^3 tf(t)\,\mathrm{d}t = \dfrac{t^2}{2}f(t)\Big|_0^3 - \int\limits_0^3 \dfrac{t^2}{2}f'(t)\,\mathrm{d}t = \dfrac{9}{2}f(3) - \dfrac{1}{2}\int\limits_0^3 t^2 f'(t)\,\mathrm{d}t$.

$\Leftrightarrow 9 = \dfrac{9}{2} - \dfrac{1}{2}\int\limits_0^3 t^2 f'(t)\,\mathrm{d}t \Leftrightarrow \int\limits_0^3 t^2 f'(t)\,\mathrm{d}t = -9$.

Vậy $\int\limits_0^3 x^2 f'(x)\,\mathrm{d}x = -9$.

Chọn đáp án C □

4.4 Giải tích 12 - Chương 4: Số phức

Câu 27 (THQG 2019-Mã đề 104). Số phức liên hợp của số phức $3-2i$ là

A. $-3+2i$. **B.** $3+2i$. **C.** $-3-2i$. **D.** $-2+3i$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của số phức $3-2i$ là số phức $3+2i$.

Chọn đáp án B □

Câu 28 (THQG 2019-Mã đề 104). Cho hai số phức $z_1 = 2-i$, $z_2 = 1+i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là

A. $(5;-1)$. **B.** $(-1;5)$. **C.** $(5;0)$. **D.** $(0;5)$.

Lời giải.

Ta có $2z_1 + z_2 = 5 - i$ nên điểm biểu diễn là $(5;-1)$.

Chọn đáp án A □

Câu 29 (THQG 2019-Mã đề 104). Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-4z+7=0$. Giá trị của $z_1^2+z_2^2$ bằng

A. 10. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 2.

Lời giải.

Ta có $\Delta' = 4-7 = -3 = \left(\sqrt{3}i\right)^2$.

Do đó phương trình có hai nghiệm phức là $z_1 = 2+\sqrt{3}i$, $z_2 = 2-\sqrt{3}i$.

Suy ra $z_1^2+z_2^2 = \left(2+\sqrt{3}i\right)^2 + \left(2-\sqrt{3}i\right)^2 = 4+4\sqrt{3}i-3+4-4\sqrt{3}i-3 = 2$.

Chọn đáp án D □

Câu 30 (THQG 2019-Mã đề 104). Cho số phức z thỏa mãn $(2-i)z+3+16i = 2\left(\overline{z}+i\right)$. Mô-đun của z bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** 13. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** 5.

Lời giải.

Gọi $z = x+yi$. Ta có

$$
\begin{aligned}
& (2-i)z+3+16i = 2\left(\overline{z}+i\right) \\
\Leftrightarrow\ & (2-i)(x+yi)+3+16i = 2(x-yi+i) \\
\Leftrightarrow\ & 2x+2yi-xi+y+3+16i = 2x-2yi+2i \\
\Leftrightarrow\ & \begin{cases} 2x+y+3 = 2x \\ 2y-x+16 = -2y+2 \end{cases} \\
\Leftrightarrow\ & \begin{cases} y+3 = 0 \\ -x+4y = -14 \end{cases} \\
\Leftrightarrow\ & \begin{cases} x = 2 \\ y = -3. \end{cases}
\end{aligned}
$$

Suy ra $z = 2-3i$. Vậy $|z| = \sqrt{13}$.

Chọn đáp án C □

Câu 31 (THQG 2019-Mã đề 104). Xét các số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = \dfrac{5+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

A. 52. **B.** $2\sqrt{13}$. **C.** $2\sqrt{11}$. **D.** 44.

Lời giải.

Gọi $w = x + yi$ với x, y là các số thực.
Ta có $w = \dfrac{5+iz}{1+z} \Leftrightarrow z = \dfrac{w-5}{i-w}$.
Lại có

$$\begin{aligned} & |z| = \sqrt{2} \Leftrightarrow \left|\dfrac{w-5}{i-w}\right| = \sqrt{2} \\ \Leftrightarrow\ & |w-5| = \sqrt{2}|w-i| \Leftrightarrow (x-5)^2 + y^2 = 2[x^2 + (y-1)^2] \\ \Leftrightarrow\ & (x+5)^2 + (y-4)^2 = 52. \end{aligned}$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn các số phức w là một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{52} = 2\sqrt{13}$.

Chọn đáp án B □

4.5 Hình học 12 - Chương 1: Khối đa diện

Câu 32 (THQG 2019-Mã đề 104). Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $\dfrac{4}{3}Bh$. **B.** $\dfrac{1}{3}Bh$. **C.** $3Bh$. **D.** Bh.

Lời giải.

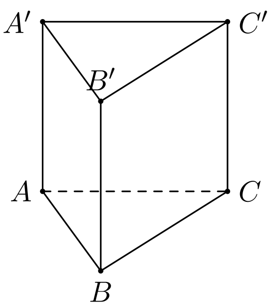
Thể tích khối lăng trục là $V = B \cdot h$.

Chọn đáp án D □

Câu 33 (THQG 2019-Mã đề 104).

Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = \sqrt{2}a$ (minh họa như hình vẽ bên). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{6}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{12}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{2}$.



Lời giải.

Ta có $S_{\Delta ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

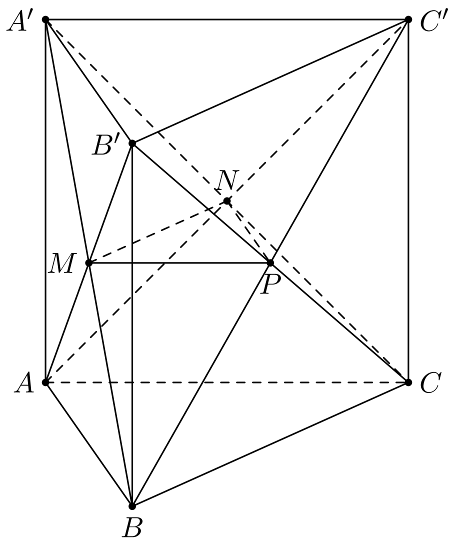
Vậy thể tích của khối lăng trụ đã cho là $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot AA' = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{2} = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Chọn đáp án A □

Câu 34 (THQG 2019-Mã đề 104). Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 4 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M, N và P lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A'$, $ACC'A'$ và $BCC'B'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, P bằng

A. $\dfrac{14\sqrt{3}}{3}$. **B.** $8\sqrt{3}$. **C.** $6\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{20\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.



Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V = 4 \cdot \frac{4^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 16\sqrt{3}.$$

Gọi thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, P là V_1.

Ta có: $V_1 = V_{AMNCB} + V_{BMNP} + V_{BNPC}$.

Dễ thấy $V_{A'ABC} = \dfrac{1}{3}V$ và $V_{AMNCB} = \dfrac{3}{4}V_{A'ABC}$.

Suy ra $V_{AMNCB} = \dfrac{1}{4}V$.

$V_{BA'B'C'} = \dfrac{1}{3}V$ và $V_{BMNP} = \dfrac{1}{8}V_{BA'B'C'}$.

Suy ra $V_{BMNP} = \dfrac{1}{24}V$.

$V_{A'BCB'} = V_{A'B'CC'} = \dfrac{1}{3}V$ và $V_{BNPC} = \dfrac{1}{4}V_{BA'B'C}$.

Suy ra $V_{BNPC} = \dfrac{1}{12}V$.

Vậy $V_1 = V_{AMNCB} + V_{BMNP} + V_{BNPC} = \dfrac{3}{8}V = 6\sqrt{3}$.

Chọn đáp án C □

4.6 Hình học 12 - Chương 2: Mặt nón, mặt trụ, mặt cầu

Câu 35 (THQG 2019-Mã đề 104). Thể tích khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

A. $2\pi r^2 h$. **B.** $\pi r^2 h$. **C.** $\dfrac{1}{3}\pi r^2 h$. **D.** $\dfrac{4}{3}\pi r^2 h$.

Lời giải.

Thể tích khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h$.

Chọn đáp án C □

Câu 36 (THQG 2019-Mã đề 104). Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng 1 m và $1,5$ m. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?

A. $1,6$ m. **B.** $2,5$ m. **C.** $1,8$ m. **D.** $2,1$ m.

Lời giải.

Gọi h là chiều cao của các bể nước và r là bán kính đáy của bể nước dự định làm.

Theo giả thiết, ta có $\pi r^2 h = \pi \cdot 1^2 \cdot h + \pi \cdot (1,5)^2 \cdot h \Leftrightarrow r^2 = 1 + \dfrac{9}{4} = \dfrac{13}{4}$.

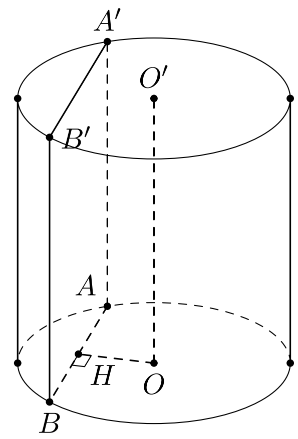
Suy ra $r = \dfrac{\sqrt{13}}{2} \approx 1,8$ m.

Chọn đáp án C □

Câu 37 (THQG 2019-Mã đề 104). Cho hình trụ có chiều cao bằng $3\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 18. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $6\sqrt{3}\pi$. **B.** $6\sqrt{39}\pi$. **C.** $3\sqrt{39}\pi$. **D.** $12\sqrt{3}\pi$.

Lời giải.



Gọi chiều cao của hình trụ là h.
Thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng song song với trục là hình chữ nhật $ABB'A'$.
Gọi H là hình chiếu của O trên AB thì OH là khoảng cách từ O đến mặt phẳng $(ABB'A')$ nên $OH = 1$.
Diện tích thiết diện là: $S_{td} = AB \cdot AA'$ trong đó $AA' = h = 3\sqrt{3}$ nên $AB = \dfrac{S_{td}}{AA'} = \dfrac{18}{3\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$.
Do tam giác OAB cân nên

$OH^2 = OB^2 - HB^2 = OB^2 - \dfrac{AB^2}{4}$

$\Rightarrow OB^2 = OH^2 + \dfrac{AB^2}{4} = 1 + \dfrac{\left(2\sqrt{3}\right)^2}{4} = 4$

$\Rightarrow OB = 2$

Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là

$$S_{xq} = 2\pi \cdot R \cdot h = 2\pi \cdot 2 \cdot 3\sqrt{3} = 12\sqrt{3}\pi.$$

Chọn đáp án D □

4.7 Hình học 12 - Chương 3: Phương pháp tọa độ trong không gian

Câu 38 (THQG 2019-Mã đề 104). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 4x+3y+z-1 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n}_4 = (3; 1; -1)$. **B.** $\overrightarrow{n}_3 = (4; 3; 1)$. **C.** $\overrightarrow{n}_2 = (4; -1; 1)$. **D.** $\overrightarrow{n}_1 = (4; 3; -1)$.

Lời giải.

$(P)\colon 4x + 3y + z - 1 = 0$.
Véc-tơ $\overrightarrow{n}_3 = (4; 3; 1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P).
Chọn đáp án B □

Câu 39 (THQG 2019-Mã đề 104). Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; 1; -1)$ trên trục Oy có tọa độ là

A. $(0; 1; 0)$. **B.** $(3; 0; 0)$. **C.** $(0; 0; -1)$. **D.** $(3; 0; -1)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; 1; -1)$ trên trục Oy có tọa độ là $(0; 1; 0)$.
Chọn đáp án A □

Câu 40 (THQG 2019-Mã đề 104). Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y+1}{-2} = \dfrac{z-5}{3}$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\overrightarrow{u_1} = (3; -1; 5)$. **B.** $\overrightarrow{u_3} = (2; 6; -4)$. **C.** $\overrightarrow{u_4} = (-2; -4; 6)$. **D.** $\overrightarrow{u_2} = (1; -2; 3)$.

Lời giải.

Ta thấy đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương có tọa độ $\overrightarrow{u_2} = (1; -2; 3)$.
Chọn đáp án D □

Câu 41 (THQG 2019-Mã đề 104). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 2z - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. 9. **B.** 3. **C.** 15. **D.** $\sqrt{7}$.

Lời giải.

Ta có $R = \sqrt{1^2 + (-1)^2 - (-7)} = 3$.

Chọn đáp án B □

Câu 42 (THQG 2019-Mã đề 104). Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $6x - 2y - 2z - 1 = 0$. **B.** $3x + y + z - 6 = 0$.

C. $x + y + 2z - 6 = 0$. **D.** $3x - y - z = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có véctơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB} = (-6;2;2)$ và đi qua trung điểm $I(1;1;2)$ của đoạn thẳng AB. Do đó, phương trình mặt phẳng đó là

$$-6(x-1) + 2(y-1) + 2(z-2) = 0 \Leftrightarrow -6x + 2y + 2z = 0 \Leftrightarrow 3x - y - z = 0.$$

Chọn đáp án D □

Câu 43 (THQG 2019-Mã đề 104). Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;-1;0)$, $B(1;2;1)$, $C(3;-2;0)$ và $D(1;1;-3)$. Đường thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -2 - 3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1;3;1)$; $\overrightarrow{AC} = (1;-1;0)$; $\vec{n}_{(ABC)} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (1;1;-2)$.

Đường thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên có véc-tơ chỉ phương là:

$\vec{n}_{(ABC)} = (1;1;-2)$ vậy phương trình tham số là: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -3 - 2t. \end{cases}$

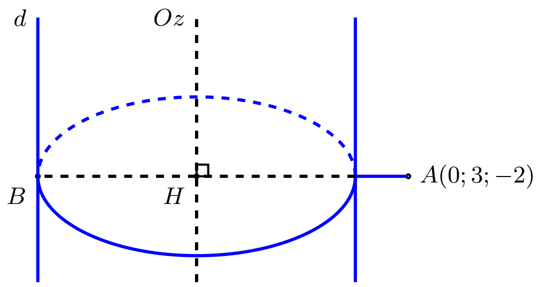
Đường thẳng này cũng chính là $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = -1 - 2t. \end{cases}$

Chọn đáp án A □

Câu 44 (THQG 2019-Mã đề 104). Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;3;-2)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 2. Khi khoảng cách từ A đến d lớn nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(-2;0;-3)$. **B.** $M(0;8;-5)$. **C.** $N(0;2;-5)$. **D.** $P(0;-2;-5)$.

Lời giải.



Do đường thẳng $d \parallel Oz$ nên d nằm trên mặt trụ có trục là Oz và bán kính trụ là $R = 2$.
Gọi H là hình chiếu của A trên trục Oz, suy ra tọa độ $H(0; 0; -2)$.
Do đó $d(A, Oz) = AH = 3$.
Gọi B là điểm thuộc đường thẳng AH sao cho $\overrightarrow{AH} = \dfrac{3}{5}\overrightarrow{AB}$. Suy ra $B(0; -2; -2)$.
Vậy $\mathrm{d}(A,\, d)_{\max} = 5 \Leftrightarrow d$ là đường thẳng đi qua B và song song với Oz.

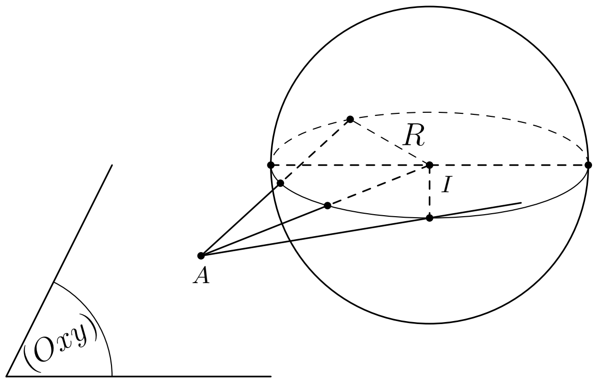
Phương trình tham số của d: $\begin{cases} x = 0 \\ y = -2 \\ z = -2 + t. \end{cases}$

Kết luận: d đi qua điểm $P(0; -2; -5)$.
Chọn đáp án D □

Câu 45 (THQG 2019-Mã đề 104). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 5$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a, b, c)$ (a, b, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

A. 12. **B.** 16. **C.** 20. **D.** 8.

Lời giải.



Mặt cầu có tâm $I(0; 0; 1)$, bán kính $R = \sqrt{5}$.
Vì $A \in (Oxy)$ nên $c = 0$. Các giao tuyến của A đến mặt cầu (nếu $IA > R$) tạo nên một mặt nón tâm A, để mặt nón này có hai đường sinh vuông góc thì góc của mặt nón này phải $\geq 90°$ hay $IA \leq R\sqrt{2}$.
Vậy $R \leq IA \leq R\sqrt{2} \Leftrightarrow 5 \leq a^2 + b^2 + 1 \leq 10 \Leftrightarrow 4 \leq a^2 + b^2 \leq 9$
Ta có các bộ số thỏa mãn $(0; \pm 2)\,; (0; \pm 3)\,; (\pm 1; \pm 2)\,; (\pm 2; \pm 2)\,; (\pm 2; \pm 1)\,; (\pm 2; 0)\,; (\pm 3; 0)$, 20 bộ số.
Chọn đáp án C □

4.8 Đại số & Giải tích 11 - Chương 2: Tổ hợp-xác suất

Câu 46 (THQG 2019-Mã đề 104). Số cách chọn 2 học sinh từ 8 học sinh là

A. C_8^2. **B.** 8^2. **C.** A_8^2. **D.** 2^8.

Lời giải.

Số cách chọn 2 học sinh từ 8 học sinh là: C_8^2.
Chọn đáp án A □

Câu 47 (THQG 2019-Mã đề 104). Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 23 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

A. $\dfrac{11}{23}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{265}{529}$. **D.** $\dfrac{12}{23}$.

Lời giải.

Trong 23 số nguyên dương đầu tiên, có 12 số lẻ và 11 số chẵn.
Chọn 2 số khác nhau từ 23 số, có C_{23}^2 cách chọn nên số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{23}^2$.
Gọi A là biến cố: "Chọn được hai số có tổng là một số chẵn".
Để hai số được chọn có tổng là một số chẵn thì hai số đó phải cùng chẵn hoặc cùng lẻ.
+ Trường hợp 1: Chọn hai số chẵn khác nhau từ 11 số chẵn, có C_{11}^2 cách chọn.
+ Trường hợp 2: Chọn hai số lẻ khác nhau từ 12 số lẻ, có C_{12}^2 cách chọn.
Do đó $n(A) = \mathrm{C}_{11}^2 + \mathrm{C}_{12}^2$.
Xác suất cần tính là $p(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{\mathrm{C}_{11}^2 + \mathrm{C}_{12}^2}{\mathrm{C}_{23}^2} = \dfrac{11}{23}$.
Chọn đáp án A □

4.9 Đại số & Giải tích 11 - Chương 3: Dãy số-Cấp số cộng, cấp số nhân

Câu 48 (THQG 2019-Mã đề 104). Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 1$ và $u_2 = 4$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

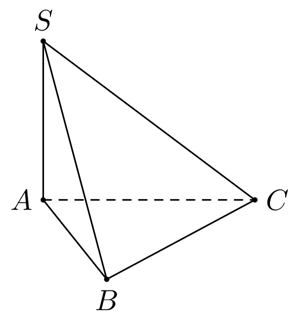
A. 5. **B.** 4. **C.** -3. **D.** 3.

Lời giải.
Vì (u_n) là cấp số cộng nên $u_2 = u_1 + d \Leftrightarrow d = u_2 - u_1 = 4 - 1 = 3$.
Chọn đáp án D □

4.10 Hình học 11 - Chương 3: Vectơ trong không gian. Quan hệ vuông góc trong không gian

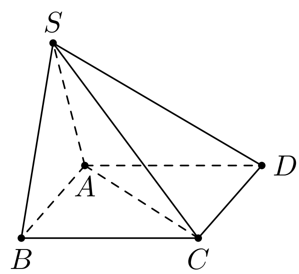
Câu 49 (THQG 2019-Mã đề 104).
Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = 2a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AB = a\sqrt{2}$. (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.



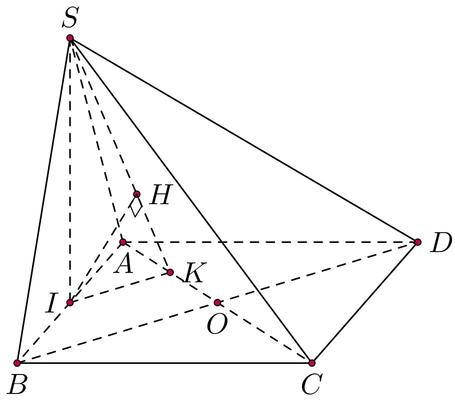
Lời giải.
Ta có $\begin{cases} SC \cap (ABC) = \{C\} \\ SA \perp (ABC) \end{cases} \Rightarrow \widehat{(SC, (ABC))} = \widehat{(SC, AC)} = \widehat{SCA}$.
Mà $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{2a^2 + 2a^2} = 2a = SA$ nên ΔSAC vuông cân tại A.
Vậy $\widehat{SCA} = 45°$.
Chọn đáp án B □

Câu 50 (THQG 2019-Mã đề 104).
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh hoạ như hình bên). Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng



A. $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{21}a}{28}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{21}a}{7}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{21}a}{14}$.

Lời giải.



Gọi O là giao điểm của AC và BD, I là trung điểm của AB.
Kẻ $IK \parallel BD, K \in AC$; kẻ $IH \perp SK, H \in SK$ (1).
Do $(SAB) \perp (ABCD)$ và tam giác SAB đều nên
$SI \perp (ABCD) \Rightarrow SI \perp AC$.
Lại có $IK \perp AC$, suy ra $AC \perp (SIK) \Rightarrow AC \perp IH$ (2)
Từ (1) và (2) suy ra $IH \perp (SAC)$.
Suy ra IH là khoảng cách từ I đến đến mặt phẳng (SAC).
Ta có $IK = \dfrac{1}{2}BO = \dfrac{\sqrt{2}a}{4}$, tam giác SIK vuông tại I nên

$$\frac{1}{IH^2} = \frac{1}{SI^2} + \frac{1}{IK^2} = \frac{28}{3a^2} \Rightarrow IH = \frac{\sqrt{3}a}{2\sqrt{7}}.$$

Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng hai lần khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SAC) nên khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) là $d = \dfrac{\sqrt{21}a}{7}$.

Chọn đáp án C □

ĐÁP ÁN

1. B	2. A	3. C	4. B	5. C	6. A	7. B	8. B	9. A	10. B
11. C	12. C	13. A	14. A	15. D	16. A	17. D	18. B	19. B	20. B
21. C	22. A	23. C	24. D	25. B	26. C	27. B	28. A	29. D	30. C
31. B	32. D	33. A	34. C	35. C	36. C	37. D	38. B	39. A	40. D
41. B	42. D	43. A	44. D	45. C	46. A	47. A	48. D	49. B	50. C

5 Đề minh họa THQG 2019

NỘI DUNG ĐỀ

5.1 Giải tích 12 - Chương 1: Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

Câu 1 (Đề minh họa 2019). Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 1. **B**. 2. **C**. 0. **D**. 5.

Lời giải.

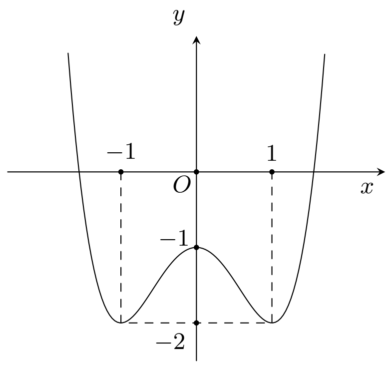
Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 5.

Chọn đáp án D □

Câu 2 (Đề minh họa 2019).

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B**. $(-\infty;-1)$. **C**. $(-1;1)$. **D**. $(-1;0)$.



Lời giải.

Hàm số đồng biến trên khoảng nào thì đồ thị có hướng đi lên trên khoảng đó.

Dựa vào đồ thị đã cho, ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

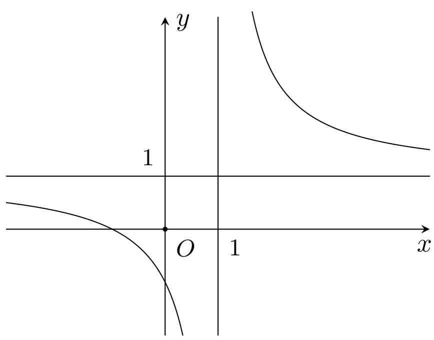
Chọn đáp án D □

Câu 3 (Đề minh họa 2019).

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$. **B**. $y = \dfrac{x+1}{x-1}$.

C. $y = x^4 + x^2 + 1$. **D**. $y = x^3 - 3x - 1$.



Lời giải.

Đường cong có đường tiệm cận đứng $x = 1$ và tiệm cận ngang $y = 1$ nên nó không thể là đồ thị của hàm đa thức. Ta xét các trường hợp sau:

① Xét $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$, có

$\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2x-1}{x-1} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x-1}{x-1} = 2 \Rightarrow y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số. Do đó đường cong trên không thể là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$.

② Xét $y=\dfrac{x+1}{x-1}$, có

$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+1}{x-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{x-1}=1\Rightarrow y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

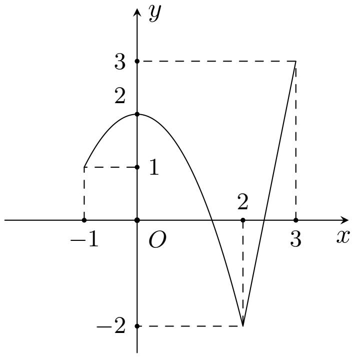
$\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x+1}{x-1}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{x+1}{x-1}=-\infty\Rightarrow x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Do đó đường cong trên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

Chọn đáp án B □

Câu 4 (Đề minh họa 2019).
Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục tên đoạn $[-1;3]$ có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị của $M-m$ bằng

A. 0. **B**. 1. **C**. 4. **D**. 5.



Lời giải.
Dựa vào đồ thị ta có $M=3$, $m=-2$. Do đó $M-m=5$.

Chọn đáp án D □

Câu 5 (Đề minh họa 2019). Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+2)^3$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B**. 2. **C**. 5. **D**. 1.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-2\end{array}\right.$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘		↗		↘		↗	

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số có ba điểm cực trị.

Chọn đáp án A □

Câu 6 (Đề minh họa 2019). Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$	‖	$+$	
y	2	↗	$+\infty$ ‖ 3	↗	5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B**. 1. **C**. 3. **D**. 2.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta có

— $\lim\limits_{x\to-\infty} y = 2$ suy ra $y = 2$ là tiệm cận ngang.

— $\lim\limits_{x\to+\infty} y = 5$ suy ra $y = 5$ là tiệm cận ngang.

— $\lim\limits_{x\to1^-} y = +\infty$ suy ra $x = 1$ là tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số tổng cộng có 3 đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng.

Chọn đáp án C □

Câu 7 (Đề minh họa 2019). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

A. 4. **B**. 3. **C**. 2. **D**. 1.

Lời giải.

$2f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\dfrac{3}{2}$.

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -\dfrac{3}{2}$.

Mà $-2 < -\dfrac{3}{2} < 1$ nên số nghiệm thực của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là 4.

Chọn đáp án A □

Câu 8 (Đề minh họa 2019). Tập hợp các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -x^3 - 6x^2 + (4m - 9)x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ là

A. $(-\infty; 0]$. **B**. $\left[-\dfrac{3}{4}; +\infty\right)$. **C**. $\left(-\infty; -\dfrac{3}{4}\right]$. **D**. $[0; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $y' = -3x^2 - 12x + 4m - 9$.

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ khi và chỉ khi $y' \le 0$, $\forall x \in (-\infty; -1)$

$$\Leftrightarrow -3x^2 - 12x + 4m - 9 \le 0 \Leftrightarrow 4m \le 3x^2 + 12x + 9,\ \forall x \in (-\infty; -1).$$

Đặt $g(x) = 3x^2 + 12x + 9 \Rightarrow g'(x) = 6x + 12$. Giải $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ trên $(-\infty; -1)$.

x	$-\infty$		-2		-1
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0

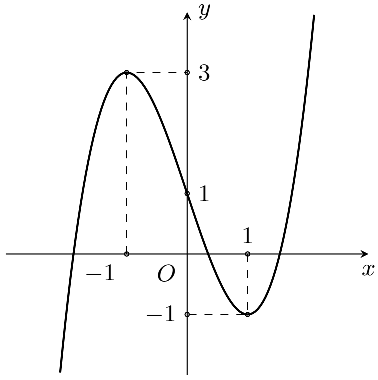
Dựa vào bảng biến thiên suy ra $4m \le g(x), \forall x \in (-\infty; -1) \Leftrightarrow 4m \le -3 \Leftrightarrow m \le -\dfrac{3}{4}$.

Chọn đáp án C □

Câu 9 (Đề minh họa 2019).

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(\sin x) = m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ là

A. $[-1; 3)$. **B.** $(-1; 3)$. **C.** $(-1; 3)$. **D.** $[-1; 1)$.

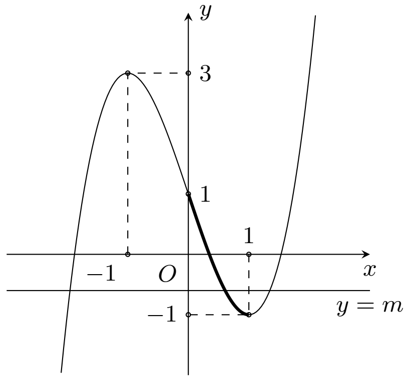


Lời giải.

Đặt $t = \sin x$. Với $x \in (0; \pi)$ thì $t \in (0; 1]$.

Do đó phương trình $f(\sin x) = m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ khi và chỉ khi phương trình $f(t) = m$ có nghiệm thuộc nửa khoảng $(0; 1]$.

Quan sát đồ thị ta suy ra điều kiện của tham số m là $m \in [-1; 1)$.



Chọn đáp án D □

Câu 10 (Đề minh họa 2019). Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = 3f(x+2) - x^3 + 3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(1; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -1)$. **C.** $(-1; 0)$. **D.** $(0; 2)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3 \cdot [f'(x+2) + (1 - x^2)]$.

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra

$$f'(x+2) \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1 \le x+2 \le 3 \\ x+2 \ge 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1 \le x \le 1 \\ x \ge 2. \end{array}\right.$$

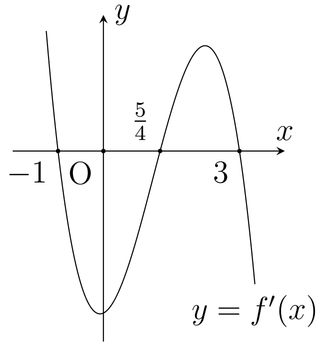
Xét trên khoảng $(-1; 1)$, ta có

$$\begin{cases} f'(x+2) \ge 0 \\ 1 - x^2 > 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x+2) + (1 - x^2) > 0 \Rightarrow y' > 0, \forall x \in (-1; 1).$$

Do đó, hàm số $y = 3f(x+2) - x^3 + 3x$ đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Chọn đáp án C □

Câu 11 (Đề minh họa 2019). Cho hàm số $f(x) = mx^4 + nx^3 + px^2 + qx + r$ $(m, n, p, q, r \in \mathbb{R})$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tập nghiệm của phương trình $f(x) = r$ có số phần tử là



A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 4mx^3 + 3nx^2 + 2px + q$ (1).

Dựa vào đồ thị $y = f'(x)$ ta thấy phương trình $f'(x) = 0$ có ba nghiệm đơn là $-1, \frac{5}{4}, 3$.

Do đó $f'(x) = m(x+1)(4x-5)(x-3)$ và $m \neq 0$ hay $f'(x) = 4mx^3 - 13mx^2 - 2mx + 15m$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $n = -\frac{13}{3}m$, $p = -m$ và $q = 15m$. Khi đó

$$\begin{aligned} f(x) = r &\Leftrightarrow mx^4 + nx^3 + px^2 + qx = 0 \\ &\Leftrightarrow x^4 - \frac{13}{3}x^3 - x^2 + 15x = 0 \\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 3 \\ x = -\frac{5}{3}. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình $f(x) = r$ là $S = \left\{-\frac{5}{3}; 0; 3\right\}$.

Chọn đáp án B □

5.2 Giải tích 12 - Chương 2: Hàm số lũy thừa, hàm số mũ và hàm số lôgarit

Câu 12 (Đề minh họa 2019). Đặt $\log_3 2 = a$, khi đó $\log_{16} 27$ bằng

A. $\frac{3a}{4}$. **B.** $\frac{3}{4a}$. **C.** $\frac{4}{3a}$. **D.** $\frac{4a}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\log_{16} 27 = \log_{2^4} 3^3 = \frac{3}{4}\log_2 3 = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{\log_3 2} = \frac{3}{4a}$.

Chọn đáp án B □

Câu 13 (Đề minh họa 2019). Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-2x} < 27$ là

A. $(-\infty; -1)$. **B.** $(3; +\infty)$.

C. $(-1; 3)$. **D.** $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải.

$3^{x^2-2x} < 27 \Leftrightarrow 3^{x^2-2x} < 3^3 \Leftrightarrow x^2 - 2x < 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3$.

Chọn đáp án C □

Câu 14 (Đề minh họa 2019). Hàm số $f(x) = \log_2(x^2 - 2x)$ có đạo hàm là

A. $f'(x) = \frac{\ln 2}{x^2 - 2x}$. **B.** $f'(x) = \frac{1}{(x^2 - 2x)\ln 2}$.

C. $f'(x) = \frac{(2x-2)\ln 2}{x^2 - 2x}$. **D.** $f'(x) = \frac{2x - 2}{(x^2 - 2x)\ln 2}$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = \dfrac{(x^2-2x)'}{(x^2-2x)\ln 2} = \dfrac{2x-2}{(x^2-2x)\ln 2}$.

Chọn đáp án D □

Câu 15 (Đề minh họa 2019). Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3(7-3^x) = 2-x$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 7. **D.** 3.

Lời giải.

$\log_3(7-3^x) = 2-x \Leftrightarrow 7-3^x = 3^{2-x} \Leftrightarrow 7-3^x = \dfrac{9}{3^x} \Leftrightarrow (3^x)^2 - 7\cdot 3^x + 9 = 0.\quad (*)$

Phương trình $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn $\begin{cases} 3^{x_1} + 3^{x_2} = 7 \\ 3^{x_1}\cdot 3^{x_2} = 9 \end{cases} \Rightarrow 3^{x_1+x_2} = 3^2 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 2.$

Chọn đáp án A □

Câu 16 (Đề minh họa 2019). Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Bất phương trình $f(x) < \mathrm{e}^x + m$ đúng với mọi $x \in (-1;1)$ khi và chỉ khi

A. $m \geq f(1) - \mathrm{e}$. **B.** $m > f(-1) - \dfrac{1}{\mathrm{e}}$. **C.** $m \geq f(-1) - \dfrac{1}{\mathrm{e}}$. **D.** $m > f(1) - \mathrm{e}$.

Lời giải.

$f(x) < \mathrm{e}^x + m \Leftrightarrow f(x) - \mathrm{e}^x < m$.

Xét $h(x) = f(x) - \mathrm{e}^x, \forall x \in (-1;1)$.

$h'(x) = f'(x) - \mathrm{e}^x < 0, \forall x \in (-1;1)$ (Vì $f'(x) < 0, \forall x \in (-1;1)$ và $\mathrm{e}^x > 0, \forall x \in (-1;1)$).

$\Rightarrow h(x)$ nghịch biến trên $(-1;1) \Rightarrow h(-1) > h(x) > h(1), \forall x \in (-1;1)$.

Bất phương trình $f(x) < \mathrm{e}^x + m$ đúng với mọi $x \in (-1;1) \Leftrightarrow m \geq h(-1) \Leftrightarrow m \geq f(-1) - \dfrac{1}{\mathrm{e}}$.

Chọn đáp án C □

Câu 17 (Đề minh họa 2019). Ông A vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất 1%/tháng. Ông ta muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi tháng là như nhau và ông A trả hết nợ sau đúng 5 năm kể từ ngày vay. Biết rằng mỗi tháng ngân hàng chỉ tính lãi trên số dư nợ thực tế của tháng đó. Hỏi số tiền mỗi tháng ông ta cần trả cho ngân hàng gần nhất với số tiền nào dưới đây?

A. 2,22 triệu đồng. **B.** 3,03 triệu đồng. **C.** 2,25 triệu đồng. **D.** 2,20 triệu đồng.

Lời giải.

Gọi số tiền vay ban đầu là M, số tiền hoàn nợ mỗi tháng là m, lãi suất một tháng là r.

Hết tháng thứ nhất, số tiền cả vốn lẫn lãi ông A nợ ngân hàng là $M + Mr = M(1+r)$.

Ngay sau đó ông A hoàn nợ số tiền m nên số tiền để tính lãi cho tháng thứ hai là $M(1+r) - m$.

Do đó hết tháng thứ hai, số tiền cả vốn lẫn lãi ông A nợ ngân hàng là

$$[M(1+r)-m](1+r)=M(1+r)^2-m(1+r).$$

Ngay sau đó ông A lại hoàn nợ số tiền m nên số tiền để tính lãi cho tháng thứ ba là

$$M(1+r)^2-m(1+r)-m.$$

Do đó hết tháng thứ ba, số tiền cả vốn lẫn lãi ông A nợ ngân hàng là

$$\left[M(1+r)^2-m(1+r)-m\right](1+r)=M(1+r)^3-m(1+r)^2-m(1+r)-m.$$

Cứ tiếp tục lập luận như vậy ta thấy sau tháng thứ n, $n\geq 2$, số tiền cả vốn lẫn lãi ông A nợ ngân hàng là

$$M(1+r)^n-m(1+r)^{n-1}-m(1+r)^{n-2}-\ldots-m(1+r)-m=M(1+r)^n-\frac{m\left[(1+r)^n-1\right]}{r}.$$

Sau tháng thứ n trả hết nợ thì ta có

$$M(1+r)^n-\frac{m\left[(1+r)^{n-1}-1\right]}{r}=0\Leftrightarrow m=\frac{M(1+r)^n r}{(1+r)^n-1}.$$

Thay số với $M=100.000.000$, $r=1\%$, $n=5\times 12=60$ ta được $m\approx 2,22$ (triệu đồng).

Chọn đáp án A □

Câu 18 (Đề minh họa 2019). Với a và b là hai số thực dương tùy ý, $\log\left(ab^2\right)$ bằng

A. $2\log a+\log b$. **B.** $\log a+2\log b$. **C.** $2(\log a+\log b)$. **D.** $\log a+\frac{1}{2}\log b$.

Lời giải.

Ta có $\log\left(ab^2\right)=\log a+\log b^2=\log a+2\log b$.

Chọn đáp án B □

Câu 19 (Đề minh họa 2019). Tập nghiệm của phương trình $\log_2\left(x^2-x+2\right)=1$ là

A. $\{0\}$. **B.** $\{0;1\}$. **C.** $\{-1;0\}$. **D.** $\{1\}$.

Lời giải.

Điều kiện: $x^2-x+2>0$, đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

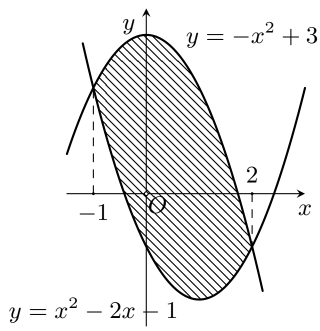
Ta có $\log_2\left(x^2-x+2\right)=1\Leftrightarrow x^2-x+2=2\Leftrightarrow x(x-1)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=1.\end{array}\right.$

Chọn đáp án B □

5.3 Giải tích 12 - Chương 3: Nguyên hàm. Tích phân và ứng dụng

Câu 20 (Đề minh họa 2019).

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $\int_{-1}^{2}\left(2x^2-2x-4\right)\mathrm{d}x$. **B.** $\int_{-1}^{2}(-2x+2)\,\mathrm{d}x$.

C. $\int_{-1}^{2}(2x-2)\,\mathrm{d}x$. **D.** $\int_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải.

$$S=\int_{-1}^{2}\left[\left(-x^2+3\right)-\left(x^2-2x-1\right)\right]\,\mathrm{d}x=\int_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)\,\mathrm{d}x.$$

Chọn đáp án D □

Câu 21 (Đề minh họa 2019). Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=4x(1+\ln x)$ là

A. $2x^2\ln x+3x^2$. **B**. $2x^2\ln x+x^2$. **C**. $2x^2\ln x+3x^2+C$. **D**. $2x^2\ln x+x^2+C$.

Lời giải.

Đặt $\begin{cases}u=1+\ln x\\ \mathrm{d}v=4x\,\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\dfrac{1}{x}\,\mathrm{d}x\\ v=2x^2.\end{cases}$

Khi đó $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=2x^2(1+\ln x)-\int 2x\,\mathrm{d}x=2x^2(1+\ln x)-x^2+C=2x^2\ln x+x^2+C.$

Chọn đáp án D □

Câu 22 (Đề minh họa 2019). Cho $\displaystyle\int\limits_0^1\frac{x\,\mathrm{d}x}{(x+2)^2}=a+b\ln 2+c\ln 3$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Giá trị của $3a+b+c$ bằng

A. -2. **B**. -1. **C**. 2. **D**. 1.

Lời giải.

Ta có

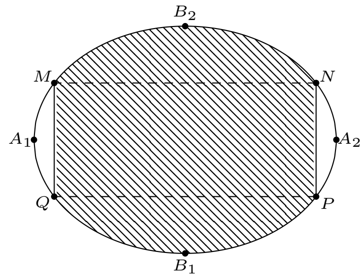
$$\begin{aligned}\int\limits_0^1\frac{x\,\mathrm{d}x}{(x+2)^2}&=\int\limits_0^1\frac{1}{x+2}\,\mathrm{d}x-\int\limits_0^1\frac{2}{(x+2)^2}\,\mathrm{d}x\\&=\ln|x+2|\Big|_0^1+\frac{2}{x+2}\Big|_0^1=\ln 3-\ln 2-\frac{1}{3}.\end{aligned}$$

Nên $a=-\dfrac{1}{3}$, $b=-1$, $c=1$. Suy ra $3a+b+c=-1$.

Chọn đáp án B □

Câu 23 (Đề minh họa 2019). Một biển quảng cáo có dạng hình elip với bốn đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 như hình vẽ bên.

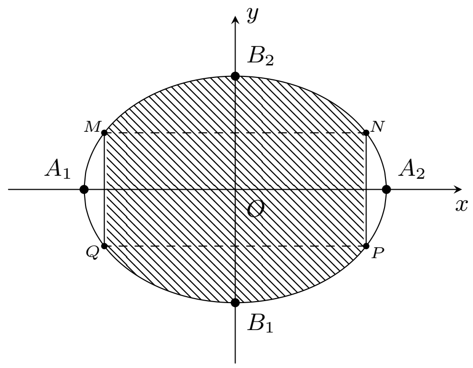
Biết chi phí để sơn phần tô đậm là 200.000 đồng/m^2 và phần còn lại là 100.000 đồng/m^2. Hỏi số tiền để sơn theo cách trên gần nhất với số tiền nào dưới đây, biết $A_1A_2=8$m, $B_1B_2=6$m và tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật có $MQ=3$ m?



A. 7.322.000 đồng. **B**. 7.213.000 đồng. **C**. 5.526.000 đồng. **D**. 5.782.000 đồng.

Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho trục hoành trùng với trục lớn, trục tung trùng với trục bé của biển quảng cáo.



Khi đó, đường viền của biển quảng cáo có phương trình của dạng elip sau $(E): \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$.

Theo giả thiết ta có $\begin{cases}A_1A_2=8\\B_1B_2=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2a=8\\2b=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=4\\b=3\end{cases}\Rightarrow$

$(E): \dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1\Rightarrow y=\pm\dfrac{3}{4}\sqrt{16-x^2}$.

Ta có: $MQ=3\Rightarrow\begin{cases}M=d\cap(E)\\N=d\cap(E)\end{cases}$ với $d\colon y=\dfrac{3}{2}\Rightarrow M\left(-2\sqrt{3};\dfrac{3}{2}\right)$ và $N\left(2\sqrt{3};\dfrac{3}{2}\right)$.

Do Elip nhận trục Ox và Oy làm trục đối xứng nên diện tích phần tô màu gấp 4 diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y=\dfrac{3}{4}\sqrt{16-x^2}$ và các đường thẳng $x=2\sqrt{3}$, trục tung, trục hoành, chính là

$S=4\displaystyle\int\limits_0^{2\sqrt{3}}\left(\frac{3}{4}\sqrt{16-x^2}\right)\mathrm{d}x=3\int\limits_0^{2\sqrt{3}}\left(\sqrt{16-x^2}\right)\mathrm{d}x$.

Đặt $x=4\sin t$, khi đó $\mathrm{d}x=4\cos t\,\mathrm{d}t$. Và với $x=0\Rightarrow t=0$; với $x=2\sqrt{3}\Rightarrow t=\dfrac{\pi}{3}$.

$S=3\displaystyle\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\left(\sqrt{16-16\sin^2 t}\cdot 4\cdot\cos t\right)\mathrm{d}t=48\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\left(\cos^2 t\right)\mathrm{d}t=24\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}(1+\cos 2t)\,\mathrm{d}t=(24t+12\sin 2t)\Big|_0^{\frac{\pi}{3}}=$ $8\pi+6\sqrt{3}\ \mathrm{m}^2$.

Số tiền để sơn theo yêu cầu bài toán là $T=100.000\times\left(4\pi-6\sqrt{3}\right)+200.000\times\left(8\pi+6\sqrt{3}\right)\approx 7.322.000$ đồng.

Chọn đáp án A □

Câu 24 (Đề minh họa 2019). Cho $\displaystyle\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=2$ và $\displaystyle\int\limits_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x=5$, khi đó $\displaystyle\int\limits_0^1[f(x)-2g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

A. -3. **B.** 12. **C.** -8. **D.** 1.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int\limits_0^1[f(x)-2g(x)]\,\mathrm{d}x=\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x-2\int\limits_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x=2-2\cdot5=-8$.

Chọn đáp án C □

Câu 25 (Đề minh họa 2019). Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^x+x$ là

A. e^x+x^2+C. **B.** $\mathrm{e}^x+\dfrac{1}{2}x^2+C$.

C. $\dfrac{1}{x+1}\mathrm{e}^x+\dfrac{1}{2}x^2+C$. **D.** e^x+1+C.

Lời giải.

Ta có

$$\int f(x)\,\mathrm{d}x=\int(\mathrm{e}^x+x)\,\mathrm{d}x=\int\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x+\int x\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+\frac{1}{2}x^2+C,\ \text{với } C \text{ là hằng số.}$$

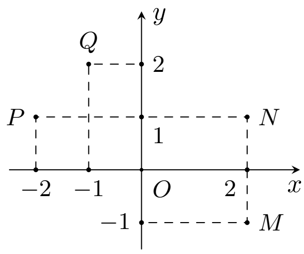
Chọn đáp án B □

5.4 Giải tích 12 - Chương 4: Số phức

Câu 26 (Đề minh họa 2019).

Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức $z = -1 + 2i$?

A. N. **B.** P. **C.** M. **D.** Q.



Lời giải.

Vì $z = -1 + 2i$ nên điểm biểu diễn của số phức z có tọa độ $(-1; 2)$.

Chọn đáp án D □

Câu 27 (Đề minh họa 2019). Tìm các số thực a và b thỏa mãn $2a + (b + i)i = 1 + 2i$ với i là đơn vị ảo.

A. $a = 0$, $b = 2$. **B.** $a = \frac{1}{2}$, $b = 1$. **C.** $a = 0$, $b = 1$. **D.** $a = 1$, $b = 2$.

Lời giải.

Ta có $2a + (b + i)i = 1 + 2i \Leftrightarrow 2a - 1 + bi = 1 + 2i \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 1 = 1 \\ b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2. \end{cases}$

Chọn đáp án D □

Câu 28 (Đề minh họa 2019). Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 3z + 5 = 0$. Giá trị của $|z_1| + |z_2|$ bằng

A. $2\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 3. **D.** 10.

Lời giải.

$$z^2 - 3z + 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = \dfrac{3 + \sqrt{11}i}{2} \\ z = \dfrac{3 - \sqrt{11}i}{2} \end{array}\right. \Rightarrow |z_1| = |z_2| = \sqrt{5} \Rightarrow |z_1| + |z_2| = 2\sqrt{5}.$$

Chọn đáp án A □

Câu 29 (Đề minh họa 2019). Xét số phức z thỏa mãn $(z + 2i)(\overline{z} + 2)$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là một đường tròn, tâm đường tròn đó có tọa độ là

A. $(1; -1)$. **B.** $(1; 1)$. **C.** $(-1; 1)$. **D.** $(-1; -1)$.

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$, ta có

$$(z + 2i)(\overline{z} + 2) = [a + (b + 2)i][(a + 2) - bi] = [a(a + 2) + b(b + 2)] + [(a + 2)(b + 2) - ab]i.$$

$(z + 2i)(\overline{z} + 2)$ là số thuần ảo $\Leftrightarrow a(a + 2) + b(b + 2) = 0 \Leftrightarrow (a + 1)^2 + (b + 1)^2 = 2$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của z là một đường tròn có phương trình $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 2$ có tâm $I(-1; -1)$.

Chọn đáp án D □

Câu 30 (Đề minh họa 2019). Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|^2 = 2|z + \overline{z}| + 4$ và $|z - 1 - i| = |z - 3 + 3i|$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$ $(x; y \in \mathbb{R})$.

$$|z|^2 = 2|z + \overline{z}| + 4 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 4|x| + 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x^2 + y^2 - 4x - 4 = 0,\ x \geq 0 & (1) \\ x^2 + y^2 + 4x - 4 = 0,\ x < 0 & (2). \end{array}\right.$$

Theo đề ta có

$$\begin{aligned}|z-1-i|=|z-3+3i| &\Leftrightarrow (x-1)^2+(y-1)^2=(x-3)^2+(y+3)^2\\ &\Leftrightarrow 4x=8y+16\\ &\Leftrightarrow x=2y+4 \quad (3).\end{aligned}$$

+ Thay (3) vào (1) ta được

$$(2y+4)^2+y^2-4(2y+4)-4=0 \Leftrightarrow 5y^2+8y-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=\dfrac{2}{5} \Rightarrow x=\dfrac{24}{5} \text{ (nhận)}\\ y=-2 \Rightarrow x=0 \text{ (nhận)}.\end{array}\right.$$

+ Thay (3) vào (2) ta được

$$(2y+4)^2+y^2+4(2y+4)-4=0 \Leftrightarrow 5y^2+24y+28=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=-2 \Rightarrow x=0 \text{ (loại)}\\ y=-\dfrac{14}{5} \Rightarrow x=-\dfrac{8}{5} \text{ (nhận)}.\end{array}\right.$$

Vậy có 3 số phức thỏa điều kiện.

Chọn đáp án B □

5.5 Hình họa 12 - Chương 1: Khối đa diện

Câu 31 (Đề minh họa 2019). Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng

A. $8a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** a^3. **D.** $6a^3$.

Lời giải.

Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng $(2a)^3=8a^3$.

Chọn đáp án A □

Câu 32 (Đề minh họa 2019). Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

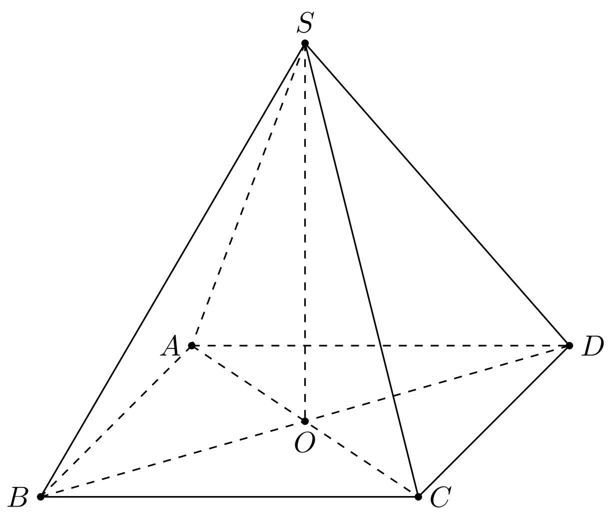
A. $\dfrac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{8a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{8\sqrt{2}a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm hai đường chéo. Do chóp tứ giác đều nên $SO\perp(ABCD)$.

Ta có $AC=BD=2a\sqrt{2}$. Suy ra $SO=\sqrt{SD^2-OD^2}=\sqrt{4a^2-2a^2}=\sqrt{2}a$.

Thể tích khối chóp là $V=\dfrac{1}{3}4a^2\cdot a\sqrt{2}=\dfrac{4\sqrt{2}a^3}{3}$.

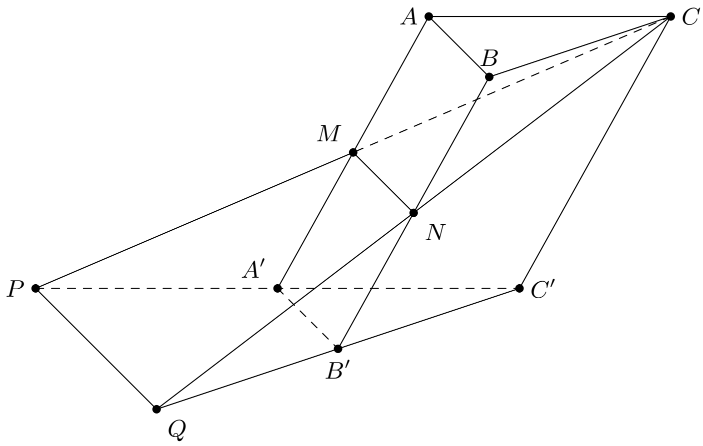


Chọn đáp án A □

Câu 33 (Đề minh họa 2019). Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 1. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AA' và BB'. Đường thẳng CM cắt đường thẳng $C'A'$ tại P, đường thẳng CN cắt đường thẳng $C'B'$ tại Q. Thể tích của khối đa diện lồi $A'MPB'NQ$ bằng

A. 1. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải.



Ta có $V_{C.ABNM} = \frac{1}{2}V_{C.A'B'BA} = \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{CMNA'B'C'} = \frac{2}{3}$.
Do M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AA', BB' nên A', B' lần lượt là trung điểm của các đoạn $C'P$, $C'Q$. Do vậy, tam giác $C'QP$ đồng dạng với tam giác $C'B'A'$ với tỉ số 2 nên $S_{\triangle C'QP} = 4\cdot S_{\triangle A'B'C'}$.
Suy ra

$$V_{C.CQP} = \frac{1}{3}\cdot \mathrm{d}\left(C,(A'B'C)\right)\cdot S_{\triangle C'QP} = 4\cdot\frac{1}{3}\mathrm{d}\left(C,(A'B'C)\right)\cdot S_{\triangle A'B'C} = 4\cdot V_{C.A'B'C} = \frac{4}{3}.$$

Khi đó

$$V_{A'MPB'NQ} = V_{C.C'PQ} - V_{CMNA'B'C} = \frac{4}{3} - \frac{2}{3} = \frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án D □

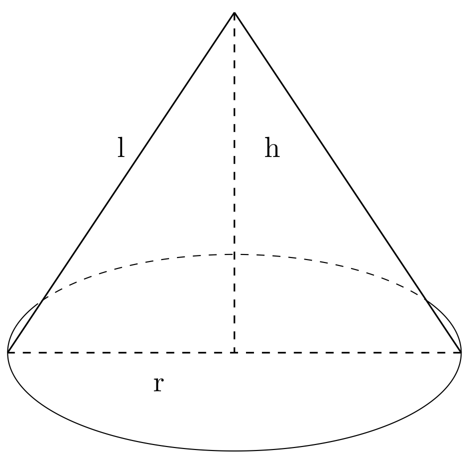
5.6 Hình họa 12 - Chương 2: Mặt nón, mặt trụ, mặt cầu

Câu 34 (Đề minh họa 2019). Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$. **C.** $\frac{2\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

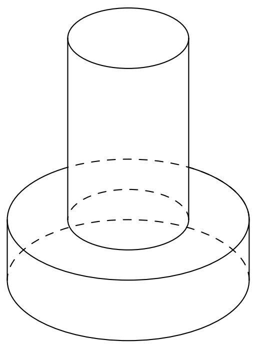
Ta có $l = 2a; r = a$, suy ra $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{3}a$.
Thể tích của khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.



Chọn đáp án A □

Câu 35 (Đề minh họa 2019).

Một khối đồ chơi gồm hai khối trụ (H_1), (H_2) xếp chồng lên nhau, lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là r_1, h_1, r_2, h_2 thỏa mãn $r_2 = \frac{1}{2}r_1$, $h_2 = 2h_1$ (tham khảo hình vẽ bên). Biết rằng thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng $30\,\text{cm}^3$, thể tích khối trụ (H_1) bằng



A. $24\,\text{cm}^3$. **B.** $15\,\text{cm}^3$. **C.** $20\,\text{cm}^3$. **D.** $10\,\text{cm}^3$.

Lời giải.

Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hai khối trụ (H_1), (H_2).

Ta có $V_2 = h_2\pi r_2^2 = 2h_1\pi\frac{1}{4}r_1^2 = \frac{1}{2}h_1\pi r_1^2 = \frac{1}{2}V_1$. Mà $V_1 + \frac{1}{2}V_1 = 30$ nên $V_1 = 20$.

Chọn đáp án C □

Câu 36 (Đề minh họa 2019). Thể tích khối cầu bán kính a bằng

A. $\frac{4\pi a^3}{3}$. **B.** $4\pi a^3$. **C.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **D.** $2\pi a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối cầu bán kính a là $V = \frac{4}{3}\pi a^3$.

Chọn đáp án A □

5.7 Hình họa 12 - Chương 3: Phương pháp tọa độ trong không gian

Câu 37 (Đề minh họa 2019). Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;2)$. Véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(1;2;3)$. **B.** $(-1;-2;3)$. **C.** $(3;5;1)$. **D.** $(3;4;1)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2-1;3-1;2+1) = (1;2;3)$.

Chọn đáp án A □

Câu 38 (Đề minh họa 2019). Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1;1;1)$ và $A(1;2;3)$. Phương trình của mặt cầu tâm I và đi qua A là

A. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2 = 29$. **B.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2 = 5$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2 = 25$. **D.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2 = 5$.

Lời giải.

Mặt cầu tâm $I(1;1;1)$, bán kính $R = IA = \sqrt{5}$ có phương trình là

$$(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2 = 5.$$

Chọn đáp án B □

Câu 39 (Đề minh họa 2019). Trong không gian $Oxyz$ khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P)\colon x+2y+2z-10=0$ và $(Q)\colon x+2y+2z-3=0$ bằng

A. $\frac{8}{3}$. **B.** $\frac{7}{3}$. **C.** 3. **D.** $\frac{4}{3}$.

Lời giải.

Xét thấy $(P) \parallel (Q)$.

Trên (P) lấy $M(0;0;5)$. Khi đó, khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là:

$$\mathrm{d}\left((P),(Q)\right) = \mathrm{d}\left(M,(Q)\right) = \frac{|0+2\cdot 0+2\cdot 5-3|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}} = \frac{7}{3}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 40 (Đề minh họa 2019). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z+1}{5}$.

B. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{-1}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-1}{-5}$.

D. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-4}{1}=\dfrac{z+5}{1}$.

Lời giải.

Phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x=t \\ y=-1+2t \\ z=2-t. \end{cases}$

Gọi A là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P). Khi đó, ta có hệ phương trình $\begin{cases} x=t \\ y=-1+2t \\ z=2-t \\ x+y+z-3=0 \end{cases} \Rightarrow$

$t+(-1+2t)+(2-t)-3=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow A(1;1;1)$.

Ta có đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_d=(1;2;-1)$, mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)}=(1;1;1)$.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và vuông góc với (P). Khi đó (Q) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(Q)}=\left[\vec{u}_d,\vec{n}_{(P)}\right]=(3;-2;-1)$.

Gọi đường thẳng Δ là hình chiếu vuông góc của d lên (P). Khi đó Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q).

Suy ra véc-tơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}_\Delta=\left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}\right]=(1;4;-5)$.

Vậy hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-1}{-5}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 41 (Đề minh họa 2019). Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;4)$, $B(-3;3;-1)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+2z-8=0$. Xét M là điểm thay đổi thuộc (P), giá trị nhỏ nhất của $2MA^2+3MB^2$ bằng

A. 135. **B.** 105. **C.** 108. **D.** 145.

Lời giải.

Gọi I là điểm thỏa mãn đẳng thức $2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}=\vec{0}$.

$$\Rightarrow \begin{cases} 2(x_I-2)+3(x_I+3)=0 \\ 2(y_I+2)+3(y_I-3)=0 \\ 2(z_I-4)+3(z_I+1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x_1+5=0 \\ 5y_1-5=0 \\ 5z_1-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1=-1 \\ y_1=1 \\ z_1=1 \end{cases} \Rightarrow I(-1;1;1).$$

Khi đó

$$\begin{aligned} 2MA^2+3MB^2 &= 2\overrightarrow{MA}^2+3\overrightarrow{MB}^2 \\ &= 2(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA})^2+3(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB})^2 \\ &= 5\overrightarrow{MI}^2+2\overrightarrow{MI}\cdot(2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB})+2\overrightarrow{IA}^2+3\overrightarrow{IB}^2=5MI^2+2IA^2+3IB^2. \end{aligned}$$

Vì A, B, I cố định nên $2MA^2+3MB^2$ nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất hay M là hình chiếu của điểm I trên mặt phẳng (P).

$\Rightarrow \exists k \in \mathbb{R}, \overrightarrow{IM} = k\overrightarrow{n}_{(P)} \Rightarrow \begin{cases} x_M = 2k - 1 \\ y_M = -k + 1 \\ z_M = 2k + 1. \end{cases}$

Mà $M \in (P) \Rightarrow 2(2k-1) - (-k+1) + 2(2k+1) - 8 = 0 \Leftrightarrow 9k - 9 = 0 \Leftrightarrow k = 1 \Rightarrow M(1;0;3)$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $2MA^2 + 3MB^2 = 5MI^2 + 2IA^2 + 3IB^2 = 135$.

Chọn đáp án A □

Câu 42 (Đề minh họa 2019). Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(2;1;3)$, mặt phẳng $(P)\colon 2x + 2y - z - 3 = 0$ và mặt cầu $(S)\colon (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 36$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua E, nằm trong (P) và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất. Phương trình của Δ là

A. $\begin{cases} x = 2 + 9t \\ y = 1 + 9t \\ z = 3 + 8t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 2 - 5t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 3 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;5)$ và bán kính $R = 6$.

$IE = \sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2} = \sqrt{6} < R$, suy ra điểm E nằm trong mặt cầu (S).

Gọi H là hình chiếu của I trên mặt phẳng (P), A và B là hai giao điểm của Δ với (S).

Khi đó, AB nhỏ nhất $\Leftrightarrow \mathrm{d}(J, \Delta)$ lớn nhất (với J là tâm đường tròn giao tuyến của (P) và (S)), mà $\mathrm{d}(J, \Delta) \leq EJ$.

Do đó AB nhỏ nhất $\Leftrightarrow AB \perp OE$, mà $AB \perp IH$ nên $AB \perp (HIE) \Rightarrow AB \perp IE$.

Suy ra: $\overrightarrow{u_\Delta} = \left[\overrightarrow{n_P}; \overrightarrow{EI}\right] = (5;-5;0) = 5(1;-1;0)$.

Vậy phương trình của Δ là $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 3 \end{cases}$.

Chọn đáp án C □

Câu 43 (Đề minh họa 2019). Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

A. $z = 0$. **B.** $x + y + z = 0$. **C.** $y = 0$. **D.** $x = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oxz) đi qua điểm $O(0;0;0)$ và nhận $\overrightarrow{j} = (0;1;0)$ là một véc-tơ pháp tuyến nên phương trình của mặt phẳng (Oxz) là $y = 0$.

Chọn đáp án C □

Câu 44 (Đề minh họa 2019). Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(2;-1;2)$. **B.** $M(-1;-2;-3)$. **C.** $P(1;2;3)$. **D.** $N(-2;1;-2)$.

Lời giải.

Thay lần lượt tọa độ các điểm đã cho vào phương trình của đường thẳng d, ta có

— Với $M(-1;-2;-3)$ thì $\dfrac{-1-1}{2} \neq \dfrac{-2-2}{-1}$, suy ra d không đi qua điểm M.

— Với $N(-2;1;-2)$ thì $\dfrac{-2-1}{2} \neq \dfrac{1-2}{-1}$, suy ra d không đi qua điểm N.

— Với $P(1;2;3)$ thì $\dfrac{1-1}{2} = \dfrac{2-2}{-1} = \dfrac{3-3}{2} = 0$, suy ra d đi qua điểm P.

— Với $Q(2;-1;2)$ thì $\dfrac{2-1}{2} \neq \dfrac{-1-2}{-1}$, suy ra d không đi qua điểm Q.

Chọn đáp án (C) □

5.8 Đại số & Giải tích 11 - Chương 2: Tổ hợp-xác suất

Câu 45 (Đề minh họa 2019). Có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có ba ghế. Xếp ngẫu nhiên 6 họa sinh, gồm 3 nam và 3 nữ ngồi vào hai dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một họa sinh ngồi. Xác suất để mỗi họa sinh nam đều ngồi đối diện với một họa sinh nữ bằng

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{1}{20}$. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{1}{10}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu là $6!$.

Xếp họa sinh nam thứ nhất có 6 cách, họa sinh nam thứ nhì có 4 cách, họa sinh nam thứ ba có 2 cách.

Xếp 3 họa sinh nữ vào 3 ghế còn lại có $3!$ cách.

Vậy xác suất là $\dfrac{6\cdot 4\cdot 2\cdot 3!}{6!}=\dfrac{288}{720}=\dfrac{2}{5}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 46 (Đề minh họa 2019). Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k\le n$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\mathrm{C}_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. **B.** $\mathrm{C}_n^k=\dfrac{n!}{k!}$. **C.** $\mathrm{C}_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$. **D.** $\mathrm{C}_n^k=\dfrac{k!(n-k)!}{n!}$.

Lời giải.

Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k\le n$, số tổ hợp chập k của n phần tử là C_n^k và $\mathrm{C}_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$.

Chọn đáp án (A) □

5.9 Đại số & Giải tích 11 - Chương 3: Dãy số-Cấp số cộng, cấp số nhân

Câu 47 (Đề minh họa 2019). Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=2$ và công sai $d=5$. Giá trị của u_4 bằng

A. 22. **B.** 17. **C.** 12. **D.** 250.

Lời giải.

Ta có $u_4=u_1+3d=2+3\cdot 5=17$.

Chọn đáp án (B) □

5.10 Hình họa 11 - Chương 3: Vectơ trong không gian. Quan hệ vuông góc trong không gian

Câu 48 (Đề minh họa 2019). Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(ABC'D')$ bằng

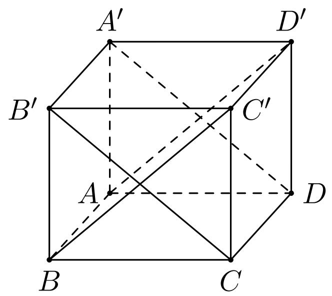
A. 30°. **B.** 60°. **C.** 45°. **D.** 90°.

Lời giải.

Ta có $CD \perp (BCC'B') \Rightarrow CD \perp BC'$.

$\begin{cases} BC' \perp CD \\ BC' \perp B'C \end{cases} \Rightarrow BC' \perp (A'B'CD) \Rightarrow (ABC'D') \perp (A'B'CD)$.

Vậy góc giữa $(A'B'CD)$ và $(ABC'D')$ là $90°$.



Chọn đáp án D □

Câu 49 (Đề minh họa 2019). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a, $\widehat{BAD} = 60°$, $SA = a$ và SA vuông góc với mặt đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\dfrac{\sqrt{21}a}{7}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{15}a}{7}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{21}a}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{15}a}{3}$.

Lời giải.

Ta có $AB \parallel (SCD) \Rightarrow \mathrm{d}(B, (SCD)) = \mathrm{d}(A, (SCD))$.

Trong $(ABCD)$, kẻ $AE \perp CD$ tại E.

Trong (SAE), kẻ $AH \perp SE$ tại H (1).

Ta có $\begin{cases} CD \perp AE \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAE) \Rightarrow CD \perp AH$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $AH \perp (SCD)$

$\Rightarrow \mathrm{d}(A, (SCD)) = AH$.

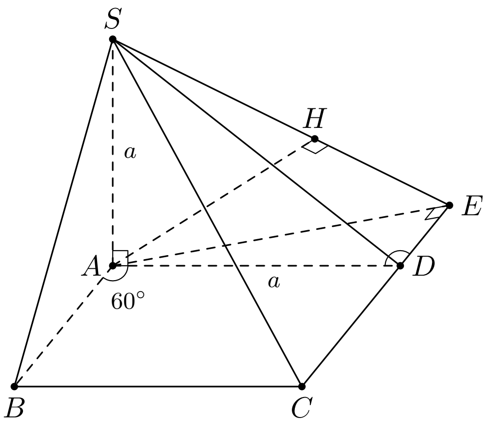
Xét tam giác AED vuông tại E

$\Rightarrow AE = AD \cdot \sin 60° = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét $\triangle SAE$ vuông tại $A \Rightarrow \dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AS^2} + \dfrac{1}{AE^2}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{a^2} + \dfrac{4}{3a^2} \Rightarrow AH = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

Vậy $\mathrm{d}(B, (SCD)) = \mathrm{d}(A, (SCD)) = AH = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.



Chọn đáp án A □

5.11 Đại số 10- Chương 4: Bất đẳng thức, bất phương trình

Câu 50 (Đề minh họa 2019). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m^2(x^4 - 1) + m(x^2 - 1) - 6(x - 1) \geq 0$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Tổng giá trị của tất cả các phần tử thuộc S bằng

A. $-\dfrac{3}{2}$. **B.** 1. **C.** $-\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

Bất phương trình

$$\begin{aligned} & m^2\left(x^4 - 1\right) + m\left(x^2 - 1\right) - 6(x - 1) \geq 0 \\ \Leftrightarrow\ & (x - 1)\left[m^2\left(x^3 + x^2 + x + 1\right) + m(x + 1) - 6\right] \geq 0. \end{aligned}$$

Đặt $f(x) = (x - 1)\left[m^2(x^3 + x^2 + x + 1) + m(x + 1) - 6\right]$.

Ta có $f(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ m^2\left(x^3 + x^2 + x + 1\right) + m(x + 1) - 6 = 0 \quad (1). \end{array}\right.$

Nếu $x = 1$ không là nghiệm của phương trình (1) thì $x = 1$ là nghiệm đơn của phương trình $f(x) = 0$.

Do vậy $f(x)$ đổi dấu khi qua nghiệm $x=1$.

Suy ra mệnh đề $f(x) \geq 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$ là mệnh đề sai.

Do đó điều kiện cần để $f(x) \geq 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$ là $x=1$ là nghiệm của phương trình (1).

Khi đó ta có $4m^2+2m-6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-\dfrac{3}{2}. \end{array}\right.$

— Với $m=1$, ta có $f(x)=(x-1)^2\left(x^2+2x+4\right) \geq 0$, $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow m=1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

— Với $m=-\dfrac{3}{2}$, ta có $f(x)=\dfrac{3}{4}(x-1)^2\left(3x^2+6x+7\right) \geq 0$, $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow m=-\dfrac{3}{2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy $S=\left\{1;-\dfrac{3}{2}\right\} \Rightarrow$ Tổng giá trị của tất cả các phần tử thuộc S bằng $-\dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án C $\square$

ĐÁP ÁN

1. D	2. D	3. B	4. D	5. A	6. C	7. A	8. C	9. D	10. C
11. B	12. B	13. C	14. D	15. A	16. C	17. A	18. B	19. B	20. D
21. D	22. B	23. A	24. C	25. B	26. D	27. D	28. A	29. D	30. B
31. A	32. A	33. D	34. A	35. C	36. A	37. A	38. B	39. B	40. C
41. A	42. C	43. C	44. C	45. A	46. A	47. B	48. D	49. A	50. C

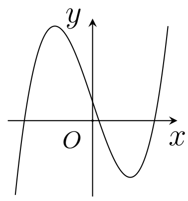
B ĐỀ THI THQG 2018

1 Mã đề 101

NỘI DUNG ĐỀ

1.1 Giải tích 12 - Chương 1: Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

Câu 1 (THQG 2018 - Mã đề 101).
Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là



A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải.
Dựa vào đồ thị ta khẳng định hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.
Chọn đáp án (A) □

Câu 2 (THQG 2018 - Mã đề 101). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

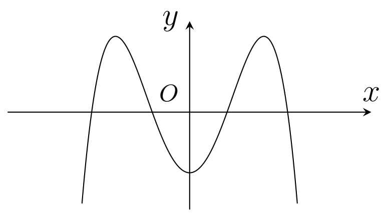
Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; 1)$. **B.** $(-\infty; 0)$. **C.** $(1; +\infty)$. **D.** $(-1; 0)$.

Lời giải.
Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 3 (THQG 2018 - Mã đề 101).
Đường cong trong hình vẽ bên là của hàm số nào dưới đây?

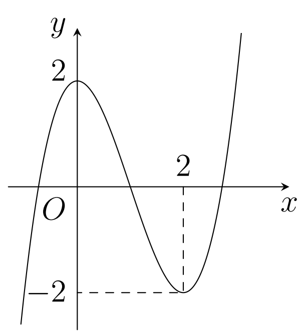
A. $y = x^4 - 3x^2 - 1$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 - 1$.
C. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$. **D.** $y = -x^4 + 3x^2 - 1$.



Lời giải.
Vì đồ thị có dạng hình chữ M nên không thể là đồ thị hàm số bậc ba.
Vì $\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = -\infty$ nên chọn $y = -x^4 + 3x^2 - 1$.
Chọn đáp án (D) □

Câu 4 (THQG 2018 - Mã đề 101).
Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) + 4 = 0$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.



Lời giải.

Ta có $3f(x)+4=0 \Leftrightarrow f(x)=-\dfrac{4}{3}$.

Dựa vào đồ thị, đường thẳng $y=-\dfrac{4}{3}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại ba điểm phân biệt.

Chọn đáp án A □

Câu 5 (THQG 2018 - Mã đề 101). Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D}=[-9;+\infty)\setminus\{-1;0\}$.

Ta có $\begin{cases} \lim\limits_{x\to -1^+} y = \lim\limits_{x\to -1^+} \dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = +\infty \\ \lim\limits_{x\to -1^-} y = \lim\limits_{x\to -1^-} \dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = -\infty \end{cases} \Rightarrow x=-1$ là tiệm cận đứng.

Ngoài ra $\lim\limits_{x\to 0} y = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = \dfrac{1}{6}$ nên $x=0$ không phải là một tiệm cận đứng.

Chọn đáp án D □

Câu 6 (THQG 2018 - Mã đề 101). Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^4-4x^2+9$ trên đoạn $[-2;3]$ bằng

A. 201. **B.** 2. **C.** 9. **D.** 54.

Lời giải.

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên đoạn $[-2;3]$.

Ta có $y'=4x^3-8x$.

$y'=0 \Leftrightarrow 4x^3-8x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in[-2;3] \\ x=\pm\sqrt{2}\in[-2;3]. \end{array}\right.$

Ta có $f(-2)=9,\ f(3)=54,\ f(0)=9,\ f\left(-\sqrt{2}\right)=5,\ f\left(\sqrt{2}\right)=5$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2;3]$ bằng $f(3)=54$.

Chọn đáp án D □

Câu 7 (THQG 2018 - Mã đề 101). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+5m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-10)$?

A. 2. **B.** Vô số. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{-5m\}$.

$y'=\dfrac{5m-2}{(x+5m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-10) \Leftrightarrow \begin{cases} 5m-2>0 \\ -5m\geqslant -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>\dfrac{2}{5} \\ m\leqslant 2 \end{cases} \Leftrightarrow \dfrac{2}{5}<m\leqslant 2$.

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{1;2\}$.

Chọn đáp án A □

Câu 8 (THQG 2018 - Mã đề 101). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=x^8+(m-2)x^5-(m^2-4)x^4+1$ đạt cực tiểu tại $x=0$?

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** Vô số.

Lời giải.

Ta có $y' = 8x^7 + 5(m-2)x^4 - 4(m^2-4)x^3$.

Đặt $g(x) = 8x^4 + 5(m-2)x - 4(m^2-4)$. Có 2 trường hợp cần xét liên quan (m^2-4):

— Trường hợp 1: $m^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 2$.

+ Khi $m = 2 \Rightarrow y' = 8x^7 \Rightarrow x = 0$ là điểm cực tiểu.

+ Khi $m = -2 \Rightarrow y' = x^4(8x^4 - 20) \Rightarrow x = 0$ không là điểm cực tiểu.

— Trường hợp 2: $m^2 - 4 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 2$. Khi đó $x = 0$ không là nghiệm của $g(x)$.

Ta có x^3 đổi dấu từ $-$ sang $+$ khi qua $x_0 = 0$, do đó

$y' = x^3 \cdot g(x)$ đổi dấu từ $-$ sang $+$ khi qua $x_0 = 0 \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 0} g(x) > 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 < 0$.

Kết hợp các trường hợp giải được ta nhận $m \in \{2; 1; 0; -1\}$.

Chọn đáp án C □

Câu 9 (THQG 2018 - Mã đề 101). Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{7}{2}x^2$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu điểm A thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1; y_1), N(x_2; y_2)$ $(M, N$ khác $A)$ thỏa mãn $y_1 - y_2 = 6(x_1 - x_2)$?

A. 1. **B**. 2. **C**. 0. **D**. 3.

Lời giải.

* Nhận xét đây là hàm số trùng phương có hệ số $a > 0$.

* Ta có $y' = x^3 - 7x$ nên suy ra hàm số có 3 điểm cực trị $\left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -\sqrt{7} \\ x = \sqrt{7}. \end{array}\right.$

* Phương trình tiếp tuyến tại $A(x_0; y_0)$ (là đường thẳng qua hai điểm M, N) có hệ số góc: $k = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = 6$. Do đó để tiếp tuyến tại $A(x_0; y_0)$ có hệ số góc $k = 6 > 0$ và cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1; y_1), N(x_2; y_2)$ thì $-\sqrt{7} < x_0 < 0$ và $x_0 \neq -\frac{\sqrt{21}}{3}$ (hoành độ điểm uốn).

* Ta có phương trình: $y'(x_0) = 6 \Leftrightarrow x_0^3 - 7x_0 - 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = -2 \\ x_0 = -1 \\ x_0 = 3(\text{loại}). \end{array}\right.$

Vậy có 2 điểm A thỏa yêu cầu.

Chọn đáp án B □

Câu 10 (THQG 2018 - Mã đề 101).

Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ có đồ thị (C). Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của (C). Xét tam giác đều ABI có hai đỉnh A, B thuộc (C), đoạn thẳng AB có độ dài bằng

A. $\sqrt{6}$. **B**. $2\sqrt{3}$. **C**. 2. **D**. $2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $(C)\colon y = \frac{x-1}{x+2} = 1 - \frac{3}{x+2}$ có $I(-2; 1)$ là giao điểm của hai đường tiệm cận.

Xét $\begin{cases} A\left(a-2; 1 - \frac{3}{a}\right) \in (C) \\ B\left(b-2; 1 - \frac{3}{b}\right) \in (C) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{IA} = \left(a; -\frac{3}{a}\right) \\ \overrightarrow{IB} = \left(b; -\frac{3}{b}\right) \end{cases}$ và $\begin{cases} IA = \sqrt{a^2 + \frac{9}{a^2}} \\ IB = \sqrt{b^2 + \frac{9}{b^2}}. \end{cases}$

Tam giác ABI đều khi và chỉ khi $\begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ \cos\left(\overrightarrow{IA}, \overrightarrow{IB}\right) = \cos 60^\circ \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2+\dfrac{9}{a^2}=b^2+\dfrac{9}{b^2} \\ \dfrac{\overrightarrow{IA}\cdot\overrightarrow{IB}}{IA\cdot IB}=\dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+\dfrac{9}{a^2}=b^2+\dfrac{9}{b^2} & (1) \\ \dfrac{ab+\dfrac{9}{ab}}{a^2+\dfrac{9}{a^2}}=\dfrac{1}{2}. & (2) \end{cases}$$

Từ (2) ta suy ra $ab>0$ và $a^2\neq b^2$ (do $A\not\equiv B$).

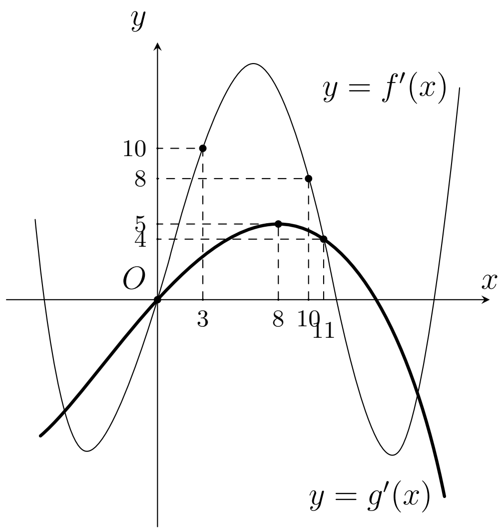
Từ (1) ta suy ra $(a^2-b^2)\left(1-\dfrac{9}{a^2b^2}\right)=0\Rightarrow ab=3$.

Với $ab=3$, thay vào (2) ta tìm được $a^2+\dfrac{9}{a^2}=12$. Vậy $AB=IA=\sqrt{a^2+\dfrac{9}{a^2}}=2\sqrt{3}$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 11 (THQG 2018 - Mã đề 101).

Cho hai hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$. Hai hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên, trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị của hàm số $y=g'(x)$.



Hàm số $h(x)=f(x+4)-g\left(2x-\dfrac{3}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(5;\dfrac{31}{5}\right)$. **B.** $\left(\dfrac{9}{4};3\right)$. **C.** $\left(\dfrac{31}{5};+\infty\right)$. **D.** $\left(6;\dfrac{25}{4}\right)$.

Lời giải.

Kẻ đường thẳng $y=10$ cắt đồ thị hàm số $y=f'(x)$ tại $A(a;10)$, $a\in(8;10)$. Khi đó ta có

$$\begin{cases} f(x+4)>10 & \text{khi } 3<x+4<a \\ g\left(2x-\dfrac{3}{2}\right)\leqslant 5 & \text{khi } 0\leqslant 2x-\dfrac{3}{2}<11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(x+4)>10 & \text{khi } -1<x<4 \\ g\left(2x-\dfrac{3}{2}\right)\leqslant 5 & \text{khi } \dfrac{3}{4}\leqslant x\leqslant\dfrac{25}{4}. \end{cases}$$

Do đó $h'(x)=f'(x+4)-2g'\left(2x-\dfrac{3}{2}\right)>0$ khi $\dfrac{3}{4}\leqslant x<4$.

Kiểu đánh giá khác:

Ta có $h'(x)=f'(x+4)-2g'\left(2x-\dfrac{3}{2}\right)$.

Dựa vào đồ thị, $\forall x\in\left(\dfrac{9}{4};3\right)$, ta có $\dfrac{25}{4}<x+4<7$, $f(x+4)>f(3)=10$;

$3<2x-\dfrac{3}{2}<\dfrac{9}{2}$, do đó $g\left(2x-\dfrac{3}{2}\right)<f(8)=5$.

Suy ra $h'(x)=f'(x+4)-2g'\left(2x-\dfrac{3}{2}\right)>0$, $\forall x\in\left(\dfrac{9}{4};3\right)$. Do đó hàm số đồng biến trên $\left(\dfrac{9}{4};3\right)$.

Chọn đáp án B ☐

1.2 Giải tích 12 - Chương 2: Hàm số lũy thừa, hàm số mũ và hàm số lôgarit

Câu 12 (THQG 2018 - Mã đề 101).

Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(5a) - \ln(3a)$ bằng

A. $\dfrac{\ln(5a)}{\ln(3a)}$. **B.** $\ln(2a)$. **C.** $\ln\dfrac{5}{3}$. **D.** $\dfrac{\ln 5}{\ln 3}$.

Lời giải.

Ta có $\ln(5a) - \ln(3a) = \ln\dfrac{5a}{3a} = \ln\dfrac{5}{3}$.

Chọn đáp án C □

Câu 13 (THQG 2018 - Mã đề 101).

Phương trình $2^{2x+1} = 32$ có nghiệm là

A. $x = \dfrac{5}{2}$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = \dfrac{3}{2}$. **D.** $x = 3$.

Lời giải.

Ta có $2^{2x+1} = 32 \Leftrightarrow 2x + 1 = 5 \Leftrightarrow x = 2$.

Chọn đáp án B □

Câu 14 (THQG 2018 - Mã đề 101).

Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất 7,5 %/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền đã gửi, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

A. 11 năm. **B.** 9 năm. **C.** 10 năm. **D.** 12 năm.

Lời giải.

Áp dụng công thức: $S_n = A(1+r)^n \Rightarrow n = \log_{(1+r)}\left(\dfrac{S_n}{A}\right) \Rightarrow n = \log_{(1+7{,}5\%)}(2) \approx 9{,}6$.

Chọn đáp án C □

Câu 15 (THQG 2018 - Mã đề 101).

Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $16^x - m \cdot 4^{x+1} + 5m^2 - 45 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

A. 13. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải.

Đặt $t = 4^x$, $t > 0$. Phương trình đã cho trở thành $t^2 - 4mt + 5m^2 - 45 = 0$. $(*)$

Với mỗi nghiệm $t > 0$ của phương trình $(*)$ sẽ tương ứng với duy nhất một nghiệm x của phương trình ban đầu. Do đó, yêu cầu bài toán tương đương phương trình $(*)$ có hai nghiệm dương phân biệt. Khi đó

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 + 45 > 0 \\ 4m > 0 \\ 5m^2 - 45 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3\sqrt{5} < m < 3\sqrt{5} \\ m > 0 \\ \left[\begin{array}{l} m < -3 \\ m > 3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow 3 < m < 3\sqrt{5}.$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{4; 5; 6\}$.

Chọn đáp án B □

Câu 16 (THQG 2018 - Mã đề 101).

Cho $a > 0$, $b > 0$ thỏa mãn $\log_{3a+2b+1}(9a^2 + b^2 + 1) + \log_{6ab+1}(3a + 2b + 1) = 2$. Giá trị của $a + 2b$ bằng

A. 6. **B**. 9. **C**. $\dfrac{7}{2}$. **D**. $\dfrac{5}{2}$.

Lời giải.

Do $a > 0, b > 0$ nên ta có $\begin{cases}(9a^2 + b^2) + 1 \geqslant 6ab + 1 \text{ (bất đẳng thức AM-GM)}\\ 3a + 2b + 1 > 1.\end{cases}$

$$\Rightarrow \log_{3a+2b+1}(9a^2 + b^2 + 1) \geqslant \log_{3a+2b+1}(6ab + 1)$$

Từ đó $\log_{3a+2b+1}(9a^2 + b^2 + 1) + \log_{6ab+1}(3a + 2b + 1) \geqslant \log_{3a+2b+1}(6ab + 1) + \log_{6ab+1}(3a + 2b + 1)$
$\geqslant 2 \quad$ (bất đẳng thức AM-GM).

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases}3a = b > 0\\ 3a + 2b + 1 = 6ab + 1\end{cases} \Leftrightarrow a = \dfrac{1}{2}$ và $b = \dfrac{3}{2}$.

Vậy $a + 2b = \dfrac{1}{2} + 3 = \dfrac{7}{2}$.

Chọn đáp án C □

Câu 17 (THQG 2018 - Mã đề 101).

Cho phương trình $5^x + m = \log_5(x - m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-20; 20)$ để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 20. **B**. 19. **C**. 9. **D**. 21.

Lời giải.

Điều kiện: $x > m$.

Ta có $5^x + m = \log_5(x - m) \Leftrightarrow 5^x + x = x - m + \log_5(x - m)$. (1)

Xét hàm số $f(t) = 5^t + t$, $f'(t) = 5^t \ln 5 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$.

Do đó từ (1) suy ra $x = \log_5(x - m) \Leftrightarrow m = x - 5^x$.

Xét hàm số $g(x) = x - 5^x$, $g'(x) = 1 - 5^x \cdot \ln 5$, $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \log_5 \dfrac{1}{\ln 5} = -\log_5 \ln 5 = x_0$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\log_5 \ln 5$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$g(x_0)$	$\searrow$	$-\infty$

Do đó để phương trình có nghiệm thì $m \leqslant g(x_0) \approx -0,92$.

Các giá trị nguyên của $m \in (-20; 20)$ là $\{-19; -18; \ldots; -1\}$, có 19 giá trị m thỏa mãn.

Chọn đáp án B □

1.3 Giải tích 12 - Chương 3: Nguyên hàm. Tích phân và ứng dụng

Câu 18 (THQG 2018 - Mã đề 101).

Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \mathrm{e}^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \pi \displaystyle\int_0^2 \mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x$. **B**. $S = \displaystyle\int_0^2 \mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x$. **C**. $S = \pi \displaystyle\int_0^2 \mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x$. **D**. $S = \displaystyle\int_0^2 \mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \mathrm{e}^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$ được tính theo công thức $S = \int\limits_0^2 |\mathrm{e}^x|\,\mathrm{d}x = \int\limits_0^2 \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$.

Chọn đáp án B □

Câu 19 (THQG 2018 - Mã đề 101).

Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x$ là

A. $x^4 + x^2 + C$. **B.** $3x^2 + 1 + C$. **C.** $x^3 + x + C$. **D.** $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C$.

Lời giải.

Ta có $\int (x^3 + x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C$.

Chọn đáp án D □

Câu 20 (THQG 2018 - Mã đề 101).

$\int\limits_1^2 \mathrm{e}^{3x-1}\,\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{3}(\mathrm{e}^5 - \mathrm{e}^2)$. **B.** $\frac{1}{3}\mathrm{e}^5 - \mathrm{e}^2$. **C.** $\mathrm{e}^5 - \mathrm{e}^2$. **D.** $\frac{1}{3}(\mathrm{e}^5 + \mathrm{e}^2)$.

Lời giải.

Ta có $\int\limits_1^2 \mathrm{e}^{3x-1}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{3}\mathrm{e}^{3x-1}\Big|_1^2 = \frac{1}{3}(\mathrm{e}^5 - \mathrm{e}^2)$.

Chọn đáp án A □

Câu 21 (THQG 2018 - Mã đề 101).

Cho $\int\limits_{16}^{55} \frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{x+9}} = a\ln 2 + b\ln 5 + c\ln 11$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a - b = -c$. **B.** $a + b = c$. **C.** $a + b = 3c$. **D.** $a - b = -3c$.

Lời giải.

Đặt $t = \sqrt{x+9} \Rightarrow t^2 = x + 9 \Rightarrow 2t\,\mathrm{d}t = \mathrm{d}x$.

Đổi cận: $x = 16 \Rightarrow t = 5$; $x = 55 \Rightarrow t = 8$.

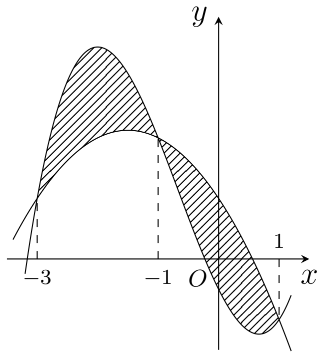
Ta có
$$\int\limits_{16}^{55} \frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{x+9}} = \int\limits_5^8 \frac{2t\,\mathrm{d}t}{(t^2-9)t} = 2\int\limits_5^8 \frac{\mathrm{d}t}{t^2-9} = \frac{1}{3}\left(\int\limits_5^8 \frac{\mathrm{d}t}{t-3} - \int\limits_5^8 \frac{\mathrm{d}t}{t+3}\right)$$
$$= \frac{1}{3}\left(\ln|x-3| - \ln|x+3|\right)\Big|_5^8 = \frac{2}{3}\ln 2 + \frac{1}{3}\ln 5 - \frac{1}{3}\ln 11.$$

Vậy $a = \frac{2}{3}$, $b = \frac{1}{3}$, $c = -\frac{1}{3}$. Mệnh đề $a - b = -c$ đúng.

Chọn đáp án A □

Câu 22 (THQG 2018 - Mã đề 101).

Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - \dfrac{1}{2}$ và $g(x) = dx^2 + ex + 1$ $(a, b, c, d, e \in \mathbb{R})$. Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là -3; -1; 1 (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng



A. $\dfrac{9}{2}$. **B**. 8. **C**. 4. **D**. 5.

Lời giải.

Do $(C)\colon y = f(x)$ và $(C')\colon y = g(x)$ cắt nhau tại 3 điểm phân biệt có hoành độ $-3; -1$ và 1 nên

$$f(x) - g(x) = A(x+3)(x+1)(x-1).$$

Từ giả thiết ta có $f(0) - g(0) = -\dfrac{3}{2}$ nên $-3A = -\dfrac{3}{2} \Leftrightarrow A = \dfrac{1}{2}$.

$$\Rightarrow f(x) - g(x) = \frac{1}{2}(x+3)(x+1)(x-1) = \frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}.$$

Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S = \int\limits_{-3}^{-1} [f(x) - g(x)]\,\mathrm{d}x + \int\limits_{-1}^{1} [g(x) - f(x)]\,\mathrm{d}x$$

$$= \int\limits_{-3}^{-1} \left[\frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}\right] \mathrm{d}x - \int\limits_{-1}^{1} \left[\frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}\right] \mathrm{d}x = 2 - (-2) = 4.$$

Chọn đáp án C □

Câu 23 (THQG 2018 - Mã đề 101).

Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\dfrac{2}{9}$ và $f'(x) = 2x[f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

A. $-\dfrac{35}{36}$. **B**. $-\dfrac{2}{3}$. **C**. $-\dfrac{19}{36}$. **D**. $-\dfrac{2}{15}$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 2x[f(x)]^2 \overset{f(x)\neq 0}{\Leftrightarrow} \dfrac{f'(x)}{[f(x)]^2} = 2x \Leftrightarrow \left[\dfrac{1}{f(x)}\right]' = -2x \Leftrightarrow \dfrac{1}{f(x)} = -x^2 + C$.

Từ $f(2) = -\dfrac{2}{9}$ suy ra $C = -\dfrac{1}{2}$.

Do đó $f(1) = \dfrac{1}{-1^2 + \left(-\dfrac{1}{2}\right)} = -\dfrac{2}{3}$.

Chọn đáp án B □

1.4 Giải tích 12 - Chương 4: Số phức

Câu 24 (THQG 2018 - Mã đề 101).

Số phức $-3 + 7i$ có phần ảo bằng

A. 3. **B**. -7. **C**. -3. **D**. 7.

Lời giải.

Số phức $-3 + 7i$ có phần ảo bằng 7.

Chọn đáp án D □

Câu 25 (THQG 2018 - Mã đề 101).

Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(2x-3yi)+(1-3i)=x+6i$, với i là đơn vị ảo.

A. $x=-1;\ y=-3$. **B**. $x=-1;\ y=-1$. **C**. $x=1;\ y=-1$. **D**. $x=1;\ y=-3$.

Lời giải.

Ta có $(2x-3yi)+(1-3i)=x+6i \Leftrightarrow x+1-(3y+9)i=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ 3y+9=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=-3. \end{cases}$

Chọn đáp án A □

Câu 26 (THQG 2018 - Mã đề 101).

Xét các số phức z thỏa mãn $(\overline{z}+i)(z+2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

A. 1. **B**. $\dfrac{5}{4}$. **C**. $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$. **D**. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi $z=x+yi$ $(x,y\in\mathbb{R})$.

Ta có $(\overline{z}+i)(z+2)=(x-yi+i)(x+yi+2)=(x^2+2x+y^2-y)+(x-2y+2)i$

Vì $(\overline{z}+i)(z+2)$ là số thuần ảo nên ta có: $x^2+2x+y^2-y=0 \Leftrightarrow (x+1)^2+\left(y-\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{5}{4}$.

Vậy tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

Chọn đáp án C □

Câu 27 (THQG 2018 - Mã đề 101).

Có bao nhiêu số phức z thoả mãn $|z|(z-4-i)+2i=(5-i)z$?

A. 2. **B**. 3. **C**. 1. **D**. 4.

Lời giải.

Ta có

$|z|(z-4-i)+2i=(5-i)z \Leftrightarrow z(|z|-5+i)=4|z|+(|z|-2)i$.

Lấy môđun 2 vế ta được

$|z|\sqrt{(|z|-5)^2+1}=\sqrt{(4|z|)^2+(|z|-2)^2}$.

Đặt $t=|z|, t\geqslant 0$ ta được

$t\sqrt{(t-5)^2+1}=\sqrt{(4t)^2+(t-2)^2} \Leftrightarrow (t-1)(t^3-9t^2+4)=0$.

Phương trình có 3 nghiệm phân biệt $t\geqslant 0$ vậy có 3 số phức z thoả mãn.

Chọn đáp án B □

1.5 Hình học 12 - Chương 1: Khối đa diện

Câu 28 (THQG 2018 - Mã đề 101).

Cho khối chóp có đáy hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $4a^3$. **B**. $\dfrac{2}{3}a^3$. **C**. $2a^3$. **D**. a.

Lời giải.

Diện tích đáy của hình chóp là $S_{\text{đáy}}=a^2$.

Thể tích của khối chóp đã cho là $V=\dfrac{1}{3}S_{\text{đáy}}\times h=\dfrac{1}{3}a^2\times 2a=\dfrac{2}{3}a^3$.

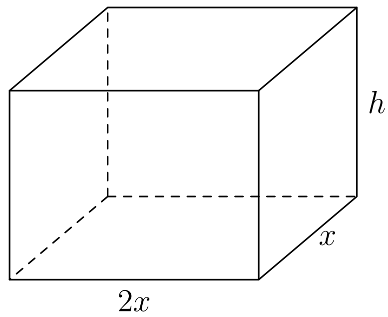
Chọn đáp án B □

Câu 29 (THQG 2018 - Mã đề 101).

Ông A dự định sử dụng hết 6,5 m^2 kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

A. 2,26 m^3. **B**. 1,61 m^3. **C**. 1,33 m^3. **D**. 1,50 m^3.

Lời giải.



Đặt chiều rồng là x (m); chiều cao là h (m) (với $x, h > 0$).

Ta có $2x^2 + 2xh + 4xh = 6,5 \Leftrightarrow h = \dfrac{6,5 - 2x^2}{6x}$.

Do $h > 0$, $x > 0$ nên $6,5 - 2x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < \dfrac{\sqrt{13}}{2}$.

Lại có $V = 2x^2h = \dfrac{6,5x - 2x^3}{3} = f(x)$, với $x \in \left(0; \dfrac{\sqrt{13}}{2}\right)$

$f'(x) = \dfrac{13}{6} - 2x^2$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm\dfrac{\sqrt{39}}{6}$.

x	0		$\frac{\sqrt{39}}{6}$		$\frac{\sqrt{13}}{2}$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	$\frac{13\sqrt{39}}{54}$	$\searrow$	

Vậy $V \leqslant f\left(\dfrac{\sqrt{39}}{6}\right) = \dfrac{13\sqrt{39}}{54} \approx 1,50$ m^3.

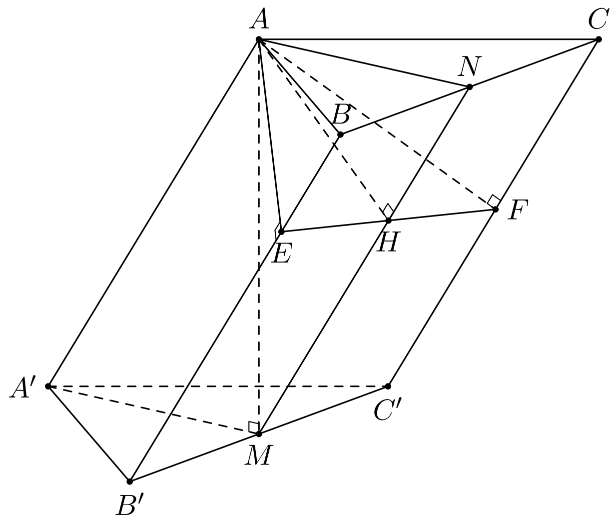
Chọn đáp án D □

Câu 30 (THQG 2018 - Mã đề 101).

Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến đường thẳng BB' bằng 2, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và $\sqrt{3}$, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 2. **B**. 1. **C**. $\sqrt{3}$. **D**. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.



Dựng $\triangle AEF$ như hình vẽ sao cho $AA' \perp (AEF)$.

Khi đó $V_{ABC.A'B'C'}$ bằng với thể tích của lăng trụ (T) có mặt đáy AEF và cạnh bên AA'

Tức là $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle AEF} \cdot AA'$.

Từ cách dựng ta suy ra $AE = 1$, $AF = \sqrt{3}$ và $EF = 2$. Suy ra $\triangle AEF$ vuông tại A.

Từ đó $S_{\triangle AEF} = \dfrac{1}{2}AE \cdot AF = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Gọi N là trung điểm BC và $H = EF \cap MN$ thì $MN \parallel AA'$; H là trung điểm EF và $AH \perp MN$

Từ đó $AH = \dfrac{1}{2}EF = 1$.

$\triangle AMN$ vuông tại A có $\dfrac{1}{AM^2} = \dfrac{1}{AH^2} - \dfrac{1}{AN^2} = \dfrac{1}{4} \Rightarrow AM = 2$.

Cuối cùng $AA' = MN = \sqrt{AM^2 + AN^2} = \dfrac{4}{\sqrt{3}}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle AEF} \cdot AA' = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \cdot \dfrac{4}{\sqrt{3}} = 2.$

Chọn đáp án A □

1.6 Hình học 12 - Chương 2: Mặt nón, mặt trụ, mặt cầu

Câu 31 (THQG 2018 - Mã đề 101).

Diện tích mặt cầu bán kính R bằng

A. $\frac{4}{3}\pi R^2$. **B.** $2\pi R^2$. **C.** $4\pi R^2$. **D.** πR^2.

Lời giải.

Diện tích mặt cầu bán kính R bằng $4\pi R^2$.

Chọn đáp án C □

Câu 32 (THQG 2018 - Mã đề 101).

Một chiếc bút chì khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy 3 mm và chiều cao bằng 200 mm. Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều dài của bút chì và đáy là hình tròn bán kính 1 mm. Giả định 1 m^3 gỗ có giá trị a (triệu đồng), 1 m^3 than chì có giá trị $8a$ (triệu đồng). Khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào sau đây?

A. $9{,}7a$ (đồng). **B.** $97{,}03a$ (đồng). **C.** $90{,}7a$ (đồng). **D.** $9{,}07a$ (đồng).

Lời giải.

Thể tích phần lõi được làm bằng than chì: $V_r = \pi R^2 h = \pi \cdot 10^{-6} \cdot 0,2 = 0,2 \cdot 10^{-6}\pi$ m^3.

Thể tích chiếc bút chì khối lăng trụ lục giác đều:

$V = B \cdot h = \dfrac{3\sqrt{3}}{2} \cdot (3 \cdot 10^{-3})^2 \cdot (0{,}2) = \dfrac{27\sqrt{3}}{10} \cdot 10^{-6}$ m^3.

Thể tích phần thân bút chì được làm bằng gỗ: $V_t = V - V_r = \dfrac{27\sqrt{3}}{10} \cdot 10^{-6} - 0{,}2 \cdot 10^{-6}\pi$ m^3.

Giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì:

$0{,}2 \cdot 10^{-6}\pi \cdot 8a + \left(\dfrac{27\sqrt{3}}{10} \cdot 10^{-6} - 0{,}2 \cdot 10^{-6}\pi\right) a \approx 9{,}07 \cdot 10^{-6} a$ (triệu đồng).

Chọn đáp án D □

1.7 Hình học 12 - Chương 3: Phương pháp tọa độ trong không gian

Câu 33 (THQG 2018 - Mã đề 101).

Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P)\colon\ x + 2y + 3z - 5 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_1 = (3; 2; 1)$. **B.** $\vec{n}_3 = (-1; 2; 3)$. **C.** $\vec{n}_4 = (1; 2; -3)$. **D.** $\vec{n}_2 = (1; 2; 3)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(P)\colon\ x + 2y + 3z - 5 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (1; 2; 3)$.

Chọn đáp án D □

Câu 34 (THQG 2018 - Mã đề 101).

Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_3 = (2; 1; 3)$. **B.** $\vec{u}_4 = (-1; 2; 1)$. **C.** $\vec{u}_2 = (2; 1; 1)$. **D.** $\vec{u}_1 = (-1; 2; 3)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_4 = (-1; 2; 1)$.

Chọn đáp án B □

Câu 35 (THQG 2018 - Mã đề 101).

Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-4;3)$ và $B(2;2;7)$. Trung điểm của đoạn AB có tọa độ là

A. $(1;3;2)$. **B.** $(2;6;4)$. **C.** $(2;-1;5)$. **D.** $(4;-2;10)$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB. Khi đó $\begin{cases} x_M = \dfrac{x_A + x_B}{2} = 2 \\ y_M = \dfrac{y_A + y_B}{2} = -1 \\ z_M = \dfrac{z_A + z_B}{2} = 5 \end{cases} \Rightarrow M(2;-1;5)$.

Chọn đáp án C □

Câu 36 (THQG 2018 - Mã đề 101).

Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2;-1;2)$ và song song với mặt phẳng $(P)\colon 2x - y + 3z + 2 = 0$ có phương trình là

A. $2x - y + 3z - 9 = 0$. **B.** $2x - y + 3z + 11 = 0$.

C. $2x - y - 3z + 11 = 0$. **D.** $2x - y + 3z - 11 = 0$.

Lời giải.

Gọi mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P), mặt phẳng (Q) có dạng $2x - y + 3z + D = 0\,(D \neq 2)$.

$A(2;-1;2) \in (Q) \Rightarrow D = -11$.

Vậy mặt phẳng cần tìm là $2x - y + 3z - 11 = 0$.

Chọn đáp án D □

Câu 37 (THQG 2018 - Mã đề 101).

Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+7}{-2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Ox có phương trình là

A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \\ z = t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$.

Lời giải.

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm và $B = \Delta \cap Ox \Rightarrow B(b;0;0)$ và $\overrightarrow{BA} = (1-b;2;3)$.

Do $\Delta \perp d$, Δ qua A nên $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{u_d} = 0 \Leftrightarrow 2(1-b) + 2 - 6 = 0 \Leftrightarrow b = -1$.

Từ đó Δ qua $B(-1;0;0)$, có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{BA} = (2;2;3)$ nên $\Delta\colon \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 3t. \end{cases}$

Chọn đáp án A □

Câu 38 (THQG 2018 - Mã đề 101).

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 9$ và điểm $A(2;3;-1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S), M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình

A. $6x + 8y + 11 = 0$. **B.** $3x + 4y + 2 = 0$. **C.** $3x + 4y - 2 = 0$. **D.** $6x + 8y - 11 = 0$.

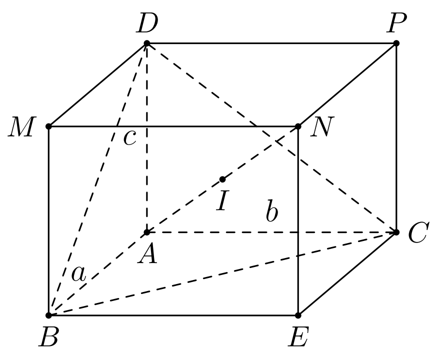
Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;-1;-1)$ và bán kính $R=3$.
* Ta tính được $AI=5$, $AM=\sqrt{AI^2-R^2}=4$.
* Phương trình mặt cầu (S') tâm $A(2;3;-1)$, bán kính $AM=4$ là
$(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=16$.
* M luôn thuộc mặt phẳng $(P)=(S)\cap(S')$ có phương trình: $3x+4y-2=0$.
Chọn đáp án C □

Câu 39 (THQG 2018 - Mã đề 101).
Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-2;1;2)$ và đi qua điểm $A(1;-2;-1)$. Xét các điểm B, C, D thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng

A. 72. **B**. 216. **C**. 108. **D**. 36.

Lời giải.
Đặt $AB=a$, $AC=b$, $AD=c$ thì $ABCD$ là tứ diện vuông đỉnh A, nội tiếp mặt cầu (S).
Khi đó $ABCD$ là tứ diện đặt ở góc A của hình hộp chữ nhật tương ứng có các cạnh AB, AC, AD và đường chéo AA' là đường kính của cầu. Ta có $a^2+b^2+c^2=4R^2$.
Xét $V=V_{ABCD}=\dfrac{1}{6}abc\Leftrightarrow V^2=\dfrac{1}{36}a^2b^2c^2$.



Mà $a^2+b^2+c^2\geqslant 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2}\Leftrightarrow\left(\dfrac{a^2+b^2+c^2}{3}\right)^3\geqslant a^2b^2c^2\Leftrightarrow\left(\dfrac{4R^2}{3}\right)^3\geqslant 36\cdot V^2\Leftrightarrow V\leqslant R^3\cdot\dfrac{4\sqrt{3}}{27}$
Với $R=IA=3\sqrt{3}$.
Vậy $V_{\max}=36$.
Chọn đáp án D □

Câu 40 (THQG 2018 - Mã đề 101).
Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon\begin{cases}x=1+3t\\y=1+4t\\z=1\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1+7t\\y=1+t\\z=1+5t\end{cases}$. **B**. $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-10+11t\\z=-6-5t\end{cases}$. **C**. $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-10+11t\\z=6-5t\end{cases}$. **D**. $\begin{cases}x=1+3t\\y=1+4t\\z=1-5t\end{cases}$.

Lời giải.
Phương trình tham số đường thẳng Δ: $\begin{cases}x=1+t'\\y=1-2t'\\z=1+2t'.\end{cases}$
Chọn điểm $B(0;3;-1)\in\Delta$ ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;2;-2)$ và $AB=3$.
Chọn điểm $C(4;5;1)\in d$ ta có $\overrightarrow{AC}=(3;4;0)$ và $AC=5$.
Ta có $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=5>0\Rightarrow\widehat{BAC}<90^\circ$. Phân giác của góc nhọn $\widehat{BAC}$ có véc-tơ chỉ phương

$$\vec{u}=AC\cdot\overrightarrow{AB}+AB\cdot\overrightarrow{AC}=(4;22;-10).$$

Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có một véc-tơ chỉ phương cùng phương với véc-tơ $\overrightarrow{AC} = (4; 22; -10)$. Xét phương án $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -10 + 11t \\ z = 6 - 5t. \end{cases}$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{v} = (2; 11; -5)$ cùng phương với véc-tơ $\overrightarrow{AC} = (4; 22; -10)$ và đi qua đi qua điểm $A(1; 1; 1)$.

Chọn đáp án C □

1.8 Đại số & Giải tích 11 - Chương 2: Tổ hợp-xác suất

Câu 41 (THQG 2018 - Mã đề 101).

Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh?

A. 2^{34}. **B.** A_{34}^2. **C.** 34^2. **D.** C_{34}^2.

Lời giải.

Mỗi cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 34 phần tử nên số cách chọn là C_{34}^2.

Chọn đáp án D □

Câu 42 (THQG 2018 - Mã đề 101).

Từ một hộp chứa 11 quả cầu đỏ và 4 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng

A. $\dfrac{4}{455}$. **B.** $\dfrac{24}{455}$. **C.** $\dfrac{4}{165}$. **D.** $\dfrac{33}{91}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = \mathrm{C}_{15}^3 = 455$ (phần tử).

Gọi A là biến cố: "lấy được 3 quả cầu màu xanh".

Khi đó, $n(A) = \mathrm{C}_4^3 = 4$ (phần tử).

Xác suất $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{4}{455}$.

Chọn đáp án A □

Câu 43 (THQG 2018 - Mã đề 101).

Hệ số của x^5 trong khai triển nhị thức $x(2x-1)^6 + (3x-1)^8$ bằng

A. -13368. **B.** 13368. **C.** -13848. **D.** 13848.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } x(2x-1)^6 + (3x-1)^8 &= x\sum_{k=0}^{6} \mathrm{C}_6^k \cdot (2x)^k \cdot (-1)^{6-k} + \sum_{l=0}^{8} \mathrm{C}_8^l \cdot (3x)^l \cdot (-1)^{8-l} \\ &= x\sum_{k=0}^{6} \mathrm{C}_6^k \cdot (2x)^k \cdot (-1)^{6-k} + \sum_{l=0}^{8} \mathrm{C}_8^l \cdot (3x)^l \cdot (-1)^{8-l} \end{aligned}$$

Suy ra hệ số của x^5 trong khai triển nhị thức là: $\mathrm{C}_6^4 \cdot 2^4 \cdot (-1)^{6-4} + \mathrm{C}_8^5 \cdot 3^5 \cdot (-1)^{6-5} = -13368$.

Chọn đáp án A □

Câu 44 (THQG 2018 - Mã đề 101).

Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1; 17]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

A. $\dfrac{1728}{4913}$. **B.** $\dfrac{1079}{4913}$. **C.** $\dfrac{23}{68}$. **D.** $\dfrac{1637}{4913}$.

Lời giải.

Không gian mẫu có số phần tử là $17^3 = 4913$.

Lấy một số tự nhiên từ 1 đến 17 ta có các nhóm số sau:

$*$ Số chia hết cho 3: có 5 số thuộc tập $\{3; 6; 9; 12; 15\}$.

$*$ Số chia cho 3 dư 1: có 6 số thuộc tập $\{1; 4; 7; 10; 13; 16\}$.

$*$ Số chia cho 3 dư 2: có 6 số thuộc tập $\{2; 5; 8; 11; 14; 17\}$.

Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1; 17]$ thỏa mãn ba số đó có tổng chia hết cho 3 thì các khả năng xảy ra như sau:

- TH1: Ba số đều chia hết cho 3 có $5^3 = 125$ cách.
- TH2: Ba số đều chia cho 3 dư 1 có $6^3 = 216$ cách.
- TH3: Ba số đều chia cho 3 dư 2 có $6^3 = 216$ cách.
- TH4: Một số chia hết cho 3, một số chia cho 3 dư 1, chia cho 3 dư 2 có $5 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 3! = 1080$ cách.

Vậy xác suất cần tìm là $\dfrac{125 + 216 + 216 + 1080}{4913} = \dfrac{1637}{4913}$.

Chọn đáp án D □

1.9 Đại số & Giải tích 11 - Chương 4: Giới hạn

Câu 45 (THQG 2018 - Mã đề 101).

$\lim \dfrac{1}{5n+3}$ bằng

A. 0. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $+\infty$. **D.** $\dfrac{1}{5}$.

Lời giải.

Ta có $\lim \dfrac{1}{5n+3} = 0$.

Chọn đáp án A □

1.10 Đại số & Giải tích 11 - Chương 5: Đạo hàm

Câu 46 (THQG 2018 - Mã đề 101).

Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \dfrac{1}{180}t^2 + \dfrac{11}{18}t$ m/s, trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 5 giây so với A và có gia tốc bằng a m/s^2 (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 10 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

A. 22 m/s. **B.** 15 m/s. **C.** 10 m/s. **D.** 7 m/s.

Lời giải.

+ Từ đề bài, ta suy ra: tính từ lúc chất điểm A bắt đầu chuyển động cho đến khi bị chất điểm B bắt kịp thì A đi được 15 giây, B đi được 10 giây.

+ Biểu thức vận tốc của chất điểm B có dạng

$v_B(t) = \displaystyle\int a\,\mathrm{d}t = at + C$, lại có $v_B(0) = 0$ nên $v_B(t) = at$.

+ Từ lúc chất điểm A bắt đầu chuyển động cho đến khi bị chất điểm B bắt kịp thì quãng đường hai chất điểm đi được là bằng nhau. Do đó

$$\int_0^{15} \left(\frac{1}{180}t^2 + \frac{11}{18}t\right) \mathrm{d}t = \int_0^{10} at\,\mathrm{d}t \Leftrightarrow 75 = 50a \Leftrightarrow a = \frac{3}{2}.$$

Từ đó, vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng $v_B(10) = \dfrac{3}{2} \cdot 10 = 15$ m/s.

Chọn đáp án (B) □

1.11 Hình học 11 - Chương 3: Vectơ trong không gian. Quan hệ vuông góc trong không gian

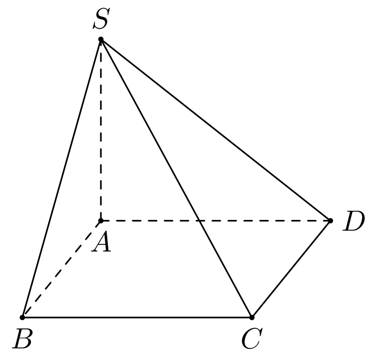
Câu 47 (THQG 2018 - Mã đề 101).

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB = 2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

A. 60°. **B.** 90°. **C.** 30°. **D.** 45°.

Lời giải.

Ta có AB là hình chiếu của SB trên $(ABCD)$.
Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng góc giữa SB và AB là góc $\widehat{ABS}$.
Tam giác SAB vuông tại A, $\cos\widehat{ABS} = \dfrac{AB}{SB} = \dfrac{1}{2}$
$\Rightarrow \widehat{ABS} = 60^\circ$.



Chọn đáp án (A) □

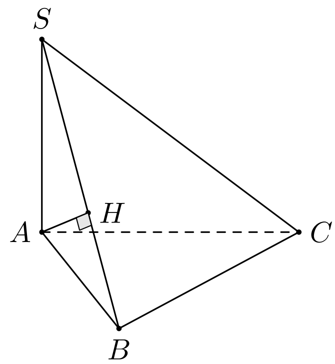
Câu 48 (THQG 2018 - Mã đề 101).

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh B, $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\dfrac{2\sqrt{5}a}{5}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{5}a}{3}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{2}a}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{5}a}{5}$.

Lời giải.

Trong tam giác SAB dựng AH vuông góc SB thì $AH \perp (SBC)$.
Do đó khoảng cách cần tìm là AH.
Ta có $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AB^2} = \dfrac{5}{4a^2}$ suy ra $AH = \dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$.



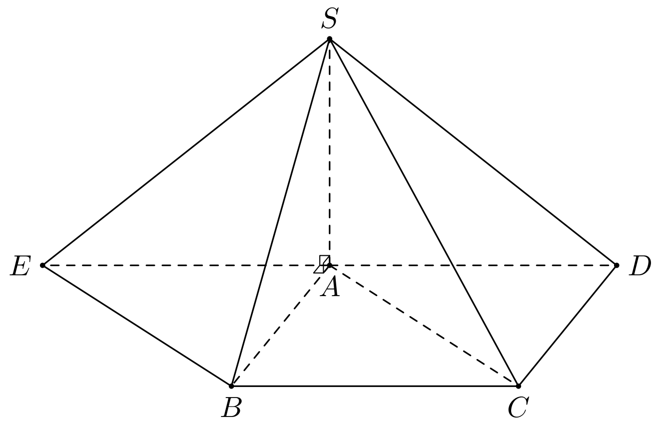
Chọn đáp án (A) □

Câu 49 (THQG 2018 - Mã đề 101).

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB bằng

A. $\dfrac{\sqrt{6}a}{2}$. **B.** $\dfrac{2a}{3}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{a}{3}$.

Lời giải.



Dựng hình bình hành $ACBE$ ta có $AC \parallel (SBE)$ nên $\mathrm{d}(AC, SB) = \mathrm{d}(A, (SBE)) = h$.

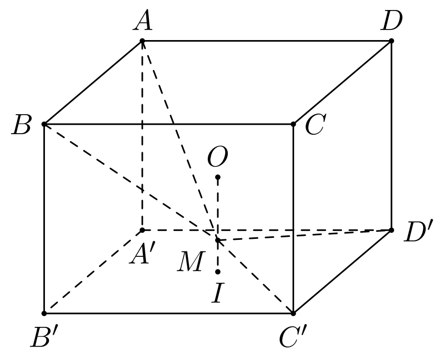
Do AS, AB, AE đôi một vuông góc nhau nên $\dfrac{1}{h^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AB^2} + \dfrac{1}{AE^2} = \dfrac{9}{4a^2}$.

Như vậy $\mathrm{d}(A, (SBE)) = h = \dfrac{2a}{3}$.

Chọn đáp án B □

Câu 50 (THQG 2018 - Mã đề 101).

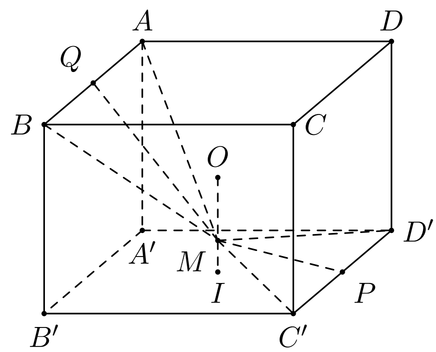
Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O. Gọi I là tâm hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn thẳng OI sao cho $MO = 2MI$ (tham khảo hình vẽ). Khi đó cô-sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng



A. $\dfrac{6\sqrt{85}}{85}$. **B.** $\dfrac{7\sqrt{85}}{85}$. **C.** $\dfrac{17\sqrt{13}}{65}$. **D.** $\dfrac{6\sqrt{13}}{65}$.

Lời giải.

Không mất tính tổng quát, ta giả sử các cạnh của hình lập phương bằng 6.



Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của $D'C'$ và AB. Khi đó ta có $MP = \sqrt{IM^2 + IP^2} = \sqrt{10}$, $MQ = \sqrt{34}$, $PQ = 6\sqrt{2}$.

Áp dụng định lí cô-sin ta được

$\cos \widehat{PMQ} = \dfrac{MP^2 + MQ^2 - PQ^2}{2MP \cdot MQ} = \dfrac{-14}{\sqrt{340}}$.

Góc α là góc giữa hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) ta có

$\cos\alpha = \dfrac{14}{\sqrt{340}} = \dfrac{7\sqrt{85}}{85}$.

Chọn đáp án B □

ĐÁP ÁN

1. A	2. A	3. D	4. A	5. D	6. D	7. A	8. C	9. B	10. B
11. B	12. C	13. B	14. C	15. B	16. C	17. B	18. B	19. D	20. A
21. A	22. C	23. B	24. D	25. A	26. C	27. B	28. B	29. D	30. A
31. C	32. D	33. D	34. B	35. C	36. D	37. A	38. C	39. D	40. C
41. D	42. A	43. A	44. D	45. A	46. B	47. A	48. A	49. B	50. B

2 Mã đề 102

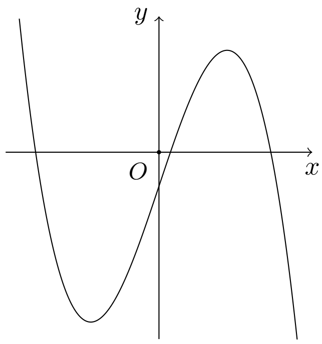
NỘI DUNG ĐỀ

2.1 Giải tích 12 - Chương 1: Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

Câu 1 (THQG 2018 - Mã đề 102).

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B**. 1. **C**. 3. **D**. 2.



Lời giải.

Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

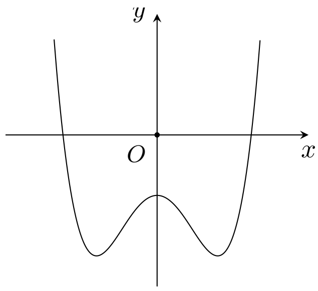
Chọn đáp án D □

Câu 2 (THQG 2018 - Mã đề 102).

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = x^4 - 2x^2 - 1$. **B**. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

C. $y = x^3 - x^2 - 1$. **D**. $y = -x^3 + x^2 - 1$.



Lời giải.

Dựa vào hình dáng đồ thị ta suy ra hàm số là hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ có

— "Đuôi thăng thiên" nên $a > 0$.

— Cắt trục tung tại điểm nằm phía dưới trục hoành nên $c < 0$.

— Có 3 cực trị nên $a \cdot b < 0 \Rightarrow b < 0$.

Chọn đáp án A □

Câu 3 (THQG 2018 - Mã đề 102). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; +\infty)$. **B**. $(1; +\infty)$. **C**. $(-1; 1)$. **D**. $(-\infty; 1)$.

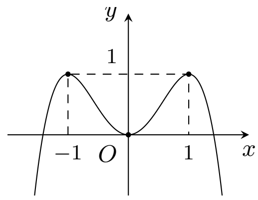
Lời giải.

Hàm số đã cho đồng biến trên $(1; +\infty)$.

Chọn đáp án B □

Câu 4 (THQG 2018 - Mã đề 102).

Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ $(a, b, c \in \mathbb{R})$. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $4f(x) - 3 = 0$ là



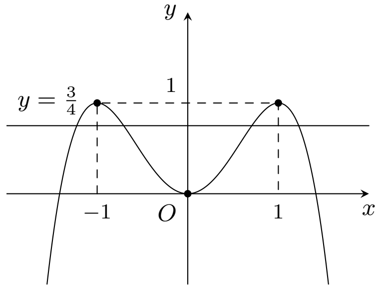
A. 4. **B**. 3. **C**. 2. **D**. 0.

Lời giải.

Ta có $4f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{3}{4}$.

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \dfrac{3}{4}$.

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$, suy ra số nghiệm phương trình là 4.



Chọn đáp án A □

Câu 5 (THQG 2018 - Mã đề 102). Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 2x^2 - 7x$ trên đoạn $[0; 4]$ bằng

A. -259. **B**. 68. **C**. 0. **D**. -4.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 + 4x - 7$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \text{ (nhận)} \\ x = -\dfrac{7}{4} \text{ (loại)} \end{array}\right.$.

Mà $y(0) = 0$, $y(1) = -4$, $y(4) = 68$.

Vậy $\min\limits_{[0;4]} y = -4$.

Chọn đáp án D □

Câu 6 (THQG 2018 - Mã đề 102). Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{\sqrt{x+4} - 2}{x^2 + x}$ là

A. 3. **B**. 0. **C**. 2. **D**. 1.

Lời giải.

Tập xác định hàm số $\mathscr{D} = [-4; +\infty) \setminus \{-1; 0\}$.

Ta có $\lim\limits_{x \to -1^+} y = +\infty$, $\lim\limits_{x \to 0^+} y = 1$ và $\lim\limits_{x \to 0^-} y = 1$.

Suy ra đồ thị hàm số chỉ có 1 tiệm cận đứng là $x = -1$.

Chọn đáp án D □

Câu 7 (THQG 2018 - Mã đề 102). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \dfrac{x+6}{x+5m}$ nghịch biến trên khoảng $(10; +\infty)$?

A. 3. **B**. Vô số. **C**. 4. **D**. 5.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{-5m\}$.

Ta có $y' = \dfrac{5m - 6}{(x + 5m)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên $(10; +\infty)$ khi chỉ khi $\begin{cases} y' < 0, \ \forall x \in \mathscr{D} \\ -5m \notin (10; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m - 6 < 0 \\ -5m \le 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \dfrac{6}{5} \\ m \ge -2. \end{cases}$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2; -1; 0; 1\}$.

Chọn đáp án C □

Câu 8 (THQG 2018 - Mã đề 102). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số

$$y = x^8 + (m-1)x^5 - (m^2-1)x^4 + 1$$

đạt cực tiểu tại $x = 0$?

A. 3. **B**. 2. **C**. Vô số. **D**. 1.

Lời giải.

Ta có $y' = 8x^7 + 5(m-1)x^4 - 4(m^2-1)x^3 + 1 = x^3\left[8x^4 + 5(m-1)x - 4(m^2-1)\right]$,

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 8x^4 + 5(m-1)x - 4(m^2-1) = 0 \quad (*) \end{array}\right.$$

— Nếu $m = 1$ thì $y' = 8x^7$, suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

— Nếu $m = -1$ thì $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 8x^4 - 10x = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \text{ (nghiệm kép)} \\ x = \sqrt[3]{\dfrac{5}{4}} \end{array}\right. \Rightarrow x = 0$ không phải là cực trị.

— Nếu $m \neq \pm 1$ thì $x = 0$ là nghiệm đơn.

Đặt $g(x) = 8x^4 + 5(m-1)x - 4(m^2-1)$. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 0$ khi chỉ khi

$$\lim_{x\to 0^-} g(x) > 0 \Leftrightarrow -4(m^2-1) > 0 \Leftrightarrow m^2 - 1 < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 1.$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = 0$.

Vậy giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán là $m = 0$, $m = 1$.

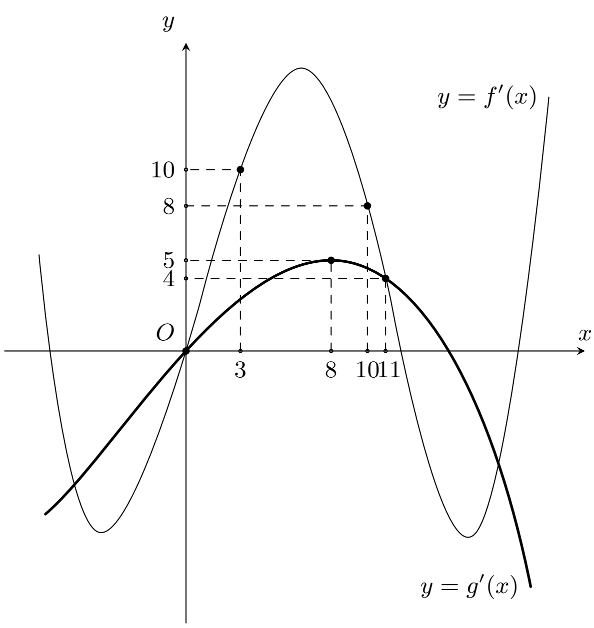
Chọn đáp án B □

Câu 9 (THQG 2018 - Mã đề 102).

Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$. Hai hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên, trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị hàm số $y = g'(x)$. Hàm số $h(x) = f(x+7) - g\left(2x + \dfrac{9}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(2; \dfrac{16}{5}\right)$. **B.** $\left(-\dfrac{3}{4}; 0\right)$.

C. $\left(\dfrac{16}{5}; +\infty\right)$. **D.** $\left(3; \dfrac{13}{4}\right)$.



Lời giải.

Kẻ đường thẳng $y = 10$ cắt đồ thị hàm số $y = f'(x)$ tại $A(a; 10)$ với $a \in (8; 10)$. Khi đó,

$$\begin{cases} f'(x+7) > 10 \text{ khi } 3 < x+7 < a \\ g'\left(2x + \dfrac{9}{2}\right) \leq 5 \text{ khi } 0 \leq 2x + \dfrac{9}{2} \leq 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'(x+7) > 10 \text{ khi } -4 < x < 1 \\ g'\left(2x + \dfrac{9}{2}\right) \leq 5 \text{ khi } -\dfrac{9}{4} \leq x \leq \dfrac{13}{4}. \end{cases}$$

Do đó, $h'(x) = f'(x+7) - 2g'\left(2x - \dfrac{3}{2}\right) > 0$ khi $-\dfrac{9}{4} \leq x < 1$.

Chọn đáp án B □

Câu 10 (THQG 2018 - Mã đề 102).
Cho hàm số $y = \dfrac{x-1}{x+1}$ có đồ thị (C). Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của (C). Xét tam giác đều ABI có hai đỉnh A, B thuộc (C), đoạn AB có độ dài bằng

A. 3. **B**. 2. **C**. $2\sqrt{2}$. **D**. $2\sqrt{3}$.

Lời giải.
Giao điểm hai đường tiệm cận của (C) là $I(-1;1)$. Hàm số đã cho được viết lại $y = 1 - \dfrac{2}{x+1}$.
Giả sử $A\left(a; 1 - \dfrac{2}{a+1}\right) \in (C)$, $A\left(b; 1 - \dfrac{2}{b+1}\right) \in (C)$. Ta có $\overrightarrow{IA} = \left(a+1; -\dfrac{2}{a+1}\right)$, $\overrightarrow{IB} = \left(b+1; -\dfrac{2}{b+1}\right)$.
Đặt $a_1 = a+1$, $b_1 = b+1$ (hiển nhiên $a_1 \neq 0$, $b_1 \neq 0$ và $a_1 \neq b_1$).
Tam giác ABI đều khi chỉ khi

$$\begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ \cos(\overrightarrow{IA}, \overrightarrow{IB}) = \cos 60^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2 + \dfrac{4}{a_1^2} = b_1^2 + \dfrac{4}{b_1^2} \\ \dfrac{\overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB}}{IA \cdot IB} = \dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a_1^2 - b_1^2)\left(1 - \dfrac{4}{a_1^2 b_1^2}\right) = 0 & (1) \\ \dfrac{a_1 b_1 + \frac{4}{a_1 b_1}}{a_1^2 + \frac{4}{a_1^2}} = \dfrac{1}{2} & (2) \end{cases}$$

$$\text{Phương trình } (1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a_1 = b_1, \text{ loại vì } A \equiv B. \\ a_1 = -b_1, \text{ loại vì không thỏa mãn } (2). \\ a_1 b_1 = -2, \text{ loại vì không thỏa mãn } (2). \\ a_1 b_1 = 2. \end{array}\right.$$

Với $a_1 b_1 = 2$, thay vào (2), ta được $\dfrac{2 + \frac{4}{2}}{a_1^2 + \frac{4}{a_1^2}} = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow a_1^2 + \dfrac{4}{a_1^2} = 8$.

Vậy $AB = IA = \sqrt{a_1^2 + \dfrac{4}{a_1^2}} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án C □

Câu 11 (THQG 2018 - Mã đề 102).
Cho hàm số $y = \dfrac{1}{8}x^4 - \dfrac{7}{4}x^2$ có đồ thị là (C). Có bao nhiêu điểm A thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1; y_1); N(x_2; y_2)$ (M, N khác A) thỏa mãn $y_1 - y_2 = 3(x_1 - x_2)$?

A. 0. **B**. 2. **C**. 3. **D**. 1.

Lời giải.
Phương trình đường thẳng MN có dạng $\dfrac{x - x_2}{x_1 - x_2} = \dfrac{y - y_2}{y_1 - y_2} \Rightarrow$ hệ số góc của đường thẳng MN là $k = \dfrac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = 3$.
Suy ra tiếp tuyến của (C) tại $A\left(x_0; \dfrac{1}{8}x_0^4 - \dfrac{7}{4}x_0^2\right)$ có hệ số góc bằng 3. Suy ra

$$f'(x_0) = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x_0^3 - \frac{7}{2}x_0 = 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = -1 \\ x_0 = 3 \\ x_0 = -2. \end{array}\right.$$

— Với $x_0 = -1$, ta có $A\left(-1; \dfrac{13}{8}\right)$. Phương trình tiếp tuyến là $y = 3x + \dfrac{11}{8}$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{1}{8}x^4 - \frac{7}{4}x^2 = 3x + \frac{11}{8} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 1 + \sqrt{3} \\ x = 1 - \sqrt{3} \end{array}\right. \Rightarrow A\left(-1; \frac{13}{8}\right) \text{ thỏa yêu cầu bài toán.}$$

— Với $x_0 = 3$ ta có $A\left(3; -\frac{171}{8}\right)$. Phương trình tiếp tuyến $y = 3x - \frac{195}{8}$.
Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{1}{8}x^4 - \frac{7}{4}x^2 = 3x - \frac{195}{8} \Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow A\left(3; -\frac{171}{8}\right) \text{ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.}$$

— Với $x_0 = -2$, ta có $A(-2; -5)$. Phương trình tiếp tuyến $y = 3x + 1$.
Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{1}{8}x^4 - \frac{7}{4}x^2 = 3x - \frac{195}{8} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 2 + \sqrt{6} \\ x = 2 - \sqrt{6} \end{array}\right. \Rightarrow A(-2; -5) \text{ thỏa mãn yêu cầu bài toán.}$$

Vậy có 2 điểm A thỏa mãn yêu cầu bài toán.
Chọn đáp án B □

2.2 Giải tích 12 - Chương 2: Hàm số lũy thừa, hàm số mũ và hàm số lôgarit

Câu 12 (THQG 2018 - Mã đề 102).
Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 1) = 3$ là

A. $\{-3; 3\}$. **B.** $\{-3\}$. **C.** $\{3\}$. **D.** $\{-\sqrt{10}; \sqrt{10}\}$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(x^2 - 1) = 3 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 2^3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = -3 \end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $\{-3; 3\}$.
Chọn đáp án A □

Câu 13 (THQG 2018 - Mã đề 102).
Với a là số thực dương tuỳ ý, $\log_3(3a)$ bằng

A. $3\log_3 a$. **B.** $3 + \log_3 a$. **C.** $1 + \log_3 a$. **D.** $1 - \log_3 a$.

Lời giải.

Ta có $\log_3(3a) = \log_3 3 + \log_3 a = 1 + \log_3 a$.
Chọn đáp án C □

Câu 14 (THQG 2018 - Mã đề 102).
Một người gửi tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất 7,2%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền gửi ban đầu, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

A. 11 năm. **B.** 12 năm. **C.** 9 năm. **D.** 10 năm.

Lời giải.

Giả sử người ấy gửi số tiền M_0 vào ngân hàng. Khi đó, sau n năm số tiền của người ấy được tính bằng công thức $M = M_0(1 + 7{,}2\%)^n = M_0 \cdot 1,072^n$.
Theo đề bài, ta tìm n thỏa mãn $M \geq 2M_0 \Leftrightarrow M_0 \cdot 1{,}072^n \geq 2M_0 \Leftrightarrow n \geq \log_{1{,}072} 2 \approx 9{,}969602105$.
Vậy sau ít nhất 10 năm người ấy mới thu được số tiền nhiều gấp đôi số tiền vốn ban đầu.

Chọn đáp án D □

Câu 15 (THQG 2018 - Mã đề 102).

Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $25^x - m \cdot 5^{x+1} + 7m^2 - 7 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

A. 7. **B**. 1. **C**. 2. **D**. 3.

Lời giải.

Đặt $t = 5^x$, điều kiện $t > 0$. Phương trình trở thành $t^2 - 5mt + 7m^2 - 7 = 0$ $(*)$.
Yêu cầu bài toán trở thành: tìm m để phương trình $(*)$ có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = -3m^2 + 28 > 0 \\ 5m > 0 \\ 7m^2 - 7 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{\dfrac{28}{3}} < m < \sqrt{\dfrac{28}{3}} \\ m > 0 \\ \left[\begin{array}{l} m > 1 \\ m < -1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < \sqrt{\dfrac{28}{3}}.$$

Suy ra $S = \{2; 3\}$. Vậy có 2 giá trị tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án C □

Câu 16 (THQG 2018 - Mã đề 102).

Cho $a > 0$, $b > 0$ thỏa mãn

$$\log_{10a+3b+1}(25a^2 + b^2 + 1) + \log_{10ab+1}(10a + 3b + 1) = 2.$$

Giá trị của $a + 2b$ bằng

A. $\dfrac{5}{2}$. **B**. 6. **C**. 22. **D**. $\dfrac{11}{2}$.

Lời giải.

Từ giả thuyết bài toán, ta suy ra $25a^2 + b^2 + 1 > 1$, $10a + 3b + 1 > 1$ và $10ab + 1 > 1$.
Áp dụng bất đẳng thức Cô-si, ta có $25a^2 + b^2 + 1 \geq 2\sqrt{25a^2b^2} + 1 = 10ab + 1$.
Khi đó,

$$\begin{aligned} & \log_{10a+3b+1}(25a^2 + b^2 + 1) + \log_{10ab+1}(10a + 3b + 1) \\ \geq\ & \log_{10a+3b+1}(10ab + 1) + \log_{10ab+1}(10a + 3b + 1) \\ \geq\ & 2\sqrt{\log_{10a+3b+1}(10ab + 1) \cdot \log_{10ab+1}(10a + 3b + 1)} = 2. \end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra khi chỉ khi

$$\begin{cases} 5a = b \\ \log_{10a+3b+1}(10ab+1) = \log_{10ab+1}(10a+3b+1) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 5a \\ 10ab+1 = 10a+3b+1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 5a \\ 50a^2 - 25a = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 5a \\ \left[\begin{array}{l} a = 0 \text{ (loại)} \\ a = \dfrac{1}{2} \text{ (nhận)} \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = \dfrac{5}{2} \\ a = \dfrac{1}{2}. \end{cases}$$

$\Rightarrow a + 2b = \dfrac{11}{2}$.

Chọn đáp án D □

Câu 17 (THQG 2018 - Mã đề 102).

Cho phương trình $3^x + m = \log_3(x - m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-15; 15)$ để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 16. **B.** 9. **C.** 14. **D.** 15.

Lời giải.

Ta có $3^x + m = \log_3(x - m) \Leftrightarrow 3^x + x = \log_3(x - m) + x - m$ $(*)$.

Xét hàm số $f(t) = 3^t + t$ với $t \in \mathbb{R}$, ta có $f'(t) = 3^t \ln 3 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên tập xác định. Mặt khác, phương trình $(*)$ có dạng $f(x) = f(\log_3(x - m))$. Do đó,

$$f(x) = f(\log_3(x-m)) \Leftrightarrow x = \log_3(x-m) \Leftrightarrow 3^x = x - m \Leftrightarrow 3^x - x = -m \ (**)$$

Xét hàm số $g(x) = 3^x - x$ với $x \in \mathbb{R}$, ta có $g'(x) = 3^x \ln 3 - 1$, $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \log_3\left(\dfrac{1}{\ln 3}\right) = a$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		a		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$g(a)$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta suy ra phương trình $(**)$ có nghiệm khi chỉ khi $m \in (-\infty; -g(a))$.

Mặt khác, $m \in \mathbb{Z} \cap (-15; 15)$ nên $m \in \{-14; -13; -12; \ldots; -1\}$ (vì $-g(a) \approx -0{,}9958452485$).

Do đó, có 14 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án C □

2.3 Giải tích 12 - Chương 3: Nguyên hàm. Tích phân và ứng dụng

Câu 18 (THQG 2018 - Mã đề 102).

Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \int_0^2 2^x \mathrm{d}x$. **B.** $S = \pi \int_0^2 2^{2x} \mathrm{d}x$. **C.** $S = \int_0^2 2^{2x} \mathrm{d}x$. **D.** $S = \pi \int_0^2 2^x \mathrm{d}x$.

Lời giải.

Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$ là $S = \int\limits_0^2 2^x\,\mathrm{d}x$.

Chọn đáp án A □

Câu 19 (THQG 2018 - Mã đề 102).

Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + x$ là

A. $x^4 + x^2 + C$. **B.** $4x^3 + 1 + C$. **C.** $x^5 + x^2 + C$. **D.** $\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{2}x^2 + C$.

Lời giải.

Ta có $\int \left(x^4 + x\right)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{2}x^2 + C$.

Chọn đáp án D □

Câu 20 (THQG 2018 - Mã đề 102).

$\int\limits_0^1 \mathrm{e}^{3x+1}\,\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{3}\left(\mathrm{e}^4 - \mathrm{e}\right)$. **B.** $\mathrm{e}^4 - \mathrm{e}$. **C.** $\frac{1}{3}\left(\mathrm{e}^4 + \mathrm{e}\right)$. **D.** $\mathrm{e}^3 - \mathrm{e}$.

Lời giải.

Ta có $\int\limits_0^1 \mathrm{e}^{3x+1}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{3}\mathrm{e}^{3x+1}\Big|_0^1 = \frac{1}{3}(\mathrm{e}^4 - \mathrm{e})$.

Chọn đáp án A □

Câu 21 (THQG 2018 - Mã đề 102).

Cho $\int\limits_5^{21} \frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{x+4}} = a\ln 3 + b\ln 5 + c\ln 7$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a + b = -2c$. **B.** $a + b = c$. **C.** $a - b = -c$. **D.** $a - b = -2c$.

Lời giải.

Đặt $t = \sqrt{x+4} \Rightarrow \begin{cases} x = t^2 - 4 \\ \mathrm{d}x = 2t\,\mathrm{d}t. \end{cases}$

Đổi cận $\begin{cases} x = 5 \Rightarrow t = 3 \\ x = 21 \Rightarrow t = 5. \end{cases}$

Do đó

$$\begin{aligned} I &= \int\limits_3^5 \frac{2\,\mathrm{d}t}{(t-2)(t+2)} = \frac{1}{2}\int\limits_3^5 \left(\frac{1}{t-2} - \frac{1}{t+2}\right)\,\mathrm{d}t \\ &= \frac{1}{2}\left(\ln|t-2| - \ln|t+2|\right)\Big|_3^5 \\ &= \frac{1}{2}(\ln 3 - \ln 7 + \ln 5). \end{aligned}$$

$\Rightarrow a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}, c = -\frac{1}{2}$.

Do đó $a + b = -2c$.

Chọn đáp án A □

Câu 22 (THQG 2018 - Mã đề 102).
Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{150}t^2 + \frac{59}{75}t$ (m/s), trong đó t (s) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s^2) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 12 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

A. 20 (m/s). **B**. 16 (m/s). **C**. 13 (m/s). **D**. 15 (m/s).

Lời giải.
Từ đề bài, ta suy ra từ lúc chất điểm A chuyển động đến lúc bị chất điểm B bắt kịp thì A đi được 15 giây, B đi được 12 giây.
Biểu thức vận tốc của chất điểm B có dạng $v_B(t) = \int a\,\mathrm{d}t = a\cdot t + C$, lại có $v_B(0) = 0$ nên $v_B(t) = at$.
Từ lúc chất điểm A bắt đầu chuyển động cho đến lúc bị chất điểm B bắt kịp thì quãng đường hai chất điểm đi được là bằng nhau, nghĩa là

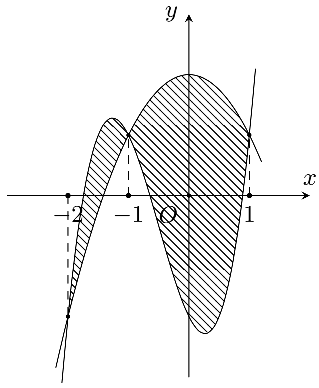
$$\int_0^{15} \left(\frac{1}{150}t^2 + \frac{59}{75}t\right)\,\mathrm{d}t = \int_0^{12} at\,\mathrm{d}t \Leftrightarrow 96 = 72a \Leftrightarrow a = \frac{4}{3}.$$

Do đó, vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng $v_B(12) = \frac{4}{3}\cdot 12 = 16$ (m/s).
Chọn đáp án B □

Câu 23 (THQG 2018 - Mã đề 102).

Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 2$ và $g(x) = dx^2 + ex + 2$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là -2; -1; 1 (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

A. $\frac{37}{6}$. **B**. $\frac{13}{2}$. **C**. $\frac{9}{2}$. **D**. $\frac{37}{12}$.



Lời giải.
Ta có $f(x) - g(x) = ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x - 4$ (1).
Mặt khác phương trình $f(x) - g(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $x = -2$, $x = -1$, $x = 1$ nên

$$f(x) - g(x) = 0 \Leftrightarrow (x+2)(x+1)(x-1) = 0 \Leftrightarrow x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0 \text{ (2)}.$$

Từ (1) và (2), suy ra $f(x) - g(x) = 2x^3 + 4x^2 - 2x - 4$.
Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S = \int_{-2}^{-1} (2x^3 + 4x^2 - 2x - 4)\,\mathrm{d}x - \int_{-1}^{1} (2x^3 + 4x^2 - 2x - 4)\,\mathrm{d}x = \frac{37}{6}.$$

Chọn đáp án A □

Câu 24 (THQG 2018 - Mã đề 102).

Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\dfrac{1}{3}$ và $f'(x) = x\,[f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

A. $-\dfrac{11}{6}$. **B.** $-\dfrac{2}{3}$. **C.** $-\dfrac{2}{9}$. **D.** $-\dfrac{7}{6}$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = x\,[f(x)]^2 \Leftrightarrow \dfrac{f'(x)}{f^2(x)} = x$.

Do đó,

$$\begin{aligned}
& \int \frac{f'(x)}{f^2(x)}\,\mathrm{d}x = \int x\,\mathrm{d}x \\
\Leftrightarrow\ & -\int \mathrm{d}\left(\frac{1}{f(x)}\right) = \int x\,\mathrm{d}x \\
\Leftrightarrow\ & -\frac{1}{f(x)} = \frac{1}{2}x^2 + C \\
\Leftrightarrow\ & f(x) = -\frac{1}{\frac{1}{2}x^2 + C}.
\end{aligned}$$

Theo giả thuyết, $f(2) = -\dfrac{1}{3} \Rightarrow C = 1 \Rightarrow f(x) = -\dfrac{1}{\frac{1}{2}x^2 + 1}$.

Suy ra $f(1) = -\dfrac{2}{3}$.

Chọn đáp án B □

2.4 Giải tích 12 - Chương 4: Số phức

Câu 25 (THQG 2018 - Mã đề 102).

Số phức có phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 4 là

A. $3 + 4i$. **B.** $4 - 3i$. **C.** $3 - 4i$. **D.** $4 + 3i$.

Lời giải.

Số phức có phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 4 là $z = 3 + 4i$.

Chọn đáp án A □

Câu 26 (THQG 2018 - Mã đề 102).

Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(3x + 2yi) + (2 + i) = 2x - 3i$ với i là đơn vị ảo.

A. $x = -2$; $y = -2$. **B.** $x = -2$; $y = -1$. **C.** $x = 2$; $y = -2$. **D.** $x = 2$; $y = -1$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
& (3x + 2yi) + (2 + i) = 2x - 3i \Leftrightarrow (3x + 2) + (2y + 1)i = 2x - 3i \\
\Leftrightarrow\ & \begin{cases} 3x + 2 = 2x \\ 2y + 1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -2. \end{cases}
\end{aligned}$$

Chọn đáp án A □

Câu 27 (THQG 2018 - Mã đề 102).

Xét các số phức z thỏa mãn $(\overline{z} + 3i)(z - 3)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

A. $\dfrac{9}{2}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** 3. **D.** $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Giả sử $z = x + yi \Rightarrow \overline{z} = x - yi$ trong đó $x, y \in \mathbb{R}$.
Ta có $(\overline{z} + 3i)(z - 3) = x^2 + y^2 - 3x - 3y + (3x + 3y - 9)i$.
Số phức $(\overline{z}+3i)(z-3)$ là số thuần ảo khi chỉ khi $x^2+y^2-3x-3y = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{2}$.
Vậy tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn yêu cầu bài toán là đường tròn có bán kính bằng $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.
Chọn đáp án D □

Câu 28 (THQG 2018 - Mã đề 102).
Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z - 3 - i) + 2i = (4 - i)z$?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải.
Ta có $|z|(z - 3 - i) + 2i = (4 - i)z \Leftrightarrow z(4 - |z| - i) = -3|z| + (2 - |z|)i$.
Đặt $t = |z|$, điều kiện $t \geq 0, t \in \mathbb{R}$. Lấy mô-đun hai vế ta được

$$\begin{aligned} t|4 - t - i| = |-3t + (2 - t)i| &\Leftrightarrow t\sqrt{(4-t)^2+1} = \sqrt{9t^2 + (2-t)^2} \\ &\Leftrightarrow t^4 - 8t^3 + 6t^2 + 4t - 3 = 0 \\ &\Leftrightarrow (t-1)(t^3 - 7t^2 - t + 3) = 0 \\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t \approx 7{,}081 \\ t \approx 0{,}61146 \\ t \approx -0{,}6928. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Do đó, có 3 giá trị t thỏa mãn.
Mặt khác, với mỗi $t \geq 0$, ta có $z = \dfrac{-3t + (2-t)i}{4 - t - i}$ nên có duy nhất một số phức z thỏa mãn.
Vậy có 3 số phức thõa mãn yêu cầu bài toán.
Chọn đáp án B □

2.5 Hình học 12 - Chương 1: Khối đa diện

Câu 29 (THQG 2018 - Mã đề 102).
Cho khối chóp có đáy hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{4}{3}a^3$. **B.** $\frac{16}{3}a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** $16a^3$.

Lời giải.
Diện tích đáy là $S = a^2$.
Thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3}S \cdot h = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot 4a = \frac{4a^3}{3}$.
Chọn đáp án A □

Câu 30 (THQG 2018 - Mã đề 102).
Ông A dự định sử dụng hết 6,7 m^2 kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

A. 1,57 m^3. **B.** 1,11 m^3. **C.** 1,23 m^3. **D.** 2,48 m^3.

Lời giải.

Gọi a, b, c lần lượt là chiều dài, chiều rộng và chiều cao của bể cá $(a, b, c > 0)$.

Theo đề bài, ta có $\begin{cases} a = 2b \\ 2ac + 2bc + ab = 6{,}7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2b \\ c = \dfrac{6{,}7 - 2b^2}{6b} \end{cases}$.

Thể tích bể cá là $V = abc = \dfrac{2b^2(6{,}7 - 2b^2)}{6b} = \dfrac{6{,}7b - 2b^3}{3} = f(b)$.

Xét hàm số $f(b) = \dfrac{6{,}7b - 2b^3}{3}$ với $b > 0$.

Ta có $f'(b) = \dfrac{6{,}7 - 6b^2}{3}$, $f'(b) = 0 \Leftrightarrow b = \sqrt{\dfrac{67}{60}}$, $f(b) \approx 1{,}57$.

Bảng biến thiên

b	0		$\sqrt{\frac{67}{60}}$		$+\infty$
$f'(b)$		$+$	0	$-$	
$f(b)$	0	$\nearrow$	$1{,}57$	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, dung tích lớn nhất của bể cá gần bằng 1,57.

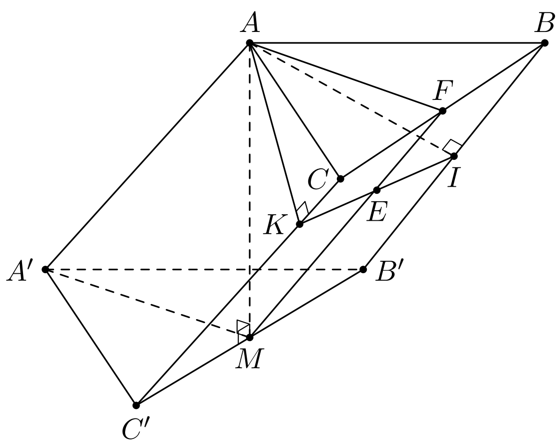
Chọn đáp án A □

Câu 31 (THQG 2018 - Mã đề 102).

Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ điểm C đến đường thẳng BB' bằng $\sqrt{5}$, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và 2, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M = \dfrac{\sqrt{15}}{3}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{\sqrt{15}}{3}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{15}}{3}$.

Lời giải.



Kẻ $AI \perp BB'$, $AK \perp CC'$. Khoảng cách từ A đến BB', CC' lần lượt là 1; 2 nên $AI = 1$, $AK = 2$.

Gọi F là trung điểm của BC.

Vì $A'M = \dfrac{\sqrt{15}}{3} \Rightarrow AF = \dfrac{\sqrt{15}}{3}$.

Ta có $\begin{cases} AI \perp BB' \\ BB' \perp AK \end{cases} \Rightarrow BB' \perp (AIK)$

$\Rightarrow BB' \perp IK$.

Vì $CC' \parallel BB'$ nên

$$\mathrm{d}(C, BB') = \mathrm{d}(K, BB') = IK = \sqrt{5}$$

$\Rightarrow \triangle AIK$ vuông tại A.

Gọi E là trung điểm của $IK \Rightarrow EF \parallel BB' \Rightarrow EF \perp (AIK) \Rightarrow EF \perp AE$.

Mà $AM \perp (ABC)$ nên $((ABC), (AIK)) = \left(\widehat{EF, AM}\right) = \widehat{AME} = \widehat{FAE}$ ($\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{AM}$ là véc-tơ pháp tuyến của của (AKI), (ABC)).

Ta có $\cos\widehat{FAE} = \dfrac{AE}{AF} = \dfrac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{\frac{\sqrt{15}}{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{FAE} = 30^\circ$ (AE là đường trung tuyến của tam giác AKI vuông tại A).

Hình chiếu vuông góc của tam giác ABC lên mặt phẳng (AIK) là tam giác AIK nên

$$S_{\triangle AIK} = S_{\triangle ABC} \cdot \cos \widehat{EAF} \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{S_{\triangle AIK}}{\cos \widehat{EAF}} = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

Xét tam giác AMF vuông tại A, ta có $\tan \widehat{AMF} = \dfrac{AF}{AM} \Rightarrow AM = \dfrac{AF}{\tan \widehat{AMF}} = \sqrt{5}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = \sqrt{5} \cdot \dfrac{2}{\sqrt{3}} = \dfrac{2\sqrt{15}}{3}$.

Chọn đáp án D □

2.6 Hình học 12 - Chương 2: Mặt nón, mặt trụ, mặt cầu

Câu 32 (THQG 2018 - Mã đề 102).

Thể tích khối cầu bán kính R bằng

A. $\dfrac{4}{3}\pi R^3$. **B.** $4\pi R^3$. **C.** $2\pi R^3$. **D.** $\dfrac{3}{4}\pi R^3$.

Lời giải.

Công thức tính thể tích khối cầu có bán kính R là $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3$.

Chọn đáp án A □

Câu 33 (THQG 2018 - Mã đề 102).

Một chiếc bút chì có dạng khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy 3mm và chiều cao bằng 200mm. Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều dài của bút và đáy là hình tròn có bán kính 1mm. Giả định 1m^3 gỗ có giá a (triệu đồng), 1m^3 than chì có giá $6a$ (triệu đồng). Khi đó giá nguyên liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?

A. $84{,}5a$ (đồng). **B.** $78{,}2a$ (đồng). **C.** $8{,}45a$ (đồng). **D.** $7{,}82a$ (đồng).

Lời giải.

Thể tích phần phần lõi được làm bằng than chì là

$$V_r = \pi \cdot (10^{-3})^2 \cdot 0{,}2 = 0{,}2 \cdot 10^{-6}\pi \text{ m}^3.$$

Thể tích chiếc bút chì khối lăng trụ lục giác đều là

$$V = B \cdot h = \frac{3\sqrt{3}}{2}(3 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 0{,}2 = \frac{27\sqrt{3}}{10} \cdot 10^{-6} \text{ m}^3.$$

Thể tích phần thân bút chì được làm bằng gỗ là

$$V_t = V - V_r = \frac{27\sqrt{3}}{10} \cdot 10^{-6} - 0{,}2 \cdot 10^{-6}\pi \text{ m}^3.$$

Giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì là

$$0{,}2 \cdot 10^{-6}\pi \cdot 6a + \left(\frac{27\sqrt{3}}{10} \cdot 10^{-6} - 0{,}2 \cdot 10^{-6}\pi\right) a \approx 7{,}82 \cdot 10^{-6} a \text{ (triệu đồng)}.$$

Chọn đáp án D □

2.7 Hình học 12 - Chương 3: Phương pháp tọa độ trong không gian

Câu 34 (THQG 2018 - Mã đề 102).

Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(2;2;1)$. Véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ có toạ độ là

A. $(3;3;-1)$. **B.** $(-1;-1;-3)$. **C.** $(3;1;1)$. **D.** $(1;1;3)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2-1;2-1;1-(-2)) = (1;1;3)$.

Chọn đáp án D ☐

Câu 35 (THQG 2018 - Mã đề 102).

Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x+3}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-5}{2}$ có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_1 = (3;-1;5)$. **B.** $\vec{u}_4 = (1;-1;2)$. **C.** $\vec{u}_2 = (-3;1;5)$. **D.** $\vec{u}_3 = (1;-1;-2)$.

Lời giải.

Một véc-tơ chỉ phương của của đường thẳng d là $\vec{u} = (1;-1;2)$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 36 (THQG 2018 - Mã đề 102).

Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P)\colon 3x+2y+z-4=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_3 = (-1;2;3)$. **B.** $\vec{n}_4 = (1;2;-3)$. **C.** $\vec{n}_2 = (3;2;1)$. **D.** $\vec{n}_1 = (1;2;3)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (3;2;1)$.

Chọn đáp án C ☐

Câu 37 (THQG 2018 - Mã đề 102).

Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;-2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+3}{3}$ có phương trình là

A. $3x+2y+z-5=0$. **B.** $2x+y+3z+2=0$.
C. $x+2y+3z+1=0$. **D.** $2x+y+3z-2=0$.

Lời giải.

Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u} = (2;1;3)$.
Vì mặt phẳng cần tìm vuông góc với đường thẳng Δ nên có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = \vec{u} = (2;1;3)$.
Phương trình mặt phẳng cần tìm là $2(x-1)+1(y-2)+3(z+2)=0 \Leftrightarrow 2x+y+3z+2=0$.
Chọn đáp án B ☐

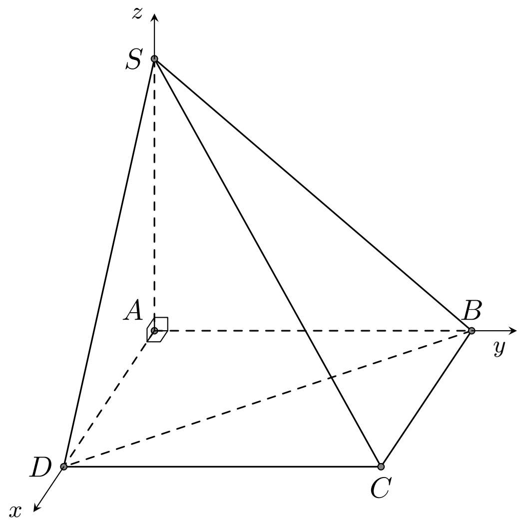
Câu 38 (THQG 2018 - Mã đề 102).

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC bằng

A. $\dfrac{\sqrt{30}a}{6}$. **B.** $\dfrac{4\sqrt{21}a}{21}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{21}a}{21}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{30}a}{12}$.

Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, ta có $A(0;0;0)$, $B(0;a;0)$, $D(2a;0;0)$, $C(2a;a;0)$ và $S(0;0;a)$.



Ta có

— $\overrightarrow{BD} = (2a;-a;0)$.

— $\overrightarrow{SC} = (2a;a;-a)$.

— $\overrightarrow{SB} = (0;a;-a)$.

— $[\overrightarrow{BD},\overrightarrow{SC}] = (a^2;2a^2;4a^2)$
$\Rightarrow \left|[\overrightarrow{BD},\overrightarrow{SC}]\right| = a^2\sqrt{21}$.

— $\left|[\overrightarrow{BD},\overrightarrow{SC}]\cdot\overrightarrow{SB}\right| = 2a^3$.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC là

$$\mathrm{d}(SC,BD) = \frac{\left|[\overrightarrow{BD},\overrightarrow{SC}]\cdot\overrightarrow{SB}\right|}{\left|[\overrightarrow{BD},\overrightarrow{SC}]\right|} = \frac{2a\sqrt{21}}{21}.$$

Chọn đáp án C □

Câu 39 (THQG 2018 - Mã đề 102).

Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-2}{2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Oy có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3+4t \\ z = 3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 2+2t \\ y = 1+t \\ z = 3+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2+2t \\ y = 1+3t \\ z = 3+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3+3t \\ z = 2t \end{cases}$.

Lời giải.

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ.

Đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-2}{2}$ có VTCP là $\vec{u} = (1;-2;2)$.

Gọi $M(0;m;0) \in Oy$, ta có $\overrightarrow{AM} = (-2;m-1;-3)$.

Vì $\Delta \perp d$ nên $\overrightarrow{AM}\cdot\vec{u} = 0 \Leftrightarrow -2-2(m-1)-6 = 0 \Leftrightarrow m = -3$.

Do đó, Δ có véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AM} = (-2;-4;-3)$ nên có phương trình $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3+4t \\ z = 3t \end{cases}$.

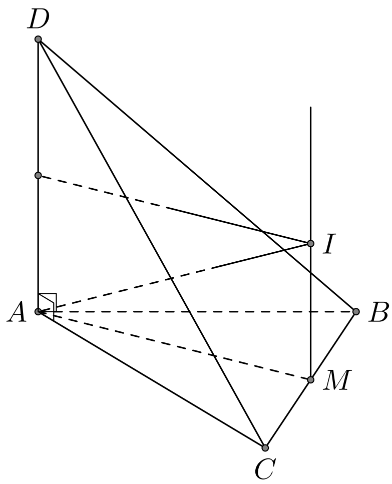
Chọn đáp án A □

Câu 40 (THQG 2018 - Mã đề 102).

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và đi qua điểm $A(1;0;-1)$. Xét các điểm B,C,D thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ lớn nhất bằng

A. $\dfrac{64}{3}$. **B.** 32. **C.** 64. **D.** $\dfrac{32}{3}$.

Lời giải.



Đặt $AD = a$, $AB = b$, $AC = c$.
Khi đó, $V_{ABCD} = \dfrac{1}{6}AB \cdot AC \cdot AD = \dfrac{1}{6}abc$.
Ta có bán kính mặt cầu (S) là $R = IA = 2\sqrt{3}$.
Gọi M là trung điểm BC. Khi đó, $AM = \dfrac{b^2 + c^2}{2}$.
Vì tứ diện $ABCD$ nội tiếp trong mặt cầu (S) nên ta có $IM \parallel AD$ và $IM = \dfrac{1}{2}AD = \dfrac{1}{2}a$.
Xét tam giác AIM vuông tại M, ta có

$$AI^2 = AM^2 + IM^2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 48$$

Suy ra $V^2_{ABCD} = \dfrac{1}{36}a^2b^2c^2 \leq \dfrac{1}{36}\dfrac{(a^2+b^2+c^2)^3}{27} = \dfrac{1024}{9}$ hay $V_{ABCD} \leq \dfrac{32}{3}$.

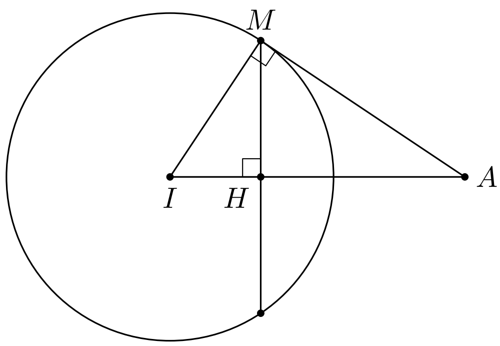
Chọn đáp án D □

Câu 41 (THQG 2018 - Mã đề 102).

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 2$ và điểm $A(1;2;3)$. Xét điểm M thuộc mặt cầu (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S), M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

A. $2x + 2y + 2z + 15 = 0$. **B**. $2x + 2y + 2z - 15 = 0$.
C. $x + y + z + 7 = 0$. **D**. $x + y + z - 7 = 0$.

Lời giải.



Mặt cầu (S) có tâm $I(2;3;4)$ bán kính $R = \sqrt{2}$.
Ta có $\overrightarrow{IA} = (-1;-1;-1) \Rightarrow IA = \sqrt{3}$.
Suy ra điểm A nằm ngoài mặt cầu (S).
Do đó tập hợp tất cả các điểm M nằm trên mặt phẳng cố định (α). Mặt phẳng cố định (α) đi qua điểm H là hình chiếu của điểm M xuống IA và nhận $\overrightarrow{IA} = (-1;-1;-1)$ làm véc-tơ pháp tuyến.
Do hai tam giác MHI và AMI đồng dạng nên suy ra

$$IM^2 = IH \cdot IA \Rightarrow IH = \frac{IM^2}{IA} = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

Suy ra $\overrightarrow{IA} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{IA} \Rightarrow H\left(\dfrac{4}{3};\dfrac{7}{3};\dfrac{10}{3}\right)$.
Mặt phẳng cần tìm có phương trình là $-\left(x - \dfrac{4}{3}\right) - \left(y - \dfrac{7}{3}\right) - \left(z - \dfrac{10}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow x + y + z - 7 = 0$.

Chọn đáp án D □

Câu 42 (THQG 2018 - Mã đề 102).

Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -3 \\ z = 5 + 4t \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;-3;5)$ và có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1;2;-2)$. Đường phân giác góc nhọn tạo bởi hai đường thẳng d và Δ là

A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - 5t \\ z = 6 + 11t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - 5t \\ z = -6 + 11t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 + 7t \\ y = 3 - 5t \\ z = 5 + t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -3 \\ z = 5 + 7t \end{cases}$.

Lời giải.

Ta có điểm $A(1; -3; 5)$ thuộc đường thẳng d nên A là giao điểm của d và Δ.

Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{v} = (-3; 0; -4)$.

Đặt $\vec{u'} = \dfrac{1}{|\vec{u}|}\vec{u} = \left(\dfrac{1}{3}; \dfrac{2}{3}; -\dfrac{2}{3}\right)$, $\vec{v'} = \dfrac{1}{|\vec{v}|}\vec{v} = \left(-\dfrac{3}{5}; 0; -\dfrac{4}{5}\right)$. Ta có $\vec{u'} \cdot \vec{v'} > 0$ nên góc tạo bởi hai véc-tơ $\vec{u'}$, $\vec{v'}$ là góc nhọn tạo bởi d và Δ.

Suy ra $\vec{w} = \vec{u'} + \vec{v'} = \left(-\dfrac{4}{15}; \dfrac{10}{15}; -\dfrac{22}{15}\right) = -\dfrac{2}{15}(2; -5; 11)$ là véc-tơ chỉ phương của đường phân giác cần tìm. Phương trình đường phân giác cần tìm là

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 - 5t \\ z = 5 + 11t. \end{cases}$$

Chọn $t = -2$ suy ra điểm $M(-1; 2; -6)$ thuộc đường phân giác. Khi đó, đường phân giác có phương trình

$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - 5t \\ z = -6 + 11t. \end{cases}$$

Chọn đáp án B □

2.8 Đại số & Giải tích 11 - Chương 2: Tổ hợp-xác suất

Câu 43 (THQG 2018 - Mã đề 102).

Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 38 học sinh?

A. A_{38}^2. **B.** 2^{38}. **C.** C_{38}^2. **D.** 38^2.

Lời giải.

Mỗi cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 38 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 38, số cách chọn là C_{38}^2.

Chọn đáp án C □

Câu 44 (THQG 2018 - Mã đề 102).

Từ một hộp chứa 7 quả cầu mà đỏ và 5 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng

A. $\dfrac{5}{12}$. **B.** $\dfrac{7}{44}$. **C.** $\dfrac{1}{22}$. **D.** $\dfrac{2}{7}$.

Lời giải.

Số cách lấy 3 quả cầu từ hộp là $n(\Omega) = C_{12}^3$.

Gọi A: "lấy được 3 viên bi xanh". Ta có $n(A) = C_5^3$.

Xác suất cần tìm $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{C_5^3}{C_{12}^3} = \dfrac{1}{22}$.

Chọn đáp án C □

Câu 45 (THQG 2018 - Mã đề 102).

Hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(3x-1)^6 + (2x-1)^8$ bằng

A. -3007. **B.** -577. **C.** 3007. **D.** 577.

Lời giải.

Ta có $(3x-1)^6 = \sum\limits_{k=0}^{6} \mathrm{C}_6^k 3^k x^k (-1)^{6-k}$. Hệ số của số hạng chứa x^4 là $\mathrm{C}_6^4 3^4 (-1)^{6-4} = 1215$.

Ta lại có $(2x-1)^8 = \sum\limits_{k=0}^{8} \mathrm{C}_8^k 2^k x^k (-1)^{8-k}$. Hệ số của số hạng chứa x^5 là $\mathrm{C}_8^5 2^5 (-1)^{8-5} = -1792$.

Vậy hệ số của x^5 trong khai triển $x(3x-1)^6 + (2x-1)^8$ là $1215 - 1792 = -577$.

Chọn đáp án B □

Câu 46 (THQG 2018 - Mã đề 102).

Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết lên bảng một số ngẫu nhiên thuộc đoạn $[1;19]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

A. $\dfrac{1027}{6859}$. **B.** $\dfrac{2539}{6859}$. **C.** $\dfrac{2287}{6859}$. **D.** $\dfrac{109}{323}$.

Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = 19^3$.

Trong các số tự nhiên thuộc đoạn $[1;19]$ có 6 số chia hết cho 3, đó là $\{3;6;9;12;15;18\}$, có 7 số chia cho 3 dư 1, đó là $\{1;4;7;10;13;16;19\}$ và có 6 số chia cho 3 dư 2, đó là $\{2;5;8;11;14;17\}$.

Để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 cần phải xảy ra các trường hợp sau

— **Trường hợp 1.** Cả ba số viết ra đều chia hết cho 3: có 6^3 cách viết.
— **Trường hợp 2.** Cả 3 số viết ra đều chia cho 3 dư 1: có 7^3 cách viết.
— **Trường hợp 3.** Cả 3 số viết ra đều chia cho 3 dư 2: có 6^3 cách viết.
— **Trường hợp 4.** Trong ba số viết ra có 1 số chia hết cho 3, 1 số chia cho 3 dư 1 và 1 chia cho 3 dư 2: có $6 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 3!$ cách viết.

Vậy xác suất cần tìm là $p = \dfrac{6^3 + 7^3 + 6^3 + 6 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 3!}{19^3} = \dfrac{2287}{6859}$.

Chọn đáp án C □

2.9 Đại số & Giải tích 11 - Chương 4: Giới hạn

Câu 47 (THQG 2018 - Mã đề 102).

$\lim \dfrac{1}{5n+2}$ bằng

A. $\dfrac{1}{5}$. **B.** 0. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $+\infty$.

Lời giải.

Ta có $\lim \dfrac{1}{5n+2} = \lim \dfrac{\frac{1}{n}}{5+\frac{2}{n}} = 0$.

Chọn đáp án B □

2.10 Hình học 11 - Chương 3: Vectơ trong không gian. Quan hệ vuông góc trong không gian

Câu 48 (THQG 2018 - Mã đề 102).

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

A. 45°. **B.** 60°. **C.** 30°. **D.** 90°.

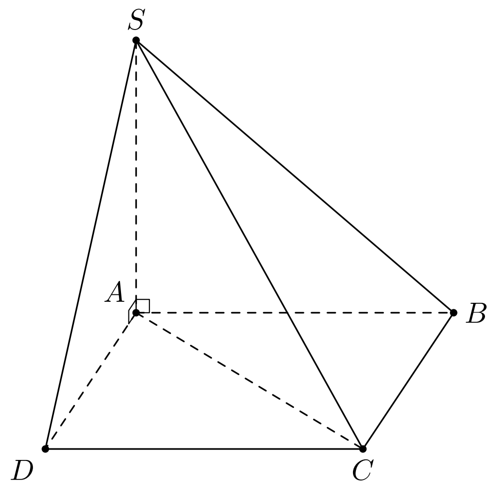
Lời giải.

Ta có $\begin{cases} SC \cap (ABCD) = C \\ SA \perp (ABCD) \text{ tại } A \end{cases}$

$\Rightarrow (SC, (ABCD)) = \widehat{(SC, AC)} = \widehat{SCA}$.

Xét tam giác SAC vuông tại A, ta có

$$\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{2}} = 1 \Rightarrow \widehat{SCA} = 45°.$$



Chọn đáp án A □

Câu 49 (THQG 2018 - Mã đề 102).

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh B, $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{a}{2}$. **B.** a. **C.** $\frac{\sqrt{6}a}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của A lên SB.

Ta có

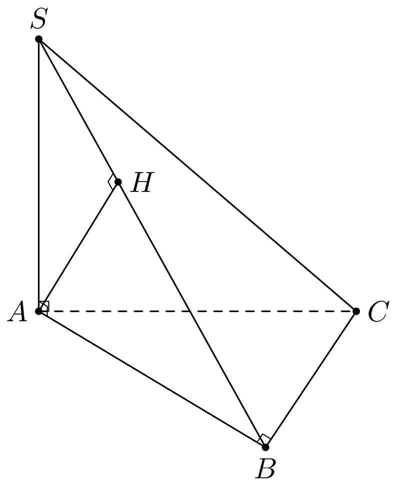
$$\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB).$$

$$\begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC \text{ (vì } BC \perp (SAB), AH \subset (SAB)) \end{cases}$$

$\Rightarrow AH \perp (SBC)$ tại $H \Rightarrow \mathrm{d}(A, (SBC)) = AH$.

Tam giác SAB vuông tại A có AH là đường cao nên

$$AH = \frac{SA \cdot AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{a^2}{a\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

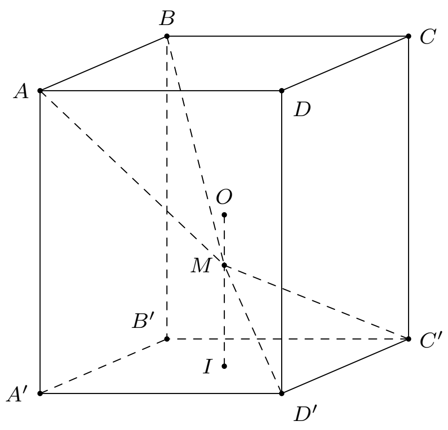


Chọn đáp án D □

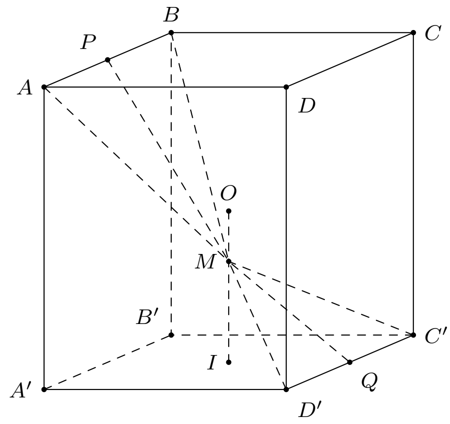
Câu 50 (THQG 2018 - Mã đề 102).

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O. Gọi I là tâm của hình vuông $ABCD$ và M là điểm thuộc OI sao cho $MO = \frac{1}{2}MI$ (tham khảo hình vẽ). Khi đó, cô-sin góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng

A. $\frac{6\sqrt{13}}{65}$. **B.** $\frac{7\sqrt{85}}{85}$. **C.** $\frac{6\sqrt{85}}{85}$. **D.** $\frac{17\sqrt{13}}{65}$.



Lời giải.



Giả sử hình lập phương có độ dài cạnh bằng a.

Hai mặt phẳng $(MC'D')$, (MAB) lần lượt chứa hai đường thẳng $C'D'$, AB và $AB \parallel C'D'$ nên giao tuyến của hai mặt phẳng này là đường thẳng đi qua M và song song với AB.

Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AB, $C'D'$. Các tam giác $MC'D'$, MAB cân ở M nên $MP \perp C'D'$, $MQ \perp AB$.

Do đó, nếu α là góc giữa hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) thì $\cos\alpha = |\cos\widehat{PMQ}|$ (1)

Ta có

$$MQ = \sqrt{MI^2 + IQ^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}OI\right)^2 + IQ^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{13}}{6};$$

$$MP = \sqrt{\left(\frac{4}{3}OI\right)^2 + IQ^2} = \frac{5a}{6}; PQ = AD' = a\sqrt{2};$$

$$\cos\alpha = |\cos\widehat{PMQ}| = \left|\frac{MP^2 + MQ^2 - PQ^2}{2\cdot MP\cdot MQ}\right| = \left|\frac{\frac{25a^2}{36} + \frac{13a^2}{36} - 2a^2}{2\cdot\frac{5a}{6}\cdot\frac{a\sqrt{13}}{6}}\right| = \frac{17\sqrt{13}}{65}.$$

Chọn đáp án D □

ĐÁP ÁN

1. D	2. A	3. B	4. A	5. D	6. D	7. C	8. B	9. B	10. C
11. B	12. A	13. C	14. D	15. C	16. D	17. C	18. A	19. D	20. A
21. A	22. B	23. A	24. B	25. A	26. A	27. D	28. B	29. A	30. A
31. D	32. A	33. D	34. D	35. B	36. C	37. B	38. C	39. A	40. D
41. D	42. B	43. C	44. C	45. B	46. C	47. B	48. A	49. D	50. D

3 Đề minh họa 2018

NỘI DUNG ĐỀ

3.1 Giải tích 12 - Chương 1: Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

Câu 1 (Đề minh họa 2018). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y		↗	3	↘		↗	3	↘	
	$-\infty$				-1				$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; 0)$. **B**. $(-\infty; -2)$. **C**. $(0; 2)$. **D**. $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y' = f'(x) < 0, \forall x \in (-2; 0)$ nên hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng này.

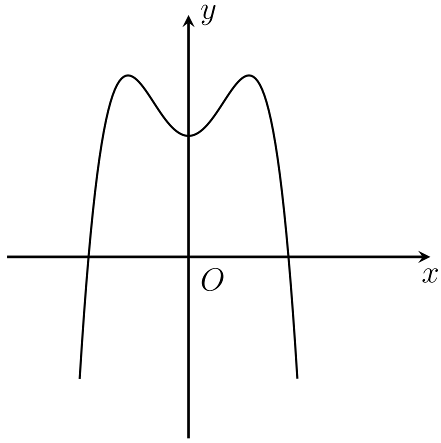
Chọn đáp án A □

Câu 2 (Đề minh họa 2018).

Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = -x^4 + 2x^2 + 2$. **B**. $y = x^4 - 2x^2 + 2$.

C. $y = x^3 - 3x^2 + 2$. **D**. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$.



Lời giải.

Đồ thị hàm số đã cho là đồ thị của hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ có hệ số $a < 0$. Trong các hàm số đã cho chỉ có hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 2$ thỏa mãn.

Chọn đáp án A □

Câu 3 (Đề minh họa 2018). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘		↗	5	↘	
			1				$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm

A. $x = 1$. **B**. $x = 0$. **C**. $x = 5$. **D**. $x = 2$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 2$.

Chọn đáp án D □

Câu 4 (Đề minh họa 2018). Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y = \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$. **B**. $y = \dfrac{x^2}{x^2 + 1}$. **C**. $y = \sqrt{x^2 - 1}$. **D**. $y = \dfrac{x}{x + 1}$.

Lời giải.

— Hàm số $y = \dfrac{x}{x+1}$ có tiệm cận đứng $x = -1$ vì $\lim\limits_{x \to -1^+} \dfrac{x}{x+1} = -\infty$; $\lim\limits_{x \to -1^-} \dfrac{x}{x+1} = +\infty$.

— Hàm số $y = \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$ xác định trên $\mathscr{D} = (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$, nhưng không có tiệm cận đứng vì $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = \lim\limits_{x \to 1} (x - 2) = -1$.

— Hàm số $y = \dfrac{x^2}{x^2 + 1}$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ nên không có tiệm cận.

— Hàm số $y = \sqrt{x^2 - 1}$ xác định trên $\mathscr{D} = (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$ và

$$\lim_{x \to -1^-} \sqrt{x^2 - 1} = \lim_{x \to 1^+} \sqrt{x^2 - 1} = 0$$

nên không có tiệm cận.

Chọn đáp án D □

Câu 5 (Đề minh họa 2018).

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.
Số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$ là

A. 0. **B**. 3. **C**. 1. **D**. 2.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Lời giải.

Ta có $f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2$. Vì $-2 < 2 < 4$ nên từ bảng biến thiên suy ra phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án B □

Câu 6 (Đề minh họa 2018). Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 5$ trên đoạn $[-2; 3]$ bằng

A. 50. **B**. 5. **C**. 1. **D**. 122.

Lời giải.

Hàm xác định và liên tục trên $[-2; 3]$. Ta có:

$$y' = 4x^3 - 8x;\ y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{aligned} &x = 0 \\ &x = \pm\sqrt{2}. \end{aligned}\right.$$

Ta có $f(0) = 5, f(-2) = 5, f(3) = 50, f(\pm\sqrt{2}) = 1$.

Vậy $\max\limits_{[-2;3]} f(x) = 50$ tại $x = 3$.

Chọn đáp án A □

Câu 7 (Đề minh họa 2018). Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của m để hàm số $y = x^3 + mx - \dfrac{1}{5x^5}$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

A. 5. **B**. 3. **C**. 0. **D**. 4.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 + m + \dfrac{1}{x^6}$. Yêu cầu bài toán tương đương với:

$$3x^2 + m + \frac{1}{x^6} \geq 0, \forall x > 0 \Leftrightarrow -m \leq 3x^2 + \frac{1}{x^6} = g(x), \forall x > 0 \Leftrightarrow -m \leq \min_{x>0} g(x).$$

Mà $g(x) = 3x^2 + \dfrac{1}{x^6} \geq 4\sqrt[4]{x^2 \cdot x^2 \cdot x^2 \cdot \dfrac{1}{x^6}} = 4 \Rightarrow \min\limits_{x>0} g(x) = 4$ khi $x = 1$.

Do đó $-m \leq 4 \Leftrightarrow m \geq -4$, suy ra có 4 giá trị nguyên âm thỏa mãn.

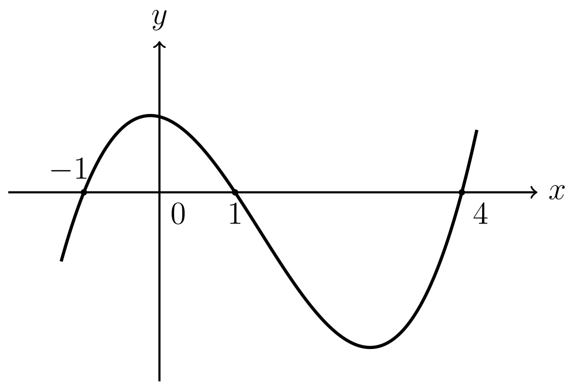
Chọn đáp án D □

Câu 8 (Đề minh họa 2018).

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(1; 3)$. **B**. $(2; +\infty)$.

C. $(-2; 1)$. **D**. $(-\infty; -2)$.



Lời giải.

Xét hàm số $y = f(2-x)$. Hàm số trên xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$. Ta có $y' = -f'(2-x)$.

$$y' > 0 \Leftrightarrow f'(2-x) < 0.$$

Căn cứ vào đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta có

$$f'(2-x) < 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2-x < -1 \\ 1 < 2-x < 4 \end{array}\right. \left[\begin{array}{l} x > 3 \\ -2 < x < 1 \end{array}\right.$$

Vậy hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến trên từng khoảng $(-2; 1)$ và $(3; +\infty)$.

Chọn đáp án C □

Câu 9 (Đề minh họa 2018). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 +$ có 7 điểm cực trị

A. 3. **B**. 5. **C**. 6. **D**. 4.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2$ ta có

$$f'(x) = 12x\left(x^2 - x - 2\right),\ f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1, x = 0, x = 2.$$

Lập bảng biến thiên.

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-5	↗	0	↘	-32	↗	$+\infty$

Ta thấy yêu cầu bài toán được thỏa mãn khi và chỉ khi đồ thị hàm số $f(x)+m$ cắt trục Ox tại 4 điểm phân biệt, hay $0<m<5$ nên ta có 4 số nguyên m.

Chọn đáp án D □

3.2 Giải tích 12 - Chương 2: Hàm số lũy thừa, hàm số mũ và hàm số lôgarit

Câu 10 (Đề minh họa 2018). Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(3a)=3\log a$. **B.** $\log(a^3)=\frac{1}{3}\log a$. **C.** $\log(a^3)=3\log a$. **D.** $\log(3a)=\frac{1}{3}\log a$.

Lời giải.

Ta có $\log(a^3)=3\log a$.

Chọn đáp án C □

Câu 11 (Đề minh họa 2018). Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x}<2^{x+6}$ là

A. $(0;6)$. **B.** $(-\infty;6)$. **C.** $(0;64)$. **D.** $(6;+\infty)$.

Lời giải.

Ta có $2^{2x}<2^{x+6}\Leftrightarrow 2x<x+6\Leftrightarrow x<6$.

Chọn đáp án B □

Câu 12 (Đề minh họa 2018). Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $0,4\%$/tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau đúng 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

A. 102.424.000 đồng. **B.** 102.423.000 đồng. **C.** 102.016.000 đồng. **D.** 102.017.000 đồng.

Lời giải.

Áp dụng công thức tính lãi kép thì số tiền được lĩnh là

$$T=100\cdot(1+0,4\%)^6\approx 102.424.128,4\ \text{(đồng)}$$

Chọn đáp án A □

Câu 13 (Đề minh họa 2018). Tính tổng các nghiệm thực của phương trình $\log_3 x.\log_9 x.\log_{27} x.\log_{81} x=\frac{2}{3}$ bằng

A. $\frac{82}{9}$. **B.** $\frac{80}{9}$. **C.** 9. **D.** 0.

Lời giải.

Điều kiện $x>0$. Khi đó:

$$\log_3 x.\log_9 x.\log_{27} x.\log_{81} x=\frac{2}{3}\Leftrightarrow\left(1\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\right)(\log_3 x)^4=\frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow(\log_3 x)^4=16\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_3 x=2\\ \log_3 x=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=9\\ x=\frac{1}{9}.\end{array}\right.$$

Vậy tổng các nghiệm là $9+\frac{1}{9}=\frac{82}{9}$.

Chọn đáp án A □

Câu 14 (Đề minh họa 2018). Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình sau có nghiệm dương $16^x-2\cdot 12^x+(m-2)\cdot 9^x=0$?

A. 1. **B**. 2. **C**. 4. **D**. 3.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương $t^2 - 2t - 2 + m = 0$ với $t = \left(\frac{4}{3}\right)^x$. Yêu cầu bài toán trở thành, tìm m nguyên dương để phương trình $t^2 - 2t - 2 + m = 0$ có nghiệm lớn hơn 1. Bằng cách khảo sát sự tương giao của hai đồ thị các hàm số $y = f(t) = t^2 - 2t - 2$ và $g(x) = -m$ ta được $0 < m < 3$. Vậy có hai giá trị của m thỏa mãn là $m = 1$ hoặc $m = 2$.

Chọn đáp án B □

Câu 15 (Đề minh họa 2018). Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log u_1 + \sqrt{2 + \log u_1 - 2\log u_{10}} = 2\log u_{10}$ và $u_{n+1} = 2u_n$ với mọi $n \geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n > 5^{100}$ bằng

A. 247. **B**. 248. **C**. 229. **D**. 290.

Lời giải.

Ta có $u_n = u_1.2^{n-1}$ nên $u_{10} = u_1.2^9$.

Đặt $t = \log u_1$, ta có

$$t + \sqrt{2 + t - 2t - 18\log 2} = 18\log 2 + 2t \Leftrightarrow 18 + t = \sqrt{2 - t - 18\log 2} \Leftrightarrow t = -18\log 2 + 1 \Leftrightarrow u_1 = 2^{-17}.5.$$

Suy ra

$$u_n > 5^{100} \Leftrightarrow 2^{n-18}.5 > 5^{100} \Leftrightarrow 2^{n-18} > 5^{99} \Leftrightarrow n > 18 + 99.\log_2 5.$$

Từ đó ta có $n_{\min} = 248$.

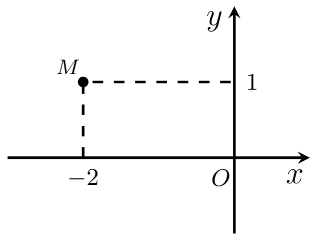
Chọn đáp án B □

3.3 Giải tích 12 - Chương 3: Nguyên hàm. Tích phân và ứng dụng

Câu 16 (Đề minh họa 2018).

Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức

A. $z = -2 + i$. **B**. $z = 1 - 2i$. **C**. $z = 2 + i$. **D**. $z = 1 + 2i$.



Lời giải.

Điểm $M(-2; 1)$ biểu diễn số phức $z = -2 + i$.

Chọn đáp án A □

Câu 17 (Đề minh họa 2018). Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ $(a < b)$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

A. $V = \pi \int\limits_a^b f^2(x)\,\mathrm{d}x$. **B**. $V = 2\pi \int\limits_a^b f^2(x)\,\mathrm{d}x$.

C. $V = \pi^2 \int\limits_a^b f^2(x)\,\mathrm{d}x$. **D**. $V = \pi^2 \int\limits_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

Dựa vào công thức tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng quanh trục hoành ta có $V = \pi \int\limits_a^b f^2(x)\,\mathrm{d}x$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 18 (Đề minh họa 2018). Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 1$ là

A. $x^3 + C$. **B.** $\frac{x^3}{3} + x + C$. **C.** $6x + C$. **D.** $x^3 + x + C$.

Lời giải.

Ta có $\int \left(3x^2 + 1\right) \mathrm{d}x = x^3 + x + C$, với C là hằng số.

Chọn đáp án (D) □

Câu 19 (Đề minh họa 2018). Tích phân $\int\limits_0^2 \frac{\mathrm{d}x}{x+3}$ bằng

A. $\frac{16}{225}$. **B.** $\log \frac{5}{3}$. **C.** $\ln \frac{5}{3}$. **D.** $\frac{2}{15}$.

Lời giải.

Ta có $\int\limits_0^2 \frac{\mathrm{d}x}{x+3} = \ln|x+3|\Big|_0^2 = \ln 5 - \ln 3 = \ln \frac{5}{3}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 20 (Đề minh họa 2018). Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1)$ và $B(2;1;0)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $3x - y - z - 6 = 0$. **B.** $3x - y - z + 6 = 0$. **C.** $x + 3y + z - 5 = 0$. **D.** $x + 3y + z - 6 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng cần tìm đi qua điểm $A(-1;2;1)$ và có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB} = (3;-1;-1)$ nên có phương trình $3(x+1) - (y-2) - (z-1) = 0 \Leftrightarrow 3x - y - z + 6 = 0$.

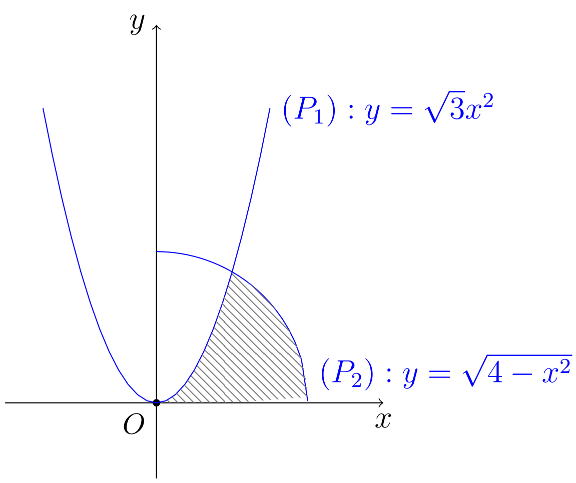
Chọn đáp án (B) □

Câu 21 (Đề minh họa 2018).

Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \sqrt{3}x^2$, cung tròn có phương trình $y = \sqrt{4 - x^2}$ (với $0 \le x \le 2$) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích hình (H) bằng

A. $\frac{4\pi + \sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{4\pi - \sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{4\pi + 2\sqrt{3} - 3}{6}$. **D.** $\frac{5\sqrt{3} - 2\pi}{3}$.



Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\sqrt{3}x^2 = \sqrt{4 - x^2} \Leftrightarrow 3x^4 + x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ (do } 0 \le x \le 2).$$

Khi đó
$$S=\int\limits_0^1\sqrt{3}x^2\mathrm{d}x+\int\limits_1^2\sqrt{4-x^2}\mathrm{d}x=I+J.$$

Tính $I=\int\limits_0^1\sqrt{3}x^2\mathrm{d}x=\left.\dfrac{\sqrt{3}x^3}{3}\right|_0^1=\dfrac{\sqrt{3}}{3}.$

Tính $J=\int\limits_1^2\sqrt{4-x^2}\mathrm{d}x$: Đặt $x=2\sin t\Rightarrow \mathrm{d}x=2\cos t\mathrm{d}t$ và $\begin{cases} x=1\Rightarrow t=\dfrac{\pi}{6}\\ x=2\Rightarrow t=\dfrac{\pi}{2}.\end{cases}$

Khi đó
$$J=\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{4-4\sin^2 t}.2\cos t\mathrm{d}t=4\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 t\mathrm{d}t=2\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}(1+\cos 2t)\,\mathrm{d}t=2\left(t+\frac{1}{2}\sin 2t\right)\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}=\frac{2\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Vậy $S=\dfrac{\sqrt{3}}{3}+\dfrac{2\pi}{3}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{4\pi-\sqrt{3}}{6}$ (đvdt).

Chọn đáp án B □

Câu 22 (Đề minh họa 2018). Biết $\int\limits_1^2\dfrac{\mathrm{d}x}{(x+1)\sqrt{x}+x\sqrt{x+1}}=\sqrt{a}-\sqrt{b}-c$, với $a,\ b,\ c$ là các số nguyên dương. Tính $P=a+b+c$.

A. $P=24$. **B.** $P=12$. **C.** $P=18$. **D.** $P=46$.

Lời giải.

Ta có
$$\frac{1}{(x+1)\sqrt{x}+x\sqrt{x+1}}=\frac{1}{\sqrt{x(x+1)}.\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{x}\right)}=\frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}{\sqrt{x(x+1)}}=\frac{1}{\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{x+1}}.$$

Do đó
$$\begin{aligned}\int\limits_1^2\frac{\mathrm{d}x}{(x+1)\sqrt{x}+x\sqrt{x+1}}&=\int\limits_1^2\left(\frac{1}{\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{x+1}}\right)\mathrm{d}x=\int\limits_2^2\left(x^{-\frac{1}{2}}-(x+1)^{-\frac{1}{2}}\right)\mathrm{d}x\\&=2\left(\sqrt{x}-\sqrt{x+1}\right)\Big|_1^2=4\sqrt{2}-2\sqrt{3}-2=\sqrt{32}-\sqrt{12}-2.\end{aligned}$$

Suy ra $a=32$, $b=12$, $c=2$. Vậy $P=a+b+c=32+12+2=46$.

Chọn đáp án D □

Câu 23 (Đề minh họa 2018). Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 4. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác BCD và chiều cao bằng chiều cao của tứ diện ABCD.

A. $S_{xq}=\dfrac{16\sqrt{2}\pi}{3}$. **B.** $S_{xq}=8\sqrt{2}\pi$. **C.** $S_{xq}=\dfrac{16\sqrt{3}\pi}{3}$. **D.** $S_{xq}=8\sqrt{3}\pi$.

Lời giải.

Ta tính được bán kính đường tròn nội tiếp tam giác BCD là $r=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$, chiều cao tứ diện là $h=\dfrac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Từ đó $S_{xq}=2\pi\cdot r\cdot h=\dfrac{16\sqrt{2}\pi}{3}$.

Chọn đáp án A □

Câu 24 (Đề minh họa 2018). Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $D = \mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$ thoả mãn $f'(x) = \dfrac{2}{2x-1}$, $f(0) = 1$ và $f(1) = 2$. Giá trị của biểu thức $f(-1) + f(3)$ bằng

A. $4 + \ln 15$. **B.** $2 + \ln 15$. **C.** $3 + \ln 15$. **D.** $\ln 15$.

Lời giải.

Ta có với $x > \dfrac{1}{2}$ ta có $f(x) = \ln(2x-1) + 2$. Khi $x < \dfrac{1}{2}$, ta có $f(x) = \ln(1-2x) + 1$.

Vậy $f(-1) + f(3) = 3 + \ln 15$.

Chọn đáp án C □

3.4 Giải tích 12 - Chương 4: Số phức

Câu 25 (Đề minh họa 2018). Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $4z^2 - 4z + 3 = 0$. Giá trị của biểu thức $|z_1| + |z_2|$ bằng

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** 3. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $\Delta' = 4 - 12 = -8 < 0$. Vậy phương trình có hai nghiệm phức là $\left[\begin{array}{l} z_1 = \dfrac{1}{2} + \mathrm{i}\dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ z_2 = \dfrac{1}{2} - \mathrm{i}\dfrac{\sqrt{2}}{2}. \end{array}\right.$

Vậy $|z_1| + |z_2| = \left|\dfrac{1}{2} + \mathrm{i}\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right| + \left|\dfrac{1}{2} - \mathrm{i}\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right| = \sqrt{3}$.

Chọn đáp án D □

Câu 26 (Đề minh họa 2018). Cho số thức $z = a + bi$ với $(a, b \in \mathbb{R})$ thoả mãn $z + 2 + i - |z|(1 + i) = 0$ và $|z| > 1$. Tính $P = a + b$

A. $P = -1$. **B.** $P = -5$. **C.** $P = 3$. **D.** $P = 7$.

Lời giải.

Ta có:

$$\begin{cases} a + 2 - \sqrt{a^2 + b^2} = 0 \\ b + 1 - \sqrt{a^2 + b^2} = 0 \end{cases} \Rightarrow b = a + 1 \Rightarrow a^2 - 2a - 3 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a = -1 \\ a = 3 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} b = 0 \text{ (loại)} \\ b = 4. \end{array}\right.$$

Vậy $a + b = 7$.

Chọn đáp án D □

Câu 27 (Đề minh họa 2018). Cho số phức z thỏa mãn $|z - 4 - 3i| = \sqrt{5}$. Tính $P = a + b$ khi $T = |z + 1 - 3i| + |z - 1 + i|$ lớn nhất.

A. $P = 10$. **B.** $P = 4$. **C.** $P = 6$. **D.** $P = 8$.

Lời giải.

Gọi $M(z)$ và $A(-1; 3)$, $B(1; -1)$, $I(4; 3)$. Khi đó $M \in (I, \sqrt{5})$ và $T = MA + MB$. Gọi E là trung điểm AB, ta có $E = (\dfrac{5}{2}; 1)$ và $ME \leq EI + R$. Dấu "=" có khi $M(6; 4)$. Khi đó

$$k = 4(EI + R)^2 + AB^2 \leq 4ME^2 + AB^2 = 2(MA^2 + MB^2) \geq (MA + MB)^2.$$

Suy ra $T \leq \sqrt{k}$. Đẳng thức xảy ra khi $M(6; 4)$ hay $P = 10$.

Chọn đáp án A □

3.5 Hình học 12 - Chương 1: Khối đa diện

Câu 28 (Đề minh họa 2018). Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V = \dfrac{1}{3}Bh$. **B.** $V = \dfrac{1}{6}Bh$. **C.** $V = Bh$. **D.** $V = \dfrac{1}{2}Bh$.

Lời giải.

Dựa vào công thức tính thể tích khối chóp ta có $V = \dfrac{1}{3}Bh$.

Chọn đáp án A □

Câu 29 (Đề minh họa 2018). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0;2]$ bằng 3. Số phần tử của S là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 6.

Lời giải.

Ta có với mọi x thuộc đoạn $[0;2]$ thì $-2 \le x^3 - 3x \le 2 \Rightarrow m - 2 \le x^3 - 3x + m \le m + 2$ với mọi x thuộc đoạn $[0;2]$.

Suy ra $\max\limits_{[0;2]} y = \max\{|m-2|\,;|m+2|\}$.

— $m \ge 0$ khi đó $\max\limits_{[0;2]} y = m + 2 = 3 \Leftrightarrow m = 1$.

— $m < 0$ khi đó $\max\limits_{[0;2]} y = 2 - m = 3 \Leftrightarrow m = -1$.

Chọn đáp án B □

Câu 30 (Đề minh họa 2018). Cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ có cạnh bằng 1, lần lượt nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Gọi S là điểm đối xứng với B qua đường thẳng DE. Thể tích của khối đa diện $ABCDSEF$ bằng

A. $\dfrac{7}{6}$. **B.** $\dfrac{11}{12}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{5}{6}$.

Lời giải.

Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$, sao cho $A(0;0;0)$ $B(1;0;0)$, $C(1;0;1)$, $D(0;0;1)$, $E(1;1;0)$, $F(0;1;0)$. Khi đó ta có $S\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{4}{3};\ \dfrac{2}{3}\right)$. Suy ra thể tích cần tính

$$V = V_{S.ABCD} + V_{S.ABEF} = \frac{1}{3}.\frac{4}{3}.1 + \frac{1}{3}.\frac{2}{3}.1 = \frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án C □

Câu 31 (Đề minh họa 2018). Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn

$$f(1) = 0,\ \int\limits_0^1 [f'(x)]^2\,\mathrm{d}x = 7,\ \int\limits_0^1 x^2 f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{3}.$$

Tích phân $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{7}{5}$. **B.** 1. **C.** $\dfrac{7}{4}$. **D.** 4.

Lời giải.

Cách 1. Đặt $\begin{cases} u = f(x) \\ \mathrm{d}v = x^2\,\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = f'(x)\,\mathrm{d}x \\ v = \dfrac{x^3}{3}. \end{cases}$

Khi đó: $\dfrac{1}{3} = \displaystyle\int_0^1 x^2 f(x)\,\mathrm{d}x = \left[\dfrac{x^3}{3}f(x)\right]\Bigg|_0^1 - \int_0^1 \dfrac{x^3}{3}f'(x)\,\mathrm{d}x.$

Suy ra $\displaystyle\int_0^1 x^3 f'(x)\,\mathrm{d}x = -1.$ (1)

Mặt khác, do $\displaystyle\int_0^1 [f'(x)]^2\,\mathrm{d}x = 7$ nên

$$\int_0^1 \left[[f'(x)]^2 + 14x^3 f'(x) + 49x^6\right]\,\mathrm{d}x = 0 = 7 - 14 + 7 = 0.$$

Hay $\displaystyle\int_0^1 \left(f'(x) + 7x^3\right)^2\,\mathrm{d}x = 0.$ (2)

Suy ra $f'(x) + 7x^3 = 0 \Rightarrow f'(x) = -7x^3 \Rightarrow f(x) = -\dfrac{7}{4}x^4 + C.$

Mà $f(1) = 0$ nên $C = \dfrac{7}{4}$, suy ra $f(x) = \dfrac{7}{4}(1 - x^4)$. Khi đó $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = \dfrac{7}{5}.$

Lưu ý. Có thể giải thích vì sao từ (2) suy ra $f'(x) + 7x^3 = 0$, $\forall x \in [0;1]$ như sau: Theo giả thiết ta có hàm số $y = \left(f'(x) + 7x^3\right)^2$ liên tục và không âm trên đoạn $[0;1]$ (do đó, đồ thị hàm số này là một đường nét liền trên đoạn $[0;1]$ và không có điểm nào nằm bên dưới trục Ox). Tích phân ở (2) có giá trị bằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \left(f'(x) + 7x^3\right)^2$, trục hoành, đường thẳng $x = 0$, đường thẳng $x = 1$. Mà theo (2) thì hình phẳng này có diện tích bằng 0 nên $f'(x) + 7x^3 = 0$, $\forall x \in [0;1]$.

Cách 2 (tiếp nối từ (1)). Ta có bất đẳng thức Bunhiacovski đối với tích phân: Nếu hai hàm số $f(x)$, $g(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ thì ta luôn có

$$\left[\int_a^b f(x).g(x)\mathrm{d}x\right]^2 \le \left(\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x\right).\int_a^b g^2(x)\mathrm{d}x.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $g(x) = kf(x)$, $\forall x \in [a;b]$. Trở lại bài toán. Từ (1), ta có:

$$1 = \left(\int_0^1 x^3 f'(x)\mathrm{d}x\right)^2 \le \int_0^1 x^6\mathrm{d}x \cdot \int_0^1 \left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x = \frac{1}{7}\cdot 7 = 1.$$

Như vậy dấu "=" xảy ra, tức là $f'(x) = kx^3$. Thay trở lại vào (1), ta được:

$$k\int_0^1 x^6\mathrm{d}x = -1 \Rightarrow \frac{k}{7} = -1 \Rightarrow k = -7.$$

Vậy $f'(x) = -7x^3 \Rightarrow f(x) = -\dfrac{7}{4}x^4 + C \overset{\text{do } f(1)=0}{\Rightarrow} f(x) = -\dfrac{7}{4}x^4 + \dfrac{7}{4}.$

Do đó $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = \dfrac{7}{5}.$

Chọn đáp án A □

3.6 Hình học 12 - Chương 2: Mặt nón, mặt trụ, mặt cầu

Câu 32 (Đề minh họa 2018). Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

A. $2\sqrt{2}a$. **B.** $3a$. **C.** $2a$. **D.** $\dfrac{3a}{2}$.

Lời giải.

Ta có $S_{xq} = \pi r\ell \Rightarrow \ell = \dfrac{S_{xq}}{\pi r} = \dfrac{3\pi a^2}{\pi a} = 3a$.

Chọn đáp án B □

3.7 Hình học 12 - Chương 3: Phương pháp tọa độ trong không gian

Câu 33 (Đề minh họa 2018). Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

A. $M(3;0;0)$. **B.** $N(0;-1;1)$. **C.** $P(0;-1;0)$. **D.** $Q(0;0;1)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của $A(3;-1;1)$ trên mặt phẳng (Oyz) là điểm $N(0;-1;1)$.

Chọn đáp án B □

Câu 34 (Đề minh họa 2018). Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z}{1}$. Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_1} = (-1;2;1)$. **B.** $\overrightarrow{u_2} = (2;1;0)$. **C.** $\overrightarrow{u_3} = (2;1;1)$. **D.** $\overrightarrow{u_4} = (-1;2;0)$.

Lời giải.

Đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z}{1}$ có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_1} = (-1;2;1)$.

Chọn đáp án A □

Câu 35 (Đề minh họa 2018). Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $M(2;0;0), N(0;-1;0)$ và $P(0;0;2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{-1} + \dfrac{z}{2} = 0$. **B.** $\dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{-1} + \dfrac{z}{2} = -1$. **C.** $\dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{1} + \dfrac{z}{2} = 1$. **D.** $\dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{-1} + \dfrac{z}{2} = 1$.

Lời giải.

Sử dụng phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn ta được: $(MNP): \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{-1} + \dfrac{z}{2} = 1$.

Chọn đáp án D □

Câu 36 (Đề minh họa 2018). Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1\colon \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}; d_2\colon \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$$

và mặt phẳng $(P)\colon x + 2y + 3z - 5 = 0$. Đường thẳng vuông góc với (P), cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z}{3}$. **B.** $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z-1}{3}$.

C. $\dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z+2}{3}$. **D.** $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z}{1}$.

Lời giải.

Gọi phương trình đường thẳng cần viết là Δ, A là giao của Δ và d_1, B là giao của Δ và d_2. Khi đó $A(3-t;3-2t;-2+t)$ và $B(5-3u;-1+2u;2+u)$. Suy ra

$$\overrightarrow{AB} = (2+t-3u;-4+2u+2t;4+u-t).$$

Mặt phẳng (P) có một VTPT là $\vec{n} = (1; 2; 3)$. Ta có $\Delta \perp (P) \Rightarrow \overrightarrow{AB}$ và $\vec{n}$ cùng phương. Do đó:

$$\frac{2+t-3u}{1} = \frac{-4+2u+2t}{2} = \frac{4+u-t}{3} \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \\ u = 1. \end{cases}$$

Suy ra $A(1; -1; 0)$, phương trình đường thẳng Δ: $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z}{3}$.

Chọn đáp án A □

Câu 37 (Đề minh họa 2018). Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 1; 2)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox, y'Oy, z'Oz$ lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $OA = OB = OC \neq 0$?

A. 3. **B**. 1. **C**. 4. **D**. 8.

Lời giải.

Đặt $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với $abc \neq 0$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua ba điểm A, B, C có dạng $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} + \dfrac{z}{c} = 1$. Do $OA = OB = OC$ nên ta có $|a| = |b| = |c|$. Suy ra $b = \pm a, c = \pm a$.

— Nếu $b = a$ và $c = a$ thì mặt phẳng (P) có dạng $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{a} + \dfrac{z}{a} = 1$. Vì (P) đi qua M nên

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a} + \frac{2}{a} = 1 \Leftrightarrow \frac{4}{a} = 1 \Leftrightarrow a = 4.$$

Ta có $(P): x + y + z - 4 = 0$.

— Nếu $b = a$ và $c = -a$ thì mặt phẳng (P) có dạng $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{a} + \dfrac{z}{-a} = 1$. Vì (P) đi qua M nên

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a} - \frac{2}{a} = 1 \Leftrightarrow \frac{0}{a} = 1 \text{ (vô nghiệm)}.$$

— Nếu $b = -a$ và $c = a$ thì mặt phẳng (P) có dạng $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{-a} + \dfrac{z}{a} = 1$. Vì (P) đi qua M nên

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{a} + \frac{2}{a} = 1 \Leftrightarrow \frac{2}{a} = 1 \Leftrightarrow a = 2.$$

Ta có $(P): x - y + z - 2 = 0$.

— Nếu $b = -a$ và $c = -a$ thì mặt phẳng (P) có dạng $\dfrac{x}{a} - \dfrac{y}{a} - \dfrac{z}{a} = 1$. Vì (P) đi qua M nên

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{a} - \frac{2}{a} = 1 \Leftrightarrow -\frac{2}{a} = 1 \Leftrightarrow a = -2.$$

Ta có $(P): x - y - z + 2 = 0$.

Vậy có ba mặt phẳng thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án A □

Câu 38 (Đề minh họa 2018). Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2, 2, 1)$, $B\left(-\dfrac{8}{3}, \dfrac{4}{3}, \dfrac{8}{3}\right)$. Đường thẳng đi qua tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-3}{-2} = \dfrac{z+1}{2}$. **B**. $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-8}{-2} = \dfrac{z-4}{2}$.

C. $\dfrac{x+\frac{1}{3}}{1} = \dfrac{y-\frac{5}{3}}{-2} = \dfrac{z-\frac{11}{6}}{2}$. **D**. $\dfrac{x+\frac{2}{9}}{1} = \dfrac{y-\frac{2}{9}}{-2} = \dfrac{z-\frac{5}{9}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $OA = 3, OB = 4, AB = 5$ suy ra tam giác OAB vuông tại O. Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB. Khi đó ta có

$$OB.\overrightarrow{IA} + OA.\overrightarrow{IB} + AB.\overrightarrow{IO} = \vec{0}.$$

Suy ra

$$\begin{cases} x_I = \dfrac{OB.x_A + BA.x_O + AO.x_B}{OA + OB + AB} = 0 \\ y_I = \dfrac{OB.y_A + BA.y_O + AO.y_B}{OA + OB + AB} = 1 \\ z_I = \dfrac{OB.z_A + BA.z_O + AO.z_B}{OA + OB + AB} = 1. \end{cases}$$

Do đó $I(0, 1, 1)$. Lại có $\left[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}\right] = 4(1, -2, 2)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng cần tìm. Thay tọa độ I vào phương án A thấy thỏa mãn.

Chọn đáp án A □

Câu 39 (Đề minh họa 2018). Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 1)$, $B(3; -1; 1)$ và $C(-1; -1; 1)$. Gọi (S_1) là mặt cầu có tâm A, bán kính bằng 2; (S_2) và (S_3) là hai mặt cầu có tâm lần lượt là B, C và bán kính đều bằng 1. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu (S_1), (S_2) và (S_3)

A. 5. **B**. 7. **C**. 6. **D**. 8.

Lời giải.

Xét (P) là mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu trên. Ta có $AB = AC = \sqrt{13}$, $BC = 4$. Gọi I là trung điểm BC; J, K là các điểm thỏa mãn $\overrightarrow{AJ} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AK} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. Ta có $I(1; -1; 1)$, $J\left(\dfrac{7}{3}; 0; 1\right)$, $K\left(-\dfrac{1}{3}; 0; 1\right)$.

Ta có các trường hợp sau

— Các điểm A, B, C nằm cùng phía so với (P): Có 2 mặt phẳng.

— Hai điểm B, C nằm cùng phía so với (P) và A, B nằm khác phía so với (P). Trường hợp này ta thấy (P) đi qua hai điểm J, K. Khi đó mặt phẳng $(P): by + c(z-1) = 0$.
Ta có $d(B, (P)) = 1$ nên $\dfrac{|-b|}{\sqrt{b^2 + c^2}} = 1 \Rightarrow c = 0$ nên $(P): y = 0$.

— Hai điểm A, C nằm cùng phía và khác phía điểm B so với (P). Trường hợp này ta thấy (P) đi qua I, J. là tương tự như trên ta có 2 mặt phẳng.

— Hai điểm A, B nằm cùng phía và khác phía điểm C so với (P). Ta có 2 mặt phẳng.

Vậy có tất cả 7 mặt phẳng.

Chọn đáp án B □

3.8 Đại số & Giải tích 11 - Chương 1: Hàm số lượng giác

Câu 40 (Đề minh họa 2018). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sqrt[3]{m + 3\sqrt[3]{m + 3\sin x}} = \sin x$ có nghiệm thực.

A. 5. **B**. 7. **C**. 3. **D**. 2.

Lời giải.

Đặt $t = \sqrt[3]{m + 3\sin x}$ ta có hệ

$$\begin{cases} t^3 = m + 3\sin x \\ \sin^3 x = m + 3t. \end{cases}$$

Suy ra

$$t^3 - \sin^3 x + 3(t - \sin x) = 0 \Leftrightarrow (t - \sin x)\left(t^2 + t\sin x + \sin^2 x + 3\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow t=\sin x \Leftrightarrow \sin^3 x - 3\sin x = m.$$

Xét hàm số $f(u)=u^3-3u,\ u\in[-1;1]$ ta có $f'(u)=3u^2-3, f'(u)=0 \Leftrightarrow u=\pm 1$.
Bảng biến thiên

x	-1		1
f'	0	$-$	0
f	2	$\searrow$	-2

Từ đó, ta suy ra phương trình $\sin^3 x - 3\sin x = m$ có nghiệm khi và chỉ khi $-2 \le m \le 2$. Suy ra có 5 giá trị nguyên của m.
Chọn đáp án A ☐

3.9 Đại số & Giải tích 11 - Chương 2: Tổ hợp-xác suất

Câu 41 (Đề minh họa 2018). Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm 2 phần tử của M là

A. A_{10}^8. **B.** A_{10}^2. **C.** C_{10}^2. **D.** 10^2.

Lời giải.
Số tập con gồm 2 phần tử của M là số tổ hợp chập 2 của 10 nên bằng C_{10}^2.
Chọn đáp án C ☐

Câu 42 (Đề minh họa 2018). Một hộp chứa 11 quả cầu gồm 5 quả cầu màu xanh và 6 quả cầu màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả từ hộp đó. Xác suất để hai quả cầu chọn ra cùng màu bằng

A. $\dfrac{5}{22}$. **B.** $\dfrac{6}{11}$. **C.** $\dfrac{5}{11}$. **D.** $\dfrac{8}{11}$.

Lời giải.
Số phần tử của không gian mẫu là $\mathrm{C}_{11}^2=55$.
Số cách chọn ra 2 quả cùng màu là $\mathrm{C}_5^2+\mathrm{C}_6^2=25$.
Vậy xác suất cần tính bằng $\dfrac{25}{55}=\dfrac{5}{11}$.
Chọn đáp án C ☐

Câu 43 (Đề minh họa 2018). Với n là số nguyên dương thỏa mãn $\mathrm{C}_n^1+\mathrm{C}_n^2=55$, số hạng không chứa x trong khai triển của biểu thức $\left(x^3+\dfrac{2}{x^2}\right)^n$ bằng

A. 322560. **B.** 3360. **C.** 80640. **D.** 13440.

Lời giải.
Điều kiện: $\begin{cases} n\ge 2 \\ n\in\mathbb{N}^*. \end{cases}$
Ta có $\mathrm{C}_n^1+\mathrm{C}_n^2=55 \Leftrightarrow n^2+n-110=0 \Leftrightarrow n=10$.
Với $n=10$ thì $\left(x^3+\dfrac{2}{x^2}\right)^{10}$ có số hạng tổng quát là: $\mathrm{C}_{10}^k(x^3)^{10-k}\left(\dfrac{2}{x^2}\right)^k=\mathrm{C}_{10}^k 2^k x^{30-5k}$. Số hạng không chứa x trong khai triển ứng với $30-5k=0 \Leftrightarrow k=6$. Suy ra số hạng không chứa x trong khai triển là $\mathrm{C}_{10}^6=13440$.
Chọn đáp án D ☐

Câu 44 (Đề minh họa 2018). Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 5 học sinh lớp 12C thành một hàng ngang. Xác suất để trong 10 học sinh trên không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau bằng

A. $\dfrac{11}{630}$. **B.** $\dfrac{1}{126}$. **C.** $\dfrac{1}{105}$. **D.** $\dfrac{1}{42}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = 10!$.

Số cách xếp 5 bạn lớp 12C là 5!. Với mỗi cách xếp 5 bạn đó ta có hai trường hợp

— Đứng đầu hàng tính từ trái sang phải là một bạn lớp 12C và đứng cuối không phải là hs lớp 12C, tức là cách xếp có dạng $CXCXCXCXCX$, trong đó X là hs lớp A hoặc B. Khi đó ta có 5! các xếp 5 học sinh còn lại.

— Đứng đầu hàng từ trái sang phải không là hs lớp 12 C và đứng cuối là hs lớp 12C, tức là cách xếp có dạng $XCXCXCXCXC$. Khi đó ta cũng có 5! cách xếp 5 học sinh còn lại.

— Có 2 học sinh lớp C đứng hai đầu hàng, tức là cách xếp có dạng $CXCXCXCXYC$. Khi đó ta gép một học sinh lớp B với một học sinh lớp C và xem đó như một phần tử, khi đó còn lại 4 hs nên ta có 4! cách xếp. Do đó trường hợp này có 2.6.4!

Do đó xác suất cần tính là $P = \dfrac{(2.5! + 12.4!).5!}{10!} = \dfrac{11}{630}$.

Chọn đáp án A □

3.10 Đại số & Giải tích 11 - Chương 4: Giới hạn

Câu 45 (Đề minh họa 2018). $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x-2}{x+3}$ bằng

A. $-\dfrac{2}{3}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -3.

Lời giải.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x-2}{x+3} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1-\dfrac{2}{x}}{1+\dfrac{3}{x}} = 1$.

Chọn đáp án B □

3.11 Đại số & Giải tích 11 - Chương 5: Đạo hàm

Câu 46 (Đề minh họa 2018). Cho hàm số $y = \dfrac{-x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) và điểm $A(a;1)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của a để có đúng một tiếp tuyến của (C) đi qua A. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. 1. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** $\dfrac{5}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

Gọi d là tiếp tuyến của (C) tại tiếp điểm $M(x_0;y_0)$. Phương trình của d là

$$y = -\frac{1}{(x_0-1)^2}\cdot(x-x_0) + \frac{-x_0+2}{x_0-1}.$$

Đường thẳng d đi qua $A(a;1)$ khi và chỉ khi

$$\begin{aligned}1 &= -\frac{1}{(x_0-1)^2}\cdot(a-x_0) + \frac{-x_0+2}{x_0-1}\\ \Leftrightarrow &(x_0-1)^2 = x_0 - a + (-x_0+2)(x_0-1)\\ \Leftrightarrow &2x_0^2 - 6x_0 + 3 + a = 0.(1)\end{aligned}$$

Để có đúng một tiếp tuyến của (C) đi qua A thì phương trình (1) phải có đúng một nghiệm, hay

$$\Delta' = 9 - 2(3 + a) = 0 \Leftrightarrow a = \frac{3}{2}.$$

hoặc

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ 2 - 6 + 3 + a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = 1.$$

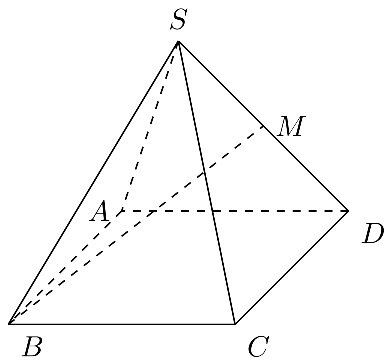
Chọn đáp án C □

3.12 Hình học 11 - Chương 3: Vectơ trong không gian. Quan hệ vuông góc trong không gian

Câu 47 (Đề minh họa 2018).

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của SD (tham khảo hình vẽ bên). Tính tan của góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$.

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.



Lời giải.

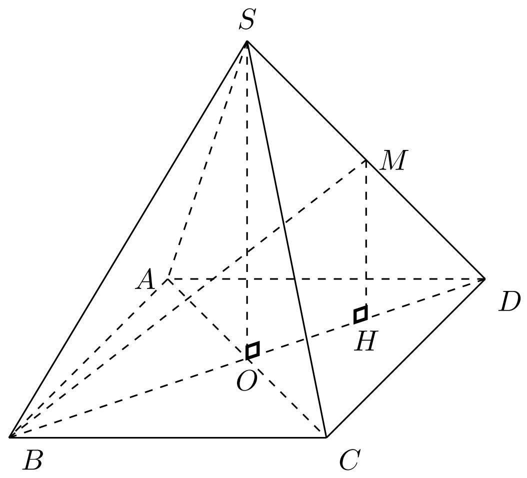
Gọi $O = AC \cap BD$ và H là trung điểm OD.

Ta có $SO \perp (ABCD)$ và $MH \parallel SO$.

Suy ra $MH \perp (ABCD) \Rightarrow (BM, (ABCD)) = \widehat{MBH}$.

$SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow MH = \frac{SO}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{4}$ và $BH = \frac{3}{4}BD = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$.

Vậy $\tan \widehat{MBH} = \frac{MH}{BH} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{4}}{\frac{3a\sqrt{2}}{4}} = \frac{1}{3}$.

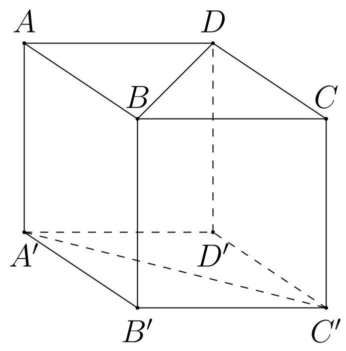


Chọn đáp án D □

Câu 48 (Đề minh họa 2018).

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng

A. $\sqrt{3}a$. **B.** a. **C.** $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. **D.** $\sqrt{2}a$.



Lời giải.

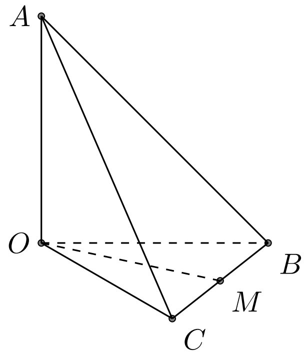
Do BD và $A'C'$ lần lượt nằm trên hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$ song song với nhau nên $d(A'C', BD) = d((ABCD), (A'B'C'D'))$. Mà $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên ta có $d((ABCD), (A'B'C'D')) = AA' = a$. Vậy $d(A'C', BD) = a$.

Chọn đáp án B □

Câu 49 (Đề minh họa 2018).

Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = OC$. Gọi M là trung điểm BC (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa hai đường thẳng OM và AB bằng

A. $90°$. **B**. $30°$. **C**. $60°$. **D**. $45°$.



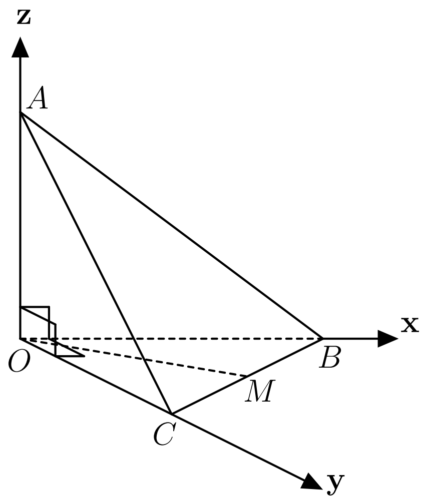
Lời giải.

Giả sử $OA = OB = OC = 1$. Chọn hệ trục tọa độ vuông góc $Oxyz$ sao cho tia Ox, Oy, Oz lần lượt trùng với tia OB, OC, OA. Khi đó ta có $O(0;0;0)$, $A(0;0;1)$, $B(1;0;0)$, $C(0;1;0)$.

Do đó $\overrightarrow{OM} = \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$, $\overrightarrow{AB} = (1;0;-1)$.

Ta có $\cos(OM, AB) = \dfrac{\left|\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{AB}\right|}{\left|\overrightarrow{OM}\right|.\left|\overrightarrow{AB}\right|} = \dfrac{1}{2}$.

Suy ra $\widehat{(OM, AB)} = 60°$.



Chọn đáp án C □

Câu 50 (Đề minh họa 2018). Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $BC = 2\sqrt{3}$, $AA' = 2$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh $A'B'$, $A'C$ và BC. Cô sin của góc giữa hai mặt phẳng (MNP) và $(AB'C')$ bằng

A. $\dfrac{6\sqrt{13}}{65}$. **B**. $\dfrac{\sqrt{13}}{65}$. **C**. $\dfrac{17\sqrt{13}}{65}$. **D**. $\dfrac{18\sqrt{13}}{65}$.

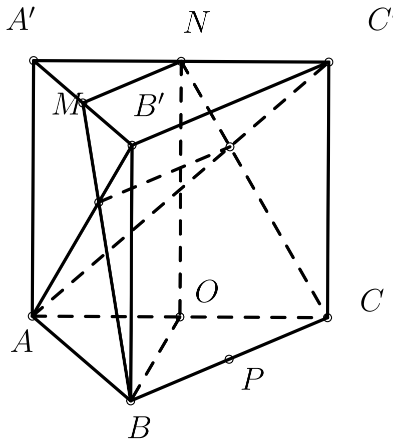
Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao ch O là trung điểm cạnh AC, B thuộc tia Ox, C thuộc tia Oy, N thuộc tia Oz. Khi đó $A(0;-\sqrt{3};0)$, $C(0;\sqrt{3};0)$, $C'(0;\sqrt{3};2)$, $B(3;0;0)$, $B'(3;0;2)$ và $N(0;0;2)$. Ta có $\overrightarrow{AB'} = \left(3;\sqrt{3};2\right)$, $\overrightarrow{AC'} = \left(0;2\sqrt{3};2\right)$. Suy ra $\overrightarrow{AB'} \wedge \overrightarrow{AC'} = \left(-2\sqrt{3};-6;6\sqrt{3}\right)$. Ta chọn $\overrightarrow{n} = \left(1;\sqrt{3};-3\right)$ là VTPT của $(AB'C')$. Ta có:

$\overrightarrow{NB} = (3;0;-2)$, $\overrightarrow{NC}\left(0;\sqrt{3};-2\right) \Rightarrow \overrightarrow{NB} \wedge \overrightarrow{NC} = \left(2\sqrt{3};6;3\sqrt{3}\right)$

nên ta cho $\overrightarrow{u} = \left(2;2\sqrt{3};3\right)$ là VTPT của (MNP).

Suy ra $\cos\alpha = \dfrac{|\overrightarrow{u}.\overrightarrow{n}|}{|\overrightarrow{n}|.|\overrightarrow{u}|} = \dfrac{\sqrt{13}}{65}$.



Chọn đáp án B □

ĐÁP ÁN

1. A	2. A	3. D	4. D	5. B	6. A	7. D	8. C	9. D	10. C
11. B	12. A	13. A	14. B	15. B	16. A	17. A	18. D	19. C	20. B
21. B	22. D	23. A	24. C	25. D	26. D	27. A	28. A	29. B	30. C
31. A	32. B	33. B	34. A	35. D	36. A	37. A	38. A	39. B	40. A
41. C	42. C	43. D	44. A	45. B	46. C	47. D	48. B	49. C	50. B

C ĐỀ THI THQG 2017

1 Mã đề 101

NỘI DUNG ĐỀ

1.1 Giải tích 12 - Chương 1: Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

Câu 1 (THQG 2017-Mã đề 101). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Hàm số có ba điểm cực trị.
B. Hàm số có giá trị cực đại bằng 3.
C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 0.
D. Hàm số có hai điểm cực tiểu.

Lời giải.

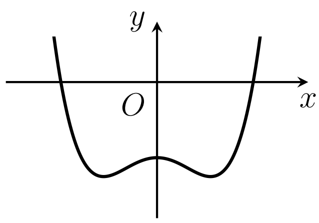
Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số có giá trị cực đại bằng 3. Suy ra khẳng định **sai** là "Hàm số có giá trị cực đại bằng 0".

Chọn đáp án C □

Câu 2 (THQG 2017-Mã đề 101).

Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = -x^3 + x^2 - 1$.
B. $y = x^4 - x^2 - 1$.
C. $y = x^3 - x^2 - 1$.
D. $y = -x^4 + x^2 - 1$.



Lời giải.

Đường cong có hình dạng là đồ thị hàm số dạng $y = ax^4 + bx^2 + c$ với hệ số $a > 0$. Suy ra nó là đồ thị là của hàm số $y = x^4 - x^2 - 1$.

Chọn đáp án B □

Câu 3 (THQG 2017-Mã đề 101). Cho hàm số $y = x^3 + 3x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Lời giải.

$y = x^3 + 3x + 2 \Rightarrow y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Chọn đáp án C □

Câu 4 (THQG 2017-Mã đề 101). Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16}$.

A. 2.
B. 3.
C. 1.
D. 0.

Lời giải.

$y = \dfrac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16} = \dfrac{(x+1)(x-4)}{(x+4)(x-4)}$.

$\lim\limits_{x \to -4^+} y = +\infty \Rightarrow x = -4$ là tiệm cận đứng của đồ thị.

$\lim\limits_{x \to 4} y = \dfrac{5}{8} \Rightarrow x = -4$ không là tiệm cận đứng của đồ thị.
Vậy đồ thị có 1 tiệm cận đứng.

Chọn đáp án C □

Câu 5 (THQG 2017-Mã đề 101). Hàm số $y = \dfrac{2}{x^2+1}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; +\infty)$. **B.** $(-1; 1)$. **C.** $(-\infty; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 0)$.

Lời giải.

$y = \dfrac{2}{x^2+1} \Rightarrow y' = -\dfrac{4x}{(x^2+1)^2} \Rightarrow y' > 0, \forall x \in (-\infty; 0)$ và $y' < 0, \forall x \in (0; +\infty)$.
Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Chọn đáp án A □

Câu 6 (THQG 2017-Mã đề 101). Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = \dfrac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = \pi - 1$. **B.** $V = (\pi - 1)\pi$. **C.** $V = (\pi + 1)\pi$. **D.** $V = \pi + 1$.

Lời giải.

Thể tích $V = \pi \displaystyle\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} (\sqrt{2 + \cos x})^2 \, dx = \pi \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} (2 + \cos x) \, dx = \pi(2x + \sin x)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = (\pi + 1)\pi$.

Chọn đáp án C □

Câu 7 (THQG 2017-Mã đề 101). Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^3 - 7x^2 + 11x - 2$ trên đoạn $[0; 2]$.

A. $m = 11$. **B.** $m = 0$. **C.** $m = -2$. **D.** $m = 3$.

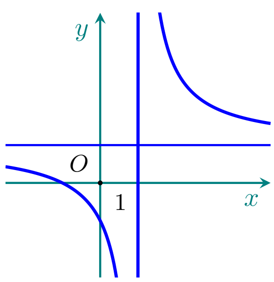
Lời giải.

Đạo hàm: $y' = 3x^2 - 14x + 11$ có nghiệm $x = 1 \in [0; 2]$.
Ta có $y(0) = -2$; $y(1) = 3$; $y(2) = 0 \Rightarrow m = \min\limits_{[0;2]} y = -2$.

Chọn đáp án C □

Câu 8 (THQG 2017-Mã đề 101).

Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
B. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
C. $y' > 0, \forall x \neq 1$.
D. $y' < 0, \forall x \neq 1$.

Lời giải.

Từ đồ thị $\Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.
Mặt khác hàm số không xác định tại $x = 1 \Rightarrow y' < 0, \forall x \neq 1$.

Chọn đáp án D □

Câu 9 (THQG 2017-Mã đề 101). Cho hàm số $y = \dfrac{x+m}{x-1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min\limits_{[2;4]} y = 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m < -1$. **B.** $3 < m \leq 4$. **C.** $m > 4$. **D.** $1 \leq m < 3$.

Lời giải.

Đạo hàm: $y' = \dfrac{-1-m}{(x-1)^2}$.

Với $-1-m > 0 \Rightarrow m < -1 \Rightarrow \min\limits_{[2;4]} y = y(2) \Rightarrow \dfrac{2+m}{1} = 3 \Rightarrow m = 1 \Rightarrow$ loại.

Với $-1-m < 0 \Rightarrow m > -1 \Rightarrow \min\limits_{[2;4]} y = y(4) \Rightarrow \dfrac{4+m}{3} = 3 \Rightarrow m = 5 \Rightarrow m > 4$.

Chọn đáp án C □

Câu 10 (THQG 2017-Mã đề 101). Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m+9)x + 5$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. 7. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải.

Đây là hàm số bậc 3 có hệ số $a = -3 < 0$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow b^2 - 3ac \leq 0$
$\Leftrightarrow m^2 + 12m + 27 \leq 0 \Leftrightarrow -9 \leq m \leq -3$.

Suy ra có 7 giá trị nguyên của m thoả mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án A □

Câu 11 (THQG 2017-Mã đề 101). Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ có hai điểm cực trị A và B. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB?

A. $P(1;0)$. **B.** $M(0;-1)$. **C.** $N(1;-10)$. **D.** $Q(-1;10)$.

Lời giải.

Dùng máy tính tính được đường thẳng $AB: y = -8x - 2$. Từ đó ta thấy chỉ có $N(1;-10)$ thuộc AB.

Chọn đáp án C □

Câu 12 (THQG 2017-Mã đề 101). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = mx - m + 1$ cắt đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + x + 2$ tại ba điểm A, B, C phân biệt sao cho $AB = BC$.

A. $m \in (-\infty; 0] \cup [4; +\infty)$. **B.** $m \in \mathbb{R}$.

C. $m \in \left[-\dfrac{5}{4}; +\infty\right)$. **D.** $m \in (-2; +\infty)$.

Lời giải.

Nhận thấy đường thẳng $y = mx - m + 1$ luôn đi qua điểm uốn $B(1;1)$ của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + x + 2$, do vậy nếu nó cắt đồ thị tại 3 điểm phân biệt A, B, C thì luôn thoả mãn $AB = BC$.

Thử $m = -3$ thì đường thẳng không cắt đồ thị hàm số đã cho tại 3 điểm phân biệt nên loại trừ các phương án A, B.

Thử $m = -\dfrac{3}{2}$ thì đường thẳng cắt đồ thị hàm số đã cho tại 3 điểm phân biệt nên loại trừ các phương án C.

Chọn đáp án D □

1.2 Giải tích 12 - Chương 2: Hàm số lũy thừa, hàm số mũ và hàm số lôgarit

Câu 13 (THQG 2017-Mã đề 101). Cho phương trình $4^x + 2^{x+1} - 3 = 0$. Khi đặt $t = 2^x$, ta được phương trình nào dưới đây?

A. $2t^2 - 3 = 0$. **B.** $t^2 + t - 3 = 0$. **C.** $4t - 3 = 0$. **D.** $t^2 + 2t - 3 = 0$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với $2^{2x} + 2.2^x - 3 = 0$.

Đặt $t = 2^x$ với $t > 0$, ta được: $t^2 + 2t - 3 = 0$.

Chọn đáp án D □

Câu 14 (THQG 2017-Mã đề 101). Cho a là số thực dương khác 1. Tính $I = \log_{\sqrt{a}} a$.

A. $I = \dfrac{1}{2}$. **B.** $I = 0$. **C.** $I = -2$. **D.** $I = 2$.

Lời giải.

$I = \log_{\sqrt{a}} a = \log_{a^{\frac{1}{2}}} a = 2\log_a a = 2$.

Chọn đáp án D □

Câu 15 (THQG 2017-Mã đề 101). Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = 9\log_a b$. **B.** $P = 27\log_a b$. **C.** $P = 15\log_a b$. **D.** $P = 6\log_a b$.

Lời giải.

$P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6 = 3\log_a b + \dfrac{1}{2}.6\log_a b = 6\log_a b$.

Chọn đáp án D □

Câu 16 (THQG 2017-Mã đề 101). Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_5 \dfrac{x-3}{x+2}$.

A. $D = \mathbb{R}\backslash\{-2\}$. **B.** $D = (-\infty; -2) \cup [3; +\infty)$.

C. $D = (-2; 3)$. **D.** $D = (-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $\begin{cases} x + 2 \neq 0 \\ \dfrac{x-3}{x+2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$.

Vậy $D = (-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$.

Chọn đáp án D □

Câu 17 (THQG 2017-Mã đề 101). Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2^2 x - 5\log_2 x + 4 \geq 0$.

A. $S = (-\infty; 2] \cup [16; +\infty)$. **B.** $S = [2; 16]$.

C. $S = (0; 2] \cup [16; +\infty)$. **D.** $S = (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 0$.

Đặt $t = \log_2 x$, bất phương trình đã cho trở thành $t^2 - 5t + 4 \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t \geq 4 \\ t \leq 1 \end{array}\right.$.

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x \geq 4 \\ \log_2 x \leq 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \geq 16 \\ x \leq 2 \end{array}\right.$.

Kết hợp điều kiện ta được tập nghiệm của bất phương trình là $S = (0; 2] \cup [16; +\infty)$.

Chọn đáp án C □

Câu 18 (THQG 2017-Mã đề 101). Tìm tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$.

A. $D = (-\infty; 1)$. **B.** $D = (1; +\infty)$. **C.** $D = \mathbb{R}$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải.

Điều kiện: $x - 1 > 0$ (vì $\frac{1}{3}$ không nguyên) $\Rightarrow x > 1 \Rightarrow$ tập xác định $D = (1; +\infty)$.

Chọn đáp án B □

Câu 19 (THQG 2017-Mã đề 101). Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 6%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 100 triệu đồng bao gồm gốc và lãi? Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

A. 13 năm. **B**. 14 năm. **C**. 12 năm. **D**. 11 năm.

Lời giải.

Tổng số tiền lĩnh ra sau n năm bằng $50.(1,06)^n$. Dùng máy tính kiểm tra thấy $n = 12$ thì số tiền lớn hơn 100. Vậy chọn phương án C.

Chọn đáp án C □

Câu 20 (THQG 2017-Mã đề 101). Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - m\log_3 x + 2m - 7 = 0$ có hai nghiệm thực x_1,x_2 thỏa mãn $x_1x_2 = 81$.

A. $m = -4$. **B**. $m = 4$. **C**. $m = 81$. **D**. $m = 44$.

Lời giải.

Phương trình đã cho có hai nghiệm thực x_1,x_2 thỏa mãn $x_1x_2 = 81$ suy ra $\log_3(x_1.x_2) = 4$ hay $\log_3 x_1 + \log_3 x_2 = 4$. Do đó theo định lý Viét ta suy ra $m = 4$.

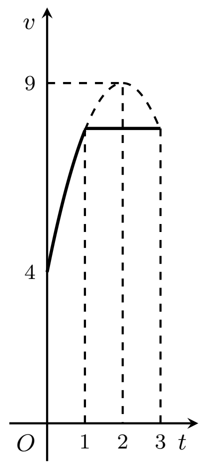
Chọn đáp án B □

Câu 21 (THQG 2017-Mã đề 101).

Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

A. $s = 23,25$ km. **B**. $s = 21,58$ km.

C. $s = 15,50$ km. **D**. $s = 13,83$ km.



Lời giải.

Dễ dàng tìm được phương trình của vận tốc trong 1 giờ đầu tiên là $v = -\dfrac{5}{4}t^2 + 5t + 4$ còn 2 giờ tiếp theo là $v = \dfrac{31}{4}$.

Vậy quãng đường mà vật đi được trong 3 giờ đó là

$$s = \int\limits_0^1 \left(-\frac{5}{4}t^2 + 5t + 4\right) \mathrm{d}t + \int\limits_1^3 \frac{31}{4}\,\mathrm{d}t = \frac{259}{12} \approx 21,58.$$

Chọn đáp án B □

Câu 22 (THQG 2017-Mã đề 101). Cho $\log_a x = 3$, $\log_b x = 4$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{ab} x$.

A. $P = \dfrac{7}{12}$. **B**. $P = \dfrac{1}{12}$. **C**. $P = 12$. **D**. $P = \dfrac{12}{7}$.

Lời giải.

Ta có $P = \log_{ab} x = \dfrac{1}{\log_x ab} = \dfrac{1}{\log_x a + \log_x b} = \dfrac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = \dfrac{12}{7}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 23 (THQG 2017-Mã đề 101). Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3 \dfrac{1-xy}{x+2y} = 3xy + x + 2y - 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P = x + y$.

A. $P_{\min} = \dfrac{9\sqrt{11}-19}{9}$.
B. $P_{\min} = \dfrac{9\sqrt{11}+19}{9}$.
C. $P_{\min} = \dfrac{18\sqrt{11}-29}{21}$.
D. $P_{\min} = \dfrac{2\sqrt{11}-3}{3}$.

Lời giải.

Với giả thiết bài toán ta có $\log_3 \dfrac{1-xy}{x+2y} = 3xy + x + 2y - 4 \Leftrightarrow \log_3 3(1-xy) + 3(1-xy) = \log_3(x+2y) + x + 2y$

Vì hàm số $f(x) = x + \log_3 x$ đồng biến trên $(0;+\infty)$ nên từ trên ta suy ra $3(1-xy) = x + 2y \Leftrightarrow 11 = (3x+2)(3y+1)$.

Dùng bất đẳng thức $AM - GM$ suy ra $3x + 2 + 3y + 1 \geq 2\sqrt{11}$.

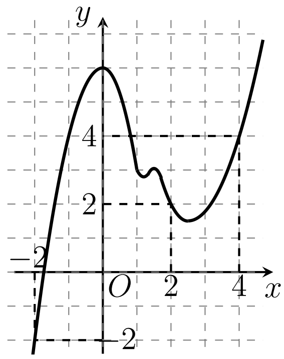
Suy ra $x + y \geq \dfrac{2\sqrt{11}-3}{3}$. Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} 3x+2 = 3y+1 \\ 3(1-xy) = x+2y \end{cases}$ hay $\begin{cases} x = \dfrac{\sqrt{11}-2}{3} \\ y = \dfrac{\sqrt{11}-1}{3} \end{cases}$.

Vậy phương án đúng là D.

Chọn đáp án (D) □

Câu 24 (THQG 2017-Mã đề 101).

Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $h(x) = 2f(x) - x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



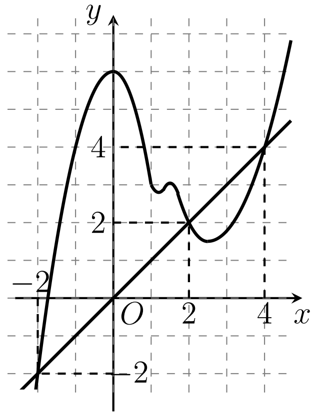
A. $h(4) = h(-2) > h(2)$.
B. $h(4) = h(-2) < h(2)$.
C. $h(2) > h(4) > h(-2)$.
D. $h(2) > h(-2) > h(4)$.

Lời giải.

Ta có $h(x) = 2f(x) - x^2$ nên $h'(x) = 2\left(f'(x) - x\right)$.

Dựa vào hình vẽ bên và tính chất của tích phân ta thấy $h(2) - h(-2) = \displaystyle\int_{-2}^{2} h'(x)\,dx = 2\int_{-2}^{2} \left(f'(x) - x\right)\,dx > 0$ nên $h(2) > h(-2)$.

Tương tự ta có $h(4) > h(-2), h(2) > h(4)$, từ đó chọn phương án C.



Chọn đáp án (C) □

1.3 Giải tích 12 - Chương 3: Nguyên hàm. Tích phân và ứng dụng

Câu 25 (THQG 2017-Mã đề 101). Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x$.

A. $\displaystyle\int \cos 3x\,dx = 3\sin 3x + C$.
B. $\displaystyle\int \cos 3x\,dx = \dfrac{\sin 3x}{3} + C$.

C. $\int \cos 3x \,\mathrm{d}x = -\dfrac{\sin 3x}{3} + C.$ **D.** $\int \cos 3x \,\mathrm{d}x = \sin 3x + C.$

Lời giải.

$\int \cos 3x \,\mathrm{d}x = \dfrac{1}{3}\int \cos 3x \,\mathrm{d}(3x) = \dfrac{\sin 3x}{3} + C$

Chọn đáp án B □

Câu 26 (THQG 2017-Mã đề 101). Cho $\int\limits_0^6 f(x)\,\mathrm{d}x = 12$. Tính $I = \int\limits_0^2 f(3x)\,\mathrm{d}x$.

A. $I = 6$. **B.** $I = 36$. **C.** $I = 2$. **D.** $I = 4$.

Lời giải.

$I = \int\limits_0^2 f(3x)\,\mathrm{d}x = \dfrac{1}{3}\int\limits_0^2 f(3x)\,\mathrm{d}(3x) = \dfrac{1}{3}\int\limits_0^6 f(u)\,\mathrm{d}u$ (với $u = 3x$)

$\Rightarrow I = \dfrac{1}{3}.12 = 4.$

Chọn đáp án D □

Câu 27 (THQG 2017-Mã đề 101). Cho hàm số $f(x)$ thỏa $f'(x) = 3 - 5\sin x$ và $f(0) = 10$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(x) = 3x + 5\cos x + 5$. **B.** $f(x) = 3x + 5\cos x + 2$.

C. $f(x) = 3x - 5\cos x + 2$. **D.** $f(x) = 3x - 5\cos x + 15$.

Lời giải.

$f(x) = \int (3 - 5\sin x)\,\mathrm{d}x = 3x + 5\cos x + C.$

$f(0) = 10 \Rightarrow 5 + C = 10 \Rightarrow C = 5$. Vậy hàm số cần tìm: $f(x) = 3x + 5\cos x + 5$.

Chọn đáp án A □

Câu 28 (THQG 2017-Mã đề 101). Cho $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)\mathrm{e}^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\mathrm{e}^{2x}$.

A. $\int f'(x)\mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x = -x^2 + 2x + C.$ **B.** $\int f'(x)\mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x = -x^2 + x + C.$

C. $\int f'(x)\mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x = x^2 - 2x + C.$ **D.** $\int f'(x)\mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x = -2x^2 + 2x + C.$

Lời giải.

$F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của $f(x)\mathrm{e}^{2x} \Rightarrow 2x = f(x)\mathrm{e}^{2x}$.

Đặt $\begin{cases} u = \mathrm{e}^{2x} \\ \mathrm{d}v = f'(x)\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = 2\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x \\ v = f(x) \end{cases}$

$\Rightarrow \int f'(x)\mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x = f(x)\mathrm{e}^{2x} - 2\int f(x)\mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x = 2x - 2x^2 + C.$

Chọn đáp án D □

1.4 Giải tích 12 - Chương 4: Số phức

Câu 29 (THQG 2017-Mã đề 101). Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?

A. $z = -2 + 3i$. **B.** $z = 3i$. **C.** $z = -2$. **D.** $z = \sqrt{3} + i$.

Lời giải.

Số phức $0 + bi$, $(b \in \mathbb{R})$ được gọi là số thuần ảo.

Vậy số $z = 3i$ là số thuần ảo.

Chọn đáp án B □

Câu 30 (THQG 2017-Mã đề 101). Cho hai số phức $z_1 = 5 - 7i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.

A. $z = 7 - 4i$. **B.** $z = 2 + 5i$. **C.** $z = -2 + 5i$. **D.** $z = 3 - 10i$.

Lời giải.

$z = z_1 + z_2 = (5 - 7i) + (2 + 3i) = 7 - 4i$.

Chọn đáp án A □

Câu 31 (THQG 2017-Mã đề 101). Phương trình nào dưới đây nhận hai số phức $1 + \sqrt{2}i$ và $1 - \sqrt{2}i$ là nghiệm?

A. $z^2 + 2z + 3 = 0$. **B.** $z^2 - 2z - 3 = 0$. **C.** $z^2 - 2z + 3 = 0$. **D.** $z^2 + 2z - 3 = 0$.

Lời giải.

Áp dụng định lý Vi-et ta có tổng hai số phức là 2 và tích của chúng là 3 $\Rightarrow$ hai số phức là nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 3 = 0$.

Chọn đáp án C □

Câu 32 (THQG 2017-Mã đề 101). Cho số phức $z = 1 - 2i$. Điểm nào dưới đây là biểu diễn của số phức $w = iz$ trên mặt phẳng tọa độ?

A. $Q(1; 2)$. **B.** $N(2; 1)$. **C.** $M(1; -2)$. **D.** $P(-2; 1)$.

Lời giải.

Ta có: $w = iz = i(1 - 2i) = 2 + i \Rightarrow$ điểm biểu diễn w là $N(2; 1)$.

Chọn đáp án B □

Câu 33 (THQG 2017-Mã đề 101). Cho số phức $z = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $z + 1 + 3i - |z|i = 0$. Tính $S = a + 3b$.

A. $S = \dfrac{7}{3}$. **B.** $S = -5$. **C.** $S = 5$. **D.** $S = -\dfrac{7}{3}$.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ ta có $z + 1 + 3i - |z|i = 0 \Leftrightarrow a + 1 + (b + 3)i - \sqrt{a^2 + b^2}.i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -\dfrac{4}{3} \end{cases}.$

Vậy ta có $S = a + 3b = -5$.

Chọn đáp án B □

Câu 34 (THQG 2017-Mã đề 101). Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - 3i| = 5$ và $\dfrac{z}{z - 4}$ là số thuần ảo?

A. 0. **B.** Vô số. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$ là số phức thoả mãn yêu cầu của bài toán. Từ giả thiết suy ra x, y thoả mãn hệ $\begin{cases} x^2 - 4y + y^2 = 0 \\ y \neq 0 \\ x^2 + (y - 3)^2 = 25 \end{cases}$, ta thấy hệ có hai nghiệm trong đó nghiệm $(x; y) = (4; 0)$ bị loại. Vậy chỉ có một số phức z thoả mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án C □

1.5 Hình học 12 - Chương 1: Khối đa diện

Câu 35 (THQG 2017-Mã đề 101). Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4 mặt phẳng. **B**. 3 mặt phẳng. **C**. 6 mặt phẳng. **D**. 9 mặt phẳng.

Lời giải.

Hình hộp chữ nhật có các mặt phẳng đối xứng là các mặt phẳng trung trực của các cặp cạnh đối $\Rightarrow$ có 3 mặt đối xứng.

Chọn đáp án B □

Câu 36 (THQG 2017-Mã đề 101). Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **B**. $V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C**. $V = \dfrac{a^3\sqrt{14}}{2}$. **D**. $V = \dfrac{a^3\sqrt{14}}{6}$.

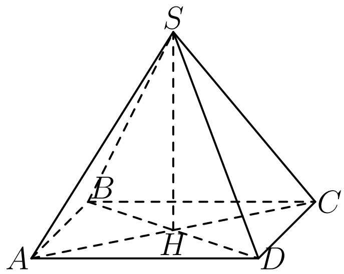
Lời giải.

Cạnh đáy $AB = a \Rightarrow$ diện tích đáy $S_{\text{ABCD}} = a^2$.

Đường chéo $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow HA = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Cạnh bên $SA = 2AB = 2a \Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - HA^2} = \dfrac{a\sqrt{14}}{2}$.

Vậy thể tích $V = \dfrac{1}{3}.a^2.\dfrac{a\sqrt{14}}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{14}}{6}$.



Chọn đáp án D □

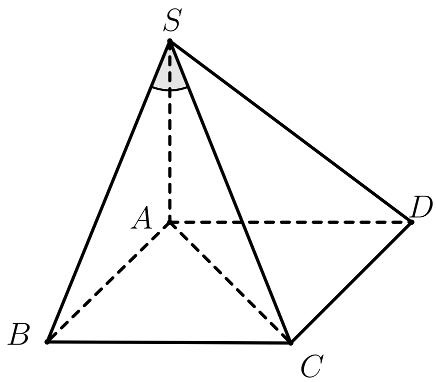
Câu 37 (THQG 2017-Mã đề 101). Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc $30°$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \dfrac{\sqrt{6}a^3}{3}$. **B**. $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **C**. $V = \dfrac{2a^3}{3}$. **D**. $V = \sqrt{2}a^3$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có góc $\widehat{BSC} = 30° \Rightarrow SB = a\sqrt{3} \Rightarrow SA = \sqrt{2}a$.

Từ đó suy ra thể tích của khối chóp bằng $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.



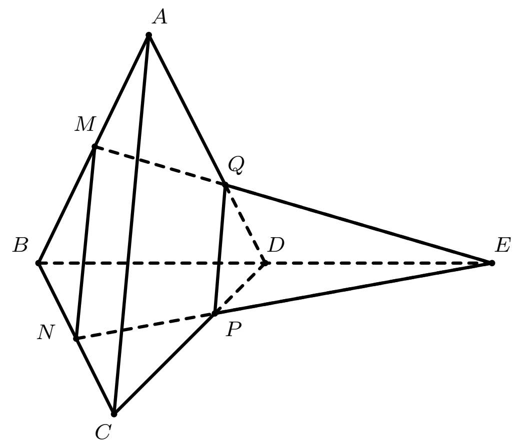
Chọn đáp án B □

Câu 38 (THQG 2017-Mã đề 101). Cho tứ diện đều $ABCD$ có các cạnh bằng a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và E là điểm đối xứng với B qua D. Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích V. Tính V.

A. $V = \dfrac{7\sqrt{2}a^3}{216}$. **B**. $V = \dfrac{11\sqrt{2}a^3}{216}$. **C**. $V = \dfrac{13\sqrt{2}a^3}{216}$. **D**. $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{18}$.

Lời giải.

Ta có thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12} = X$.
Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của NE với CD và ME với AD. Dễ thấy $AQ = CP = \dfrac{2}{3}a$.
Ta dễ dàng tính được $V_{E.BMN} = \dfrac{1}{2}X$. Áp dụng tỉ số thể tích ta có $\dfrac{V_{E.PQD}}{V_{E.BMN}} = \dfrac{2}{9}$. Suy ra $V_{E.PQD} = \dfrac{2}{9}.V_{E.BMN} \Rightarrow V_{BMNEQP} = \dfrac{7}{9}.V_{E.BMN} = \dfrac{7}{18}.X$
Tức là phần khối đa diện không chứa điểm A có thể tích bằng $\dfrac{7}{18}X$, nên phần chứa điểm A có thể tích là $\dfrac{11}{18}X = \dfrac{11\sqrt{2}a^3}{216}$.



Chọn đáp án B □

1.6 Hình học 12 - Chương 2: Mặt nón, mặt trụ, mặt cầu

Câu 39 (THQG 2017-Mã đề 101). Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 4\sqrt{2}$.

A. $V = 128\pi$. **B.** $V = 64\sqrt{2}\pi$. **C.** $V = 32\pi$. **D.** $V = 32\sqrt{2}\pi$.

Lời giải.

Thể tích khối trụ $V = \pi r^2.h = \pi.4^2.4\sqrt{2} = 64\sqrt{2}\pi$.

Chọn đáp án B □

Câu 40 (THQG 2017-Mã đề 101). Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp một hình lập phương có cạnh bằng $2a$.

A. $R = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $R = a$. **C.** $R = 2\sqrt{3}a$. **D.** $R = a\sqrt{3}$.

Lời giải.

Cạnh hình lập phương bằng $2a \Rightarrow$ đường chéo hình lập phương bằng $2a\sqrt{3} \Rightarrow$ bán kính mặt cầu bằng $a\sqrt{3}$.

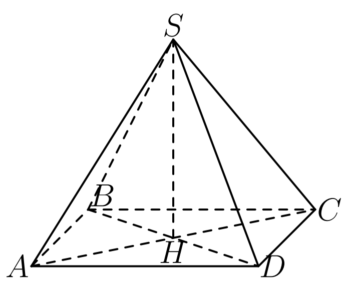
Chọn đáp án D □

Câu 41 (THQG 2017-Mã đề 101). Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh đều bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$.

A. $V = \dfrac{\pi a^3}{2}$. **B.** $V = \dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$. **C.** $V = \dfrac{\pi a^3}{6}$. **D.** $V = \dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{2}$.

Lời giải.

Bán kính đáy của hình nón $r = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.
Đường chéo hình vuông $ABCD$ có $AC = AB\sqrt{2} = 2a \Rightarrow HA = a$. Cạnh bên $SA = a\sqrt{2} \Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - HA^2} = a \Rightarrow$ đường cao hình nón $h = a$.
$\Rightarrow$ thể tích $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{1}{3}\pi.\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2.a = \dfrac{a^3\pi}{6}$.



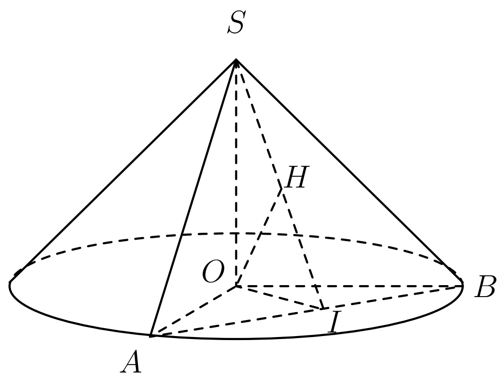
Chọn đáp án C □

Câu 42 (THQG 2017-Mã đề 101). Cho hình nón đỉnh S có chiều cao $h = a$ và bán kính đáy $r = 2a$. Mặt phẳng (P) đi qua S cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}a$. Tính khoảng cách d từ tâm của đường tròn đáy đến (P).

A. $d = \dfrac{\sqrt{3}a}{2}$. **B.** $d = a$. **C.** $d = \dfrac{\sqrt{5}a}{5}$. **D.** $d = \dfrac{\sqrt{2}a}{2}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của đáy hình nón, I là trung điểm của AB, H là chân đường cao của tam giác SOI. Khi đó ta có $d = OH$.
Dễ dàng tính được $OS = OI = a$ nên $d = OH = \dfrac{\sqrt{2}a}{2}$.



Chọn đáp án (D) □

1.7 Hình học 12 - Chương 3: Phương pháp tọa độ trong không gian

Câu 43 (THQG 2017-Mã đề 101). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P)?

A. $Q(2; -1; 5)$. **B.** $P(0; 0; -5)$. **C.** $N(-5; 0; 0)$. **D.** $M(1; 1; 6)$.

Lời giải.

Sử dụng chức năng CALC của MTCT tìm được $M(1; 1; 6)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 44 (THQG 2017-Mã đề 101). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy)?

A. $\vec{i} = (1; 0; 0)$. **B.** $\vec{k} = (0; 0; 1)$. **C.** $\vec{j} = (0; 1; 0)$. **D.** $\vec{m} = (1; 1; 1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oxy) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 45 (THQG 2017-Mã đề 101). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(3; -1; 1)$ và vuông góc đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y+2}{-2} = \dfrac{z-3}{1}$?

A. $3x - 2y + z + 12 = 0$. **B.** $3x + 2y + z - 8 = 0$.
C. $3x - 2y + z - 12 = 0$. **D.** $x - 2y + 3z + 3 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng vuông góc với Δ nhận $\overrightarrow{u_\Delta} = (3; -2; 1)$ làm vtpt $\Rightarrow$ phương trình mặt phẳng cần tìm có dạng $3(x - 3) - 2(y + 1) + (z - 1) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y + z - 12 = 0$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 46 (THQG 2017-Mã đề 101). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(2; 3; 0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + 3y - z + 5 = 0$?

A. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3t \\ z = 1 - t. \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3t \\ z = 1 - t. \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 - t. \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3t \\ z = 1 + t. \end{cases}$

Lời giải.

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) nhận $\overrightarrow{n_{(P)}} = (1; 3; -1)$ làm véc-tơ chỉ phương $\Rightarrow$ phương trình đường thẳng là $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 3t \\ z = -t \end{cases}$.

Lấy $t = -1 \Rightarrow N(1; 0; 1)$ thuộc đường thẳng $\Rightarrow$ đáp án đúng là: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

Chọn đáp án B □

Câu 47 (THQG 2017-Mã đề 101). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu tâm I bán kính IM?

A. $(x - 1)^2 + y^2 + z^2 = 13$. **B.** $(x + 1)^2 + y^2 + z^2 = 13$.
C. $(x - 1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{13}$. **D.** $(x + 1)^2 + y^2 + z^2 = 17$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của M trên Ox là $I(1; 0; 0)$. Mặt khác $IM = \sqrt{13} \Rightarrow$ phương trình mặt cầu là $(x - 1)^2 + y^2 + z^2 = 13$.

Chọn đáp án A □

Câu 48 (THQG 2017-Mã đề 101). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-1; 1; 3)$ và hai đường thẳng $\Delta : \dfrac{x - 1}{3} = \dfrac{y + 3}{2} = \dfrac{z - 1}{1}$, $\Delta' : \dfrac{x + 1}{1} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M, vuông góc với Δ và Δ'?

A. $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 3t. \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = -t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t. \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + t. \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t. \end{cases}$

Lời giải.

Δ và Δ' có các véc-tơ chỉ phương lần lượt là $\overrightarrow{u_1} = (3; 2; 1)$ và $\overrightarrow{u_2} = (1; 3; -2)$.

Khi đó $[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}] = (-7; 7; 7) \Rightarrow$ đường thẳng vuông góc với d và Δ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-1; 1; 1) \Rightarrow$ phương trình đường thẳng $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$.

Chọn đáp án D □

Câu 49 (THQG 2017-Mã đề 101). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 + t, \\ z = 2 \end{cases}$ $d_2 : \dfrac{x - 1}{2} = \dfrac{y + 2}{-1} = \dfrac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P) : 2x + 2y - 3z = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua giao điểm của d_1 và (P), đồng thời vuông góc với d_2?

A. $2x - y + 2z + 22 = 0$. **B**. $2x - y + 2z + 13 = 0$.
C. $2x - y + 2z - 13 = 0$. **D**. $2x + y + 2z - 22 = 0$.

Lời giải.

Giao của d_1 và (P) là điểm $M(4; -1; 2)$. Các mặt phẳng trong 4 phương án cùng vuông góc với d_2 nhưng chỉ có mặt phẳng ở phương án C đi qua $M(4; -1; 2)$ nên chọn C.

Chọn đáp án C □

Câu 50 (THQG 2017-Mã đề 101). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) : $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, điểm $M(1; 1; 2)$ và mặt phẳng $(P) : x + y + z - 4 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua M, thuộc (P) và cắt (S) tại hai điểm A, B sao cho AB nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}(1; a; b)$. Tính $T = a - b$.

A. $T = -2$. **B**. $T = 1$. **C**. $T = -1$. **D**. $T = 0$.

Lời giải.

Ta thấy M nằm bên trong mặt cầu (S) có tâm $O(0; 0; 0)$ và $M \in (P)$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn tâm $H(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; \frac{4}{4})$ trong đó H là hình chiếu vuông góc của O lên (P).

Đường thẳng Δ thoả mãn yêu cầu bài toán khi Δ nằm trong (P) và $\Delta \perp HM$ nên Δ nhận $\left[\overrightarrow{OH}, \overrightarrow{HM}\right] = (12; -12; 0) = 12(1; -1; 0)$ làm véctơ chỉ phương. Suy ra $\vec{u}(1; -1; 0)$ nên $T = -1$.

Chọn đáp án C □

ĐÁP ÁN

1. C	2. B	3. C	4. C	5. A	6. C	7. C	8. D	9. C	10. A
11. C	12. D	13. D	14. D	15. D	16. D	17. C	18. B	19. C	20. B
21. B	22. D	23. D	24. C	25. B	26. D	27. A	28. D	29. B	30. A
31. C	32. B	33. B	34. C	35. B	36. D	37. B	38. B	39. B	40. D
41. C	42. D	43. D	44. B	45. C	46. B	47. A	48. D	49. C	50. C

2 Mã đề 102

NỘI DUNG ĐỀ

2.1 Giải tích 12 - Chương 1: Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

Câu 1 (THQG 2017-Mã đề 102). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm giá trị cực đại $y_{CĐ}$ và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho.

A. $y_{CĐ} = 3$ và $y_{CT} = -2$.
B. $y_{CĐ} = 2$ và $y_{CT} = 0$.
C. $y_{CĐ} = -2$ và $y_{CT} = 2$.
D. $y_{CĐ} = 3$ và $y_{CT} = 0$.

Lời giải.

Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$, giá trị cực đại $y_{CĐ} = 3$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$, giá trị cực tiểu $y_{CT} = 0$.

Chọn đáp án D □

Câu 2 (THQG 2017-Mã đề 102). Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. $y = \dfrac{x+1}{x+3}$. **B.** $y = x^3 + 3x$. **C.** $y = \dfrac{x-1}{x-2}$. **D.** $y = -x^3 - 3x$.

Lời giải.

Ta có

$$\left(\frac{x+1}{x+3}\right)' = \frac{2}{(x+3)^2} > 0 \text{ với mọi } x \neq -3.$$
$$(x^3 + 3x)' = 3(x^2 + 1) > 0 \text{ với mọi } x \in \mathbb{R}\ .$$
$$\left(\frac{x-1}{x-2}\right)' = \frac{-1}{(x-2)^2} < 0 \text{ với mọi } x \neq 2.$$
$$(-x^3 - 3x)' = -3(x^2 + 1) < 0 \text{ với mọi } x \in \mathbb{R}.$$

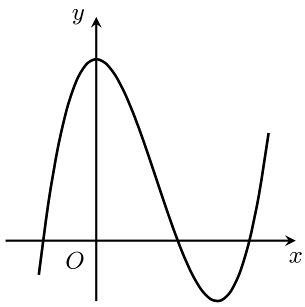
Từ đây suy ra $y = x^3 + 3x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án B □

Câu 3 (THQG 2017-Mã đề 102).

Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.
B. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.
C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.
D. $y = x^3 - 3x^2 + 3$.



Lời giải.

Đây là đồ thị của hàm số có dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, hơn nữa ta thấy khi $x \to +\infty$ thì $y \to +\infty$ do đó $a > 0$.

Chọn đáp án D □

Câu 4 (THQG 2017-Mã đề 102). Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $(0;2)$.
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

Lời giải.

TXĐ: $\mathcal{D}=\mathbb{R}$. Ta có $y'=3x^2-6x; y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0. \\ x=2. \end{array}\right.$

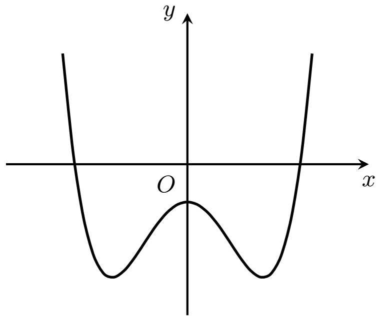
Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	∞	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên $(0,2)$.

Chọn đáp án A □

Câu 5 (THQG 2017-Mã đề 102).
Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ với a,b,c là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. Phương trình $y'=0$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt.

B. Phương trình $y'=0$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt.

C. Phương trình $y'=0$ vô nghiệm trên tập số thực.

D. Phương trình $y'=0$ có đúng một nghiệm thực.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số có ba điểm cực trị. Do đó phương trình $y'=0$ có ba nghiệm thực phân biệt.

Chọn đáp án A □

Câu 6 (THQG 2017-Mã đề 102). Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-5x+4}{x^2-1}$.

A. 3. **B**. 1. **C**. 0. **D**. 2.

Lời giải.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=1$; $\lim\limits_{x\to-\infty} y=1$ do đó đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.
Lại có:

$$\lim_{x\to1^+} y=-\frac{3}{2}; \lim_{x\to1^-} y=-\frac{3}{2}$$
$$\lim_{x\to-1^+} y=+\infty; \lim_{x\to-1^-} y=-\infty$$

Do đó đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x=-1$.

Chọn đáp án D □

Câu 7 (THQG 2017-Mã đề 102). Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-4\right)x+3$ đạt cực đại tại $x=3$.

A. $m=1$. **B**. $m=-1$. **C**. $m=5$. **D**. $m=-7$.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=x^2-2mx+m^2-4$.

Điều kiện cần để hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=3$ là

$$f'(3) = 0$$
$$\Leftrightarrow 9 - 6m + m^2 - 4 = 0$$
$$\Leftrightarrow m^2 - 6m + 5 = 0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = 5. \end{array}\right.$$

Khi $m = 1$, hàm số trở thành $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 3$ và $f'(x) = x^2 - 2x - 3$. Ta có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$\dfrac{14}{3}$	$\searrow$	-6	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số không đạt cực đại tại $x = 3$.

Khi $m = 5$, hàm số trở thành $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 - 5x^2 + 21x + 3$, $f'(x) = x^2 - 10x + 21$, Ta có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		3		7		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	30	$\searrow$	$\dfrac{58}{3}$	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x = 3$. Do đó điều kiện để hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = 3$ là $m = 5$.

Chọn đáp án C □

Câu 8 (THQG 2017-Mã đề 102). Cho hàm số $y = \dfrac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min\limits_{[1;2]} y + \max\limits_{[1;2]} y = \dfrac{16}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m \leq 0$. **B.** $m > 4$. **C.** $0 < m \leq 2$. **D.** $2 < m \leq 4$.

Lời giải.

- Do hàm số $y = \dfrac{x+m}{x+1}$ liên tục và đơn điệu trên đoạn $[1;2]$ nên ta có $\min\limits_{[1;2]} y + \max\limits_{[1;2]} y = \dfrac{1+m}{2} + \dfrac{2+m}{3} = \dfrac{16}{3} \Leftrightarrow m = 5$.

Chọn đáp án B □

Câu 9 (THQG 2017-Mã đề 102). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị của hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải.

- Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị.

Chọn đáp án C □

Câu 10 (THQG 2017-Mã đề 102). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = -mx$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - m + 2$ tại ba điểm phân biệt A, B, C sao cho $AB = BC$.

A. $m \in (-\infty; 3)$. **B.** $m \in (-\infty; -1)$. **C.** $m \in (-\infty; +\infty)$. **D.** $m \in (1; +\infty)$.

Lời giải.

- Để đường thẳng $y = -mx$ cắt đồ thị hàm số $(C): y = x^3 - 3x^2 - m + 2$ tại ba điểm phân biệt là phương trình hoành độ giao điểm $(x-1)(x^2 - 2x - 2 + m) = 0$ có ba nghiệm phân biệt, giải ra ra được $m < 3$.

- Nhận thấy (C) có điểm uốn $U(1; -m)$ luôn thuộc đường thẳng $y = -mx$ nên để thỏa mãn yêu cầu đề bài thì $m < 3$.

Chọn đáp án A □

2.2 Giải tích 12 - Chương 2: Hàm số lũy thừa, hàm số mũ và hàm số lôgarit

Câu 11 (THQG 2017-Mã đề 102). Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số thực dương x, y?

A. $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$. **B.** $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x + \log_a y$.

C. $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a (x - y)$. **D.** $\log_a \dfrac{x}{y} = \dfrac{\log_a x}{\log_a y}$.

Lời giải.

Áp dụng công thức sách giáo khoa $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

Chọn đáp án A □

Câu 12 (THQG 2017-Mã đề 102). Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(1 - x) = 2$.

A. $x = -4$. **B.** $x = -3$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 5$.

Lời giải.

Điều kiện: $x < 1$. Ta có

$$\log_2(1 - x) = 2 \Leftrightarrow 1 - x = 4 \Leftrightarrow x = -3.$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = -3$.

Chọn đáp án B □

Câu 13 (THQG 2017-Mã đề 102). Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}}.\sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.

A. $P = x^{\frac{1}{8}}$. **B.** $P = x^2$. **C.** $P = \sqrt{x}$. **D.** $P = x^{\frac{2}{3}}$.

Lời giải.

Ta có: $P = x^{\frac{1}{3}} x^{\frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$.

Chọn đáp án C □

Câu 14 (THQG 2017-Mã đề 102). Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x + 1)$.

A. $y' = \dfrac{1}{(2x+1)\ln 2}$. **B.** $y' = \dfrac{2}{(2x+1)\ln 2}$. **C.** $y' = \dfrac{2}{2x+1}$. **D.** $y' = \dfrac{1}{2x+1}$.

Câu 15 (THQG 2017-Mã đề 102). Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $P = \log_a(b^2c^3)$.

A. $P = 31$. **B.** $P = 13$. **C.** $P = 30$. **D.** $P = 108$.

Lời giải.

Ta có $P = \log_a\left(b^2c^3\right) = 2\log_a b + 3\log_a c = 2.2 + 3.3 = 13$.

Chọn đáp án B □

Câu 16 (THQG 2017-Mã đề 102). Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) + \log_{\frac{1}{2}}(x+1) = 1$.

A. $S = \left\{2+\sqrt{5}\right\}$.
B. $S = \left\{2-\sqrt{5}; 2+\sqrt{5}\right\}$.
C. $S = \{3\}$.
D. $S = \left\{\dfrac{3+\sqrt{13}}{2}\right\}$.

Lời giải.

Tập xác định $D = (1; +\infty)$.

Với $x \in D$, phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned}
&\log_{\sqrt{2}}(x-1) + \log_{\frac{1}{2}}(x+1) = 1\\
\Leftrightarrow &2\log_2(x-1) - \log_2(x+1) = 1\\
\Leftrightarrow &\log_2\frac{(x-1)^2}{(x+1)} = 1\\
\Leftrightarrow &x^2 - 2x + 1 = 2x + 2\\
\Leftrightarrow &x^2 - 4x - 1 = 0\\
\Leftrightarrow &\left[\begin{array}{l} x = 2+\sqrt{5} \text{ (chọn)}\\ x = 2-\sqrt{5} \text{ (loại)}\end{array}\right.
\end{aligned}$$

Chọn đáp án A □

Câu 17 (THQG 2017-Mã đề 102). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x - 2^{x+1} + m = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt.

A. $m \in (-\infty; 1)$. **B.** $m \in (0; +\infty)$. **C.** $m \in (0; 1]$. **D.** $m \in (0; 1)$.

Lời giải.

Xét phương trình $4^x - 2^{x+1} + m = 0$.

Đặt $2^x = t > 0$, phương trình đã cho trở thành $t^2 - 2t + m = 0$.

Ta có $\Delta' = 1 - m$.

Phương trình đã cho có 2 nghiệm thực phân biệt khi phương trình $t^2 - 2t + m = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt, khi đó

$$\begin{cases}\Delta' > 0\\ P > 0\\ S > 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1\\ m > 0\\ 2 > 0\end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 1.$$

Chọn đáp án D □

Câu 18 (THQG 2017-Mã đề 102). Cho x, y là các số thực lớn hơn 1 thỏa mãn $x^2 + 9y^2 = 6xy$. Tính $M = \dfrac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2\log_{12}(x+3y)}$.

A. $M = \dfrac{1}{4}$. **B.** $M = 1$. **C.** $M = \dfrac{1}{2}$. **D.** $M = \dfrac{1}{3}$.

Lời giải.

- Ta có $x^2 + 9y^2 = 6xy \Leftrightarrow (x+3y)^2 = 12xy$ nên $M = \dfrac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2\log_{12}(x+3y)} = \dfrac{\log_{12}(12xy)}{\log_{12}(x+3y)^2} = 1$.

Chọn đáp án B □

Câu 19 (THQG 2017-Mã đề 102). Đầu năm 2016, ông A thành lập một công ty. Tổng số tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên trong năm 2016 là 1 tỷ đồng. Biết rằng cứ sau mỗi năm thì tổng số tiền dùng để trả lương cho nhân viên trong năm đó tăng thêm 15% so với năm trước. Hỏi năm nào dưới đây là năm đầu tiên mà tổng số tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên trong cả năm lớn hơn 2 tỷ đồng?

A. Năm 2023. **B.** Năm 2022. **C.** Năm 2021. **D.** Năm 2020.

Lời giải.

- Áp dụng công thức $(1+0,15)^m > 2 \Leftrightarrow m > 4,9594$. Vậy sau 5 năm tức là năm 2021.

Chọn đáp án C □

Câu 20 (THQG 2017-Mã đề 102). Xét các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2 \dfrac{1-ab}{a+b} = 2ab + a + b - 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P = a + 2b$.

A. $P_{\min} = \dfrac{2\sqrt{10}-3}{2}$. **B.** $P_{\min} = \dfrac{3\sqrt{10}-7}{2}$. **C.** $P_{\min} = \dfrac{2\sqrt{10}-1}{2}$. **D.** $P_{\min} = \dfrac{2\sqrt{10}-5}{2}$.

Lời giải.

- Giả thiết tương đương với $\log_2(2-2ab) + (2-2ab) = \log_2(a+b) + (a+b) \Leftrightarrow 2 - 2ab = a + b$ do hàm $f(t) = \log_2 t + t$ đồng biến trên tập xác định.

- Rút a theo b thay vào P, khi đó $P_{\min} = \dfrac{2\sqrt{10}-3}{2}$.

Chọn đáp án A □

2.3 Giải tích 12 - Chương 3: Nguyên hàm. Tích phân và ứng dụng

Câu 21 (THQG 2017-Mã đề 102). Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{1}{5x-2}$.

A. $\displaystyle\int \frac{\mathrm{d}x}{5x-2} = \frac{1}{5}\ln|5x-2| + C$. **B.** $\displaystyle\int \frac{\mathrm{d}x}{5x-2} = -\frac{1}{2}\ln(5x-2) + C$.

C. $\displaystyle\int \frac{\mathrm{d}x}{5x-2} = 5\ln|5x-2| + C$. **D.** $\displaystyle\int \frac{\mathrm{d}x}{5x-2} = \ln|5x-2| + C$.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int \frac{\mathrm{d}x}{5x-2} = \int \frac{1}{5(5x-2)}\,\mathrm{d}(5x-2) = \frac{1}{5}\ln|5x-2| + C$.

Chọn đáp án A □

Câu 22 (THQG 2017-Mã đề 102). Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{\ln x}{x}$. Tính $I = F(\mathrm{e}) - F(1)$.

A. $I = \mathrm{e}$. **B.** $I = \dfrac{1}{\mathrm{e}}$. **C.** $I = \dfrac{1}{2}$. **D.** $I = 1$.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle I = \int_1^{\mathrm{e}} \frac{\ln x}{x}\,\mathrm{d}x = \int_1^{\mathrm{e}} \ln x\,\mathrm{d}(\ln x) = \left.\frac{(\ln x)^2}{2}\right|_1^{\mathrm{e}} = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án C □

Câu 23 (THQG 2017-Mã đề 102). Cho hình phẳng $\mathcal{D}$ giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2+\sin x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = \pi$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay $\mathcal{D}$ quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = 2(\pi+1)$. **B.** $V = 2\pi(\pi+1)$. **C.** $V = 2\pi^2$. **D.** $V = 2\pi$.

Lời giải.

Ta có

$$-1 \le \sin x \le 1$$

$$\Leftrightarrow 1 \le 2 + \sin x \le 3$$

$$\Leftrightarrow 1 \le y \le \sqrt{3}$$

Do vậy đường cong $y = \sqrt{2 + \sin x}$ không cắt trục hoành. Vậy, ta có

$$V = \pi \int\limits_0^{\pi} (2 + \sin x) \, \mathrm{d}x = (2x - \cos x) \Big|_0^{\pi} = 2\pi (\pi + 1) .$$

Chọn đáp án B □

Câu 24 (THQG 2017-Mã đề 102). Cho $\int\limits_{-1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x = 2$ và $\int\limits_{-1}^{2} g(x)\,\mathrm{d}x = -1$. Tính $I = \int\limits_{-1}^{2} [x + 2f(x) - 3g($

A. $I = \frac{5}{2}$. **B.** $I = \frac{7}{2}$. **C.** $I = \frac{17}{2}$. **D.** $I = \frac{11}{2}$.

Lời giải.

$$\int\limits_{-1}^{2} [x + 2f(x) - 3g(x)] \, \mathrm{d}x$$

$$= \int\limits_{-1}^{2} x\,\mathrm{d}x + 2\int\limits_{-1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x - 3\int\limits_{-1}^{2} g(x)\,\mathrm{d}x$$

$$= \frac{x^2}{2}\Big|_{-1}^{2} + 2.2 - 3.(-1) = \frac{17}{2}.$$

Chọn đáp án C □

Câu 25 (THQG 2017-Mã đề 102). Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$ trên đoạn $\left[0; \sqrt{3}\right]$.

A. $M = 9$. **B.** $M = 8\sqrt{3}$. **C.** $M = 1$. **D.** $M = 6$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 4x^3 - 4x$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{aligned} & x = 0 \\ & x = -1 \\ & x = 1. \end{aligned}\right.$$

$f(0) = 3,\ f(1) = 2,\ f(\sqrt{3}) = 6$.

Vậy $M = 6$.

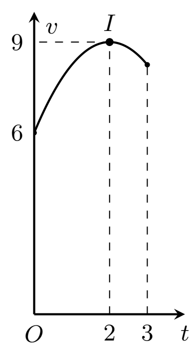
Chọn đáp án D □

Câu 26 (THQG 2017-Mã đề 102).

Một vật chuyển động trong 3 giờ đầu với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t(h) có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2; 9)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó.

A. $s = 24,25$ km. **B.** $s = 26,75$ km.

C. $s = 24,75$ km. **D.** $s = 25,25$ km.



Lời giải.

- Ta có $v(t) = -\dfrac{3}{4}t^2 + 3t + 6$.

- Quãng đường đi được $s = \displaystyle\int_0^3 v(t)\,\mathrm{d}t = 24,75$.

Chọn đáp án C □

Câu 27 (THQG 2017-Mã đề 102). Cho $F(x) = (x-1)\mathrm{e}^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)\mathrm{e}^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\mathrm{e}^{2x}$.

A. $\displaystyle\int f'(x)\mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x = (4-2x)\mathrm{e}^x + C$.

B. $\displaystyle\int f'(x)\mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x = \dfrac{2-x}{2}\mathrm{e}^x + C$.

C. $\displaystyle\int f'(x)\mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x = (2-x)\mathrm{e}^x + C$.

D. $\displaystyle\int f'(x)\mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x = (x-2)\mathrm{e}^x + C$.

Lời giải.

- Ta có $f(x)\mathrm{e}^{2x} = F'(x) = x\mathrm{e}^x$.

- Suy ra $\displaystyle\int f'(x)\mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^{2x}.f(x) - 2\int f(x)\mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x = x\mathrm{e}^x - 2(x-1)\mathrm{e}^x = (2-x)\mathrm{e}^x + C$

Chọn đáp án C □

Câu 28 (THQG 2017-Mã đề 102).

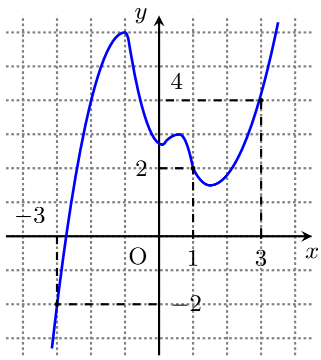
Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x) = 2f(x) - (x+1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $g(-3) > g(3) > g(1)$.

B. $g(1) > g(-3) > g(3)$.

C. $g(3) > g(-3) > g(1)$.

D. $g(1) > g(3) > g(-3)$.



Lời giải.

- Ta có $g'(x) = 2\left(f'(x) - (x+1)\right)$.

- Từ $g(3) - g(1) = \displaystyle\int_1^3 g'(x)\,\mathrm{d}x = 2\int_1^3 \left(f'(x) - (x+1)\right)\mathrm{d}x < 0$ suy ra $g(3) < g(1)$.

- Tương tự $g(3) - g(-3) = \displaystyle\int_{-3}^3 g'(x)\,\mathrm{d}x = 2\int_{-3}^3 \left(f'(x) - (x+1)\right)\mathrm{d}x > 0$ suy ra $g(-3) < g(3)$.

Chọn đáp án D □

2.4 Giải tích 12 - Chương 4: Số phức

Câu 29 (THQG 2017-Mã đề 102).

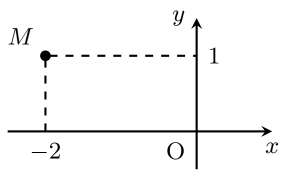
Số phức nào dưới đây có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là điểm M như hình bên?

A. $z_4 = 2 + i$.

B. $z_2 = 1 + 2i$.

C. $z_3 = -2 + i$.

D. $z_1 = 1 - 2i$.



Lời giải.

Điểm M có tọa độ là $(-2, 1)$ do đó M biểu diễn số phức $z_3 = -2 + i$.

Chọn đáp án C □

Câu 30 (THQG 2017-Mã đề 102). Cho hai số phức $z_1 = 4 - 3i$ và $z_2 = 7 + 3i$. Tìm số phức $z = z_1 - z_2$.

A. $z = 11$. **B.** $z = 3 + 6i$. **C.** $z = -1 - 10i$. **D.** $z = -3 - 6i$.

Lời giải.

$z = z_1 - z_2 = (4 - 3i) - (7 + 3i) = (4 - 7) + (-3i - 3i) = -3 - 6i$.

Chọn đáp án D □

Câu 31 (THQG 2017-Mã đề 102). Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $3z^2 - z + 1 = 0$. Tính $P = |z_1| + |z_2|$.

A. $P = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $P = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $P = \dfrac{2}{3}$. **D.** $P = \dfrac{\sqrt{14}}{3}$.

Lời giải.

Phương trình $3z^2 - z + 1 = 0$ có nghiệm $z_{1,2} = \dfrac{1 \pm i\sqrt{11}}{6}$.

Do đó $|z_1| = |z_2| = \dfrac{\sqrt{1 + 11}}{6} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$. Vậy $P = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án B □

Câu 32 (THQG 2017-Mã đề 102). Cho số phức $z = 1 - i + i^3$. Tìm phần thực a và phần ảo b của z.

A. $a = 0, b = 1$. **B.** $a = -2, b = 1$. **C.** $a = 1, b = 0$. **D.** $a = 1, b = -2$.

Lời giải.

Ta có $z = 1 - i + i^3 = 1 - 2i$. Vậy phần thực của z là 1, phần ảo của z là -2.

Chọn đáp án D □

Câu 33 (THQG 2017-Mã đề 102). Cho số phức $z = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $z + 2 + i = |z|$. Tính $S = 4a + b$.

A. $S = 4$. **B.** $S = 2$. **C.** $S = -2$. **D.** $S = -4$.

Lời giải.

- Ta có $\begin{cases} a + 2 = \sqrt{a^2 + b^2} \\ b + 1 = 0 \end{cases}$. Giải ra ta được $b = -1, a = -\dfrac{3}{4}$.

Chọn đáp án D □

Câu 34 (THQG 2017-Mã đề 102). Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| = 2\sqrt{2}$ và $(z - 1)^2$ là số thuần ảo?

A. 0. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải.

- Ta có hệ $\begin{cases} (x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 8 \\ (x - 1)^2 - y^2 = 0 \end{cases}$. Giải ra ta được 3 cặp nghiệm.

Chọn đáp án C □

2.5 Hình học 12 - Chương 1: Khối đa diện

Câu 35 (THQG 2017-Mã đề 102). Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = a^3$. **B.** $V = \dfrac{a^3}{3}$. **C.** $V = \dfrac{a^3}{6}$. **D.** $V = \dfrac{a^3}{2}$.

Lời giải.

Tam giác ABC vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$ do đó $AB = BC = a$.

Thể tích khối lăng trụ là $V = BB'.S_{ABC} = a.\dfrac{1}{2}.a.a = \dfrac{a^3}{2}$.

Chọn đáp án D □

Câu 36 (THQG 2017-Mã đề 102). Mặt phẳng $(A'BC)$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành các khối đa diện nào?

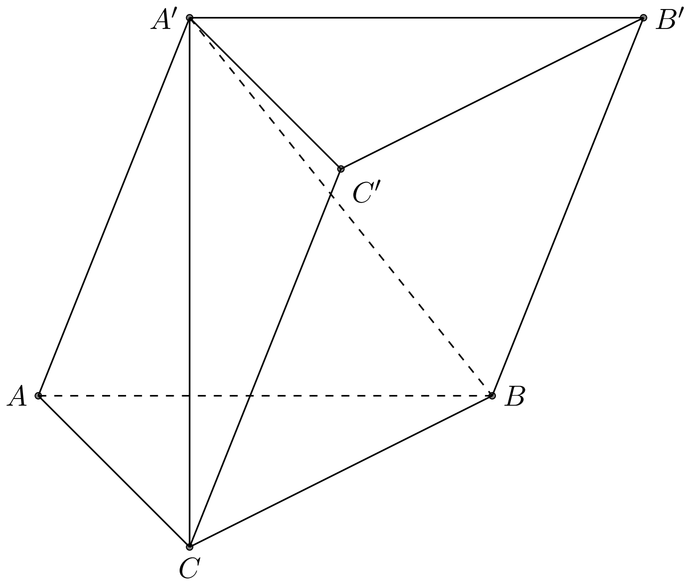
A. Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.

B. Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.

C. Hai khối chóp tam giác.

D. Hai khối chóp tứ giác.

Lời giải.



Chọn đáp án B

Câu 37 (THQG 2017-Mã đề 102). Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc $60°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \dfrac{a^3}{3}$. **B**. $V = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C**. $V = a^3$. **D**. $V = 3a^3$.

Lời giải.

- Từ giả thiết ta có $\widehat{SBA} = 60°$ suy ra $SH = AB.\tan 60° = a\sqrt{3}$. Vậy, $V = \dfrac{1}{3}.a\sqrt{3}.a^2\sqrt{3} = a^3$.

Chọn đáp án C

Câu 38 (THQG 2017-Mã đề 102). Xét khối tứ diện $ABCD$ có cạnh $AB = x$ và các cạnh còn lại đều bằng $2\sqrt{3}$. Tìm x để thể tích khối tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $x = \sqrt{6}$. **B**. $x = \sqrt{14}$. **C**. $x = 3\sqrt{2}$. **D**. $x = 2\sqrt{3}$.

Lời giải.

- Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD, AB. Khi đó ta tính được $AM = BM = 3$, suy ra $MN = \sqrt{9 - \dfrac{x^2}{4}}$.

- Gọi h là chiều cao của khối chóp hạ từ đỉnh A, ta có $h = \dfrac{x.\sqrt{9 - \dfrac{x^2}{4}}}{3}$ và $h_{\max}$ khi $x = 3\sqrt{2}$.

Chọn đáp án C

2.6 Hình học 12 - Chương 2: Mặt nón, mặt trụ, mặt cầu

Câu 39 (THQG 2017-Mã đề 102). Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V = \dfrac{16\pi\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V = 4\pi$. **C.** $V = 16\pi\sqrt{3}$. **D.** $V = 12\pi$.

Lời giải.

Thể tích khối nón đã cho là $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2.h = \dfrac{1}{3}\pi.3.4 = 4\pi$.

Chọn đáp án B □

Câu 40 (THQG 2017-Mã đề 102). Cho mặt cầu bán kính R ngoại tiếp một hình lập phương cạnh a. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a = 2\sqrt{3}R$. **B.** $a = \dfrac{\sqrt{3}R}{3}$. **C.** $a = 2R$. **D.** $a = \dfrac{2\sqrt{3}R}{3}$.

Lời giải.

Hình lập phương có độ dài đường chéo là $a\sqrt{3}$. Từ đó bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là $R = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Do vậy $a = \dfrac{2\sqrt{3}R}{3}$.

Chọn đáp án D □

Câu 41 (THQG 2017-Mã đề 102). Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $3a$. Hình nón (N) có đỉnh A và đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của (N).

A. $S_{\text{xq}} = 6\pi a^2$. **B.** $S_{\text{xq}} = 3\sqrt{3}\pi a^2$. **C.** $S_{\text{xq}} = 12\pi a^2$. **D.** $S_{\text{xq}} = 6\sqrt{3}\pi a^2$.

Lời giải.

- Bán kính đáy $R = \dfrac{2}{3}.\dfrac{3a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

- Suy ra diện tích xung quanh $S_{\text{xq}} = \pi Rl = \pi a\sqrt{3}.3a = \pi a^2 3\sqrt{3}$.

Chọn đáp án B □

Câu 42 (THQG 2017-Mã đề 102). Cho mặt cầu (S) có bán kính bằng 4, hình trụ (H) có chiều cao bằng 4 và hai đường tròn đáy nằm trên (S). Gọi V_1 là thể tích của khối trụ (H) và V_2 là thể tích của khối cầu (S). Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{9}{16}$. **B.** $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{3}{16}$. **D.** $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{2}{3}$.

Lời giải.

- Ta có $V_2 = \dfrac{256\pi}{3}$.

- Bán kính đáy của trụ $r = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$, suy ra $V_1 = 4.\pi(2\sqrt{3})^2 = 48\pi$.

Chọn đáp án A □

2.7 Hình học 12 - Chương 3: Phương pháp tọa độ trong không gian

Câu 43 (THQG 2017-Mã đề 102). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 2; 1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OA.

A. $OA = 3$. **B.** $OA = 9$. **C.** $OA = \sqrt{5}$. **D.** $OA = 5$.

Lời giải.

Ta có $OA = \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{9} = 3$.

Chọn đáp án A □

Câu 44 (THQG 2017-Mã đề 102). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Oyz)?

A. $y = 0$. **B.** $x = 0$. **C.** $y - z = 0$. **D.** $z = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oyz) vuông góc với trục Ox do đó nó nhận $(1, 0, 0)$ là véc-tơ pháp tuyến, hơn nữa (Oyz) đi qua điểm $O(0, 0, 0)$. Vậy phương trình mặt phẳng (Oyz) là $1(x-0)+0(y-0)+0(z-0) = 0$ hay $x = 0$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 45 (THQG 2017-Mã đề 102). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z+m = 0$ là phương trình của một mặt cầu.

A. $m > 6$. **B.** $m \geq 6$. **C.** $m \leq 6$. **D.** $m < 6$.

Lời giải.

Phương trình đã cho là phương trình của một mặt cầu khi $1+1+4-m > 0 \Leftrightarrow m < 6$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 46 (THQG 2017-Mã đề 102). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; -1; 3)$, $B(1; 0; 1)$ và $C(-1; 1; 2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC?

A. $\begin{cases} x = -2t \\ y = -1+t \\ z = 3+t. \end{cases}$ **B.** $x - 2y + z = 0$.

C. $\dfrac{x}{-2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-3}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{1}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BC}(-2; 1; 1)$. Vì đường thẳng cần tìm song song với đường thẳng BC nên ta chọn $\overrightarrow{u}(-2; 1; 1)$ làm một véc-tơ chỉ phương của nó.

Vậy phương trình chính tắc của đường thẳng cần tìm là

$$\frac{x}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 47 (THQG 2017-Mã đề 102). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4; 0; 1)$ và $B(-2; 2; 3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB?

A. $3x - y - z = 0$. **B.** $3x + y + z - 6 = 0$.

C. $3x - y - z + 1 = 0$. **D.** $6x - 2y - 2z - 1 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}(-6; 2; 2)$, trung điểm của AB là $I(1; 1; 2)$.

Mặt phẳng trung trực của AB nhận véc-tơ $\overrightarrow{n}(3; -1; -1)$ làm véc-tơ pháp tuyến và đi qua điểm $I(1; 1; 2)$. Vậy phương trình mặt phẳng trung trực của AB là

$$3(x-1) - (y-1) - (z-2) = 0 \Leftrightarrow 3x - y - z = 0.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 48 (THQG 2017-Mã đề 102). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) : $(x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2 = 2$ và hai đường thẳng $d : \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z-1}{-1}$, $\Delta : \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{-1}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt phẳng tiếp xúc với (S), song song với d và Δ?

A. $x + z + 1 = 0$. **B.** $x + y + 1 = 0$. **C.** $y + z + 3 = 0$. **D.** $x + z - 1 = 0$.

Lời giải.

(S) có tâm $I(-1;1;-2)$ và bán kính $R=\sqrt{2}$.

d có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}(1;2;-1)$, Δ có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}(1;1;-1)$.

Ta có $[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}]=(-1;0;-1)$. Vì mặt phẳng (P) cần tìm song song với d và Δ nên nó nhận $\overrightarrow{n}(1;0;1)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Phương trình (P) có dạng $x+z+d=0$.

Vì (S) tiếp xúc với (P) nên

$$d(I,(P))=R\Leftrightarrow \frac{|d-3|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} d=5\\ d=1\end{array}\right.$$

Vậy ta được hai mặt phẳng là $x+z+1=0$ và $x+z+5=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 49 (THQG 2017-Mã đề 102). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng $(P): x+y+z+1=0$, $(Q): x-y+z-2=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A, song song với (P) và (Q)?

A. $\begin{cases} x=-1+t\\ y=2\\ z=-3-t.\end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=1\\ y=-2\\ z=3-2t.\end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=1+2t\\ y=-2\\ z=3+2t.\end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=1+t\\ y=-2\\ z=3-t.\end{cases}$

Lời giải.

(P) có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}(1;1;1)$, (Q) có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_2}(1;-1;1)$.

Ta có $[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}]=(2;0;-2)$.

Đường thẳng cần tìm nhận véc-tơ $\overrightarrow{u}(1;0;-1)$ làm véc-tơ chỉ phương. Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\begin{cases} x=1+t\\ y=-2\\ z=3-t.\end{cases}$

Chọn đáp án D □

Câu 50 (THQG 2017-Mã đề 102). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;6;2)$, $B(2;-2;0)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z=0$. Xét đường thẳng d thay đổi thuộc (P) và đi qua B, gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên d. Biết rằng khi d thay đổi thì H thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính R của đường tròn đó.

A. $R=\sqrt{6}$. **B.** $R=2$. **C.** $R=1$. **D.** $R=\sqrt{3}$.

Lời giải.

- Mặt cầu đường kính AB có tâm $I(3;2;1)$ và bán kính $R'=\sqrt{18}$.
- H luôn thuộc mặt phẳng (P) và mặt cầu đường kính AB.
- Khoảng cách từ I đến (P) là $d=2\sqrt{3}$. Từ đó suy ra $R=\sqrt{6}$.

Chọn đáp án A □

ĐÁP ÁN

1. D	2. B	3. D	4. A	5. A	6. D	7. C	8. B	9. C	10. A
11. A	12. B	13. C	14. B	15. B	16. A	17. D	18. B	19. C	20. A
21. A	22. C	23. B	24. C	25. D	26. C	27. C	28. D	29. C	30. D
31. B	32. D	33. D	34. C	35. D	36. B	37. C	38. C	39. B	40. D
41. B	42. A	43. A	44. B	45. D	46. C	47. A	48. A	49. D	50. A

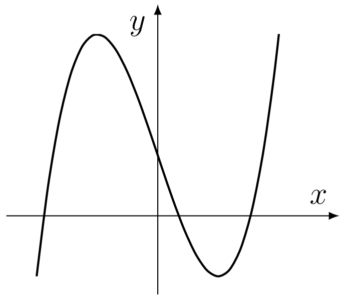
3 Đề minh họa 2017-Lần 1

NỘI DUNG ĐỀ

3.1 Giải tích 12 - Chương 1: Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

Câu 1 (Đề minh họa 2017-Lần 1).

Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = -x^2 + x - 1$. **B**. $y = -x^3 + 3x + 1$.
C. $y = x^3 - 3x + 1$. **D**. $y = x^4 - x^2 + 1$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số có 2 cực trị và $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$, $\lim\limits_{x \to -\infty} y = -\infty$.

— Loại A: vì là parapol chỉ có 1 cực trị.
— Loại B: vì $\lim\limits_{x \to +\infty} y = -\infty$.
— Loại D: vì hàm hàm trùng phương nhận Oy làm trục đối xứng.

Chọn đáp án C □

Câu 2 (Đề minh họa 2017-Lần 1). Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim\limits_{x \to +\infty} = 1$ và $\lim\limits_{x \to -\infty} = -1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.
D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.

Lời giải.
Theo định nghĩa đường tiệm cận, ta có:
— $\lim\limits_{x \to +\infty} = 1$ suy ra $y = 1$ là đường tiệm cận ngang.
— $\lim\limits_{x \to -\infty} = -1$ suy ra $y = -1$ là đường tiệm cận ngang.
Chọn đáp án C □

Câu 3 (Đề minh họa 2017-Lần 1). Hỏi hàm số $y = 2x^4 + 1$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $\left(-\infty; -\dfrac{1}{2}\right)$. **B**. $(0; +\infty)$. **C**. $\left(-\dfrac{1}{2}; +\infty\right)$. **D**. $(-\infty; 0)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 8x^3 > 0 \Leftrightarrow x > 0$, do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Chọn đáp án B □

Câu 4 (Đề minh họa 2017-Lần 1). Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	$\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số có đúng một cực trị.

B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Lời giải.

— Loại A: vì hàm số có 2 cực trị.

— Loại B: vì hàm số có giá trị cực tiểu bằng -1.

— Loại C: vì hàm số không có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án D □

Câu 5 (Đề minh họa 2017-Lần 1). Tìm giá trị cực đại y_{CD} của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.

A. $y_{CD} = 4$. **B**. $y_{CD} = 1$. **C**. $y_{CD} = 0$. **D**. $y_{CD} = -1$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = -1; & y = 4 \\ x = 1; & y = 0 \end{array}\right.$. Suy ra $y_{CD} = 4$.

Chọn đáp án A □

Câu 6 (Đề minh họa 2017-Lần 1). Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{x^2 + 3}{x - 1}$ trên đoạn $[2; 4]$.

A. $\min\limits_{[2;4]} y = 6$. **B**. $\min\limits_{[2;4]} y = -2$. **C**. $\min\limits_{[2;4]} y = -3$. **D**. $\min\limits_{[2;4]} y = \dfrac{19}{3}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \dfrac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2} = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{ll} x = -1 & \text{(loại)} \\ x = 3 & \end{array}\right.$ (Do xét trên đoạn $[2; 4]$).

$y(3) = 6; y(2) = 7; y(4) = \dfrac{19}{3}$, suy ra $\min\limits_{[2;4]} y = 6$.

Chọn đáp án A □

Câu 7 (Đề minh họa 2017-Lần 1). Biết rằng đường thẳng $y = -2x + 2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 2$ tại điểm duy nhất; kí hiệu $(x_\circ; y_\circ)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm $y_\circ$.

A. $y_\circ = 4$. **B**. $y_\circ = 0$. **C**. $y_\circ = 2$. **D**. $y_\circ = -1$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 + x + 2 = -2x + 2 \Leftrightarrow x^3 + 3x = 0 \Leftrightarrow x = 0$, Suy ra $y(0) = 2$.

Chọn đáp án C □

Câu 8 (Đề minh họa 2017-Lần 1). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân.

A. $m = -\dfrac{1}{\sqrt[3]{9}}$. **B**. $m = -1$. **C**. $m = \dfrac{1}{\sqrt[3]{9}}$. **D**. $m = 1$.

Lời giải.

Ta có $y' = 4x^3 + 4mx = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = -m \end{array}\right.$

Điều kiện để hàm số có 3 cực trị là: $-m > 0 \Leftrightarrow m < 0$.

Do $AB^2 = AC^2$ nên tam giác ABC luôn cân tại A.

Do đó $\triangle ABC$ vuông tại A khi $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow m + m^4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} m = 0 & \text{(loại)} \\ m = -1 & \text{(nhận)} \end{array}\right.$.

Chọn đáp án B □

Câu 9 (Đề minh họa 2017-Lần 1). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = \dfrac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có hai đường tiệm cận ngang.

A. Không có giá trị thực nào của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

B. $m < 0$.

C. $m = 0$.

D. $m > 0$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang $\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to-\infty} y, \lim\limits_{x\to+\infty} y$ tồn tại và khác nhau.

Do đó hàm số phải xác định trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ tức là $mx^2 + 1 > 0, \forall \Leftrightarrow m > 0$.Do đó loại B.

— $m = 0$ thì $y = x + 1$ nên hàm số không có tiệm cận ngang.

— $m > 0$ thì $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{1+\dfrac{1}{x}}{-\sqrt{m+\dfrac{1}{x^2}}} = -\dfrac{1}{\sqrt{m}}$.

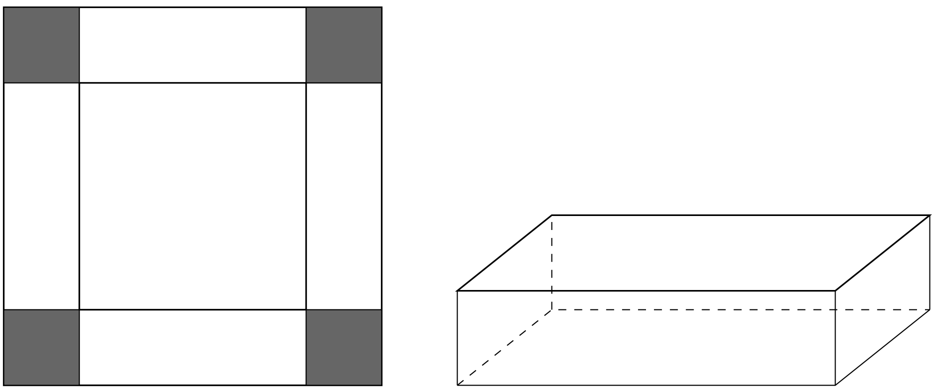
và $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1+\dfrac{1}{x}}{\sqrt{m+\dfrac{1}{x^2}}} = \dfrac{1}{\sqrt{m}}$.

Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là $y = \pm\dfrac{1}{\sqrt{m}}$.

Chọn đáp án D □

Câu 10 (Đề minh họa 2017-Lần 1).

Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x (cm), rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.



A. $x = 6$. **B**. $x = 3$. **C**. $x = 2$. **D**. $x = 4$.

Lời giải.

Mặt đáy của hộp là hình vuông có cạnh bằng $12 - 2x$ (cm), với $0 < x < 6$. Vậy diện tích của đáy hộp là $S = (12 - 2x)^2 = 4(6 - x)^2$.

Khối hộp có chiều cao $h = x$ (cm).

Vậy thể tích hộp là $V = S \cdot h = 4(6 - x)^2 \cdot x = 4x^3 - 48x^2 + 144x$ (cm^3).

Xét hàm $f(x) = 4x^3 - 48x^2 + 144x, 0 < x < 6$.

Ta có $f'(x) = 12x^2 - 96x + 144 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 12 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 6 \end{array}\right.$.

Do $0 < x < 6$ nên ta lấy $x = 2$. Ta có bảng biến thiên:

x	0		2		6
f'		$+$	0	$-$	
f	0	$\nearrow$	128	$\searrow$	0

Vậy thể tích khối hộp đạt giá trị lớn nhất khi $x = 2$ (cm).

Chọn đáp án C $\square$

Câu 11 (Đề minh họa 2017-Lần 1).

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \dfrac{\tan x - 2}{\tan x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \dfrac{\pi}{4}\right)$.

A. $m \leq 0$ hoặc $1 \leq m < 2$. **B**. $m \leq 0$.

C. $1 \leq m < 2$. **D**. $m \geq 2$.

Lời giải.

Đặt $t = \tan x \Rightarrow t \in (0; 1)$.

Khi đó, hàm số ban đầu trở thành $y = \dfrac{t - 2}{t - m}$ với $0 < t < 1$.

Ta có $y' = \dfrac{2 - m}{(t - m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên $(0; 1)$ khi $\begin{cases} y' > 0 \\ m \notin (0; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m \notin (0; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1 \leqslant m < 2 \\ m \leqslant 0 \end{array}\right.$.

Chọn đáp án A $\square$

3.2 Giải tích 12 - Chương 2: Hàm số lũy thừa, hàm số mũ và hàm số lôgarit

Câu 12 (Đề minh họa 2017-Lần 1).

Giải phương trình $\log_4(x - 1) = 3$.

A. $x = 63$. **B**. $x = 65$. **C**. $x = 80$. **D**. $x = 82$.

Lời giải.

Phương trình đã cho $\Leftrightarrow x - 1 = 4^3 \Leftrightarrow x - 1 = 64 \Leftrightarrow x = 65$.

Chọn đáp án B $\square$

Câu 13 (Đề minh họa 2017-Lần 1).

Cho các số thực dương a, b, với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log_{a^2}(ab) = \dfrac{1}{2}\log_a b$. **B**. $\log_{a^2}(ab) = 2 + 2\log_a b$.

C. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{4}\log_a b$. **D.** $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\log_a b$.

Lời giải.

Ta có $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2}\log_a(ab) = \frac{1}{2}(1 + \log_a b) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\log_a b$, nên câu D đúng.

Chọn đáp án D □

Câu 14 (Đề minh họa 2017-Lần 1).

Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{4^x}$.

A. $y' = \frac{1 - 2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$. **B.** $y' = \frac{1 + 2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$.

C. $y' = \frac{1 - 2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$. **D.** $y' = \frac{1 + 2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \left(\frac{x+1}{4^x}\right)' = \frac{4^x - (x+1)4^x \ln 4}{4^{2x}} = \frac{1 - 2(x+1)\ln 2}{4^x}$.

Chọn đáp án A □

Câu 15 (Đề minh họa 2017-Lần 1).

Đặt $a = \log_2 3, b = \log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b.

A. $\log_6 45 = \frac{a + 2ab}{ab}$. **B.** $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab}$.

C. $\log_6 45 = \frac{a + 2ab}{ab + b}$. **D.** $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab + b}$.

Lời giải.

Ta có $\frac{1}{b} = \log_3 5 \Rightarrow \frac{a}{b} = \log_2 3.\log_3 5 = \log_2 5$. Vậy ta đưa về cơ số 2.

$\log_6 45 = \frac{\log_2(3^2.5)}{\log_2 3 + 1} = \frac{2a + \frac{a}{b}}{a+1} = \frac{2ab + a}{ab + b}$.

Chọn đáp án C □

Câu 16 (Đề minh họa 2017-Lần 1).

Cho hai số thực a và b, với $1 < a < b$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $\log_a b < 1 < \log_b a$. **B.** $1 < \log_a b < \log_b a$. **C.** $\log_b a < \log_a b < 1$. **D.** $\log_b a < 1 < \log_a b$.

Lời giải.

Ta có $1 < a < b \Rightarrow \begin{cases} \log_a 1 < \log_a a < \log_a b \\ \log_b 1 < \log_b a < \log_b b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 < 1 < \log_a b \\ 0 < \log_b a < 1 \end{cases} \Rightarrow \log_b a < 1 < \log_a b$.

Chọn đáp án D □

Câu 17 (Đề minh họa 2017-Lần 1).

Ông A vay ngắn hạn ngân hàng 100 triệu đồng, với lãi suất 12%/năm. Ông muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau và trả hết tiền nợ sau đúng 3 tháng kể từ ngày vay. Hỏi, theo cách đó, số tiền m mà ông A sẽ phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu? Biết rằng, lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông A hoàn nợ.

A. $m = \frac{100.(1,01)^3}{3}$ (triệu đồng). **B.** $m = \frac{(1,01)^3}{(1,01)^3 - 1}$ (triệu đồng).

C. $m = \frac{100 \times 1,03}{3}$ (triệu đồng). **D.** $m = \frac{120.(1,12)^3}{(1,12)^3 - 1}$ (triệu đồng).

Lời giải.

Đặt r là lãi suất hàng tháng và m là số tiền hoàn nợ mỗi tháng.

• Số tiền ông A nợ ngân hàng cuối tháng thứ nhất là $T_1 = T(1+r) - m$.
• Số tiền ông A nợ ngân hàng cuối tháng thứ hai là $T_2 = T_1(1+r) - m = T(1+a)^2 - m[1+(1+r)]$.
• Số tiền ông A nợ ngân hàng cuối tháng thứ ba là $T_3 = T_2(1+r) - m = T(1+r)^3 - m\left[1 + (1+r) + (1+r)^2\right]$
$T_3 = T(1+r)^3 - m\dfrac{(1+r)^3 - 1}{r}$.
Theo giả thiết có $T_3 = 0 \Rightarrow m = \dfrac{T.r.(1+r)^3}{(1+r)^3 - 1} = \dfrac{(1,01)^3}{(1,01)^3 - 1}$ (triệu đồng).
Chọn đáp án B □

Câu 18 (Đề minh họa 2017-Lần 1).
Tính đạo hàm của hàm số $y = 13^x$.

A. $y' = x \cdot 13^{x-1}$. **B.** $y' = 13^x \cdot \ln 13$. **C.** $y' = 13^x$. **D.** $y' = \dfrac{13^x}{\ln 13}$.

Lời giải.
Công thức đạo hàm của $y = a^x$ là: $y' = a^x \ln a$.
Nên hàm số đã cho có đạo hàm là $y' = 13^x \ln 13$.
Chọn đáp án B □

Câu 19 (Đề minh họa 2017-Lần 1).
Giải bất phương trình $\log_2(3x - 1) > 3$.

A. $x > 3$. **B.** $\dfrac{1}{3} < x < 3$. **C.** $x < 3$. **D.** $x > \dfrac{10}{3}$.

Lời giải.
Bất phương trình đã cho $\Leftrightarrow 3x - 1 > 2^3 \Leftrightarrow 3x - 1 > 8 \Leftrightarrow x > 3$.
Chọn đáp án A □

Câu 20 (Đề minh họa 2017-Lần 1).
Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$.

A. $\mathcal{D} = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$. **B.** $\mathcal{D} = [-1; 3]$.
C. $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. **D.** $\mathcal{D} = (-1; 3)$.

Lời giải.
Hàm số có nghĩa $\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 3 \\ x < -1 \end{array}\right.$.
Vậy tập xác định là $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.
Chọn đáp án C □

Câu 21 (Đề minh họa 2017-Lần 1).
Cho hàm số $f(x) = 2^x.7^{x^2}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x + x^2\log_2 7 < 0$. **B.** $f(x) < 1 \Leftrightarrow x\ln 2 + x^2 \ln 7 < 0$.
C. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x\log_7 2 + x^2 < 0$. **D.** $f(x) < 1 \Leftrightarrow 1 + x\log_2 7 < 0$.

Lời giải.
Ta có $f(x) = 2^x.7^{x^2} < 1 \Leftrightarrow \log_2\left(2^x.7^{x^2}\right) < 0 \Leftrightarrow x + x^2\log_2 7 < 0$, nên câu A đúng.
Và $f(x) = 2^x.7^{x^2} < 1 \Leftrightarrow \ln\left(2^x.7^{x^2}\right) < 0 \Leftrightarrow x\ln 2 + x^2\ln 7 < 0$, nên câu B đúng.
Và $f(x) = 2^x.7^{x^2} < 1 \Leftrightarrow \log_7\left(2^x.7^{x^2}\right) < 0 \Leftrightarrow x\log_7 2 + x^2 < 0$, nên câu C đúng
D sai do $f(x) = 2^x.7^{x^2} < 1 \Leftrightarrow \log_2\left(2^x.7^{x^2}\right) < 0 \Leftrightarrow x + x^2\log_2 7 < 0 \Leftrightarrow x\left(1 + x\log_2 7\right) < 0$.
Chọn đáp án D □

3.3 Giải tích 12 - Chương 3: Nguyên hàm. Tích phân và ứng dụng

Câu 22 (Đề minh họa 2017-Lần 1).

Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ $(a < b)$, xung quanh trục Ox.

A. $V = \pi \int\limits_a^b f^2(x)\,\mathrm{d}x$. **B.** $V = \int\limits_a^b f^2(x)\,\mathrm{d}x$. **C.** $V = \pi \int\limits_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$. **D.** $V = \pi \int\limits_a^b |f(x)|\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

Thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$; $(a < b)$, xung quanh trục Ox được tính theo công thức $V = \pi \int\limits_a^b f^2(x)\,\mathrm{d}x$.

Chọn đáp án A □

Câu 23 (Đề minh họa 2017-Lần 1).

Tính tích phân $I = \int\limits_1^e x \ln x\,\mathrm{d}x$

A. $I = \dfrac{1}{2}$. **B.** $I = \dfrac{e^2 - 2}{2}$. **C.** $I = \dfrac{e^2 + 1}{4}$. **D.** $I = \dfrac{e^2 - 1}{4}$.

Lời giải.

Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ \mathrm{d}v = x\,\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \dfrac{1}{x}\,\mathrm{d}x \\ v = \dfrac{1}{2}x^2 \end{cases}$, ta có:

$$I = \frac{1}{2}x^2 \ln x\Big|_1^e - \int\limits_1^e \frac{1}{2}x\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}x^2 \ln x\Big|_1^e - \frac{1}{4}x^2\Big|_1^e = \frac{1}{2}e^2 - \left(\frac{1}{4}e^2 - \frac{1}{4}\right) = \frac{e^2+1}{4}.$$

Chọn đáp án C □

Câu 24 (Đề minh họa 2017-Lần 1).

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và đồ thị hàm số $y = x - x^2$.

A. $\dfrac{37}{12}$. **B.** $\dfrac{9}{4}$. **C.** $\dfrac{81}{12}$. **D.** 13.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số:

$$x^3 - x = x - x^2 \Leftrightarrow x^3 + x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{array}\right.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và đồ thị hàm số $y = x - x^2$ là

$$\begin{aligned} S = \int\limits_{-2}^{1} \left|x^3 + x^2 - 2x\right| \,\mathrm{d}x &= \int\limits_{-2}^{0} \left|x^3 + x^2 - 2x\right| \,\mathrm{d}x + \int\limits_{0}^{1} \left|x^3 + x^2 - 2x\right| \,\mathrm{d}x \\ &= \int\limits_{-2}^{0} \left(x^3 + x^2 - 2x\right) \,\mathrm{d}x - \int\limits_{0}^{1} \left(x^3 + x^2 - 2x\right) \,\mathrm{d}x \\ &= \left(\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - x^2\right)\Big|_{-2}^{0} - \left(\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - x^2\right)\Big|_{0}^{1} \\ &= \frac{8}{3} - \left(-\frac{5}{12}\right) = \frac{37}{12}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 25 (Đề minh họa 2017-Lần 1).

Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x - 1}$.

A. $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{2}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$. **B.** $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$.

C. $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = -\frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$. **D.** $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \int f(x)\,\mathrm{d}x = \int \sqrt{2x-1}\,\mathrm{d}x &= \frac{1}{2}\int (2x-1)^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{d}(2x-1) \\ &= \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}(2x-1)^{\frac{3}{2}} + C = \frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C \end{aligned}$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 26 (Đề minh họa 2017-Lần 1).

Một ô tô đang chạy với vận tốc 10m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10(\mathrm{m/s})$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

A. 0,2m. **B.** 2m. **C.** 10m. **D.** 20m.

Lời giải.

Chọn mốc thời gian là lúc bắt đầu đạp phanh. Thời điểm xe dừng hẳn là

$$v(t) = -5t + 10 = 0 \Leftrightarrow t = 2\mathrm{s}$$

Từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được quãng đường là:

$$S = \int\limits_{0}^{2} v(t)\,\mathrm{d}t = \int\limits_{0}^{2} (-5t + 10)\,\mathrm{d}t = \left(-\frac{5}{2}t^2 + 10t\right)\Big|_{0}^{2} = 10\mathrm{m}$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 27 (Đề minh họa 2017-Lần 1).

Tính tích phân $I = \displaystyle\int\limits_{0}^{\pi} \cos^3 x.\sin x\,\mathrm{d}x$.

A. $I = -\frac{1}{4}\pi^4$. **B.** $I = -\pi^4$. **C.** $I = 0$. **D.** $I = -\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Đặt $u = \cos x \Rightarrow \ \mathrm{d}u = -\sin x \ \mathrm{d}x \Rightarrow \sin x \ \mathrm{d}x = -\ \mathrm{d}u$

Đổi cận

x	0	π
u	1	-1

Nên $I = \int\limits_{1}^{-1} u^3.(-\ \mathrm{d}u) = \int\limits_{-1}^{1} u^3.\ \mathrm{d}u = \frac{1}{4}u^4\Big|_{-1}^{1} = 0$

Chọn đáp án C □

Câu 28 (Đề minh họa 2017-Lần 1).

Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2(x-1)e^x$, trục tung và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox.

A. $V = 4 - 2e$. **B.** $V = (4-2e)\pi$. **C.** $V = e^2 - 5$. **D.** $V = (e^2-5)\pi$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = 2(x-1)e^x$ và trục hoành là

$$2(x-1)e^x = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox là

$$V = \int\limits_0^1 \left[2(x-1)e^x\right]^2\ \mathrm{d}x = 4\int\limits_0^1 (x-1)^2 e^{2x}\ \mathrm{d}x$$

Xét tích phân $I = \int\limits_0^1 (x-1)^2 e^{2x}\ \mathrm{d}x$

Đặt $\begin{cases} u = (x-1)^2 \\ \mathrm{d}v = e^{2x}\ \mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = 2(x-1)\ \mathrm{d}x \\ v = \frac{1}{2}e^{2x} \end{cases}$,

Ta có: $I = \frac{1}{2}(x-1)^2e^{2x}\Big|_0^1 - \int\limits_0^1 (x-1)e^{2x}\ \mathrm{d}x = -\frac{1}{2} - \int\limits_0^1 (x-1)e^{2x}\ \mathrm{d}x$

Đặt $\begin{cases} u_1 = (x-1) \\ \mathrm{d}v_1 = e^{2x}\ \mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u_1 = \ \mathrm{d}x \\ v_1 = \frac{1}{2}e^{2x} \end{cases}$,

Do đó $I = -\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2}(x-1)e^{2x}\Big|_0^1 - \frac{1}{2}\int\limits_0^1 e^{2x}\ \mathrm{d}x\right) = -\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}e^{2x}\Big|_0^1\right) = -\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2} - \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4}\right) = \frac{e^2-5}{4}$

Vậy $V = 4I = 4\cdot\frac{e^2-5}{4} = e^2 - 5$.

Chọn đáp án D □

3.4 Giải tích 12 - Chương 4: Số phức

Câu 29 (Đề minh họa 2017-Lần 1).

Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$

A. Phần thực bằng -3 và Phần ảo bằng $-2i$. **B.** Phần thực bằng -3 và Phần ảo bằng -2.
C. Phần thực bằng 3 và Phần ảo bằng $2i$. **D.** Phần thực bằng 3 và Phần ảo bằng 2.

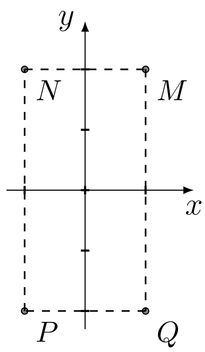
Lời giải.

Từ $z = 3 - 2i$ suy ra $\bar{z} = 3 + 2i$. Nên, phần thực của $\bar{z}$ bằng 3 và phần ảo của $\bar{z}$ bằng 2.

Chọn đáp án D □

Câu 30 (Đề minh họa 2017-Lần 1).

Cho số phức z thỏa mãn $(1 + i)z = 3 - i$.
Hỏi điểm biểu diễn của z là điểm nào trong các điểm M, N, P, Q ở hình bên?



A. Điểm P. **B.** Điểm Q.
C. Điểm M. **D.** Điểm N.

Lời giải.

Ta có: $(1 + i)z = 3 - i \Leftrightarrow z = \dfrac{3 - i}{1 + i} = 1 - 2i$.

Vậy điểm biểu diễn của z là điểm $Q(1; -2)$.

Chọn đáp án B □

Câu 31 (Đề minh họa 2017-Lần 1).

Cho số phức $z = 2 + 5i$. Tìm số phức $w = iz + \bar{z}$.

A. $w = 7 - 3i$. **B.** $w = -3 - 3i$. **C.** $w = 3 + 7i$. **D.** $w = -7 - 7i$.

Lời giải.

Ta có: $z = 2 + 5i \Rightarrow w = iz + \bar{z} + i(2 + 5i) + 2 - 5i = 2i - 5 + 2 - 5i = -3 - 5i$.

Chọn đáp án B □

Câu 32 (Đề minh họa 2017-Lần 1).

Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Tính môđun của số phức $z_1 + z_2$

A. $|z_1 + z_2| = \sqrt{13}$. **B.** $|z_1 + z_2| = \sqrt{5}$. **C.** $|z_1 + z_2| = 1$. **D.** $|z_1 + z_2| = 5$.

Lời giải.

Ta có: $z_1 + z_2 = 3 - 2i \Rightarrow |z_1 + z_2| = \sqrt{3^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}$.

Chọn đáp án A □

Câu 33 (Đề minh họa 2017-Lần 1).

Kí hiệu z_1, z_2, z_3 và z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $z^4 - z^2 - 12 = 0$.
Tính tổng $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$.

A. $T = 4$. **B.** $T = 2\sqrt{3}$. **C.** $4 + 2\sqrt{3}$. **D.** $T = 2 + 2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có: $z^4 - z^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z^2 = 4 \\ z^2 = -3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = \pm 2 \\ z = \pm i\sqrt{3} \end{array}\right.$.

Vậy $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4| = 4 + 2\sqrt{3}$.

Chọn đáp án C □

Câu 34 (Đề minh họa 2017-Lần 1).

Cho các số phức z thỏa mãn $|z| = 4$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (3+4i)z+i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

A. $r = 4$. **B.** $r = 5$. **C.** $r = 20$. **D.** $r = 22$.

Lời giải.

Giả sử $w = x + yi$ $(x, y \in \mathbb{R}$.

Ta có: $w = (3+4i)z + i \Leftrightarrow z = \dfrac{w-i}{3+4i} = \dfrac{x+(y-1)i}{3+4i} = \dfrac{3x - 4(y-1) + [3(y-1)+4x]\,i}{25}$.

Do đó, ta có: $|z| = 4 \Leftrightarrow \left(\dfrac{3x-4y+4}{25}\right)^2 + \left(\dfrac{4x+3y-3}{25}\right)^2 = 16 \Leftrightarrow x^2 + (y-1)^2 = 400$.

Suy ra $r = 20$.

Chọn đáp án C □

3.5 Hình học 12 - Chương 1: Khối đa diện

Câu 35 (Đề minh họa 2017-Lần 1).

Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC' = a\sqrt{3}$.

A. $V = a^3$. **B.** $V = \dfrac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. **C.** $V = 3\sqrt{3}a^3$. **D.** $V = \dfrac{1}{3}a^3$.

Lời giải.

Khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài đường chéo $AC' = a\sqrt{3}$ nên có độ dài cạnh là a. Vậy thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = a^3$.

Chọn đáp án A □

Câu 36 (Đề minh họa 2017-Lần 1).

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V = \dfrac{5\sqrt{15}\pi}{18}$. **B.** $V = \dfrac{5\sqrt{15}\pi}{54}$. **C.** $V = \dfrac{4\sqrt{3}\pi}{27}$. **D.** $V = \dfrac{5\pi}{3}$.

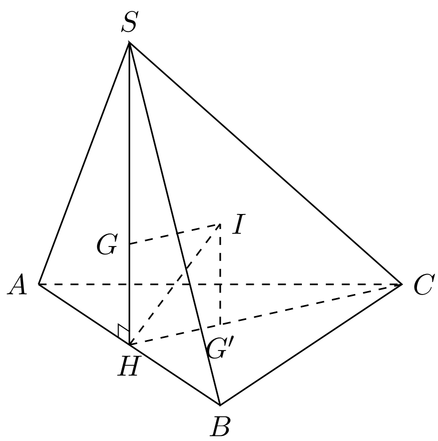
Lời giải.

Đặt R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp.

Dựng hình như hình bên với IG' là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và IG là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB.

Ta có: $G'H = \dfrac{\sqrt{3}}{6}; GH = \dfrac{\sqrt{3}}{6} \Rightarrow IH = \dfrac{\sqrt{6}}{6}$.

Do vậy $R = \sqrt{IH^2 + HA^2} = \dfrac{\sqrt{15}}{6} \Rightarrow V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{5\sqrt{15}\pi}{54}$.



Chọn đáp án B □

Câu 37 (Đề minh họa 2017-Lần 1).

Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **B.** $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{4}$. **C.** $V = \sqrt{2}a^3$. **D.** $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải.

Ta có: $V = \dfrac{1}{3}S_{ABCD} \times SA = \dfrac{1}{3}a^2 \times a\sqrt{2} = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Chọn đáp án D □

Câu 38 (Đề minh họa 2017-Lần 1).

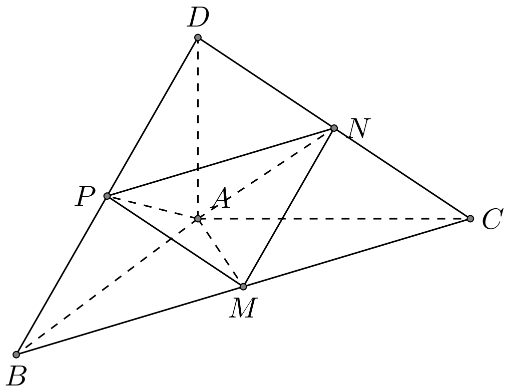
Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc với nhau; $AB = 6a$, $AC = 7a$ và $AD = 4a$. Gọi M, N, P tương ứng là trung điểm các cạnh BC, CD, DB. Tính thể tích V của tứ diện $A.MNP$.

A. $V = \dfrac{7}{2}a^3$. **B.** $V = 14a^3$. **C.** $V = \dfrac{28}{3}a^3$. **D.** $V = 7a^3$.

Lời giải.

Ta có $V_{ABCD} = \dfrac{1}{6}AB \cdot AC \cdot AD = \dfrac{1}{6} \cdot 6a \cdot 7a \cdot 4a = 28a^3$.

Dễ thấy $S_{MNP} = \dfrac{1}{2}S_{MNDP} = \dfrac{1}{4}S_{BCD} \Rightarrow V_{AMNP} = \dfrac{1}{4}V_{ABCD} = 7a^3$.



Chọn đáp án D □

3.6 Hình học 12 - Chương 2: Mặt nón, mặt trụ, mặt cầu

Câu 39 (Đề minh họa 2017-Lần 1).

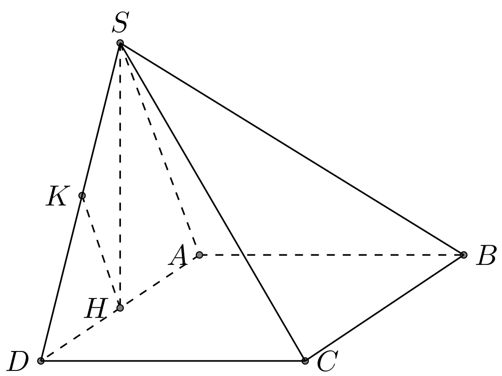
Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{2}a$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\dfrac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD).

A. $h = \dfrac{2}{3}a$. **B.** $h = \dfrac{4}{3}a$. **C.** $h = \dfrac{8}{3}a$. **D.** $h = \dfrac{3}{4}a$.

Lời giải.

— Đặt $SH = x \Rightarrow V = \dfrac{1}{3} \cdot x \cdot (a\sqrt{2})^2 = \dfrac{4}{3}a^3 \Rightarrow x = 2a$.

— Ta có $d(B; (SCD)) = d(A; (SCD)) = 2d(H; (SCD)) = 2HK = 2 \cdot \dfrac{2a \cdot \dfrac{a\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{4a^2 + \dfrac{a^2}{2}}} = \dfrac{4a}{3}$.



Chọn đáp án B □

Câu 40 (Đề minh họa 2017-Lần 1).

Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A, $AB = a$ và $AC = \sqrt{3}a$. Tính độ dài đường sinh ℓ của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB.

A. $\ell = a$. **B.** $\ell = \sqrt{2}a$. **C.** $\ell = \sqrt{3}a$. **D.** $\ell = 2a$.

Lời giải.

Đường sinh của hình nón có độ dài bằng đoạn $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2a$.

Chọn đáp án D □

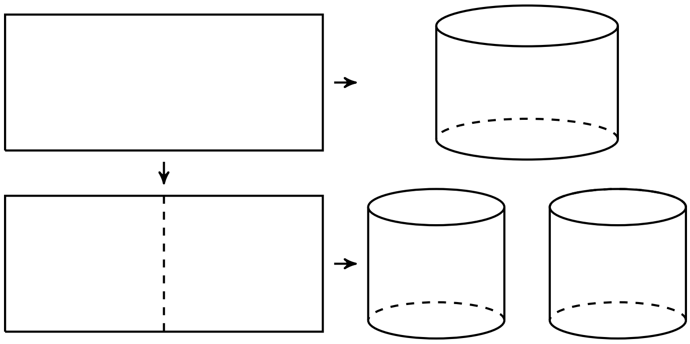
Câu 41 (Đề minh họa 2017-Lần 1).

Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước 50 cm × 240 cm, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng 50 cm, theo hai cách sau (xem hình minh họa dưới đây):

— Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.

— Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và V_2 là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách 2. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.



A. $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{V_1}{V_2} = 1$. **C.** $\dfrac{V_1}{V_2} = 2$. **D.** $\dfrac{V_1}{V_2} = 4$.

Lời giải.

Ban đầu bán kính đáy là R, sau khi cắt và gò ta được 2 khối trụ có bán kính đáy là $\dfrac{R}{2}$.

Đường cao của các khối trụ không thay đổi.

Ta có: $V_1 = S_d \cdot h = \pi R^2 \cdot h; V_2 = 2\left(S_{d_1} \cdot h\right) = 2\pi \left(\dfrac{R}{2}\right)^2 \cdot h = \dfrac{\pi R^2 h}{2}$.

Khi đó: $\dfrac{V_1}{V_2} = 2$.

Chọn đáp án C □

Câu 42 (Đề minh họa 2017-Lần 1).

Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$ và $AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN, ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó.

A. $S_{tp} = 4\pi$. **B.** $S_{tp} = 2\pi$. **C.** $S_{tp} = 6\pi$. **D.** $S_{tp} = 10\pi$.

Lời giải.

Hình trụ có bán kính đáy $r = 1$, chiều cao $h = 1$ nên có $S_{tp} = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 4\pi$.

Chọn đáp án A □

3.7 Hình học 12 - Chương 3: Phương pháp tọa độ trong không gian

Câu 43 (Đề minh họa 2017-Lần 1).

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : 3x - z + 2 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n_4} = (-1; 0; -1)$. **B.** $\vec{n_1} = (3; -1; 2)$. **C.** $\vec{n_3} = (3; -1; 0)$. **D.** $\vec{n_2} = (3; 0; -1)$.

Lời giải.

Ta có : $(P) : 3x + 0y - z + 2 = 0$ nên $(3; 0; -1)$ là tọa độ vectơ pháp tuyến của (P).

Chọn đáp án D □

Câu 44 (Đề minh họa 2017-Lần 1).

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S).

A. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 3$. **B.** $I(1; -2; -1)$ và $R = 3$.

C. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 9$. **D.** $I(1; -2; -1)$ và $R = 9$.

Lời giải.

Dựa vào dạng tổng quát của phương trình mặt cầu $(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$.

Chọn đáp án A □

Câu 45 (Đề minh họa 2017-Lần 1).

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P).

A. $d = \dfrac{5}{9}$. **B.** $d = \dfrac{5}{29}$. **C.** $d = \dfrac{5}{\sqrt{29}}$. **D.** $d = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải.

Ta có $d(A; (P)) = \dfrac{|3.1 + 4.(-2) + 2.3 + 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 2^2}} = \dfrac{5}{\sqrt{29}}$

Chọn đáp án C □

Câu 46 (Đề minh họa 2017-Lần 1).

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình $\dfrac{x-10}{5} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+2}{1}$. Xét mặt phẳng $(P): 10x + 2y + mz + 11 = 0$, m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ.

A. $m = -2$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = -52$. **D.** $m = 52$.

Lời giải.

— Vectơ chỉ phương của Δ là $\overrightarrow{u_\Delta} = (5; 1; 1)$.

— Vectơ pháp tuyến của (P) là $\overrightarrow{n} = (10; 2; m)$.

— Δ vuông góc với (P) khi và chỉ khi $\overrightarrow{u_\Delta}$ và $\overrightarrow{n}$ cùng phương. Hay $\dfrac{10}{5} = \dfrac{2}{1} = \dfrac{m}{1}$ suy ra $m = 2$.

Chọn đáp án B □

Câu 47 (Đề minh họa 2017-Lần 1).

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; 1)$ và $B(1; 2; 3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB.

A. $x + y + 2z - 3 = 0$. **B.** $x + y + 2z - 6 = 0$.

C. $x + 3y + 4z - 7 = 0$. **D.** $x + 3y + 4z - 26 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) qua A và nhận $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 2)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là

$$x + (y-1) + 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow x + y + 2z - 3 = 0.$$

Chọn đáp án A □

Câu 48 (Đề minh họa 2017-Lần 1).

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 0; 2)$ và đường thẳng d có phương trình: $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d.

A. Δ: $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+2}{1}$. **B.** Δ: $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+2}{-1}$.

C. $\Delta\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{1}$. **D.** $\Delta\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-2}{1}$.

Lời giải.

Cách 1 :

— phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng d là $(P): x+y+2z-5=0$.

— giao điểm của d và (P) là $B(2;1;1)$.

— khi đó đường thẳng cần tìm chính là đường thẳng đi qua A và B có phương trình $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$

Cách 2 :

— Gọi $B(1+b;b;-1+2b)$ là giao điểm của đường thẳng Δ với đường thẳng d.

— ta có Δ vuông góc với d nên $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_\Delta}=0$ hay $b+b+2(2b-3)=0$ suy ra $b=1$ và $B(2;1;1)$.

— khi đó đường thẳng cần tìm chính là đường thẳng đi qua A và B có phương trình $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$

Chọn đáp án B □

Câu 49 (Đề minh họa 2017-Lần 1).

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;\breve{}2;0)$, $B(0;\breve{}1;1)$, $C(2;1;\breve{}1)$ và $D(3;1;4)$. Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng cách đều bốn điểm đó?

A. 1 mặt phẳng. **B.** 4 mặt phẳng.

C. 7 mặt phẳng. **D.** Có vô số mặt phẳng.

Lời giải.

— Viết phương trình mặt phẳng (ABC) ta được (ABC): $x+z-1=0$. Kiểm tra tọa độ điểm D ta suy ra 4 điểm A; B; C; D không đồng phẳng.

— Gọi (P) là mặt phẳng cách đều 4 điểm ta có 2 trường hợp:

+ Trường hợp 1 (có 1 điểm nằm khác phía với 3 điểm còn lại): có 4 mặt phẳng.

+ Trường hợp 2 (mỗi phía có 2 điểm): có $C_3^2=3$ mặt phẳng.

Chọn đáp án C □

Câu 50 (Đề minh họa 2017-Lần 1).

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;1)$ và mặt phẳng (P) : $2x+y+2z+2=0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1. Viết phương trình của mặt cầu (S).

A. (S): $(x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=8$. **B.** (S): $(x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=10$.

C. (S): $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=8$. **D.** (S): $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=10$.

Lời giải.

— khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P) là $d=3$.

— bán kính mặt cầu là $R=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$.

— phương trình mặt cầu là $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=10$.

Chọn đáp án D □

ĐÁP ÁN

1. C	2. C	3. B	4. D	5. A	6. A	7. C	8. B	9. D	10. C
11. A	12. B	13. D	14. A	15. C	16. D	17. B	18. B	19. A	20. C
21. D	22. A	23. C	24. A	25. B	26. C	27. C	28. D	29. D	30. B
31. B	32. A	33. C	34. C	35. A	36. B	37. D	38. D	39. B	40. D
41. C	42. A	43. D	44. A	45. C	46. B	47. A	48. B	49. C	50. D

4 Đề minh họa 2017-Lần 2

NỘI DUNG ĐỀ

4.1 Giải tích 12 - Chương 1: Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

Câu 1 (Đề minh họa 2017-Lần 2). Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$?

A. $x = 1$. **B.** $y = -1$. **C.** $y = 2$. **D.** $x = -1$.

Lời giải.

Ta có $\lim\limits_{x\to -1^+} y = \lim\limits_{x\to -1^+} \dfrac{2x+1}{x+1} = -\infty$ và $\lim\limits_{x\to -1^-} y = \lim\limits_{x\to -1^-} \dfrac{2x+1}{x+1} = +\infty$.

Suy ra đường thẳng $x = -1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$.

Chọn đáp án D □

Câu 2 (Đề minh họa 2017-Lần 2). Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{3}; 1\right)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; \dfrac{1}{3}\right)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{3}; 1\right)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 4x + 1 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = \dfrac{1}{3}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{31}{27}$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{3}; 1\right)$.

Chọn đáp án A □

Câu 3 (Đề minh họa 2017-Lần 2). Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		0			1		$+\infty$
y'		$-$	$\|$		$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-1 \;\|\; -\infty$		$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $[-1; 2]$. **B.** $(-1; 2)$. **C.** $(-1; 2]$. **D.** $(-\infty; 2]$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên đã cho, phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi$-1 < m < 2$ hay $m \in (-1; 2)$ vì lúc đó, đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt.

Chọn đáp án B □

Câu 4 (Đề minh họa 2017-Lần 2). Cho hàm số $y = \dfrac{x^2+3}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. Cực tiểu của hàm số bằng -3. **B.** Cực tiểu của hàm số bằng 1.

C. Cực tiểu của hàm số bằng -6. **D.** Cực tiểu của hàm số bằng 2.

Lời giải.

— Cách 1: Ta có $y' = \dfrac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -3 \\ x = 1 \end{array}\right.$

Lập bảng biến thiên.

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-6	$\searrow$	$-\infty \Vert +\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và giá trị cực tiểu bằng 2.

— Cách 2: Ta có $y' = \dfrac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$; $x = 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -3 \\ x = 1 \end{array}\right.$

Khi đó: $y''(1) = 1 > 0$; $y''(-3) = -1 < 0$.

Nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và giá trị cực tiểu bằng 2.

Chọn đáp án D □

Câu 5 (Đề minh họa 2017-Lần 2). Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\dfrac{1}{2}t^3 + 9t^2$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu ?

A. $216(m/s)$. **B.** $30(m/s)$. **C.** $400(m/s)$. **D.** $54(m/s)$.

Lời giải.

Vận tốc tại thời điểm t là $v(t) = s'(t) = -\dfrac{3}{2}t^2 + 18t$.

Khi đó yêu cầu bài toán tương đương tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = v(t) = -\dfrac{3}{2}t^2 + 18t$ trên đoạn $[0; 10]$.

Ta có: $y' = -3t + 18 = 0 \Leftrightarrow t = 6$.

$y(6) = 54; y(0) = 0; y(10) = 30$.

Do hàm số $y = v(t)$ liên lục trên đoạn $[0; 10]$ nên $\max\limits_{[0;10]} y = 54$.

Chọn đáp án D □

Câu 6 (Đề minh họa 2017-Lần 2). Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x}}{x^2-5x+6}$

A. $x = -3$ và $x = -2$. **B.** $x = -3$. **C.** $x = 3$ và $x = 2$. **D.** $x = 3$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R} \backslash \{2; 3\}$.

$\lim\limits_{x \to 2^+} \dfrac{2x - 1 - \sqrt{x^2 + x + 3}}{x^2 - 5x + 6} = \lim\limits_{x \to 2^+} \dfrac{(2x-1)^2 - (x^2 + x + 3)}{(x-2)(x-3)\left(2x - 1 + \sqrt{x^2 + x + 3}\right)}$

$= \lim\limits_{x \to 2^+} \dfrac{(x-2)(3x+1)}{(x-2)(x-3)\left(2x - 1 + \sqrt{x^2 + x + 3}\right)}$

$= \lim\limits_{x \to 2^+} \dfrac{(3x+1)}{(x-3)\left(2x - 1 + \sqrt{x^2 + x + 3}\right)} = \dfrac{-7}{6}$.

Tương tự ta có $\lim\limits_{x \to 2^-} \dfrac{2x - 1 - \sqrt{x^2 + x + 3}}{x^2 - 5x + 6} = \dfrac{-7}{6}$.

Mặt khác $\lim\limits_{x \to 3^+} \dfrac{2x - 1 - \sqrt{x^2 + x + 3}}{x^2 - 5x + 6} = \lim\limits_{x \to 3^+} \dfrac{2x - 1 - \sqrt{x^2 + x + 3}}{(x-2)(x-3)} = +\infty$

và $\lim\limits_{x \to 3^-} \dfrac{2x - 1 - \sqrt{x^2 + x + 3}}{x^2 - 5x + 6} = -\infty$.

Suy ra đường thẳng $x = 3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Chọn đáp án D □

Câu 7 (Đề minh họa 2017-Lần 2). Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \ln(x^2 + 1) - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

A. $(-\infty; -1]$. **B.** $(-\infty; -1)$. **C.** $[-1; 1]$. **D.** $[1; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $y' = \dfrac{2x}{x^2 + 1} - m$.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty)$

$\Leftrightarrow g(x) = \dfrac{2x}{x^2 + 1} \geq m, \forall x \in (-\infty; +\infty)$

$\Leftrightarrow m \leq \min g(x)$.

Ta có $g'(x) = \dfrac{-2x^2 + 2}{(x^2 + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
g'		$-$	0	$+$	0	$-$	
g	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $\min g(x) = -1$. Vậy $m \leq -1$.

Chọn đáp án A □

Câu 8 (Đề minh họa 2017-Lần 2). Biết $M(0; 2), N(2; -2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Tính giá trị của hàm số tại $x = -2$.

A. $y(-2) = 2$. **B.** $y(-2) = 22$. **C.** $y(-2) = 6$. **D.** $y(-2) = -18$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Do $M(0; 2), N(2; -2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số nên

$$\begin{cases} y'(0)=0 \\ y'(2)=0 \\ y(0)=2 \\ y(2)=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=0 \\ 12a+4b+c=0 \\ d=2 \\ 8a+4b+2c+d=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-3 \\ c=0 \\ d=2 \end{cases}$$

. Vậy hàm số $y=x^3-3x^2+2$. Suy ra $y(-2)=-18$.

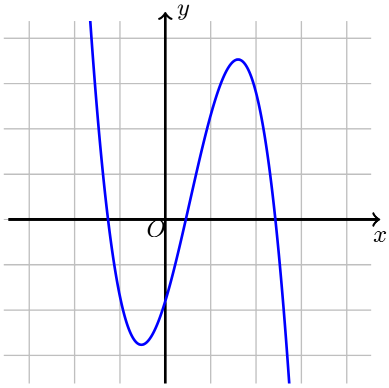
Chọn đáp án D □

Câu 9 (Đề minh họa 2017-Lần 2).

Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $a<0, b>0, c>0, d<0$. **B.** $a<0, b<0, c>0, d<0$.

C. $a<0, b<0, c<0, d>0$. **D.** $a<0, b>0, c<0, d<0$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị suy ra hệ số $a<0$.

Ta có $y'=3ax^2+2bx+c$ có 2 nghiệm x_1, x_2 trái dấu (do hai điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm hai phía với trục Oy) nên $3ac<0 \Rightarrow c>0$.

Ta có: $y''=6ax+2b=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{-b}{3a}$.

Ta thấy điểm uốn là trung điểm của đoạn thẳng nối hai điểm cực trị nằm bên phải trục tung. Do đó $x=\dfrac{-b}{3a}<0 \Rightarrow b<0$.

Mặt khác đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $M(0;d) \Rightarrow d<0$.

Chọn đáp án A □

Câu 10 (Đề minh họa 2017-Lần 2).

Đồ thị của hàm số $y=x^4-2x^2+2$ và đồ thị của hàm số $y=-x^2+4$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

A. 0. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải.

Số giao điểm của hai đồ thị chính bằng số nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm: $x^4-2x^2+2=-x^2+4 \Leftrightarrow x^4-x^2-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{2} \\ x=-\sqrt{2} \end{array}\right.$.

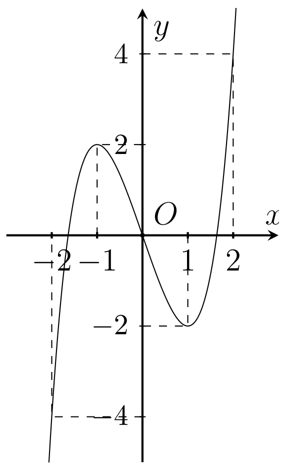
Vậy hai đồ thị có tất cả 2 giao điểm.

Chọn đáp án D □

Câu 11 (Đề minh họa 2017-Lần 2).

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

A. $x = 2$. **B**. $x = -1$. **C**. $x = 1$. **D**. $x = 2$.



Lời giải.

Quan sát đồ thị, dấu $f'(x)$ đổi từ dương sang âm khi qua điểm $x = -1$ nên hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = -1$.

Chọn đáp án B □

4.2 Giải tích 12 - Chương 2: Hàm số lũy thừa, hàm số mũ và hàm số lôgarit

Câu 12 (Đề minh họa 2017-Lần 2).

Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\ln(ab) = \ln a + \ln b$. **B**. $\ln(ab) = \ln a . \ln b$. **C**. $\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}$. **D**. $\ln \frac{a}{b} = \ln b - \ln a$.

Lời giải.

Với mọi số dương a, b ta có: $\ln(ab) = \ln a + \ln b$.

Chọn đáp án A □

Câu 13 (Đề minh họa 2017-Lần 2).

Tìm nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 27$.

A. $x = 9$. **B**. $x = 3$. **C**. $x = 4$. **D**. $x = 10$.

Lời giải.

Ta có $3^{x-1} = 27 \Leftrightarrow 3^{x-1} = 3^3 \Leftrightarrow x - 1 = 3 \Leftrightarrow x = 4$

Chọn đáp án C □

Câu 14 (Đề minh họa 2017-Lần 2).

Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0).2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con ?

A. 48 phút. **B**. 19 phút. **C**. 7 phút. **D**. 12 phút.

Lời giải.

Ta có $s(3) = s(0).2^3 \Rightarrow s(0) = \frac{s(3)}{2^3} = 78125$

$$s(t) = s(0).2^t \Rightarrow 2^t = \frac{s(t)}{s(0)} = 128 \Rightarrow t = 7.$$

Chọn đáp án C □

Câu 15 (Đề minh họa 2017-Lần 2).

Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x + 1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x - 1)$.

A. $S = (2; +\infty)$. **B**. $S = (-\infty; 2)$. **C**. $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$. **D**. $S = (-1; 2)$.

Lời giải.

Điều kiện $x > \dfrac{1}{2}$. BPT $\Leftrightarrow x+1 > 2x-1 \Leftrightarrow x < 2$.

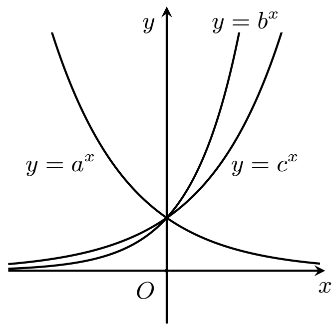
Kết hợp điều kiện suy ra tập nghiệm của BPT là $S = \left(\dfrac{1}{2}; 2\right)$.

Chọn đáp án C □

Câu 16 (Đề minh họa 2017-Lần 2).

Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = c^x$ được cho trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a < b < c$. **B**. $a < c < b$. **C**. $b < c < a$. **D**. $c < a < b$.



Lời giải.

Từ đồ thị ta thấy $0 < a < 1$ và $b, c > 1$

$\forall x_\circ : \begin{cases} y_1 = b^{x_\circ} \\ y_2 = c^{x_\circ} \end{cases}$ từ đồ thị ta thấy $y_1 > y_2 \Leftrightarrow b^{x_\circ} > c^{x_\circ} \Leftrightarrow b > c$. Vậy $a < c < b$.

Chọn đáp án B □

Câu 17 (Đề minh họa 2017-Lần 2).

Xét các số thực a, b thỏa mãn $a > b > 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = \log^2_{\frac{a}{b}}(a^2) + 3\log_b\left(\dfrac{a}{b}\right)$.

A. $P_{\min} = 19$. **B**. $P_{\min} = 13$. **C**. $P_{\min} = 14$. **D**. $P_{\min} = 15$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có}\quad P = \log^2_{\frac{a}{b}}(a^2) + 3\log_b\left(\frac{a}{b}\right) &= \left[2\log_{\frac{a}{b}} a\right]^2 + 3\log_b\left(\frac{a}{b}\right) \\ &= 4\left[\log_{\frac{a}{b}}\left(\frac{a}{b}.b\right)\right]^2 + 3\log_b\left(\frac{a}{b}\right). \\ &= 4\left[1 + \log_{\frac{a}{b}} b\right]^2 + 3\log_b\left(\frac{a}{b}\right) \end{aligned}$$

Đặt $t = \log_{\frac{a}{b}} b$, điều kiện $t > 0$ (vì $a > b > 1$).

Xét $P = 4(1+t)^2 + \dfrac{3}{t} = 4t^2 + 8t + \dfrac{3}{t} + 4 = f(t)$.

Ta có$f'(t) = 8t + 8 - \dfrac{3}{t^2} = \dfrac{8t^3 + 8t^2 - 3}{t^2} = \dfrac{(2t-1)(4t^2+6t+3)}{t^2}$

Khi đó $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{1}{2}$.

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
y'			$-$	0	$+$	
y			$+\infty \searrow$	15	$\nearrow$	$+\infty$

Ta suy ra $P_{\min} = f\left(\dfrac{1}{2}\right) = 15$.

Chọn đáp án D □

Câu 18 (Đề minh họa 2017-Lần 2).

Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{x.\sqrt[3]{x^2.\sqrt{x^3}}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $P = x^{\frac{1}{2}}$. **B.** $P = x^{\frac{13}{24}}$. **C.** $P = x^{\frac{1}{4}}$. **D.** $P = x^{\frac{2}{3}}$.

Lời giải.

Ta có $P = \sqrt[4]{x.\sqrt[3]{x^2.x^{\frac{3}{2}}}} = \sqrt[4]{x.\sqrt[3]{x^{\frac{7}{2}}}} = \sqrt[4]{x.x^{\frac{7}{6}}} = \sqrt[4]{x^{\frac{13}{6}}} = x^{\frac{13}{24}}$.

Chọn đáp án B □

Câu 19 (Đề minh họa 2017-Lần 2).

Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\log_2\left(\dfrac{2a^3}{b}\right) = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b$. **B.** $\log_2\left(\dfrac{2a^3}{b}\right) = 1 + \dfrac{1}{3}\log_2 a - \log_2 b$.

C. $\log_2\left(\dfrac{2a^3}{b}\right) = 1 + 3\log_2 a + \log_2 b$. **D.** $\log_2\left(\dfrac{2a^3}{b}\right) = 1 + \dfrac{1}{3}\log_2 a + \log_2 b$.

Lời giải.

Ta có $\log_2\left(\dfrac{2a^3}{b}\right) = \log_2(2a^3) - \log_2(b) = \log_2(2) + \log_2(a^3) - \log_2(b) = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b$

Chọn đáp án A □

Câu 20 (Đề minh họa 2017-Lần 2).

Tìm tập hợp các giá trị của tham số thực m để phương trình $6^x + (3-m)2^x - m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$.

A. $[3; 4]$. **B.** $[2; 4]$. **C.** $(2; 4)$. **D.** $(3; 4)$.

Lời giải.

Ta có $6^x + (3-m)2^x - m = 0 \Leftrightarrow m = \dfrac{6^x + 3.2^x}{2^x + 1}$

Xét hàm số $f(x) = \dfrac{6^x + 3.2^x}{2^x + 1}$

+ TXĐ: $\mathscr{D} = \mathbb{R}$

+ $f'(x) = \dfrac{12^x.\ln 3 + 6^x.\ln 6 + 3.2^x.\ln 2}{(2^x+1)^2} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Suy ra $0 < x < 1 \Leftrightarrow f(0) < f(x) < f(1) \Leftrightarrow 2 < f(x) < 4$ vì $f(0) = 2, f(1) = 4$.

Vậy phương trình (1)có nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$ khi $m \in (2; 4)$.

Chọn đáp án C □

Câu 21 (Đề minh họa 2017-Lần 2).

Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln\left(1 + \sqrt{x+1}\right)$.

A. $y' = \dfrac{1}{2\sqrt{x+1}\left(1+\sqrt{x+1}\right)}$. **B.** $y' = \dfrac{1}{1+\sqrt{x+1}}$.

C. $y' = \dfrac{1}{\sqrt{x+1}\left(1+\sqrt{x+1}\right)}$. **D.** $y' = \dfrac{2}{\sqrt{x+1}\left(1+\sqrt{x+1}\right)}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \dfrac{\left(1+\sqrt{x+1}\right)'}{1+\sqrt{x+1}} = \dfrac{\frac{1}{2\sqrt{x+1}}}{1+\sqrt{x+1}} = \dfrac{1}{2\sqrt{x+1}\left(1+\sqrt{x+1}\right)}$.

Chọn đáp án A □

4.3 Giải tích 12 - Chương 3: Nguyên hàm. Tích phân và ứng dụng

Câu 22 (Đề minh họa 2017-Lần 2).

Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$.

A. $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\sin 2x + C.$ **B.** $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x = -\frac{1}{2}\sin 2x + C.$.

C. $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x = 2\sin 2x + C.$. **D.** $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x = -2\sin 2x + C.$

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int \cos 2x\,\mathrm{d}(2x) = \frac{1}{2}\sin 2x + C.$

Chọn đáp án A □

Câu 23 (Đề minh họa 2017-Lần 2).

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1;2]$, $f(1) = 1$ và $f(2) = 2$.

Tính $I = \displaystyle\int_1^2 f'(x)\mathrm{d}x$

A. $I = 1$. **B.** $I = -1$. **C.** $I = 3$. **D.** $I = \dfrac{7}{2}$.

Lời giải.

$I = \displaystyle\int_1^2 f'(x)\mathrm{d}x = f(x)\Big|_1^2 = f(2) - f(1) = 1.$

Chọn đáp án A □

Câu 24 (Đề minh họa 2017-Lần 2).

Biết $I = \displaystyle\int\limits_3^4 \frac{\mathrm{d}x}{x^2+x} = a\ln 2 + b\ln 3 + c\ln 5$, với a, b, c là các số nguyên. Tính $S = a + b + c$.

A. $S = 6$. **B.** $S = 2$. **C.** $S = -2$. **D.** $S = 0$.

Lời giải.

Ta có $f(x) = \dfrac{1}{x^2+x} = \dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{x+1} \Rightarrow \displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \ln|x| - \ln|x+1| + C.$

Vậy $I = (\ln|x| - \ln|x+1|)\Big|_3^4 = 4\ln 2 - \ln 3 - \ln 5$ nên $a = 4, b = -1, c = -1 \Rightarrow S = 2$.

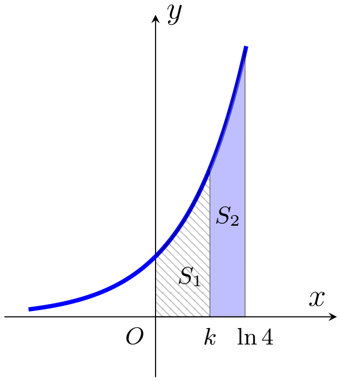
Chọn đáp án B □

Câu 25 (Đề minh họa 2017-Lần 2).

Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = \mathrm{e}^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \ln 4$. Đường thẳng $x = k$ $(0 < k < \ln 4)$ chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ bên. Tìm k để $S_1 = 2S_2$.

A. $k = \dfrac{2}{3}\ln 4$. **B.** $k = \ln 2$.

C. $k = \ln\dfrac{8}{3}$. **D.** $k = \ln 3$.



Lời giải.

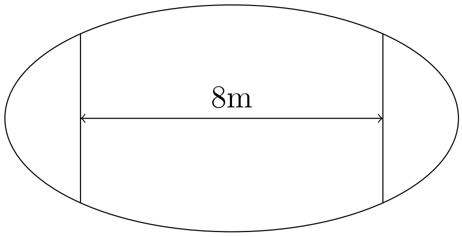
Ta có $S_1 = \displaystyle\int\limits_0^k |\mathrm{e}^x|\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^k - 1$ và $S_2 = \displaystyle\int\limits_k^{\ln 4} |\mathrm{e}^x|\,\mathrm{d}x = 4 - \mathrm{e}^k$.

Theo đề bài $S_1 = 2S_2 \Rightarrow \mathrm{e}^k - 1 = 2(4 - \mathrm{e}^k) \Leftrightarrow \mathrm{e}^k = 3 \Leftrightarrow k = \ln 3$.

Chọn đáp án D □

Câu 26 (Đề minh họa 2017-Lần 2).

Ông An có một mảnh vườn hình Elip có độ dài trục lớn bằng 16m và độ dài trục bé bằng10m. Ông muốn trồng hoa trên một dải đất rộng 8m và nhận trục bé của elip làm trục đối xứng (như hình vẽ). Biết kinh phí để trồng hoa là 100.000 đồng/1m^2. Hỏi ông An cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).



A. 7.862.000 đồng. **B**. 7.653.000 đồng.

C. 7.128.000 đồng. **D**. 7.826.000 đồng.

Lời giải.

Xét hệ trục tọa độ Oxy đặt gốc tọa độ vào tâm của khu vườn, khi đó khu vườn có phương trình là $\dfrac{x^2}{64}+\dfrac{y^2}{25}=1$.

Phần đồ thị phần phía trên trục Ox có phương trình là $y=f(x)=5\sqrt{1-\dfrac{x^2}{64}}$.

Do vậy diện tích của dải đất là $S=2\displaystyle\int\limits_{-4}^{4}5\sqrt{1-\dfrac{x^2}{64}}\,\mathrm{d}x$.

Đặt $x=8\sin t$ $\left(-\dfrac{\pi}{2}\leqslant t\leqslant\dfrac{\pi}{2}\right)\Rightarrow$ $\mathrm{d}x=8\cos t\,\mathrm{d}t$ và $\cos t\geqslant 0$.

Đổi cận: $x=-4\Rightarrow t=-\dfrac{\pi}{6}; x=4\Rightarrow t=\dfrac{\pi}{6}$

$$\Rightarrow S=80\int\limits_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}\cos^2 t\,\mathrm{d}t=40\int\limits_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}(1+\cos 2t)\,\mathrm{d}t=40\left(t+\frac{\sin 2t}{2}\right)\Bigg|_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}=\frac{40\pi}{3}+20\sqrt{3}\ (\mathrm{m}^2).$$

Do đó, số tiền cần dùng là $100.000S\approx 7.653.000$ đồng.

Chọn đáp án B □

Câu 27 (Đề minh họa 2017-Lần 2).

Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=\dfrac{1}{x-1}$ và $F(2)=1$. Tính $F(3)$.

A. $F(3)=\ln 2-1$. **B**. $F(3)=\ln 2+1$. **C**. $F(3)=\dfrac{1}{2}$. **D**. $F(3)=\dfrac{7}{4}$.

Lời giải.

Ta có $F(x)=\ln|x-1|+C$.

Do $F(2)=1$ nên $C=1\Rightarrow F(x)=\ln|x-1|+1$.

Khi đó $F(3)=\ln 2+1$.

Chọn đáp án B □

Câu 28 (Đề minh họa 2017-Lần 2).

Cho $\displaystyle\int\limits_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x=16$. Tính tích phân $I=\displaystyle\int\limits_0^2 f(2x)\,\mathrm{d}x$.

A. $I=32$. **B**. $I=8$. **C**. $I=16$. **D**. $I=4$.

Lời giải.

Đặt $t=2x\Rightarrow$ $\mathrm{d}t=2\,\mathrm{d}x$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=0; x=2\Rightarrow t=4$.

$$\Rightarrow I=\int\limits_0^4\frac{1}{2}f(t)\,\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int\limits_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x=8.$$

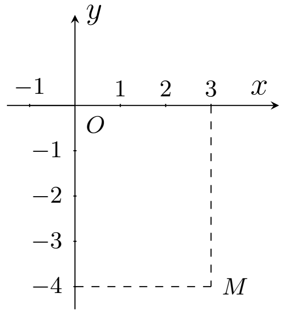
Chọn đáp án B □

4.4 Giải tích 12 - Chương 4: Số phức

Câu 29 (Đề minh họa 2017-Lần 2).

Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z.
Tìm phần thực và phần ảo của số phức z.

A. Phần thực là -4 và phần ảo là 3.
B. Phần thực là 3 và phần ảo là $-4i$.
C. Phần thực là 3 và phần ảo là -4.
D. Phần thực là -4 và phần ảo là $3i$.



Lời giải.
Số phức $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$.
Dựa vào hình vẽ suy ra $M(3; -4) \Rightarrow$ phần thực $a = 3$, phần ảo $b = -4$.
Chọn đáp án C □

Câu 30 (Đề minh họa 2017-Lần 2).
Tìm số phức liên hợp của số phức $z = i(3i + 1)$.

A. $\overline{z} = 3 - i$. **B.** $\overline{z} = -3 + i$. **C.** $\overline{z} = 3 + i$. **D.** $\overline{z} = -3 - i$.

Lời giải.
Ta có $z = -3 + i \Rightarrow \overline{z} = -3 - i$.
Chọn đáp án D □

Câu 31 (Đề minh họa 2017-Lần 2).
Cho số phức $z = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $(1 + i)z + 2\overline{z} = 3 + 2i$. Tính $P = a + b$.

A. $P = \dfrac{1}{2}$. **B.** $P = 1$. **C.** $P = -1$. **D.** $P = -\dfrac{1}{2}$.

Lời giải.
$(1 + i)z + 2\overline{z} = 3 + 2i$ (1).
Ta có $z = a + bi \Rightarrow \overline{z} = a - bi$. Thay vào (1) ta được
$(1 + i)(a + bi) + 2(a - bi) = 3 + 2i \Leftrightarrow (a - b)i + (3a - b) = 3 + 2i \Leftrightarrow (a - b)i + (3a - b) = 3 + 2i$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a - b = 2 \\ 3a - b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1}{2} \\ b = -\dfrac{3}{2}. \end{cases} \Rightarrow P = -1.$$

Chọn đáp án C □

Câu 32 (Đề minh họa 2017-Lần 2).
Xét số phức z thỏa mãn $(1 + 2i)|z| = \dfrac{\sqrt{10}}{z} - 2 + i$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\dfrac{3}{2} < |z| < 2$. **B.** $|z| > 2$. **C.** $|z| < \dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2} < |z| < \dfrac{3}{2}$.

Lời giải.
Ta có $(1 + 2i)|z| = \dfrac{\sqrt{10}}{z} - 2 + i \Leftrightarrow (1 + 2i)|z| = \dfrac{\sqrt{10}}{z} + i(1 + 2i) \Leftrightarrow (1 + 2i)(|z| - i) = \dfrac{\sqrt{10}}{z}$

$$\Rightarrow \left|(1 + 2i)(|z| - i)\right| = \left|\dfrac{\sqrt{10}}{z}\right| \Rightarrow |1 + 2i| \cdot \left||z| - i\right| = \dfrac{\sqrt{10}}{|z|} \ (*)$$

Đặt $t = |z|$ thì $t \in \mathbb{R}$, $t > 0$ và $(*) \Leftrightarrow \sqrt{5} \cdot \sqrt{t^2 + 1} = \dfrac{\sqrt{10}}{t} \Leftrightarrow t^4 + t^2 = 2 \Rightarrow t = 1$ (do $t > 0$).
Vậy $|z| = t = 1 \Rightarrow \dfrac{1}{2} < t < \dfrac{3}{2}$.

Chọn đáp án D □

Câu 33 (Đề minh họa 2017-Lần 2).

Tính môđun của số phức z thỏa mãn $z(2-i)+13i=1$.

A. $|z|=\sqrt{34}$. **B.** $|z|=34$. **C.** $|z|=\dfrac{5\sqrt{34}}{3}$. **D.** $|z|=\dfrac{\sqrt{34}}{3}$.

Lời giải.

$z(2-i)+13i=1 \Leftrightarrow z=\dfrac{1-13i}{2-i} \Leftrightarrow z=\dfrac{(1-13i)(2+i)}{(2-i)(2+i)} \Leftrightarrow z=3-5i$.

$|z|=\sqrt{3^2+(-5)^2}=\sqrt{34}$.

Chọn đáp án A □

Câu 34 (Đề minh họa 2017-Lần 2).

Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $4z^2-16z+17=0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w=iz_0$?

A. $M_1\left(\dfrac{1}{2};2\right)$. **B.** $M_2\left(-\dfrac{1}{2};2\right)$. **C.** $M_3\left(-\dfrac{1}{4};1\right)$. **D.** $M_4\left(\dfrac{1}{4};1\right)$.

Lời giải.

Xét phương trình $4z^2-16z+17=0$ có $\Delta'=64-4.17=-4$.

Phương trình có hai nghiệm $z_1=\dfrac{8-2i}{4}=2-\dfrac{1}{2}i$, $z_2=\dfrac{8+2i}{4}=2+\dfrac{1}{2}i$.

Do z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương nên $z_0=2+\dfrac{1}{2}i$.

Ta có $w=iz_0=-\dfrac{1}{2}+2i$. Điểm biểu diễn $w=iz_0$ là $M_2\left(-\dfrac{1}{2};2\right)$.

Chọn đáp án B □

4.5 Hình học 12 - Chương 1: Khối đa diện

Câu 35 (Đề minh họa 2017-Lần 2).

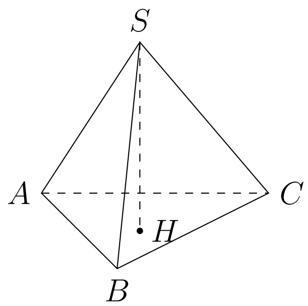
Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và thể tích bằng a^3. Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

A. $h=\dfrac{\sqrt{3}a}{6}$. **B.** $h=\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$. **C.** $h=\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$. **D.** $h=\sqrt{3}a$.

Lời giải.

Do đáy là tam giác đều cạnh bằng $2a$ nên $S_{\triangle ABC}=\dfrac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}=a^2\sqrt{3}$.

Mà $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}S_{\triangle ABC}.h \Rightarrow h=\dfrac{3V}{S_{\triangle ABC}}=\dfrac{3a^3}{a^2\sqrt{3}}=\sqrt{3}a$.



Chọn đáp án D □

Câu 36 (Đề minh họa 2017-Lần 2).

Hình đa diện nào dưới đây không có tâm đối xứng?

A. Tứ diện đều. **B.** Bát diện đều.

C. Hình lập phương. **D.** Lăng trụ lục giác đều.

Lời giải.

Dễ dàng thấy bát diện đều, hình lập phương và lăng trục lục giác đều có tâm đối xứng.
Còn tứ diện đều không có tâm đối xứng.
Chọn đáp án A □

Câu 37 (Đề minh họa 2017-Lần 2).

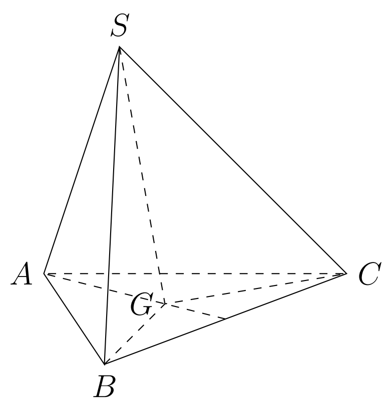
Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 12 và G là trọng tâm tam giác BCD. Tính thể tích V của khối chóp $A.GBC$.

A. $V = 3$. **B**. $V = 4$. **C**. $V = 6$. **D**. $V = 5$.

Lời giải.

Ta có $\mathrm{d}(G, BC) = \dfrac{1}{3}\mathrm{d}(A, BC) \Rightarrow S_{\triangle GBC} = \dfrac{1}{3}S_{\triangle ABC}$.

$$V_{S.GBC} = \frac{1}{3}.S_{\triangle GBC}.\mathrm{d}(S,(ABC))$$
$$= \frac{1}{3}.\frac{1}{3}.S_{\triangle ABC}.\mathrm{d}(S,(ABC)) = \frac{1}{3}.V_{S.ABC} = 4.$$



Chọn đáp án B □

Câu 38 (Đề minh họa 2017-Lần 2).

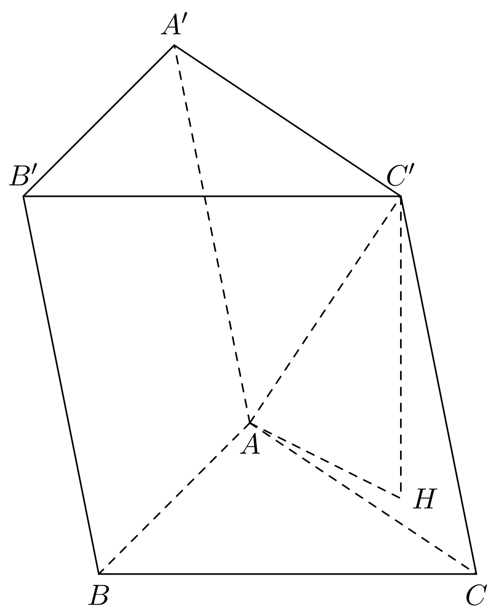
Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, cạnh $AC = 2\sqrt{2}$. Biết AC' tạo với mặt phẳng (ABC) một góc $60°$ và $AC' = 4$. Tính thể tích V của khối đa diện $ABCB'C'$.

A. $V = \dfrac{8}{3}$. **B**. $V = \dfrac{16}{3}$. **C**. $V = \dfrac{8\sqrt{3}}{3}$. **D**. $V = \dfrac{16\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của C' lên đáy
$(ABC) \Rightarrow \widehat{C'AH} = 60° \Rightarrow C'H = AC' \sin 60° = 2\sqrt{3}$.
Từ đó ta có
$S_{ABC} = \dfrac{1}{2}(2\sqrt{2})^2 = 4$

$$\Rightarrow V_{ABCB'C'} = 2V_{AC'BC} = 2\frac{1}{3}C'HS_{ABC} = \frac{16\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án D □

4.6 Hình học 12 - Chương 2: Mặt nón, mặt trụ, mặt cầu

Câu 39 (Đề minh họa 2017-Lần 2).

Cho khối (N) có bán kính đáy bằng 3 và diện tích xung quanh bằng 15π. Tính thể tích V của khối nón (N)

A. $V = 12\pi$. **B.** $V = 20\pi$. **C.** $V = 36\pi$. **D.** $V = 60\pi$.

Lời giải.

Ta có $S_{xq} = \pi rl$ nên $15\pi = 3\pi l \Rightarrow l = 5$.

Suy ra $h = \sqrt{l^2 - r^2} = 4$. Do đó $V = \dfrac{1}{2}hS_{\text{Đáy}} = \dfrac{1}{3}h\pi r^2 = 12\pi$

Chọn đáp án A □

Câu 40 (Đề minh họa 2017-Lần 2).

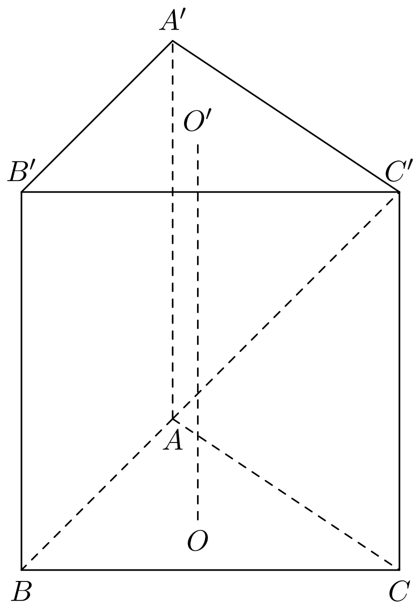
Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng h. Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho.

A. $V = \dfrac{\pi a^2 h}{9}$. **B.** $V = \dfrac{\pi a^2 h}{3}$. **C.** $V = 3\pi a^2 h$. **D.** $V = \dfrac{\pi a^2 h}{9}$.

Lời giải.

Khối trụ ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho cũng có chiều cao là $h = OO'$, trong đó O, O' lần lượt là tâm của tam giác ABC và tam giác $A'B'C'$. Bán kính đáy của khối trụ chính là bán kính đường tròn ngoại tiếp của mặt đáy là $a\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Vậy thể tích lăng trụ là $V = \dfrac{\pi a^2 h}{3}$.



Chọn đáp án B □

Câu 41 (Đề minh họa 2017-Lần 2).

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2a$ và $AA' = 2a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABB'C'$.

A. $R = 3a$. **B.** $R = \dfrac{3a}{4}$. **C.** $R = \dfrac{3a}{2}$. **D.** $R = 2a$.

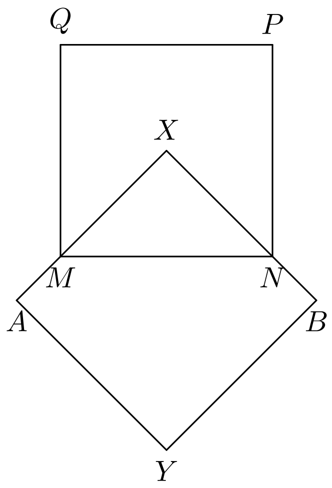
Lời giải.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp$ABB'C'$ bằng với bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật đã cho và cũng bằng nửa độ dài đường chéo dài nhất của hình hộp. Suy ra $R = \dfrac{1}{2}\sqrt{AB^2 + AD^2 + AA'^2} = \dfrac{3a}{2}$.

Chọn đáp án C □

Câu 42 (Đề minh họa 2017-Lần 2).

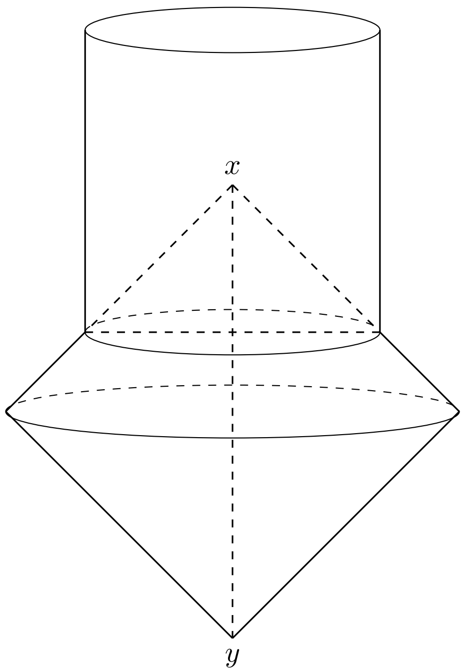
Cho hai hình vuông có cùng cạnh bằng 5 được xếp chồng lên nhau sao cho đỉnh X của một hình vuông là tâm của hình vuông còn lại (như hình vẽ). Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay mô hình trên xung quanh trục XY.



A. $V = \dfrac{125\left(1+\sqrt{2}\right)\pi}{6}$. **B**. $V = \dfrac{125\left(5+2\sqrt{2}\right)\pi}{12}$.

C. $V = \dfrac{125\left(5+4\sqrt{2}\right)\pi}{24}$. **D**. $V = \dfrac{125\left(2+\sqrt{2}\right)\pi}{4}$.

Lời giải.



Ta thấy rằng khi xoay hình xung quanh trục XY thì hình vuông ở trên sẽ tạo thành hình trụ có bán kính đáy là $\dfrac{5}{2}$ và chiều cao là 5, khi đó thể tích của nó là $V_1 = 5\pi\left(\dfrac{5}{2}\right)^2 = \dfrac{125\pi}{4}$.

Hình vuông ở dưới sẽ tạo thành hai hình nón có chung mặt đáy và có đường kính đáy là AB như hình bên. Chiều cao và bán kính đáy của hình nón này là $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$ nên thể tích của khối hai nón ghép lại là $V_2 = 2\cdot\dfrac{1}{3}\pi\left(\dfrac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \dfrac{125\pi\sqrt{2}}{6}$. Tuy nhiên, hai hình này có chung phần hình nón tạo thành khi xoay phần màu cam xung quanh XY. Dễ thấy phần chung này cũng là hình nón nhưng chiều cao và bán kính đáy là $\dfrac{5}{2}$. Do đó, thể tích phần chung là $V_3 = \dfrac{1}{3}\pi\left(\dfrac{5}{2}\right)^2 = \dfrac{125\pi\sqrt{2}}{24}$

Vậy $V = V_1 + V_2 - V_3 = \dfrac{125\left(5+4\sqrt{2}\right)\pi}{24}$.

Chọn đáp án C □

4.7 Hình học 12 - Chương 3: Phương pháp tọa độ trong không gian

Câu 43 (Đề minh họa 2017-Lần 2).

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;3)$ và $B(-1;2;5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB.

A. $I(-2;2;1)$. **B**. $I(1;0;4)$. **C**. $I(2;0;8)$. **D**. $I(2;-2;-1)$.

Lời giải.

Trung điểm AB là $(1;0;4)$.

Chọn đáp án B □

Câu 44 (Đề minh họa 2017-Lần 2).

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2+3t \\ z = 5-t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của d ?

A. $\overrightarrow{u_1} = (0; 3; -1)$. **B.** $\overrightarrow{u_2} = (1; 3; -1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3} = (1; -3; -1)$. **D.** $\overrightarrow{u_4} = (1; 2; 5)$.

Lời giải.

Véc tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_1} = (0; 3; -1)$.

Chọn đáp án A □

Câu 45 (Đề minh họa 2017-Lần 2).

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 3; 1)$ và $B(5; 6; 2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M. Tính tỉ số $\dfrac{AM}{BM}$.

A. $\dfrac{AM}{BM} = \dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{AM}{BM} = 2$. **C.** $\dfrac{AM}{BM} = \dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{AM}{BM} = 3$.

Lời giải.

$M \in (Oxz) \Rightarrow M(x; 0; z)$; $\overrightarrow{AB} = (7; 3; 1) \Rightarrow AB = \sqrt{59}$; $\overrightarrow{AM} = (x + 2; -3; z - 1)$ và A, B, M thẳng hàng $\Rightarrow \overrightarrow{AM} = k.\overrightarrow{AB} (k \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 = 7k \\ -3 = 3k \\ z - 1 = k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -9 \\ -1 = k \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow M(-9; 0; 0)$. $\overrightarrow{BM} = (-14; -6; -2) \Rightarrow$ $BM = \sqrt{118} = 2AB$.

Cách khác $\dfrac{AM}{BM} = \dfrac{d(A; (Oxz))}{d(B; (Oxz))} = \dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án A □

Câu 46 (Đề minh họa 2017-Lần 2).

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1; 0; 0)$; $B(0; -2; 0)$;$C(0; 0; 3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng (ABC)?

A. $\dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{-2} + \dfrac{z}{1} = 1$. **B.** $\dfrac{x}{-2} + \dfrac{y}{1} + \dfrac{z}{3} = 1$. **C.** $\dfrac{x}{1} + \dfrac{y}{-2} + \dfrac{z}{3} = 1$. **D.** $\dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{1} + \dfrac{z}{-2} = 1$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn đi qua 3 điểm A, B, C là $\dfrac{x}{1} + \dfrac{y}{-2} + \dfrac{z}{3} = 1$.

Chọn đáp án C □

Câu 47 (Đề minh họa 2017-Lần 2).

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu có tâm $I(1; 2; -1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P) : x - 2y - 2z - 8 = 0$?

A. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 3$. **B.** $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 3$.

C. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 9$. **D.** $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 9$.

Lời giải.

Gọi mặt cầu cần tìm là (S).

Ta có (S) là mặt cầu có tâm $I(1; 2; -1)$ và bán kính R.

Vì (S) tiếp xúc với mặt phẳng $(P) : x - 2y - 2z - 8 = 0$ nên ta có

$R = d(I; (P)) = \dfrac{|1 - 2.2 - 2.(-1) - 8|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = 3$.

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 9$.

Chọn đáp án C □

Câu 48 (Đề minh họa 2017-Lần 2).

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \dfrac{x + 1}{1} = \dfrac{y}{-3} = \dfrac{z - 5}{-1}$ và mặt phẳng $(P) : 3x - 3y + 2z + 6 = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. d cắt và không vuông góc với (P).
B. d vuông góc với (P).
C. d song song với (P).
D. d nằm trong (P).

Lời giải.

Ta có đường thẳng d đi qua $M(-1;0;5)$ có vtcp $\vec{u}=(1;-3;-1)$ và mặt phẳng (P) có vtpt $\vec{n}=(3;-3;2)$. $M\notin P\Rightarrow$ loại đáp án D.

$\vec{n},\vec{u}$ không cùng phương $\Rightarrow$ loại đáp án B.

$\vec{n}.\vec{u}=10\Rightarrow\vec{n},\vec{u}$ không vuông góc $\Rightarrow$ loại đáp án C.

Chọn đáp án A □

Câu 49 (Đề minh họa 2017-Lần 2).

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$.

A. $(P):2x-2z+1=0$.
B. $(P):2y-2z+1=0$.
C. $(P):2x-2y+1=0$.
D. $(P):2y-2z-1=0$.

Lời giải.

Ta có d_1 đi qua điểm $A(2;0;0)$ và có VTCP $\vec{u}_1=(-1;1;1)$.

d_2 đi qua điểm $B(0;1;2)$ và có VTCP $\vec{u}_2=(2;-1;-1)$.

Vì (P) song songvới hai đường thẳng d_1 và d_2 nên VTPT của (P) là $\vec{n}=[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(0;1;-1)$.

Khi đó (P) có dạng $y-z+D=0\Rightarrow$ loại đáp án A và C.

Lại có (P) cách đều d_1 và d_2 nên (P) đi qua trung điểm $M\left(0;\dfrac{1}{2};1\right)$ của AB.

Do đó $P:2y-2z+1=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 50 (Đề minh họa 2017-Lần 2).

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xét các điểm $A(0;0;1)$, $B(m;0;0)$, $C(0;n;0)$, $D(1;1;1)$ với $m>0;n>0$ và $m+n=1$. Biết rằng khi m, n thay đổi, tồn tại một mặt cầu cố định tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) và đi qua D. Tính bán kính R của mặt cầu đó?

A. $R=1$.
B. $R=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.
C. $R=\dfrac{3}{2}$.
D. $R=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi $I(1;1;0)$ là hình chiếu vuông góc của D lên mặt phẳng (Oxy).

Ta có phương trình theo đoạn chắn của mặt phẳng (ABC) là: $\dfrac{x}{m}+\dfrac{y}{n}+z=1$.

Suy ra phương trình tổng quát của (ABC) là $nx+my+mnz-mn=0$.

Mặt khác $\mathrm{d}(I;(ABC))=\dfrac{|1-mn|}{\sqrt{m^2+n^2+m^2n^2}}=1$ (vì $m+n=1$) và $ID=1$.

$\Rightarrow ID=\mathrm{d}((I;(ABC))$.

Nên tồn tại mặt cầu tâm I (là hình chiếu vuông góc của D lên mặt phẳng Oxy) tiếp xúc với (ABC) và đi qua D. Khi đó $R=1$.

Chọn đáp án A □

ĐÁP ÁN

1. D	2. A	3. B	4. D	5. D	6. D	7. A	8. D	9. A	10. D
11. B	12. A	13. C	14. C	15. C	16. B	17. D	18. B	19. A	20. C
21. A	22. A	23. A	24. B	25. D	26. B	27. B	28. B	29. C	30. D
31. C	32. D	33. A	34. B	35. D	36. A	37. B	38. D	39. A	40. B
41. C	42. C	43. B	44. A	45. A	46. C	47. C	48. A	49. B	50. A

5 Đề minh họa 2017-Lần 3

NỘI DUNG ĐỀ

5.1 Giải tích 12 - Chương 1: Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

Câu 1 (Đề minh họa 2017-Lần 3). Cho hàm số $y = x^3 - 3x$ có đồ thị (C). Tìm số giao điểm của (C) và trục hoành.

A. 2. **B**. 3. **C**. 1. **D**. 0.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - 3x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{array}\right.$.

Vậy có ba giao điểm.

Chọn đáp án B □

Câu 2 (Đề minh họa 2017-Lần 3).

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu tiệm cận?

A. 1. **B**. 3.

C. 2. **D**. 4.

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'			‖	$+$	‖	$-$	
y			‖ $-\infty$	↗	$+\infty$ ‖ 1	↘	0

Lời giải.

Căn cứ vào bảng biến thiên ta thấy:

— $\lim\limits_{x\to(-2)^+} y = -\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -2$.

— $\lim\limits_{x\to 0^-} y = +\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 0$.

— $\lim\limits_{x\to+\infty} y = 0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 0$.

Tóm lại, đồ thị hàm số đã cho có ba đường tiệm cận.

Chọn đáp án B □

Câu 3 (Đề minh họa 2017-Lần 3). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (m-1)x^4 - 2(m-3)x^2 + 1$ **không** có cực đại.

A. $1 \le m \le 3$. **B**. $m \le 1$. **C**. $m \ge 1$. **D**. $1 < m \le 3$.

Lời giải.

Ta có $y' = 4(m-1)x^3 - 4(m-3)x = 4x\left[(m-1)x^2 - (m-3)\right]$

Xét với $m = 1$: Khi đó $y = 4x^2 + 1$ hàm số không có cực đại. Vậy $m = 1$ thỏa mãn (1)

Xét với $m > 1$: Khi đó hàm số là hàm bậc 4 trùng phương với hệ số $a > 0$ để hàm số không có cực đại thì $y' = 0$ chỉ có một nghiệm duy nhất $x = 0$.

Hay $(m-1)x^2 - (m-3) = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $x = 0$.

$\Leftrightarrow x^2 = \dfrac{m-3}{m-1}$ vô nghiệm hoặc có nghiệm $x = 0 \Leftrightarrow \dfrac{m-3}{m-1} \leqslant 0 \Leftrightarrow 1 < m \leqslant 3$ (2)

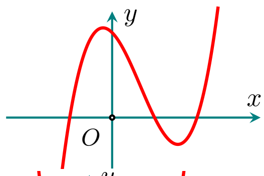
Xét với $m < 1$: Hàm số bậc 4 trùng phương có hệ số $a < 0$ luôn có cực đại (3)

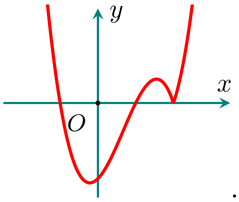
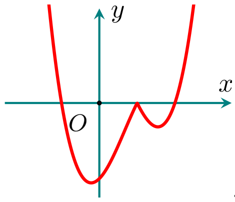
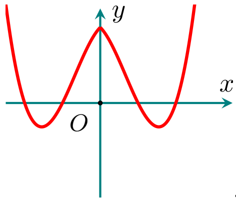
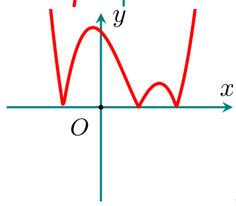
Kết luận: Từ (1), (2), (3) ta có để hàm số không có cực đại thì $1 \leqslant m \leqslant 3$.

Chọn đáp án A □

Câu 4 (Đề minh họa 2017-Lần 3).

Hàm số $y = (x-2)(x^2-1)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = |x-2|(x^2-1)$?



A.  . **B.**  . **C.**  . **D.**  .

Lời giải.

Hàm số $y = (x-2)(x^2-1)$ có đồ thị (C)

Ta có $y = |x-2|\left(x^2-1\right) = \begin{cases} (x-2)\left(x^2-1\right) & \text{khi } x \geqslant 2 \\ -(x-2)\left(x^2-1\right) & \text{khi } x < 2 \end{cases}$

Cách vẽ đồ thị hàm số $y = |x-2|\left(x^2-1\right)$ như sau:

• Giữ nguyên đồ thị (C) ứng với $x \geqslant 2$.

• Lấy đối xứng đồ thị (C) ứng với $x < 2$ qua trục Ox. Bỏ đồ thị (C) ứng với $x < 2$.

Hợp 2 phần đồ thị trên là đồ thị hàm số $y = |x-2|\left(x^2-1\right)$.

Chọn đáp án A □

Câu 5 (Đề minh họa 2017-Lần 3). Cho hàm số $y = \dfrac{x-2}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

Lời giải.

Ta có $y' = \dfrac{3}{(x+1)^2} > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}\backslash\{-1\}$. Suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Chọn đáp án B □

Câu 6 (Đề minh họa 2017-Lần 3).

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y_{\text{CĐ}} = 5$. **B.** $y_{\text{CT}} = 0$.

C. $\min\limits_{\mathbb{R}} y = 4$. **D.** $\max\limits_{\mathbb{R}} y = 5$.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		4		5		$-\infty$

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

— $y_{\text{CĐ}} = 5$, $y_{\text{CT}} = 4$ chọn A.

— $x_{\text{CT}} = 0$, $x_{\text{CĐ}} = 1$ nên loại B.

— Hàm số không có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$ nên loại C, D.

Chọn đáp án A □

Câu 7 (Đề minh họa 2017-Lần 3). Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y = 3x^3+3x-2$. **B.** $y = 2x^3-5x+1$. **C.** $y = x^4+3x^2$. **D.** $y = \dfrac{x-2}{x+1}$.

Lời giải.

— Xét $y = 3x^3+3x-2$ có $y' = 9x^2+2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên chọn $y = 3x^3+3x-2$.

— Xét $y = 2x^3 - 5x + 1$ có $y' = 6x^2 - 5, y' = 0$ là phương trình bậc 2 có nghiệm nên không thể đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

— Xét $y = x^4 + 3x^2$ có $y' = 4x^3 + 6x; y' = 0$ có nghiệm $x = 0$ nên y' sẽ đổi dấu khi qua $x = 0$ nên không thể đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

— Xét $y = \dfrac{x-2}{x+1}$ có tập xác định là $\mathscr{D} = \mathbb{R} \backslash \{-1\}$ nên không thể đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

Chọn đáp án A □

Câu 8 (Đề minh họa 2017-Lần 3). Hỏi có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = (m^2 - 1)x^3 + (m-1)x^2 - x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải.

TH1. $m = 1$. Ta có $y = -x + 4$ là phương trình của một đường thẳng có hệ số góc âm nên hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Do đó nhận $m = 1$.

TH2. $m = -1$. Ta có $y = -2x^2 - x + 4$ là phương trình của một đường Parabol nên hàm số không thể nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Do đó loại $m = -1$.

TH3. $m \neq \pm 1$. Khi đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty) \Leftrightarrow y' \leqslant 0, \forall x \in \mathbb{R}$, dấu "=" chỉ xảy ra ở hữu hạn điểm trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow 3(m^2 - 1)x^2 + 2(m-1)x - 1 \leqslant 0, \ \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta' \leqslant 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 < 0 \\ (m-1)^2 + 3(m^2 - 1) \leqslant 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 < 0 \\ (m-1)(4m+2) \leqslant 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 1 \\ -\dfrac{1}{2} \leqslant m \leqslant 1 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow -\dfrac{1}{2} \leqslant m < 1$. Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = 0$.

Vậy có 2 giá trị m nguyên cần tìm $m = 0$ hoặc $m = 1$.

Chọn đáp án A □

Câu 9 (Đề minh họa 2017-Lần 3). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 1)x$ có hai điểm cực trị là A và B sao cho A, B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $d : y = 5x - 9$. Tính tổng tất cả các phần tử của S.

A. 0. **B.** 6. **C.** -6. **D.** 3.

Lời giải.

$y = \dfrac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 1)x \Rightarrow y' = x^2 - 2mx + (m^2 - 1)$

$\Delta' = m^2 - (m^2 - 1) = 1$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = m + 1 \\ x = m - 1 \end{array}\right. \Rightarrow A\left(m + 1, \dfrac{m^3 - 3m - 2}{3}\right); B\left(m - 1, \dfrac{m^3 - 3m + 2}{3}\right)$$

Hai điểm A, B khác phía với đường thẳng d và có khoảng cách tới d bằng nhau tức là trung điểm I của AB thuộc đường thẳng d, ta có:

$I\left(m, \dfrac{m^3 - 3m}{3}\right) \in (d) \Rightarrow m^3 - 18m + 27 = 0$

Ta có $(m-3)(m^2 + 3m - 9) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 3 \\ m = \dfrac{-3 \pm 3\sqrt{5}}{2} \end{array}\right.$

Vậy tổng các phần tử của S bằng 0.

Chọn đáp án A □

Câu 10 (Đề minh họa 2017-Lần 3).

Tính giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3x + \dfrac{4}{x^2}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

A. $\min\limits_{(0;+\infty)} y = 3\sqrt[3]{9}$. **B.** $\min\limits_{(0;+\infty)} y = 7$. **C.** $\min\limits_{(0;+\infty)} y = \dfrac{33}{5}$. **D.** $\min\limits_{(0;+\infty)} y = 2\sqrt[3]{9}$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3 - \dfrac{8}{x^3} = \dfrac{3x^3-8}{x^3}$;$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^3 - 8 = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\dfrac{8}{3}}$. Ta có bảng biến thiên:

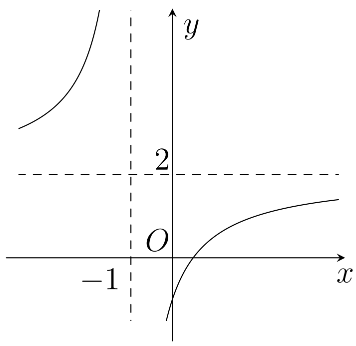
x	0		$\sqrt[3]{\dfrac{8}{3}}$		$+\infty$
y'	‖	$-$	0	$+$	
y	‖ $+\infty$	$\searrow$	$3\sqrt[3]{9}$	$\nearrow$	$+\infty$

Chọn đáp án A

Từ bảng biến thiên suy ra: $\min\limits_{(0;+\infty)} y = 3\sqrt[3]{9}$.

Câu 11 (Đề minh họa 2017-Lần 3).

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong 4 hàm số được liệt kê ở 4 phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y = \dfrac{2x+3}{x+1}$. **B.** $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$.

C. $y = \dfrac{2x-2}{x-1}$. **D.** $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy $x = 0$ thì $y < 0$ nên loại hai hàm số $y = \dfrac{2x+3}{x+1}$ và $y = \dfrac{2x-2}{x-1}$ không thỏa mãn.

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -1$ và tiệm cận ngang là $y = 2$ nên hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$ không thỏa mãn.

Vậy, trong 4 hàm số đã cho, chỉ có hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$ thỏa mãn.

Chọn đáp án B

5.2 Giải tích 12 - Chương 2: Hàm số lũy thừa, hàm số mũ và hàm số lôgarit

Câu 12 (Đề minh họa 2017-Lần 3).

Tính đạo hàm của hàm số $y = \log x$.

A. $y' = \dfrac{1}{x}$. **B.** $y' = \dfrac{\ln 10}{x}$. **C.** $y' = \dfrac{1}{x\ln 10}$. **D.** $y' = \dfrac{1}{10\ln x}$.

Lời giải.

Áp dụng công thức $(\log_a x)' = \dfrac{1}{x\ln a}$, ta được $y' = \dfrac{1}{x\ln 10}$

Chọn đáp án C

Câu 13 (Đề minh họa 2017-Lần 3).

Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+1} - \dfrac{1}{5} > 0$.

A. $S = (1; +\infty)$. **B.** $S = (-1; +\infty)$. **C.** $S = (-2; +\infty)$. **D.** $S = (-\infty; -2)$.

Lời giải.

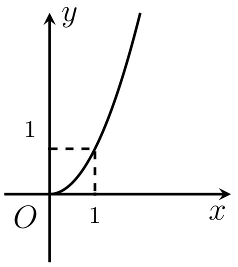
Ta có $5^{x+1} - \dfrac{1}{5} > 0 \Leftrightarrow 5^{x+1} > 5^{-1} \Leftrightarrow x+1 > -1 \Leftrightarrow x > -2$.
Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (-2; +\infty)$.
Chọn đáp án C □

Câu 14 (Đề minh họa 2017-Lần 3).
Cho a là số thực dương, $a \neq 1$ và $P = \log_{\sqrt[3]{a}} a^3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

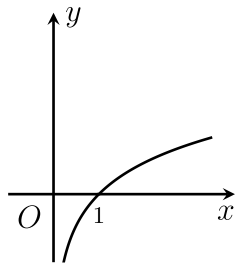
A. $P = 1$. **B.** $P = 1$. **C.** $P = 9$. **D.** $P = \dfrac{1}{3}$.

Lời giải.
Ta có $P = P = \log_{a^{1/3}} a^3 = 9\log_a a = 9$.
Chọn đáp án C □

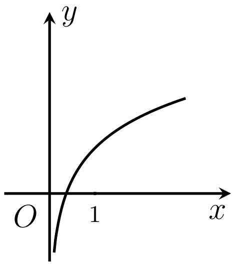
Câu 15 (Đề minh họa 2017-Lần 3).
Cho hàm số $f(x) = x\ln x$. Một trong bốn đồ thị cho trong bốn phương án **A, B, C, D** dưới đây là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Tìm đồ thị đó.

A. 

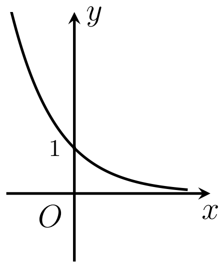
.

B. 

.

C. 

.

D. 

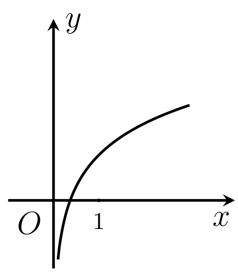
.

Lời giải.
Chúng ta có $y = f'(x) = \ln x + 1$ nên

— $y = \ln x + 1$ là hàm số xác định trên $(0; +\infty)$.

— $y(1) = \ln 1 + 1 = 1$, tức là đồ thị hàm số đi qua điểm $(1; 1)$.

Từ đó suy ra, trong bốn đồ thị đã cho ở các phương án **A, B, C, D** chỉ có đồ thị hình bên là thỏa mãn các tính chất trên của hàm số $y = f'(x)$.



Chọn đáp án C □

Câu 16 (Đề minh họa 2017-Lần 3).
Tính giá trị của biểu thức $P = \left(7+4\sqrt{3}\right)^{2017}\left(4\sqrt{3}-7\right)^{2016}$.

A. $P = 1$. **B.** $P = 7 - 4\sqrt{3}$. **C.** $P = 7 + 4\sqrt{3}$. **D.** $\left(7+4\sqrt{3}\right)^{2016}$.

Lời giải.
Ta viết lại $P = \left(7+4\sqrt{3}\right)\left(7+4\sqrt{3}\right)^{2016}\left(4\sqrt{3}-7\right)^{2016} = \left(7+4\sqrt{3}\right)\left(\left(7+4\sqrt{3}\right)\left(4\sqrt{3}-7\right)\right)^{2016}$.
Sử dụng máy tính, tính được $\left(7+4\sqrt{3}\right)\left(4\sqrt{3}-7\right) = -1$. Suy ra $P = \left(7+4\sqrt{3}\right)(-1)^{2016} = \left(7+4\sqrt{3}\right)$.
Chọn đáp án C □

Câu 17 (Đề minh họa 2017-Lần 3).

Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-1)+\log_2(x+1)=3$.

A. $S=\{-3;3\}$. **B**. $S=\{4\}$. **C**. $S=\{3\}$. **D**. $S=\left\{-\sqrt{10};\sqrt{10}\right\}$.

Lời giải.

Điều kiện: $x>1$.

Ta có

$$\log_2(x-1)+\log_2(x+1)=3\Leftrightarrow\log_2(x-1)(x+1)=3\Leftrightarrow x^2-1=8\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=-3\end{array}\right..$$

So với điều kiện, ta được: $x=3$.

Vậy phương trình trên có tập nghiệm $S=\{3\}$.

Chọn đáp án C □

Câu 18 (Đề minh họa 2017-Lần 3).

Cho a,b là các số thực dương thỏa mãn $a\neq1, a\neq\sqrt{b}$ và $\log_a b=\sqrt{3}$. Tính $P=\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}}\sqrt{\frac{b}{a}}$.

A. $P=-5+3\sqrt{3}$. **B**. $P=-1+\sqrt{3}$. **C**. $P=-1-\sqrt{3}$. **D**. $P=-5-3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Cách 1: Phương pháp tự luận.

$$P=\frac{\log_a\sqrt{\frac{b}{a}}}{\log_a\frac{\sqrt{b}}{a}}=\frac{\frac{1}{2}(\log_a b-1)}{\log_a\sqrt{b}-1}=\frac{\frac{1}{2}\left(\sqrt{3}-1\right)}{\frac{1}{2}\log_a b-1}=\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-2}=-1-\sqrt{3}.$$

Cách 2: Phương pháp trắc nghiệm.

Chọn $a=2,\ b=2^{\sqrt{3}}$. Bấm máy tính ta được $P=-1-\sqrt{3}$.

Chọn đáp án C □

Câu 19 (Đề minh họa 2017-Lần 3).

Hỏi phương trình $3x^2-6x+\ln(x+1)^3+1=0$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt?

A. 2. **B**. 1. **C**. 3. **D**. 4.

Lời giải.

Điều kiện: $x>-1$.

Phương trình đã cho tương đương với $3x^2-6x+3\ln(x+1)+1=0$.

Xét hàm số $y=3x^2-6x+3\ln(x+1)+1$ liên tục trên khoảng $(-1;+\infty)$.

$y'=6(x-1)+\dfrac{3}{x+1}=\dfrac{6x^2-3}{x+1}$.

$y'=0\Leftrightarrow 2x^2-1=0\Leftrightarrow x=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ (thỏa điều kiện).

x	-1		$-\frac{\sqrt{2}}{2}$		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$f\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$	$\searrow$	$f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$	$\nearrow$	$+\infty$

Vì $f\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right) > 0,\ f\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right) < 0$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$ nên đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

Chọn đáp án C □

Câu 20 (Đề minh họa 2017-Lần 3).

Cho hàm số $y = \dfrac{\ln x}{x}$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $2y' + xy'' = -\dfrac{1}{x^2}$. **B**. $y' + xy'' = \dfrac{1}{x^2}$. **C**. $y' + xy'' = -\dfrac{1}{x^2}$. **D**. $2y' + xy'' = \dfrac{1}{x^2}$.

Lời giải.

Cách 1. $y' = \dfrac{(\ln x)' \cdot x - x' \cdot \ln x}{x^2} = \dfrac{\dfrac{1}{x} \cdot x - \ln x}{x^2} = \dfrac{1 - \ln x}{x^2}$.

$y'' = \dfrac{(1-\ln x)' \cdot x^2 - (x^2)'(1-\ln x)}{x^4} = \dfrac{-\dfrac{1}{x} \cdot x^2 - 2x(1-\ln x)}{x^4} = \dfrac{-x - 2x(1-\ln x)}{x^4} = -\dfrac{1 + 2(1-\ln x)}{x^3}$
$= -\dfrac{3 - 2\ln x}{x^3}$.

Suy ra $2y' + xy'' = 2 \cdot \dfrac{1-\ln x}{x^2} - x\dfrac{3 - 2\ln x}{x^3} = \dfrac{2 - 2\ln x - 3 + 2\ln x}{x^2} = -\dfrac{1}{x^2}$.

Cách 2. Ta có $xy = \ln x$, lấy đạo hàm hai vế theo biến x, ta được $y + xy' = \dfrac{1}{x}$.

Tiếp tục lấy đạo hàm hai vế theo biến x của biểu thức trên ta được $y' + y' + xy'' = -\dfrac{1}{x^2}$ hay $2y' + xy'' = -\dfrac{1}{x^2}$.

Chọn đáp án A □

Câu 21 (Đề minh họa 2017-Lần 3).

Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên trong $[-2017; 2017]$ để phương trình $\log(mx) = 2\log(x+1)$ có nghiệm duy nhất?

A. 2017. **B**. 4014. **C**. 2018. **D**. 4015.

Lời giải.

Điều kiện: $x > -1$ và $x \neq 0$.

$\log(mx) = 2\log(x+1) \Leftrightarrow mx = (x+1)^2 \Leftrightarrow m = \dfrac{(x+1)^2}{x}$

Xét hàm: $f(x) = \dfrac{(x+1)^2}{x}\ (x > -1, x \neq 0)$; $f'(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1(\text{ loại}) \end{array}\right.$

Lập bảng biến thiên:

x	-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	0	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào BBT, phương trình có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $\left[\begin{array}{l} m = 4 \\ m < 0 \end{array}\right.$.

Vì $m \in [-2017; 2017]$ và $m \in \mathbb{Z}$ nên chỉ có 2018 giá trị m nguyên thỏa yêu cầu là $m \in \{-2017; -2016; \cdots; -1; 4\}$.

Chú ý : Trong, ta đã bỏ qua điều kiện $mx > 0$ vì với phương trình $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ với $0 < a \neq 1$ ta chỉ cần điều kiện $f(x) > 0$ (hoặc $g(x) > 0$)

Chọn đáp án C □

5.3 Giải tích 12 - Chương 3: Nguyên hàm. Tích phân và ứng dụng

Câu 22 (Đề minh họa 2017-Lần 3).

Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \dfrac{2}{x^2}$.

A. $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C.$ **B.** $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C.$

C. $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C.$ **D.** $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C.$

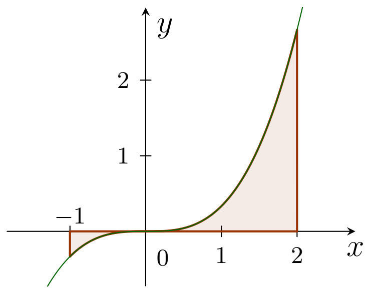
Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int \left(x^2 + \frac{2}{x^2}\right)\mathrm{d}x = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C.$

Chọn đáp án A □

Câu 23 (Đề minh họa 2017-Lần 3).

Gọi S là diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và 2 đường thẳng $x = -1$, $x = 2$ (như hình vẽ bên). Đặt $a = \displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x$, $b = \displaystyle\int_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. $S = b - a$. **B.** $S = b + a$.

C. $S = -b + a$. **D.** $S = -b - a$.

Lời giải.

Ta có: $S = \displaystyle\int_{-1}^{2} |f(x)|\,\mathrm{d}x = \int_{-1}^{0} |f(x)|\,\mathrm{d}x + \int_{0}^{2} |f(x)|\,\mathrm{d}x = -\int_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x + \int_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x = -a + b.$

Chọn đáp án A □

Câu 24 (Đề minh họa 2017-Lần 3).

Tính tích phân $I = \displaystyle\int_{1}^{2} 2x\sqrt{x^2-1}\mathrm{d}x$ bằng cách đặt $u = x^2 - 1$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $I = 2\displaystyle\int_0^3 \sqrt{u}\mathrm{d}u$. **B.** $I = \displaystyle\int_1^2 \sqrt{u}\mathrm{d}u$. **C.** $I = \displaystyle\int_0^3 \sqrt{u}\mathrm{d}u$. **D.** $I = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int_1^2 \sqrt{u}\mathrm{d}u$.

Lời giải.

Đặt $u = x^2 - 1 \Rightarrow \mathrm{d}u = 2x\mathrm{d}x$. Đổi cận $x = 1 \Rightarrow u = 0$; $x = 2 \Rightarrow u = 3$.

Do đó: $I = \displaystyle\int_{1}^{2} 2x\sqrt{x^2-1}\mathrm{d}x = \int_{0}^{3} \sqrt{u}\mathrm{d}u.$

Chọn đáp án C □

Câu 25 (Đề minh họa 2017-Lần 3).

Cho $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{\mathrm{e}^x + 1}\mathrm{d}x = a + b\ln\frac{1+\mathrm{e}}{2}$, với a, b là các số hữu tỉ. Tính $S = a^3 + b^3$.

A. $S = 2$. **B.** $S = -2$. **C.** $S = 0$. **D.** $S = 1$.

Lời giải.

$$\int\limits_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^x+1} = \int\limits_0^1 \frac{(\mathrm{e}^x+1)-\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x+1}\mathrm{d}x = \int\limits_0^1 \mathrm{d}x - \int\limits_0^1 \frac{\mathrm{d}(\mathrm{e}^x+1)}{\mathrm{e}^x+1} = x\Big|_0^1 - \ln|\mathrm{e}^x+1|\Big|_0^1 = 1 - \ln\frac{1+e}{2}.$$

$\Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \end{cases} \Rightarrow S = a^3+b^3 = 0.$

Chọn đáp án C □

Câu 26 (Đề minh họa 2017-Lần 3).

Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=1$ và $x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x\,(1\leqslant x\leqslant 3)$ thì được thiết diện là một hình chữ nhật có hai cạnh là $3x$ và $\sqrt{3x^2-2}$.

A. $V = 32+2\sqrt{15}$. **B.** $V = \dfrac{124\pi}{3}$.

C. $V = \dfrac{124}{3}$. **D.** $V = \left(32+2\sqrt{15}\right)\pi$.

Lời giải.

Diện tích thiết diện là $S(x) = 3x\sqrt{3x^2-2}$.

Suy ra thể tích vật thể tạo thành là: $V = \displaystyle\int\limits_1^3 S(x)\mathrm{d}x = \int\limits_1^3 3x\sqrt{3x^2-2}\mathrm{d}x$.

Sử dụng MTCT ta được : $V = \dfrac{124}{3}$.

Chọn đáp án C □

Câu 27 (Đề minh họa 2017-Lần 3).

Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\displaystyle\int\limits_0^1 (x+1)f'(x)\mathrm{d}x = 10$ và $2f(1)-f(0)=2$. Tính $\displaystyle\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=-12$. **B.** $I=8$. **C.** $m=1$. **D.** $I=-8$.

Lời giải.

Đặt $\begin{cases} u = x+1 \\ \mathrm{d}v = f'(x)\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \mathrm{d}x \\ v = f(x) \end{cases}$. Khi đó $I = (x+1)f(x)\Big|_0^1 - \displaystyle\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

Suy ra $10 = 2f(1)-f(0) - \displaystyle\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x \Rightarrow \int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x = -10+2=-8$.

Vậy $\displaystyle\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x = -8$.

Chọn đáp án D □

Câu 28 (Đề minh họa 2017-Lần 3).

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x)+f(-x) = \sqrt{2+2\cos 2x}, \forall x\in\mathbb{R}$. Tính $I = \displaystyle\int\limits_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=-6$. **B.** $I=0$. **C.** $I=-2$. **D.** $I=6$.

Lời giải.

Cách 1. Tự luận.

Đặt $t=-x \Rightarrow \mathrm{d}t = -\mathrm{d}x$.

Đổi cận $x = -\dfrac{3\pi}{2} \Rightarrow t = \dfrac{3\pi}{2}$; $x = \dfrac{3\pi}{2} \Rightarrow t = -\dfrac{3\pi}{2}$. Suy ra $I = \displaystyle\int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(-t)\mathrm{d}t$.

Mặt khác $f(t) + f(-t) = \sqrt{2 + 2\cos 2t} = \sqrt{4\cos^2 t} = 2\,|\cos t|$ (thay $x = t$).

Ta có $2I = \displaystyle\int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} [f(t) + f(-t)]\,\mathrm{d}t = \int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} 2\,|\cos t|\,\mathrm{d}t$.

Suy ra $I = \displaystyle\int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} |\cos t|\,\mathrm{d}t$.

$I = \displaystyle\int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} |\cos t|\,\mathrm{d}t = 2\int_{0}^{\frac{3\pi}{2}} |\cos t|\,\mathrm{d}t$. $\left(\text{Do } |\cos t| \text{ là hàm số chẵn trên đoạn } \left[-\dfrac{3\pi}{2}; \dfrac{3\pi}{2}\right]\right)$

$= 2\displaystyle\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} |\cos t|\,\mathrm{d}t + 2\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} |\cos t|\,\mathrm{d}t = 2\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \cos t\mathrm{d}t - 2\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \cos t\mathrm{d}t = 2\sin t\Big|_{0}^{\frac{\pi}{2}} - 2\sin t\Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} = 6.$

Cách 2. Trắc nghiệm.

Ta có: $f(x) + f(-x) = 2\,|\cos x| \Leftrightarrow f(x) + f(-x) = |\cos x| + |\cos(-x)|$

nên ta có thể chọn $f(x) = |\cos x|$.

Suy ra $I = \displaystyle\int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} |\cos x|\,\mathrm{d}x = 6$ (bấm máy).

Chọn đáp án D □

5.4 Giải tích 12 - Chương 4: Số phức

Câu 29 (Đề minh họa 2017-Lần 3).

Kí hiệu a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $3 - 2\sqrt{2}i$. Tìm a, b.

A. $a = 3; b = 2$. **B.** $a = 3; b = 2\sqrt{2}$. **C.** $a = 3; b = \sqrt{2}$. **D.** $a = 3; b = -2\sqrt{2}$.

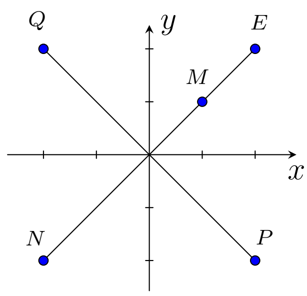
Lời giải.

Số phức $3 - 2\sqrt{2}i$ có phần thực và phần ảo lần lượt là 3 và $-2\sqrt{2}$. Vậy $a = 3$; $b = -2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án D □

Câu 30 (Đề minh họa 2017-Lần 3).

Trên mặt phẳng tọa độ, điểm M là điểm biểu diễn của số phức z (như hình vẽ bên). Điểm nào trong hình vẽ là điểm biểu diễn của số phức $2z$?



A. Điểm N.

B. Điểm Q.

C. Điểm E.

D. Điểm P.

Lời giải.

Gọi $z = a + bi\,(a, b \in \mathbb{R})$. Điểm biểu diễn của z là điểm $M(a; b)$.

$\Rightarrow 2z = 2a + 2bi$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng Oxy là $M_1(2a; 2b)$.

Ta có $\overrightarrow{OM_1} = 2\overrightarrow{OM}$ suy ra $M_1 \equiv E$.

Chọn đáp án C □

Câu 31 (Đề minh họa 2017-Lần 3).

Tính môđun của số phức z biết $\overline{z} = (4 - 3i)(1 + i)$.

A. $|z| = 25\sqrt{2}$. **B.** $|z| = 7\sqrt{2}$. **C.** $|z| = 5\sqrt{2}$. **D.** $|z| = \sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $\overline{z} = (4 - 3i)(1 + i) = 7 + i \Rightarrow |\overline{z}| = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \Rightarrow |z| = 5\sqrt{2}$.

Chọn đáp án C □

Câu 32 (Đề minh họa 2017-Lần 3).

Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+z+1 = 0$. Tính giá trị của $P = z_1^2+z_2^2+z_1z_2$.

A. $P = 1$. **B.** $P = 2$. **C.** $P = -1$. **D.** $P = 0$.

Lời giải.

Ta có $P = z_1^2 + z_2^2 + z_1z_2 = (z_1 + z^2)^2 - z_1z_2$.Theo vi-et ta có $\begin{cases} z_1 + z_2 = -1 \\ z_2 = 1 \end{cases}$.

Suy ra $P = 1 - 1 = 0$.

Chọn đáp án D □

Câu 33 (Đề minh họa 2017-Lần 3).

Hỏi có bao nhiêu số phức z thỏa mãn đồng thời các điều kiện $|z - i| = 5$ và z^2 là số thuần ảo?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 0.

Lời giải.

Đặt $z = x + iy$, $x, y \in \mathbb{R}$.

$|z - i| = 5 \Leftrightarrow |x + iy - i| = 5 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (y - 1)^2} = 5 \Leftrightarrow x^2 + (y - 1)^2 = 25$.

z^2 là số thuần ảo hay $(x + iy)^2$ là số thuần ảo

$\Leftrightarrow x^2 + 2ixy - y^2$ là số thuần ảo $\Rightarrow x^2 - y^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm y$.

Vậy ta có hệ phương trình

$\begin{cases} x^2 + (y - 1)^2 = 25 \\ x = y \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x^2 + (y - 1)^2 = 25 \\ x = -y. \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y^2 + (y - 1)^2 = 25 \\ x = y \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} y^2 + (y - 1)^2 = 25 \\ x = -y. \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y^2 - y - 12 = 0 \\ x = y \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} y^2 - y - 12 = 0 \\ x = -y \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 4 \\ x = 4 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} y = -3 \\ x = -3 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} y = 4 \\ x = -4 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} y = -3 \\ x = 3. \end{cases}$

Vậy ta có 4 số phức thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án C □

Câu 34 (Đề minh họa 2017-Lần 3).

Xét số phức z thỏa mãn $|z+2-i|+|z-4-7i|=6\sqrt{2}$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $|z-1+i|$. Tính $P=m+M$.

A. $P=\sqrt{13}+\sqrt{73}$. **B.** $P=\dfrac{5\sqrt{2}+2\sqrt{73}}{2}$. **C.** $P=5\sqrt{2}+2\sqrt{73}$. **D.** $P=\dfrac{5\sqrt{2}+\sqrt{73}}{2}$.

Lời giải.

Cách 1. Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn của z. Các điểm $A(-2;1)$, $B(4,7)$, $C(1;-1)$.

Ta có $|z+2-i|+|z-4-7i|=6\sqrt{2}\Leftrightarrow MA+MB=6\sqrt{2}$, mà $AB=6\sqrt{2}\Rightarrow MA+MB=AB$.

Suy ra M thuộc đoạn thẳng AB.

Phương trình đường thẳng $AB: y=x+3$, với $x\in[-2;4]$.

Ta có $|z-1+i|=MC\Rightarrow |z-1+i|^2=MC^2=(x-1)^2+(y+1)^2=(x-1)^2+(x+4)^2=2x^2+6x+17$

Đặt $f(x)=2x^2+6x+17$, $x\in[-2;4]$.

$f'(x)=4x+6$, $f'(x)=0\Leftrightarrow x=-\dfrac{3}{2}$ (nhận)

Ta có $f(-2)=13$, $f\left(-\dfrac{3}{2}\right)=\dfrac{25}{2}$, $f(4)=73$.

Vậy $f(x)_{\max}=f(4)=73$, $f(x)_{\min}=f\left(-\dfrac{3}{2}\right)=\dfrac{25}{2}$.

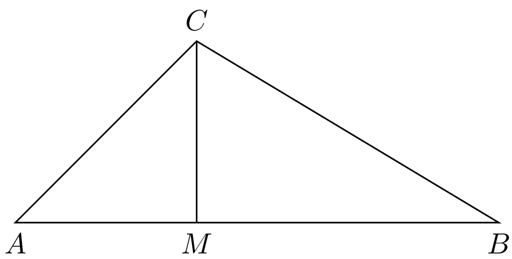
$\Rightarrow M=\sqrt{73}$, $m=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$. $\Rightarrow P=\dfrac{5\sqrt{2}+2\sqrt{73}}{2}$.

Cách 2. Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn của z.

Các điểm $A(-2;1)$, $B(4,7)$, $C(1;-1)$.

Ta có $|z+2-i|+|z-4-7i|=6\sqrt{2}\Leftrightarrow MA+MB=6\sqrt{2}$, mà $AB=6\sqrt{2}\Rightarrow MA+MB=AB$

Suy ra M thuộc đoạn thẳng AB.



Phương trình đường thẳng $AB: y=x+3$, với $x\in[-2;4]$.

$CM_{\min}=\mathrm{d}(C;AB)=\dfrac{5}{\sqrt{2}}$.

$CB=\sqrt{73}; CA=\sqrt{13}\Rightarrow CM_{\max}=CB=\sqrt{73}$.

Vậy $P=\sqrt{73}+\dfrac{5}{\sqrt{2}}=\dfrac{2\sqrt{73}+5\sqrt{2}}{2}$

Chọn đáp án B □

5.5 Hình học 12 - Chương 1: Khối đa diện

Câu 35 (Đề minh họa 2017-Lần 3).

Tính thể tích V của khối lặng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

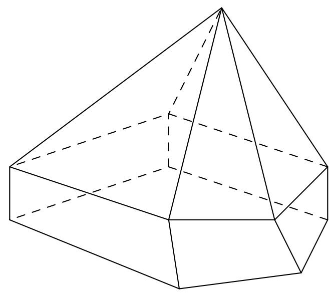
Lời giải.

Ta có: $V=B\cdot h=a\cdot\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Chọn đáp án D □

Câu 36 (Đề minh họa 2017-Lần 3).

Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu mặt?



A. 6.

B. 10.

C. 12.

D. 11.

Câu 37 (Đề minh họa 2017-Lần 3).

Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng a.

A. $V = \dfrac{\pi a^3}{4}$. **B**. $V = \pi a^3$. **C**. $V = \dfrac{\pi a^3}{6}$. **D**. $V = \dfrac{\pi a^3}{2}$.

Lời giải.

Vì khối trụ ngoại tiếp hình lập phương cạnh bằng a nên $\begin{cases} R = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} \\ h = a \end{cases}$. Do đó $V = \pi R^2 h = \dfrac{\pi a^3}{2}$.

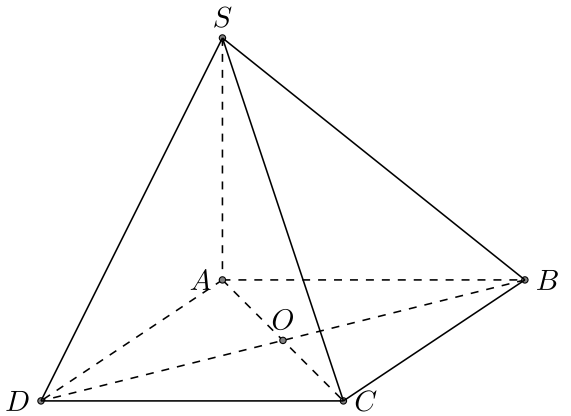
Chọn đáp án D □

Câu 38 (Đề minh họa 2017-Lần 3).

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt đáy, SD tạo với mặt phẳng (SAB) một góc bằng 30°. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \dfrac{\sqrt{6}a^3}{18}$. **B**. $V = \sqrt{3}a^3$. **C**. $V = \dfrac{\sqrt{6}a^3}{3}$. **D**. $V = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải.



Góc giữa SD và mp (SAB) là $\widehat{ASD} = 30^\circ \Rightarrow SA = a \cdot \cot 30^\circ = \sqrt{3}a$.

Khi đó $V = \dfrac{1}{3}Bh = \dfrac{1}{3}a^2 a\sqrt{3} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}a^3$.

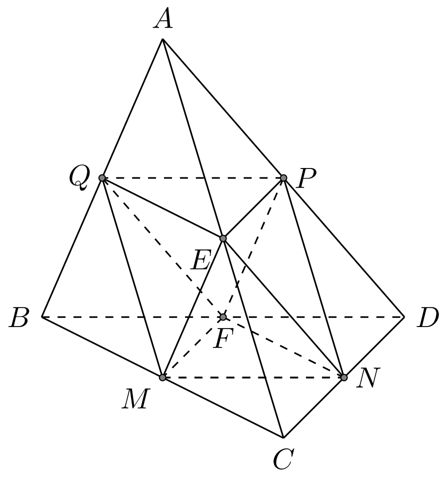
Chọn đáp án D □

Câu 39 (Đề minh họa 2017-Lần 3).

Cho khối tứ diện có thể tích bằng V. Gọi V' là thể tích của khối đa diện có các đỉnh là các trung điểm của các cạnh của khối tứ diện đã cho, tính tỉ số $\dfrac{V'}{V}$.

A. $\dfrac{V'}{V} = \dfrac{1}{2}$. **B**. $\dfrac{V'}{V} = \dfrac{1}{4}$. **C**. $\dfrac{V'}{V} = \dfrac{2}{3}$. **D**. $\dfrac{V'}{V} = \dfrac{5}{8}$.

Lời giải.



Cách 1. Đặc biệt hóa tứ diện cho là tứ diện đều cạnh a. Hình đa diện cần tính có được bằng cách cắt 4 góc của tứ diện, mỗi góc là cũng là một tứ diện đều có cạnh bằng $\dfrac{a}{2}$.

Do đó thể tích phần cắt bỏ là $V'' = 4.\dfrac{V}{8} = \dfrac{V}{2}$.

(Vì với tứ diện cạnh giảm nửa thì thể tích giảm $\left(\dfrac{1}{2}\right)^3 = \dfrac{1}{8}$)

Vậy $V' = \dfrac{V}{2} \Leftrightarrow \dfrac{V'}{V} = \dfrac{1}{2}$.

Cách 2. Khối đa diện là hai khối chóp tứ giác (giống nhau) có cùng đáy là hình bình hành úp lại.

Suy ra: $V' = 2V_{N.MEPF} = 4.V_{N.MEP} = 4.V_{P.MNE} = 4.\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{4}V = \dfrac{1}{2}V$

(Do chiều cao giảm một nửa, cạnh đáy giảm một nửa nên diện tích giảm 4)

Cách 3. Ta có $\dfrac{V'}{V} = \dfrac{V - V_{A.QEP} - V_{B.QMF} - V_{C.MNE} - V_{D.NPF}}{V}$

$= 1 - \dfrac{V_{A.QEP}}{V} - \dfrac{V_{B.QMF}}{V} - \dfrac{V_{C.MNE}}{V} - \dfrac{V_{D.NPF}}{V} = 1 - \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án A □

5.6 Hình học 12 - Chương 2: Mặt nón, mặt trụ, mặt cầu

Câu 40 (Đề minh họa 2017-Lần 3).

Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Tính độ dài đường sinh l của hình nón đã cho.

A. $l = \dfrac{\sqrt{5}a}{2}$. **B**. $l = 2\sqrt{2}a$. **C**. $l = \dfrac{3a}{2}$. **D**. $l = 3a$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình nón: $S_{xq} = \pi rl = \pi al = 3\pi a^2 \Rightarrow l = 3a$.

Chọn đáp án D □

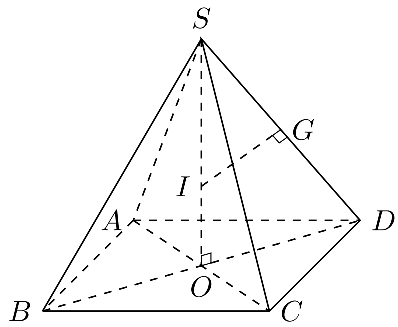
Câu 41 (Đề minh họa 2017-Lần 3).

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $3\sqrt{2}a$, cạnh bên bằng $5a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R = \sqrt{3}a$. **B**. $R = \sqrt{2}a$. **C**. $R = \dfrac{25a}{8}$. **D**. $R = 2a$.

Lời giải.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, G là trung điểm SD,
$GI \perp SD, I \in SO$.
Ta có cạnh đáy bằng $3\sqrt{2}a$ nên $BD = 3\sqrt{2}a.\sqrt{2} = 6a$, $OD = 3a$.
Xét $\triangle SOD$ vuông tại O ta có: $SO = \sqrt{SD^2 - OD^2} = 4a$.
Ta có $\triangle SGI$ đồng dạng với $\triangle SOD$ (g-g), suy ra
$\dfrac{SO}{SG} = \dfrac{SD}{SI} \Rightarrow 4a.R = \dfrac{1}{2}(5a)^2 \Rightarrow R = \dfrac{25a}{8}$.

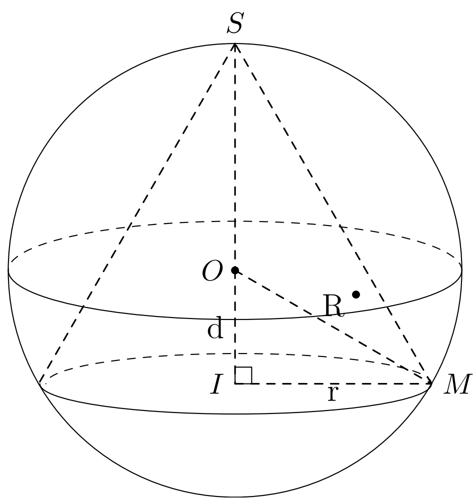


Chọn đáp án C ☐

Câu 42 (Đề minh họa 2017-Lần 3).
Cho mặt cầu tâm O, bán kính R. Xét mặt phẳng (P) thay đổi cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn (C). Hình nón (N) có đỉnh S nằm trên mặt cầu, có đáy là đường tròn (C) và có chiều cao là $h(h > R)$. Tính h để thể tích khối nón được tạo nên bởi (N) có giá trị lớn nhất.

A. $h = \sqrt{3}R$. **B**. $h = \sqrt{2}R$. **C**. $h = \dfrac{4R}{3}$. **D**. $h = \dfrac{3R}{2}$.

Lời giải.



Ta biết rằng khi cho trước đường tròn (C) bất kỳ nằm trên mặt cầu, hình nón (N) có đáy là (C) sẽ đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi điểm S thỏa mãn SO vuông góc với mặt phẳng chứa (C). Vậy trong bài toán này ta chỉ xét các hình nón đỉnh S với điểm S thỏa SO vuông góc với mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến (C).
Thể tích khối nón được tạo nên bởi (N) là
$V = \dfrac{1}{3}h.S_{(C)} = \dfrac{1}{3}h.\pi.r^2 = \dfrac{1}{3}h.\pi.\left[R^2 - (h-R)^2\right] = \dfrac{1}{3}\pi(-h^3 + 2h^2R)$.
Xét hàm $f(h) = -h^3 + 2h^2R, h \in (R, 2R)$, có $f'(h) = -3h^2 + 4hR$.
$f'(h) = 0 \Leftrightarrow -3h^2 + 4hR = 0 \Leftrightarrow h = 0$ hoặc $h = \dfrac{4R}{3}$. Lập bảng biến thiên ta tìm được $\max f(h) = \dfrac{32}{27}R^3$, tại $h = \dfrac{4R}{3}$. Vậy thể tích khối nón được tạo nên bởi (N) có giá trị lớn nhất là $V = \dfrac{1}{3}\pi\dfrac{32}{27}R^3 = \dfrac{32}{81}\pi R^3$ khi $h = \dfrac{4R}{3}$.
C.ách khác:
Gọi O là tâm mặt cầu, I và r là bán kính của đường tròn (C).
Ta có $OI = h - R$ và $r^2 = R^2 - OI^2 = 2Rh - h^2$.
Thể tích khối nón được tạo nên bởi (N) là
$V = \dfrac{1}{3}h.S_{(C)} = \dfrac{1}{3}h.\pi.r^2 = \dfrac{1}{3}h.\pi.\left[R^2 - (h-R)^2\right] = \dfrac{1}{3}\pi h^2(2R - h)$.

Ta có $h.h.(4R-2h) \leqslant \left(\dfrac{h+h+4R-2h}{3}\right)^3 = \left(\dfrac{4R}{3}\right)^3 \Rightarrow h^2(2R-h) \leqslant \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{4R}{3}\right)^3$

Do đó V lớn nhất khi $h = 4R - 2h \Leftrightarrow h = \dfrac{4R}{3}$

Chọn đáp án C □

5.7 Hình học 12 - Chương 3: Phương pháp tọa độ trong không gian

Câu 43 (Đề minh họa 2017-Lần 3).

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-4)^2 = 20$.

A. $I(-1;2;-4)$, $R = 5\sqrt{2}$. **B.** $I(-1;2;-4)$, $R = 2\sqrt{5}$.

C. $I(1;-2;4)$, $R = 20$. **D.** $I(1;-2;4)$, $R = 2\sqrt{5}$.

Lời giải.

— Pt mặt cầu $(x-x_\circ)^2+(y-y_\circ)^2+(z-z_\circ)^2 = R^2$ có tâm là $I(x_\circ;y_\circ;z_\circ)$, bán kính là: R.

— Do đó mặt cầu $(x-1)^2+(y-(-2))^2+(z-4)^2 = (2\sqrt{5})^2$ có tâm $I(1;-2;4)$ và bán kính $R = 2\sqrt{5}$.

Chọn đáp án D □

Câu 44 (Đề minh họa 2017-Lần 3).

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng $d : \begin{cases} x = 1+2t \\ y = 3t \\ z = -2+t \end{cases}$?

A. $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z-2}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z+2}{-2}$.

C. $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z-2}{-2}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z+2}{1}$.

Lời giải.

Dựa vào phương trình tham số ta suy ra d qua $A(1;0;-2)$ và có VTCP $\vec{u} = (2;3;1)$ nên suy ra d có phương trình chính tắc là $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z+2}{1}$

Chọn đáp án D □

Câu 45 (Đề minh họa 2017-Lần 3).

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3;-4;0)$, $B(-1;1;3)$, $C(3;1;0)$. Tìm tọa độ điểm D trên trục hoành sao cho $AD = BC$.

A. $D(-2;0;0)$ hoặc $D(-4;0;0)$. **B.** $D(0;0;0)$ hoặc $D(-6;0;0)$.

C. $D(6;0;0)$ hoặc $D(12;0;0)$. **D.** $D(0;0;0)$ hoặc $D(6;0;0)$.

Lời giải.

Do $D \in Oy$ nên $D = (d;0;0)$.

Khi đó $AD = \sqrt{(d-3)^2+(16)}, BC = 5$.

Theo giả thiết $AD = BC \Leftrightarrow \sqrt{(d-3)^2+(16)} = 5 \Leftrightarrow (d-3)^2+16 = 25 \Leftrightarrow (d-3)^2 = 9$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} d-3=-3 \\ d-3=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} d=0 \\ d=6 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} D(0;0;0) \\ D(6;0;0) \end{array}\right.$.

Chọn đáp án D □

Câu 46 (Đề minh họa 2017-Lần 3).

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : 6x-2y+z-35 = 0$ và điểm

$A(-1;3;6)$. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua (P). Tính OA'.

A. $OA' = 3\sqrt{26}$. **B.** $OA' = 5\sqrt{3}$. **C.** $OA' = \sqrt{46}$. **D.** $OA' = \sqrt{186}$.

Lời giải.

Gọi d là đường thẳng qua A và vuông góc với mp (P) nên d có VTCP là $\overrightarrow{u_d} = \overrightarrow{n_P} = (6;-2;1)$

PTTS của d: $\begin{cases} x = -1+6t \\ y = 3-2t \\ z = 6+t. \end{cases}$

Gọi H là hình chiếu của A trên mp (P). Khi đó tọa độ điểm H là nghiệm hệ phương trình: $\begin{cases} x = -1+6t \\ y = 3-2t \\ z = 6+t \\ 6x-2y+z-35=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ x = 5 \\ y = 1 \\ z = 7 \end{cases}$ Suy ra $H(5;1;7)$.

Vì A' là điểm đối xứng của A qua (P) nên H là trung điểm của AA'. Suy ra $A'(11;-1;8)$.

Vậy $OA' = \sqrt{186}$.

Chọn đáp án D □

Câu 47 (Đề minh họa 2017-Lần 3).

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;-1)$ và đi qua điểm $A(2;1;2)$. Mặt phẳng nào dưới đây tiếp xúc với (S) tại A?

A. $x+y-3z-8=0$. **B.** $x-y-3z+3=0$. **C.** $x+y+3z-9=0$. **D.** $x+y-3z+3=0$.

Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm. Khi đó (P) tiếp xúc với (S) tại A khi chỉ khi (P) đi qua $A(2;1;2)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{IA} = (-1;-1;3)$ làm vectơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng (P) là $-x-y+3z-3=0 \Leftrightarrow x+y-3z+3=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 48 (Đề minh họa 2017-Lần 3).

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-2y-z+1=0$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-1}{2}$. Tính khoảng cách d giữa Δ và (P).

A. $d = \dfrac{1}{3}$. **B.** $d = \dfrac{5}{3}$. **C.** $d = \dfrac{2}{3}$. **D.** $d = 2$.

Lời giải.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;-2;1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2;1;2)$.

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2;-2;-1)$.

Ta có $\vec{u}.\vec{n} = 2.2+1.(-2)+2.(-1) = 0$.

Thế tọa độ $M(1;-2;1)$ vào phương trình của mặt phẳng (P) ta có $2+4-1+1=0$ (vô lý).

Vậy $\Delta \parallel (P)$.

Suy ra $d(\Delta,(P)) = d(M,(P)) = \dfrac{|2.1-2.(-2)-1+1|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+(-1)^2}} = 2$.

Chọn đáp án D □

Câu 49 (Đề minh họa 2017-Lần 3).

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+5}{-1} = \dfrac{z-3}{4}$. Phương trình nào dưới đây là phương hình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng $x+3=0$?

A. $\begin{cases} x=-3 \\ y=-5-t \\ z=-3+4t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-3 \\ y=-5+t \\ z=3+4t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-3 \\ y=-5+2t \\ z=3-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-3 \\ y=-6-t \\ z=7+4t \end{cases}$.

Lời giải.

Cách 1: Đường thẳng d đi qua điểm $M_0(1;-5;3)$ và có VTCP $\vec{u}_d=(2;-1;4)$

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với $(P): x+3=0$.

Suy ra mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M_0(1;-5;3)$ và có VTPT là $[\vec{n}_P;\vec{u}_d]=(0;4;1)$

$\Rightarrow (Q): 4y+z+17=0$.

Phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P) là

$\begin{cases} 4y+z+17=0 \\ x+3=0 \end{cases}$ hay $\begin{cases} x=-3 \\ y=-6-t \\ z=7+4t \end{cases}$.

Cách 2. Trắc nghiệm.

Gọi $I=d\cap(\alpha)$, suy ra $I(-3;-3;-5)$.

Dễ thấy chỉ có đáp án D thỏa mãn

Chọn đáp án D $\square$

Câu 50 (Đề minh họa 2017-Lần 3).

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-3=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z+5=0$. Giả sử điểm $M\in(P)$ và $N\in(S)$ sao cho cùng phương với $\vec{u}=(1;0;1)$ và khoảng cách giữa M và N là lớn nhất. Tính MN.

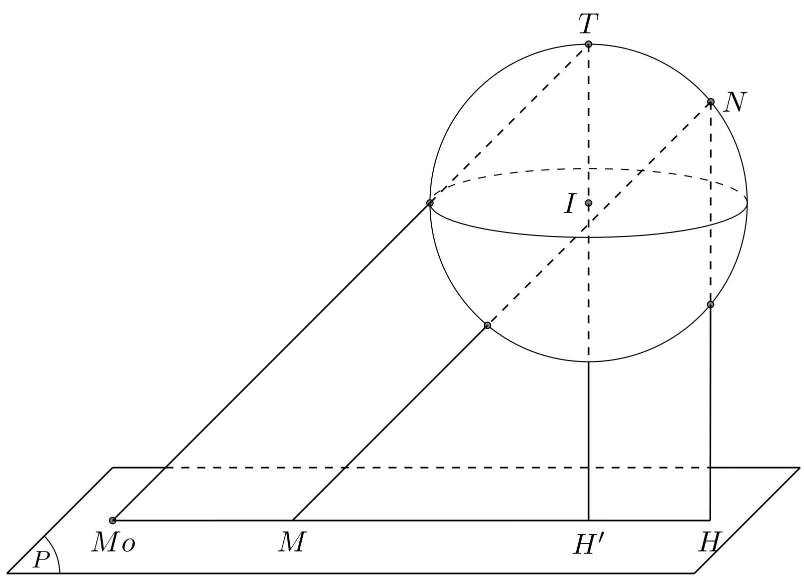
A. $MN=3$. **B.** $MN=1+2\sqrt{2}$. **C.** $MN=3\sqrt{2}$. **D.** $MN=14$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ bán kính $R=1$.

Ta có $d(I,(P))=\dfrac{|-1-4+2-3|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=2>R$ nên (P) không cắt (S).

Gọi d là đường thẳng qua I và vuông góc với (P). Gọi T là giao điểm của d và mặt cầu (S) thỏa $d(T;(P))>d(I;(P))$.



Ta có $d(T,(P))=d(I,(P))+R=2+1=3$.

Ta có $\cos\left(\vec{u},\overrightarrow{n_{(P)}}\right)=\dfrac{1.1-2.0+1.2}{\sqrt{1+(-2)^2+2^2}.\sqrt{1^2+0^2+1^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Đường thẳng MN có véctơ chỉ phương là $\overrightarrow{u}$ nên ta có
$\sin(MN,(P)) = |\cos(\overrightarrow{u},\overrightarrow{n_P})| = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (MN,(P)) = 45^\circ$.
Gọi H là hình chiếu của N lên (P). Ta có $MN = \dfrac{NH}{\sin 45^\circ} = NH.\sqrt{2}$.
Do đó MN lớn nhất khi NH lớn nhất.
Điều này xảy ra khi $N \equiv T$ và $H \equiv H'$ với H' là hình chiếu của I lên (P).
Khi đó $NH_{\max} = TH' = 3$ và $MN_{\max} = NH_{\max}.\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$.
Chọn đáp án C □

ĐÁP ÁN

1. B	2. B	3. A	4. A	5. B	6. A	7. A	8. A	9. A	10. A
11. B	12. C	13. C	14. C	15. C	16. C	17. C	18. C	19. C	20. A
21. C	22. A	23. A	24. C	25. C	26. C	27. D	28. D	29. D	30. C
31. C	32. D	33. C	34. B	35. D	36. D	37. D	38. D	39. A	40. D
41. C	42. C	43. D	44. D	45. D	46. D	47. D	48. D	49. D	50. C