Biên soạn: Ths. Lê Văn Đoàn

T.T HOÀNG GIA – 56 PHỐ CHỢ – P. TÂN THÀNH – Q. TÂN PHÚ

12

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI THPT QG

TOÁN

HÌNH HỌC KHÔNG GIAN OXYZ

Họ và tên học sinh: ....

Lớp: .... ĐT: ....

MỤC LỤC

Trang

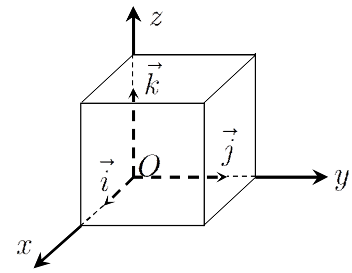
Chuyên đề 7 — PHÖÔNG PHAP TOA ÑO TRONG KHONG GIAN OXYZ

§ 1. HE TOA ÑO TRONG KHONG GIAN

☆☆☆

1. Định nghĩa hệ trục tọa độ

Hệ gồm 3 trục $Ox,\ Oy,\ Oz$ vuông góc với nhau từng đôi một và chung điểm gốc O. Gọi $\vec{i}=(1;0;0),\ \vec{j}=(0;1;0)$ và $\vec{k}=(0;0;1)$ là các véctơ đơn vị, tương ứng trên các trục $Ox,\ Oy,\ Oz$. Hệ ba trục như vậy gọi là hệ trục tọa độ vuông góc trong không gian hay gọi là hệ trục $Oxyz$.



Lưu ý: $\vec{i}^2=\vec{j}^2=\vec{k}^2=1$ và $\vec{i}.\vec{j}=\vec{i}.\vec{k}=\vec{k}.\vec{j}=0.$

2. Tọa độ véctơ

Định nghĩa: $\vec{a}=(x;y;z)\Leftrightarrow \vec{a}=x.\vec{i}+y.\vec{j}+z.\vec{k}.$

Tính chất: Cho $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3),\ \vec{b}=(b_1;b_2;b_3),\ k\in\mathbb{R}.$

① $\vec{a}\pm\vec{b}=(a_1\pm b_1;\ a_2\pm b_2;\ a_3\pm b_3).$

② $k.\vec{a}=(ka_1;ka_2;ka_3).$

③ Hai véctơ bằng nhau $\vec{a}=\vec{b}\Leftrightarrow\begin{cases}a_1=b_1\\a_2=b_2\\a_3=b_3\end{cases}\cdot$

④ $\vec{a}\uparrow\uparrow\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}=k.\vec{b}\Leftrightarrow\dfrac{a_1}{b_1}=\dfrac{a_2}{b_2}=\dfrac{a_3}{b_3}\cdot$

⑤ Môđun (độ dài) véctơ: $\vec{a}^2=a_1^2+a_2^2+a_3^2\Rightarrow\left|\vec{a}\right|=\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}.$

⑥ Tích vô hướng: $\vec{a}.\vec{b}=\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|.\cos(\vec{a},\vec{b})=a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3.$

Suy ra: $\begin{cases}\bullet\ \vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3=0.\\ \bullet\ \cos(\vec{a};\vec{b})=\dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|}=\dfrac{a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3}{\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}.\sqrt{b_1^2+b_2^2+b_3^2}}\end{cases}.$

3. Tọa độ điểm

Định nghĩa: $M(a;b;c)\Leftrightarrow\overrightarrow{OM}=a.\vec{i}+b.\vec{j}+c.\vec{k}=(a;b;c).$

Cần nhớ: $\begin{cases}M\in(Oxy)\Leftrightarrow z=0,\ M\in(Oyz)\Leftrightarrow x=0,\ M\in(Oxz)\Leftrightarrow y=0\\M\in Ox\Leftrightarrow y=z=0,\ M\in Oy\Leftrightarrow x=z=0,\ M\in Oz\Leftrightarrow x=y=0\end{cases}.$

Tính chất: cho hai điểm $A(x_A;y_A;z_A),\ B(x_B;y_B;z_B).$

① $\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A;\ y_B-y_A;\ z_B-z_A)\Rightarrow AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2+(z_B-z_A)^2}.$

② Gọi M là trung điểm $AB\Rightarrow M\left(\dfrac{x_A+x_B}{2};\dfrac{y_A+y_B}{2};\dfrac{z_A+z_B}{2}\right).$

③ Gọi G là trọng tâm tam giác $ABC\Rightarrow G\left(\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3};\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3};\dfrac{z_A+z_B+z_C}{3}\right).$

④ Gọi G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$, khi đó tọa độ điểm G là

$$G\left(\frac{x_A+x_B+x_C+x_D}{4};\frac{y_A+y_B+y_C+y_D}{4};\frac{z_A+z_B+z_C+z_D}{4}\right).$$

4. Tích có hướng của hai véctơ

Định nghĩa: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 2 véctơ $\begin{cases}\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)\\ \vec{b}=(b_1;b_2;b_3)\end{cases}\cdot$ Tích có hướng của hai véctơ $\vec{a},\ \vec{b}$ là một véctơ, ký hiệu là $[\vec{a},\vec{b}]$ (hoặc $\vec{a}\wedge\vec{b}$) và được xác định bởi công thức:

$$[\vec{a},\vec{b}]=\left(\begin{vmatrix}a_2 & a_3\\ b_2 & b_3\end{vmatrix};\begin{vmatrix}a_3 & a_1\\ b_3 & b_1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}a_1 & a_2\\ b_1 & b_2\end{vmatrix}\right)=\left(a_2b_3-a_3b_2;\ a_3b_1-a_1b_3;\ a_1b_2-a_2b_1\right).$$

Lưu ý: Nếu $\vec{c}=[\vec{a},\vec{b}]$ thì ta luôn có $\vec{c}\perp\vec{a}$ và $\vec{c}\perp\vec{b}$.

Tính chất:

① $[\vec{i},\vec{j}]=\vec{k},\ [\vec{j},\vec{k}]=\vec{i},\ [\vec{k},\vec{i}]=\vec{j}$.

② $[\vec{a},\vec{b}]\perp\vec{a},\quad [\vec{a},\vec{b}]\perp\vec{b}$.

③ $\left|[\vec{a},\vec{b}]\right|=\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|.\sin(\vec{a};\vec{b})$.

④ $\vec{a}\uparrow\uparrow\vec{b}\Leftrightarrow[\vec{a},\vec{b}]=\vec{0}$.

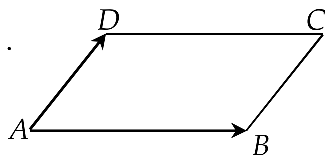
Ứng dụng của tích có hướng:

① Để $\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow[\vec{a},\vec{b}].\vec{c}=0$. Ngược lại, để $\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$ không đồng phẳng thì $[\vec{a},\vec{b}].\vec{c}\neq 0$ (thường gọi là tích hỗn tạp).

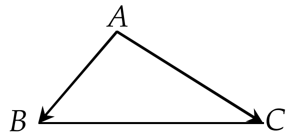
Do đó để chứng minh 4 điểm $A,\ B,\ C,\ D$ là bốn điểm của một tứ diện, ta cần chứng minh $\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC},\ \overrightarrow{AD}$ không đồng phẳng, nghĩa là $\left[\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\neq 0$.

Ngược lại, để chứng minh 4 điểm $A,\ B,\ C,\ D$ đồng phẳng, ta cần chứng minh $\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC},\ \overrightarrow{AD}$ cùng thuộc một mặt phẳng $\Leftrightarrow\left[\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}=0$.

② Diện tích của hình bình hành $ABCD$ là $S_{\square ABCD}=\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]\right|\cdot$



③ Diện tích ΔABC là $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}\cdot\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|\cdot$



④ Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là $V=\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right].\overrightarrow{AA'}\right|$.

⑤ Thể tích khối tứ diện $ABCD$ là $V_{ABCD}=\dfrac{1}{6}\cdot\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right|$.

5. Phương trình mặt cầu

① **Phương trình mặt cầu (S) dạng 1:**

Để viết phương trình mặt cầu (S), ta cần tìm tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R. Khi đó:

$$(S):\begin{cases}\bullet\ \text{Tâm: } I(a;b;c)\\ \bullet\ \text{Bán kính: } R\end{cases}\Rightarrow(S):\boxed{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2}.$$

② **Phương trình mặt cầu (S) dạng 2**:

Khai triển dạng 1, ta được $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cx+a^2+b^2+c^2-R^2=0$ và đặt $d=a^2+b^2+c^2-R$ thì được phương trình mặt cầu dạng 2 là

$$(S):\boxed{x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0}.$$

Với $a^2+b^2+c^2-d>0$ là phương trình mặt cầu dạng 2 có tâm $I(a;b;c)$, bán kính là $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$.

Dạng toán 1: Bài toán liên quan đến véctơ và độ dài đoạn thẳng

☞ **Cần nhớ**: Trong không gian $Oxyz,$ cho hai điểm $A(x_A;y_A;z_A),\ B(x_B;y_B;z_B).$

- $\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A;\ y_B-y_A;\ z_B-z_A).$ • $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2+(z_B-z_A)^2}.$
- $\vec{a}=(x;y;z)\Leftrightarrow \vec{a}=x.\vec{i}+y.\vec{j}+z.\vec{k}.$ Ví dụ: $\vec{a}=2\vec{i}-3\vec{j}+\vec{k}\Leftrightarrow \vec{a}=(\ldots\ldots;\ldots\ldots;\ldots\ldots).$
- $M(a;b;c)\Leftrightarrow \overrightarrow{OM}=a.\vec{i}+b.\vec{j}+c.\vec{k}.$ Ví dụ: $\overrightarrow{OM}=2.\vec{i}-3.\vec{k}\Leftrightarrow M(\ldots\ldots;\ldots\ldots;\ldots\ldots).$
- Điểm thuộc trục và mặt phẳng tọa độ (thiếu cài nào, cho cái đó bằng 0) :
  - $M\in(Oxy)\xrightarrow{z=0}M(x_M;y_M;0).$ ○ $M\in(Oyz)\xrightarrow{x=0}M(\ldots;\ldots;\ldots).$
  - $M\in(Oxz)\xrightarrow{y=0}M(\ldots;\ldots;\ldots).$ ○ $M\in Ox\xrightarrow{y=z=0}M(\ldots;\ldots;\ldots).$
  - $M\in Oy\xrightarrow{x=z=0}M(\ldots;\ldots;\ldots).$ ○ $M\in Oz\xrightarrow{x=y=0}M(\ldots;\ldots;\ldots).$

1. Cho điểm M thỏa $\overrightarrow{OM}=2\vec{i}+\vec{j}.$ Tìm tọa độ của điểm $M.$

A. $M(0;2;1).$ **B.** $M(1;2;0).$
C. $M(2;0;1).$ **D.** $M(2;1;0).$

....

2. Cho hai điểm $A(-1;2;-3)$ và $B(2;-1;0).$ Tìm tọa độ véctơ $\overrightarrow{AB}.$

A. $(1;-1;1).$ **B.** $(3;3;-3).$
C. $(1;1;-3).$ **D.** $(3;-3;3).$

....

3. Cho hai điểm $A,\ B$ thỏa $\overrightarrow{OA}=(2;-1;3)$ và $\overrightarrow{OB}=(5;2;-1).$ Tìm tọa độ véctơ $\overrightarrow{AB}.$

A. $\overrightarrow{AB}=(3;3;-4).$ **B.** $\overrightarrow{AB}=(2;-1;3).$
C. $\overrightarrow{AB}=(7;1;2).$ **D.** $\overrightarrow{AB}=(3;-3;4).$

....

4. Cho hai điểm $M,\ N$ thỏa $\overrightarrow{OM}=(4;-2;1),$ $\overrightarrow{ON}=(2;-1;1).$ Tìm tọa độ véctơ $\overrightarrow{MN}.$

A. $\overrightarrow{MN}=(2;-1;0).$ **B.** $\overrightarrow{MN}=(6;-3;2).$
C. $\overrightarrow{MN}=(-2;1;0).$ **D.** $\overrightarrow{MN}=(-6;3;-2).$

....

5. Cho hai điểm $A(2;3;1),\ B(3;1;5).$ Tính độ dài đoạn thẳng $AB.$

A. $AB=\sqrt{21}.$ **B.** $AB=\sqrt{13}.$
C. $AB=2\sqrt{3}.$ **D.** $AB=2\sqrt{5}.$

....
....

6. Cho hai điểm $M(3;0;0),\ N(0;0;4).$ Tính độ dài đoạn thẳng $MN.$

A. $MN=10.$ **B.** $MN=5.$
C. $MN=1.$ **D.** $MN=7.$

....
....

7. Cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $M(0;0;m).$ Tìm $m,$ biết $AM=\sqrt{5}.$

A. $m=3.$ **B.** $m=2.$
C. $m=3.$ **D.** $m=-2.$

....
....
....

8. Cho $A(1;3;m),\ B(-1;4;-2),\ C(1;m;2).$ Tìm m để ΔABC cân tại $B.$

A. $m=7/12.$ **B.** $m=27/12.$
C. $m=-7/12.$ **D.** $m=-27/12.$

....
....
....

Dạng toán 2: Bài toán liên quan đến trung điểm, tọa độ trọng tâm

Cần nhớ:

- M là trung điểm $AB \Rightarrow M\left(\dfrac{x_A+x_B}{2};\dfrac{y_A+y_B}{2};\dfrac{z_A+z_B}{2}\right)\cdot$ Nhớ $M=\dfrac{A+B}{2}\cdot$
- G là trọng tâm $\Delta ABC \Rightarrow G\left(\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3};\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3};\dfrac{z_A+z_B+z_C}{3}\right)\cdot$ Nhớ $G=\dfrac{A+B+C}{3}\cdot$
- Gọi G_1 là trọng tâm của tứ diện $ABCD$, khi đó tọa độ điểm G_1 là

$$G_1\left(\dfrac{x_A+x_B+x_C+x_D}{4};\dfrac{y_A+y_B+y_C+y_D}{4};\dfrac{z_A+z_B+z_C+z_D}{4}\right)\cdot \text{ Nhớ: } G_1=\dfrac{A+B+C+D}{4}\cdot$$

1. Cho hai điểm $A(3;-2;3)$ và $B(-1;2;5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB.

A. $I(-2;2;1)$. **B.** $I(1;0;4)$.
C. $I(2;0;8)$. **D.** $I(2;-2;-1)$.

2. Cho hai điểm $M(1;-2;3)$ và $N(3;0;-1)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn MN.

A. $I(4;-2;2)$. **B.** $I(2;-1;2)$.
C. $I(4;-2;1)$. **D.** $I(2;-1;1)$.

3. Cho hai điểm $M(3;-2;3)$ và $I(1;0;4)$. Tìm điểm N để I là trung điểm của đoạn MN.

A. $N(5;-4;2)$. **B.** $N(0;1;2)$.
C. $N(2;-1;2)$. **D.** $N(-1;2;5)$.

4. Cho hai điểm $A(2;1;4)$ và $I(2;2;1)$. Tìm điểm B để I là trung điểm của đoạn AB.

A. $B(-2;-5;2)$. **B.** $B(2;3;-2)$.
C. $B(2;-1;2)$. **D.** $B(2;5;2)$.

5. Cho ba điểm $A(1;3;5)$, $B(2;0;1)$, $C(0;9;0)$. Tìm trọng tâm G của tam giác ABC.

A. $G(3;12;6)$. **B.** $G(1;5;2)$.
C. $G(1;0;5)$. **D.** $G(1;4;2)$.

6. Cho 4 điểm $A(2;1;-3)$, $B(4;2;1)$, $C(3;0;5)$ và $G(a;b;c)$ là trọng tâm ΔABC. Tìm abc.

A. $abc=3$. **B.** $abc=4$.
C. $abc=5$. **D.** $abc=0$.

7. Cho tứ diện $ABCD$ có $A(1;0;2)$, $B(-2;1;3)$, $C(3;2;4)$, $D(6;9;-5)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tứ diện $ABCD$.

A. $G(8;12;4)$. **B.** $G(-9;18;-30)$.
C. $G(3;3;1)$. **D.** $G(2;3;1)$.

8. Cho tứ diện $ABCD$ có $A(1;-1;1)$, $B(0;1;2)$, $C(1;0;1)$, $D(a;b;c)$ và $G(3/2;0;1)$ là trọng tâm của tứ diện. Tính $S=a-b-c$.

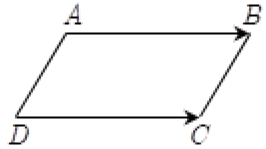
A. $S=-6$. **B.** $S=6$.
C. $S=4$. **D.** $S=-4$.

Dạng toán 3: Bài toán liên quan đến hai véctơ bằng nhau

☞ **Cần nhớ**: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véctơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$, $k \in \mathbb{R}$.

- $\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1;\ a_2 \pm b_2;\ a_3 \pm b_3)$.
- $k.\vec{a} = (ka_1; ka_2; ka_3)$.
- **Hai véctơ bằng nhau** khi và chỉ khi **hoành** $=$ **hoành, tung** $=$ **tung, cao** $=$ **cao**, nghĩa là:

$\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases}$ · Để $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.



1. Cho $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-3;5;1)$. Tìm điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(-4;8;-3)$. **B.** $D(-2;2;5)$. **C.** $D(-2;8;-3)$. **D.** $D(-4;8;-5)$.

Giải. Gọi $D(x;y;z)$ là đỉnh của hình bình hành.

Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (1;-3;4) \\ \overrightarrow{DC} = (-3 - x_D; 5 - y_D; 1 - z_D) \end{cases}$.

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 = -3 - x \\ -3 = 5 - y \\ 4 = 1 - z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 8 \\ z = -3 \end{cases} \Rightarrow D(-4;8;-3)$.

2. Cho $A(1;1;3)$, $B(2;6;5)$, $C(-6;-1;7)$. Tìm điểm D để $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(-7;-6;5)$. **B.** $D(-7;-6;-5)$. **C.** $D(7;6;5)$. **D.** $D(7;-6;-5)$.

3. Cho $A(1;1;1)$, $B(2;3;4)$, $C(6;5;2)$. Tìm tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(7;7;5)$. **B.** $D(5;3;-1)$. **C.** $D(7;-6;5)$. **D.** $D(7;6;-5)$.

4. $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-2;3;3)$, $M(a;b;c)$. Tìm $P = a^2 + b^2 - c^2$ để $ABCM$ là hbh.

A. $P = 42$. **B.** $P = 43$. **C.** $P = 44$. **D.** $P = 45$.

5. Cho hai điểm $A(-1;2;3)$ và $B(1;0;2)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{MA}$.

A. $M\left(-2;3;\frac{7}{2}\right)$. **B.** $M\left(-2;-3;\frac{7}{2}\right)$.

C. $M(-2;3;7)$. **D.** $M(-4;6;7)$.

6. Cho hai điểm $B(1;2;-3)$, $C(7;4;-2)$. Tìm tọa độ điểm M, biết rằng $\overrightarrow{CM}=2\overrightarrow{MB}$.

A. $M\left(3;\frac{8}{3};\frac{8}{3}\right)$. **B.** $M\left(3;\frac{8}{3};-\frac{8}{3}\right)$.

C. $M(3;3;7)$. **D.** $M(4;6;2)$.

7. Cho $A(2;0;0)$, $B(0;3;1)$, $C(-3;6;4)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $MC=2MB$. Tính độ dài đoạn AM.

A. $AM=2\sqrt{7}$. **B.** $AM=\sqrt{29}$.

C. $AM=3\sqrt{3}$. **D.** $AM=\sqrt{30}$.

8. Cho $A(0;1;2)$, $B(1;2;3)$, $C(1;-2;-5)$. Điểm M nằm trong đoạn thẳng BC sao cho $MB=3MC$. Tính độ dài đoạn AM.

A. $AM=\sqrt{11}$. **B.** $AM=7\sqrt{3}$.

C. $AM=7\sqrt{2}$. **D.** $AM=\sqrt{30}$.

9. Cho $\vec{u}=(2;-5;3)$, $\vec{v}=(0;2;-1)$, $\vec{w}=(1;7;2)$. Tìm véctơ $\vec{a}=\vec{u}-4\vec{v}-2\vec{w}$.

A. $\vec{a}=(7;2;-3)$. **B.** $\vec{a}=(0;27;3)$.

C. $\vec{a}=(0;-27;3)$. **D.** $\vec{a}=(7;-2;3)$.

10. Biểu diễn véctơ $\vec{a}=(3;7;-7)$ theo các véctơ $\vec{u}=(2;1;0)$, $\vec{v}=(1;-1;2)$, $\vec{w}=(2;2;-1)$ là

A. $\vec{u}-3\vec{v}+2\vec{w}$. **B.** $\vec{a}=2\vec{u}+3\vec{v}+\vec{w}$.

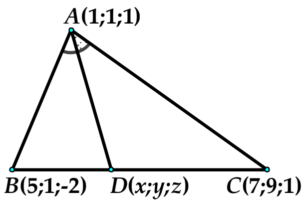
C. $2\vec{u}-3\vec{v}+\vec{w}$. **D.** $\vec{a}=\vec{u}-2\vec{v}+3\vec{w}$.

11. Cho tam giác ABC có $A(1;1;1)$, $B(5;1;-2)$ và $C(7;9;1)$. Tính độ dài đường phân giác trong AD của góc A.

A. $AD = \dfrac{5\sqrt{74}}{3}$. **B.** $AD = \dfrac{3\sqrt{74}}{2}$.

C. $AD = \dfrac{2\sqrt{74}}{3}$. **D.** $AD = \dfrac{\sqrt{74}}{2}$.

Ta có: $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{5}{10} = \dfrac{1}{2}$.



Theo tính chất phân giác:

$\dfrac{DB}{DC} = \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow 2\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DC}$.

Gọi $D(x;y;z)$ thì $\begin{cases} 2\overrightarrow{BD} = 2(x-5;y-1;z+2) \\ \overrightarrow{DC} = (7-x;9-y;1-z) \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} 2x-10 = 7-x \\ 2y-2 = 9-y \\ 2z+4 = 1-z \end{cases} \Rightarrow D\left(\dfrac{17}{3};\dfrac{11}{3};-1\right)$.

Do đó độ dài đoạn $AD = \dfrac{2\sqrt{74}}{3}$.

12. Cho ΔABC có $A(-1;2;4)$, $B(3;0;-2)$ và $C(1;3;7)$. Gọi D là chân đường phân giác trong của góc A. Tính độ dài đoạn OD,

A. $OD = \dfrac{9}{2}$. **B.** $OD = 5$.

C. $OD = \dfrac{\sqrt{205}}{3}$. **D.** $OD = 4$.

☞ ***Nhận xét***. *Nếu tỉ số bằng 1 thì tam giác ABC là tam giác cân tại A hoặc đều. Khi đó chân đường phân giác trong D của góc A chính là trung điểm của cạnh BC.*

13. Cho ΔABC có $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$ và $C(-2;3;3)$. Tìm tọa độ điểm D là chân đường phân giác trong góc A của tam giác.

A. $D(0;3;-1)$. **B.** $D(0;-3;1)$.

C. $D(0;3;1)$. **D.** $D(0;1;3)$.

14. Cho ΔABC có $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$ và $C(-4;7;5)$. Tìm tọa độ điểm D là chân đường phân giác trong của góc B.

A. $D(-2;2;-1)$. **B.** $D(-2/3;\ 11/3;\ 1)$.

C. $D(2;3;-1)$. **D.** $D(3;-11;1)$.

Dạng toán 4: Hai véctơ cùng phương, ba điểm thẳng hàng

Cần nhớ: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véctơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$, $k \in \mathbb{R}$.

- Hai véctơ cùng phương $\Leftrightarrow \dfrac{\text{Hoành}}{\text{Hoành}} = \dfrac{\text{Tung}}{\text{Tung}} = \dfrac{\text{Cao}}{\text{Cao}}\cdot$ Nghĩa là:

  $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} = k.\vec{b} \Leftrightarrow \dfrac{a_1}{b_1} = \dfrac{a_2}{b_2} = \dfrac{a_3}{b_3} = k.$ Khi $k > 0$ thì $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương và chiều.

- Ba điểm $A,\ B,\ C$ thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \uparrow\uparrow \overrightarrow{AC}.$
- $A,\ B,\ C$ là ba đỉnh tam giác $\Leftrightarrow A,\ B,\ C$ không thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \not\uparrow\not\uparrow \overrightarrow{AC}.$

1. Cho $\vec{u} = (2; m-1; 4)$ và $\vec{v} = (1; 3; -2n)$. Biết $\vec{u}$ cùng phương $\vec{v}$, thì $m + n$ bằng

A. 6. **B.** 8. **C.** 1. **D.** 2.

Vì $\vec{u} \uparrow\uparrow \vec{v} \Leftrightarrow \dfrac{2}{1} = \dfrac{m-1}{3} = \dfrac{4}{-2n} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 = 6 \\ -4n = 4 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 7 \\ n = -1 \end{cases} \Rightarrow m + n = 6.$ **Chọn đáp án A.**

2. Cho hai véctơ $\vec{u} = (1; -3; 4)$, $\vec{v} = (2; y; z)$ cùng phương. Tổng $y + z$ bằng

A. -6. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 8.

3. Cho hai véco $\vec{u} = (1; a; 2)$, $\vec{v}(-3; 9; b)$ cùng phương. Giá trị của tổng $a^2 + b$ bằng

A. 15. **B.** 3. **C.** 0. **D.** -3.

4. Cho véctơ $\vec{a} = (10 - m;\ m + 2;\ m^2 - 10)$ và $\vec{b} = (7; -1; 3)$ cùng phương. Giá trị m bằng

A. 4. **B.** -4. **C.** -2. **D.** 2.

5. Cho $A(-2; 1; 3)$ và $B(5; -2; 1)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxy) tại $M(a; b; c)$. Tính giá trị của tổng $a + b + c$.

A. $a + b + c = 1$. **B.** $a + b + c = 11$.

C. $a + b + c = 5$. **D.** $a + b + c = 4$.

6. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 6; 6)$, $B(3; -6; -2)$. Tìm $M \in (Oxy)$ để $AM + MB$ ngắn nhất ?

A. $M(2; -3; 0)$. **B.** $M(2; 3; 0)$.

C. $M(3; 2; 0)$. **D.** $M(-3; 2; 0)$.

Dạng toán 5: Nhóm bài toán liên quan đến hình chiếu, điểm đối xứng của điểm lên trục, lên mặt phẳng tọa độ

① **Hình chiếu: "Thiếu cái nào, cho cái đó bằng 0".** Nghĩa là hình chiếu của $M(a;b;c)$ lên:

- Ox là $M_1(a;0;0)$.
- Oy là $M_2(0;b;0)$.
- Oz là $M_3(0;0;c)$.
- (Oxy) là $M_4(a;b;0)$.
- (Oxz) là $M_5(a;0;c)$.
- (Oyz) là $M_6(0;b;c)$.

② **Đối xứng: "Thiếu cái nào, đổi dấu cái đó".** Nghĩa là điểm đối xứng của $N(a;b;c)$ qua:

- Ox là $N_1(a;-b;-c)$.
- Oy là $N_2(-a;b;-c)$.
- Oz là $N_3(-a;-b;c)$.
- (Oxy) là $N_4(a;b;-c)$.
- (Oxz) là $N_5(a;-b;c)$.
- (Oyz) là $N_6(-a;b;c)$.

③ **Khoảng cách**: Để tìm khoảng cách từ M đến trục (hoặc mp tọa độ), ta **tìm hình chiếu** H của M lên trục (hoặc mp tọa độ), từ đó **suy ra khoảng cách cần tìm là** $d = MH$.

1. Cho điểm $A(3;-1;1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

A. $M(3;0;0)$. **B.** $N(0;-1;1)$. **C.** $P(0;-1;0)$. **D.** $Q(0;0;1)$.

Ghi lại 2 câu cần nhớ: ....

2. Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ điểm H là hình chiếu của $M(1;2;-4)$ lên (Oxy).

A. $H(1;2;-4)$. **B.** $H(0;2;-4)$. **C.** $H(1;0;-4)$. **D.** $H(1;2;0)$.

Ghi lại 2 câu cần nhớ: ....

3. Hình chiếu vuông góc của $A(3;-1;1)$ trên (Oxz) là $A'(x;y;z)$. Khi đó $x-y-z$ bằng

A. -4. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Ghi lại 2 câu cần nhớ: ....

4. Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ điểm H là hình chiếu của $M(4;5;6)$ lên trục Ox.

A. $H(0;5;6)$. **B.** $H(4;5;0)$. **C.** $H(4;0;0)$. **D.** $H(0;0;6)$.

Ghi lại 2 câu cần nhớ: ....

5. Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ điểm H là hình chiếu của $M(1;-1;2)$ lên trục Oy.

A. $H(0;-1;0)$. **B.** $H(1;0;0)$. **C.** $H(0;0;2)$. **D.** $H(0;1;0)$.

Ghi lại 2 câu cần nhớ: ....

6. Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ điểm H là hình chiếu của $M(1;2;-4)$ lên trục Oz.

A. $H(0;2;0)$. **B.** $H(1;0;0)$. **C.** $H(0;0;-4)$. **D.** $H(1;2;-4)$.

Ghi lại 2 câu cần nhớ: ....

7. Tìm tọa độ M' là điểm đối xứng của điểm $M(1;2;3)$ qua gốc tọa độ O.

A. $M'(-1;2;3)$. **B.** $M'(-1;-2;3)$. **C.** $M'(-1;-2;-3)$. **D.** $M'(1;2;-3)$.

Ghi lại 2 câu cần nhớ: ....

8. Tìm M' là điểm đối xứng của $M(1;-2;0)$ qua điểm $A(2;1;-1)$.

A. $M'(1;3;-1)$. **B.** $M'(3;-3;1)$. **C.** $M'(0;-5;1)$. **D.** $M'(3;4;-2)$.

Ghi lại 2 câu cần nhớ: ....

9. Tìm tọa độ điểm M' là điểm đối xứng của điểm $M(3;2;1)$ qua trục Ox.

A. $M'(3;-2;-1)$. **B.** $M'(-3;2;1)$.
C. $M'(-3;-2;-1)$. **D.** $M'(3;-2;1)$.

Ghi lại 2 câu cần nhớ: ....

10. Tìm tọa độ M' là điểm đối xứng của điểm $M(2;3;4)$ qua trục Oz.

A. $M'(2;-3;-4)$. **B.** $M'(-2;3;4)$.
C. $M'(-2;-3;4)$. **D.** $M'(2;-3;4)$.

Ghi lại 2 câu cần nhớ: ....

11. Tìm điểm M' là điểm đối xứng của điểm $M(1;2;5)$ qua mặt phẳng (Oxy).

A. $M'(-1;-2;5)$. **B.** $M'(1;2;0)$.
C. $M'(1;-2;5)$. **D.** $M'(1;2;-5)$.

Ghi lại 2 câu cần nhớ: ....

12. Tìm điểm M' là điểm đối xứng của điểm $M(1;-2;3)$ qua mặt phẳng (Oyz).

A. $M'(-1;-2;3)$. **B.** $M'(1;2;-3)$.
C. $M'(-1;2;-3)$. **D.** $M'(0;-2;3)$.

Ghi lại 2 câu cần nhớ: ....

13. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(a;b;c)$ đến mặt phẳng (Oxy) bằng

A. $\left|\sqrt{a^2+b^2}\right|$. **B.** $|a|$.
C. $|b|$. **D.** $|c|$.

14. Trong không gian $Oxyz$, hãy tính khoảng cách từ điểm $M(a;b;c)$ đến trục hoành Ox.

A. $\sqrt{a^2+b^2}$. **B.** $\sqrt{b^2+c^2}$.
C. $\sqrt{a^2+c^2}$. **D.** $|a|$.

15. Tính khoảng cách d từ điểm $M(1;-2;-3)$ đến mặt phẳng (Oxz).

A. $d=1$. **B.** $d=2$.
C. $d=3$. **D.** $d=4$.

16. Trong không gian $Oxyz$, hãy tính khoảng cách d từ điểm $M(-3;2;4)$ đến Oy.

A. $d=2$. **B.** $d=3$.
C. $d=4$. **D.** $d=5$.

17. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $C'(3;4;5)$ và điểm B thuộc trục hoành. Tìm tọa độ tâm I của hình chữ nhật $CDD'C'$.

A. $I(3/2;\ 2;\ 5/2)$. **B.** $I(3/2;\ 4;\ 5/2)$.
C. $I(3/2;\ 2;\ 5)$. **D.** $I(3;2;5)$.

18. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(3;0;0)$, $D(0;3;0)$, $D'(0;3;-3)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của $\Delta A'B'C'$.

A. $G(2;1;-1)$. **B.** $G(1;1;-2)$.
C. $G(2;1;-3)$. **D.** $G(1;2;-1)$.

☞ **Tâm tỉ cự**: Cho ba điểm $A,\ B,\ C$.

① Tìm điểm I thỏa mãn $\alpha.\overrightarrow{IA}+\beta.\overrightarrow{IB}+\gamma.\overrightarrow{IC}=\vec{0}\Rightarrow\begin{cases} x_I=\dfrac{\alpha.x_A+\beta.x_B+\gamma.x_C}{\alpha+\beta+\gamma} \\ y_I=\dfrac{\alpha.y_A+\beta.y_B+\gamma.y_C}{\alpha+\beta+\gamma} \\ z_I=\dfrac{\alpha.z_A+\beta.z_B+\gamma.z_C}{\alpha+\beta+\gamma}\end{cases}$ (1)

$\Rightarrow$ Công thức (1) tương tự đối với 2 điểm hoặc 4 điểm.

② Với mọi điểm M, ta đều có:

- $\alpha.\overrightarrow{MA}+\beta.\overrightarrow{MB}+\gamma.\overrightarrow{MC}=(\alpha+\beta+\gamma).\overrightarrow{MI}$ (2)
- $\alpha.MA^2+\beta.MB^2+\gamma.MC^2=(\alpha+\beta+\gamma).MI^2+const$ (3)

Nếu $\alpha=\beta=\gamma=1$ thì I là trọng tâm ΔABC.

Để chứng minh $(1),(2)$, ta sử dụng quy tắc chèn điểm I và sử dụng (1).

19. Cho tam giác ABC với $A(1;0;0)$, $B(3;2;4)$, $C(0;5;4)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $T=\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất.

A. $M(1;3;0)$.

B. $M(1;-3;0)$.

C. $M(3;1;0)$.

D. $M(2;6;0)$.

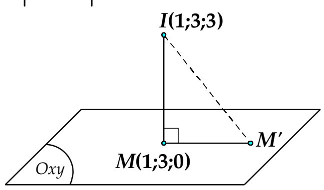
Giải. Gọi I thỏa $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+2\overrightarrow{IC}=\vec{0}$ và theo công thức (1) có $I(1;3;3)$.

Theo công thức $(2)\Rightarrow T=\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right|=\left|4\overrightarrow{MI}\right|=4MI$.

Để $T_{\min}\Leftrightarrow 4MI_{\min}$

$\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của $I(1;3;3)$ lên (Oxy).

Suy ra $M(1;3;0)$. **Chọn đáp án A.**



20. Cho ba điểm $A(2;-3;7), B(0;4;-3), C(4;2;3)$. Biết điểm $M(x_\circ;y_\circ;z_\circ)\in(Oxy)$ thì biểu thức $T=\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của biểu thức $P=x_\circ+y_\circ+z_\circ$ bằng

A. $P=-3$.

B. $P=3$.

C. $P=6$.

D. $P=0$.

21. Cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(-1;2;1)$, $C(3;6;-5)$. Tìm tọa độ điểm $M\in(Oxy)$ sao cho biểu thức $T=MA^2+MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất ?

A. $M(1;2;0)$.

B. $M(0;0;-1)$.

C. $M(1;3;-1)$.

D. $M(1;3;0)$.

BÀI TẬP VỀ NHÀ 1

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, véctơ nào là véctơ đơn vị của trục Ox ?

A. $\vec{i}=(0;1;1)$. **B.** $\vec{i}=(1;0;0)$. **C.** $\vec{j}=(0;1;0)$. **D.** $\vec{k}=(0;0;1)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thỏa $\overrightarrow{OM}=2\vec{i}+\vec{j}$. Tọa độ của điểm M.

A. $M(0;2;1)$. **B.** $M(1;2;0)$. **C.** $M(2;0;1)$. **D.** $M(2;1;0)$.

Câu 3. **(Đề thi THPT QG năm học 2018 – Mã đề 102)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(2;2;1)$. Véctơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(3;3;-1)$. **B.** $(-1;-1;-3)$. **C.** $(3;1;1)$. **D.** $(1;1;3)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $B(2;1;4)$ và véctơ $\overrightarrow{AB}=(1;1;1)$. Tìm tọa độ của điểm A.

A. $A(1;0;3)$. **B.** $A(-1;0;-5)$. **C.** $A(3;2;5)$. **D.** $A(1;0;5)$.

Câu 5. **(Đề thi THPT QG năm học 2017 – Mã đề 110)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;2;1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OA.

A. $OA=3$. **B.** $OA=9$. **C.** $OA=\sqrt{5}$. **D.** $OA=5$.

Câu 6. **(Đề thử nghiệm Bộ GD & ĐT năm 2017)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;3)$ và $B(-1;2;5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB.

A. $I(-2;2;1)$. **B.** $I(1;0;4)$. **C.** $I(2;0;8)$. **D.** $I(2;-2;-1)$.

Câu 7. Cho ba điểm $A(1;3;5)$, $B(2;0;1)$, $C(0;9;0)$. Tìm trọng tâm G của tam giác ABC.

A. $G(3;12;6)$. **B.** $G(1;5;2)$. **C.** $G(1;0;5)$. **D.** $G(1;4;2)$.

Câu 8. Cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $M(0;0;m)$. Tìm m, biết $AM=\sqrt{5}$.

A. $m=-3$. **B.** $m=2$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-2$.

Câu 9. **(Đề tham khảo Bộ GD & ĐT năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

A. $M(3;0;0)$. **B.** $N(0;-1;1)$. **C.** $P(0;-1;0)$. **D.** $Q(0;0;1)$.

Câu 10. Tìm tọa độ điểm M' là điểm đối xứng của điểm $M(3;2;1)$ qua trục Ox.

A. $M'(3;-2;-1)$. **B.** $M'(-3;2;1)$. **C.** $M'(-3;-2;-1)$. **D.** $M'(3;-2;1)$.

Câu 11. Cho tứ diện $ABCD$ có $A(1;0;2)$, $B(-2;1;3)$, $C(3;2;4)$, $D(6;9;-5)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tứ diện $ABCD$.

A. $G(-9;18;-30)$. **B.** $G(8;12;4)$. **C.** $G(3;3;1)$. **D.** $G(2;3;1)$.

Câu 12. **(THPT Yên Định – Thanh Hóa năm 2018)** Cho ba điểm $A(0;-1;1)$, $B(-2;1;-1)$ và $C(-1;3;2)$. Tìm tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(-1;1;4)$. **B.** $D(1;3;4)$.

C. $D(1;1;4)$. **D.** $D(-1;-3;-2)$.

Câu 13. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai véctơ $\vec{a}=(3;0;2)$, $\vec{c}=(1;-1;0)$. Tìm tọa độ của véctơ $\vec{b}$ thỏa mãn đẳng thức véctơ $2\vec{b}-\vec{a}+4\vec{c}=\vec{0}$.

A. $\vec{b}=\left(\frac{1}{2};-2;-1\right)$. **B.** $\vec{b}=\left(-\frac{1}{2};2;1\right)$.

C. $\vec{b}=\left(\frac{1}{2};-2;1\right)$. D. $\vec{b}=\left(-\frac{1}{2};2;-1\right)$.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$, $C'(4;5;-5)$. Tìm tọa độ đỉnh A'.

A. $A'(3;5;-6)$. B. $A'(5;-5;-6)$.

C. $A'(-5;5;-6)$. D. $A'(-5;-5;6)$.

Câu 15. **(Sở GD & ĐT Bà Rịa – Vũng Tàu năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, điểm M thuộc trục hoành Ox và cách đều hai điểm $A(4;2;-1)$, $B(2;1;0)$ là

A. $M(-4;0;0)$. B. $M(5;0;0)$.

C. $M(4;0;0)$. D. $M(-5;0;0)$.

Câu 16. Cho $A(2;5;3)$, $B(3;7;4)$, $C(x;y;6)$. Tìm $x+y$ để ba điểm A, B, C thẳng hàng.

A. $x+y=14$. B. $x+y=6$.

C. $x+y=7$. D. $x+y=16$.

Câu 17. **(Đề thử nghiệm Bộ GD & ĐT năm học 2017)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;1)$ và $B(5;6;2)$. Đường thẳng AB cắt mặt (Oxz) tại M. Tính tỉ số $\frac{AM}{BM}$.

A. $\frac{AM}{BM}=\frac{1}{2}$. B. $\frac{AM}{BM}=2$.

C. $\frac{AM}{BM}=\frac{1}{3}$. D. $\frac{AM}{BM}=3$.

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;1;2)$, $B(1;2;3)$, $C(1;-2;-5)$. Điểm M nằm trong đoạn thẳng BC sao cho $MB=3MC$. Tính độ dài đoạn AM.

A. $AM=\sqrt{11}$. B. $AM=7\sqrt{3}$.

C. $AM=7\sqrt{2}$. D. $AM=\sqrt{30}$.

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1;2;4)$, $B(3;0;-2)$ và $C(1;3;7)$. Gọi D là chân đường phân giác trong của góc A. Tính $\left|\overrightarrow{OD}\right|$.

A. $\left|\overrightarrow{OD}\right|=\frac{\sqrt{207}}{3}$. B. $\left|\overrightarrow{OD}\right|=\frac{\sqrt{205}}{3}$.

C. $\left|\overrightarrow{OD}\right|=\frac{\sqrt{201}}{3}$. D. $\left|\overrightarrow{OD}\right|=\frac{\sqrt{203}}{3}$.

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(2;3;-1)$, $C(0;6;7)$ và gọi M là điểm di động trên trục Oy. Tìm tọa độ điểm M để $P=\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(0;3;0)$. B. $M(0;-3;0)$.

C. $M(0;9;0)$. D. $M(0;-9;0)$.

ĐÁP ÁN BÀI TẬP VỀ NHÀ 1

1.B	2.B	3.D	4.A	5.A	6.B	7.D	8.C	9.B	10.A

11.D	12.C	13.B	14.A	15.C	16.D	17.A	18.D	19.B	20.A

BÀI TẬP VỀ NHÀ 2

Câu 1. **(Đề tham khảo Bộ GD & ĐT năm học 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;2)$. Véctơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(1;2;3)$. **B.** $(-1;-2;3)$.

C. $(3;5;1)$. **D.** $(3;4;1)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm M, N thỏa mãn $\overrightarrow{OM}=(4;-2;1)$, $\overrightarrow{ON}=(2;-1;1)$. Tìm tọa độ véctơ $\overrightarrow{MN}$.

A. $\overrightarrow{MN}=(2;-1;0)$. **B.** $\overrightarrow{MN}=(6;-3;2)$.

C. $\overrightarrow{MN}=(-2;1;0)$. **D.** $\overrightarrow{MN}=(-6;3;-2)$.

Câu 3. **(Đề thi THPT QG năm học 2018 – Mã đề 101)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-4;3)$ và $B(2;2;7)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $(1;3;2)$. **B.** $(2;6;4)$.

C. $(2;-1;5)$. **D.** $(4;-2;10)$.

Câu 4. Cho tam giác ABC có $A(1;2;3)$, $B(2;1;0)$ và trọng tâm $G(2;1;3)$. Tìm tọa độ đỉnh C của tam giác ABC.

A. $C(1;2;0)$. **B.** $C(3;0;6)$.

C. $C(-3;0;-6)$. **D.** $C(3;2;1)$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(1;-1;1)$, $B(0;1;2)$ và $C(1;0;1)$. Biết đỉnh $D(a;b;c)$ và $G\left(\frac{3}{2};0;1\right)$ là trọng tâm tứ diện. Tính $S=a-b-c$.

A. $S=-6$. **B.** $S=6$.

C. $S=4$. **D.** $S=-4$.

Câu 6. Cho tam giác ABC biết $A(2;4;-3)$ và trọng tâm G của tam giác có toạ độ là $G(2;1;0)$. Tìm tọa độ của véctơ $\vec{u}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.

A. $\vec{u}=(0;-9;9)$. **B.** $\vec{u}=(0;-4;4)$.

C. $\vec{u}=(0;4;-4)$. **D.** $\vec{u}=(0;9;-9)$.

Câu 7. Cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$ và $C(-2;3;3)$. Biết $M(a;b;c)$ là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCM$, hãy tính giá trị của biểu thức $P=a^2+b^2-c^2$.

A. $P=42$.

B. $P=43$.

C. $P=44$.

D. $P=45$.

Câu 8. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai véctơ $\vec{m}=(5;4;-1)$, $\vec{n}=(2;-5;3)$. Tìm tọa độ véctơ $\vec{x}$ thỏa mãn $\vec{m}+2\vec{x}=\vec{n}$.

A. $\vec{x}=\left(-\frac{3}{2};-\frac{9}{2};-2\right)$. **B.** $\vec{x}=\left(-\frac{3}{2};-\frac{9}{2};2\right)$.

C. $\vec{x}=\left(\dfrac{3}{2};-\dfrac{9}{2};-2\right)$. **D.** $\vec{x}=\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{9}{2};2\right)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(2;-1;3)$, $B(0;1;-1)$, $C(-1;2;0)$, $D'(3;2;-1)$. Tìm tọa độ đỉnh B'.

A. $B'(1;0;-4)$. **B.** $B'(2;3;6)$.

C. $B'(1;0;4)$. **D.** $B'(2;3;-6)$.

Câu 10. Cho hai điểm $A(-1;2;3)$ và $B(1;0;2)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{MA}$.

A. $M\left(-2;3;\dfrac{7}{2}\right)$. **B.** $M(-2;3;7)$.

C. $M\left(-2;-3;\dfrac{7}{2}\right)$. **D.** $M(-4;6;7)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;-2;-1)$ và $B(1;-1;2)$. Hãy tìm tọa độ điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA=2MB$.

A. $M\left(\dfrac{2}{3};-\dfrac{4}{3};1\right)$. **B.** $M\left(\dfrac{1}{2};-\dfrac{3}{2};\dfrac{1}{2}\right)$.

C. $M(2;0;5)$. **D.** $M(-1;-3;-4)$.

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ΔABC có $A(3;1;0)$, $B(0;-1;0)$, $C(0;0;-6)$. Giả sử tam giác $A'B'C'$ thỏa $\overrightarrow{A'A}+\overrightarrow{B'B}+\overrightarrow{C'C}=\vec{0}$. Tìm trọng tâm G' của $\Delta A'B'C'$.

A. $G'(1;0;-2)$. **B.** $G'(2;-3;0)$.

C. $G'(3;-2;0)$. **D.** $G'(3;-2;1)$.

Câu 13. **(Đề tham khảo Bộ GD & ĐT năm học 2017)** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(3;-4;0)$, $B(-1;1;3)$, $C(3;1;0)$. Tìm điểm D trên trục hoành sao cho $AD=BC$.

A. $D(-2;1;0)$, $D(-4;0;0)$.

B. $D(0;0;0)$, $D(-6;0;0)$.

C. $D(6;0;0)$, $D(12;0;0)$.

D. $D(0;0;0)$, $D(6;0;0)$.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(4;2;-3)$. Tìm mệnh đề **sai** ?

A. Hình chiếu của điểm A lên mặt phẳng (Oxy) là điểm $M_1(4;2;0)$.

B. Hình chiếu của điểm A lên trục Oy là điểm $M_2(0;2;0)$.

C. Hình chiếu của điểm A lên mặt phẳng (Oyz) là điểm $M_3(0;2;-3)$.

D. Hình chiếu của điểm A lên trục Oz là điểm $M_4(4;2;0)$.

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1)$ và $B(3;-1;2)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục Oz sao cho nó cách đều hai điểm A và B.

A. $M\left(0;0;\dfrac{3}{2}\right)$. **B.** $M(1;0;0)$.

C. $M(0;0;4)$. **D.** $M(0;0;-4)$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véctơ $\vec{a}=(10-m;\ m+2;\ m^2-10)$ và $\vec{b}=(7;-1;3)$. Tìm tất cả các tham số thực m để $\vec{a}$ cùng phương với $\vec{b}$.

A. $m = 4.$ **B.** $m = -4.$

C. $m = -2.$ **D.** $m = 2.$

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;3;-2)$, $B(3;5;-12)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oyz) tại N. Tính tỉ số $\dfrac{BN}{AN}\cdot$

A. $\dfrac{BN}{AN} = 4.$ **B.** $\dfrac{BN}{AN} = 2.$

C. $\dfrac{BN}{AN} = 5.$ **D.** $\dfrac{BN}{AN} = 3.$

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;1;1)$, $B(5;1;-2)$ và $C(7;9;1)$. Tính độ dài đường phân giác trong AD của góc A.

A. $AD = 3\sqrt{74}.$ **B.** $AD = \dfrac{3\sqrt{74}}{2}\cdot$

C. $AD = \dfrac{2\sqrt{74}}{3}\cdot$ **D.** $AD = 2\sqrt{74}.$

Câu 19. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;3;-3)$, $B(2;-6;7)$, $C(-6;-4;3)$, $D(0;-1;4)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho biểu thức $P = \left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất ?

A. $M(-1;-2;3).$

B. $M(0;-2;3).$

C. $M(-1;0;3).$

D. $M(-1;-2;0).$

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;3;1)$, $B(1;1;0)$ và $M(a;b;0)$, với a, b thay đổi sao cho biểu thức $P = \left|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $S = a + 2b$.

A. $S = 1.$

B. $S = -2.$

C. $S = 2.$

D. $S = -1.$

ĐÁP ÁN BÀI TẬP VỀ NHÀ 02

1.A	2.C	3.C	4.B	5.C	6.A	7.C	8.B	9.D	10.A
11.A	12.A	13.D	14.D	15.A	16.B	17.D	18.C	19.D	20.B

Dạng toán 6: Nhóm bài toán liên quan đến tích vô hướng của hai véctơ

☞ **Cần nhớ**: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$, $\vec{b}=(b_1;b_2;b_3)$, $k\in\mathbb{R}$.

Tích vô hướng: $\boxed{\vec{a}.\vec{b}=|\vec{a}|.|\vec{b}|.\cos(\vec{a},\vec{b})=a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3}$.

(hoành $\times$ hoành, cộng tung $\times$ tung, cộng cao $\times$ cao)

$\boxed{\cos(\vec{a};\vec{b})=\dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|.|\vec{b}|}}=\dfrac{a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3}{\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}.\sqrt{b_1^2+b_2^2+b_3^2}}$ (góc giữa 2 véctơ có thể nhọn hoặc tù).

Và $\boxed{\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}.\vec{b}=0}\Leftrightarrow a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3=0$ (2 **véctơ vuông góc thì nhân nhau** $=0$)

- $\vec{a}^2=a_1^2+a_2^2+a_3^2\Rightarrow|\vec{a}|=\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}$.
- $\vec{a}^2=|\vec{a}|^2$ hay $\overrightarrow{AB}^2=AB^2$ và $|\vec{a}\pm\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2\pm2\vec{a}.\vec{b}=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2\pm2|\vec{a}||\vec{b}|\cos(\vec{a},\vec{b})$.

1. Cho $A(2;-1;1)$, $B(-1;3;-1)$, $C(5;-3;4)$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}$.

A. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}=48$. **B.** $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}=-48$.
C. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}=52$. **D.** $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}=-52$.

2. Cho $A(2;1;4)$, $B(-2;2;-6)$, $C(6;0;-1)$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$.

A. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=-67$. **B.** $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=65$.
C. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=67$. **D.** $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=33$.

3. Cho hai véctơ $\vec{u}=(-1;3;2)$ và $\vec{v}=(x;0;1)$. Tìm giá trị của x để $\vec{u}.\vec{v}=0$.

A. $x=0$. **B.** $x=3$. **C.** $x=2$. **D.** $x=5$.

4. Cho $\vec{u}=(2;3;1)$, $\vec{v}=(5;6;4)$ và $\vec{z}=(a;b;1)$ thỏa $\vec{z}\perp\vec{u}$ và $\vec{z}\perp\vec{v}$. Giá trị $a+b$ bằng

A. -2. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 2.

5. Cho hai véctơ $\vec{a}=(2;1;0)$, $\vec{b}=(-1;0;-2)$. Tính $\cos(\vec{a},\vec{b})$.

A. $\dfrac{2}{25}$. **B.** $-\dfrac{2}{5}$. **C.** $-\dfrac{2}{25}$. **D.** $\dfrac{2}{5}$.

6. Cho hai véctơ $\vec{u}=(1;0;-3)$, $\vec{v}=(-1;-2;0)$. Tính $\cos(\vec{u},\vec{v})$.

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{10}$. **B.** $-\dfrac{\sqrt{10}}{10}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$. **D.** $-\dfrac{\sqrt{2}}{10}$.

7. Trong không gian $Oxyz$, gọi α là góc giữa $\vec{u}=(1;-2;1)$ và $\vec{v}=(-2;1;1)$. Tìm α.

A. $\dfrac{5\pi}{6}\cdot$ **B.** $\dfrac{\pi}{3}\cdot$ **C.** $\dfrac{\pi}{6}\cdot$ **D.** $\dfrac{2\pi}{3}\cdot$

8. Cho $\vec{u}=(0;-1;0)$ và $\vec{v}=(\sqrt{3};1;0)$. Gọi α là góc giữa $\vec{u}$ và $\vec{v}$, hãy tìm α.

A. $\dfrac{\pi}{6}\cdot$ **B.** $\dfrac{\pi}{3}\cdot$ **C.** $\dfrac{2\pi}{3}\cdot$ **D.** $\dfrac{\pi}{2}\cdot$

9. Cho hai véctơ $\vec{u}=(1;1;1)$ và $\vec{v}=(0;1;m)$. Tìm m để góc giữa $\vec{u}$ và $\vec{v}$ bằng 45°.

A. $m=\pm\sqrt{3}$. **B.** $m=2\pm\sqrt{3}$.
C. $m=1\pm\sqrt{3}$. **D.** $m=\pm\sqrt{2}$.

10. Cho $\vec{u}=(1;\ \log_3 5;\ m), \vec{v}=(3;\ \log_5 3;\ 4)$. Tìm m để $\vec{u}\perp\vec{v}$.

A. $m=-2$. **B.** $m=1$.
C. $m=2$. **D.** $m=-1$.

11. Cho hai véctơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ tạo với nhau góc 60°. Biết rằng $\left|\vec{u}\right|=2$ và $\left|\vec{v}\right|=4$. Tính $\left|\vec{u}+\vec{v}\right|$.

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $3\sqrt{2}$.
C. $2\sqrt{7}$. **D.** $7\sqrt{2}$.

12. Cho $\vec{u}$ và $\vec{v}$ tạo với nhau góc 120°. Tính $\left|\vec{u}-\vec{v}\right|$, biết rằng $\left|\vec{u}\right|=3$ và $\left|\vec{v}\right|=5$.

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{3}$.
C. $2\sqrt{5}$. **D.** 7.

13. **(Đề thi THPT QG năm 2017 – Mã đề 104 câu 12)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;3;-1)$, $N(-1;1;1)$ và $P(1;m-1;2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N.

A. $m=-6$. **B.** $m=0$.
C. $m=-4$. **D.** $m=2$.

14. Cho tam giác ABC có các đỉnh $A(-4;1;-5)$, $B(2;12;-2)$ và $C(-m-2;\ 1-m;\ m+5)$. Tìm tham số thực m để tam giác ABC vuông tại C.

A. $m=\dfrac{3-\sqrt{39}}{2}\cdot$ **B.** $m=\dfrac{15-\sqrt{39}}{2}\cdot$

C. $m=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}\cdot$ **D.** $m=\dfrac{-15\pm\sqrt{39}}{3}\cdot$

Dạng toán 7: Nhóm bài toán liên quan đến tích có hướng của hai véctơ

☞ **Cần nhớ**: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz,$ cho hai véctơ $\begin{cases}\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)\\ \vec{b}=(b_1;b_2;b_3)\end{cases}.$

Tích có hướng $[\vec{a},\vec{b}]=\left(\begin{vmatrix}a_2 & a_3\\ b_2 & b_3\end{vmatrix};\begin{vmatrix}a_3 & a_1\\ b_3 & b_1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}a_1 & a_2\\ b_1 & b_2\end{vmatrix}\right)=\left(a_2b_3-a_3b_2;\ a_3b_1-a_1b_3;\ a_1b_2-a_2b_1\right).$

(Hoành che hoành, tung che tung – đổi dấu; cao che cao)

Ứng dụng:

- $\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{a},\vec{b}].\vec{c}=0.$
- $\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$ không đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{a},\vec{b}].\vec{c}\neq 0.$
- $A,\ B,\ C,\ D$ đồng phẳng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC},\ \overrightarrow{AD}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow \left[\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}=0.$
- $A,\ B,\ C,\ D$ là các đỉnh tứ diện $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC},\ \overrightarrow{AD}$ không đồng phẳng $\Leftrightarrow \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\neq 0.$

① Diện tích ΔABC là $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}\cdot\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|\cdot$

② Diện tích của hình bình hành $ABCD$ là $S_{\square ABCD}=\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]\right|\cdot$

③ Thể tích khối tứ diện $ABCD$ là $V_{ABCD}=\dfrac{1}{6}\cdot\left|[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}].\overrightarrow{AD}\right|.$

④ Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là $V=\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right].\overrightarrow{AA'}\right|.$

1. Biết ba véctơ $\vec{u}=(2;-1;1),\ \vec{v}=(1;2;1)$ và $\vec{w}=(m;3;-1)$ đồng phẳng. Tìm $m.$

A. $m=3/8.$ **B.** $m=-3/8.$ **C.** $m=8/3.$ **D.** $m=-8/3.$

2. Biết ba véctơ $\vec{u}=(1;2;1),\ \vec{v}=(-1;1;2)$ và $\vec{w}=(m;\ 3m;\ m+2)$ đồng phẳng. Tìm $m.$

A. $m=2.$ **B.** $m=1.$ **C.** $m=-2.$ **D.** $m=-1.$

3. Tìm m để bốn điểm $A(1;1;4),\ B(5;-1;3),\ C(2;2;m),\ D(3;1;5)$ đồng phẳng ?

A. $m=6.$ **B.** $m=4.$ **C.** $m=-4.$ **D.** $m=-6.$

4. Tìm m để bốn điểm $A(1;2;0),\ B(-1;1;3),\ C(0;-2;5),\ D(m;5;0)$ đồng phẳng ?

A. $m=2.$ **B.** $m=4.$ **C.** $m=-2.$ **D.** $m=-4.$

5. Cho hai điểm $A(1;2;-1)$, $B(0;-2;3)$. Tính diện tích tam giác OAB với O là gốc tọa độ.

A. $\frac{\sqrt{29}}{6}\cdot$ **B.** $\frac{\sqrt{29}}{2}\cdot$ **C.** $\frac{\sqrt{78}}{2}\cdot$ **D.** $\frac{7}{2}\cdot$

Có $\begin{cases}\overrightarrow{OA}=(1;2;-1)\\ \overrightarrow{OB}=(0;-2;3)\end{cases}\Rightarrow\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]=(4;-3;-2).$

$\Rightarrow \boxed{S=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]\right|}=\frac{1}{2}\sqrt{4^2+(-3)^2+(-2)^2}$

$=\frac{\sqrt{29}}{2}\cdot$ **Chọn đáp án B.**

6. Tính diện tích tam giác ABC với $A(1;0;0)$, $B(0;0;1)$ và $C(2;1;1)$.

A. $\sqrt{6}.$ **B.** $\frac{\sqrt{6}}{3}\cdot$ **C.** $\frac{\sqrt{6}}{2}\cdot$ **D.** $\frac{1}{2}\cdot$

7. Tính diện tích tam giác ABC với $A(1;1;1)$, $B(4;3;2)$ và $C(5;2;1)$.

A. $\frac{\sqrt{42}}{4}\cdot$ **B.** $\sqrt{42}.$ **C.** $2\sqrt{42}.$ **D.** $\frac{\sqrt{42}}{2}\cdot$

8. Tính diện tích tam giác ABC với $A(7;3;4)$, $B(1;0;6)$, $C(4;5;-2)$.

A. $\frac{49}{2}\cdot$ **B.** $\frac{51}{2}\cdot$ **C.** $\frac{53}{2}\cdot$ **D.** $\frac{47}{2}\cdot$

9. Cho $A(1;2;-1)$, $B(0;-2;3)$. Tính đường cao AH hạ từ đỉnh A của tam giác OAB.

A. $\frac{\sqrt{13}}{2}\cdot$ **B.** $\frac{\sqrt{29}}{13}\cdot$ **C.** $\frac{\sqrt{29}}{3}\cdot$ **D.** $\frac{\sqrt{377}}{13}\cdot$

$S=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]\right|=\frac{AH.BO}{2}\Rightarrow AH=\frac{\left|\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]\right|}{OB}$

Có $\begin{cases}\overrightarrow{OA}=(1;2;-1)\\ \overrightarrow{OB}=(0;-2;3)\end{cases}\Rightarrow\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]=(4;-3;-2).$

Suy ra Suy ra: $\left|\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]\right|=\sqrt{29}$ và $OB=\sqrt{13}.$

Do đó $AH=\frac{\left|\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]\right|}{OB}=\frac{\sqrt{29}}{\sqrt{13}}=\frac{\sqrt{377}}{13}\cdot$

Chọn đáp án D.

10. Cho tam giác ABC có $A(-1;0;3), B(2;-2;0)$ và $C(-3;2;1)$. Tính chiều cao AH.

A. $\frac{\sqrt{65}}{2}\cdot$ **B.** $\frac{\sqrt{651}}{3}\cdot$ **C.** $\frac{\sqrt{651}}{21}\cdot$ **D.** $\frac{2\sqrt{651}}{21}\cdot$

11. Cho tam giác ABC có $A(1;0;1)$, $B(0;2;3)$ và $C(2;1;0)$. Tính chiều cao CH.

A. $\sqrt{26}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{26}}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{26}}{3}$. **D.** 26.

12. Tính diện tích hình bình hành $ABCD$ với $A(2;1;-3)$, $B(0;-2;5)$, $C(1;1;3)$.

A. $2\sqrt{87}$. **B.** $\sqrt{349}$. **C.** $\sqrt{87}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{349}}{2}$.

Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-2;-3;8) \\ \overrightarrow{AC} = (-1;0;6) \end{cases}$.

Suy ra $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (-18;4;-3)$.

Diện tích hình bình hành $\boxed{S_{ABCD} = \left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]\right|}$

$= \sqrt{(-18)^2 + 4^2 + (-3)^2} = \sqrt{349}$. **Chọn B.**

13. Tính diện tích hình bình hành $ABCD$ với $A(1;1;1)$, $B(2;3;4)$, $C(6;5;2)$.

A. $3\sqrt{83}$. **B.** $\sqrt{83}$. **C.** 83. **D.** $2\sqrt{83}$.

14. Diện tích hình bình hành $ABCD$: $A(2;4;0)$, $B(4;0;0)$, $C(-1;4;-7)$, $D(-3;8;-7)$.

A. $\sqrt{281}$. **B.** $\sqrt{181}$. **C.** $2\sqrt{281}$. **D.** $2\sqrt{181}$.

15. Tính thể tích tứ diện $ABCD$ với $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;1)$, $D(-2;1;-1)$.

A. $1/2$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $1/3$.

Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-1;1;0) \\ \overrightarrow{AC} = (-1;0;1) \end{cases} \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (1;1;1)$ và $\overrightarrow{AD} = (-3;1;-1)$.

$\Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}].\overrightarrow{AD} = 1.(-3) + 1.1 + 1.(-1) = -3$.

$\Rightarrow \boxed{V_{ABCD} = \dfrac{1}{6}\left|[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}].\overrightarrow{AD}\right|} = \dfrac{1}{6}\cdot\left|-3\right| = \dfrac{1}{2}$.

16. Tính thể tích tứ diện $ABCD$ với $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;1)$, $D(4;5;6)$.

A. $8/3$. **B.** 2. **C.** $14/3$. **D.** $7/3$.

17. Tính thể tích tứ diện $ABCD$ với $A(-1;2;1)$, $B(0;0;-2)$, $C(1;0;1)$, $D(2;1;-1)$.

A. $1/3$. **B.** $2/3$. **C.** $4/3$. **D.** $8/3$.

18. Tính thể tích tứ diện $ABCD$ với $A(1;0;1)$, $B(2;0;-1)$, $C(0;1;3)$, $D(3;1;1)$.

A. $2/3$. **B.** 4. **C.** 2. **D.** $4/3$.

19. Cho tứ diện $ABCD$ có $A(1;-2;0), B(3;3;2)$, $C(-1;2;2)$, $D(3;3;1)$. Tính độ dài đường cao h hạ từ đỉnh D xuống mặt (ABC).

A. $\frac{9}{7}$. **B.** $\frac{9\sqrt{2}}{14}$. **C.** $\frac{9}{14}$. **D.** $\frac{9\sqrt{2}}{2}$.

Có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (2;5;2) \\ \overrightarrow{AC} = (-2;4;2) \end{cases} \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (2;-8;18)$.

$\Rightarrow \left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]\right| = \sqrt{2^2 + (-8)^2 + 18^2} = 14\sqrt{2}$.

Lại có: $\overrightarrow{AD} = (2;5;1) \Rightarrow \left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right| = 18$.

$$\Rightarrow \boxed{h = \frac{3V_{ABCD}}{S_{ABC}} = \frac{\left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]\right|}} = \frac{9\sqrt{2}}{14}.$$

Chọn đáp án B.

20. Cho tứ diện $ABCD$ có $A(0;0;2)$, $B(3;0;5)$, $C(1;1;0)$, $D(4;1;2)$. Tính độ dài đường cao DH của tứ diện $ABCD$ hạ từ đỉnh D.

A. $\sqrt{11}$. **B.** 1. **C.** $\frac{\sqrt{11}}{11}$. **D.** $\frac{\sqrt{11}}{2}$.

21. Cho $A(-1;-2;4)$, $B(-4;-2;-0), C(3;-2;1)$, $D(1;1;1)$ là bốn đỉnh của tứ diện $ABCD$. Tính đường cao DH của tứ diện $ABCD$.

A. $DH = 3$. **B.** $DH = 2$.
C. $DH = 5/3$. **D.** $DH = 9/2$.

22. Cho $A(a;-1;6)$, $B(-3;-1;-4)$, $C(5;-1;0)$ và $D(1;2;1)$. Hãy tìm a để thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng 30.

A. $a \in \{1;\ 32\}$. **B.** $a \in \{1;\ 2\}$.
C. $a \in \{2;\ 32\}$. **D.** $a \in \{32\}$.

Dạng toán 8: Xác định các yếu tố cơ bản của mặt cầu

① **Phương trình mặt cầu (S) dạng 1**:

Để viết phương trình mặt cầu (S), ta cần tìm tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R. Khi đó:

$$(S):\begin{cases}\bullet\ \text{Tâm: } I(a;b;c)\\ \bullet\ \text{Bán kính: } R\end{cases} \Leftrightarrow (S): \boxed{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2}.$$

② **Phương trình mặt cầu (S) dạng 2**:

$(S): \boxed{x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0}$. Với $a^2+b^2+c^2-d>0$ là phương trình mặt cầu dạng 2 có tâm $I(a;b;c)$, bán kính: $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$.

☞ **Lưu ý**: Để $f(x;y;z)=0$ là một phương trình mặt cầu thì phải thỏa mãn hai điều kiện:

- Hệ số trước x^2, y^2, z^2 phải bằng nhau.
- $R^2=a^2+b^2+c^2-d>0$.

1. **(Đề thi minh họa – Bộ GD & ĐT 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$. Tìm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(-1;2;1)$, $R=3$. **B.** $I(1;-2;-1)$, $R=3$.
C. $I(-1;2;1)$, $R=9$. **D.** $I(1;-2;-1)$, $R=9$.

Giải. Theo dạng 1, tọa độ tâm lấy đổi dấu, nghĩa là $I(-1;2;1)$ và $R=\sqrt{9}=3$. **Chọn đáp án A.**

2. **(Đề thi THPT QG năm 2018 – Mã 103 Câu 13)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+3)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=2$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(3;1;-1)$. **B.** $(3;-1;1)$.
C. $(-3;-1;1)$. **D.** $(-3;1;-1)$.

3. **(Đề thi THPT QG năm 2018 – Mã 104 Câu 11)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hỏi mặt cầu $(S):(x-5)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=3$ có bán kính bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$.
C. 3. **D.** 9.

4. Tìm tâm I và bán kính của mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+10=0$.

A. $I(1;-2;3)$, $R=2$. **B.** $I(-1;2;-3)$, $R=2$.
C. $I(-1;2;-3)$, $R=4$. **D.** $I(1;-2;3)$, $R=4$.

Giải. Theo dạng 2, lấy hệ số của x, y, z chia cho -2 được $I(1;-2;3)$ và bán kính: $R=\sqrt{1^2+2^2+3^2-10}=2$. **Chọn A.**

5. Xác định tâm I và bán kính R của mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-4x-2y+4z-16=0$.

A. $I(-2;-1;2)$, $R=5$. **B.** $I(-2;-1;2)$, $R=5$.
C. $I(2;1;-2)$, $R=5$. **D.** $I(4;2;-4)$, $R=13$.

6. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu $x^2+y^2+z^2-2x+4y-4=0$.

A. $I(-2;4;0), R = 2\sqrt{6}$. **B.** $I(2;-4;0), R = 2\sqrt{6}$.

C. $I(-1;2;0),\ R = 3$. **D.** $I(1;-2;0),\ R = 3$.

7. Tìm độ dài đường kính d của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 4z + 2 = 0$.

A. $d = 2\sqrt{3}$. **B.** $d = \sqrt{3}$.

C. $d = 2$. **D.** $d = 1$.

8. **(Đề Thi THPTQG năm 2017 Mã đề 110)** Trong không gian $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu.

A. $m > 6$. **B.** $m \geq 6$.

C. $m \leq 6$. **D.** $m < 6$.

Giải. Ta có: $a = 1,\ b = 1,\ c = 2,\ d = m$.

Điều kiện: $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$

$\Rightarrow 1^2 + 1^2 + 2^2 - m > 0 \Leftrightarrow m < 6$.

9. Tìm m để $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - m = 0$ là phương trình của một mặt cầu.

A. $m > 5$. **B.** $m \geq -5$.

C. $m \leq 5$. **D.** $m > -5$.

10. Tìm m để $x^2 + y^2 + z^2 + 2mx - 2y + 4z + 2m^2 + 4m = 0$ là phương trình mặt cầu.

A. $-5 \leq m \leq 1$. **B.** $m > 1$.

C. $-5 < m < 1$. **D.** $m = 0$.

11. Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z - m = 0$ có bán kính $R = 5$. Tìm m.

A. $m = -16$. **B.** $m = 16$.

C. $m = 4$. **D.** $m = -4$.

12. Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z + m = 0$ có bán kính $R = 5$. Tìm m.

A. $m = -16$. **B.** $m = 16$.

C. $m = 4$. **D.** $m = -4$.

13. Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 8y - 2mz + 6m = 0$ có đường kính bằng 12 thì tổng các giá trị của tham số m bằng

A. -2. **B.** 2.

C. -6. **D.** 6.

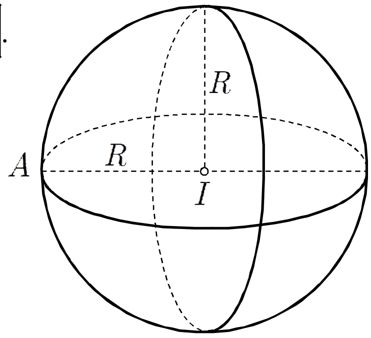
Dạng toán 9: Viết phương trình mặt cầu loại cơ bản

☆☆☆

① **Phương trình mặt cầu (S) dạng 1:**

Để viết phương trình mặt cầu (S), ta cần tìm tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R. Khi đó:

$$(S):\begin{cases}\bullet \text{ Tâm: } I(a;b;c)\\ \bullet \text{ Bán kính: } R\end{cases} \Leftrightarrow (S): \boxed{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2}.$$



② **Phương trình mặt cầu (S) dạng 2:**

$$(S): \boxed{x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0}.$$

Với $a^2+b^2+c^2-d>0$ là phương trình mặt cầu dạng 2

Tâm $I(a;b;c)$, bán kính: $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}>0$.

1. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;0)$, bán kính $R=3$ là

A. $(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=3$.

B. $(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=9$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=9$.

D. $(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=\sqrt{3}$.

Lời giải. Ta có $(S):\begin{cases}\bullet \text{ Tâm: } I(-1;2;0)\\ \bullet \text{ Bán kính: } R=3\end{cases}$

$\Rightarrow (S): (x+1)^2+(y-2)^2+z^2=3^2=9$.

Chọn đáp án B.

2. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-2)$, bán kính $R=4$ là

A. $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=4$.

B. $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=16$.

C. $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=4$.

D. $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=16$.

3. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-3)$, bán kính $R=2$ là

A. $x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z+10=0$.

B. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=2$.

C. $x^2+y^2+z^2+2x-4y-6z+10=0$.

D. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=2^2$.

4. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$, đường kính bằng 4 là

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4$.

B. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=16$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=2$.

D. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=16$.

5. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-1)$ và đi qua điểm $A(2;2;-3)$ là

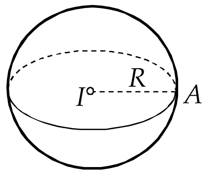
A. $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=3.$

B. $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=3.$

C. $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=9.$

D. $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=9.$

Giải. $(S):\begin{cases}\bullet \text{ Tâm: } I(1;0;-1)\\ \bullet \text{ Bán kính: } R=IA=3\end{cases}$



Suy ra $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=9.$

Chọn đáp án C.

6. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;-3;2)$ và đi qua điểm $A(5;-1;4)$ là

A. $(x-1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=\sqrt{24}.$

B. $(x+1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=\sqrt{24}.$

C. $(x+1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=24.$

D. $(x-1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=24.$

7. Cho tam giác ABC có $A(2;2;0)$, $B(1;0;2)$, $C(0;4;4)$. Mặt cầu (S) có tâm A và đi qua trọng tâm G của tam giác ABC có phương trình là

A. $(x-2)^2+(y-2)^2+z^2=4.$

B. $(x+2)^2+(y+2)^2+z^2=5.$

C. $(x-2)^2+(y-2)^2+z^2=\sqrt{5}.$

D. $(x-2)^2+(y-2)^2+z^2=5.$

8. Phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB với $A(2;1;1)$, $B(0;3;-1)$ là

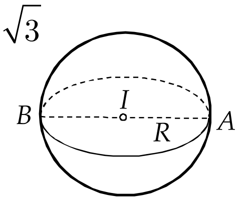
A. $x^2+(y-2)^2+z^2=3.$

B. $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=3.$

C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9.$

D. $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=9.$

Giải. $(S):\begin{cases}\bullet \text{ Tâm: } I(1;2;0) \text{ là trung điểm của } AB\\ \bullet \text{ Bán kính: } R=IA=\sqrt{3}\end{cases}$



$\Rightarrow (x-1)^2+(y-2)^2+z^2=3.$

Chọn đáp án B.

9. Phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB với $A(1;2;3)$, $B(-1;4;1)$ là

A. $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=12.$

B. $(S):x^2+(y-3)^2+(z-2)^2=3.$

C. $(S):(x+1)^2+(y-4)^2+(z-1)^2=12.$

D. $(S):x^2+(y-3)^2+(z-2)^2=12.$

10. Phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB với $A(3;0;-1)$, $B(5;0;-3)$ là

A. $(S):(x-2)^2+y^2+(z+2)^2=4.$

B. $(S):x^2+y^2+z^2-8x+4z+18=0.$

C. $(S):(x-4)^2+y^2+(z+2)^2=8.$

D. $(S):x^2+y^2+z^2-8x+4z+12=0.$

11. Cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;4;2)$ và thể tích bằng $\dfrac{256\pi}{3}\cdot$ Phương trình của (S) là

A. $(x+1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=16.$

B. $(x+1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=4.$

C. $(x-1)^2+(y+4)^2+(z+2)^2=4.$

D. $(x-1)^2+(y+4)^2+(z+2)^2=4.$

Giải. Ta có: $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3 \Leftrightarrow \dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{256\pi}{3}$

$\Leftrightarrow R=4.$ Khi đó $(S):\begin{cases}\bullet \text{ Tâm: } I(-1;4;2)\\ \bullet \text{ Bán kính: } R=4\end{cases}$

$\Rightarrow (S):(x+1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=16.$ **Chọn A.**

12. Cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-4)$ và thể tích bằng 36π. Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+4)^2=9.$

B. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=9.$

C. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-4)^2=9.$

D. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+4)^2=3.$

13. Cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và diện tích bằng 32π. Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16.$

B. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=16.$

C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=8.$

D. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=8.$

14. Cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;0)$. Một mặt phẳng (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn (C). Biết diện tích lớn nhất của (C) bằng 3π. Phương trình của (S) là

A. $x^2+(y-2)^2+z^2=3.$

B. $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=3.$

C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9.$

D. $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=9.$

☞ ***Cần nhớ:*** *Mặt phẳng (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn (C) và diện tích của (C) lớn nhất khi (P) qua tâm I của (S).*

15. Cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;1)$. Một mặt phẳng (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn (C). Biết chu vi lớn nhất của (C) bằng $2\pi\sqrt{2}$. Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4.$

B. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=2.$

C. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=4.$

D. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=2.$

16. Tìm tâm I và bán kính của mặt cầu (S) đi qua bốn điểm $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;6)$, $D(2;4;6)$ (**cách hỏi khác**: phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$).

A. $I(1;2;3)$, $R=5$.

B. $I(-1;2;-3)$, $R=2$.

C. $I(1;2;3)$, $R=\sqrt{14}$.

D. $I(1;3;1)$, $R=\sqrt{11}$.

Giải. Gọi phương trình mặt cầu có dạng 2 là:

$(S): x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$

- $A(2;0;0)\in(S)\Rightarrow 2^2+0^2+0^2-2.a.2-2.b.0-2.c.0+d=0$
- $B(0;4;0)\in(S)\Leftrightarrow 0^2+4^2+0^2-2.a.0-2.b.4-2.c.0+d=0$
- $C(0;0;6)\in(S)\Leftrightarrow 0^2+0^2+6^2-2.a.0-2.b.0-2.c.6+d=0$
- $D(2;4;6)\in(S)\Leftrightarrow 2^2+4^2+6^2-2.a.2-2.b.4-2.c.6+d=0$

$$\Rightarrow\begin{cases}-4a+d=-4\\-8b+d=-16\\-12c+d=-36\\-4a-8b-12c+d=-56\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=2\\c=3\\d=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}I(1;2;3)\\R=\sqrt{14}\end{cases}.$$

17. Tìm bán kính R của mặt cầu đi qua bốn điểm $M(1;0;1)$, $N(1;0;0)$, $P(2;1;0)$ và $Q(1;1;1)$.

A. $R=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cdot$

B. $R=\dfrac{\sqrt{5}}{2}\cdot$

C. $R=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cdot$

D. $R=\dfrac{3}{2}\cdot$

18. Tìm bán kính R của mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $ABCD$, biết tọa độ các đỉnh tứ diện là $A(2;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;2)$, $D(2;2;2)$.

A. $R=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\cdot$

B. $R=\dfrac{2}{\sqrt{3}}\cdot$

C. $R=\sqrt{3}$.

D. $R=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cdot$

19. Phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(3;-1;2)$, $B(1;1;-2)$ và có tâm I thuộc trục Oz là

A. $x^2+y^2+z^2-2z-10=0.$

B. $(x-1)^2+y^2+z^2=11.$

C. $x^2+(y-1)^2+z^2=11.$

D. $x^2+y^2+z^2-2y-11=0.$

Giải. Vì $I \in Oz$ nên gọi $I(0;0;z)$.

Do (S) đi qua A, B nên $IA = IB$

$\Leftrightarrow \sqrt{9+1+(z-2)^2} = \sqrt{1+1+(z+2)^2} \Leftrightarrow z = 1.$

Suy ra $I(0;0;1) \Rightarrow R = IA = \sqrt{11}.$

Do đó $(S): x^2+y^2+(z-1)^2=11$

$\Rightarrow (S): x^2+y^2+z^2-2z-10=0.$ **Chọn A.**

20. Phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(1;2;3)$, $B(-2;1;5)$ và có tâm I thuộc trục Oz là

A. $(S): x^2+y^2+(z-4)^2=6.$

B. $(S): x^2+y^2+(z-4)^2=14.$

C. $(S): x^2+y^2+(z-4)^2=16.$

D. $(S): x^2+y^2+(z-4)^2=9.$

21. Phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(1;2;3)$, $B(4;-6;2)$ và có tâm I thuộc trục Ox là

A. $(S): (x-7)^2+y^2+z^2=6.$

B. $(S): (x+7)^2+y^2+z^2=36.$

C. $(S): (x+7)^2+y^2+z^2=6.$

D. $(S): (x-7)^2+y^2+z^2=36.$

22. Phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(2;0;-2)$, $B(-1;1;2)$ và có tâm I thuộc trục Oy là

A. $(S): x^2+y^2+z^2+2y-8=0.$

B. $(S): x^2+y^2+z^2-2y-8=0.$

C. $(S): x^2+y^2+z^2+2y+8=0.$

D. $(S): x^2+y^2+z^2-2y+8=0.$

23. Phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(3;-1;2)$, $B(1;1;-2)$ và có tâm I thuộc trục Oz là

A. $x^2+y^2+z^2-2z-10=0.$

B. $(x-1)^2+y^2+z^2=11.$

C. $x^2+(y-1)^2+z^2=11.$

D. $x^2+y^2+z^2-2y-11=0.$

24. Phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(1;2;-4)$, $B(1;-3;1)$, $C(2;2;3)$ và tâm $I \in (Oxy)$ là

A. $(x+2)^2+(y-1)^2+z^2=26.$

B. $(x+2)^2+(y-1)^2+z^2=9.$

C. $(x-2)^2+(y-1)^2+z^2=26.$

D. $(x-2)^2+(y-1)^2+z^2=9.$

Giải. Vì $I \in (Oxy)$ nên gọi $I(x;y;0)$. Ta có: $\begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2+4^2} = \sqrt{(x-1)^2+(y+3)^2+1^2} \\ \sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2+4^2} = \sqrt{(x-2)^2+(y-2)^2+3^2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 10y = 10 \\ 2x = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow I(-2;1;0) \Rightarrow R = IA = \sqrt{26}.$$

$\Rightarrow (x+2)^2+(y-1)^2+z^2=26.$ **Chọn đáp án A.**

25. Phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(3;0;-1), B(6;-4;-2), C(7;-1;2)$ và tâm $I \in (Oxy)$ là

A. $(x+7)^2+(y-2)^2+z^2=25.$

B. $(x-5)^2+(y+2)^2+z^2=9.$

C. $(x+5)^2+(y+1)^2+z^2=36.$

D. $(x+7)^2+(y-8)^2+z^2=49.$

26. Phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(2;4;-3)$, $B(6;9;6)$, $C(-3;5;9)$ và tâm $I \in (Oyz)$ là

A. $x^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9.$

B. $x^2+(y-7)^2+(z-3)^2=49.$

C. $x^2+(y-2)^2+(z+5)^2=16.$

D. $x^2+(y+6)^2+(z-1)^2=36.$

27. Phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(1;-1;2)$, $B(-1;3;0)$, $C(-3;1;4)$ và tâm $I \in (Oxz)$ là

A. $(x-5)^2+y^2+(z+1)^2=11.$

B. $(x-7)^2+y^2+(z-6)^2=11.$

C. $(x+2)^2+y^2+(z-1)^2=11.$

D. $(x+2)^2+y^2+(z+1)^2=11.$

28. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và tiếp xúc với trục hoành là

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=13.$

B. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=5.$

C. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=9.$

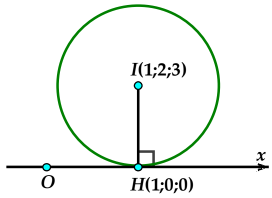
D. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25.$

Giải. Hình chiếu của $I(1;2;3)$ trên Ox là $H(1;0;0)$.

Khi đó $(S):\begin{cases}\bullet\ \text{Tâm: } I(1;2;3)\\ \bullet\ \text{Bán kính: } R=IH=\sqrt{13}\end{cases}$ nên

$(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=13.$ **Chọn A.**

☞ ***Nhận xét:*** *Bài toán viết phương trình mặt cầu khi biết tâm I và tiếp xúc với các trục (hoặc các mặt phẳng tọa độ), thì bán kính chính là khoảng cách từ tâm I đến trục (hoặc mặt phẳng tọa độ), tức $R=IH$, với H là hình chiếu của I. Do đó ta cần thành thạo bài toán hình chiếu.*



29. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;-1;3)$ và tiếp xúc với trục hoành là

A. $(x+1)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=10.$

B. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=9.$

C. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=10.$

D. $(x+1)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=9.$

30. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và tiếp xúc với trục tung là

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=\sqrt{10}.$

B. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=10.$

C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=10.$

D. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9.$

31. Phương trình mặt cầu (S) có $I(2;1;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) là

A. $(x+2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=4.$

B. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=1.$

C. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=4.$

D. $(x+2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=2.$

32. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) là

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=9.$

B. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=14.$

C. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=14.$

D. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9.$

33. Cho phương trình mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=25$. Phương trình của mặt cầu (S') đối xứng với mặt cầu (S) qua mặt phẳng (Oxy) là

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=25$.
B. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=25$.
C. $(x+1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=25$.
D. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=25$.

Giải. (S) có tâm $I(1;1;-1)$ và bán kính $R=5$.

Vì (S') đối xứng với (S) qua (Oxy) nên (S') có tâm $I'(1;1;1)$ sẽ đối xứng với $I(1;1;-1)$ qua (Oxy) và bán kính $R'=R=5$. Do đó:

$(S'):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=25$. **Chọn B.**

☞ *__Cần nhớ__: Khi mặt cầu đối (S') đối xứng với mặt cầu (S) qua trục (hoặc mặt phẳng tọa độ) thì bán kính không thay đổi, nghĩa là luôn có $R=R'$ và chỉ có tâm I' đối xứng qua trục (hoặc mặt phẳng) với I. Do đó học sinh cần nhớ: "Đối xứng: thiếu cái nào đổi dấu cái đó".*

34. Cho phương trình mặt cầu $(S):(x-5)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9$. Phương trình mặt cầu (S') đối xứng với mặt cầu (S) qua mặt phẳng (Oxy) là

A. $(x+5)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$.
B. $(x-5)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=3$.
C. $(x-5)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=9$.
D. $(x+5)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=3$.

35. Cho phương trình mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$. Phương trình mặt cầu (S') đối xứng với mặt cầu (S) qua mặt phẳng (Oyz) là

A. $(x-2)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$.
B. $(x+2)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=9$.
C. $(x+2)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=9$.
D. $(x+2)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$.

36. Cho phương trình mặt cầu $(x-6)^2+(y+1)^2+(z+8)^2=10$. Phương trình mặt cầu (S') đối xứng với mặt cầu (S) qua trục hoành Ox là

A. $(x-6)^2+(y-1)^2+(z-8)^2=10$.
B. $(x-6)^2+(y-1)^2+(z-8)^2=10$.
C. $(x+6)^2+(y+1)^2+(z+8)^2=10$.
D. $(x+6)^2+(y-1)^2+(z-8)^2=10$.

37. Cho phương trình mặt cầu $(x-3)^2+(y-4)^2+(z+5)^2=12$. Phương trình mặt cầu (S') đối xứng với mặt cầu (S) qua trục tung là

A. $(x-3)^2+(y+4)^2+(z+5)^2=12$.
B. $(x+3)^2+(y+4)^2+(z-5)^2=12$.
C. $(x+3)^2+(y-4)^2+(z-5)^2=12$.
D. $(x+3)^2+(y+4)^2+(z+5)^2=12$.

38. Mặt cầu (S) có tâm $I(5;6;8)$, cắt trục Ox tại $A,\ B$ sao cho tam giác IAB vuông tại I có phương trình là

A. $(x-5)^2+(y-6)^2+(z-8)^2=200.$

B. $(x-5)^2+(y-6)^2+(z-8)^2=20.$

C. $(x-5)^2+(y-6)^2+(z-8)^2=100.$

D. $(x-5)^2+(y-6)^2+(z-8)^2=10.$

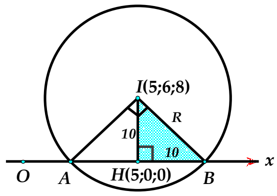
Giải. Ta có: $H(5;0;0)$ là hình chiếu của I lên $Ox.$

Do đó: $IH=HB=10 \Rightarrow R=IB=10\sqrt{2}.$

Suy ra $(S):(x-5)^2+(y-6)^2+(z-8)^2=200.$

Chọn đáp án A.

☞ ***Mở rộng bài toán:*** *Đề bài có thể cho mặt cầu cắt trục $Oy,\ Oz$ và tạo thành tam giác có góc α. Khi đó ta cần nhớ ΔIAB luôn cân tại I và sử dụng* $\sin\widehat{IBH}=\dfrac{IH}{R} \Rightarrow R=IH.\sin\widehat{IBH}.$



39. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;4;3)$ và cắt trục tung tại hai điểm $B,\ C$ sao cho tam giác IBC vuông là

A. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=50.$

B. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=34.$

C. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=16.$

D. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=20.$

40. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(3;3;4)$ và cắt trục Oz tại hai điểm $B,\ C$ sao cho tam giác IBC đều là

A. $(x-3)^2+(y-3)^2+(z+4)^2=16.$

B. $(x-3)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=8.$

C. $(x-3)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=9.$

D. $(x-3)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=25.$

41. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;1)$ và cắt trục Ox tại hai điểm $B,\ C$ sao cho tam giác IBC có góc bằng 120° là

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=8.$

B. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=16.$

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=9.$

D. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=25.$

42. Mặt cầu (S) có tâm $I(1;4;3)$ và cắt trục Ox tại hai điểm $B,\ C$ sao cho $BC=6$ có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=28.$

B. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=34.$

C. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=26.$

D. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=19.$

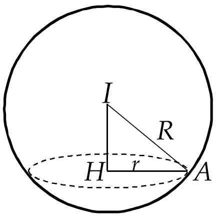
43. Mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16$ cắt mặt phẳng (Oxy) theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng

A. $2\pi\sqrt{7}$.

B. $\pi\sqrt{7}$.

C. 7π.

D. 14π.



Giải. Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R=4$.

Hình chiếu $I(1;2;3)$ lên (Oxy) là $H(1;2;0)\Rightarrow IH=3$.

Trong ΔIHA có $r=IA=\sqrt{R^2-IH^2}=\sqrt{7}$.

Chu vi của đường tròn là $2\pi r=26\pi\sqrt{7}$. **Chọn A.**

44. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-2;3;4)$, cắt mặt phẳng (Oxz) theo một hình tròn có diện tích bằng 16π là

A. $(x+2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=25$.

B. $(x+2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=5$.

C. $(x+2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=16$.

D. $(x+2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=9$.

45. Phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(1;-2;3)$ và có tâm $I\in Ox$, bán kính bằng 7 là

A. $(x+5)^2+y^2+z^2=49$.

B. $(x+7)^2+y^2+z^2=49$.

C. $(x-3)^2+y^2+z^2=49$.

D. $(x-7)^2+y^2+z^2=49$.

46. Cho $A(1;2;3)$, $B(4;2;3)$, $C(4;5;3)$. Phương trình mặt cầu nhận đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC làm đường tròn lớn là

A. $\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\left(y-\frac{7}{2}\right)^2+(z-3)^2=\frac{9}{2}\cdot$

B. $(x-3)^2+(y-3)^2+(z-3)^2=18$.

C. $(x-3)^2+(y-3)^2+(z-3)^2=9$.

D. $(x-4)^2+\left(y-\frac{7}{2}\right)^2+(z-3)^2=18$.

47. Cho $A(2;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;2)$. Tìm bán kính mặt cầu nội tiếp tứ diện $OABC$.

A. $\frac{2}{3+\sqrt{3}}\cdot$ **B.** $\frac{4}{3+2\sqrt{3}}\cdot$

C. $\frac{3}{6+2\sqrt{3}}\cdot$ **D.** $\frac{5}{6+2\sqrt{3}}\cdot$

BÀI TẬP VỀ NHÀ 1

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véctơ $\vec{u}=(-2;2;5)$, $\vec{v}=(0;1;2)$. Tính tích vô hướng $\vec{u}.\vec{v}$.

A. $\vec{u}.\vec{v}=12.$ **B.** $\vec{u}.\vec{v}=13.$

C. $\vec{u}.\vec{v}=10.$ **D.** $\vec{u}.\vec{v}=14.$

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véctơ $\vec{u}=(-1;0;2)$ và $\vec{v}=(x;-2;1)$. Biết rằng $\vec{u}.\vec{v}=4$, khi đó $\left|\vec{v}\right|$ bằng

A. 2. **B.** 3.

C. $\sqrt{21}$. **D.** 5.

Câu 3. **(Đề thi THPT QG năm học 2017 – Mã đề 104)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;3;-1)$, $N(-1;1;1)$ và $P(1;m-1;2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N.

A. $m=-6.$ **B.** $m=0.$

C. $m=-4.$ **D.** $m=2.$

Câu 4. **(Đề thi THPT QG năm học 2017 – Mã đề 105)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai véctơ $\vec{a}=(2;1;0)$ và $\vec{b}=(-1;0;-2)$. Tính $\cos(\vec{a},\vec{b})$.

A. $\cos(\vec{a},\vec{b})=-\dfrac{2}{25}\cdot$ **B.** $\cos(\vec{a},\vec{b})=-\dfrac{2}{5}\cdot$

C. $\cos(\vec{a},\vec{b})=\dfrac{2}{25}\cdot$ **D.** $\cos(\vec{a},\vec{b})=\dfrac{2}{5}\cdot$

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véctơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ tạo với nhau góc 120°. Tính $\left|\vec{u}-\vec{v}\right|$, biết rằng $\left|\vec{u}\right|=3$ và $\left|\vec{v}\right|=5$.

A. $\left|\vec{u}-\vec{v}\right|=2\sqrt{2}.$ **B.** $\left|\vec{u}-\vec{v}\right|=2\sqrt{3}.$

C. $\left|\vec{u}-\vec{v}\right|=2\sqrt{5}.$ **D.** $\left|\vec{u}-\vec{v}\right|=7.$

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véctơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ tạo với nhau góc 60°. Tìm số đo góc α giữa hai véctơ $\vec{v}$ và véctơ $\vec{u}-\vec{v}$, biết rằng $\left|\vec{u}\right|=2\sqrt{5}$ và $\left|\vec{v}\right|=\sqrt{5}$.

A. $\alpha=30^\circ.$

B. $\alpha=45^\circ.$

C. $\alpha=60^\circ.$

D. $\alpha=90^\circ.$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véctơ $\vec{u}=(-2;5;3)$, $\vec{v}=(-4;1;-2)$. Tính $\left|[\vec{u},\vec{v}]\right|$.

A. $\left|[\vec{u},\vec{v}]\right|=\sqrt{216}.$ **B.** $\left|[\vec{u},\vec{v}]\right|=\sqrt{405}.$

C. $\left|[\vec{u},\vec{v}]\right|=\sqrt{749}.$ **D.** $\left|[\vec{u},\vec{v}]\right|=\sqrt{708}.$

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba véctơ $\vec{u}=(1;2;1)$, $\vec{v}=(-1;1;2)$ và $\vec{w}=(m;\ 3m;\ m+2)$. Hãy tìm tham số thực m để ba véctơ $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ đồng phẳng ?

A. $x=2.$

B. $x=1.$

C. $x=-2.$

D. $x=-1.$

Câu 9. **(THPT Mộ Đức – Quãng Ngãi năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1)$, $B(0;-2;3)$. Tính diện tích tam giác OAB với O là gốc tọa độ.

A. $\dfrac{\sqrt{29}}{6}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{29}}{2}$.

C. $\dfrac{\sqrt{78}}{2}$. **D.** $\dfrac{7}{2}$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ có đỉnh $A(1;1;1)$, $B(2;3;4)$, $C(6;5;2)$. Tính diện tích S của hình bình hành $ABCD$.

A. $S = 3\sqrt{83}$. **B.** $S = \sqrt{83}$.

C. $S = 2\sqrt{83}$. **D.** $S = 83$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;1)$, $D(4;5;6)$. Tính thể tích V khối tứ diện $ABCD$.

A. $V = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$. **B.** $V = \dfrac{5}{\sqrt{3}}$.

C. $V = \dfrac{14}{3}$. **D.** $V = \dfrac{7}{3}$.

Câu 12. **(Đề minh họa Bộ GD & ĐT năm học 2017)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S).

A. $I(-1;2;1)$ và $R = 3$. **B.** $I(1;-2;-1)$ và $R = 3$.

C. $I(-1;2;1)$ và $R = 9$. **D.** $I(1;-2;-1)$ và $R = 9$.

Câu 13. **(Đề Thi THPTQG năm 2017 Mã đề 110)** Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu.

A. $m \le 6$. **B.** $m > 6$.

C. $m < 6$. **D.** $m \ge 6$.

Câu 14. **(Đề thi THPT QG 2017 – Mã đề 123)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm I bán kính IM ?

A. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{13}$.

B. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 13$.

C. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 17$.

D. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 13$.

Câu 15. **(Sở GD & ĐT Cần Thơ năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;2;3)$ và $N(-1;2;-1)$. Mặt cầu đường kính MN có phương trình là

A. $x^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = \sqrt{20}$.

B. $x^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = \sqrt{5}$.

C. $x^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 5$.

D. $x^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 20$.

Câu 16. **(THPT Chuyên ĐHSP Hà Nội năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, gọi (S) là mặt cầu đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và có tâm I thuộc tia Ox và bán kính bằng 7. Phương trình mặt cầu (S) là

A. $(x+5)^2+y^2+z^2=49$.

B. $(x+7)^2+y^2+z^2=49$.

C. $(x-3)^2+y^2+z^2=49$.

D. $(x-7)^2+y^2+z^2=49$.

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;-2;3)$. Hỏi phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với trục tung.

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=\sqrt{10}$.

B. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=10$.

C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=10$.

D. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$.

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$ và $C(0;0;1)$. Hãy viết phương trình mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $OABC$, với O là gốc tọa độ.

A. $(S): x^2+y^2+z^2+x-y-z=0$.

B. $(S): x^2+y^2+z^2-x-y+z=0$.

C. $(S): x^2+y^2+z^2-x+y-z=0$.

D. $(S): x^2+y^2+z^2-x-y-z=0$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;0;2)$ và mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=3$. Gọi d_1 là khoảng cách ngắn nhất từ A đến một điểm thuộc (S) và d_2 là khoảng cách dài nhất từ điểm A đến một điểm thuộc (S). Tính d_1+d_2.

A. $d_1+d_2=4\sqrt{3}$. **B.** $d_1+d_2=2\sqrt{3}$.

C. $d_1+d_2=6\sqrt{3}$. **D.** $d_1+d_2=8\sqrt{3}$.

Câu 20. Trong không gian với hệ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+5)^2=16$ và điểm $A(1;2;-1)$. Tìm tọa độ điểm $B\in(S)$ sao cho AB có độ dài lớn nhất.

A. $B(-3;-6;11)$.

B. $B(1;2;9)$.

C. $B(-1;-2;1)$.

D. $B(1;2;9)$.

ĐÁP ÁN BÀI TẬP VỀ NHÀ 1

1.A	2.B	3.B	4.B	5.D	6.D	7.C	8.A	9.B	10.C
11.D	12.A	13.C	14.B	15.C	16.D	17.B	18.D	19.A	20.D

BÀI TẬP VỀ NHÀ 2

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;4)$, $B(-2;2;-6)$, $C(6;0;-1)$. Tính $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$.

A. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=-67$. B. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=65$.

C. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=67$. D. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=33$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véctơ $\vec{u}=(2;3;1)$ và $\vec{v}=(5;6;4)$. Tồn tại véctơ $\vec{z}=(a;b;1)$ thỏa mãn $\vec{z}\perp\vec{u}$ và $\vec{z}\perp\vec{v}$. Tính $S=a+b$.

A. $S=-2$. B. $S=1$.

C. $S=-1$. D. $S=2$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, gọi α là góc giữa $\vec{u}=(1;-2;1)$ và $\vec{v}=(-2;1;1)$. Tìm α.

A. $\alpha=\dfrac{5\pi}{6}\cdot$ B. $\alpha=\dfrac{\pi}{3}\cdot$

C. $\alpha=\dfrac{\pi}{6}\cdot$ D. $\alpha=\dfrac{2\pi}{3}\cdot$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véctơ $\vec{u}=(1;1;1)$ và $\vec{v}=(0;1;m)$. Hãy tìm tất cả các tham số thực m để góc giữa véctơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ có số đo bằng $45°$.

A. $m=\pm\sqrt{3}$. B. $m=2\pm\sqrt{3}$.

C. $m=1\pm\sqrt{3}$. D. $m=\pm\sqrt{2}$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véctơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ tạo với nhau góc $120°$, đồng thời có $\left|\vec{a}\right|=2$ và $\left|\vec{b}\right|=5$. Gọi hai véctơ $\vec{u}$, $\vec{v}$ thỏa $\vec{u}=k.\vec{a}-\vec{b}$ và $\vec{v}=\vec{a}+2\vec{b}$. Hãy tìm số thực k để $\vec{u}\perp\vec{v}$.

A. $k=-\dfrac{45}{6}\cdot$ B. $k=\dfrac{45}{6}\cdot$

C. $k=\dfrac{6}{45}\cdot$ D. $k=-\dfrac{6}{45}\cdot$

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1;0;3)$, $B(2;-2;0)$ và $C(-3;2;1)$. Hãy tính độ dài đường cao AH kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC.

A. $AH=\dfrac{2\sqrt{651}}{21}\cdot$ B. $AH=\dfrac{\sqrt{651}}{21}\cdot$

C. $AH=\dfrac{\sqrt{651}}{3}\cdot$ D. $AH=\dfrac{\sqrt{651}}{7}\cdot$

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tính thể tích V của tứ diện $ABCD$ với $A(2;3;1)$, $B(4;1;-2)$, $C(6;3;7)$ và $D(1;-2;2)$.

A. $V=\dfrac{70}{3}\cdot$ B. $V=140$.

C. $V=70$. D. $V=\dfrac{140}{3}\cdot$

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ biết rằng $A(0;-1;3)$, $B(2;1;0)$, $C(-1;3;3)$, $D(1;-1;-1)$. Tính chiều cao AH của tứ diện.

A. $AH = \dfrac{\sqrt{29}}{2}\cdot$ **B.** $AH = \dfrac{14}{\sqrt{29}}\cdot$

C. $AH = \sqrt{29}.$ **D.** $AH = \dfrac{1}{\sqrt{29}}\cdot$

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;-1;1)$, $B(3;1;2)$ và $C(-1;0;3)$. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

A. $I\left(-1;-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)\cdot$ **B.** $I\left(1;\dfrac{1}{2};\dfrac{5}{2}\right)\cdot$

C. $I\left(2;\dfrac{1}{2};-\dfrac{1}{2}\right)\cdot$ **D.** $I\left(2;\dfrac{1}{2};\dfrac{5}{2}\right)\cdot$

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hãy xác định tâm I và bán kính R của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 10 = 0$.

A. $I(1;-2;3),\ R = 2.$ **B.** $I(-1;2;-3),\ R = 2.$

C. $I(-1;2;-3),\ R = 4.$ **D.** $I(1;-2;3),\ R = 4.$

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho $x^2 + y^2 + z^2 - 2mx + 2(m-2)y - 2(m+3)z + 8m + 37 = 0$ là mặt cầu.

A. $m \le -2$ hay $m \ge 4.$

B. $m < -4$ hay $m > -2.$

C. $m < -2$ hay $m > 4.$

D. $m < -4$ hay $m > 2.$

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm $I(1;2;-4)$ và thể tích của khối cầu tương ứng bằng 36π.

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 9.$

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 9.$

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 9.$

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 3.$

Câu 13. **(Sở GD & ĐT Tp Hồ Chí Minh cụm 7 năm 2017)** Trong không gian với hệ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-3)$ bán kính $R = 2$. Viết phương trình mặt cầu (S).

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z + 10 = 0.$

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 2.$

C. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + 10 = 0.$

D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 2^2.$

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hỏi phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu có tâm $I(-1;2;1)$ và đi qua điểm $A(0;4;-1)$?

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9.$

B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3.$

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3.$

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9.$

Câu 15. **(Sở GD & ĐT Tp Hồ Chí Minh cụm 2 năm 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;0;-1)$ và $B(5;0;-3)$. Viết phương trình của mặt cầu (S) đường kính AB.

A. $(S):(x-2)^2+y^2+(z+2)^2=4.$

B. $(S):x^2+y^2+z^2-8x+4z+18=0.$

C. $(S):(x-4)^2+y^2+(z+2)^2=8.$

D. $(S):x^2+y^2+z^2-8x+4z+12=0.$

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hỏi phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu có tâm $I(1;2;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) ?

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4.$

B. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=1.$

C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9.$

D. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25.$

Câu 17. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) đi qua hai điểm $A(1;2;3)$, $B(4;-6;2)$ và có tâm nằm trên trục hoành Ox.

A. $(S):(x-7)^2+y^2+z^2=6.$

B. $(S):(x+7)^2+y^2+z^2=36.$

C. $(S):(x+7)^2+y^2+z^2=6.$

D. $(S):(x-7)^2+y^2+z^2=49.$

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hãy tìm bán kính R của mặt cầu đi qua bốn điểm $M(1;0;1)$, $N(1;0;0)$, $P(2;1;0)$ và $Q(1;1;1)$.

A. $R=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cdot$ **B.** $R=\dfrac{3}{2}\cdot$

C. $R=1.$ **D.** $R=\sqrt{3}.$

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu (S) có tâm $A(1;4;3)$ và cắt trục Ox tại hai điểm B, C sao cho $BC=6$.

A. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=28.$

B. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=34.$

C. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=26.$

D. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=19.$

Câu 20. Trong không gian với hệ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16.$ Hỏi (S) cắt mặt phẳng (Oxy) theo một đường tròn có chu vi C bằng bao nhiêu ?

A. $C=2\pi\sqrt{7}.$ **B.** $C=\pi\sqrt{7}.$

C. $C=7\pi.$ **D.** $C=14\pi.$

ĐÁP ÁN BÀI TẬP VỀ NHÀ 2

1.D	2.C.D	3.D	4.B	5.A	6.A	7.A	8.B	9.B	10.A
11.C	12.A	13.A	14.A	15.B	16.B	17.D	18.A	19.B	20.A

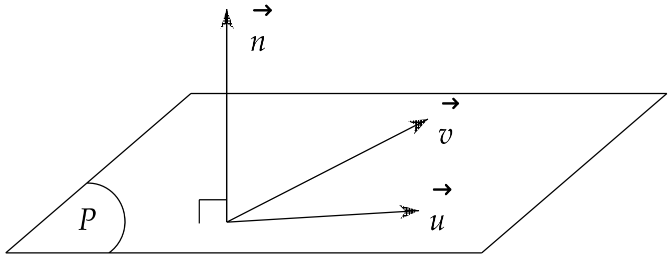
§ 2. PHÖÔNG TRÌNH MAT PHANG

☆☆☆

KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NHỚ

1. Véctơ pháp tuyến – Véctơ chỉ phương

- Véctơ pháp tuyến (VTPT) của mặt phẳng (P) là $\vec{n} \perp (P)$, $\vec{n} \neq \vec{0}$.
- Véctơ chỉ phương (VTCP) $\vec{u}$ của mặt phẳng (P) là véctơ có giá song song hoặc nằm trong (P).
- Nếu mặt phẳng (P) có cặp VTCP là $\vec{u},\ \vec{v}$ thì (P) có VTPT là $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{v}]$.
- Nếu $\vec{n} \neq \vec{0}$ là 1 véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) thì $k.\vec{n},\ (k \neq 0)$ cũng là véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).



➢ **Chẳng hạn**:

$\vec{n}_{(P)} = (2;-4;8) = 2.(1;-2;4)$ thì $\vec{n} = (1;-2;4)$ cũng là một véctơ pháp tuyến của (P).

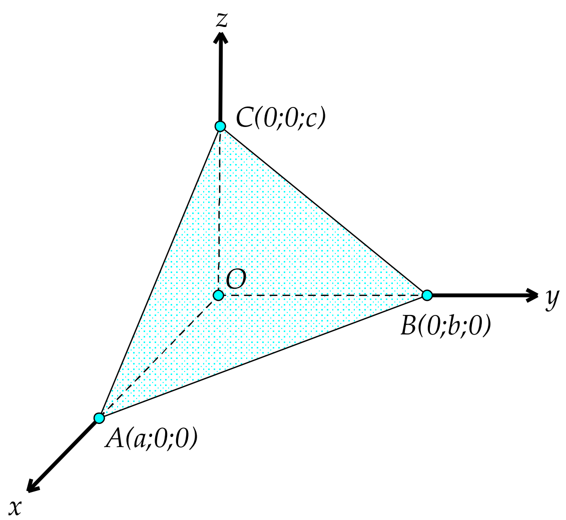
2. Phương trình tổng quát của mặt phẳng

- Phương trình tổng quát của mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$ có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n} = (a;b;c)$. Chẳng hạn: $(P): 2x - 3y + z - 1 = 0 \Rightarrow$ một VTPT $\vec{n}_{(P)} = (2;-3;1)$.
- Để viết phương trình mặt phẳng (P), **cần xác định 1 điểm đi qua và 1 VTPT.**

$$(P): \begin{cases} \bullet \text{ Qua } M(x_\circ; y_\circ; z_\circ) \\ \bullet \text{ VTPT}: \vec{n}_{(P)} = (a;b;c) \end{cases} \Rightarrow \boxed{(P): a(x - x_\circ) + b(y - y_\circ) + c(z - z_\circ) = 0}.$$

3. Phương trình mặt phẳng đoạn chắn

Nếu mặt phẳng (P) cắt ba trục tọa độ lần lượt tại các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $(abc \neq 0)$ thì $(P): \boxed{\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} + \dfrac{z}{c} = 1}$ gọi là phương trình mặt phẳng đoạn chắn.



➢ **Chứng minh**:

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-a;b;0) \\ \overrightarrow{AC} = (-a;0;c) \end{cases} \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (bc;\ ac;\ ab).$$

$$\Rightarrow (P): \begin{cases} \bullet \text{ Qua } A(a;0;0) \\ \bullet \text{ VTPT}: \vec{n}_{(P)} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (bc;\ ac;\ ab) \end{cases}$$

Suy ra $(P): bc.(x - a) + ac.(y - 0) + ab.(z - 0) = 0$

$\Rightarrow (P): bc.x + ac.y + ab.z = abc$

$$\xrightarrow{\text{chia } abc \neq 0} \boxed{(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1}.$$

4. Các mặt phẳng tọa độ (thiếu cái gì, cái đó bằng 0).

- Mặt phẳng $(Oxy): z = 0$ nên (Oxy) có VTPT $\vec{n}_{(Oxy)} = \vec{k} = (0;0;1)$.
- Mặt phẳng $(Oyz): x = 0$ nên (Oyz) có VTPT $\vec{n}_{(Oyz)} = \vec{i} = (1;0;0)$.
- Mặt phẳng $(Oxz): y = 0$ nên (Oxz) có VTPT $\vec{n}_{Oxz} = \vec{j} = (0;1;0)$.

5. Khoảng cách

- Khoảng cách từ điểm $M(x_M;y_M;z_M)$ đến mặt phẳng $(P): ax+by+cz+d=0$ được xác định bởi công thức: $\boxed{d(M;(P)) = \dfrac{\left|ax_M+by_M+cz_M+d\right|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}}$.
- Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song có cùng véctơ pháp tuyến:

  Cho 2 mặt phẳng song song $(P): ax+by+cz+d=0$ và $(Q): ax+by+cz+d'=0$.

  Khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó là $\boxed{d\big((Q),(P)\big) = \dfrac{\left|d-d'\right|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}}$.

6. Góc

Cho hai mặt phẳng $(\alpha): A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ và $(\beta): A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$.

Ta luôn có: $\boxed{\cos\big((\alpha),(\beta)\big) = \dfrac{\left|\vec{n}_1.\vec{n}_2\right|}{\left|\vec{n}_1\right|.\left|\vec{n}_2\right|}} = \dfrac{\left|A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2\right|}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}.\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}$.

✓ **<u>Cần nhớ</u>: Góc giữa 2 mặt phẳng là góc nhọn, còn góc giữa 2 véctơ có thể nhọn hoặc tù.**

7. Vị trí tương đối

a) <u>Vị trí tương đối của hai mặt phẳng</u>

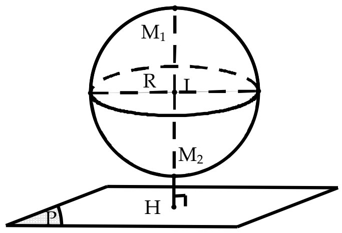
Cho hai mặt phẳng $(P): A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ và $(Q): A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$.

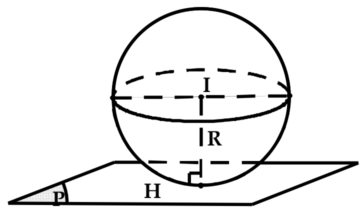
- (P) cắt $(Q) \Leftrightarrow \dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} \neq \dfrac{C_1}{C_2} \neq \dfrac{D_1}{D_2}$.
- $(P) \parallel (Q) \Leftrightarrow \dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2} \neq \dfrac{D_1}{D_2}$.
- $(P) \equiv (Q) \Leftrightarrow \dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2} = \dfrac{D_1}{D_2}$.
- $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2=0$.

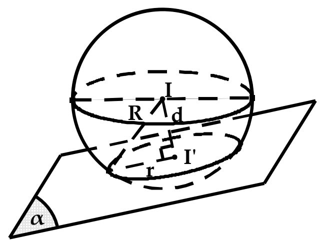
b) <u>Vị trí tương đối của mặt phẳng và mặt cầu</u>

Cho mặt cầu $S(I;R)$ và mặt phẳng (P). Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên (P) và có $d = IH$ là khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P). Khi đó:

Nếu $d > R$: Mặt cầu và mặt phẳng không có điểm chung.	Nếu $d = R$: Mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu. Lúc đó (P) là mặt phẳng tiếp diện của (S) và H là tiếp điểm.	Nếu $d < R$: Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo thiết diện là đường tròn có tâm I' và bán kính $r = \sqrt{R^2 - IH^2}$.



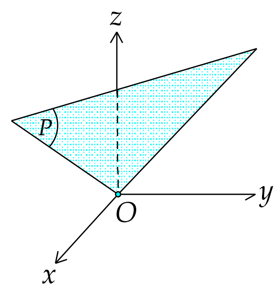




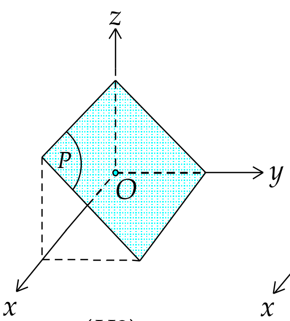
Lưu ý: Chu vi của đường tròn giao tuyến $C = 2\pi r$, diện tích đường tròn $S = \pi r^2$. Nếu $d_{[I;(P)]} = 0$ thì giao tuyến là một đường tròn qua tâm I và được gọi là đường tròn lớn. Lúc này (P) được gọi là mặt phẳng kính của mặt cầu (S).

8. Các trường hợp đặc biệt của mặt phẳng

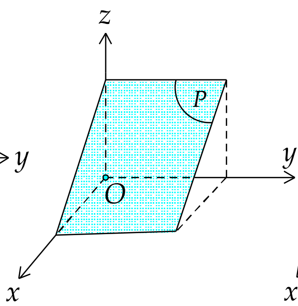
Các hệ số	Phương trình mặt phẳng (P)	Tính chất mặt phẳng (P)
$D = 0$	$(P): Ax + By + Cz = 0 \quad (H1)$	(P) đi qua gốc tọa độ O
$A = 0$	$(P): By + Cz + D = 0 \quad (H2)$	$(P) \parallel Ox$ hoặc $(P) \supset Ox$
$B = 0$	$(P): Ax + Cz + D = 0 \quad (H3)$	$(P) \parallel Oy$ hoặc $(P) \supset Oy$
$C = 0$	$(P): Ax + By + D = 0 \quad (H4)$	$(P) \parallel Oz$ hoặc $(P) \supset Oz$
$A = B = 0$	$(P): Cz + D = 0 \quad (H5)$	$(P) \parallel (Oxy)$ hoặc $(P) \equiv (Oxy)$
$A = C = 0$	$(P): By + D = 0 \quad (H6)$	$(P) \parallel (Oxz)$ hoặc $(P) \equiv (Oxz)$
$B = C = 0$	$(P): Ax + D = 0 \quad (H7)$	$(P) \parallel (Oyz)$ hoặc $(P) \equiv (Oyz)$



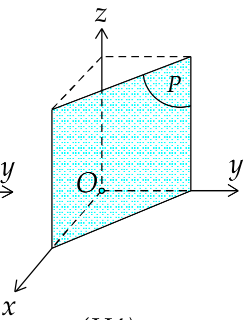
(H1)



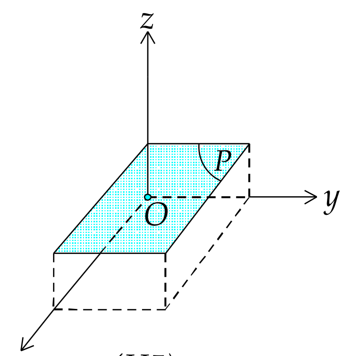
(H2)



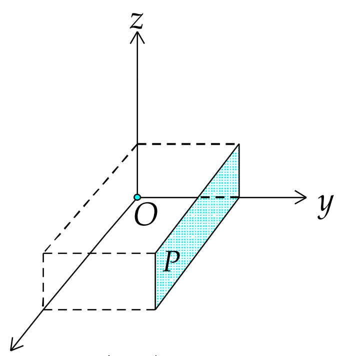
(H3)



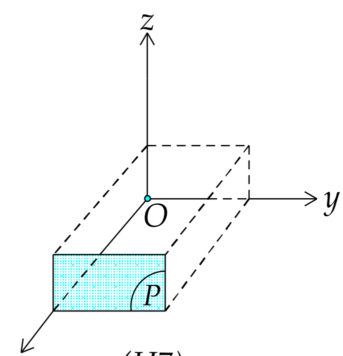
(H4)



(H5)



(H6)



(H7)

Dạng toán 1: Xác định các yếu tố cơ bản của mặt phẳng

1. Cho mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$. Véctơ nào là một véctơ pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}_4 = (-1;0-1)$. **B.** $\vec{n}_1 = (3;-1;2)$.

C. $\vec{n}_3 = (3;-1;0)$. **D.** $\vec{n}_2 = (3;0;-1)$.

☞ **Cần nhớ**: Mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$ có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n} = (a;b;c)$.

2. Cho mặt phẳng $(P): -3x + 2z - 1 = 0$. Véctơ nào là véctơ pháp tuyến của (P).

A. $\vec{n} = (-3;2;-1)$. **B.** $\vec{n} = (3;2;-1)$.

C. $\vec{n} = (-3;0;2)$. **D.** $\vec{n} = (3;0;2)$.

☞ **Cần nhớ**: ....

3. Cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 1 = 0$. Véctơ nào là véctơ pháp tuyến của (P).

A. $\vec{n} = (2;-1;-1)$. **B.** $\vec{n} = (-2;1;-1)$.

C. $\vec{n} = (2;1;-1)$. **D.** $\vec{n} = (-1;1;-1)$.

☞ **Cần nhớ**: ....

4. Trong không gian $Oxyz$, véctơ nào sau đây là một véctơ pháp tuyến của (P). Biết $\vec{u} = (1;-2;0)$, $\vec{v} = (0;2;-1)$ là cặp véctơ chỉ phương của (P).

A. $\vec{n} = (1;2;0)$. **B.** $\vec{n} = (2;1;2)$.

C. $\vec{n} = (0;1;2)$. **D.** $\vec{n} = (2;-1;2)$.

☞ **Cần nhớ**: Nếu $\vec{a}$, $\vec{b}$ là cặp véctơ chỉ phương của mặt phẳng (P) thì VTPT là $\vec{n}_{(P)} = [\vec{a},\vec{b}]$.

5. Tìm một VTPT của mặt phẳng (P) khi biết cặp véctơ chỉ phương là $\vec{u} = (2;1;2)$, $\vec{v} = (3;2;-1)$.

A. $\vec{n} = (-5;8;1)$. **B.** $\vec{n} = (5;-8;1)$.

C. $\vec{n} = (1;1;-3)$. **D.** $\vec{n} = (-5;8;-1)$.

6. Trong không gian $Oxyz$, véctơ nào sau đây là một véctơ pháp tuyến của (P). Biết $\vec{a} = (-1;-2;-2)$, $\vec{b} = (-1;0;-1)$ là cặp véctơ chỉ phương của (P).

A. $\vec{n} = (2;1;2)$. **B.** $\vec{n} = (2;-1;-2)$.

C. $\vec{n} = (2;1;-2)$. **D.** $\vec{n} = (-2;1;-2)$.

7. Cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z = 5$. Điểm nào dưới đây thuộc (P).

A. $Q(2;-1;5)$. **B.** $P(0;0;-5)$.

C. $N(-5;0;0)$. **D.** $M(1;1;6)$.

8. Tìm m để điểm $M(m;1;6)$ thuộc mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 5 = 0$.

A. $m = 1$. **B.** $m = -1$.

C. $m = 3$. **D.** $m = 2$.

9. Tìm m để điểm $A(m;m-1;1+2m)$ thuộc mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 1 = 0$.

A. $m = -1$. **B.** $m = 1$.

C. $m = -2$. **D.** $m = 2$.

Dạng toán 2: Khoảng cách, góc và vị trí tương đối

1. Khoảng cách

— Khoảng cách từ điểm $M(x_M;y_M;z_M)$ đến mặt phẳng $(P): ax+by+cz+d=0$ được xác định bởi công thức: $\boxed{d(M;(P))=\dfrac{|ax_M+by_M+cz_M+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}}$.

— Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song có cùng véctơ pháp tuyến:
Cho 2 mặt phẳng song song $(P): ax+by+cz+d=0$ và $(Q): ax+by+cz+d'=0$.
Khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó là $\boxed{d\big((Q),(P)\big)=\dfrac{|d-d'|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}}$.

2. Góc

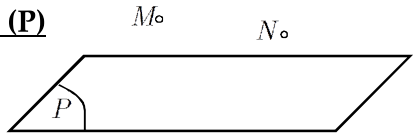
Cho hai mặt phẳng $(\alpha): A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ và $(\beta): A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$.

Ta luôn có: $\boxed{\cos\big((\alpha),(\beta)\big)=\dfrac{|\vec{n}_1.\vec{n}_2|}{|\vec{n}_1|.|\vec{n}_2|}}=\dfrac{|A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}.\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}$.

✓ ***Cần nhớ**: Góc giữa 2 mặt phẳng là góc nhọn, còn góc giữa 2 véctơ có thể nhọn hoặc tù.*

3. Vị trí tương đối

a) Vị trí tương đối giữa hai điểm M, N với mặt phẳng (P)



Xét hai điểm $M(x_M;y_M;z_M),\ N(x_N;y_N;z_N)$
Và mặt phẳng $(P): ax+by+cz+d=0$.

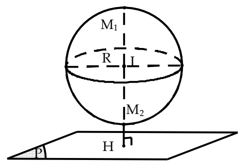
- Nếu $(ax_M+by_M+cz_M+d)(ax_N+by_N+cz_N+d)<0$ thì $M,\ N$ nằm 2 bên so (P).
- Nếu $(ax_M+by_M+cz_M+d)(ax_N+by_N+cz_N+d)>0$ thì $M,\ N$ nằm 1 bên so (P).

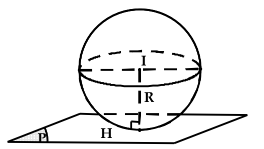
b) Vị trí tương đối của hai mặt phẳng

Cho hai mặt phẳng $(P): A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ và $(Q): A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$.

- (P) cắt $(Q) \Leftrightarrow \dfrac{A_1}{A_2}=\dfrac{B_1}{B_2}\neq\dfrac{C_1}{C_2}\neq\dfrac{D_1}{D_2}$.
- $(P)\parallel(Q) \Leftrightarrow \dfrac{A_1}{A_2}=\dfrac{B_1}{B_2}=\dfrac{C_1}{C_2}\neq\dfrac{D_1}{D_2}$.
- $(P)\equiv(Q) \Leftrightarrow \dfrac{A_1}{A_2}=\dfrac{B_1}{B_2}=\dfrac{C_1}{C_2}=\dfrac{D_1}{D_2}$.
- $(P)\perp(Q) \Leftrightarrow A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2=0$.

c) Vị trí tương đối của mặt phẳng và mặt cầu



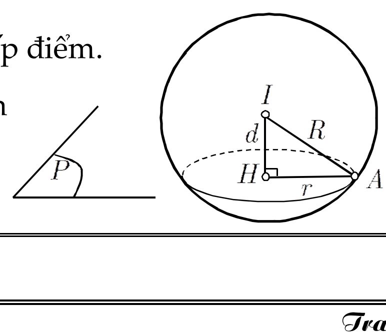


Cho mặt cầu $S(I;R)$ và mặt phẳng (P).

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên (P)

và có $d=IH$ là khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P). Khi đó:

- Nếu $d>R$: Mặt cầu và mặt phẳng không có điểm chung.
- Nếu $d=R$: Mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu.
  Lúc đó (P) là mặt phẳng tiếp diện của (S) và H là tiếp điểm.
- Nếu $d<R$: mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo thiết diện là đường tròn có tâm H và bán kính $r=\sqrt{R^2-IH^2}$.



1. Khoảng cách từ điểm $A(1;-2;3)$ đến mặt phẳng $(P): 3x+4y+2z+4=0$ bằng

A. $\frac{5}{9}\cdot$ **B.** $\frac{5}{29}\cdot$ **C.** $\frac{5\sqrt{29}}{29}\cdot$ **D.** $\frac{\sqrt{5}}{3}\cdot$

Ta có: $d_{[A;(P)]}=\frac{|3x_A+4y_A+2z_A+4|}{\sqrt{3^2+4^2+2^2}}$

$=\frac{|3.1+4.(-2)+2.3+4|}{\sqrt{29}}=\frac{5\sqrt{29}}{29}\cdot$ **Chọn C.**

2. Khoảng cách từ điểm $M(1;2;-3)$ đến mặt phẳng $(P): x+2y-2z-2=0$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** $\frac{\sqrt{13}}{3}\cdot$ **D.** $\frac{11}{3}\cdot$

3. Gọi H là hình chiếu của điểm $A(2;-1;-1)$ lên mặt $(P): 16x-12y-15z-4=0$. Độ dài của đoạn AH bằng

A. 55. **B.** 11/5. **C.** 11/25. **D.** 22/5.

4. Gọi H là hình chiếu của điểm $A(1;-2;-3)$ lên mặt phẳng $(P): x+2y-2z+3=0$. Độ dài đoạn thẳng AH bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 2/3. **D.** 1/3.

5. Gọi B là điểm đối xứng với $A(1;-2;-1)$ qua mặt phẳng $(P): 2x+2y-z+3=0$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. 16/3. **B.** 20/3. **C.** 4/3. **D.** 8/3.

6. Gọi B là điểm đối xứng với $A(2;3;-1)$ qua mặt phẳng $(P): 2x+2y+z+5=0$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. 28/3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 32/3.

7. Cho mặt cầu (S) có tâm $I(4;2;-2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 12x-5z-19=0$. Bán kính R của mặt cầu (S) bằng

A. $\frac{39}{2}\cdot$ **B.** $\frac{\sqrt{39}}{5}\cdot$ **C.** 13. **D.** 3.

8. Cho mặt phẳng $(P): 4x+3y-2z+1=0$ và điểm $I(0;-2;1)$. Bán kính R của hình cầu tâm I tiếp xúc với (P) bằng

A. 3. **B.** $\frac{5\sqrt{29}}{29}\cdot$ **C.** $\frac{3\sqrt{29}}{29}\cdot$ **D.** $\frac{7\sqrt{29}}{29}\cdot$

9. Cho $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;6)$, $D(2;4;6)$. Khoảng cách từ điểm D đến (ABC) bằng

A. 24/7. **B.** 16/7. **C.** 8/7. **D.** 12/7.

Ta có (ABC) là mặt phẳng đoạn chắn nên có dạng $(ABC): \frac{x}{2}+\frac{y}{4}+\frac{z}{6}=1$

$\Rightarrow (ABC): 6x+3y+2z-12=0.$

$d_{[D;(ABC)]}=\frac{|6.2+3.4+2.6-12|}{\sqrt{6^2+3^2+2^2}}=\frac{27}{4}\cdot$

10. Cho $A(1;0;0)$, $B(1;2;0)$, $C(0;3;0)$. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (ABC) bằng

A. 3/7. **B.** 6/7. **C.** 2/7. **D.** 1/7.

11. Cho mặt phẳng $(P): x+2y-2z+3=0$ và mặt phẳng $(Q): x+2y-2z-1=0.$ Khoảng cách giữa (P) và (Q) bằng

A. $4/9.$ **B.** $4/3.$ **C.** $2/3.$ **D.** $4.$

Vì $(P) \parallel (Q)$ và cùng VTPT nên ta có:

$$d_{[(Q),(P)]} = \frac{|d-d'|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \frac{|3-(-1)|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}} = \frac{4}{3}\cdot$$

Chọn đáp án B.

12. Cho mặt phẳng $(P): 2x+2y+z-3=0$ và mặt phẳng $(Q): 2x+2y+z+5=0.$ Khoảng cách giữa (P) và (Q) bằng

A. $5/3.$ **B.** $8/3.$ **C.** $11/2.$ **D.** $14/5.$

13. Cho mặt phẳng $(P): x+y-z+5=0$ và mặt phẳng $(Q): 2x+2y-2z+3=0.$ Khoảng cách giữa (P) và (Q) bằng

A. $\dfrac{2}{\sqrt{3}}\cdot$ **B.** $2.$ **C.** $\dfrac{7}{2\sqrt{3}}\cdot$ **D.** $\dfrac{7}{\sqrt{3}}\cdot$

14. Cho $(P): x+2y+2z+m=0$ và $A(1;1;1).$ Có hai giá trị của m là $m_1,\ m_2$ thỏa mãn $d\left[A,(P)\right]=1.$ Giá trị $m_1m_2\left|m_1+m_2\right|$ bằng

A. $160.$ **B.** $-96.$ **C.** $-6.$ **D.** $264.$

15. Cho điểm $M(0;0;m) \in Oz$ và mặt phẳng $(P): 2x-y-2z-2=0$ thỏa $d[M;(P)]=2.$ Tổng các giá trị m bằng

A. $1.$ **B.** $-2.$ **C.** $0.$ **D.** $2.$

16. Cho $(P): 2x+3y+z-17=0.$ Tìm điểm $M \in Oz$ thỏa khoảng cách từ M đến (P) bằng khoảng cách từ M đến $A(2;3;4)$

A. $(0;0;1).$ **B.** $(0;0;2).$ **C.** $(0;0;3).$ **D.** $(0;0;7).$

17. Tính góc giữa mặt $(P): x-2y-z+2=0$ và $(Q): 2x-y+z+1=0.$

A. $60°.$ **B.** $90°.$ **C.** $30°.$ **D.** $120°.$

Cần nhớ công thức $\boxed{\cos\left((P),(Q)\right) = \dfrac{\left|\vec{n}_1.\vec{n}_2\right|}{\left|\vec{n}_1\right|.\left|\vec{n}_2\right|}}$

Ta có: $\vec{n}_{(P)} = (1;-2;-1), \vec{n}_{(Q)} = (2;-1;1).$

$$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{|1.2+(-2).(-1)+(-1).1|}{\left|\sqrt{1^2+2^2+1^2}\right|.\left|\sqrt{2^2+1^2+1^2}\right|} = \frac{1}{2}\cdot$$

$\Rightarrow \left((P),(Q)\right) = 60°.$ **Chọn đáp án A.**

18. Tính góc giữa mặt $(P): x+2y-z+1=0$ và $(Q): x-y+2z+1=0.$

A. $30°.$ **B.** $90°.$ **C.** $60°.$ **D.** $45°.$

19. Tính góc giữa mặt $(P): 2x - y - 2z - 1 = 0$ và $(Q): x - y + 2 = 0$.

A. 30°. **B.** 90°. **C.** 60°. **D.** 45°.

20. Tính góc giữa mặt $(P): x + z - 4 = 0$ và mặt phẳng (Oxy).

A. 30°. **B.** 90°. **C.** 60°. **D.** 45°.

21. Cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$ và $(P): 2x + y - 2z + m = 0$, với m là tham số thực. Tìm các giá trị của m để (P) và (S) không có điểm chung.

A. $m < -9$ hoặc $m > 21$.

B. $-9 < m < 21$.

C. $-9 \le m \le 21$.

D. $m \le -9$ hoặc $m \ge 21$.

Hình vẽ

22. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + m - 3 = 0$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 5 = 0$. Tìm tham số m để (P) tiếp xúc với (S).

A. $m = \frac{53}{9}\cdot$ **B.** $m = \frac{12}{5}\cdot$

C. $m = \frac{13}{3}\cdot$ **D.** $m = \frac{11}{3}\cdot$

Hình vẽ

23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 7 = 0$ và mặt phẳng $(P): 4x + 3y + m = 0$. Tìm m để (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn ?

A. $m < -19$ hoặc $m > 11$.

B. $-19 < m < 11$.

C. $-12 < m < 4$.

D. $m < -12$ hoặc $m > 4$.

Hình vẽ

24. Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z + m = 0$. Tìm tham số m để (S) cắt mặt $(P): 2x - y - 2z + 1 = 0$ theo giao tuyến là đường tròn có diện tích bằng 4π.

A. $m = 9$.

B. $m = 10$.

C. $m = 3$.

D. $m = -3$.

Hình vẽ

25. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;1)$ và cắt mặt phẳng (P) có phương trình $2x + y + 2z + 4 = 0$ theo một đường tròn có bán kính bằng $r = 4$.

A. $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 16$.

B. $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$.

C. $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$.

D. $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$.

26. Cho hai mặt phẳng $(P): 2x + y + mz - 2 = 0$ và $(Q): x + ny + 2z + 8 = 0$ song song nhau. Tính tổng $m + n$.

A. $m + n = 4,25$. **Hình vẽ**

B. $m + n = 4,5$.

C. $m + n = 2,5$.

D. $m + n = 2,25$.

Giải. Ta có: $\vec{n}_{(P)} = (2;1;m)$ và $\vec{n}_{(Q)} = (1;n;2)$.

Vì $(P) \parallel (Q) \Rightarrow \vec{n}_{(P)} \uparrow\uparrow \vec{n}_{(Q)} \Rightarrow \dfrac{2}{1} = \dfrac{1}{n} = \dfrac{m}{2} \neq \dfrac{-2}{8}$

$\Rightarrow m = 4$ và $n = \dfrac{1}{2}$ nên $m + n = 4,5$. **Chọn B.**

27. Cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - z - 1 = 0$ và $(Q): 2x + 4y - mz - 2 = 0$. Tìm m để (P) song song với (Q).

A. $m = 1$. **Hình vẽ**

B. $m = 2$.

C. $m = -2$.

D. Không tồn tại m.

28. Tìm $m + n$ để $(P): 2x + my + 3z - 5 = 0$ song song với $(Q): nx - 8y - 6z + 2 = 0$.

A. $m + n = -1$. **Hình vẽ**

B. $m + n = 7$.

C. $m + n = 0$.

D. $m + n = 1$.

29. Tìm m để hai mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z = 0$ và $(Q): x + y + mz + 1 = 0$ cắt nhau.

A. $m \neq -\dfrac{1}{2}\cdot$ **B.** $m \neq \dfrac{1}{2}\cdot$

C. $m \neq -1$. **D.** $m = -\dfrac{1}{2}\cdot$

30. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): m^2x - y + (m^2 - 2)z + 2 = 0$ và mặt phẳng $(\beta): 2x + m^2y - 2z + 1 = 0$, với m là tham số thực. Tìm m để $(\alpha) \perp (\beta)$.

A. $|m| = 1$. **Hình vẽ**

B. $|m| = \sqrt{2}$.

C. $|m| = \sqrt{3}$.

D. $|m| = 2$.

31. Cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$ và hai điểm $A(0;-2;3)$, $B(2;0;1)$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc (P) sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất. Tính $a^2 + b^2 + c^2$ bằng

A. $\dfrac{41}{4}\cdot$ **B.** $\dfrac{9}{4}\cdot$

C. $\dfrac{7}{4}\cdot$ **D.** 3.

BÀI TẬP VỀ NHÀ 1

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$. Véctơ nào dưới đây là một véctơ pháp tuyến của (P).

A. $\vec{n}_4 = (-1;0;-1)$. **B.** $\vec{n}_1 = (3;-1;2)$. **C.** $\vec{n}_3 = (3;-1;0)$. **D.** $\vec{n}_2 = (3;0;-1)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, véctơ nào sau đây là một véctơ pháp tuyến của (P). Biết $\vec{u} = (1;-2;0)$, $\vec{v} = (0;2;-1)$ là cặp véctơ chỉ phương của (P).

A. $\vec{n} = (1;2;0)$. **B.** $\vec{n} = (2;1;2)$.

C. $\vec{n} = (0;1;2)$. **D.** $\vec{n} = (2;-1;2)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z = 5$. Điểm nào dưới đây thuộc (P).

A. $Q(2;-1;5)$. **B.** $P(0;0;-5)$.

C. $N(-5;0;0)$. **D.** $M(1;1;6)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;-1;-1)$ lên mặt phẳng $(P): 16x - 12y - 15z - 4 = 0$. Tính độ dài của đoạn AH.

A. $AH = 55$. **B.** $AH = \dfrac{11}{5}\cdot$

C. $AH = \dfrac{11}{25}\cdot$ **D.** $AH = \dfrac{22}{5}\cdot$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(4;2;-2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình $12x - 5z - 19 = 0$. Tìm bán kính R của mặt cầu (S).

A. $R = 39$. **B.** $R = 39$.

C. $R = 13$. **D.** $R = 3$.

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 4 = 0$ và $(Q): 2x - y - 2z + 2 = 0$. Tính khoảng cách d giữa (P) và (Q).

A. $d = 6$. **B.** $d = 2$.

C. $d = 4$. **D.** $d = 3$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, tính số đo góc giữa mặt phẳng $(P): x + z - 4 = 0$ và mặt (Oxy).

A. $30°$. **B.** $90°$.

C. $60°$. **D.** $45°$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, gọi α là góc giữa mặt phẳng $(P): x - 2y - z + 2 = 0$ và mặt phẳng $(Q): 2x - y + z + 1 = 0$. Tìm α.

A. $\alpha = 60°$. **B.** $\alpha = 90°$.

C. $\alpha = 30°$. **D.** $\alpha = 120°$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z - 1 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-m)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$. Tìm tất cả các tham số thực m để (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn ?

A. $-\dfrac{17}{2} \le m \le \dfrac{1}{2}\cdot$ **B.** $-\dfrac{17}{2} < m < \dfrac{1}{2}\cdot$

C. $-8 < m < 1$. **D.** $-8 \le m \le 1$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y+6z+m=0$. Tìm m để (S) cắt mặt phẳng $(P): 2x-y-2z+1=0$ theo giao tuyến là đường tròn có diện tích bằng 4π.

A. $m=9$. **B.** $m=10$.

C. $m=3$. **D.** $m=-3$.

Câu 11. không gian $Oxyz$, hãy viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;1)$ và cắt mặt phẳng (P) có phương trình $2x+y+2z+4=0$ theo một đường tròn có bán kính bằng $r=4$.

A. $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=16$.

B. $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=9$.

C. $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$.

D. $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=25$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hỏi phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(2;4;6)$ và tiếp xúc với trục hoành.

A. $(x-2)^2+(y-4)^2+(z-6)^2=40$.

B. $(x-2)^2+(y-4)^2+(z-6)^2=52$.

C. $(x-2)^2+(y-4)^2+(z-6)^2=20$.

D. $(x-2)^2+(y-4)^2+(z-6)^2=56$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2y+z=0$. Chọn mệnh đề **đúng** ?

A. $(P) \parallel (Oyz)$. **B.** $Ox \subset (P)$.

C. $(P) \parallel Ox$. **D.** $(P) \parallel Oy$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): m^2x-y+(m^2-2)z+2=0$ và mặt phẳng $(\beta): 2x+m^2y-2z+1=0$, với m là tham số thực. Tìm m để $(\alpha)\perp(\beta)$.

A. $|m|=1$. **B.** $|m|=\sqrt{2}$.

C. $|m|=\sqrt{3}$. **D.** $|m|=2$.

Câu 15. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(P): x+y+z-1=0$, $(Q): 2x+my+2z+3=0$ và $(R): -x+2y+nz=0$. Tính tổng $S=m+2n$, biết rằng $(P)\perp(R)$ và $(P)\parallel(Q)$.

A. $S=1$. **B.** $S=6$.

C. $S=-6$. **D.** $S=0$.

Câu 16. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x-3y+z-4=0$ và $(Q): -mx+(m^2-1)y+(3-m^2)z+m+1=0$. Tìm tham số thực m để $(P)\parallel(Q)$.

A. $m=2$. **B.** $m=2$ hoặc $m=-\dfrac{1}{2}\cdot$

C. $m=-2$. **D.** $m=\dfrac{1}{2}$ hoặc $m=-\dfrac{1}{2}\cdot$

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(2;0;-1)$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hai điểm A và B nằm khác phía so với mặt phẳng $(P): x+2y+mz+1=0$.

A. $m \in [2;3]$. **B.** $m \in (-\infty;2] \cup [3;+\infty)$.

C. $m \in (2;3)$. **D.** $m \in (-\infty;2) \cup (3;+\infty)$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+z-1=0$ và hai điểm $A(0;-2;3)$, $B(2;0;1)$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc (P) sao cho $MA+MB$ nhỏ nhất. Tính $a^2+b^2+c^2$ bằng

A. $\frac{41}{4}\cdot$ **B.** $\frac{9}{4}\cdot$

C. $\frac{7}{4}\cdot$ **D.** 3.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1;3;5)$, $B(-4;3;2)$ và $C(0;2;1)$. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

A. $I\left(-\frac{5}{3};\frac{8}{3};\frac{8}{3}\right)$. **B.** $I\left(\frac{5}{3};\frac{8}{3};\frac{8}{3}\right)$.

C. $I\left(\frac{8}{3};\frac{5}{3};\frac{8}{3}\right)$. **D.** $I\left(\frac{8}{3};\frac{8}{3};\frac{5}{3}\right)$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, tìm tâm đường tròn nội tiếp ΔOAB với $A(0;0;-3)$, $B(4;0;0)$.

A. $I(1;0;-1)$.

B. $P(0;1;0)$.

C. $Q(1;0;1)$.

D. $R(0;-1;1)$.

ĐÁP ÁN BÀI TẬP VỀ NHÀ 1

1.D	2.B	3.D	4.B	5.D	6.B	7.D	8.A	9.C	10.A
11.D	12.B	13.C	14.D	15.D	16.A	17.C	18.B	19.A	20.A

BÀI TẬP VỀ NHÀ 2

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x+2y+2=0$. Véctơ nào sau đây là một véctơ pháp tuyến của (P).

A. $\vec{n}=(3;2;2)$. **B.** $\vec{n}=(3;0;2)$. **C.** $\vec{n}=(0;3;2)$. **D.** $\vec{n}=(3;2;0)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(m;1;6)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+z-5=0$. Điểm M thuộc mặt phẳng (P) khi giá trị của m bằng

A. $m=1$. **B.** $m=-1$.

C. $m=3$. **D.** $m=2$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;1)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-2z-1=0$. Gọi B là điểm đối xứng với A qua (P). Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. $AB=2$. **B.** $AB=\frac{4}{3}\cdot$

C. $AB=\frac{2}{3}\cdot$ **D.** $AB=4$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x+3y-2z+1=0$ và điểm $I(0;-2;1)$. Tính bán kính R của hình cầu tâm I tiếp xúc với (P).

A. $R=3$. **B.** $R=\dfrac{5}{\sqrt{29}}\cdot$ **C.** $R=\dfrac{3}{\sqrt{29}}\cdot$ **D.** $R=\dfrac{7}{\sqrt{29}}\cdot$

Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x+y-z+5=0$ và $(Q): 2x+2y-2z+3=0$. Tính khoảng cách d giữa (P) và (Q).

A. $d=\dfrac{2}{\sqrt{3}}\cdot$ **B.** $d=2$. **C.** $d=\dfrac{7}{2\sqrt{3}}\cdot$ **D.** $d=\dfrac{7}{\sqrt{3}}\cdot$

Câu 6. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-z+1=0$ và mặt phẳng $(Q): x-y+2z+1=0$. Tính số đo góc giữa (P) và (Q).

A. 30°. **B.** 90°. **C.** 60°. **D.** 45°.

Câu 7. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x+2y-z+2=0$ và $(Q): x-my+(m+1)z+m-2=0$, với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho góc giữa (P) và (Q) bằng 60°. Tính tổng các phần tử của S.

A. 1. **B.** $-\dfrac{1}{2}\cdot$ **C.** $\dfrac{1}{2}\cdot$ **D.** $\dfrac{3}{2}\cdot$

Câu 8. Cho mặt cầu $(S): (x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$ và $(P): 2x+y-2z+m=0$, với m là tham số thực. Tìm các giá trị của m để (P) và (S) không có điểm chung.

A. $-9<m<21$. **B.** $m<-9$ hoặc $m>21$.

C. $-9\le m\le 21$. **D.** $m\le -9$ hoặc $m\ge 21$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y-6z+m-3=0$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y+z+5=0$. Tìm tham số m để (P) tiếp xúc với (S).

A. $m=\dfrac{53}{9}\cdot$ **B.** $m=\dfrac{12}{5}\cdot$ **C.** $m=\dfrac{13}{3}\cdot$ **D.** $m=\dfrac{11}{3}\cdot$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-2z-7=0$ và mặt phẳng $(P): 4x+3y+m=0$. Tìm m để (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn ?

A. $-19<m<11$. **B.** $m<-19$ hoặc $m>11$.

C. $-12<m<4$. **D.** $m<-12$ hoặc $m>4$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x+y+2z+2=0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là 1 đường tròn có bán kính bằng 1. Viết phương trình của mặt cầu (S).

A. $(S): (x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=8$. **B.** $(S): (x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=10$.

C. $(S): (x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=8$. **D.** $(S): (x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=10$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-7=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-11=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) song song với (P) và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng 6π.

A. $(Q): 2x+2y-z+17=0$. **B.** $(Q): 2x+2y-z-7=0$.

C. $(Q): 2x+2y-z+7=0$. **D.** $(Q): 2x+2y-z-19=0$.

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hỏi phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và tiếp xúc với trục tung.

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=10.$ **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16.$

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=8.$ **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9.$

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và hai mặt phẳng (P), (Q) lần lượt có phương trình $(P): x+y-2z+1=0$, $(Q): 2x+2y-4z-1=0$. Tìm khẳng định **đúng** ?

A. $(P)\parallel(Q)$ và (P) đi qua M. **B.** $(P)\parallel(Q)$ và (P) không đi qua M.

C. $(P)\perp(Q)$ và (P) đi qua M. **D.** $(P)\perp(Q)$ và (P) không đi qua M.

Câu 15. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 5x+my+z-5=0$ và $(Q): nx-3y-2z+7=0$. Tìm tham số $m,\ n$ để $(P)\parallel(Q)$.

A. $m=\frac{3}{2}$ và $n=-10$. **B.** $m=-1{,}5$ và $n=10$.

C. $m=-5$ và $n=3$. **D.** $m=5$ và $n=-3$.

Câu 16. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x+2y-2z-3=0$ và $(Q): (m+1)x-(m-5)y-4mz+1+m=0$. Tìm tham số m để $(P)\parallel(Q)$.

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=\frac{4}{3}\cdot$ **D.** $m=-\frac{4}{3}\cdot$

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(1;1;-1)$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hai điểm A và B nằm cùng phía so với mặt phẳng $(P): 5x+my+z-5=0$.

A. $m<-\frac{3}{2}$ hoặc $m>1$. **B.** $m>1$.

C. $m<-\frac{3}{2}\cdot$ **D.** $-\frac{3}{2}<m<1$.

Câu 18. Biết rằng biểu thức $P=\sqrt{x^2+y^2-2x+6y+19}+\sqrt{x^2+y^2-4x+8y+45}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=x_\circ$, $y=y_\circ$. Tính tổng $16x_\circ+8y_\circ$ bằng

A. -5. **B.** -1. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, tìm tâm đường tròn nội tiếp ΔOAB với $A(2;2;1)$, $B\left(-\frac{8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3}\right)\cdot$

A. $I(0;1;1)$. **B.** $P(0;1;0)$. **C.** $Q(1;0;1)$. **D.** $R(0;-1;1)$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;2;-1)$, $B(2;3;4)$, $C(3;5;-2)$. Tìm tọa độ tâm I đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

A. $I\left(\frac{5}{2};4;1\right)\cdot$ **B.** $I\left(\frac{37}{2};-7;0\right)\cdot$ **C.** $I\left(-\frac{27}{2};15;2\right)\cdot$ **D.** $I\left(2;\frac{7}{2};-\frac{3}{2}\right)\cdot$

ĐÁP ÁN BÀI TẬP VỀ NHÀ 2

1.D	2.A	3.B	4.D	5.C	6.C	7.C	8.B	9.A	10.A
11.D	12.A	13.A	14.A	15.A	16.A	17.A	18.A	19.A	20.A

Dạng toán 3: Viết phương trình mặt phẳng (cần tìm 1 điểm đi qua + vtpt)

Loại 1. Mặt phẳng $(P):\begin{cases}\bullet \text{ Qua } A(x_\circ;y_\circ;z_\circ)\\ \bullet \text{ VTPT}: \vec{n}_{(P)}=(a;b;c)\end{cases} \Rightarrow (P): a(x-x_\circ)+b(y-y_\circ)+c(z-z_\circ)=0.$

1. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;0;-2)$ và có VTPT $\vec{n}=(1;-1;2)$ là

A. $(P): x-y+2z+3=0.$
B. $(P): x+y+2z+3=0.$
C. $(P): x-y-2z+3=0.$
D. $(P): x-y+2z-3=0.$

Ta có $(P):\begin{cases}\bullet \text{ Qua } A(1;0;-2)\\ \bullet \text{ VTPT}: \vec{n}_{(P)}=(1;-1;2)\end{cases}$

$\Rightarrow (P): 1(x-1)-1(y-0)+2(z+2)=0$

$\Leftrightarrow (P): x-y+2z+3=0.$ **Chọn đáp án A.**

2. Phương trình mặt phẳng đi qua $A(1;-1;2)$ và có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(4;2;-6)$ là

A. $4x+2y-6z+5=0.$
B. $2x+y-3z+5=0.$
C. $2x+y-3z+2=0.$
D. $2x+y-3z-5=0.$

3. Phương trình mặt phẳng đi qua $M(3;9;-1)$ và vuông góc với trục Ox là

A. $x-3=0.$ **B.** $y+z-8=0.$
C. $x+y+z=11.$ **D.** $x+3=0.$

4. Phương trình mặt phẳng đi qua $A(-1;3;-5)$ và vuông góc với trục Oz là

A. $x+2y+z=0.$ **B.** $x+1=0.$
C. $z+5=0.$ **D.** $y-3=0.$

5. Cho $A(0;1;1)$ và $B(1;2;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB.

A. $(P): x+y+2z-3=0.$
B. $(P): x+y+2z-6=0.$
C. $(P): x+3y+4z-7=0.$
D. $(P): x+3y+4z-26=0.$

6. Cho hai điểm $A(5;-4;2)$ và $B(1;2;4)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là

A. $2x-3y-z+8=0.$
B. $3x-y+3z-13=0.$
C. $2x-3y-z-20=0.$
D. $3x-y+3z-25=0.$

7. Cho $A(-1;1;1)$, $B(2;1;0)$, $C(1;-1;2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC có phương trình là

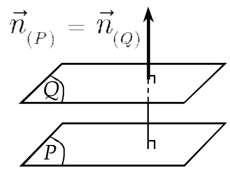
A. $3x+2z-1=0.$
B. $x+2y-2z-1=0.$
C. $x+2y-2z+1=0.$
D. $3x+2z+1=0.$

8. Cho $A(2;-1;1)$, $B(1;0;3)$, $C(0;-2;-1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua trọng tâm G của ΔABC và vuông góc với BC.

A. $(P): x-y+z+2=0.$
B. $(P): x+2y+4z+2=0.$
C. $(P): x-y-z+2=0.$
D. $(P): x+2y+4z-3=0.$

Loại 2. Viết phương trình mp(P) qua $A(x_\circ;y_\circ;z_\circ)$ và $(P)\parallel(Q): ax+by+cz+d=0.$

Phương pháp: Mặt phẳng $(P): \begin{cases} \bullet\ \text{Qua } A(x_\circ,y_\circ,z_\circ) \\ \bullet\ \text{VTPT}: \vec{n}_{(P)}=\vec{n}_{(Q)}=(a;b;c) \end{cases}$ **(Loại 1).**



9. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua $A(0;1;3)$ và $(P)\parallel(Q): 2x-3z+1=0.$

A. $(P): 2x-3z+9=0.$
B. $(P): 2x-3z-9=0.$
C. $(P): 2x-3z+3=0.$
D. $(P): 2x-3z+3=0.$

Ta có $(P): \begin{cases} \bullet\ \text{Qua } A(0;1;3) \\ \bullet\ \text{VTPT}: \vec{n}_{(P)}=\vec{n}_{(Q)}=(2;0;-3) \end{cases}$

$\Rightarrow (P): 2(x-0)+0(y-1)-3(z-3)=0$

$\Rightarrow 2x-3z+9=0.$ **Chọn đáp án A.**

10. Phương trình mặt phẳng (P) qua $A(2;-1;2)$ và $(P)\parallel(Q): 2x-y+3z+2=0$ là

A. $2x-y+3z-9=0.$
B. $2x-y+3z+11=0.$
C. $2x-y-3z+11=0.$
D. $2x-y+3z-11=0.$

....

....

....

....

☞ **Cách giải khác**. Sử dụng vị trí tương đối của hai mặt phẳng

Vì $(P)\parallel(Q): 2x-3z+1=0 \Rightarrow (P): 2x-3z+d=0$

Mà $A(0;1;3)\in(P): 2x-3z+d=0 \Leftrightarrow 2.0-3.3+d=0 \Rightarrow d=9 \Rightarrow (P): 2x-3z+9=0.$

11. Viết phương trình mặt (P) qua $A(1;3;-2)$ và $(P)\parallel(Q): 2x-y+3z+4=0.$

A. $(P): 2x-y+3z+7=0.$
B. $(P): 2x+y-3z+7=0.$
C. $(P): 2x+y+3z+7=0.$
D. $(P): 2x-y+3z-7=0.$

....

....

....

....

12. Viết phương trình mặt (P) qua $A(1;-3;4)$ và $(P)\parallel(Q): 6x-5y+z-7=0.$

A. $6x-5y+z+25=0.$
B. $6x-5y+z-7=0.$
C. $6x-5y+z-25=0.$
D. $6x-5y+z+17=0.$

....

....

....

....

13. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua $A(3;2;3)$ và $(P)\parallel(Oxy).$

A. $(P): z-3=0.$ **B.** $(P): x-3=0.$
C. $(P): y-2=0.$ **D.** $(P): x+y=5.$

....

....

....

☞ Mặt (Oxy) có 1 VTPT là ....

14. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua $A(2;-4;5)$ và $(P)\parallel(Oxz).$

A. $x+2y+3z=0.$ **B.** $2z-5=0.$
C. $z-5=0.$ **D.** $y+4=0.$

....

....

....

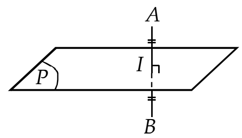
☞ Mặt (Oxz) có 1 VTPT là ....

Loại 3. Viết phương trình mặt phẳng trung trực (P) của đoạn thẳng AB với $A,\ B$ đã cho trước.

Phương pháp. Tìm I là trung điểm của AB. Khi đó:

$$(P): \begin{cases} \bullet\ \text{Qua } I\left(\dfrac{x_A+x_B}{2};\dfrac{y_A+y_B}{2};\dfrac{z_A+z_B}{2}\right): \text{là trung điểm } AB. \\ \bullet\ \text{VTPT}: \vec{n}_{(P)} = \overrightarrow{AB} = (x_B-x_A; y_B-y_A; z_B-z_A) \end{cases}$$

(Dạng 1)



Cần nhớ: Mặt phẳng trung trực (P) của đoạn AB là mặt phẳng vuông góc tại trung điểm của AB.

15. Viết phương trình mặt phẳng trung trực (P) của đoạn AB với $A(2;0;1)$, $B(0;-2;3)$.

A. $(P): x-y-z+2=0$.
B. $(P): x+y-z+2=0$.
C. $(P): x+y+z-2=0$.
D. $(P): x+y-z-2=0$.

Vì I là trung điểm của AB nên $I(1;-1;2)$.

$$(P): \begin{cases} \bullet\ \text{Qua } I(1;-1;2) \\ \bullet\ \text{VTPT}: \overrightarrow{n_{(P)}} = \overrightarrow{AB} = -2(1;1;-1) \end{cases}$$

16. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB với $A(3;1;2)$, $B(1;5;4)$ là

A. $x-2y-z+7=0$.
B. $x+y+z-8=0$.
C. $x+y-z-2=0$.
D. $2x+y-z-3=0$.

17. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB với $A(2;-3;-1)$, $B(4;-1;2)$ là

A. $2x+2y+3z+1=0$.
B. $8x-8y-12z+15=0$.
C. $x+y-z=0$.
D. $4x+4y+6z-7=0$.

18. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB với $A(2;0;1)$, $B(0;-2;3)$ là

A. $x+y-z+2=0$.
B. $x+y-z-2=0$.
C. $x+y+z+2=0$.
D. $x+y+z-2=0$.

19. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB với $A(1;2;3)$, $B(3;2;1)$ là

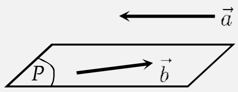
A. $y-z=2$.
B. $y-z=0$.
C. $x-z=0$.
D. $x-y=0$.

20. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB với $A(1;2;3)$, $B(3;2;1)$ là

A. $x+y+2z-1=0$.
B. $2x+y-z+1=0$.
C. $x+y+2z+1=0$.
D. $2x+y-z-1=0$.

Loại 4. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua điểm M và có cặp véctơ chỉ phương $\vec{a}$, $\vec{b}$.

Phương pháp. $(P):\begin{cases}\bullet\ \text{Qua } M(x_\circ;y_\circ;z_\circ)\\ \bullet\ \text{VTPT}: \vec{n}_{(P)}=[\vec{a},\vec{b}]\end{cases}$ (Dạng 1).



21. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và có cặp véctơ chỉ phương là $\vec{a}=(2;1;2)$, $\vec{b}=(3;2;-1)$.

A. $(P): 5x-8y-z+8=0$.
B. $(P): 5x-8y-z-8=0$.
C. $(P): 5x+8y-z+8=0$.
D. $(P): 5x+8y-z-8=0$.

Ta có $(P):\begin{cases}\bullet\ \text{Qua } M(1;2;-3)\\ \bullet\ \text{VTPT}: \vec{n}=[\vec{a},\vec{b}]=(-5;8;1)\end{cases}$

22. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và có cặp véctơ chỉ phương là $\vec{a}=(2;1;2)$, $\vec{b}=(3;2;-1)$.

A. $5x+8y-z+8=0$.
B. $5x-8y-z+8=0$.
C. $5x-8y+z-8=0$.
D. $5x+8y+z-8=0$.

23. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;0;2)$, $B(1;1;1)$, $C(2;3;0)$ là

A. $x+y-z+1=0$.
B. $x-y-z+1=0$.
C. $x+y+z-3=0$.
D. $x+y-2z-3=0$.

$\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(0;1;-1)\\ \overrightarrow{AC}=(1;3;-2)\end{cases}\Rightarrow \vec{n}_{(P)}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(1;1;-1)$

24. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $M(3;-1;2)$, $N(4;-1;-1)$, $P(2;0;2)$ là

A. $3x+3y-z+8=0$.
B. $3x-2y+z-8=0$.
C. $3x+3y+z-8=0$.
D. $3x+3y-z-8=0$.

25. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2;-2;3)$ và chứa trục Ox có dạng

A. $3y+2z-1=0$.
B. $3y-2z=0$.
C. $3y+2z=0$.
D. $3y-2z-1=0$.

$\begin{cases}\overrightarrow{OM}=(2;-2;3)\\ \vec{i}=(1;0;0)\end{cases}\Rightarrow \vec{n}_{(P)}=\left[\overrightarrow{OM},\vec{i}\right]=(0;3;2)$.

26. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2;2;-3)$ và chứa trục Oy có dạng

A. $(P): 3x-2z=0$.
B. $(P): 3x+2z=0$.
C. $(P): 3x+2z+2=0$.
D. $(P): 3x-2z+2=0$.

27. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(1;0;1)$ và $B(-1;2;2)$, đồng thời song song với trục Ox.

A. $(P): x+y-z=0.$

B. $(P): 2y-z+1=0.$

C. $(P): y-2z+2=0.$

D. $(P): x+2z-3=0.$

$\begin{cases} \overrightarrow{AB}=(-2;2;1) \\ \vec{i}=(1;0;0) \end{cases} \Rightarrow \vec{n}_{(P)}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{i}\right]=$ ……………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

28. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng AB, đồng thời song song với trục tung, với $A(-1;0;0)$ và $B(0;0;1)$.

A. $(P): x-z+1=0.$

B. $(P): x-y-2z=0.$

C. $(P): x-2z+1=0.$

D. $(P): x-2y+2=0.$

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

29. Cho $A(1;1;0)$, $B(0;2;1)$, $C(1;0;2)$, $D(1;1;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B và (P) song song với đường CD.

A. $(P): x+y+z-3=0.$

B. $(P): 2x-y+z-2=0.$

C. $(P): 2x+y+z-3=0.$

D. $(P): x+y-2=0.$

$\begin{cases} \overrightarrow{AB}=(-1;1;1) \\ \overrightarrow{CD}=(0;1;-1) \end{cases} \Rightarrow \vec{n}_{(P)}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right]=$ ……………

……………………………………………………………………

30. Cho $A(-1;1;-2)$, $B(1;2;-1)$, $C(1;1;2)$ và $D(-1;-1;2)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường AB và song song CD.

A. $(P): x-y-z=0.$

B. $(P): x-y-z+2=0.$

C. $(P): 2x+y+z+3=0.$

D. $(P): x-2y-2z-1=0.$

……………………………………………………………………

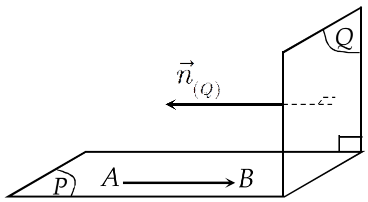
……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

Loại 5. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B và vuông góc với mặt phẳng (Q).

Phương pháp. Tìm $\overrightarrow{AB}$ và VTPT của (Q) là $\vec{n}_{(Q)}$. Khi đó:

$(P): \begin{cases} \bullet \text{ Qua } A, \text{ (hay } B) \\ \bullet \text{ VTPT}: \vec{n}_{(P)}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{n}_{(Q)}\right] \end{cases}$ (Dạng 1).



31. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(1;2;-2)$, $B(2;-1;4)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x-2y-z+1=0.$

A. $15x+7z+z-27=0.$

B. $15x+7z+z+27=0.$

C. $15x-7z+z-27=0.$

D. $15x-7z+z+27=0.$

$\begin{cases} \overrightarrow{AB}=(1;-3;6) \\ \vec{n}_{(Q)}=(1;-2;-1) \end{cases} \Rightarrow \vec{n}_{(P)}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{n}_{(Q)}\right]=$ ……………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

32. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(-1;2;3)$, $B(1;4;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x-y+2z+1=0.$

A. $3x-y-2z+11=0.$

B. $5x-3y-4z+23=0.$

C. $3x+5y+z-10=0.$

D. $3x-5y-4z+25=0.$

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

33. Cho $(P): 2x + y - 2z + 1 = 0$, $A(1;-2;3)$ và $B(3;2;-1)$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P).

A. $(Q): 2x + 2y + 3z - 7 = 0$.
B. $(Q): 2x - 2y + 3z - 7 = 0$.
C. $(Q): 2x + 2y + 3z - 9 = 0$.
D. $(Q): x + 2y + 3z - 7 = 0$.

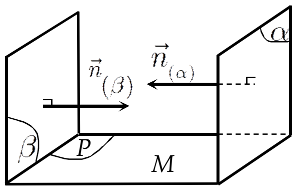
34. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa trục Ox và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x - 2y - z + 7 = 0$.

A. $(P): y + 2z = 0$.
B. $(P): y - 2z = 0$.
C. $(P): x - 2y - z = 0$.
D. $(P): y - z = 0$.

Loại 6. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với hai mặt phẳng (α), (β).

Phương pháp. Tìm $\vec{n}_{(\alpha)}$ và $\vec{n}_{(\beta)}$. Khi đó:

$$(P): \begin{cases} \bullet \text{ Qua } M(x_\circ; y_\circ; z_\circ) \\ \bullet \text{ VTPT}: \vec{n}_{(P)} = \left[\vec{n}_{(\alpha)}, \vec{n}_{(\beta)}\right] \end{cases}$$ (Dạng 1).



35. Cho các mặt $(P_1): x + 2y + 3z + 4 = 0$ và $(P_2): 3x + 2y - z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;1;1)$, vuông góc hai mặt phẳng (P_1) và (P_2).

A. $(P): 4x - 5y + 2z - 1 = 0$.
B. $(P): 4x + 5y - 2z - 1 = 0$.
C. $(P): 4x - 5y - 2z + 1 = 0$.
D. $(P): 4x + 5y + 2z + 1 = 0$.

$$\begin{cases} \vec{n}_{(P_1)} = (1;2;\ 3) \\ \vec{n}_{(P_2)} = (3;2;-1) \end{cases} \Rightarrow \vec{n}_{(P)} = \left[\vec{n}_{(P_1)}, \vec{n}_{(P_2)}\right] = \ldots$$

36. Cho các mặt $(P_1): 2x + y - 3z - 4 = 0$ và $(P_2): x + y - z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;-5;3)$, vuông góc hai mặt phẳng (P_1) và (P_2).

A. $(P): 2x + y + z = 0$.
B. $(P): 2x + y + z - 1 = 0$.
C. $(P): 2x - y + z + 10 = 0$.
D. $(P): 2x - y + z - 10 = 0$.

37. Cho hai mặt phẳng $(\alpha): x - y + 3 = 0$ và $(\beta): 2y - z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;0;0)$, đồng thời vuông góc với (α) và (β).

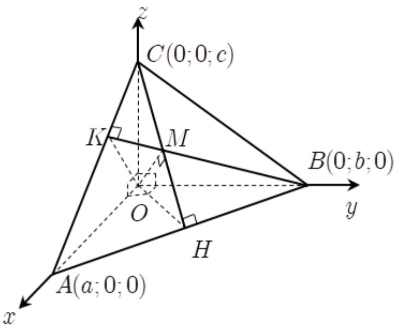
A. $(P): x + y + 2z - 1 = 0$.
B. $(P): x + 2y - z - 1 = 0$.
C. $(P): x - 2y + z - 1 = 0$.
D. $(P): x + y - 2z - 1 = 0$.

38. Cho 2 mặt phẳng $(P): x - y + z - 7 = 0$ và $(Q): 3x + 2y - 12z + 5 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (R) đi qua O, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng (P) và (Q).

A. $(R): x + 2y + 3z = 0$.
B. $(R): x + 3y + 2z = 0$.
C. $(R): 2x + 3y + z = 0$.
D. $(R): 3x + 2y + z = 0$.

Loại 7. **Viết phương trình mặt phẳng đoạn chắn.**

Phương pháp. Nếu mặt phẳng (P) cắt ba trục tọa độ lần lượt tại các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $(abc \neq 0)$ thì $(P): \boxed{\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1}$ gọi là phương trình đoạn chắn.



- $V_{O.ABC}=\dfrac{abc}{6}\cdot$
- M trực tâm $\Delta ABC \Leftrightarrow OM \perp (ABC)$
- $\dfrac{1}{OA^2}+\dfrac{1}{OB^2}+\dfrac{1}{OC^2}=\dfrac{1}{OM^2}\cdot$

39. Viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$, $C(0;0;3)$.

A. $2x-3y+6z-6=0$.
B. $3x-6y-2z+6=0$.
C. $6x-3y+2z-6=0$.
D. $2x+6y-3z-6=0$.

Mặt phẳng qua $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$, $C(0;0;3)$ có dạng $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{3}=1$

$\Rightarrow 6x-3y+2z-6=0$. **Chọn đáp án C.**

40. Viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-3;0)$, $C(0;0;5)$.

A. $15x-10y+6z=0$.
B. $15x-10y+6z-30=0$.
C. $2x-3y+5z=1$.
D. $2x-3y+5z=0$.

41. Cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của M trên các trục Ox, Oy, Oz. Viết phương trình mặt phẳng (ABC).

A. $3x+2y+z-6=0$.
B. $2x+y+3z-6=0$.
C. $6x+3y+2z-6=0$.
D. $x+2y+3z-6=0$.

42. Cho điểm $M(-3;2;4)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của M trên các trục Ox, Oy, Oz. Tìm mặt phẳng song song với (ABC).

A. $4x-6y-3z+12=0$.
B. $3x-6y-4z+12=0$.
C. $4x-6y-3z-12=0$.
D. $6x-4y-3z-12=0$.

☞ **Cần nhớ**: Nếu M là trực tâm ΔABC thì $OM \perp (ABC)$ với $A \in Ox$, $B \in Oy$, $C \in Oz$.

Thật vậy: Vì M là trực tâm của tam giác $ABC \Rightarrow CH \perp AB$ và $BK \perp AC$.

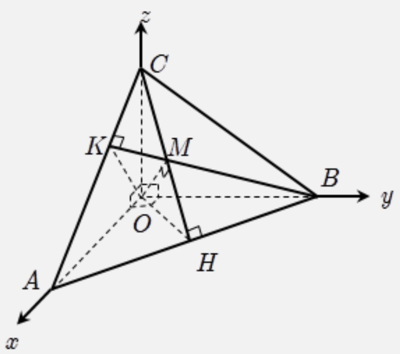
Ta có: $\begin{cases} AB \perp CH \\ AB \perp OC \end{cases} \Rightarrow AB \perp (COH)$.

Suy ra $AB \perp OM$ (1)

Tương tự: $\begin{cases} AC \perp BK \\ AC \perp OB \end{cases} \Rightarrow AC \perp (BOK)$.

Suy ra $AC \perp OM$ (2)

Từ $(1),(2) \Rightarrow OM \perp (ABC)$.



43. Cho điểm $M(1;2;5)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt trục tọa độ $Ox,\ Oy,\ Oz$ tại $A,\ B,\ C$ sao cho M là trực tâm tam giác ABC. Khi đó (P) có phương trình là

A. $2x+5y+10z=0.$
B. $x+5y+10z-10=0.$
C. $x+2y+5z-30=0.$
D. $x+y+z-8=0.$

$$(P)\equiv(ABC):\begin{cases}\bullet \text{ Qua } M(1;2;5)\\ \bullet \text{ VTPT } \vec{n}=\overrightarrow{OM}=(1;2;5)\end{cases}$$

44. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(3;2;1)$ và cắt các trục toạ độ $Ox,\ Oy,\ Oz$ lần lượt tại $A,\ B,\ C$ sao cho M là trực tâm của tam giác ABC là

A. $(P):3x+2y+z-14=0.$
B. $(P):x+y+z-6=0.$
C. $(P):2x+3y+6z-6=0.$
D. $(P):2x+3y+6z=0.$

45. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $G(2;-1;3)$ và cắt các trục tọa độ tại các điểm $A,\ B,\ C$ (khác gốc tọa độ) sao cho G là trọng tâm của ΔABC. Tìm phương trình (P).

A. $3x-6y+2z-18=0.$
B. $2x+y-3z-14=0.$
C. $x+y+z=0.$
D. $3x+6y-2z-6=0.$

Gọi $A(a;0;0),\ B(0;b;0),\ C(0;0;c)$. Vì $G(2;-1;3)$ là trọng tâm ΔABC nên

$$\begin{cases}x_G=\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3}\\ y_G=\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3}\\ x_G=\dfrac{z_A+z_B+z_C}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2=\dfrac{a}{3}\\ -1=\dfrac{b}{3}\\ 3=\dfrac{c}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=6\\ b=-3\\ c=9\end{cases}.$$

46. Trong không gian $Oxyz$, cho $G(-1;-3;2)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) cắt ba trục $Ox,\ Oy,\ Oz$ tại $A,\ B,\ C$ và G là trọng tâm tam giác ABC.

A. $(P):x+y-z-5=0.$
B. $(P):2x-3y-z-1=0.$
C. $(P):x+3y-2z+1=0.$
D. $(P):6x+2y-3z+18=0.$

47. Mặt phẳng qua $M(1;2;3)$ cắt các trục tọa độ tại $A,\ B,\ C$ sao cho M là trọng tâm ΔABC có p/trình là $6x+3y+2z-18=0$ Giá trị của abc bằng

A. $-36.$ **B.** $36.$ **C.** $72.$ **D.** $-72.$

48. Mặt phẳng qua $G(1;2;3)$ cắt các trục tọa độ tại $A,\ B,\ C$ sao cho G là trọng tâm ΔABC có phương trình $ax+by+cz-18=0.$ Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. $9.$ **B.** $12.$ **C.** $10.$ **D.** $11.$

49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;1;1)$ và $B(0;2;2)$ đồng thời cắt các tia $Ox,\ Oy$ lần lượt tại hai điểm $M,\ N$ (không trùng với gốc tọa độ O) sao cho $OM = 2ON$.

A. $(P): 2x + 3y - z - 4 = 0.$

B. $(P): x + 2y - z - 2 = 0.$

C. $(P): 2x + y + z - 4 = 0.$

D. $(P): 3x + y + 2z - 6 = 0.$

Giải. Gọi $M(m;0;0),\ N(0;n;0),\ P(0;0;p)$ lần lượt là giao điểm của (P) và $Ox,\ Oy,\ Oz.$

Phương trình mặt phẳng $(P): \dfrac{x}{m} + \dfrac{y}{n} + \dfrac{z}{p} = 1.$

Có $\begin{cases} A(1;1;1) \in (P): \dfrac{x}{m} + \dfrac{y}{n} + \dfrac{z}{p} = 1 \\ B(0;2;2) \in (P): \dfrac{x}{m} + \dfrac{y}{n} + \dfrac{z}{p} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{m} + \dfrac{1}{n} + \dfrac{1}{p} = 1 \\ \dfrac{0}{m} + \dfrac{2}{n} + \dfrac{2}{p} = 1 \end{cases}$

Theo đề có $OM = 2ON \Rightarrow m = 2n$

Giải hệ phương trình được $m = 2,\ n = 1,\ p = -2.$

$\Rightarrow (P): \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{1} - \dfrac{z}{2} = 1 \Leftrightarrow (P): x + 2y - z - 2 = 0.$ **Chọn B.**

50. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) qua $M(1;3;-2)$, đồng thời cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại $A,\ B,\ C$ sao cho $4OA = 2OB = OC$. Hỏi (P) là phương trình nào ?

A. $2x - y - z - 1 = 0.$

B. $x + 2y + 4z + 1 = 0.$

C. $4x + 2y + z - 8 = 0.$

D. $4x + 2y + z + 1 = 0.$

51. Cho hai điểm $C(0;0;3)$ và $M(-1;3;2)$. Mặt phẳng (P) qua $C,\ M$, đồng thời chắn trên các nửa trục dương $Ox,\ Oy$ các đoạn thẳng bằng nhau. Phương trình (P) là

A. $x + y + 2z - 1 = 0.$

B. $x + y + 2z - 6 = 0.$

C. $x + y + z - 6 = 0.$

D. $x + y + z - 3 = 0.$

52. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt ba tia $Ox,\ Oy,\ Oz$ lần lượt tại $A,\ B,\ C$ sao cho thể tích tứ diện $OABC$ nhỏ nhất.

A. $6x+3y+2z+18=0.$

B. $6x+3y+3z-21=0.$

C. $6x+3y+3z+21=0.$

D. $6x+3y+2z-18=0.$

☞ ***Cần nhớ***: *Thể tích khối tứ diện có ba cặp cạnh đôi một vuông góc với nhau là:*

$$V_{OABC}=\frac{OA.OB.OC}{6}=\frac{abc}{6}.$$

Lời giải. Ta có: $(ABC):\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1.$

Vì $M(1;2;3)\in(ABC)\Rightarrow 1=\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{3}{c}\overset{\text{Cauchuy}}{\geq}3\sqrt[3]{\dfrac{6}{abc}}$

$\Rightarrow abc\geq 162\Rightarrow V_{OABC}=\dfrac{1}{6}abc\geq 27.$

Dấu "=" $\Leftrightarrow \dfrac{1}{a}=\dfrac{2}{b}=\dfrac{3}{c}$ và $abc=162\Rightarrow\begin{cases}a=3;\ b=6\\ c=9\end{cases}.$

$\Rightarrow(ABC):\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{6}+\dfrac{z}{9}=1\Leftrightarrow 6x+3y+2z-18=0.$

53. Mặt phẳng (P) đi qua $M(2;1;1)$ đồng thời cắt các tia $Ox,\ Oy,\ Oz$ lần lượt tại $A,\ B,\ C$ sao cho tứ diện $OABC$ có thể tích nhỏ nhất. Viết phương trình (P).

A. $(P):2x+y+z-7=0.$

B. $(P):x+2y+2z-6=0.$

C. $(P):x+2y+z-1=0.$

D. $(P):2x+y-2z-1=0.$

54. Mặt phẳng (P) đi qua $M(2;1;2)$ đồng thời cắt các tia $Ox,\ Oy,\ Oz$ lần lượt tại $A,\ B,\ C$ sao cho tứ diện $OABC$ có thể tích nhỏ nhất. Viết phương trình (P).

A. $2x-y+2z-3=0.$

B. $4x-y-z-6=0.$

C. $2x+y+2z-6=0.$

D. $x+2y+z-6=0.$

55. Mặt phẳng (P) đi qua $M(1;1;4)$, đồng thời cắt các tia $Ox,\ Oy,\ Oz$ lần lượt tại $A,\ B,\ C$ sao cho tứ diện $OABC$ có thể tích nhỏ nhất. Tính thể tích nhỏ nhất đó ?

A. 72.

B. 108.

C. 18.

D. 36.

56. Mặt phẳng (P) đi qua $M(1;2;3)$ và cắt các tia $Ox,\ Oy,\ Oz$ lần lượt tại $A,\ B,\ C$ sao cho $T=\dfrac{1}{OA^2}+\dfrac{1}{OB^2}+\dfrac{1}{OC^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất dạng $x+ay+bz+c=0$. Tìm $a+b+c$.

A. 19.

B. 6.

C. $-9.$

D. $-5.$

Loại 8. **Một số bài toán viết phương trình mặt phẳng liên quan đến khoảng cách cở bản**

Để viết phương trình mặt phẳng liên quan đến khoảng cách, thường sử dụng 2 ý tương sau:

Ý tưởng 1. Tìm trực tiếp được VTPT $\vec{n}_{(P)} = (a;b;c)$ dựa vào mối liên hệ song song, vuông góc.

Khi đó, ta chỉ cần tìm d trong phương trình $(P): ax + by + cz + d = 0$ dựa vào công thức tính khoảng cách.

Ý tưởng 2. Nếu không có VTPT trực tiếp thì ta cần gọi $\vec{n}_{(P)} = (a;b;c)$ với $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$.

Dựa vào khoảng cách để thành lập một phương trình hoặc hệ phương trình để tìm mối liên hệ giữa $a,\ b,\ c$. Sau đó chọn $a,\ b$ hoặc c.

Một số bài toán thường gặp

Bài toán 1. Viết phương trình mặt phẳng $(P) \parallel (Q): ax + by + cz + d = 0$ và cách điểm $M(x_\circ; y_\circ; z_\circ)$ một khoảng k cho trước.

Phương pháp:

- Vì $(P) \parallel (Q): ax + by + cz + d = 0 \Rightarrow (P): ax + by + cz + d' = 0.$
- Sử dụng công thức khoảng cách $d_{[M,(P)]} = k \Rightarrow d'.$

Bài toán 2. Viết phương trình mặt phẳng $(P) \parallel (Q): ax + by + cz + d = 0$ và (P) cách (Q) một khoảng k cho trước.

Phương pháp:

- Vì $(P) \parallel (Q): ax + by + cz + d = 0 \Rightarrow (P): ax + by + cz + d' = 0.$
- Chọn một điểm $M(x_\circ; y_\circ; z_\circ) \in (Q)$ và sử dụng công thức:

$d_{[(Q);(P)]} = d_{[M,(P)]} = k \Rightarrow d'.$

Bài toán 3. Viết phương trình mặt phẳng (P) vuông góc với hai mặt phẳng $(\alpha),\ (\beta)$, đồng thời (P) cách điểm $M(x_\circ; y_\circ; z_\circ)$ một khoảng bằng k cho trước.

Phương pháp:

- Tìm $\vec{n}_{(\alpha)},\ \vec{n}_{(\beta)}$. Từ đó suy ra $\vec{n}_{(P)} = \left[\vec{n}_{(\alpha)}, \vec{n}_{(\beta)}\right] = (a;b;c).$
- Khi đó phương trình (P) có dạng $(P): ax + by + cz + d = 0,$ (cần tìm d).
- Vì $d_{[M;(P)]} = k \Rightarrow d.$

Bài toán 4. Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại $M(x_\circ; y_\circ; z_\circ)$.

(trong trường hợp này, (P) được gọi là mặt phẳng tiếp diện).

Phương pháp:

- Tìm tâm I và bán kính R của mặt cầu.
- Khi đó $(P): \begin{cases} \bullet\ \text{Qua } M(x_\circ; y_\circ; z_\circ) \\ \bullet\ \text{VTPT}: \vec{n}_{(P)} = \overrightarrow{IM} \end{cases}$ (dạng 1)

Bài toán 5. Viết phương trình mặt phẳng $(P) \parallel (Q): ax + by + cz + d = 0$ và (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) cho trước.

Phương pháp:

- Vì $(P) \parallel (Q): ax + by + cz + d = 0 \Rightarrow (P): ax + by + cz + d' = 0.$
- Tìm tâm I và bán kính R của mặt cầu.
- Vì (P) tiếp xúc (S) nên có $d_{[I;(P)]} = R \Rightarrow d'.$

57. Viết phương trình mặt phẳng (P), biết $(P)\parallel(Q): x+2y-2z+1=0$ và (P) cách điểm $M(1;-2;1)$ một khoảng bằng 3.

A. $\left[\begin{array}{l}(P): x+2y-2z-4=0\\(P): x+2y-2z+14=0\end{array}\right.$.

B. $\left[\begin{array}{l}(P): x+2y-2z-2=0\\(P): x+2y-2z+11=0\end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l}(P): x+2y-2z-4=0\\(P): x+2y+2z+14=0\end{array}\right.$.

D. $\left[\begin{array}{l}(P): x+2y+2z-2=0\\(P): x+2y-2z+11=0\end{array}\right.$.

Lời giải. Vì $(P)\parallel(Q): x+2y-2z+1=0$

$\Rightarrow (P): x+2y-2z+d=0,\ (d\neq 1)$.

Ta có $d_{[M,(P)]}=3 \Leftrightarrow \dfrac{\left|x_M+2y_M-2z_M+d\right|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=3$

$\Leftrightarrow \dfrac{\left|1-4-2+d\right|}{3}=3 \Leftrightarrow \left|d-5\right|=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}d=14\\d=-4\end{array}\right.$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l}(P): x+2y-2z-4=0\\(P): x+2y-2z+14=0\end{array}\right.$. **Chọn đáp án A.**

58. Cho điểm $M(1;0;3)$ và mặt phẳng $(P): x+2y+z-10=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) song song với (P) và (Q) cách M một khoảng bằng $\sqrt{6}$.

A. $\left[\begin{array}{l}(Q): x+2y+z+2=0\\(Q): x+2y+z-10=0\end{array}\right.$.

B. $(Q): x+2y+z+10=0$.

C. $(Q): x+2y+z+2=0$.

D. $\left[\begin{array}{l}(Q): x+2y+z-2=0\\(Q): x+2y+z+10=0\end{array}\right.$.

59. Viết phương trình (P) thỏa mãn $(P)\parallel(Q): 2x-3y-6z-35=0,\ d_{[O;(P)]}=5$.

A. $\left[\begin{array}{l}2x-3y-6z+35=0\\2x-3y-6z-35=0\end{array}\right.$.

B. $2x-3y-6z+35=0$.

C. $2x-3y-6z-35=0$.

D. $\left[\begin{array}{l}2x-3y+6z+35=0\\2x-3y+6z-35=0\end{array}\right.$

60. Viết phương trình (P) thỏa $(P)\parallel(Q): x+2y-2z+14=0,\ d_{[M;(P)]}=3$, với $M(1;-2;1)$.

A. $(Q): x+2y-2z+4=0$

B. $(Q): x+2y-2z+14=0$.

C. $(Q): x+2y-2z-2=0$.

D. $(Q): x+2y-2z-4=0$.

61. Viết phương trình mặt phẳng (P), biết $(P) \parallel (Q): x-2y-2z-3=0$ và $d_{[(P),(Q)]}=3$.

A. $\left[\begin{array}{l}(P): x-2y-2z-3=0 \\ (P): x-2y-2z-12=0\end{array}\right.$.

B. $(P): x-2y-2z+6=0$.

C. $(P): x-2y-2z-12=0$.

D. $\left[\begin{array}{l}(P): x-2y-2z+6=0 \\ (P): x-2y-2z-12=0\end{array}\right.$.

Giải. Vì $(P) \parallel (Q) \Rightarrow (P): x-2y-2z+d=0,\ (d \neq -3)$.

Ta có $d_{[(P),(Q)]}=3 \Leftrightarrow \dfrac{|d+3|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}}=3$

$\Leftrightarrow |d+3|=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}d+3=9 \\ d+3=-9\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}d=6 \\ d=-12\end{array}\right.$ (nhận). Do đó:

$(P): x-2y-2z+6=0$ hoặc $(P): x-2y-2z-12=0$.

62. Cho mặt phẳng $(P): x-y-z-1=0$. Hãy viết phương trình mặt phẳng (Q) song song (P) và cách (Q) một khoảng $\dfrac{11\sqrt{3}}{3}$.

A. $\left[\begin{array}{l}(Q): x-y-z+10=0 \\ (Q): x-y-z-12=0\end{array}\right.$.

B. $(Q): x-y-z+10=0$.

C. $(Q): x-y-z-12=0$.

D. $\left[\begin{array}{l}(Q): x-y-z-10=0 \\ (Q): x-y-z+12=0\end{array}\right.$.

63. Cho mặt phẳng $(P): x-2y-2z-3=0$. Hãy viết phương trình mặt phẳng (Q) song song (P) và cách (Q) một khoảng 3.

A. $\left[\begin{array}{l}(Q): x-2y-2z+6=0 \\ (Q): x-2y-2z-12=0\end{array}\right.$.

B. $(Q): x-2y-2z+6=0$.

C. $(Q): x-2y-2z-12=0$.

D. $\left[\begin{array}{l}(Q): x-2y-2z-6=0 \\ (Q): x-2y-2z+12=0\end{array}\right.$.

64. Viết phương trình mặt phẳng (P), biết $(P) \parallel (Q): x-2y-2z-12=0$ và $d_{[(P),(Q)]}=3$.

A. $(P): x-2y-2z+6=0$.

B. $(P): x-2y-2z-12=0$.

C. $\left[\begin{array}{l}(P): x-2y-2z-3=0 \\ (P): x-2y-2z-21=0\end{array}\right.$.

D. $(P): x-2y-2z+12=0$.

65. Viết phương trình mặt (P) vuông góc với $(\alpha): x+y+z-3=0$, $(\beta): x-y+z-1=0$ và đồng thời (P) cách gốc tọa độ O một khoảng bằng $\sqrt{2}$.

A. $(P): x-z\pm 2=0$.

B. $(P): x-z\pm 3=0$.

C. $(P): x-y\pm 3=0$.

D. $(P): y-z\pm 2=0$.

Giải. Ta có $\begin{cases}\vec{n}_{(\alpha)}=(1;1;1)\\ \vec{n}_{(\beta)}=(1;-1;1)\end{cases} \Rightarrow \vec{n}_{(P)}=\left[\vec{n}_{(\alpha)},\vec{n}_{(\beta)}\right]=2(1;0;-1)$.

$\Rightarrow (P): x-z+d=0$. Mà $d_{[O;(P)]}=\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{\left|x_O-z_O+d\right|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\sqrt{2} \Leftrightarrow |d|=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}d=2\\ d=-2\end{array}\right.$. Do đó có hai mặt phẳng cần tìm là $(P): x-z\pm 2=0$. **Chọn đáp án A.**

66. Viết phương trình mặt (P) vuông góc với $(\alpha): x-2y-3z+2=0$, $(\beta): x+y-2z=0$, đồng thời (P) cách $M(0;1;0)$ một khoảng bằng $\sqrt{59}$.

A. $\left[\begin{array}{l}7x-y+3z-60=0\\ 7x-y+3z+58=0\end{array}\right.$.

B. $7x-y+3z+60=0$.

C. $7x-y-3z-58=0$.

D. $\left[\begin{array}{l}7x-y+3z+60=0\\ 7x-y+3z-58=0\end{array}\right.$.

67. Viết phương trình mặt (P) vuông góc với $(\alpha): x+y+z-1=0$, $(\beta): y-z+2=0$, đồng thời (P) cách $A(1;1;2)$ một khoảng bằng 4.

A. $2x+y+z+1\pm 4\sqrt{3}=0$.

B. $2x-y-z+1+4\sqrt{6}=0$.

C. $2x-y-z+1\pm 4\sqrt{6}=0$.

D. $2x-y-z+1\pm 4\sqrt{3}=0$.

68. Viết phương trình mặt (P) vuông góc với $(\alpha): x+2y-z=1$, $(\beta): x+y-z-1=0$, đồng thời (P) cách $M(-1;1;-2)$ một khoảng bằng $\sqrt{2}$.

A. $(P): x+z-5=0$.

B. $\left[\begin{array}{l}(P): x+z+5=0\\ (P): x+z+1=0\end{array}\right.$.

C. $(P): x+z-1=0$.

D. $\left[\begin{array}{l}(P): x+z-5=0\\ (P): x+z-1=0\end{array}\right.$.

69. Cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=9$ và điểm $M(2;1;1)$ thuộc mặt cầu. Lập phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại M.

A. $(P): x+2y+z-5=0$.

B. $(P): x+2y-2z-2=0$.

C. $(P): x+2y-2z-8=0$.

D. $(P): x+2y+2z-6=0$.

Giải. Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-1;3)$, bán kính $R=3$.

Vì (P) tiếp xúc (S) tại $M \in (S)$ nên $IM \perp (P)$

Do đó (P) qua $M(2;1;1)$ và có $\vec{n}_{(P)}=\overrightarrow{IM}=(1;2;-2)$

$\Rightarrow (P): 1.(x-2)+2.(y-1)-2.(z-1)=0$

$\Rightarrow (P): x+2y-2z-2=0$. **Chọn đáp án B.**

70. Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với $(S): x^2+y^2+z^2-6x-2y+4z+5=0$ tại điểm $M(4;3;0)$.

A. $(P): x+2y+2z-10=0$.

B. $(P): x+2y-2z-8=0$.

C. $(P): x+2y+2z+10=0$.

D. $(P): x+2y-2z+8=0$.

71. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-11=0$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-18=0$. Tìm phương trình mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) đồng thời (Q) tiếp xúc với mặt cầu (S).

A. $(Q): 2x+2y-z+22=0$.

B. $(Q): 2x+2y-z-28=0$.

C. $(Q): 2x+2y-z-18=0$.

D. $(Q): 2x+2y-z+12=0$.

Giải. Vì $(Q) \parallel (P) \Rightarrow (Q): 2x+2y-z+d=0,\ (d \neq -18)$

Có $I(1;2;3)$ và (P) tiếp xúc (S) nên $d\big(I,(Q)\big)=R=5$

$\Leftrightarrow \dfrac{|2x_I+2y_I-z_I+d|}{\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}}=5 \Leftrightarrow |3+d|=15 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} d=12 \\ d=-18 \end{array}\right.$

Vì $d \neq -18 \Rightarrow (Q): 2x+2y-z+12=0$. **Chọn đáp án D.**

72. Cho $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16$ và mặt phẳng $(P): 4x+3y-12z-26=0$. Tìm $(Q) \parallel (P)$, đồng thời (Q) tiếp xúc với (S).

A. $4x+3y-12z+78=0$.

B. $4x+3y-12z-26=0$.

C. $4x+3y-12z-78=0$.

D. $4x+3y-12z+26=0$.

73. Cho $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-18=0$. Tìm $(Q) \parallel (P)$, đồng thời (Q) tiếp xúc với (S).

A. $(P): 2x-2y-z-18=0$.

B. $(P): 2x+2y-z-18=0$.

C. $(Q): 2x+2y-z+12=0$

D. $(Q): 2x-2y-z+12=0$

74. Cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - y + 4z + 2 = 0$ và $(\beta): 3x - y + 4z + 8 = 0$. Phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai mặt phẳng (α) và (β) là

A. $(P): 3x - y + 4z + 10 = 0$.

B. $(P): 3x - y + 4z + 5 = 0$.

C. $(P): 3x - y + 4z - 10 = 0$.

D. $(P): 3x - y + 4z - 5 = 0$.

75. Viết phương trình mặt phẳng (P), biết (P) song song với mặt $(Q): 2x + 2y - z + 17 = 0$ và (P) cắt mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 25$ theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng 6π.

A. $(P): 2x + 2y - z - 7 = 0$.

B. $(P): 2x + 2y + z - 7 = 0$.

C. $(P): 2x + 2y - z + 17 = 0$.

D. $(P): 2x + y + z + 17 = 0$.

76. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $O(0;0;0)$, $A(1;2;0)$, đồng thời khoảng cách từ $B(0;4;0)$ đến (P) bằng khoảng cách từ $C(0;0;3)$ đến (P).

A. $\left[\begin{array}{l} 6x + 3y - 4z = 0 \\ 6x - 3y + 4z = 0 \end{array}\right.$.

B. $6x - 3y - 4z = 0$.

C. $6x - 3y + 4z = 0$.

D. $\left[\begin{array}{l} 6x - 3y - 4z = 0 \\ 6x - 3y + 4z = 0 \end{array}\right.$.

77. Cho hai điểm A, B nằm trên mặt cầu $(S): (x-4)^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = 9$. Biết rằng AB song song với OI, trong đó O là gốc tọa độ và I là tâm mặt cầu (S). Viết phương trình mặt phẳng trung trực (P) của đoạn thẳng AB.

A. $(P): 2x - y - z - 12 = 0$.

B. $(P): 2x + y + z - 4 = 0$.

C. $(P): 2x - y - z - 6 = 0$.

D. $(P): 2x + y + z + 4 = 0$.

Loại 9. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và qua giao tuyến hai mặt phẳng (α), (β).

Phương pháp. *Phương trình chùm mặt phẳng* $\to m.(\alpha)+n.(\beta)=0 \to$ *thu gọn & chọn* $n \Rightarrow m$.

Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M và giao tuyến d của hai mặt phẳng:

$(\alpha): a_1x+b_1y+c_1z+d_1=0$ và $(\beta): a_2x+b_2y+c_2z+d_2=0$. Khi đó mọi mặt phẳng chứa d đều có dạng $(P): m(a_1x+b_1y+c_1z+d_1)+n(a_2x+b_2y+c_2z+d_2)=0,\ m^2+n^2\neq 0.$

Vì $M\in(P)\Rightarrow$ mối liên hệ giữa m và n. Từ đó chọn $m,\ n$ sẽ tìm được (P).

Ví dụ. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $M(2;0;1)$ và hai mặt phẳng (α) và (β) có phương trình $(\alpha): x+2y+z-4=0$, $(\beta): 2x+y+z-4=0$. Hãy viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M và đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β).

Lời giải tham khảo

Phương trình $(P): m(x+2y+z-4)+n(2x+y+z-4)=0$ với $m^2+n^2\neq 0$.

Vì $M(2;0;1)\in(P): m(x+2y+z-4)+n(2x+y+z-4)=0$

$\Leftrightarrow -m+n=0\Leftrightarrow m=n$. Chọn $m=1\Rightarrow n=1$.

Khi đó: $(P): 1.(x+2y+z-4)+1.(2x+y+z-4)=0$

$\Rightarrow (P): 3x+3y+2z-8=0$.

BT 1. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và qua giao tuyến hai mặt phẳng (α), (β).

a) $M(2;1;-1)$, $(\alpha): x-y+z-4=0$, $(\beta): 3x-y+z-1=0$.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

b) $M(0;0;1)$, $(\alpha): 5x-3y+2z-5=0$, $(\beta): 2x-y-z-1=0$.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

c) $M(1;2;-3)$, $(\alpha): 2x - 3y + z - 5 = 0$, $(\beta): 3x - 2y + 5z - 1 = 0$.

BT 2. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β), đồng thời (P) song song với mặt phẳng (γ).

a) $(\alpha): x - 4y + 2z - 5 = 0$, $(\beta): y + 4z - 5 = 0$, $(\gamma): 2x - y + 19 = 0$.

b) $(\alpha): 3x - y + z - 2 = 0$, $(\beta): x + 4y - 5 = 0$, $(\gamma): 2x - z + 7 = 0$.

BT 3. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β), đồng thời (P) vuông góc với mặt phẳng (γ).

$(\alpha): y + 2z - 4 = 0$, $(\beta): x + y - z + 3 = 0$, $(\gamma): x + y + z - 2 = 0$.

BÀI TẬP VỀ NHÀ 1

Câu 1. **(Đề Tham Khảo – Bộ GD & ĐT năm 2019)** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

A. $z = 0.$ **B.** $x + y + z = 0.$ **C.** $y = 0.$ **D.** $x = 0.$

Câu 2. **(Đề thi THPT QG năm 2017 – Mã đề 104)** Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và có một véctơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;-2;3)$.

A. $x - 2y + 3z - 12 = 0.$ **B.** $x - 2y - 3z + 6 = 0.$

C. $x - 2y + 3z + 12 = 0.$ **D.** $x - 2y - 3z - 6 = 0.$

Câu 3. **(Sở GD & ĐT Hà Nội năm 2019)** Phương trình mặt phẳng đi qua $A(-1;3;-5)$ và vuông góc với trục Oz là

A. $y - 3 = 0.$ **B.** $x + 1 = 0.$

C. $z + 5 = 0.$ **D.** $x + 2y + z = 0.$

Câu 4. **(THPT Lê Quý Đôn – Hà Nội năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;1)$, $C(-2;0;1)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với BC là

A. $2x - y - 1 = 0.$ **B.** $-y + 2z - 3 = 0.$

C. $2x - y + 1 = 0.$ **D.** $y + 2z - 5 = 0.$

Câu 5. **(THPT Can Lộc – Hà Tĩnh 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;-3)$ và $B(3;2;1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn AB có phương trình là

A. $x + y + 2z - 1 = 0.$

B. $2x + y - z + 1 = 0.$

C. $x + y + 2z + 1 = 0.$

D. $2x + y - z - 1 = 0.$

Câu 6. Viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$, $C(0;0;3)$.

A. $2x - 3y + 6z - 6 = 0.$

B. $3x - 6y - 2z + 6 = 0.$

C. $6x - 3y + 2z - 6 = 0.$

D. $2x + 6y - 3z - 6 = 0.$

Câu 7. **(Sở GD & ĐT Trà Vinh 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) qua $A(1;-3;4)$ và song song với mặt phẳng $(Q): 6x - 5y + z - 7 = 0$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $6x - 5y + z - 25 = 0.$

B. $6x - 5y + z + 25 = 0.$

C. $6x - 5y + z - 7 = 0.$

D. $6x - 5y + z + 17 = 0.$

Câu 8. Cho ba điểm $A(2;-1;1)$, $B(1;0;3)$ và $C(0;-2;-1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với đường thẳng BC.

A. $x - y + z + 2 = 0.$

B. $x + 2y + 4z + 2 = 0.$

C. $x - y - z + 2 = 0.$

D. $x + 2y + 4z - 3 = 0.$

Câu 9. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua $A(3;2;3)$ và $(P) \parallel (Oxy)$.

A. $(P): z-3=0$. **B.** $(P): x-3=0$.

C. $(P): y-2=0$. **D.** $(P): x+y=5$.

Câu 10. **(THPT Nguyễn Trãi – Đà Nẵng năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=9$. Phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $M(0;-1;3)$ là

A. $y-3z+8=0$. **B.** $x+2y-2z-4=0$.

C. $y-3z-8=0$. **D.** $x+2y-2z+8=0$.

Câu 11. **(THPT Chuyên Trần Phú – Hải Phòng 2018)** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-2=0$ và song song với mặt phẳng $(\alpha): 4x+3y-12z+10=0$.

A. $\left[\begin{array}{l}4x+3y-12z+26=0\\4x+3y-12z-78=0\end{array}\right.$.

B. $\left[\begin{array}{l}4x+3y-12z-26=0\\4x+3y-12z-78=0\end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l}4x+3y-12z-26=0\\4x+3y-12z+78=0\end{array}\right.$.

D. $\left[\begin{array}{l}4x+3y-12z+26=0\\4x+3y-12z+78=0\end{array}\right.$.

Câu 12. **(THPT Chuyên Thái Bình lần 4 năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua $H(1;1;-3)$ và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C (khác O) sao cho H là trực tâm tam giác ABC. Phương trình của (P) là

A. $x+y+3z+7=0$. **B.** $x+y-3z+11=0$.

C. $x+y-3z-11=0$. **D.** $x+y+3z-7=0$.

Câu 13. **(THPT Chuyên Thái Nguyên năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua $G(1;2;3)$, cắt các tia Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho G là trọng tâm tam giác ABC. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $6x+3y+2z-18=0$.

B. $2x+3y+6z-18=0$.

C. $6x+3y-2z-18=0$.

D. $3x+2y+6z-18=0$.

Câu 14. **(THPT Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Định 2018)** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai điểm $A(1;0;1)$, $B(-1;2;2)$ và song song với trục hoành Ox có phương trình là

A. $y-2z+2=0$. **B.** $x+2z-3=0$.

C. $2y-z+1=0$. **D.** $x+y-z=0$.

Câu 15. **(THPT Chuyên Hà Tĩnh năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa trục Oz và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x-y+2z-1=0$ có phương trình là

A. $x+y=0$. **B.** $x+2y=0$.

C. $x-y=0$. **D.** $x+y-1=0$.

Câu 16. **(THPT Chuyên Trần Phú – Hải Phòng năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 1 = 0$, $(Q): y = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (R) chứa A, vuông góc với cả hai mặt phẳng (P) và (Q).

A. $3x - 2z = 0.$ **B.** $3x - y + 2z - 4 = 0.$

C. $3x - 2z - 1 = 0.$ **D.** $3x + y - 2z - 2 = 0.$

Câu 17. **(THPT Đức Thọ – Hà Tĩnh 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(3,-1,2)$, $N(4,-1,-1)$, $P(2;0;2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $3x + 3y - z + 8 = 0.$

B. $3x - 2y + z - 8 = 0.$

C. $3x + 3y + z - 8 = 0.$

D. $3x + 3y - z - 8 = 0.$

Câu 18. **(THPT Chuyên Thái Bình lần 5 năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(Q_1): 3x - y + 4z + 2 = 0$ và $(Q_2): 3x - y + 4z + 8 = 0$. Phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai mặt phẳng (Q_1) và (Q_2) là

A. $(P): 3x - y + 4z + 10 = 0.$

B. $(P): 3x - y + 4z + 5 = 0.$

C. $(P): 3x - y + 4z - 10 = 0.$

D. $(P): 3x - y + 4z - 5 = 0.$

Câu 19. **(Sở GD & ĐT Hà Tĩnh lần 2 năm 2018)** Cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;1)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho độ dài OA, OB, OC theo thứ tự tạo thành cấp số nhân có công bội bằng 2. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (P) bằng

A. $\dfrac{4}{\sqrt{21}}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{21}}{21}$.

C. $\dfrac{3\sqrt{21}}{7}$. **D.** $9\sqrt{21}.$

Câu 20. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;3)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x + 2y + z - 10 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q), biết (Q) song song với (P) và (Q) cách M một khoảng bằng $\sqrt{6}$.

A. $(Q): x + 2y + z + 2 = 0.$

B. $(Q): x + 2y + z + 10 = 0.$

C. $(Q): x + 2y + z - 10 = 0.$

D. $(Q): x + 2y + z - 2 = 0.$

ĐÁP ÁN BÀI TẬP VỀ NHÀ 1

1.C	2.C	3.C	4.C	5.A	6.C	7.A	8.D	9.A	10.D
11.C	12.C	13.A	14.A	15.A	16.C	17.C	18.B	19.C	20.A

BÀI TẬP VỀ NHÀ 2

Câu 1. Phương trình mặt phẳng đi qua $M(1;2;-5)$, có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-2;-3)$ là

A. $x-2y-3z-12=0$. **B.** $x-2y-3z+12=0$.

C. $x+2y-5z+12=0$. **D.** $x-2y-3z-6=0$.

Câu 2. Phương trình mặt phẳng đi qua $M(3;9;-1)$ và vuông góc với trục Ox là

A. $x-3=0$. **B.** $y+z-8=0$.

C. $x+y+z=11$. **D.** $x+3=0$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;0;1)$ và $B(-1;3;-1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với đường thẳng AB.

A. $3x-3y+2z+8=0$.

B. $3x-3y+2z-8=0$.

C. $3x-3y+2z+14=0$.

D. $3x-3y+2z-14=0$.

Câu 4. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua $A(0;1;3)$ và $(P)\parallel(Q):2x-3z+1=0$.

A. $2x-3z+9=0$. **B.** $2x-3z-9=0$.

C. $2x-3z+3=0$. **D.** $2x-3z+3=0$.

Câu 5. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB với $A(2;-3;-1)$, $B(4;-1;2)$ là

A. $2x+2y+3z+1=0$.

B. $8x-8y-12z+15=0$.

C. $x+y-z=0$.

D. $4x+4y+6z-7=0$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của M trên các trục Ox, Oy, Oz. Viết phương trình mặt phẳng (ABC).

A. $3x+2y+z-6=0$.

B. $2x+y+3z-6=0$.

C. $6x+3y+2z-6=0$.

D. $x+2y+3z-6=0$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(3;2;1)$ và cắt các trục toạ độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trực tâm của tam giác ABC là

A. $(P):3x+2y+z-14=0$. **B.** $(P):x+y+z-6=0$.

C. $(P):\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{1}=1$. **D.** $(P):\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{1}=0$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $G(-1;-3;2)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) cắt ba trục Ox, Oy, Oz tại A, B, C và G là trọng tâm tam giác ABC.

A. $(P):x+y-z-5=0$.

B. $(P):2x-3y-z-1=0$.

C. $(P):x+3y-2z+1=0$.

D. $(P):6x+2y-3z+18=0$.

Câu 9. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và có cặp véctơ chỉ phương là $\vec{a}=(2;1;2),\ \vec{b}=(3;2;-1)$.

A. $(P): 5x-8y-z+8=0$.

B. $(P): 5x-8y-z-8=0$.

C. $(P): 5x+8y-z+8=0$.

D. $(P): 5x+8y-z-8=0$.

Câu 10. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;0;2),\ B(1;1;1),\ C(2;3;0)$ là

A. $x+y-z+1=0$.

B. $x-y-z+1=0$.

C. $x+y+z-3=0$.

D. $x+y-2z-3=0$.

Câu 11. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(2;2;-3)$ và chứa trục Oz có dạng

A. $(P): 2x-2y+1=0$.

B. $(P): 2x-2z+1=0$.

C. $(P): x-y=0$.

D. $(P): x+y=0$.

Câu 12. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(1;0;1)$ và $B(-1;2;2)$, đồng thời song song với trục Ox.

A. $(P): x+y-z=0$.

B. $(P): 2y-z+1=0$.

C. $(P): y-2z+2=0$.

D. $(P): x+2z-3=0$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;1;0),\ B(0;2;1),\ C(1;0;2),\ D(1;1;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A,\ B$ và (P) song song với đường thẳng CD.

A. $(P): x+y+z-3=0$.

B. $(P): 2x-y+z-2=0$.

C. $(P): 2x+y+z-3=0$.

D. $(P): x+y-2=0$.

Câu 14. Cho hai điểm $A(2;4;1),\ B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z-5=0$. Hãy viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm $A,\ B$ và vuông góc với (P).

A. $(Q): 2y+3z-1=0$.

B. $(Q): 2x+3z-11=0$.

C. $(Q): 2y+3z-12=0$.

D. $(Q): 2y+3z-11=0$.

Câu 15. Cho mặt phẳng $(P_1): x+2y+3z+4=0$ và $(P_2): 3x+2y-z+1=0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;1;1)$, vuông góc với (P_1) và (P_2).

A. $(P): 4x-5y+2z-1=0$.

B. $(P): 4x+5y-2z-1=0$.

C. $(P): 4x-5y-2z+1=0.$

D. $(P): 4x+5y+2z+1=0.$

Câu 16. Mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x+y+z-3=0$, $(\beta): x-y+z-1=0$ và đồng thời cách gốc tọa độ 1 khoảng bằng $\sqrt{2}$ có phương trình là

A. $(P): x-z\pm 2=0.$

B. $(P): x-z\pm 3=0.$

C. $(P): x-y\pm 3=0.$

D. $(P): y-z\pm 2=0.$

Câu 17. Phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=9$ tại điểm $M(2;1;1)$ là

A. $(P): x+2y+z-5=0.$

B. $(P): x+2y-2z-2=0.$

C. $(P): x+2y-2z-8=0.$

D. $(P): x+2y+2z-6=0.$

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P), biết (P) song song với mặt $(Q): 2x+2y-z+17=0$ và (P) cắt mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=25$ theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng 6π.

A. $(P): 2x+2y-z-7=0.$

B. $(P): 2x+2y-z+17=0.$

C. $(P): 2x+2y+z-7=0.$

D. $(P): 2x+2y+z+17=0.$

Câu 19. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt ba tia $Ox,\ Oy,\ Oz$ lần lượt tại $A,\ B,\ C$ sao cho thể tích tứ diện $OABC$ nhỏ nhất.

A. $6x+3y+2z+18=0.$

B. $6x+3y+3z-21=0.$

C. $6x+3y+3z+21=0.$

D. $6x+3y+2z-18=0.$

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho $(P_1): 3x-y+4z+2=0$ và $(P_2): 3x-y+4z+8=0$. Phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai mặt phẳng (P_1) và (P_2) là

A. $(P): 3x-y+4z+10=0.$

B. $(P): 3x-y+4z+5=0.$

C. $(P): 3x-y+4z-10=0.$

D. $(P): 3x-y+4z-5=0.$

ĐÁP ÁN BÀI TẬP VỀ NHÀ 2

1.A	2.A	3.B	4.A	5.D	6.C	7.A	8.D	9.A	10.A
11.D	12.C	13.C	14.D	15.A	16.A	17.B	18.A	19.D	20.B

§ 3. PHÖÔNG TRÌNH ÑÖÔÌNG THAÚNG

KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NHỚ

1. Phương trình đường thẳng

- Đường thẳng d đi qua điểm $M(x_\circ;y_\circ;z_\circ)$ và có véctơ chỉ phương (VTCP) $\vec{u}_d=(a_1;a_2;a_3)$ có phương trình tham số $\boxed{\begin{cases}x=x_\circ+a_1t\\y=y_\circ+a_2t\\z=z_\circ+a_3t\end{cases}}$, $(t\in\mathbb{R})$.
- Điểm M thuộc đường thẳng $d\Leftrightarrow M(x_\circ+a_1t;\ y_\circ+a_2t;\ \ z_\circ+a_3t)$.
- Nếu $a_1a_2a_3\neq 0$ thì $\boxed{\dfrac{x-x_\circ}{a_1}=\dfrac{y-y_\circ}{a_2}=\dfrac{z-z_\circ}{a_3}}$ được gọi là phương trình chính tắc của d.

☞ **<u>Đặc biệt</u>**:

✓ Trục $Ox:\begin{cases}x=t\\y=0\\z=0\end{cases}$ có VTCP $\vec{i}=(1;0;0)$.

✓ Trục $Oy:\begin{cases}x=0\\y=t\\z=0\end{cases}$ có VTCP $\vec{j}=(0;1;0)$.

✓ Trục $Oz:\begin{cases}x=0\\y=0\\z=t\end{cases}$ có VTCP $\vec{k}=(0;0;1)$.

2. Vị trí tương đối

a) **<u>Vị trí tương đối của hai đường thẳng</u>** $d:\begin{cases}x=x_\circ+a_1t\\y=y_\circ+a_2t\\z=z_\circ+a_3t\end{cases}$ **và** $d':\begin{cases}x=x'_\circ+a'_1t'\\y=y'_\circ+a'_2t'\\z=z'_\circ+a'_3t'\end{cases}$.

☞ **<u>Phương pháp 1</u>**. Xét hệ phương trình với hai ẩn là t và t', tức xét: $\begin{cases}x_\circ+a_1t=x'_\circ+a'_1t'\\y_\circ+a_2t=y'_\circ+a'_2t'\\z_\circ+a_3t=z'_\circ+a'_3t'\end{cases}$.

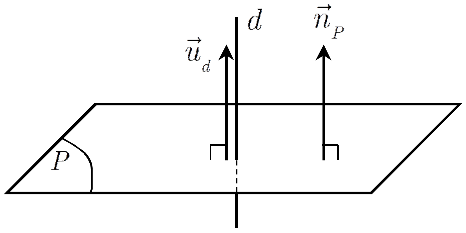
- Nếu hệ có nghiệm duy nhất thì d và d' cắt nhau.
- Nếu hệ có vô số nghiệm thì $d\equiv d'$.
- Nếu hệ vô nghiệm thì $d\parallel d'$ hoặc $d,\ d'$ chéo nhau.
  - $\vec{u}_d\uparrow\uparrow\vec{u}_{d'}$ thì $d\parallel d'$.
  - Nếu $\vec{u}_d\not\uparrow\uparrow\vec{u}_{d'}$ thì $d,\ d'$ chéo nhau.

☞ **<u>Phương pháp 2</u>**. Xét $M(x_\circ,y_\circ,z_\circ)\in d,\ \ M(x'_\circ,y'_\circ,z'_\circ)\in d'$ và $\vec{u}_d,\ \vec{u}_{d'}$.

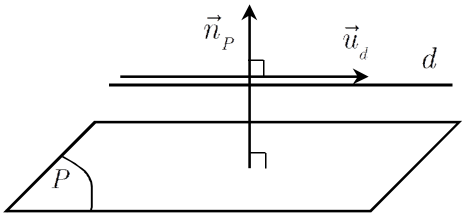
- $d\parallel d'\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{a}_d=k\vec{a}_{d'}\\M\notin d'\end{cases}$.
- $d\equiv d'\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{a}_d=k\vec{a}_{d'}\\M\in d'\end{cases}$.
- d cắt $d'\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{a}_d\ ko\uparrow\uparrow\ \vec{a}_{d'}\\ [\vec{a},\vec{a}'].\overrightarrow{MN}=0\end{cases}$.
- d chéo $d'\Leftrightarrow\left[\vec{a}_d,\vec{a}_{d'}\right].\overrightarrow{MN}\neq 0$.

b) <u>Vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng</u>

Cho đường thẳng $d:\begin{cases} x = x_\circ + a_1 t \\ y = y_\circ + a_2 t \\ z = z_\circ + a_3 t \end{cases}$ và mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$



Xét hệ: $\begin{cases} x = x_\circ + a_1 t & (1) \\ y = y_\circ + a_2 t & (2) \\ z = z_\circ + a_3 t & (3) \\ Ax + By + Cz + D = 0 & (4) \end{cases} \quad (*)$

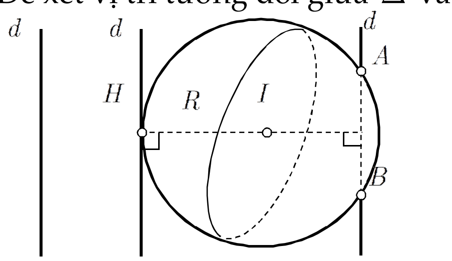


Lấy $(1),(2),(3)$ thế vào (4)

- Nếu $(*)$ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow d$ cắt (α).
- Nếu $(*)$ có vô nghiệm $\Leftrightarrow d \parallel (\alpha)$.
- Nếu $(*)$ vô số nghiệm $\Leftrightarrow d \subset (\alpha)$.

c) <u>Vị trí tương đối giữa đường thẳng d và mặt cầu (S)</u>

Cho mặt cầu (S) có tâm I, bán kính R và đường thẳng Δ. Để xét vị trí tương đối giữa Δ và (S) ta tính $d(I,\Delta)$ rồi so sánh với bán kính R.



- Nếu $d(I,\Delta) > R: \Delta$ không cắt (S).
- Nếu $d(I,\Delta) = R: \Delta$ tiếp xúc với (S) tại H.
- Nếu $d(I,\Delta) < R: \Delta$ cắt (S) tại hai điểm phân biệt $A,\ B$.

3. Khoảng cách

a) Khoảng cách từ M đến d là $\boxed{d(M,d) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AM}, \vec{u}_d\right]\right|}{\left|\vec{u}_d\right|}}$ với $A \in d$ và $\vec{u}_d$ là VTPT d.

b) Khoảng cách giữa hai đường chéo nhau $\boxed{d(d,d') = \dfrac{\left|\left[\vec{u}, \vec{u}'\right].\overrightarrow{AB}\right|}{\left|\left[\vec{u}, \vec{u}'\right]\right|}}$ với $A \in d,\ B \in d'$.

4. Góc

a) **<u>Góc giữa hai đường thẳng</u>**

Góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 có VTCP $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$ và $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$.

$\boxed{\cos(d_1; d_2) = \cos\alpha = \dfrac{\left|\vec{u}_1.\vec{u}_2\right|}{\left|\vec{u}_1\right|.\left|\vec{u}_2\right|} = \dfrac{\left|a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2\right|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2}.\sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}}$ với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

b) <u>Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng</u>

Cho đường thẳng d có VTCP $\vec{u}_d = (a;b;c)$ và mặt (P) có VTPT $\vec{n}_{(P)} = (A;B;C)$ thì

$\boxed{\sin\alpha = \left|\cos(\vec{n}_{(P)}; \vec{u}_d)\right| = \dfrac{\left|\vec{u}_d.\vec{n}_{(P)}\right|}{\left|\vec{u}_d\right|.\left|\vec{n}_{(P)}\right|} = \dfrac{\left|aA + bB + cC\right|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}}$ với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

Dạng toán 1: Xác định các yếu tố cơ bản của đường thẳng

1. Cho đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z}{1}\cdot$ Đường thẳng d có một véctơ chỉ phương là

A. $\vec{u} = (-1;2;1)$. **B.** $\vec{u} = (2;1;0)$.
C. $\vec{u} = (2;1;1)$. **D.** $\vec{u} = (-1;2;0)$.

☞ Cần nhớ: $d: \dfrac{x-x_\circ}{a_1} = \dfrac{y-y_\circ}{a_2} = \dfrac{z-z_\circ}{a_3}$ có 1 VTCP là $\vec{u}_d = (a_1;a_2;a_3)$ và qua $M(x_\circ;y_\circ;z_\circ)$.

2. Cho đường thẳng $d: \dfrac{x}{2} = y = \dfrac{z-1}{2}\cdot$ Tìm một véctơ chỉ phương của d.

A. $\vec{u} = (1;6;0)$. **B.** $\vec{u} = (2;6;2)$.
C. $\vec{u} = (2;2;0)$. **D.** $\vec{u} = (2;1;2)$.

☞ Cần nhớ: $d: \dfrac{x-x_\circ}{a_1} = \dfrac{y-y_\circ}{a_2} = \dfrac{z-z_\circ}{a_3}$ ....

....

3. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = 2 \\ z = 1-2t \end{cases}, \ (t \in \mathbb{R})$. Đường thẳng d có một véctơ chỉ phương là

A. $\vec{u} = (1;2;0)$. **B.** $\vec{u} = (1;0;-2)$.
C. $\vec{u} = (1;2;-2)$. **D.** $\vec{u} = (-1;2;0)$.

☞ Cần nhớ: $d: \begin{cases} x = x_\circ + a_1 t \\ y = y_\circ + a_2 t, \ (t \in \mathbb{R}) \\ z = z_\circ + a_3 t \end{cases}$ có 1 VTCP là $\vec{u}_d = (a_1;a_2;a_3)$ và qua $M(x_\circ;y_\circ;z_\circ)$.

4. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2+3t, \ (t \in \mathbb{R}) \\ z = 5-t \end{cases}$. Đường thẳng d có một véctơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_1 = (0;3;-1)$. **B.** $\vec{u}_2 = (1;3;-1)$.
C. $\vec{u}_3 = (1;-3;-1)$. **D.** $\vec{u}_4 = (1;2;5)$.

☞ Cần nhớ: $d: \begin{cases} x = x_\circ + a_1 t \\ y = y_\circ + a_2 t, \ (t \in \mathbb{R}) \\ z = z_\circ + a_3 t \end{cases}$ có ....

....

5. Cho d qua $A(3;0;1)$, $B(-1;2;3)$. Đường thẳng d có một véctơ chỉ phương là

A. $\vec{u} = (-1;2;1)$. **B.** $\vec{u} = (2;1;0)$.
C. $\vec{u} = (2;-1;-1)$. **D.** $\vec{u} = (-1;2;0)$.

Véctơ chỉ phương là véctơ có giá song song hoặc nằm trên đường thẳng d. Do đó:

$\vec{u}_d = \overrightarrow{AB} = (-4;2;2) = -2(2;-1;-1)$. **Chọn C.**

6. Cho hai điểm $A(5;-3;6)$, $B(5;-1;-5)$. Tìm một véctơ chỉ phương của đường thẳng AB.

A. $\vec{u} = (5;-2;1)$. **B.** $\vec{u} = (10;-4;1)$.
C. $\vec{u} = (0;2;-11)$. **D.** $\vec{u} = (0;2;11)$.

Véctơ chỉ phương là ....

....

....

7. Cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các trục Ox, Oy. Véctơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của đường thẳng M_1M_2.

A. $\vec{u}_2 = (1;2;0)$. **B.** $\vec{u}_3 = (1;0;0)$.
C. $\vec{u}_4 = (-1;2;0)$. **D.** $\vec{u}_1 = (0;2;0)$.

....

....

8. Cho điểm $M(-2;3;4)$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các mặt phẳng (Oxy), (Oyz). Tìm một véctơ chỉ phương của đường thẳng M_1M_2.

A. $\vec{u}_2 = (2;3;0)$. **B.** $\vec{u}_3 = (1;0;2)$.
C. $\vec{u}_4 = (0;-3;4)$. **D.** $\vec{u}_1 = (-2;0;4)$.

....

....

9. Cho hai mặt phẳng $(P): x-2y+z-3=0$ và $(Q): x+y-1=0$. Khi đó giao tuyến d của (P) và (Q) có một véctơ chỉ phương là

A. $\vec{u}=(1;-1;-3)$. **B.** $\vec{u}=(1;1;0)$.

C. $\vec{u}=(1;-2;1)$. **D.** $\vec{u}=(1;1;-3)$.

Có $\begin{cases} \vec{n}_{(P)}=(1;-2;1) \\ \vec{n}_{(Q)}=(1;1;0) \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_d=[\vec{n}_P,\vec{n}_Q]=(-1;1;3)$.

10. Cho hai mặt phẳng $(P): 2x+y-z-1=0$, $(Q): x-2y+z-5=0$. Khi đó giao tuyến của (P) và (Q) có một véctơ chỉ phương là

A. $\vec{u}=(1;3;5)$. **B.** $\vec{u}=(1;-2;1)$.

C. $\vec{u}=(2;1;-1)$. **D.** $\vec{u}=(-1;3;-5)$.

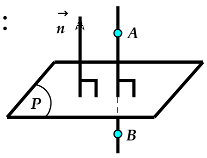
11. Cho đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $(P): 4x-z+3=0$. Tìm một véctơ chỉ phương của đường thẳng d.

A. $\vec{u}=(4;1;3)$. **B.** $\vec{u}=(4;0;-1)$.

C. $\vec{u}=(4;1;-1)$. **D.** $\vec{u}=(4;-1;3)$.

Giải. Vì $d\perp(P)$ nên (xem hình):

$\vec{u}_d=\vec{n}_{(P)}=(4;0;-1)$.



Chọn đáp án B.

12. Cho đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $(P): -2x+y-z+1=0$. Tìm một véctơ chỉ phương của đường thẳng d.

A. $\vec{u}=(-2;-1;-1)$. **B.** $\vec{u}=(2;-1;1)$.

C. $\vec{u}=(-2;1;1)$. **D.** $\vec{u}=(-2;-1;1)$.

13. Cho đường $d: \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{-4}$.

Điểm nào sau đây không thuộc d.

A. $N(4;0;-1)$. **B.** $M(1;-2;3)$.

C. $P(7;2;1)$. **D.** $Q(-2;-4;7)$.

14. Cho đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{3}$.

Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng d.

A. $Q(1;0;2)$. **B.** $N(1;-2;0)$.

C. $P(1;-1;3)$. **D.** $M(-1;2;0)$.

15. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1 \\ y=-2-2t \\ z=2-11t \end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng d.

A. $M(1;-4;2)$. **B.** $N(1;-4;-9)$.

C. $P(1;2;7)$. **D.** $Q(2;2;7)$.

16. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=3t \\ z=-2+t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$.

Biết $A(m;m+2;1)\in d$. Tìm câu **đúng** ?

A. $m\in(-\infty;-4)$. **B.** $m\in[-4;2)$.

C. $m\in(6;+\infty)$. **D.** $m\in[2;6]$.

17. Cho $d: \begin{cases} x=2-3t \\ y=4t \\ z=0 \end{cases}$. Gọi $\vec{u}$ là một VTCP của d thỏa mãn $|\vec{u}|=10$. Tọa độ $\vec{u}$ bằng

A. $\vec{u}=(-3;4;0)$. **B.** $\vec{u}=(-6;-8;0)$.

C. $\vec{u}=(6;8;0)$. **D.** $\vec{u}=(6;-8;0)$.

Dạng toán 2: Góc

1. Góc giữa hai đường thẳng

Góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 có véctơ chỉ phương $\vec{u}_1=(a_1;b_1;c_1)$ và $\vec{u}_2=(a_2;b_2;c_2)$.

$$\boxed{\cos(d_1;d_2)=\cos\alpha=\frac{\left|\vec{u}_1.\vec{u}_2\right|}{\left|\vec{u}_1\right|.\left|\vec{u}_2\right|}=\frac{\left|a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2\right|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2+c_1^2}.\sqrt{a_2^2+b_2^2+c_2^2}}} \text{ với } 0^\circ<\alpha<90^\circ.$$

2. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

Góc giữa đường thẳng d có véctơ chỉ phương $\vec{u}_d=(a;b;c)$ và mặt phẳng (P) có véctơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)}=(A;B;C)$ được xác định bởi công thức:

$$\boxed{\sin\alpha=\left|\cos(\vec{n}_{(P)};\vec{u}_d)\right|=\frac{\left|\vec{u}_d.\vec{n}_{(P)}\right|}{\left|\vec{u}_d\right|.\left|\vec{n}_{(P)}\right|}=\frac{\left|aA+bB+cC\right|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}\sqrt{A^2+B^2+C^2}}} \text{ với } 0^\circ<\alpha<90^\circ.$$

1. Tính góc α giữa hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$ và $d_2:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-3}{1}\cdot$

A. $\alpha=45^\circ$.
B. $\alpha=30^\circ$.
C. $\alpha=60^\circ$.
D. $\alpha=90^\circ$.

Lời giải. Ta có: $\begin{cases}\vec{u}_{d_1}=(1;-1;2)\\ \vec{u}_{d_2}=(-1;1;1)\end{cases}\cdot$ Áp dụng $\boxed{\cos\alpha=\cos(\vec{u}_1,\vec{u}_2)=\dfrac{\left|\vec{u}_1.\vec{u}_2\right|}{\left|\vec{u}_1\right|.\left|\vec{u}_2\right|}}\cdot$

$$\cos\alpha=\frac{\left|1.(-1)+(-1).1+2.1\right|}{\sqrt{1^2+(-1)^2+2^2}.\sqrt{(-1)^2+1^2+1^2}}=0\Rightarrow\alpha=90^\circ.$$ **Chọn D.**

2. Tính góc α giữa đường thẳng $d:\begin{cases}x=-3+t\\ y=-\sqrt{2}t\\ z=1+t\end{cases}$ và $d':\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{\sqrt{2}}=\dfrac{z-3}{-1}\cdot$

A. $\alpha=45^\circ$.
B. $\alpha=30^\circ$.
C. $\alpha=60^\circ$.
D. $\alpha=90^\circ$.

3. Tính góc α tạo bởi hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=2+t\\ y=-1+t\\ z=3\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=1-t'\\ y=2\\ z=-2+t'\end{cases}$, $(t,\ t'\in\mathbb{R})$.

A. $\alpha=150^\circ$.
B. $\alpha=45^\circ$.
C. $\alpha=60^\circ$.
D. $\alpha=30^\circ$.

4. Gọi d là đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): 2x-y+z+1=0$ và $(Q): x+y-z-1=0$. Tính α giữa đường thẳng d và trục Oz.

A. $\alpha = 45^\circ$.

B. $\alpha = 90^\circ$.

C. $\alpha = 60^\circ$.

D. $\alpha = 30^\circ$.

5. Hãy tìm tham số thực m để số đo góc giữa hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = -\sqrt{2}t, \ (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1+t \end{cases}$ và

$d': \begin{cases} x = 1+t' \\ y = 1+\sqrt{2}t', \ (t' \in \mathbb{R}) \\ z = 1+mt' \end{cases}$ bằng 60°.

A. $m = 1$.

B. $m = -1$.

C. $m = \frac{1}{2}$.

D. $m = -\frac{1}{2}$.

6. Cho đường thẳng $(\Delta): \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x-y+2z=1$. Góc giữa (Δ) và (P) bằng

A. 30°.

B. 120°.

C. 45°.

D. 60°.

Giải. Ta có $\begin{cases} \vec{u}_\Delta = (1;2;-1) \\ \vec{n}_{(P)} = (1;-1;2) \end{cases}$. Áp dụng công thức $\boxed{\sin\varphi = \frac{\left|\vec{u}_\Delta . \vec{n}_{(P)}\right|}{\left|\vec{u}_\Delta\right| . \left|\vec{n}_{(P)}\right|}}$.

$$\Rightarrow \sin\alpha = \frac{\left|1.1+(-1).2+2.(-1)\right|}{\sqrt{1^2+(-1)^2+2^2}\sqrt{1^2+2^2+(-1)^2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = 30^\circ.$$ **Chọn A.**

7. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2-3t \\ y = -1-4t, \ (t \in \mathbb{R}) \\ z = 5-5t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): 3x+4y+5z-8=0$. Góc giữa d và (P) bằng

A. 30°.

B. 45°.

C. 60°.

D. 90°.

8. Cho đường thẳng $\Delta: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{-2} = \dfrac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P): 5x + 11y + 2z - 4 = 0$. Góc giữa (Δ) và (P) bằng

A. $\alpha = -30^\circ$.
B. $\alpha = 30^\circ$.
C. $\alpha = 60^\circ$.
D. $\alpha = 45^\circ$.

9. Cho đường thẳng $\Delta: \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 5z - 4 = 0$. Góc giữa (Δ) và (P) bằng

A. $\alpha = 90^\circ$.
B. $\alpha = 30^\circ$.
C. $\alpha = 60^\circ$.
D. $\alpha = 45^\circ$.

10. Cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 5z + 2 = 0$ và đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 1 = 0$ và mặt phẳng $(\beta): x - 2z - 3 = 0$. Hãy tính số đo góc α giữa d và (P).

A. $\alpha = 30^\circ$.
B. $\alpha = 45^\circ$.
C. $\alpha = 60^\circ$.
D. $\alpha = 90^\circ$.

11. Gọi d_1 và d_2 lần lượt là hình chiếu của đường thẳng $d: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{1}$ trên các mặt phẳng (Oyz) và (Oxz). Hãy tính số đo góc α giữa d_1 và d_2.

A. $\alpha = 30^\circ$.
B. $\alpha = 45^\circ$.
C. $\alpha = 60^\circ$.
D. $\alpha = 90^\circ$.

12. Tính số đo góc giữa $(P): x + 2y - z + 1 = 0$ và $(Q): x - y + 2z + 1 = 0$.

A. $\alpha = 30^\circ$.
B. $\alpha = 45^\circ$.
C. $\alpha = 60^\circ$.
D. $\alpha = 90^\circ$.

Dạng toán 3: Khoảng cách

1. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

Khoảng cách từ điểm M đến một đường thẳng d qua điểm A có véctơ chỉ phương $\vec{u}_d$ được xác định bởi công thức $\boxed{d(M,d)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AM},\vec{u}_d\right]\right|}{\left|\vec{u}_d\right|}}$.

☞ **Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song** là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.

☞ **Khoảng cách giữa đường thẳng d song song với mặt phẳng** (P) là khoảng cách từ một điểm M thuộc đường thẳng d đến mặt phẳng (P). Cụ thể:

Vì $d \parallel (P) \Rightarrow d(d;(P))=d(M;(P))=\dfrac{\left|ax_M+by_M+cz_M+d\right|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$ với $\begin{cases} M\in d \\ (P): ax+by+cz+d=0 \end{cases}$.

2. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau

Đường thẳng d đi qua điểm A và có véctơ chỉ phương $\vec{u}_d$ và d' đi qua điểm B và có véctơ chỉ phương $\vec{u}_{d'}$ là $\boxed{d(d,d')=\dfrac{\left|[\vec{u}_d,\vec{u}_{d'}].\overrightarrow{AB}\right|}{\left|[\vec{u}_d,\vec{u}_{d'}]\right|}}$.

1. Khoảng cách từ $M(2;0;1)$ đến đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ bằng

A. $2\sqrt{3}$.
B. $\sqrt{3}$.
C. $\sqrt{2}$.
D. $\sqrt{5}$.

Giải. Ta có: $\begin{cases} A(1;0;2)\in d \\ M(2;0;1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM}=(1;0;-1) \\ \vec{u}_d=(1;2;\ 1)\Rightarrow \left|\vec{u}_d\right|=\sqrt{1^2+2^2+1^2}=\sqrt{6} \end{cases}$.

$\Rightarrow [\overrightarrow{AM},\vec{u}_d]=(2;-2;2)\Rightarrow \left|[\overrightarrow{AM},\vec{u}_d]\right|=\sqrt{2^2+(-2)^2+2^2}=2\sqrt{3}.$

Áp dụng công thức $\boxed{d(M,d)=\dfrac{\left|[\overrightarrow{AM},\vec{u}_d]\right|}{\left|\vec{u}_d\right|}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{6}}=\sqrt{2}$. **Chọn đáp án C.**

2. Khoảng cách từ $M(-2;1;-1)$ đến đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+2}{-2}$ bằng

A. $\dfrac{5\sqrt{2}}{3}$.
B. $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$.
C. 2.
D. $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$.

3. Khoảng cách từ $M(0;-1;3)$ đến đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=2\\z=-t\end{cases}$, $(t\in\mathbb{R})$ bằng

A. $\sqrt{3}$.
B. $\sqrt{14}$.
C. $\sqrt{6}$.
D. $\sqrt{8}$.

4. Khoảng cách từ M với $\overrightarrow{OM}=\vec{k}$ đến đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=t\\y=1-t\\z=0\end{cases}$, $(t\in\mathbb{R})$ bằng

A. $\sqrt{2}$.
B. $\sqrt{3}$.
C. $\sqrt{6}$.
D. $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

5. Khoảng cách từ điểm $A(1;-1;0)$ đến đường thẳng BC với $B(1;0;-2)$, $C(3;-1;-1)$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{21}}{6}$.
B. $\sqrt{7}$.
C. $2\sqrt{2}$.
D. $\dfrac{\sqrt{14}}{2}$.

6. Cho đường thẳng $d:\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-2}{-2}$ và điểm $A(3;-2;4)$. Biết $M(a;b;c)\in d$ thỏa mãn $b>0$ và độ dài đoạn $MA=\sqrt{17}$. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 12.
B. 8.
C. 2.
D. 20.

Dạng toán 4: Vị trí tương đối

1) Vị trí tương đối của hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=x_{\circ}+a_1t\\ y=y_{\circ}+a_2t\\ z=z_{\circ}+a_3t\end{cases}$ **và** $d':\begin{cases}x=x'_{\circ}+a'_1t'\\ y=y_{\circ}+a'_2t'\\ z=z_{\circ}+a'_3t'\end{cases}.$

☞ **Phương pháp 1**. Xét hệ phương trình với hai ẩn là t và t', tức xét: $\begin{cases}x_{\circ}+a_1t=x'_{\circ}+a'_1t'\\ y_{\circ}+a_2t=y'_{\circ}+a'_2t'\\ z_{\circ}+a_3t=z'_{\circ}+a'_3t'\end{cases}.$

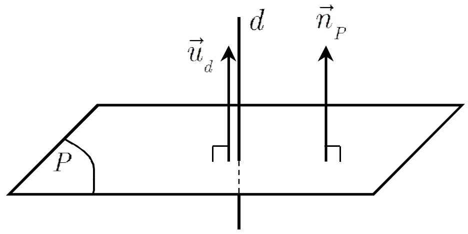
- Nếu hệ có nghiệm duy nhất thì d và d' cắt nhau.
- Nếu hệ có vô số nghiệm thì $d\equiv d'$.
- Nếu hệ vô nghiệm thì $d\parallel d'$ hoặc $d,\ d'$ chéo nhau.
  - $\vec{u}_d\uparrow\uparrow\vec{u}_{d'}$ thì $d\parallel d'$.
  - Nếu $\vec{u}_d\not\uparrow\not\uparrow\vec{u}_{d'}$ thì $d,\ d'$ chéo nhau.

☞ **Phương pháp 2**. Xét $M(x_{\circ},y_{\circ},z_{\circ})\in d,\quad M(x'_{\circ},y'_{\circ},z'_{\circ})\in d'$ và $\vec{u}_d,\ \vec{u}_{d'}$.

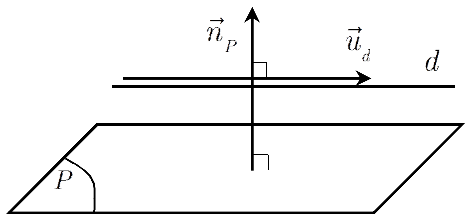
- $d\parallel d'\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{a}_d=k\vec{a}_{d'}\\ M\notin d'\end{cases}.$
- $d\equiv d'\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{a}_d=k\vec{a}_{d'}\\ M\in d'\end{cases}.$
- d cắt $d'\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{a}_d\ ko\uparrow\uparrow\ \vec{a}_{d'}\\ [\vec{a},\vec{a}'].\overrightarrow{MN}=0\end{cases}.$
- d chéo $d'\Leftrightarrow\left[\vec{a}_d,\vec{a}_{d'}\right].\overrightarrow{MN}\neq 0.$

2) Vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng

Cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=x_{\circ}+a_1t\\ y=y_{\circ}+a_2t\\ z=z_{\circ}+a_3t\end{cases}$ và mặt phẳng $(\alpha): Ax+By+Cz+D=0$



Xét hệ: $\begin{cases}x=x_{\circ}+a_1t & (1)\\ y=y_{\circ}+a_2t & (2)\\ z=z_{\circ}+a_3t & (3)\\ Ax+By+Cz+D=0 & (4)\end{cases}\quad (*)$

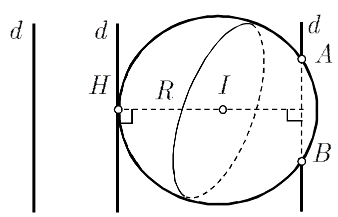


Lấy $(1),(2),(3)$ thế vào (4)

- Nếu $(*)$ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow d$ cắt (α).
- Nếu $(*)$ có vô nghiệm $\Leftrightarrow d\parallel(\alpha)$.
- Nếu $(*)$ vô số nghiệm $\Leftrightarrow d\subset(\alpha)$.

3) Vị trí tương đối giữa đường thẳng d và mặt cầu (S)

Cho mặt cầu (S) có tâm I, bán kính R và đường thẳng Δ. Để xét vị trí tương đối giữa Δ và (S) ta tính $d(I,\Delta)$ rồi so sánh với bán kính R.



- Nếu $d(I,\Delta)>R:\Delta$ không cắt (S).
- Nếu $d(I,\Delta)=R:\Delta$ tiếp xúc với (S) tại H.
- Nếu $d(I,\Delta)<R:\Delta$ cắt (S) tại hai điểm phân biệt $A,\ B$.

☞ **Cách khác**: chuyển d về dạng tham số và thế vào (S). Số nghiệm là số giao điểm.

Nhóm 1. Vị trí tương đối giữa đường thẳng & mặt phẳng

★★★

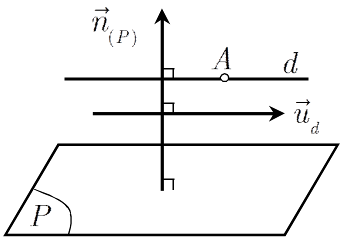
1. Cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+5}{1}$ và mặt phẳng $(P):3x-4y+14z-5=0.$ Tìm khẳng định **đúng** ?

A. $d\subset(P).$

B. $d\parallel(P).$

C. $d\perp(P).$

D. $d\cap(P).$



Nếu $A\in(P)\Rightarrow d\subset(P).$

Có thể giải bằng lập hệ

Lời giải. Ta có: $\begin{cases}\vec{u}_d=(-2;2;1)\\ \vec{n}_{(P)}=(3;-4;14)\end{cases}.$

Xét $\vec{u}_d.\vec{n}_{(P)}=-6-8+14=0\Rightarrow\vec{u}_d\perp\vec{n}_{(P)}.$

Do đó d song song hoặc nằm trong $(P).$

Xét $A(1;0;-5)\in d$ và thế vào (P) ta được

$3.1-0+14.(-5)-5=-77\neq0\Rightarrow A\notin(P).$

Suy ra $d\parallel(P).$ **Chọn đáp án B.**

2. Cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y-5}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P):3x-4y+14z-5=0.$ Tìm khẳng định **đúng** ?

A. $\Delta\subset(P).$

B. $\Delta\parallel(P).$

C. $\Delta\perp(P).$

D. $\Delta\cap(P).$

3. Cho mặt phẳng $(P):3x+5y-z-2=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}\cdot$ Tìm khẳng định **đúng** ?

A. $d\perp(P).$

B. $d\parallel(P).$

C. $d\subset(P).$

D. $d\cap(P).$

4. Cho mặt phẳng $(P):\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$ và đường thẳng $d:ax=by=cz$ với $abc\neq0.$ Tìm khẳng định **đúng** ?

A. $d\subset(P).$

B. $d\parallel(P).$

C. d cắt $(P).$

D. $d\perp(P).$

5. Biết $d:\begin{cases} x=t \\ y=-1+2t \\ z=-1 \end{cases}$ nằm trong mặt phẳng $(P): mx-4y+z-3=0.$ Tìm câu **đúng** ?

A. $m\in(-\infty;-2).$

B. $m\in[2;5).$

C. $m\in[5;11).$

D. $m\in[11;+\infty).$

6. Tìm m để đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z-3}{-1}$ nằm trong $(P): x-y+6z+m=0.$

A. $m=-20.$

B. $m=20.$

C. $m=0.$

D. $m=-10.$

7. Cho mặt phẳng $(P): x-2y+mz+2=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z-3}{-1}\cdot$ Tìm tham số m để $d\perp(P).$

A. $m=-\dfrac{1}{2}\cdot$

B. $m=0,5.$

C. $m=1.$

D. $m=2.$

8. Tìm m để đường thẳng $d:\begin{cases} x=2+4t \\ y=1-t \\ z=1+3t \end{cases}$ cắt mặt phẳng $(P): 2x+my-3z+m-2=0.$

A. $m\neq-\dfrac{1}{2}\cdot$

B. $m=-1.$

C. $m\neq-1.$

D. $m=\dfrac{1}{2}\cdot$

9. Tìm m để $d:\dfrac{x-10}{5}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{1}$ vuông góc $(P): 10x+2y+mz+11=0.$

A. $m=-2.$

B. $m=2.$

C. $m=-52.$

D. $m=52.$

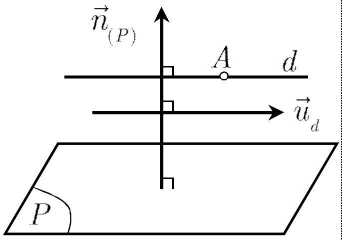
10. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{-2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z}{1}$ song song với mặt phẳng $(P): 2x + (1-2m)y + m^2z + 1 = 0.$

A. $m \in \{-1;3\}.$

B. $m = -1.$

C. $m = 3.$

D. Không có $m.$



Nếu $A \in (P) \Rightarrow d \subset (P).$

Giải. Ta có d qua $A(2;1;0)$ và $\vec{u}_d = (-2;1;1).$

(P) có $\vec{n}_{(P)} = (2;1-2m;m^2).$

Vì $d \parallel (P) \Rightarrow \vec{u}_d \perp \vec{n}_{(P)} \Leftrightarrow \vec{u}_d.\vec{n}_{(P)} = 0$

$\Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = -1$ hoặc $m = 3.$

Mà $A(2;1;0) \notin (P) \Rightarrow 2.2 + 1 - 2m + 1 \neq 0$

$\Leftrightarrow m \neq 3$ nên giá trị cần tìm là $m = -1.$

---

11. Cho đường thẳng $d: \dfrac{x-4}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2mz - 4 = 0.$ Tìm tham số m để d song song với $(P).$

A. $m = 1.$

B. $m = \dfrac{1}{2}\cdot$

C. $m = 2.$

D. Không có $m.$

---

12. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = -3 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$ và mặt phẳng $m^2x - 2my + (6-3m)z - 5 = 0.$ Tìm tham số m để $d \parallel (P).$

A. $m = 1.$

B. $m \in \{-6;1\}.$

C. $m = -6.$

D. Không có $m.$

---

13. Cho đường thẳng d đi qua điểm $A(0;0;1)$ có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1;1;3)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - z + 5 = 0.$ Khẳng định nào **đúng** ?

A. Đường thẳng d nằm trong $(\alpha).$

B. Đường thẳng d có điểm chung với $(\alpha).$

C. Đường thẳng d vuông góc với $(\alpha).$

D. Đường thẳng d và mặt (α) không có điểm chung.

14. Cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=1+2t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+z-5=0.$ Tọa độ giao điểm A của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là

A. $A(3;0;-1).$ **B.** $A(0;3;1).$ **C.** $A(0;3;-1).$ **D.** $A(-1;0;3).$

Giải. Gọi $A(1+t;2-t;1+2t)\in d\cap(P)\Rightarrow A\in(P)$

$\Leftrightarrow 1+t+2(2-t)+1+2t-5=0 \Leftrightarrow t=-1$

$\Rightarrow A(0;3;-1).$ **Chọn đáp án C.**

15. Cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=12+4t \\ y=9+3t \\ z=1+t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$ và mặt phẳng $(P): 3x+5y-z-2=0.$ Tọa độ giao điểm M của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là

A. $M(0;0;-2).$ **B.** $M(0;2;3).$ **C.** $M(0;0;2).$ **D.** $M(0;-2;-3).$

16. Trong không gian $Oxyz,$ tìm giao điểm I của đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-4}{3}$ và mặt phẳng $(P): x+4y+9z-9=0.$

A. $I(2;4;-1).$ **B.** $I(1;2;0).$ **C.** $I(1;0;0).$ **D.** $I(0;0;1).$

17. Trong không gian $Oxyz,$ tìm giao điểm M của đường thẳng $d:\dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): 3x+5y-z-2=0.$

A. $M(0;0;-2).$ **B.** $M(1;0;1).$ **C.** $M(1;1;6).$ **D.** $M(12;9;1).$

18. Trong không gian $Oxyz,$ tìm giao điểm M của đường thẳng $d:\begin{cases} x=3+t \\ y=-1-t \\ z=2t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$ và mặt phẳng $(P): 2x-y-z-7=0.$

A. $M(0;2;-4).$ **B.** $M(3;-1;0).$ **C.** $M(6;-4;3).$ **D.** $M(1;4;-2).$

Nhóm 2. Vị trí tương đối giữa đường thẳng & mặt cầu

★★★

19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz,$ cho đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-3}{-1}$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+4x-2y-21=0.$ Số điểm chung của d và (S) là

A. $2.$ B. $1.$

C. $0.$ D. Vô số.

Lưu ý: Nếu đề yêu cầu tìm tọa độ, ta thế t vào M sẽ tìm được tọa độ.

Lời giải. Xét $M(-2-t;t;3-t)\in d.$ Thế vào (S) được:

$3t^2-8t-16=0\Leftrightarrow t=4$ hoặc $t=-\dfrac{4}{3}\cdot$

$\Rightarrow$ d và (S) có 2 điểm chung. **Chọn đáp án A.**

20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz,$ cho đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+3}{2}$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z+2)^2=9.$ Tìm tọa độ giao điểm của d và $(S).$

A. $A(2;3;2).$

B. $A(2;3;2)$ hoặc $A(-2;2;-3).$

C. $A(0;0;2)$ hoặc $A(-2;2;-3).$

D. $A(-2;2;-3).$

21. Trong không gian với hệ $Oxyz,$ cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=11.$ Tìm tọa độ điểm A là giao điểm của mặt cầu (S) với tia $Oz.$

A. $A(0;0;1).$

B. $A(0;0;1)$ hoặc $A(0;0;-5).$

C. $A(0;0;-1).$

D. $A(0;0;1)$ hoặc $A(0;0;5).$

22. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và tiếp xúc với trục tung là

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=10.$

B. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16.$

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=8.$

D. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9.$

23. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(2;4;6)$ và tiếp xúc với trục hoành là

A. $(x-2)^2+(y-4)^2+(z-6)^2=40.$

B. $(x-2)^2+(y-4)^2+(z-6)^2=52.$

C. $(x-2)^2+(y-4)^2+(z-6)^2=20.$

D. $(x-2)^2+(y-4)^2+(z-6)^2=56.$

24. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $A(1;4;3)$ và cắt trục Ox tại hai điểm $B,\ C$ sao cho độ dài đoạn thẳng $BC=6$ là

A. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=28.$

B. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=34.$

C. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=26.$

D. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=19.$

25. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(2;3-1)$ sao cho mặt cầu (S) cắt đường thẳng $d:\dfrac{x-11}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+25}{-2}$ tại A và B để $AB=16.$

A. $(x+2)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=289.$

B. $(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=17.$

C. $(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=289.$

D. $(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=280.$

26. Phương trình mặt cầu (S) tâm $A(1;4;3)$ và cắt Oy tại hai điểm $B,\ C$ sao cho tam giác ABC vuông là

A. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=50.$

B. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=34.$

C. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=16.$

D. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=20.$

27. Cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{1}$ và điểm $I(1;0;0)$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm $A,\ B$ sao cho tam giác IAB đều là

A. $(S):3(x-1)^2+3y^2+3z^2=20.$

B. $(S):(x-1)^2+y^2+z^2=4.$

C. $(S):(x+1)^2+y^2+z^2=7.$

D. $(S):(x-1)^2+y^2+z^2=3.$

28. Cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và điểm $I(1;1;-2)$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm $A,\ B$ sao cho góc $\widehat{IAB}=30^\circ$ là

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=72.$

B. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=36.$

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=66.$

D. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=46.$

Nhóm 3. Vị trí tương đối giữa đường thẳng & đường thẳng

★★★

29. Cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=2-t\\z=-3\end{cases}$ và đường thẳng $d':\begin{cases}x=3+2t'\\y=1-t'\\z=-3\end{cases}$ với $t,\ t'\in\mathbb{R}$. Vị trí tương đối của d và d' là

A. $d\parallel d'$.

B. $d\equiv d'$.

C. d cắt d'.

D. d chéo d'.

Giải. Ta có $\vec{u}_d=(2;-1;0)$, $\vec{u}_{d'}=(2;-1;0)$ nên $\vec{u}_d\uparrow\uparrow\vec{u}_{d'}$.

Do đó d và d' song song hoặc trùng.

Xét hệ $\begin{cases}1+2t=3+2t'\\2-t=1-t'\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t-t'=1\\t-t'=1\end{cases}$ có vô số nghiệm nên $d\equiv d'$.

Chọn đáp án B.

☞ **Lưu ý:** Ta có thể giải hệ phương trình ẩn $t,\ t'$ để kết luận vị trí.

30. Cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=3-t\end{cases}$ và đường thẳng $d':\begin{cases}x=1+2t'\\y=-1+2t'\\z=2-2t'\end{cases}$ với $t,\ t'\in\mathbb{R}$. Vị trí tương đối của d và d' là

A. $d\parallel d'$.

B. $d\equiv d'$.

C. d cắt d'.

D. d chéo d'.

31. Cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+4}{3}=\dfrac{1-z}{-2}$ và đường thẳng $d':\begin{cases}x=4t\\y=1+6t\\z=-1+4t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Vị trí tương đối của d và d' là

A. $d\parallel d'$.

B. $d\equiv d'$.

C. d cắt d'.

D. d chéo d'.

32. Cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=-3+2t\\y=1-t\\z=-1+4t\end{cases}$ và đường thẳng $d':\dfrac{x+4}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-4}{-1}\cdot$ Vị trí tương đối của d và d' là

A. Chéo và $\perp$.

B. Cắt và $\not\perp$.

C. Cắt và $\perp$.

D. $d \parallel d'$.

33. Cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1+at\\y=t\\z=-1+2t\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=1-t'\\y=2+2t'\\z=3-t'\end{cases}$ với $t,\ t'\in\mathbb{R}$. Tìm a để hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau.

A. $a=1$.

B. $a=0$.

C. $a=-1$.

D. $a=2$.

Giải. Xét hệ phương trình $\begin{cases}1+at=1-t' & (1)\\t=2+2t' & (2)\\-1+2t=3-t' & (3)\end{cases}$. Từ (2), (3), ta có hệ $\begin{cases}t-2t'=2\\2t+t'=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=2\\t'=0\end{cases}$ và thế vào $(1)\Rightarrow 1+2a=1\Leftrightarrow a=0$. **Chọn B.**

34. Cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{m}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z+5}{m}$ cắt $d':\dfrac{x-5}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-3}{-1}\cdot$ Hỏi giá trị của tham số m có đặc điểm gì ?

A. $m\in\mathbb{Z}^-$.

B. $m\in\mathbb{Q}^-$.

C. $m\in\mathbb{Z}^+$.

D. $m\in\mathbb{Q}^+$.

35. Cho đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1+t\\y=2-t\\z=-2-2t\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=2+t'\\y=1-t'\\z=1\end{cases}$. Chọn khẳng định **đúng** ?

A. $d_1\parallel d_2$.

B. d_1 chéo d_2.

C. d_1 cắt d_2.

D. $d_1\equiv d_2$.

36. Cho $d : \dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-4}{3}$ và $d_2 : \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z+2}{3}\cdot$ Tìm khẳng định **đúng** ?

A. d_1 cắt d_2.

B. $d_1 \equiv d_2$.

C. $d_1 \parallel d_2$.

D. d_1 chéo d_2.

37. Cho $d_1 : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z}{1}$ và $d_2 : \dfrac{x}{-2} = \dfrac{y+5}{3} = \dfrac{z-4}{1}\cdot$ Tìm khẳng định **đúng** ?

A. d_1 cắt d_2.

B. $d_1 \equiv d_2$.

C. $d_1 \parallel d_2$.

D. d_1 chéo d_2.

38. Cho $d_1 : \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z+3}{-1}$ và $d_2 : \dfrac{x-4}{1} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-12}{4}\cdot$ Tìm mệnh đề **đúng** ?

A. d_1 chéo d_2.

B. $d_1 \equiv d_2$.

C. d_1 cắt d_2.

D. $d_1 \perp d_2$.

39. Tìm tọa độ giao điểm của $d : \dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-4}{3}$ và $d' : \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z+2}{3}$.

A. $I(1;-2;4)$.

B. $I(1;2;4)$.

C. $I(-1;0;-2)$.

D. $I(6;9;1)$.

40. Cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(2;3;1)$. Tìm tọa giao điểm của đường thẳng AB và (Oyz).

A. $I(1;2;1)$.

B. $I(0;1;5)$.

C. $I(0;1;3)$.

D. $I(0;1;4)$.

BÀI TẬP VỀ NHÀ 1

Câu 1. Một véctơ chỉ phương của đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}$ là

A. $\vec{u}=(-1;2;1)$. **B.** $\vec{u}=(2;1;0)$. **C.** $\vec{u}=(-1;2;0)$. **D.** $\vec{u}=(2;1;1)$.

Câu 2. **(Đề thử nghiệm Bộ GD & ĐT năm 2017)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1\\y=2+3t,\ (t\in\mathbb{R})\\z=5-t\end{cases}$. Véctơ nào dưới đây là véctơ chỉ phương của d.

A. $\vec{u}_1=(0;3;-1)$. **B.** $\vec{u}_2=(1;3;-1)$. **C.** $\vec{u}_3=(1;-3;-1)$. **D.** $\vec{u}_4=(1;2;5)$.

Câu 3. Gọi $M_1,\ M_2$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của $M(2;5;4)$ lên trục Oy và mặt phẳng (Oxz). Véctơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của đường thẳng M_1M_2.

A. $\vec{u}_2=(-2;5;4)$. **B.** $\vec{u}_3=(2;-5;4)$.
C. $\vec{u}_4=(2;5;4)$. **D.** $\vec{u}_1=(-2;-5;4)$.

Câu 4. Cho đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P):x+y-1=0$ và mặt phẳng $(Q):x-2y+z-3=0$. Đường thẳng d có một véctơ chỉ phương là

A. $\vec{u}=(1;1;0)$. **B.** $\vec{u}=(1;-2;1)$.
C. $\vec{u}=(1;1;-3)$. **D.** $\vec{u}=(1;-1;-3)$.

Câu 5. Đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=3+t\end{cases}$ đi qua điểm nào ?

A. $M(-1;2;3)$. **B.** $N(3;2;1)$.
C. $P(1;2;3)$. **D.** $Q(0;0;0)$.

Câu 6. Cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-1}{3}$ đi qua điểm $M(2;m;n)$. Giá trị $m+n$ bằng

A. -1. **B.** 7.
C. 3. **D.** 1.

Câu 7. Tính góc giữa đường thẳng $d:\begin{cases}x=-3+t\\y=-\sqrt{2}t\\z=1+t\end{cases}$ và $d':\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{\sqrt{2}}=\dfrac{z-3}{-1}$.

A. 45°. **B.** 30°.
C. 60°. **D.** 90°.

Câu 8. Góc giữa đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z}{1}$ và mặt $(P):5x+11y+2z-4=0$ bằng

A. 90°. **B.** 30°.
C. 60°. **D.** 45°.

Câu 9. Cho mặt phẳng $(P):x-2y-z+1=0$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. Khoảng cách giữa Δ và (P) bằng

A. $\dfrac{1}{6}\cdot$ **B.** $\dfrac{5\sqrt{6}}{6}\cdot$

C. $0.$ **D.** $2.$

Câu 10. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho khoảng cách giữa đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-m}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x-2y-z+1=0$ bằng $\sqrt{6}$. Tính tổng các phần tử của S.

A. $2.$

B. $-8.$

C. $10.$

D. $-10.$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+5}{1}$ và mặt phẳng $(P): 3x-4y+14z-5=0$. Tìm khẳng định đúng ?

A. $\Delta\subset(P).$ **B.** $\Delta \parallel (P).$

C. $\Delta\perp(P).$ **D.** $\Delta\cap(P).$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y-5}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): 3x-4y+14z-5=0$. Tìm khẳng định đúng ?

A. $\Delta\subset(P).$ **B.** $\Delta \parallel (P).$

C. $\Delta\perp(P).$ **D.** $\Delta\cap(P).$

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$ và đường thẳng $d: ax=by=cz$ với $abc\neq 0$. Tìm khẳng định đúng ?

A. $d\subset(P).$ **B.** $d\parallel(P).$

C. d cắt $(P).$ **D.** $d\perp(P).$

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=t \\ y=-1+2t,\ (t\in\mathbb{R}) \\ z=-1 \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): mx-4y+z-2=0$. Tìm tham số m để d nằm trên (P).

A. $m=10.$ **B.** $m=-10.$

C. $m=8.$ **D.** $m=-8.$

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=2-t \\ y=-3+t,\ (t\in\mathbb{R}) \\ z=1+t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): m^2x-2my+(6-3m)z-5=0$. Tìm tham số m để $d\parallel(P)$.

A. $m=-1$ hoặc $m=6.$

B. $m=1$ hoặc $m=6.$

C. $m=1$ hoặc $m=-6.$

D. $m=-1$ hoặc $m=-6.$

Câu 16. Trong không gian $Oxyz,$ tìm giao điểm M của đường thẳng $d:\dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P):3x+5y-z-2=0.$

A. $M(0;0;-2).$ B. $M(0;2;3).$
C. $M(0;0;2).$ D. $M(0;-2;-3).$

Câu 17. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz,$ cho hai đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{x+1}{-2}$ và $d':\dfrac{x}{6}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-2}{4}\cdot$ Mệnh đề nào sau đây là **đúng** ?

A. $d\parallel d'.$
B. $d\cap d'.$
C. $d,\ d'$
D. $d\equiv d'.$

Câu 18. Trong không gian $Oxyz,$ cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{-3}$ và đường thẳng $d_2:\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z+2}{-1}\cdot$ Tìm vị trí tương đối của d_1 và $d_2.$

A. Cắt nhau. B. Song song.
C. Chéo nhau. D. Vuông góc.

Câu 19. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz,$ cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z-1}{2}$ và $d_2:\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+m}{3}\cdot$ Hãy tìm tham số m để d_1 và d_2 cắt nhau.

A. $m=\dfrac{4}{7}\cdot$ B. $m=\dfrac{7}{4}\cdot$

C. $m=-\dfrac{4}{7}\cdot$ D. $m=-\dfrac{7}{4}\cdot$

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz,$ cho đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+3}{2}$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z+2)^2=9.$ Tìm tọa độ giao điểm của d và $(S).$

A. $A(2;3;2).$
B. $A(2;3;2)$ hoặc $A(-2;2;-3).$
C. $A(0;0;2)$ hoặc $A(-2;2;-3).$
D. $A(-2;2;-3).$

ĐÁP ÁN BÀI TẬP VỀ NHÀ 1

1.A	2.A	3.B	4.D	5.C	6.C	7.C	8.B	9.B	10.B
11.B	12.A	13.D	14.C	15.C	16.A	17.A	18.A	19.B	20.D

BÀI TẬP VỀ NHÀ 2

Câu 1. Cho hai điểm $A(2;3;-4)$ và $B(4;-1;-2)$. Véctơ nào dưới đây là 1 véctơ chỉ phương của đường thẳng AB.

A. $\vec{u}=(6;2;-3)$. **B.** $\vec{u}=(3;1;-3)$.
C. $\vec{u}=(1;-2;1)$. **D.** $\vec{u}=(-1;2;1)$.

Câu 2. Một véctơ chỉ phương của đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\y=2\\z=1-2t\end{cases}$ là

A. $\vec{u}=(1;0;-2)$. **B.** $\vec{u}=(1;2;0)$.
C. $\vec{u}=(-1;2;0)$. **D.** $\vec{u}=(1;2;-2)$.

Câu 3. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của $M(2;5;4)$ lên trục Ox và mặt phẳng (Oyz). Véctơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của đường thẳng M_1M_2.

A. $\vec{u}_3=(2;0;4)$. **B.** $\vec{u}_2=(-2;5;4)$.
C. $\vec{u}_4=(0;-3;4)$. **D.** $\vec{u}_1=(-2;0;4)$.

Câu 4. Cho hai mặt phẳng $(P):2x+y-z-1=0$, $(Q):x-2y+z-5=0$. Khi đó giao tuyến của (P) và (Q) có một véctơ chỉ phương là

A. $\vec{u}=(1;-2;1)$. **B.** $\vec{u}=(2;1;-1)$.
C. $\vec{u}=(1;3;5)$. **D.** $\vec{u}=(-1;3;-5)$.

Câu 5. Cho đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $(P):4x-z+3=0$. Véctơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của đường thẳng d.

A. $\vec{u}=(4;1;3)$. **B.** $\vec{u}=(4;0;-1)$.
C. $\vec{u}=(4;1;-1)$. **D.** $\vec{u}=(4;-1;3)$.

Câu 6. Cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{3}\cdot$ Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng d.

A. $Q(1;0;2)$. **B.** $N(1;-2;0)$.
C. $P(1;-1;3)$. **D.** $M(-1;2;0)$.

Câu 7. Cho hai đường thẳng $d:\dfrac{x-m}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+1}{1}$ và $\Delta:\begin{cases}x=n+2t\\y=1-t\\z=-t\end{cases}$ với $m,\ n\in\mathbb{R}$. Biết điểm $M(1;0;-1)$ thuộc cả hai đường thẳng trên. Tổng $m+n$ bằng

A. -1. **B.** 1.
C. 0. **D.** 2.

Câu 8. Tính góc tạo bởi hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=2+t\\y=-1+t\\z=3\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=1-t'\\y=2\\z=-2+t'\end{cases}$.

A. 150°. **B.** 45°.
C. 60°. **D.** 30°.

Câu 9. Góc giữa đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x-y+2z=1$ bằng

A. 30°.

B. 120°.

C. 45°.

D. 60°.

Câu 10. Cho mặt phẳng $(P): 2x-2y-z+1=0$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}\cdot$ Khoảng cách giữa Δ và (P) bằng

A. $\dfrac{1}{3}\cdot$

B. 2.

C. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\cdot$

D. 4.

Câu 11. Cho đường $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$ và mặt $(P): x+2y-z-6=0$ cắt nhau tại I. Gọi $M\in d$ thỏa $IM=6$ và $x_M>0$. Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P).

A. $\sqrt{6}$.

B. $2\sqrt{6}$.

C. $\sqrt{30}$.

D. $\sqrt{3}$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-4}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{1}\cdot$ Xét mặt phẳng $(P): x-3y+2mz-4=0$. Tìm tham số m để d song song với (P).

A. $m=\dfrac{1}{2}$.

B. $m=\dfrac{1}{3}$.

C. $m=1$.

D. $m=2$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+1}{1}\cdot$ Xét mặt phẳng (P) có phương trình $x+y-z+m=0$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (P).

A. $m\neq 0$.

B. $m=0$.

C. $m\in\mathbb{R}$.

D. Không có m.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz,$ cho mặt phẳng $(P): 3x+5y-z-2=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}\cdot$ Tìm khẳng định **đúng** ?

A. $d \perp (P).$

B. $d \parallel (P).$

C. $d \subset (P).$

D. $d \cap (P).$

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz,$ cho mặt phẳng $(P): x-y+6z+m=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z-3}{-1}\cdot$ Tìm tham số m để d nằm trên $(P).$

A. $m=-20.$

B. $m=20.$

C. $m=0.$

D. $m=-10.$

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz,$ cho mặt phẳng $(P): x-2y+mz+2=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z-3}{-1}\cdot$ Tìm tham số m để $d \perp (P).$

A. $m=-\dfrac{1}{2}\cdot$

B. $m=\dfrac{1}{2}\cdot$

C. $m=1.$

D. $m=2.$

Câu 17. Trong không gian $Oxyz,$ tìm giao điểm I của đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-4}{3}$ và mặt phẳng $(P): x+4y+9z-9=0.$

A. $I(2;4;-1).$

B. $I(1;2;0).$

C. $I(1;0;0).$

D. $I(0;0;1).$

Câu 18. Trong không gian với hệ trục $Oxyz,$ cho hai đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+4}{3}=\dfrac{1-z}{-2}$ và $d': \begin{cases} x=4t \\ y=1+6t \\ z=-1+4t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$ Xác định vị trí tương đối giữa hai đường thẳng d và $d'.$

A. d và d' song song với nhau.

B. d và d' trùng nhau.

C. d và d' cắt nhau.

D. d và d' chéo nhau.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+mt\\y=t\\z=-1+2t\end{cases}$ và $d':\begin{cases}x=1-t'\\y=2+2t'\\z=3-t'\end{cases}$ với m là tham số thực và $t,\ t'\in\mathbb{R}$. Tìm m để d cắt d'.

A. $m=-1$.

B. $m=1$.

C. $m=0$.

D. $m=2$.

Câu 20. Trong không gian với hệ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=11$. Tìm tọa độ điểm A là giao điểm của mặt cầu (S) với tia Oz.

A. $A(0;0;1)$.

B. $A(0;0;1)$ hoặc $A(0;0;-5)$.

C. $A(0;0;-1)$.

D. $A(0;0;1)$ hoặc $A(0;0;5)$.

ĐÁP ÁN BÀI TẬP VỀ NHÀ 02

1.C	2.A	3.B	4.A	5.B	6.D	7.C	8.C	9.A	10.B
11.A	12.A	13.A	14.D	15.A	16.A	17.D	18.A	19.C	20.A

Dạng toán 5: Viết phương trình đường thẳng

☆☆☆

① **Loại 1**. Viết phương trình tham số và chính tắc (nếu có) của đường thẳng d, biết d đi qua điểm $M(x_\circ;y_\circ;z_\circ)$ và có một véctơ chỉ phương là $\vec{u}_d=(a_1;a_2;a_3)$.

☞ **Phương pháp**. Ta có: $d:\begin{cases}\bullet\ \text{Qua } M(x_\circ;y_\circ;z_\circ)\\ \bullet\ \text{VTCP}: \vec{u}_d=(a_1;a_2;a_3)\end{cases}$

- Tham số $d:\begin{cases}x=x_\circ+a_1t\\ y=y_\circ+a_2t\\ z=z_\circ+a_3t\end{cases}.$
- Chính tắc $d:\dfrac{x-x_\circ}{a_1}=\dfrac{y-y_\circ}{a_2}=\dfrac{z-z_\circ}{a_3}\quad (a_1a_2a_3\neq 0).$

1. Viết phương trình tham số và chính tắc (nếu có) của đường thẳng d, biết rằng d đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và có một véctơ chỉ phương là $\vec{u}_d=(-1;3;5)$.

Lời giải. Ta có $d:\begin{cases}\bullet\ \text{Qua } M(1;2;-3)\\ \bullet\ \text{VTCP}: \vec{u}_d=(-1;3;5)\end{cases}.$

- Tham số $d:\begin{cases}x=1-t\\ y=2+3t\\ z=-3+5t\end{cases},\ (t\in\mathbb{R}).$
- Chính tắc $d:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+3}{5}\cdot$

2. Viết phương trình tham số và chính tắc (nếu có) của đường thẳng d, biết rằng d đi qua điểm $M(0;-2;5)$ và có một véctơ chỉ phương là $\vec{u}_d=(0;1;4)$.

Lời giải. ....

....

....

....

....

3. Viết phương trình tham số và chính tắc (nếu có) của đường thẳng d, biết rằng d đi qua điểm $M(1;3;-1)$ và có một véctơ chỉ phương là $\vec{u}_d=(1;2;-1)$.

Lời giải. ....

....

....

....

....

....

4. Phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm $A(2;-4;-4)$, $B(-2;-2;2)$ là

A. $\begin{cases} x = 1+4t \\ y = -1-2t \\ z = -8-6t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2-2t \\ z = 2-11t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = -2t \\ y = -3+t \\ z = -1+3t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 1+3t \\ y = -3+4t \\ z = 4-t \end{cases}$.

Giải. Có $d : \begin{cases} \bullet \text{ Qua } A(2;-4;-4) \\ \bullet \text{ VTCP} : \vec{u}_d = \overrightarrow{AB} = (-4;2;6) = -2.(2;-1;-3) \end{cases}$.

Suy ra: $d : \begin{cases} x = -2+2t \\ y = -2-t \\ z = 2-3t \end{cases}$. **Loại B và D. Kiểm tra đáp án C:**

Ta có $B(-2;-2;2) \in d \Rightarrow \begin{cases} x = -2t = -2 \\ y = -3+t = -2 \\ z = -1+3t = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 1 \\ t = 1 \end{cases}$: thỏa.

Chọn đáp án C.

☞ ***Nhận xét***: *Trên đường thẳng d, có vô số điểm đi qua, một số trường hợp, người ra đề không lấy điểm của đề bài, mà lấy những điểm khác trên d. Do đó, khi giải, nếu thấy cùng véctơ chỉ phương nhưng khác điểm, ta nên loại trừ và thử điểm như trên.*

5. Phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm $A(1;2;5)$, $B(5;4;4)$ là

A. $\begin{cases} x = 3+4t \\ y = 2+2t \\ z = -1-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 3-2t \\ y = 5-4t \\ z = -1+2t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 3+4t \\ y = 3+2t \\ z = 4{,}5-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = -1-t \end{cases}$.

6. Phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm $A(2;3;4)$, $B(0;1;-2)$ là

A. $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-3}{1} = \dfrac{z-1}{3}$.

B. $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-3}{1} = \dfrac{z-4}{2}$.

C. $\dfrac{x}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{x+2}{1}$.

D. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z-1}{3}$.

7. Phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm $A(1;2;-3)$, $B(3;-6;1)$ là

A. $\dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y+2}{4} = \dfrac{z+1}{-2}$.

B. $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z+3}{1}$.

C. $\dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y+6}{-4} = \dfrac{z-1}{-2}$.

D. $\dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y+1}{-4} = \dfrac{z-1}{2}$.

8. Viết phương trình trung tuyến AM của ΔABC với $A(-2;-2;2), B(-2;-5;-7), C(6;-3;-1)$.

A. $AM: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+8}{-3}\cdot$

B. $AM: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z-2}{-11}\cdot$

C. $AM: \dfrac{x}{-2}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z+1}{3}\cdot$

D. $AM: \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+3}{4}=\dfrac{z-4}{-1}\cdot$

Giải. Ta có $M(2;-4;-4)$ là trung điểm BC.

Mà $AM: \begin{cases} \bullet \text{ Qua } A(-2;-2;2) \\ \bullet \text{ VTCP}: \vec{u}=\overrightarrow{AM}=2.(2;-1;-3) \end{cases}$

$\Rightarrow AM: \dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-2}{-3}\cdot$ **Loại B, D.**

Thử đáp án A. $AM: \dfrac{x}{-2}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z+1}{3}\cdot$

Vì $A\in AM \Rightarrow \dfrac{-2-1}{2}=\dfrac{-2+1}{-1}=\dfrac{2+8}{-3}$: sai.

Chọn đáp án C.

9. Viết phương trình trung tuyến AM của ΔABC với $A(3;1;2)$, $B(-3;2;5)$, $C(1;6;-3)$.

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-1-3t \\ z=8-4t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1-4t \\ y=-3+3t \\ z=4-1t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=3-4t \\ y=1+3t \\ z=2-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=-3+4t \\ z=4-t \end{cases}$.

10. Viết phương trình trung tuyến AM của ΔABC với $A(-1;3;2)$, $B(2;0;5)$, $C(0;-2;1)$.

A. $AM: \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-3}{-4}=\dfrac{z-2}{1}\cdot$

B. $AM: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+3}{-4}=\dfrac{z+2}{1}\cdot$

C. $AM: \dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+3}{4}=\dfrac{z+2}{-1}\cdot$

D. $AM: \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+4}{-1}=\dfrac{z+1}{3}\cdot$

11. Viết phương trình trung tuyến AM của ΔABC với $A(-2;-2;2), B(-2;-5;-7), C(6;-3;-1)$.

A. $AM: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+8}{-3}\cdot$

B. $AM: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z-2}{-11}\cdot$

C. $AM: \dfrac{x}{-2}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z+1}{3}\cdot$

D. $AM: \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+3}{4}=\dfrac{z-4}{-1}\cdot$

12. Cho ba điểm $A(0;-1;3)$, $B(1;0;1)$, $C(-1;1;2)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A và song song với BC.

A. $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$.

C. $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. **D.** $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{1}$.

Giải. Có $d:\begin{cases}\bullet \text{ Qua } A(-2;-2;2)\\ \bullet\ \vec{u}=\overrightarrow{BC}=(-2;1;1)\end{cases}$

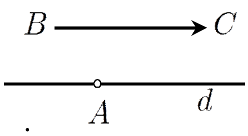
$\Rightarrow d:\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{1}$. **Chọn C.**

13. Cho tam giác ABC có $A(1;4;-1)$, $B(2;4;3)$ và $C(2;2;-1)$. Viết phương trình đường thẳng d qua điểm A và song song với BC.

A. $\begin{cases}x=1\\y=4-t\\z=-1+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1\\y=4+t\\z=1+2t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=1\\y=4+t\\z=-1-2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1\\y=4+t\\z=-1+2t\end{cases}$.

Vẽ hình:



14. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(1;3;4)$ và song song với trục hoành là

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=3\\z=4\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1\\y=3+t\\4\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=1\\y=3\\y=4-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1\\y=3\\y=4+t\end{cases}$.

Vẽ hình:

15. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(1;1;-2)$ và song song với trục Oz là

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=1\\z=-2\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1\\y=1\\z=t-2\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=1\\y=1+t\\z=t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1\\y=1\\z=2+t\end{cases}$.

Vẽ hình:

16. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(4;3;2)$ và song song với trục tung là

A. $\begin{cases}x=4+t\\y=3\\z=2\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=4\\y=3+t\\z=2\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=4\\y=3\\z=2+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=4-t\\y=3\\z=2\end{cases}$.

Vẽ hình:

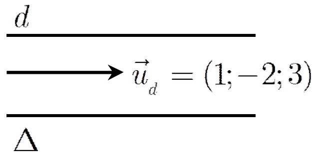
17. Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2;-1;0)$ và song song với đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$ có dạng

A. $\Delta:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z}{3}$.

B. $\Delta:\dfrac{x-2}{-5}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{1}$.

C. $\Delta:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z}{3}$.

D. $\Delta:\dfrac{x+2}{5}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{-1}$.



Giải. $\Delta \parallel d \Rightarrow \vec{u}_\Delta=\vec{u}_d=(1;-2;3)$.

Khi đó $\Delta:\begin{cases}\bullet\ \text{Qua } M(2;-1;0)\\ \bullet\ \vec{u}_\Delta=(1;-2;3)\end{cases}$

$\Rightarrow \Delta:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z}{3}$.

Chọn đáp án C.

18. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(3;1;-1)$ và song song với đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+3}{2}$ là

A. $d:\dfrac{x+3}{-2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{2}$.

B. $d:\dfrac{x-3}{-2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{2}$.

C. $d:\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$.

D. $d:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$.

Vẽ hình

19. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(2;3;1)$ và song song với đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z-3}{-1}$ là

A. $\Delta:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{-4}=\dfrac{z-1}{-1}$.

B. $\Delta:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z-1}{1}$.

C. $\Delta:\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y+3}{-4}=\dfrac{z+1}{-1}$.

D. $\Delta:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z-1}{3}$.

Vẽ hình

20. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(3;5;7)$ và $d\parallel d':\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{4}$ là

A. $\begin{cases}x=3+2t\\y=5+3t\\z=7+4t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+3t\\y=3+5t\\z=4+7t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=1+3t\\y=2+5t\\z=3+7t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=2+3t\\z=3+4t\end{cases}$.

Vẽ hình

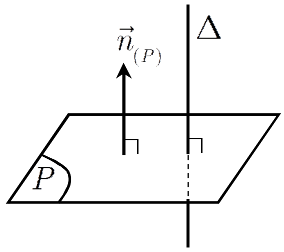
21. Đường thẳng Δ đi qua $M(3;-1;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x-2y+z-3=0$ có phương trình là

A. $\Delta: \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$.

B. $\Delta: \dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$.

C. $\Delta: \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$.

D. $\Delta: \dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{1}$.



Giải. Vì $\Delta \perp (P)$ (hình vẽ) nên

Ta có $\Delta: \begin{cases} \bullet \text{ Qua } M(3;-1;2) \\ \bullet\ \vec{u}_{\Delta}=\vec{n}_{(P)}=(1;-2;1) \end{cases}$

$\Rightarrow \Delta: \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$.

Chọn đáp án A.

22. Đường thẳng đi qua $A(2;3;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x+3y-z+5=0$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+3t \\ y=3t \\ z=1-t \end{cases}$.   **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=3t \\ z=1-t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+3t \\ z=1-t \end{cases}$.   **D.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=3t \\ z=1+t \end{cases}$.

Vẽ hình

23. Đường thẳng đi qua $A(2;1;-5)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x-2y+2z-3=0$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x=2+t \\ y=1-2t \\ z=2t-5 \end{cases}$.   **B.** $\begin{cases} x=-2-t \\ y=-1+2t \\ z=5-2t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=-2+t \\ y=-1-2t \\ z=5+2t \end{cases}$.   **D.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+t \\ z=2-5t \end{cases}$.

Vẽ hình

24. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $A(1;4;-7)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x+2y-2z-3=0$. Phương trình chính tắc của đường thẳng d là

A. $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-4}{2}=\dfrac{z+7}{1}$.

B. $d: \dfrac{x-1}{4}=y+4=\dfrac{z+7}{2}$.

C. $d: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-4}{2}=-\dfrac{z+7}{2}$.

D. $d: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-4}{2}=\dfrac{z+7}{2}$.

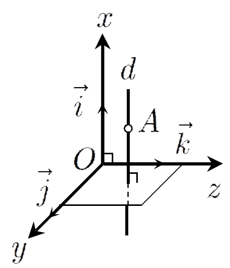
Vẽ hình

25. Phương trình đường thẳng đi qua $A(1;2;-3)$ và vuông góc với mặt phẳng (Oyz) là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=-3-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=-3-3t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2 \\ z=-3 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=2+2t \\ z=-3-3t \end{cases}$.

Vẽ hình



26. Phương trình đường thẳng qua điểm $A(2;-1;3)$ và vuông góc với mặt phẳng (Oxz) là

A. $\begin{cases} x=2 \\ y=1+t \\ z=3 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2 \\ y=t-1 \\ z=3 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=2 \\ y=1-t \\ z=3 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=-1 \\ z=3+t \end{cases}$.

Vẽ hình

27. Phương trình đường thẳng qua điểm $A(2;1;-3)$ và vuông góc với mặt phẳng (Oxy) là

A. $\begin{cases} x=2 \\ y=1+t \\ z=-3 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=1 \\ z=-3+t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \\ z=t-3 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=1 \\ z=t \end{cases}$.

Vẽ hình

28. Cho điểm $A(1;0;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+z-1=0$. Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P). Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d.

A. $Q(5;-2;3)$. **B.** $N(-1;1;0)$.

C. $P(3;-1;2)$. **D.** $M(-3;2;1)$.

Vẽ hình

29. Cho điểm $A(1;-2;3)$ và mặt phẳng $(P): 3x-4y-5z+1=0$. Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P). Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng d.

A. $Q(4;-5;-2)$.

B. $P(5;-10;-13)$.

C. $N(4;-6;-2)$.

D. $M(7;-10;-13)$.

Vẽ hình

② **Loại 2**. Viết phương trình tham số và chính tắc (nếu có) của đường thẳng d, biết d đi qua điểm $M(x_\circ;y_\circ;z_\circ)$, đồng thời vuông góc với hai véctơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

☞ **Phương pháp**. Ta có: $d:\begin{cases}\bullet\ \text{Qua } M(x_\circ;y_\circ;z_\circ)\\ \bullet\ \text{VTCP}: \vec{u}_d=[\vec{a},\vec{b}]=(a_1;a_2;a_3)\end{cases}.$

- Tham số $d:\begin{cases}x=x_\circ+a_1t\\ y=y_\circ+a_2t\\ z=z_\circ+a_3t\end{cases}$.
- Chính tắc $d:\dfrac{x-x_\circ}{a_1}=\dfrac{y-y_\circ}{a_2}=\dfrac{z-z_\circ}{a_3}$ $(a_1a_2a_3\neq 0)$.

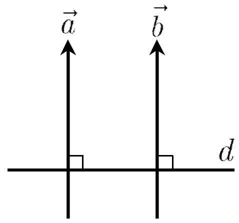
1. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(2;1;-5)$, đồng thời vuông góc với hai véctơ $\vec{a}=(1;0;1)$ và $\vec{b}=(4;1;-1)$.

A. $d:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{5}=\dfrac{z+5}{1}$.

B. $d:\dfrac{x+2}{-1}=\dfrac{y+1}{5}=\dfrac{z-5}{1}$.

C. $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{-5}=\dfrac{z-5}{-1}$.

D. $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-5}{1}=\dfrac{z-1}{-5}$.



Ta có $\begin{cases}\vec{a}=(1;0;1)\\ \vec{b}=(4;1;-1)\end{cases}\Rightarrow[\vec{a},\vec{b}]=(-1;5;1)$.

Vì $d\perp\vec{a}$ và $d\perp\vec{b}$ nên ta có:

$d:\begin{cases}\bullet\ \text{Qua } M(2;1;-5)\\ \bullet\ \vec{u}_d=[\vec{a},\vec{b}]=(-1;5;1)\end{cases}$

$\Rightarrow d:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{5}=\dfrac{z+5}{1}$.

2. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;3)$, đồng thời vuông góc với hai véctơ $\vec{a}=(2;3;0)$ và $\vec{b}=(3;4;0)$.

A. $\begin{cases}x=1+t\\ y=2+t\\ z=3+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1\\ y=2\\ z=3-t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=t\\ y=2\\ z=3+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1\\ y=t\\ z=3\end{cases}$.

Vẽ hình

3. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(1;-1;2)$, đồng thời vuông góc với hai véctơ $\vec{a}=(1;-4;6)$ và $\vec{b}=(2;1;-5)$.

A. $\begin{cases}x=1+14t\\ y=-1+17t\\ z=2+9t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+2t\\ y=-1-t\\ z=2+4t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=1+3t\\ y=-1-2t\\ z=2+4t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\ y=-1+2t\\ z=2+3t\end{cases}$.

Vẽ hình

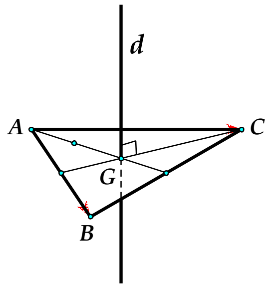
4. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;2;3)$, $B(-3;5;7)$, $C(-1;-4;-1)$. Viết phương trình đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại trọng tâm G của tam giác ABC.

A. $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z+3}{5}$.

B. $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-3}{5}$.

C. $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z+3}{5}$.

D. $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z-3}{5}$.



Giải. Có $G(-1;1;3)$ là trọng tâm Δ.

Mà $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(-4;3;4)\\ \overrightarrow{AC}=(-2;-6;-4)\end{cases}$. Vì $d\perp(ABC)$

nên $\vec{u}_d=[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}]=6.(2;-4;5)$.

Suy ra $d:\begin{cases}\bullet\text{ Qua } G(-1;1;3)\\ \bullet\ \vec{u}_d=(2;-4;5)\end{cases}$

$\Rightarrow d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z-3}{5}$.

5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;0;3)$, $B(4;-3;3)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua trọng tâm G của tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng OAB.

A. $\Delta:\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-1}{-5}=\dfrac{z+2}{1}$.

B. $\Delta:\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-1}{5}=\dfrac{z+2}{1}$.

C. $\Delta:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{-5}=\dfrac{z-2}{1}$.

D. $\Delta:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{5}=\dfrac{z-2}{1}$.

Hình vẽ

6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;4;2)$ và $B(-1;2;4)$. Viết phương trình d đi qua trọng tâm của ΔOAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB).

A. $d:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+2}{1}$.

B. $d:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$.

C. $d:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-2}{1}$.

D. $d:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+2}{1}$.

Hình vẽ

7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;1)$, $B(-1;2;1)$. Phương trình đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) là

A. $\begin{cases}x=t\\ y=1+t\\ z=1+t\end{cases}$.   **B.** $\begin{cases}x=3+t\\ y=4+t\\ z=1-t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=t\\ y=1+t\\ z=1-t\end{cases}$.   **D.** $\begin{cases}x=-1+t\\ y=t\\ z=3-t\end{cases}$.

Hình vẽ

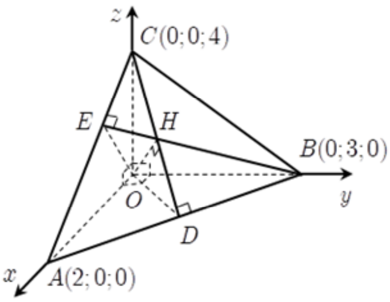
8. Cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;4)$. Gọi H là trực tâm tam giác ABC. Tìm phương trình tham số của đường thẳng OH.

A. $\dfrac{x}{4}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{-2}$.

B. $\dfrac{x}{3}=\dfrac{y}{4}=\dfrac{z}{2}$.

C. $\dfrac{x}{6}=\dfrac{y}{4}=\dfrac{z}{3}$.

D. $\dfrac{x}{4}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{2}$.



Giải. Vì H là trực tâm của tam giác $ABC \Leftrightarrow OH \perp (ABC)$ (xem bài cũ).

9. Cho ba điểm $A(3;0;0)$, $B(0;6;0)$, $C(0;0;6)$. Phương trình đường thẳng đi qua trực tâm H của và vuông góc với mặt phẳng (ABC).

A. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+3}{1}$.

B. $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.

C. $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-6}{1}=\dfrac{z-6}{1}$.

D. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-3}{1}$.

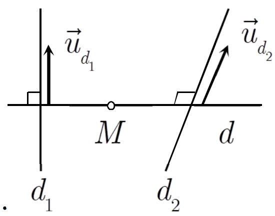
Hình vẽ

10. Cho $M(-1;1;3)$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-1}{1}$; $d_2:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{-2}$. Phương trình đường thẳng đi qua M, đồng thời vuông góc với d_1 và d_2 là

A. $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1+t \\ z=1+3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-t \\ y=1+t \\ z=3+t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1-t \\ z=3+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1+t \\ z=3+t \end{cases}$.

Hình vẽ



11. Cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+1}{-1}$ và $d_2:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-5}{-2}$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(2;3;-1)$ và vuông góc với hai đường thẳng d_1, d_2 là

A. $\begin{cases} x=-8+2t \\ y=1+3t \\ z=-7-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2-8t \\ y=3+3t \\ z=-1-7t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=-2-8t \\ y=-3+t \\ z=1-7t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-2+8t \\ y=-3-t \\ z=1+7t \end{cases}$.

Hình vẽ:

12. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(2;3;-1)$, đồng thời vuông góc với hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+1}{-1}$ và $d_2:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-5}{-2}$.

A. $\begin{cases}x=-8+2t\\y=1+3t\\z=-7-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2-8t\\y=3+3t\\z=-1-7t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=-2-8t\\y=-3+t\\z=1-7t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-2+8t\\y=-3-t\\z=1+7t\end{cases}$.

Hình vẽ

13. Cho hai điểm $A(1;-1;1)$, $B(-1;2;3)$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{3}\cdot$ Phương trình đường thẳng đi A, đồng thời vuông góc với hai đường thẳng AB và Δ là

A. $\dfrac{x-7}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-4}{1}\cdot$

B. $\dfrac{x-1}{7}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{4}\cdot$

C. $\dfrac{x+1}{7}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+1}{4}\cdot$

D. $\dfrac{x+1}{7}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{4}\cdot$

Hình vẽ

14. Viết phương trình đường thẳng đi qua $A(2;-1;5)$, đồng thời song song với mặt phẳng $(P):2x+y+2z-1=0$ và vuông góc với đường $\Delta:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-3}{3}\cdot$

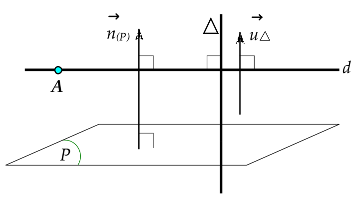
A. $\dfrac{x-2}{-5}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-5}{4}\cdot$

B. $\dfrac{x+2}{-5}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+5}{4}\cdot$

C. $\dfrac{x+2}{5}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+5}{-4}\cdot$

D. $\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+4}{5}\cdot$

Hình vẽ



15. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua gốc tọa độ O, vuông góc với đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+2}{1}$ và song song với mặt phẳng $(P):x+y-2z-5=0$.

A. $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z}{3}\cdot$ **B.** $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z}{-5}\cdot$

C. $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z}{5}\cdot$ **D.** $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z}{3}\cdot$

16. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1;1;-2)$, vuông góc với đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{3}$ và song song với mặt phẳng $(P): x-y-z-1=0.$

A. $\Delta:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{5}=\dfrac{z+2}{-3}$.

B. $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{5}=\dfrac{z+2}{-3}$.

C. $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{5}=\dfrac{z+2}{3}$.

D. $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{5}=\dfrac{z+2}{-3}$.

Hình vẽ

17. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua $M(1;-1;2)$, song song đồng thời với hai mặt phẳng $(P): x-y+2z-1=0$ và $(Q): x+2y-3z+3=0$ có phương trình là

A. $\Delta:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+1}{5}=\dfrac{z-2}{3}$.

B. $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{5}=\dfrac{z-2}{-3}$.

C. $\Delta:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{5}=\dfrac{z+2}{3}$.

D. $\Delta:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-5}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$.

Hình vẽ

18. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$, đồng thời song song với hai mặt phẳng $(P): 2x+3y=0$ và $(Q): 3x+4y=0.$

A. $\begin{cases} x=t \\ y=2 \\ z=3+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=1 \\ y=t \\ z=3 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=3+t \end{cases}$.

Hình vẽ

19. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$, đồng thời song song với hai mặt phẳng $(P): x+y+z+1=0$ và $(Q): x-y+z-2=0.$

A. $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \\ z=3-2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2 \\ z=-3-t \end{cases}$.

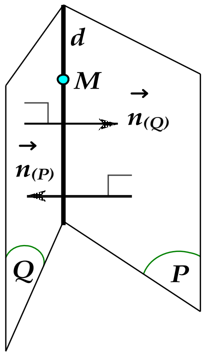
C. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2 \\ z=3+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2 \\ z=3-t \end{cases}$.

Hình vẽ

20. Trong không gian $Oxyz$, hãy viết phương trình đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x+2y+z-8=0$ và $(Q): 2x-2y-3z+11=0$.

A. $d: \dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-2}{5}=\dfrac{z-3}{6}\cdot$

Hình vẽ



B. $d: \dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-2}{-5}=\dfrac{z-3}{6}\cdot$

C. $d: \dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y+2}{5}=\dfrac{z+3}{6}\cdot$

D. $d: \dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y+2}{-5}=\dfrac{z+3}{6}\cdot$

Giải. Ta có: $\begin{cases}\vec{n}_{(P)}=(1;2;1)\\ \vec{n}_{(Q)}=(2;-2;-3)\end{cases}$

Từ hình $\Rightarrow \vec{u}_d=[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}]=(4;-5;6)$.

Tìm $M\in d=(P)\cap(Q)$ bằng cách chọn $x=1$ thế vào (P), (Q) được hệ:

$\begin{cases}2y+z=7\\ -2y-3z=-13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=2\\ z=3\end{cases}.$

$\Rightarrow M(1;2;3)$ nên d có dạng:

$d: \dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-2}{-5}=\dfrac{z-3}{6}\cdot$ **Chọn B.**

21. Trong không gian $Oxyz$, gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x-3y+z=0$ và $(Q): x+y-z+4=0=0$. Phương trình tham số của đường thẳng d là

A. $\begin{cases}x=2+t\\ y=t\\ z=2+2t\end{cases}.$ **B.** $\begin{cases}x=2+t\\ y=t\\ z=-2+2t\end{cases}.$

C. $\begin{cases}x=2-t\\ y=-t\\ z=-2-2t\end{cases}.$ **D.** $\begin{cases}x=-2+t\\ y=t\\ z=2+2t\end{cases}.$

Hình vẽ

22. Trong không gian $Oxyz$, gọi Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x-y+z+3=0$ và $(Q): 2x+3y-z-3=0$. Khi đó phương trình đường thẳng Δ là

A. $\dfrac{x}{y}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+3}{-5}\cdot$ **B.** $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-3}{-5}\cdot$

C. $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+3}{5}\cdot$ **D.** $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-3}{5}\cdot$

23. Trong không gian $Oxyz$, hãy viết phương trình đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x-y+z-3=0$ và $(\beta): x+2y+3z-8=0$.

A. $d: \dfrac{x-3}{5}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{-3}\cdot$

Hình vẽ

B. $d: \dfrac{x+3}{5}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z+1}{-3}\cdot$

C. $d: \dfrac{x-3}{5}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{-3}\cdot$

D. $d: \dfrac{x+3}{5}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+1}{-3}\cdot$

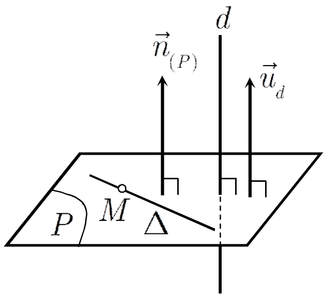
24. Viết đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 4 = 0$ và vuông góc với đường thẳng $d: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+2}{-3}\cdot$ Biết Δ đi qua điểm $M(0;1;3)$.

A. $\Delta: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-3}{1}\cdot$

B. $\Delta: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-3}{1}\cdot$

C. $\Delta: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z+3}{1}\cdot$

D. $\Delta: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z+3}{1}\cdot$



Giải. Ta có: $\begin{cases} \vec{n}_{(P)} = (1;-1;-1) \\ \vec{u}_d = (1;2;-3) \end{cases}$. Hình

$\Rightarrow \Delta: \begin{cases} \bullet \text{ Qua } M(0;1;3). \\ \bullet\ \vec{u}_\Delta = [\vec{n}_{(P)}, \vec{u}_d] = 5.(1;1;1) \end{cases}$.

$\Rightarrow \Delta: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-3}{1}\cdot$ **Chọn B.**

25. Viết đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 4 = 0$ và vuông góc với đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+2}{3}\cdot$ Biết Δ đi qua điểm $M(1;1;1)$.

A. $\dfrac{x-1}{5} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-1}{-3}\cdot$

B. $\dfrac{x-1}{5} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-1}{-3}\cdot$

C. $\dfrac{x-1}{5} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-1}{2}\cdot$

D. $\dfrac{x+1}{5} = \dfrac{y+3}{-1} = \dfrac{z-1}{3}\cdot$

Hình vẽ

26. Viết đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 1 = 0$ và vuông góc với đường thẳng AB, với $A(3;1;2)$, $B(4;0;3)$. Biết Δ đi qua điểm $M(2;-1;3)$.

A. $\dfrac{x+2}{3} = \dfrac{y-1}{4} = \dfrac{z+3}{1}\cdot$

B. $\dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y+1}{4} = \dfrac{z-3}{-1}\cdot$

C. $\dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y+1}{4} = \dfrac{z-3}{1}\cdot$

D. $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y+1}{4} = \dfrac{z-1}{1}\cdot$

Hình vẽ

27. Viết đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng $(P): 2x + y - z - 2 = 0$ và song song với mặt phẳng $(Q): x - 2y - 2z + 1 = 0$. Biết Δ đi qua điểm $M(1;1;1)$.

A. $\Delta: \dfrac{x+1}{-4} = \dfrac{y+1}{3} = \dfrac{z+1}{-5}\cdot$

B. $\Delta: \dfrac{x-1}{4} = \dfrac{y-1}{3} = \dfrac{z-1}{5}\cdot$

C. $\Delta: \dfrac{x+1}{4} = \dfrac{y+1}{3} = \dfrac{z+1}{5}\cdot$

Hình vẽ

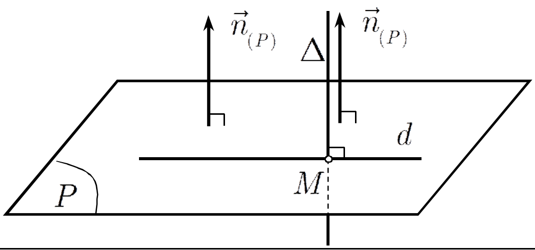
D. $\Delta: \dfrac{x-1}{-4} = \dfrac{y-1}{3} = \dfrac{z-1}{-5}$.

③ Loại 3. Viết phương trình đường thẳng liên quan đến chữ "cắt" $\xrightarrow{PP}$ Tìm điểm cắt

1. Cho đường thẳng $\Delta: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-2}{-1}$, mặt phẳng $(P): x+2y+2z-4=0$. Phương trình đường thẳng d nằm trong (P) sao cho d cắt và vuông góc với đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases} x=-3+t \\ y=1-2t \\ z=1-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3t \\ y=2+t \\ z=2+2t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=-2-4t \\ y=3t-1 \\ z=4-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1-t \\ y=3-3t \\ z=3-2t \end{cases}$.



Giải. Ta có: $\begin{cases} \vec{u}_{\Delta} = (1;1;-1) \\ \vec{n}_P = (1;2;2) \end{cases}$.

Từ hình vẽ, ta có $\vec{u}_d = [\vec{n}_P, \vec{u}_d] = (-4;3;-1)$.

Tìm điểm $M(t;1+t;2-t) \in \Delta \cap (P) \Rightarrow M \in (P)$

$\Leftrightarrow t + 2(1+t) + 2(2-t) - 4 = 0$

$\Rightarrow t = -2 \Rightarrow M(-2;-1;4) \in d$ (Xem hình vẽ)

$\Rightarrow d: \begin{cases} \bullet \text{ Qua } M(-2;-1;4) \\ \bullet\ \vec{u}_d = (-4;3;-1) \end{cases}$

$\Rightarrow d: \begin{cases} x=-2-4t \\ y=-1+3t \\ z=4-t \end{cases}$. **Chọn đáp án C.**

2. Viết phương trình của đường thẳng d, biết d nằm trong $(P): 2x-y-2z-3=0$, đồng thời d cắt và vuông góc với đường $\Delta: \dfrac{x}{-1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-2}{1}$.

A. $\begin{cases} x=1-t \\ y=-3 \\ z=1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-3 \\ z=1+t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=1-t \\ y=-3-t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=3 \\ z=1+t \end{cases}$.

3. Viết phương trình của đường thẳng d, biết d nằm trong $(P): x+2y+z-4=0$, đồng thời d cắt và vuông góc với đường $d: \begin{cases} x=-1+2t \\ y=t \\ z=-2+3t \end{cases}$.

A. $\dfrac{x-1}{5} = \dfrac{y+3}{-1} = \dfrac{z-1}{3}$.

B. $\dfrac{x-1}{5} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-1}{-3}$.

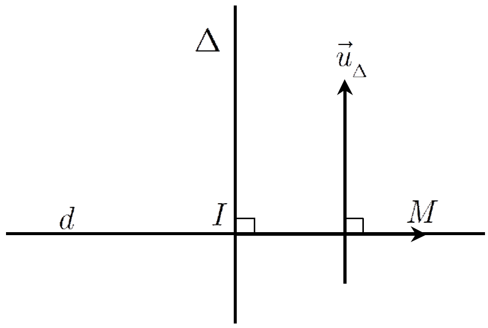
C. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$.

D. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$.

4. Viết phương trình đường thẳng d đi qua $M(2;1;0)$, đồng thời d cắt và vuông góc với đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$.

A. $\begin{cases}x=2+t\\y=1-4t\\z=-2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2-t\\y=1+t\\z=t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-1-4t\\z=2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=1+t\\z=-t\end{cases}$.

Giải. Gọi $I(2t+1;t-1;-t)\in\Delta\cap d$ nên $I\in d$.



Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{MI}=(2t-1;t-2;-t)\\ \vec{u}_\Delta=(2;\ 1;\ -1)\end{cases}$ và từ hình vẽ, có $\overrightarrow{MI}\perp\vec{u}_\Delta$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{MI}.\vec{u}_\Delta=0\Leftrightarrow(2t-1).2+(t-2).1+(-t).(-1)=0$

$\Leftrightarrow t=\dfrac{2}{3}\Rightarrow M(2;1;0),\ \overrightarrow{MI}=\left(\dfrac{1}{3};-\dfrac{4}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$.

$\Rightarrow d:\begin{cases}\bullet\ \text{Qua } M(2;1;0)\\ \bullet\ \vec{u}_d=\overrightarrow{MI}=\left(\dfrac{1}{3};-\dfrac{4}{3};-\dfrac{2}{3}\right)=\dfrac{1}{3}(1;-4;-2)\end{cases}\Rightarrow d:\begin{cases}x=2+t\\y=1-4t\\z=-2t\end{cases}$. **Chọn đáp án A.**

5. Viết phương trình đường thẳng d đi qua $A(1;2;3)$, đồng thời d cắt và vuông góc với trục hoành Ox.

A. $\begin{cases}x=1\\y=2\\z=3+3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1\\y=2+2t\\z=3+3t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=1+t\\y=2\\z=3+3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-1\\y=-2\\z=-3+3t\end{cases}$.

6. Viết phương trình đường thẳng d đi qua $A(3;-4;7)$, đồng thời d cắt và vuông góc với trục tung Oy.

A. $\begin{cases}x=3-t\\y=4\\z=-7-7t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3\\y=-4+4t\\z=7-7t\end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = -4 \\ z = 7 - 7t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} z = 3 - 3t \\ y = -4 + 4t \\ z = 7 - 7t \end{cases}$.

7. Cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{2}\cdot$ Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $A,$ vuông góc và cắt $d.$

A. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-2}{1}\cdot$

B. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-2}{-1}\cdot$

C. $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z-2}{1}\cdot$

D. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{-3} = \dfrac{z-2}{1}\cdot$

8. Cho điểm $A(1;0;6)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z-1}{1}\cdot$ Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $A,$ vuông góc và cắt $d.$

A. $x + 1 = y = z + 6.$

B. $\dfrac{x-1}{5} = \dfrac{y}{-14} = \dfrac{z-6}{23}\cdot$

C. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z-6}{3}\cdot$

D. $\dfrac{x+1}{5} = \dfrac{y}{14} = \dfrac{z+6}{23}\cdot$

9. Cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y}{-2} = \dfrac{z-1}{3}\cdot$ Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $A,$ vuông góc và cắt $d.$

A. $\dfrac{x-1}{6} = \dfrac{y-2}{9} = \dfrac{z-3}{4}\cdot$

B. $\dfrac{x-1}{23} = \dfrac{y-2}{-19} = \dfrac{z-3}{13}\cdot$

C. $\dfrac{x-1}{23} = \dfrac{y-2}{19} = \dfrac{z-3}{-13}\cdot$

D. $\dfrac{x+1}{23} = \dfrac{y+2}{19} = \dfrac{z+3}{13}\cdot$

10. Cho điểm $A(-4;-2;4)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x+3}{2} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z+1}{4}\cdot$ Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $A,$ vuông góc và cắt $d.$

A. $\dfrac{x-3}{-4} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z+1}{4}\cdot$

B. $\dfrac{x-4}{3} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z+4}{-1}\cdot$

C. $\dfrac{x-4}{-3}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+4}{1}$.

D. $\dfrac{x+4}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-4}{-1}$.

11. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1;-1;3)$, vuông góc với đường thẳng $d_1:\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-1}{-2}$ và cắt đường thẳng $d_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$.

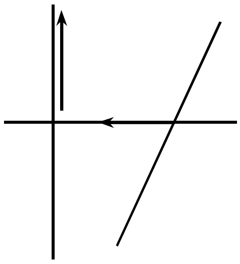
A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{3}$.

B. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-3}{-1}$.

C. $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-3}{3}$.

D. $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{4}$.

Bổ sung hình vẽ



☞ **Lưu ý:** d chéo d_1 và $\perp$, nhưng không cắt.

Giải. Tìm điểm cắt $B=\Delta\cap d_2$.

Gọi $B(2+t;-1-t;1+t)\in d_2$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(t+1;-t;t-2)$, $\vec{u}_{d_1}=(1;4;-2)$

Vì $d\perp d_1 \Rightarrow \overrightarrow{AB}\perp \vec{u}_{d_1} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\vec{u}_{d_1}=0$

$\Rightarrow t=1$ và $\overrightarrow{AB}=(2;-1;-1)$.

$\Rightarrow d:\begin{cases}\bullet \text{ Qua } A(1;-1;3)\\ \bullet\ \vec{u}_d=\overrightarrow{AB}=(2;-1;-1)\end{cases}$. **Chọn B.**

12. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(2;-1;3)$, vuông góc với đường thẳng $d_1:\dfrac{x}{4}=\dfrac{y-5}{-1}=\dfrac{z+2}{-1}$ và cắt đường thẳng $d_2:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z-1}{4}$.

A. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-3}{2}$.

Vẽ hình

B. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-3}{-2}$.

C. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{2}$.

D. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z+3}{2}$.

13. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(1;1;4)$, vuông góc với đường thẳng $d_1:\dfrac{x-10}{7}=\dfrac{y+4}{1}=\dfrac{z-15}{8}$ và cắt đường thẳng $d_2:\dfrac{x+1}{-3}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z}{5}$.

A. $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-4}{1}$.

Vẽ hình

B. $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z+4}{-3}$.

C. $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+4}{1}$.

D. $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z-4}{-3}$.

14. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(1;-1;4)$, đồng thời d song song với mặt phẳng $(P): x+2y-2z-15=0$ và d cắt đường thẳng $\Delta: \dfrac{x+1}{-3}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z}{5}$.

A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z-4}{-7}$.

Vẽ hình

B. $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+4}{-1}$.

C. $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-4}{1}$.

D. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z-4}{-7}$.

15. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(-1;4;-2)$, đồng thời d song song với mặt phẳng $(P): y-z+2019=0.$ và d cắt đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y+8}{2}=\dfrac{z-1}{-3}$.

A. $\dfrac{x-1}{17}=\dfrac{y+4}{-6}=\dfrac{z-2}{-6}$.

Vẽ hình

B. $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y+4}{1}=\dfrac{z-2}{1}$.

C. $\dfrac{x+1}{17}=\dfrac{y-4}{-6}=\dfrac{z+2}{-6}$.

D. $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y-4}{1}=\dfrac{z+2}{1}$.

16. Viết phương trình đường thẳng d nằm trong $(P): x+y+z-3=0$, đồng thời d cắt $d_1: \dfrac{x-6}{2}=\dfrac{y+10}{-7}=\dfrac{z-5}{3}$ và vuông góc với $d_2: \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-3}{9}$.

A. $\dfrac{x-4}{3}=\dfrac{y+3}{4}=\dfrac{z-2}{1}$.

Hình vẽ

B. $\dfrac{x-4}{62}=\dfrac{y+3}{-22}=\dfrac{z-2}{-25}$.

C. $\dfrac{x+4}{3}=\dfrac{y-3}{-4}=\dfrac{z+2}{1}$.

D. $\dfrac{x+4}{3}=\dfrac{y-3}{4}=\dfrac{z+2}{1}$.

17. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$ và $C(0;0;-4)$. Gọi H là trực tâm tam giác ABC. Phương trình tham số của đường thẳng OH là

A. $\begin{cases} x=6t \\ y=-4t \\ z=-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=6t \\ y=2+4t \\ z=-3t \end{cases}$.

Hình vẽ

C. $\begin{cases} x = 6t \\ y = 4t \\ z = -3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 6t \\ y = 4t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$.

BÀI TẬP VỀ NHÀ 01

Câu 1. Phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm $A(1;2;-3)$, $B(3;-6;1)$ là

A. $\dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y+2}{4} = \dfrac{z+1}{-2}$. **B.** $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z+3}{1}$.

C. $\dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y+6}{-4} = \dfrac{z-1}{-2}$. **D.** $\dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y+1}{-4} = \dfrac{z-1}{2}$.

Câu 2. Viết phương trình trung tuyến AM của ΔABC với $A(3;1;2)$, $B(-3;2;5)$, $C(1;6;-3)$.

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 3t \\ z = 8 - 4t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = -3 + 3t \\ z = 4 - 1t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 3 - 4t \\ y = 1 + 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -3 + 4t \\ z = 4 - t \end{cases}$.

Câu 3. Cho ba điểm $A(0;-1;3)$, $B(1;0;1)$, $C(-1;1;2)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A và song song với BC.

A. $\dfrac{x}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-3}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{-1}$.

C. $\dfrac{x}{-2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-3}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{1}$.

Câu 4. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(1;3;4)$ và song song với trục hoành là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 \\ z = 4 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 + t \\ z = 4 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \\ y = 4 - t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \\ y = 4 + t \end{cases}$.

Câu 5. Phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(2;-1;0)$ và song song với đường thẳng $d: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z+1}{3}$ có dạng

A. $\dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z}{3}$. **B.** $\dfrac{x-2}{-5} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z}{1}$.

C. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z}{3}\cdot$　　**D.** $\dfrac{x+2}{5}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{-1}\cdot$

Câu 6. Đường thẳng đi qua $M(3;-1;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x-2y+z-3=0$ có phương trình là

A. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-2}{1}\cdot$　**B.** $\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+2}{1}\cdot$

C. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{1}\cdot$　**D.** $\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{1}\cdot$

Câu 7. Phương trình đường thẳng đi qua $A(1;2;-3)$ và vuông góc với mặt phẳng (Oyz) là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=-3-3t \end{cases}.$　　**B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=-3-3t \end{cases}.$

C. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2 \\ z=-3 \end{cases}.$　　**D.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=2+2t \\ z=-3-3t \end{cases}.$

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(2;1;-5)$, đồng thời vuông góc với hai véctơ $\vec{a}=(1;0;1)$ và $\vec{b}=(4;1;-1)$.

A. $\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{5}=\dfrac{z+5}{1}\cdot$　**B.** $\dfrac{x+2}{-1}=\dfrac{y+1}{5}=\dfrac{z-5}{1}\cdot$

C. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{-5}=\dfrac{z-5}{-1}\cdot$　**D.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-5}{1}=\dfrac{z-1}{-5}\cdot$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;2;3)$, $B(-3;5;7)$, $C(-1;-4;-1)$. Viết phương trình đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại trọng tâm G của tam giác ABC.

A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z+3}{5}\cdot$　**B.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-3}{5}\cdot$

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z+3}{5}\cdot$　**D.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z-3}{5}\cdot$

Câu 10. Cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;4)$. Gọi H là trực tâm tam giác ABC. Tìm phương trình tham số của đường thẳng OH.

A. $\dfrac{x}{4}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{-2}\cdot$　　**B.** $\dfrac{x}{3}=\dfrac{y}{4}=\dfrac{z}{2}.$

C. $\dfrac{x}{6}=\dfrac{y}{4}=\dfrac{z}{3}\cdot$　　**D.** $\dfrac{x}{4}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{2}\cdot$

Câu 11. Cho $M(-1;1;3)$ và hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-1}{1}$; $d_2: \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{-2}\cdot$ Phương trình đường thẳng đi qua M, đồng thời vuông góc với d_1 và d_2 là

A. $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1+t \\ z=1+3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-t \\ y=1+t \\ z=3+t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1-t \\ z=3+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1+t \\ z=3+t \end{cases}$.

Câu 12. Viết phương trình đường thẳng đi qua $A(2;-1;5)$, đồng thời song song với mặt phẳng $(P): 2x+y+2z-1=0$ và vuông góc với đường $\Delta: \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-3}{3}$.

A. $\dfrac{x-2}{-5}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-5}{4}$. **B.** $\dfrac{x+2}{-5}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+5}{4}$.

C. $\dfrac{x+2}{5}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+5}{-4}$. **D.** $\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+4}{5}$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua $M(1;-1;2)$, song song đồng thời với hai mặt phẳng $(P): x-y+2z-1=0$ và $(Q): x+2y-3z+3=0$ có phương trình

A. $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+1}{5}=\dfrac{z-2}{3}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{5}=\dfrac{z-2}{-3}$.

C. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{5}=\dfrac{z+2}{3}$. **D.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-5}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1;-3;1)$ và vuông góc với đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$.

A. $3x-2y+z-3=0$.

B. $3x-2y+z+2=0$.

C. $3x+2y-z+10=0$.

D. $3x-2y+z-10=0$.

Câu 15. Phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{3}$; đồng thời vuông góc với mặt phẳng $(Q): 2x+y-z=0$ là

A. $(P): x+2y-1=0$.

B. $(P): x-2y+z=0$.

C. $(P): x-2y-1=0$.

D. $(P): x+2y+z=0$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, hãy viết phương trình đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x+2y+z-8=0$ và $(Q): 2x-2y-3z+11=0$.

A. $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-2}{5}=\dfrac{z-3}{6}$. **B.** $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-2}{-5}=\dfrac{z-3}{6}$.

C. $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y+2}{5}=\dfrac{z+3}{6}\cdot$ **D.** $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y+2}{-5}=\dfrac{z+3}{6}\cdot$

Câu 17. Viết đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng $(P): 2x-y-z+4=0$ và vuông góc với đường thẳng $d: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{-3}\cdot$ Biết Δ đi qua điểm $M(0;1;3)$.

A. $\Delta: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-3}{1}\cdot$ **B.** $\Delta: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-3}{1}\cdot$

C. $\Delta: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+3}{1}\cdot$ **D.** $\Delta: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+3}{1}\cdot$

Câu 18. Cho đường thẳng $\Delta: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$, mặt phẳng $(P): x+2y+2z-4=0$. Phương trình đường thẳng d nằm trong (P) sao cho d cắt và vuông góc với Δ là

A. $\begin{cases} x=-3+t \\ y=1-2t \\ z=1-t \end{cases}.$ **B.** $\begin{cases} x=3t \\ y=2+t \\ z=2+2t \end{cases}.$

C. $\begin{cases} x=-2-4t \\ y=3t-1 \\ z=4-t \end{cases}.$ **D.** $\begin{cases} x=-1-t \\ y=3-3t \\ z=3-2t \end{cases}.$

Câu 19. Phương trình đường thẳng d qua $A(1;2;3)$, đồng thời d cắt và vuông góc với Ox là

A. $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=3+3t \end{cases}.$ **B.** $\begin{cases} x=1 \\ y=2+2t \\ z=3+3t \end{cases}.$

C. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2 \\ z=3+3t \end{cases}.$ **D.** $\begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \\ z=-3+3t \end{cases}.$

Câu 20. Viết phương trình đường thẳng d nằm trong $(P): x+y+z-3=0$, đồng thời d cắt $d_1: \dfrac{x-6}{2}=\dfrac{y+10}{-7}=\dfrac{z-5}{3}$ và vuông góc với $d_2: \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-3}{9}\cdot$

A. $\begin{cases} x=4+3t \\ y=-3+4t \\ z=2+t \end{cases}.$ **B.** $\begin{cases} x=4+62t \\ y=-3-22t \\ z=2-25t \end{cases}.$

C. $\begin{cases} x=-4+2t \\ y=3-4t \\ z=-2+t \end{cases}.$ **D.** $\begin{cases} x=4+3t \\ y=-3-4t \\ z=2+t \end{cases}.$

ĐÁP ÁN BÀI TẬP VỀ NHÀ 01

1.A	2.C	3.A	4.A	5.C	6.A	7.C	8.A	9.D	10.C
11.D	12.A	13.A	14.D	15.C	16.B	17.B	18.C	19.B	20.D

BÀI TẬP VỀ NHÀ 02

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, hãy viết phương trình dạng tham số của đ ường thẳng d đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{a}=(4;-6;2)$.

A. $d:\begin{cases}x=2+2t\\y=-3t\\z=-1+t\end{cases}$.   B. $d:\begin{cases}x=-2+2t\\y=-3t\\z=1+t\end{cases}$.

C. $d:\begin{cases}x=-2+4t\\y=-6t\\z=1+2t\end{cases}$.   D. $d:\begin{cases}x=4+2t\\y=-3t\\z=2+t\end{cases}$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;4;-1)$, $B(2;4;3)$ và $C(2;2;-1)$. Viết phương trình đường thẳng qua điểm A và song song với BC.

A. $\begin{cases}x=1\\y=4-t\\z=-1+2t\end{cases}$.   B. $\begin{cases}x=1\\y=4+t\\z=1+2t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=1\\y=4+t\\z=-1-2t\end{cases}$.   D. $\begin{cases}x=1\\y=4+t\\z=-1+2t\end{cases}$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(3;-6;1)$.

A. $\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z+1}{-2}$.   B. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{1}$.

C. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+6}{-4}=\dfrac{z-1}{-2}$.   D. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z-1}{2}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1;3;2)$, $B(2;0;5)$ và $C(0;-2;1)$. Viết phương trình đường trung tuyến AM của tam giác ABC.

A. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-3}{-4}=\dfrac{z-2}{1}$.   B. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+3}{-4}=\dfrac{z+2}{1}$.

C. $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+3}{4}=\dfrac{z+2}{-1}$.   D. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+4}{-1}=\dfrac{z+1}{3}$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, hãy viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(2;3;1)$ và song song với đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z-3}{-1}$.

A. $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{-4}=\dfrac{z-1}{-1}$.   B. $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z-1}{1}$.

C. $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y+3}{-4}=\dfrac{z+1}{-1}$.   D. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z-1}{3}$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua điểm $A(2;3;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P):x+3y-z+5=0$.

A. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3t \\ z = 1 - t \end{cases}.$ **B.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3t \\ z = 1 - t \end{cases}.$

C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 - t \end{cases}.$ **D.** $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3t \\ z = 1 + t \end{cases}.$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(2;-1;3)$ và vuông góc với mặt phẳng (Oxz).

A. $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + t \\ z = 3 \end{cases}.$ **B.** $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 + t \\ z = -3 \end{cases}.$

C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - t \\ z = 3 \end{cases}.$ **D.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + t \\ z = 3 \end{cases}.$

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình tham số của đường thẳng qua $A(1;2;-2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 2y + 3 = 0$.

A. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = -2 - 2t \\ z = 2 + 3t \end{cases}.$ **B.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = -2 + 3t \end{cases}.$

C. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = -2 - 2t \\ z = 2 \end{cases}.$ **D.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = -2 \end{cases}.$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;4;2)$ và $B(-1;2;4)$. Viết phương trình d đi qua trọng tâm của ΔOAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB).

A. $d: \dfrac{x}{2} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z+2}{1}\cdot$ **B.** $d: \dfrac{x}{2} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z-2}{1}\cdot$

C. $d: \dfrac{x}{2} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z-2}{1}\cdot$ **D.** $d: \dfrac{x}{2} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z+2}{1}\cdot$

Câu 10. Cho điểm $M(-1;1;3)$ và hai đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y+3}{2} = \dfrac{z-1}{1}$; $\Delta': \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z}{-2}\cdot$ Viết phương trình đường thẳng đi qua M, vuông góc với Δ và Δ'.

A. $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 3t \end{cases}.$ **B.** $\begin{cases} x = -t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}.$

C. $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + t \end{cases}.$ **D.** $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}.$

Câu 11. Viết phương trình đường thẳng đi qua $B(2;-1;5)$, đồng thời song song với mặt phẳng $(P): 2x+y+2z-1=0$ và vuông góc với đường $\Delta: \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-3}{3}\cdot$

A. $\dfrac{x-2}{-5}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-5}{4}\cdot$ B. $\dfrac{x+2}{-5}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+5}{4}\cdot$

C. $\dfrac{x+2}{5}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+5}{-4}\cdot$ D. $\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+4}{5}\cdot$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;-1;2)$, song song đồng thời với hai mặt phẳng $(P): x-y+2z-1=0$ và $(Q): x+2y-3z+3=0$ có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+1}{5}=\dfrac{z-2}{3}\cdot$ B. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{5}=\dfrac{z-2}{-3}\cdot$

C. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{5}=\dfrac{z+2}{3}\cdot$ D. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-5}{-1}=\dfrac{z-3}{2}\cdot$

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, gọi Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x-y+z+3=0$ và $(Q): 2x+3y-z-3=0$. Khi đó phương trình đường thẳng Δ là

A. $\dfrac{x}{y}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+3}{-5}\cdot$ B. $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+3}{5}\cdot$

C. $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-3}{5}\cdot$ D. $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-3}{-5}\cdot$

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng Δ đi qua gốc tọa độ O, vuông góc với $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+2}{1}$ và song song với mặt phẳng $(P): x+y-2z-5=0$.

A. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z}{3}\cdot$ B. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z}{-5}\cdot$

C. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z}{5}\cdot$ D. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z}{3}\cdot$

Câu 15. Viết phương trình đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) để d cắt và vuông góc với đường thẳng Δ, với $(P): x+2y+2z-4=0$ và $\Delta: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}\cdot$

A. $d: \begin{cases} x=-3+t \\ y=1-2t \\ z=1-t \end{cases}.$ B. $d: \begin{cases} x=3t \\ y=2+t \\ z=2+2t \end{cases}.$

C. $d: \begin{cases} x=-2-4t \\ y=-1+3t \\ z=4-t \end{cases}.$ D. $d: \begin{cases} x=-1-t \\ y=3-3t \\ z=3-2t \end{cases}.$

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, viết đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng $(P): 2x-y-z+4=0$ và vuông góc với đường thẳng $d: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{-3}\cdot$ Biết Δ đi qua điểm $M(0;1;3)$.

A. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-3}{1}\cdot$ B. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-3}{1}\cdot$

C. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+3}{1}$. **D.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+3}{1}$.

Câu 17. Cho điểm $M(1;-1;4)$, đường $\Delta:\dfrac{x+1}{-3}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z}{5}$ và mặt $(P): x+2y-2z-15=0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm M, song song với (P) và cắt Δ.

A. $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+4}{-1}$. **B.** $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y-1}{-5}=\dfrac{z+4}{-3}$.

C. $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-4}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y+1}{-5}=\dfrac{z-4}{-3}$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$ và $C(0;0;-4)$. Gọi H là trực tâm tam giác ABC. Phương trình tham số của đường thẳng OH là

A. $\begin{cases}x=6t\\y=-4t\\z=-3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=6t\\y=2+4t\\z=-3t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=6t\\y=4t\\z=-3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=6t\\y=4t\\z=1-3t\end{cases}$.

Câu 19. Cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-6}{1}=\dfrac{y-4}{-4}=\dfrac{z-4}{1}$ và $d_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{-2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ là đường vuông góc chung của hai đường thẳng d_1 và d_2.

A. $\dfrac{x-4}{8}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-2}{-4}$. **B.** $\dfrac{x-4}{9}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$.

C. $\dfrac{x-4}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-2}{2}$. **D.** $\dfrac{x-4}{2}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z-2}{4}$.

Câu 20. Cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và $d_2:\begin{cases}x=t\\y=3\\z=-2+t\end{cases}$. Viết phương trình d là đoạn vuông góc chung của d_1 và d_2.

A. $\begin{cases}x=2+3t'\\y=1+3t'\\z=-2-t'\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-2+3t'\\y=1+3t'\\z=2+t'\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=-2+3t'\\y=1-3t'\\z=2+t'\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+t'\\y=1+2t'\\z=2-t'\end{cases}$.

ĐÁP ÁN BÀI TẬP VỀ NHÀ 02

1.A	2.D	3.A	4.A	5.A	6.B	7.A	8.D	9.B	10.D
11.A	12.A	13.B	14.D	15.C	16.B	17.D	18.C	19.C	20.D

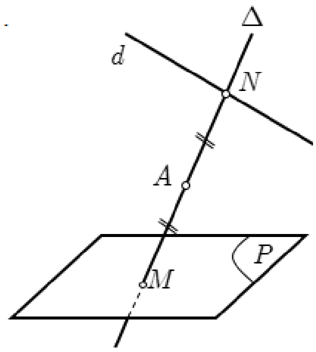
BÀI TẬP VỀ NHÀ 03

Mẫu 1. Trong không gian $Oxyz,$ cho mặt phẳng $(P): 2x-y+z-10=0,$ điểm $A(1;3;2)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-1}\cdot$ Tìm phương trình đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai điểm $M,\ N$ sao cho A là trung điểm của đoạn $MN.$

A. $\dfrac{x+6}{7}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z-3}{-1}\cdot$ **B.** $\dfrac{x-6}{7}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z+3}{-1}\cdot$

C. $\dfrac{x-6}{7}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z+3}{-1}\cdot$ **D.** $\dfrac{x+6}{7}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z-3}{-1}\cdot$

Lời giải tham khảo



Đặt $d: \dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-1}=t \Rightarrow N(2t-2;\ t+1;\ -t+1)\in d.$

Vì A là trung điểm của MN nên: $\begin{cases} x_A=\dfrac{x_M+x_N}{2} \\ y_A=\dfrac{y_M+y_N}{2} \\ z_A=\dfrac{z_M+z_N}{2}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_M=2x_A-x_N \\ y_M=2y_A-y_N \\ z_M=2z_A-z_N\end{cases}$

Suy ra $\begin{cases} x_M=2.1-(2t-2)=4-2t \\ y_M=2.3-(t+1)=5-t \\ z_M=2.2-(-t+1)=3+t\end{cases} \Rightarrow M(4-2t;\ 5-t;\ 3+t)\in(P): 2x-y+z-10=0$

$\Leftrightarrow 2.(4-2t)-(5-t)+(3+t)-10=0 \Leftrightarrow t=-2 \Rightarrow M(8;7;1)$ và $N(-6;-1;3).$

Khi đó $\Delta: \begin{cases}\text{Qua } N(-6;-1;3) \\ \text{VTCP}: \vec{u}=\overrightarrow{NM}=(14;8;-2)=2.(7;4;-1)\end{cases} \Rightarrow \Delta: \dfrac{x+6}{7}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z-3}{-1}\cdot$ **Chọn A.**

☞ **Nhớ**. Học sinh đọc kỹ lời giải và làm lại tương tự, có thể rút ngắn cách làm. Đề bài có thể mở rộng $\overrightarrow{NA}=k.\overrightarrow{AM}$ khi đó ta sử dụng hai véctơ bằng nhau để tìm $M,\ N,$ trong trường hợp $k=1$ thì A chính là trung điểm của $MN,$ hoặc cho trọng tâm hoặc hình bình hành.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz,$ cho điểm $A(1;-1;2),$ mặt phẳng $(P): x+y-2z+5=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}\cdot$ Viết phương trình đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng $MN.$

A. $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z+2}{2}\cdot$

B. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z-2}{2}\cdot$

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z-2}{2}\cdot$

D. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z-2}{-1}\cdot$

Câu 2. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P):2x-y-2z-3=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua $A(-1;0;2)$ và cắt d tại M, cắt (P) tại N sao cho A là trung điểm MN là

A. $\begin{cases}x=-2+t\\y=3-3t\\z=4-2t\end{cases}$.

B. $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-6t\\z=2+4t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=t\\y=3+3t\\z=4+2t\end{cases}$.

D. $\begin{cases}x=-1-3t\\y=0\\z=2-3t\end{cases}$.

Câu 3. Cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+2}{2}$ và $(P):x+3y+2z-5=0$. Phương trình đường thẳng Δ qua $A(2;-1;1)$ và cắt d tại M, cắt (P) tại N để A là trung điểm MN là

A. $\begin{cases}x=3-t\\y=t-2\\z=t\end{cases}$.

B. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-1}{-1}$.

C. $\begin{cases}x=3+t\\y=t\\z=2+t\end{cases}$.

D. $\dfrac{x-2}{-8}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-1}{7}$.

Câu 4. Cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P):x-2y+z-6=0$. Phương trình đường thẳng Δ qua $A(2;1;2)$ và cắt d tại M, cắt (P) tại N sao cho A là trung điểm MN là

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=3-2t\\z=3-t\end{cases}$

B. $\begin{cases}x=2-t\\y=1-2t\\z=2+t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=1-t\\y=-1-2t\\z=3+t\end{cases}$.

D. $\begin{cases}x=2-t\\y=1\\z=2-t\end{cases}$.

Câu 5. Cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=3+t\\z=3\end{cases}$, mặt phẳng $(\alpha):x+y+z-1=0$ và điểm $G\left(\dfrac{2}{3};1;\dfrac{2}{3}\right)$. Phương trình đường thẳng Δ cắt d và (α) lần lượt tại M, N sao cho tam giác OMN nhận G làm trọng tâm là

A. $\begin{cases}x=1\\y=2+t\\z=3+4t\end{cases}$.

B. $\begin{cases}x=1+t\\y=1+3t\\z=3+2t\end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 + t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 3t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$.

Câu 6. Cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-1}{-1}$, mặt phẳng $(\alpha): x - y + z - 4 = 0$ và $G\left(\dfrac{4}{3};0;1\right)\cdot$ Phương trình đường thẳng Δ cắt d và (α) lần lượt tại $M,\ N$ sao cho tam giác OMN nhận G làm trọng tâm là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$. **B.** $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z}{1}\cdot$

C. $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 + t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-1}{1}$.

Câu 7. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = 4 + t \end{cases}$, mặt phẳng $(\alpha): x - y + z - 5 = 0$ và hai điểm $C(-1;0;3)$, $D(-2;-1;2)$. Phương trình đường thẳng Δ cắt d và (α) lần lượt tại $A,\ B$ sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$. **B.** $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-1}{1}\cdot$

C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$. **D.** $\dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z-5}{1}\cdot$

Câu 8. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 - t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$, mặt phẳng $(\alpha): x - y + z - 5 = 0$ và hai điểm $C(2;0;7)$, $D(-1;-5;5)$. Phương trình đường thẳng Δ cắt d và (α) lần lượt tại $A,\ B$ sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là

A. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = -1 + t \\ z = 9 + 4t \end{cases}$. **B.** $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-1}{1}\cdot$

C. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 5t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$. **D.** $\dfrac{x}{3} = \dfrac{y}{5} = \dfrac{z-5}{2}\cdot$

Mẫu 2. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho thể tích tứ diện $OABC$ nhỏ nhất.

A. $6x+3y+2z+18=0$. **B.** $6x+3y+3z-21=0$.

C. $6x+3y+3z+21=0$. **D.** $6x+3y+2z-18=0$.

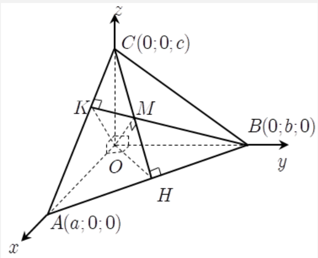
Lời giải tham khảo

Ta có: $(ABC): \dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$ và $M(1;2;3)\in(ABC) \Rightarrow 1=\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{3}{c} \overset{\text{Cauchuy}}{\geq} 3\sqrt[3]{\dfrac{6}{abc}}$

$\Rightarrow abc \geq 162 \Rightarrow V_{OABC}=\dfrac{1}{6}abc \geq 27$. Dấu " = " $\Leftrightarrow \dfrac{1}{a}=\dfrac{2}{b}=\dfrac{3}{c}$ và $abc=162 \Rightarrow \begin{cases} a=3;\ b=6 \\ c=9 \end{cases}$.

$\Rightarrow (ABC): \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{6}+\dfrac{z}{9}=1 \Leftrightarrow 6x+3y+2z-18=0$. **Chọn đáp án D.**

☞ **Cần nhớ:** Phương trình mặt phẳng đoạn chắn $(P): \dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$



- $V_{O.ABC}=\dfrac{abc}{6}$ $(a,\ b,\ c>0)$.
- M trực tâm $\Delta ABC \Leftrightarrow OM \perp (ABC)$
- $\dfrac{1}{OA^2}+\dfrac{1}{OB^2}+\dfrac{1}{OC^2}=\dfrac{1}{OM^2}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(9;1;1)$, cắt các tia Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho thể tích tứ diện $OABC$ có giá trị nhỏ nhất.

A. $\dfrac{x}{27}+\dfrac{y}{3}-\dfrac{z}{3}=1$.

B. $\dfrac{x}{9}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{1}=1$.

C. $\dfrac{x}{27}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{3}=1$.

D. $\dfrac{x}{27}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{3}=0$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1;2;1)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho độ dài OA, OB, OC theo thứ tự tạo thành cấp số nhân có công bội bằng 2. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ tới mặt phẳng (α).

A. $\dfrac{4\sqrt{21}}{21}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{21}}{21}$.

C. $\dfrac{3\sqrt{21}}{7}$. **D.** $9\sqrt{21}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=3$. Một mặt phẳng (α) tiếp xúc với (S) và cắt các tia Ox, Oy, Oz tại A, B, C. Giá trị của biểu thức $\dfrac{1}{OA^2}+\dfrac{1}{OB^2}+\dfrac{1}{OC^2}$ bằng

A. $\sqrt{2}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{9}$.

D. $\sqrt{3}$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;4;9)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C (khác O) sao cho $(OA+OB+OC)$ đạt giá trị nhỏ nhất. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào dưới đây ?

A. $(12;0;0)$.

B. $(0;0;12)$.

C. $(6;0;0)$.

D. $(0;6;0)$.

Câu 13. Cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z}{-2}$ và hai điểm $A(2;1;0)$, $B(-2;3;2)$. Phương trình mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và có tâm thuộc đường thẳng d là

A. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=17$.

B. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=5$.

D. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=16$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x+6y+z-3=0$ cắt trục Oz và đường thẳng $d:\frac{x-5}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-6}{-1}$ lần lượt tại A và B. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x+2)^2+(y-1)^2+(z+5)^2=36$.

B. $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-5)^2=9$.

C. $(x+2)^2+(y-1)^2+(z+5)^2=9$.

D. $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-5)^2=36$.

Câu 15. Cho mặt phẳng $(P): x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{3}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với d.

A. $\frac{x-1}{5}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z-1}{3}$.

B. $\frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{-3}$.

C. $\frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{2}$.

D. $\frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{-3}$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$. Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua M, cắt và vuông góc với Δ là

A. $\begin{cases} x=2+t \\ y=1-4t \\ z=-2t \end{cases}$.   **B.** $\begin{cases} x=2-t \\ y=1+t \\ z=t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-1-4t \\ z=2t \end{cases}$.   **D.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=1+t \\ z=-t \end{cases}$.

Câu 17. Cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}\cdot$ Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d.

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}\cdot$

B. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-1}\cdot$

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{1}\cdot$

D. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-2}{1}\cdot$

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$ và $C(0;0;-4)$. Gọi H là trực tâm tam giác ABC. Phương trình tham số của đường thẳng OH là

A. $\begin{cases} x=6t \\ y=-4t \\ z=-3t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x=6t \\ y=2+4t \\ z=-3t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=6t \\ y=4t \\ z=-3t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x=6t \\ y=4t \\ z=1-3t \end{cases}$.

ĐÁP ÁN BÀI TẬP VỀ NHÀ 03

1.C	2.A	3.A	4.A	5.A	6.D	7.B	8.C	9.C	10.C
11.B	12.C	13.A	14.B	15.D	16.A	17.B	18.C		

Dạng toán 6: Hình chiếu, điểm đối xứng và bài toán liên quan (vận dụng cao)

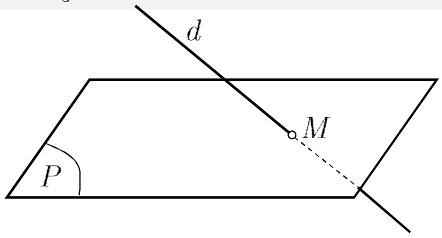
☆☆☆

① Tìm M là giao điểm của $d:\dfrac{x-x_o}{a_1}+\dfrac{y-y_o}{a_2}=\dfrac{z-z_o}{a_3}$ **và** $(P): ax+by+cz+d=0.$

Đặt $\dfrac{x-x_o}{a_1}+\dfrac{y-y_o}{a_2}=\dfrac{z-z_o}{a_3}=t.$

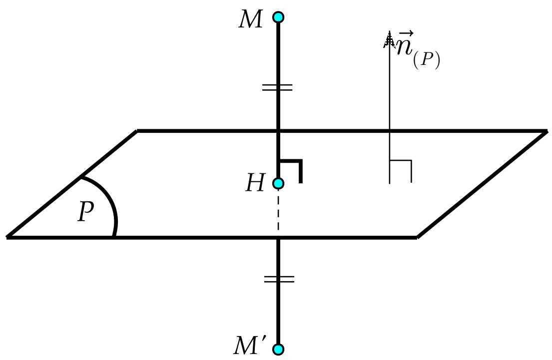
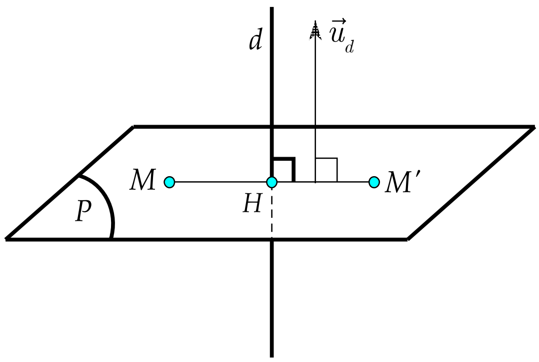
$\Rightarrow M(a_1t+x_o;\ a_2t+y_o;\ a_3t+z_o)\in d.$

Vì $d\cap(P)=M\Rightarrow M\in(P)\Rightarrow t\Rightarrow M.$

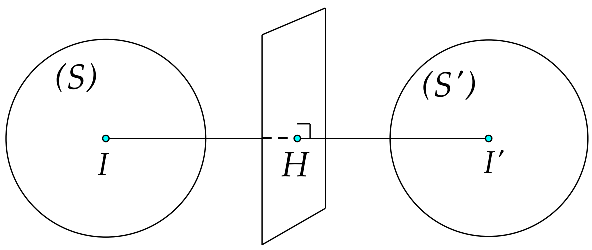
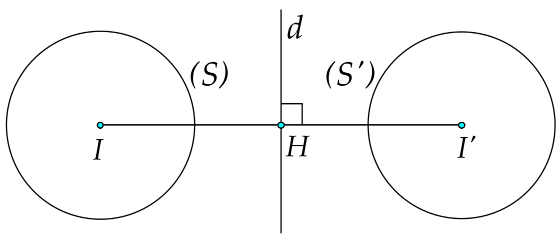


② Tìm hình chiếu của điểm M lên mặt phẳng (P), của điểm M lên đường thẳng d.

➢ Cần nhớ: "Cho đường viết mặt, cho mặt viết đường và tìm giao điểm".

Tìm H là hình chiếu của M lên mặt (P). Tìm M' là điểm đối xứng với M qua (P).	Tìm hình chiếu H của M lên đường d. Tìm M' là điểm đối xứng với M qua d.
• Viết đường $MH:\begin{cases}\text{Qua } M\\ \text{VTCP}: \vec{u}_{MH}=\vec{n}_{(P)}\end{cases}.$ • Hình chiếu H là giao điểm của MH và (P). • Điểm M' đối xứng với M qua (P) thỏa mãn H là trung điểm của MM'.	• Viết mặt phẳng $(P):\begin{cases}\text{Qua } M\\ \text{VTPT}: \vec{n}_{(P)}=\vec{u}_d\end{cases}.$ • Hình chiếu H là giao điểm của d và (P). • Điểm M' đối xứng với M qua d thỏa mãn H là trung điểm của MM'.
	

③ Tìm phương trình mặt cầu (S') đối xứng với mặt cầu (S) qua mặt (P) và qua đường d.

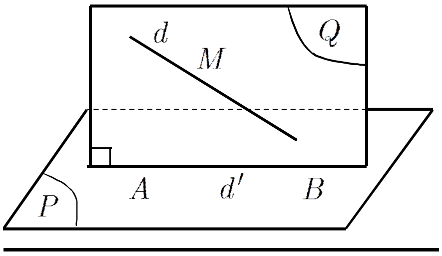
Tìm mặt cầu (S') đối xứng với (S) qua (P)	Tìm mặt cầu (S') đối xứng với (S) qua d
• Ta luôn có $R'=R.$ • Tâm I' là điểm đối xứng của I qua (P).	• Ta luôn có $R'=R.$ • Tâm I' là điểm đối xứng của I qua d.
	

➢ **Cần nhớ**: Hình chiếu và điểm đối xứng qua trục, mặt phẳng tọa độ và gốc tọa độ:
"Hình chiếu thiếu cái nào cho cái đó bằng 0 – Đối xứng thiếu cái nào đổi dấu cái đó".

④ Tìm phương trình hình chiếu của đường thẳng liên mặt phẳng

a) Tìm phương trình hình chiếu của đường thẳng d lên mặt phẳng (P)

PP1. Tìm hình chiếu d' là giao tuyến 2 mặt

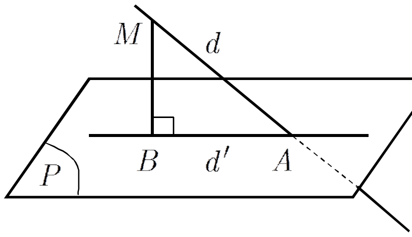


- Viết mặt (Q) chứa d và vuông góc với (P):

$$(Q):\begin{cases}\text{Qua } M\in d\\ \text{VTPT}: \vec{n}_{(Q)}=[\vec{u}_d,\vec{n}_{(P)}]\end{cases}.$$

- Hình chiếu của d xuống (P) là đường thẳng d', chính là giao tuyến của (P) và (Q).

PP2. Tìm giao điểm và hình chiếu lên (P)

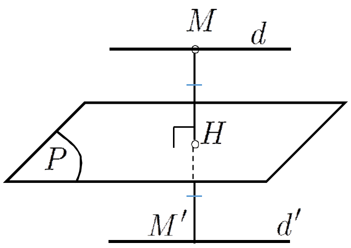


- Tìm $A=d\cap(P)$.
- Chọn $M\in d,\ (M\neq A)$.
- Tìm hình chiếu B của điểm A lên (P).
- Hình chiếu d' đi qua $A,\ B$.

Lưu ý. Nếu $d\parallel(P)$ thì $d'\parallel d$ và $M\in d$. Khi đó hình chiếu B của M lên (P) thuộc d'.

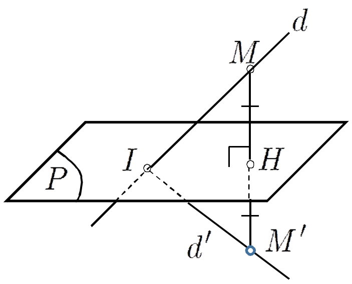
b) Tìm phương trình d′ đối xứng của đường thẳng d qua mặt phẳng (P)

Nếu $d\parallel(P)$



- Lấy $M\in d$.
- Tìm H là hình chiếu của M lên (P).
- Tìm M' đối xứng với M qua (P).
- Khi đó $d':\begin{cases}Qua\ \ M'\\ VTCP:\vec{u}_{d'}=\vec{u}_d\end{cases}.$

Nếu $d\cap(P)=I$.



- Lấy $M\in d$.
- Tìm H là hình chiếu của M lên (P).
- Tìm M' đối xứng với M qua (P).
- Khi đó $d':\begin{cases}Qua\ \ M'\\ VTCP:\vec{u}_{d'}=\overrightarrow{IM}\end{cases}.$

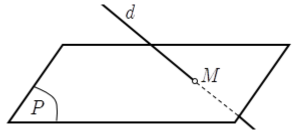
1. Giao điểm của $d:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P):2x+y-3z=0$ là

A. $M_2(2;4;1)$.

B. $M_3(3;-4;1)$.

C. $M_1(2;-4;0)$.

D. $M_4(3;4;0)$.



Lưu ý. *Nếu đề cho dạng tham số, ta thế trực tiếp vào* $(P)\Rightarrow t\Rightarrow M$.

Giải. Đặt $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-1}{1}=t$

$\Rightarrow M(-t+1;2t-2;t+1)\in d.$

Vì $M\in(P)\Leftrightarrow 2(-t+1)+(2t-2)-3(t+1)=0$

$\Leftrightarrow t=-1\Rightarrow M(2;-4;0)$. **Chọn đáp án C.**

2. Giao điểm của $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+2}{-3}$ và mặt phẳng $(P):2x+y-z+3=0$ là

A. $M(2;-1;1)$.

B. $M(0;-2;1)$.

C. $M(0;-2;-1)$.

D. $M(2;-2;-1)$.

3. Giao điểm của $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-z-6=0$ là

A. $M(1;2;1)$.

B. $M(1;-2;1)$.

C. $M(1;-1;2)$.

D. $M(1;2;-1)$.

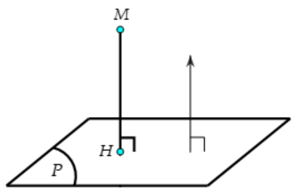
4. Hình chiếu của điểm $M(3;0;-1)$ lên mặt phẳng $(P):x+y-z-1=0$ là

A. $H(2;-1;0)$.

B. $H(4;1;-2)$.

C. $H(2;1;0)$.

D. $H(-1;0;2)$.



Ta có $\begin{cases} x=3+t \\ y=t \\ z=-1-t \\ x+y-z-1=0 \end{cases}\Rightarrow t=-1\Rightarrow H(2;-1;0)$.

5. Hình chiếu của điểm $M(-1;2;3)$ lên mặt phẳng $(P):2x-2y-z-9=0$ là

A. $H(-2;1;3)$.

B. $H(3;-2;1)$.

C. $H(2;1;3)$.

D. $H(3;2;1)$.

6. Hình chiếu của điểm $M(3;1;0)$ lên mặt phẳng $(P):2x+2y-z+1=0$ là

A. $H(1;1;-1)$.

B. $H(1;-2;1)$.

C. $H(1;-1;1)$.

D. $H(1;2;-1)$.

7. Điểm đối xứng với điểm $M(2;1;-1)$ qua mặt phẳng $(P): x+2y-2z+3=0$ là

A. $M'(0;3;3)$.
B. $M'(1;-1;-1)$.
C. $M'(1;-1;1)$.
D. $M'(0;-3;3)$.

8. Điểm đối xứng với điểm $M(4;2;1)$ qua mặt phẳng $(P): 4x+y+2z+1=0$ là

A. $M'(-4;0;-3)$.
B. $M'(-4;4;-1)$.
C. $M'(4;2;1)$.
D. $M'(-2;0;5)$.

9. Hình chiếu của điểm $M(1;1;-1)$ lên đường thẳng $d: \dfrac{x-4}{2}=\dfrac{y-4}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$ là

A. $H(2;2;3)$.
B. $H(6;6;3)$.
C. $H(2;1;-3)$.
D. $H(1;1;4)$.

Ta có $\begin{cases} x=2t+4 \\ y=2t+4 \\ z=-t+2 \\ 2(x-1)+2(y-1)-1(z+1)=0 \end{cases} \Rightarrow t=-1$

$\Rightarrow H(2;2;3)$. **Chọn đáp án A.**

10. Hình chiếu của điểm $M(-1;1;6)$ lên đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z}{2}$ là

A. $H(1;3;-2)$.
B. $H(1;17;18)$.
C. $H(3;-1;2)$.
D. $H(2;1;0)$.

11. Hình chiếu của điểm $M(1;0;4)$ lên đường thẳng $d: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$ là

A. $H(1;0;1)$.
B. $H(-2;3;0)$.
C. $H(0;1;-1)$.
D. $H(2;-1;3)$.

12. Điểm đối xứng với điểm $M(3;2;0)$ qua đường thẳng $d : \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y+3}{2} = \dfrac{z+2}{2}$ là

A. $M'(-1;0;4)$.

B. $M'(7;1;-1)$.

C. $M'(2;1;-2)$.

D. $M'(0;2;-5)$.

13. Điểm đối xứng với điểm $M(2;0;1)$ qua đường thẳng $d : \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y+4}{2} = \dfrac{z}{1}$ là

A. $M'(0;1;3)$.

B. $M'(1;3;0)$.

C. $M'(0;0;3)$.

D. $M'(3;0;-1)$.

14. Hình chiếu vuông góc của đường thẳng $d : \begin{cases} x = 2+t \\ y = -3+2t \\ z = 1+3t \end{cases}$ lên mặt (Oyz) là

A. $\begin{cases} x = 2+t \\ y = -3+2t \\ z = 0 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 3+2t \\ z = 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 0 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 0 \\ y = -3+2t \\ z = 1+3t \end{cases}$.

☞ ***Cần nhớ:*** *"Hình chiếu thiếu cái nào cho cái đó bằng 0" (lên trục và mp tọa độ).*

- Cho $t = 0 \Rightarrow A(2;-3;1) \in d$.

$\Rightarrow M(0;-3;1)$ là hình chiếu của A lên mặt (Oyz).

- Cho $t = 1 \Rightarrow B(3;-1;4) \in d$.

$\Rightarrow N(0;-1;4)$ là hình chiếu của B lên mặt (Oyz).

- $M,\ N \in d'$ là hình chiếu của d lên mặt (Oyz).

$d' : \begin{cases} \text{Qua } M(0;-3;1) \\ VTCP : \overrightarrow{MN} = (0;2;3) \end{cases} \Rightarrow d' : \begin{cases} x = 0 \\ y = -3+2t \\ z = 1+3t \end{cases}$.

15. Hình chiếu vuông góc của đường thẳng $d : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{x-2}{1}$ lên mặt (Oxy) là

A. $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1-t \\ z = 0 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = -1+t \\ z = 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = 1+t \\ z = 0 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = -1+t \\ z = 0 \end{cases}$.

16. Hình chiếu vuông góc của đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-3}{1}$ lên mặt (Oxz) là

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=0\\z=3+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=7-2t\\y=0\\z=6+t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=-3+2t\\y=0\\z=1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-1+3t\\y=0\\z=2+t\end{cases}$.

17. Hình chiếu vuông góc của đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{3}$ lên mặt (Oyz) là

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=0\\z=3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=0\\z=0\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=1+2t\\y=-1+t\\z=0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=0\\y=-1+t\\z=3t\end{cases}$.

18. Đường thẳng đối xứng của $d:\begin{cases}x=7+5t\\y=-3+4t\\z=12+9t\end{cases}$ qua mặt phẳng (Oxy) là

A. $\begin{cases}x=7-5t\\y=-3-4t\\z=12-9t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=7+5t\\y=-3+4t\\z=-12-9t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=-7+5t\\y=3-4t\\z=-12+9t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-7-5t\\y=-3-4t\\z=12+9t\end{cases}$.

19. Đường thẳng đối xứng của $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$ qua mặt phẳng (Oxz) là

A. $\begin{cases}x=t\\y=1+t\\z=1-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=t\\y=-1-t\\z=1-t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=t\\y=0\\z=1-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-t\\y=1+t\\z=-1+t\end{cases}$.

20. Đường thẳng đối xứng của $d:\begin{cases}x=t\\y=1-t\\z=2+2t\end{cases}$ qua trục hoành có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=-t\\z=-4+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=t\\y=-1+t\\z=-2-2t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=t\\y=-1-t\\z=-2-2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=t\\z=-4+2t\end{cases}$.

21. Cho mặt phẳng $(P):2x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}\cdot$ Hình chiếu của d trên (P) có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{5}=\dfrac{z-3}{1}\cdot$

B. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-5}=\dfrac{z-3}{1}\cdot$

C. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{-5}=\dfrac{z+3}{1}\cdot$

D. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{5}=\dfrac{z+3}{1}\cdot$

22. Cho mặt phẳng $(P):x-z-4=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{-1}\cdot$ Hình chiếu của d trên (P) có phương trình là

A. $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{-1}\cdot$

B. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{-1}\cdot$

C. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{1}\cdot$

D. $\dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{1}\cdot$

23. Cho mặt phẳng $(P):x-y-2z-3=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+2}{3}\cdot$ Hình chiếu của d trên (P) có phương trình là

A. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{-3}\cdot$

B. $\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{1}\cdot$

C. $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{1}\cdot$

D. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{-3}\cdot$

24. Cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-5}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P):2x-y+2z+2=0$. Đường thẳng d' đối xứng với d qua (P) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=t\\y=4+t\\z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=t\\y=-6+t\\z=1+t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=1+t\\y=-1-t\\z=2-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=t\\y=4-t\\z=1-t\end{cases}$.

25. Cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=1+t\\z=1-t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):x-3y-z-8=0$. Đường thẳng d' đối xứng với d qua trục (P) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=3+2t\\y=-5+t\\z=-1-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2+t\\z=-1-t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=-3+2t\\y=5-t\\z=1-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+2t\\y=-5-t\\z=-1-t\end{cases}$.

26. Cho mặt phẳng $(P):3x-5y+2z+8=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=7+5t\\y=-7+t\\z=6-5t\end{cases}$. Đường thẳng d' đối xứng với d qua trục (P) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=17+5t\\y=33+t\\z=66-5t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=11+5t\\y=23+t\\z=32-5t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=-5+5t\\y=13+t\\z=-2-5t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=13+5t\\y=17+t\\z=4-5t\end{cases}$.

27. Cho hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y+21}{1} = \dfrac{z-1}{3}$ và $d_2: \dfrac{x+1}{4} = \dfrac{y+5}{2} = \dfrac{z-1}{6}\cdot$ Phương trình đường thẳng Δ đối xứng với d_1 qua d_2 là

A. $\begin{cases} x = 9+2t \\ y = 9+t \\ z = -5+3t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = -9+2t \\ y = 9+t \\ z = -5+3t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = -9+2t \\ y = 9+t \\ z = -3+3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 9+2t \\ y = 9+t \\ z = 3+3t \end{cases}$.

28. Cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1+2t \\ y = 3-t \\ z = 2+2t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = -1+t \\ y = 4-2t \\ z = 2t \end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng Δ sao cho d_1, d_2 đối xứng qua đường thẳng Δ.

A. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 4-t \\ z = 5+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 3t-1 \\ y = 2-3t \\ z = 3+4t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2-t \\ z = 3+4t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 3t-1 \\ y = 4-3t \\ z = 4t \end{cases}$.

29. Cho hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-5}{2} = \dfrac{z-2}{3}$ và $d_2: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-4}{1} = \dfrac{z}{2}\cdot$ Phương trình đường thẳng Δ đối xứng với d_1 qua d_2 là

A. $\begin{cases} x = 2t-1 \\ y = 4+t \\ z = -1+3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 5+t \\ z = 2+3t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = -2+t \\ y = 1+t \\ z = 1+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+5t \\ z = 3+2t \end{cases}$.

30. Phương mặt cầu (S') đối xứng với mặt cầu $(S):(x-4)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=2$ qua đường thẳng $d:\dfrac{x-6}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-2}{-3}$ là

A. $(x+8)^2+(y+4)^2+(z+3)^2=\sqrt{2}$.

B. $(x-8)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=\sqrt{2}$.

C. $(x+8)^2+(y+4)^2+(z+3)^2=2$.

D. $(x-8)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=2$.

31. Phương mặt cầu (S') đối xứng với mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=81$ qua đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=3-t\\z=1+t\end{cases}$ là

A. $(x-3)^2+(y-10)^2+(z-4)^2=81$.

B. $(x+3)^2+(y+10)^2+(z-4)^2=81$.

C. $(x-3)^2+(y-10)^2+(z-4)^2=81$.

D. $(x+3)^2+(y+10)^2+(z+4)^2=81$.

32. Phương mặt cầu (S') đối xứng với mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-9)^2+(z-2)^2=25$ qua đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+2t\\y=5+t\\z=3+2t\end{cases}$ là

A. $(x-3)^2+(y-1)^2+(z-4)^2=25$.

B. $(x-3)^2+(y-10)^2+(z-4)^2=25$.

C. $x^2+y^2+z^2-6x-2y-8z+1=0$.

D. $x^2+y^2+z^2+6x+2y+z+10=0$.

33. Phương mặt cầu (S') đối xứng với mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+6)^2+(z-4)^2=4$ qua mặt phẳng $(P):2x+5y-3z=0$ là

A. $(x+6)^2+(y+4)^2+(z-2)^2=4$.

B. $(x+3)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=2$.

C. $(x-6)^2+(y-4)^2+(z+2)^2=4$.

D. $(x-3)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=2$.

34. Phương mặt cầu (S') đối xứng với mặt cầu $(S):(x-4)^2+(y-3)^2+(z-5)^2=36$ qua mặt phẳng $(P):x-z+3=0$ là

A. $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-7)^2=6.$

B. $(x+2)^2+(y+3)^2+(z+3)^2=36.$

C. $(x+2)^2+(y+3)^2+(z+3)^2=6.$

D. $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-7)^2=36.$

35. Phương mặt cầu (S') đối xứng với mặt cầu $(S):(x+4)^2+(y-9)^2+(z-1)^2=9$ qua mặt phẳng $(P):7x-5y-8z+23=0$ là

A. $(x-10)^2+(y-1)^2+(z+5)^2=3.$

B. $(x-10)^2+(y+1)^2+(z-5)^2=9.$

C. $x^2+y^2+z^2+20x-4y-10z+126=0.$

D. $x^2+y^2+z^2-20x+2y+10z+117=0.$

36. Phương mặt cầu (S') đối xứng với mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y-1)^2+(z-7)^2=25$ qua mặt phẳng $(P):x-4y+4z+6=0$ là

A. $x^2+y^2+z^2-2x-18y+2z+68=0.$

B. $x^2+y^2+z^2+2x+18y-2z+68=0.$

C. $(x+1)^2+(y-9)^2+(z+1)^2=25.$

D. $(x-1)^2+(y-9)^2+(z-1)^2=25.$

37. Phương mặt cầu (S') đối xứng với mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=3$ qua mặt phẳng $(P):x-y=0$ là

A. $x^2+y^2+z^2-6x-2y-8z+17=0.$

B. $x^2+y^2+z^2-6x-2y-8z+17=0.$

C. $(x+3)^2+(y+1)^2+(z-4)^2=3.$

D. $(x+3)^2+(y-1)^2+(z-4)^2=9.$

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Câu 1. Trong không gian $Oxyz,$ tọa độ giao điểm của đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P):x+2y+z-5=0$ là

A. $M(3;0;-1).$

B. $N(0;3;1).$

C. $P(0;3;-1).$

D. $Q(-1;0;3).$

Câu 2. Cho các điểm $A(2;-1;0),$ $B(3;-3;-1)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-3=0.$ Tìm tọa độ giao điểm M của đường thẳng AB với mặt phẳng $(P).$

A. $M(1;1;1).$

B. $M(4;-5;-2).$

C. $M(-1;3;1).$

D. $M(0;1;2).$

Câu 3. Cho hai điểm $A(1;2;1)$ và $B(4;5;-2)$ và mặt phẳng $(P):3x-4y+5z+6=0.$ Đường thẳng AB cắt (P) tại điểm $M.$ Tính tỷ số $\dfrac{MB}{MA}\cdot$

A. $4.$

B. $2.$

C. $3.$

D. $\dfrac{1}{4}\cdot$

Câu 4. Trong không gian với $Oxyz,$ cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+3t\\y=4-2t\\z=-3+t\end{cases}$ cắt các mặt $(Oxy),$ (Oxz) lần lượt tại các điểm $M,$ $N.$ Độ dài MN bằng

A. $3.$

B. $\sqrt{14}.$

C. $3\sqrt{2}.$

D. $4.$

Câu 5. Tọa độ giao điểm $d:\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+3}{2}$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z+2)^2=9.$

A. $A(2;3;2).$

B. $B(-2;2;-3).$

C. $C(2;-3;2).$

D. $D(0;0;2).$

Câu 6. Hình chiếu của điểm $M(1;2;3)$ lên mặt phẳng $(P):x-2y+z-12=0$ là

A. $H(5;-6;7).$

B. $H(2;0;4).$

C. $H(3;-2;5)$.

D. $H(-1;6;1)$.

Câu 7. Hình chiếu của điểm $A(2;-1;0)$ lên mặt phẳng $(\alpha): 3x-2y+z+6=0$ là

A. $M(1;0;3)$.

B. $N(2;-2;3)$.

C. $P(1;1;-1)$.

D. $Q(-1;1;-1)$.

Câu 8. Điểm đối xứng với điểm $M(4;2;1)$ qua mặt phẳng $(P): 4x+y+2z+1=0$ là

A. $M'(-4;0;-3)$.

B. $M'(-4;-4;-1)$.

C. $M'(4;2;1)$.

D. $M'(-2;0;5)$.

Câu 9. Điểm đối xứng với điểm $A(3;5;0)$ qua mặt phẳng $(P): 2x+3y-z-7=0$ là

A. $M(-1;-1;2)$.

B. $M(0;-1;-2)$.

C. $M(2;-1;1)$.

D. $M(7;1;-2)$.

Câu 10. Hình chiếu của điểm $A(1;1;-1)$ lên đường thẳng $d: \dfrac{x-4}{2}=\dfrac{y-4}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$ là

A. $N(2;2;3)$.

B. $P(6;6;3)$.

C. $M(2;1;-3)$.

D. $Q(1;1;4)$.

Câu 11. Hình chiếu của điểm $M(1;0;4)$ lên đường thẳng $d: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$ là

A. $H(1;0;1)$.

B. $H(-2;3;0)$.

C. $H(0;1;-1)$.

D. $H(2;-1;3)$.

Câu 12. Điểm đối xứng của điểm $A(3;2;0)$ qua đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z+2}{2}$ là

A. $M(-1;0;4)$.

B. $N(7;1;-1)$.

C. $P(2;1;-2)$.

D. $Q(0;2;-5)$.

Câu 13. Điểm đối xứng của điểm $M(2;-6;4)$ qua đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z}{-2}$ là

A. $M'(3;-6;\ 5)$.

B. $M'(4;2;-8)$.

C. $M'(-4;2;8)$.

D. $M'(-4;-2;0)$.

Câu 14. Phương trình hình chiếu của $\Delta: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{1}$ lên mặt phẳng (Oxy) là

A. $\begin{cases} x=0 \\ y=-1-t \\ z=0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+t \\ z=0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=1+t \\ z=0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-1+t \\ z=0 \end{cases}$.

Câu 15. Hình chiếu vuông góc của đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-3}{1}$ lên mặt (Oxz) là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=0 \\ z=3+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=7-2t \\ y=0 \\ z=6+t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=-3+2t \\ y=0 \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1+3t \\ y=0 \\ z=2+t \end{cases}$.

Câu 16. Đường thẳng đối xứng của $d: \begin{cases} x=7+5t \\ y=-3+4t \\ z=12+9t \end{cases}$ qua mặt phẳng (Oxy) là

A. $\begin{cases} x=7-5t \\ y=-3-4t \\ z=12-9t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=7+5t \\ y=-3+4t \\ z=-12-9t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=-7+5t \\ y=3-4t \\ z=-12+9t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-7-5t \\ y=-3-4t \\ z=12+9t \end{cases}$.

Câu 17. Cho mặt phẳng $(P): 2x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}\cdot$ Hình chiếu của d trên (P) có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{5}=\dfrac{z-3}{1}\cdot$

B. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-5}=\dfrac{z-3}{1}\cdot$

C. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{-5}=\dfrac{z+3}{1}\cdot$

D. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{5}=\dfrac{z+3}{1}\cdot$

Câu 18. Cho mặt phẳng $(P): x-z-4=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{-1}\cdot$ Hình chiếu của d trên (P) có phương trình là

A. $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{-1}\cdot$

B. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{-1}\cdot$

C. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{1}\cdot$

D. $\dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{1}\cdot$

Câu 19. Cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-5}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z+2=0.$ Đường thẳng d' đối xứng với d qua (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=t \\ y=4+t. \\ z=1+t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=t \\ y=-6+t. \\ z=1+t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-1-t. \\ z=2-t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=t \\ y=4-t. \\ z=1-t \end{cases}$

Câu 20. Phương mặt cầu (S') đối xứng với mặt cầu $(S): (x-4)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=2$ qua đường thẳng $d:\dfrac{x-6}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-2}{-3}$ là

A. $(x+8)^2+(y+4)^2+(z+3)^2=\sqrt{2}.$

B. $(x-8)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=\sqrt{2}.$

C. $(x+8)^2+(y+4)^2+(z+3)^2=2.$

D. $(x-8)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=2.$

Câu 21. Phương mặt cầu (S') đối xứng với mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y-2)^2+z^2=81$ qua đường thẳng $d:\begin{cases} x=1+2t \\ y=3-t \\ z=1+t \end{cases}$ là

A. $(x-3)^2+(y-10)^2+(z-4)^2=81.$

B. $(x+3)^2+(y+10)^2+(z-4)^2=81.$

C. $(x-3)^2+(y-10)^2+(z-4)^2=81.$

D. $(x+3)^2+(y+10)^2+(z+4)^2=81.$

Câu 22. Phương mặt cầu (S') đối xứng với mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+6)^2+(z-4)^2=4$ qua mặt phẳng $(P):2x+5y-3z=0$ là

A. $(x+6)^2+(y+4)^2+(z-2)^2=4.$

B. $(x+3)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=2.$

C. $(x-6)^2+(y-4)^2+(z+2)^2=4.$

D. $(x-3)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=2.$

Câu 23. Cho mặt phẳng $(P):3x-5y+2z+8=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=7+5t\\y=-7+t\\z=6-5t\end{cases}$. Đường thẳng d' đối xứng với d qua trục (P) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=17+5t\\y=33+t\\z=66-5t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=11+5t\\y=23+t\\z=32-5t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=-5+5t\\y=13+t\\z=-2-5t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=13+5t\\y=17+t\\z=4-5t\end{cases}$.

Câu 24. Cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+21}{1}=\dfrac{z-1}{3}$ và $d_2:\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y+5}{2}=\dfrac{z-1}{6}\cdot$ Phương trình đường thẳng Δ đối xứng với d_1 qua d_2 là

A. $\begin{cases}x=9+2t\\y=9+t\\z=-5+3t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-9+2t\\y=9+t\\z=-5+3t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=-9+2t\\y=9+t\\z=-3+3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=9+2t\\y=9+t\\z=3+3t\end{cases}$.

ĐÁP ÁN BÀI TẬP VỀ NHÀ

1.C	2.A	3.B	4.B	5.B	6.C	7.D	8.A	9.A	10.A
11.D	12.A	13.D	14.B	15.C	16.B	17.B	18.C	19.B	20.D
21.A	22.C	23.C	24.B						

Dạng toán 7: Bài toán cực trị và một số bài toán khác (vận dụng cao)

☆☆☆

Nhóm 1. Tâm tỉ cự

Cho ba điểm $A,\ B,\ C.$

a) Tìm điểm I thỏa mãn $\alpha.\overrightarrow{IA}+\beta.\overrightarrow{IB}+\gamma.\overrightarrow{IC}=\vec{0}\Rightarrow \begin{cases} x_I=\dfrac{\alpha.x_A+\beta.x_B+\gamma.x_C}{\alpha+\beta+\gamma} \\ y_I=\dfrac{\alpha.y_A+\beta.y_B+\gamma.y_C}{\alpha+\beta+\gamma} \\ z_I=\dfrac{\alpha.z_A+\beta.z_B+\gamma.z_C}{\alpha+\beta+\gamma} \end{cases}$ (1)

$\Rightarrow$ Công thức (1) tương tự đối với 2 điểm hoặc 4 điểm.

b) Với mọi điểm M, ta đều có:

- $\alpha.\overrightarrow{MA}+\beta.\overrightarrow{MB}+\gamma.\overrightarrow{MC}=(\alpha+\beta+\gamma).\overrightarrow{MI}$ (2)
- $\alpha.MA^2+\beta.MB^2+\gamma.MC^2=(\alpha+\beta+\gamma).MI^2+const$ (3)

Nếu $\alpha=\beta=\gamma=1$ thì I là trọng tâm $\Delta ABC.$

Để chứng minh $(1),\ (2),$ ta sử dụng quy tắc chèn điểm I và sử dụng $(1).$

Ví dụ. (Đề tham khảo – Bộ GD & ĐT năm 2019 – Câu 41) Trong không gian với hệ trục $Oxyz,$ cho hai điểm $A(2;-2;4),\ B(-3;3;-1)$ và mặt phẳng $(P):2x-y+2z-8=0.$ Xét M là điểm thay đổi thuộc $(P),$ giá trị nhỏ nhất của $2MA^2+3MB^2$ bằng

A. $135.$ **B.** $105.$ **C.** $108.$ **D.** $145.$

Lời giải tham khảo

Gọi điểm I thỏa mãn $2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}=\vec{0}\Rightarrow I(-1;1;1).$

Ta có: $2MA^2+3MB^2=5MI^2+\text{const}$ nên $2MA^2+3MB^2$ nhỏ nhất khi M là hình chiếu của điểm $I(-1;1;1)$ lên mặt phẳng $(P):2x-y+2z-8=0.$

Hình chiếu M thỏa mãn $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=1-t \\ z=1+2t \\ 2x-y+2z-8=0 \end{cases}\Rightarrow t=1\Rightarrow M(1;0;3).$

Giá trị nhỏ nhất của $2MA^2+3MB^2=135.$ **Chọn đán án A.**

1. Cho ba điểm $A(2;-3;7),\ B(0;4;-3)$ và $C(4;2;5).$ Biết điểm $M(x_\circ;y_\circ;z_\circ)\in(Oxy)$ sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ có giá trị nhỏ nhất. Khi đó tổng $P=x_\circ+y_\circ+z_\circ$ bằng

A. $0.$

B. $6.$

C. $3.$

D. $-3.$

2. Cho hai điểm $A(1;2;1)$, $B(2;-1;3)$. Tìm điểm M trên mặt phẳng (Oxy) sao cho MA^2-2MB^2 lớn nhất.

A. $M\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2};0\right)$.

B. $M(0;0;5)$.

C. $M(3;-4;0)$.

D. $M\left(\frac{1}{2};-\frac{3}{2};0\right)$.

3. Cho hai điểm $A(2;-3;2)$ và $B(3;5;4)$. Tìm toạ độ điểm M trên trục Oz so cho MA^2+MB^2 đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(0;0;49)$.

B. $M(0;0;67)$.

C. $M(0;0;3)$.

D. $M(0;0;0)$.

4. Cho hai điểm $A(3;2;1)$ và $B(-2;3;6)$. Điểm $M(x_M;y_M;z_M)$ thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy). Tìm giá trị $T=x_M+y_M+z_M$ khi $\left|\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\right|$ nhỏ nhất.

A. $-\frac{7}{2}$.

B. -2.

C. 2.

D. $\frac{7}{2}$.

5. Cho tam giác ABC với $A(1;0;0)$, $B(3;2;4)$, $C(0;5;4)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất.

A. $M(1;3;0)$.

B. $M(1;-3;0)$.

C. $M(3;1;0)$.

D. $M(2;6;0)$.

6. Cho bốn điểm $A(2;-3;7)$, $B(0;4;1)$, , $C(3;0;5)$ và $D(3;3;3)$. Gọi M là điểm nằm trên mặt phẳng (Oyz) sao cho biểu thức $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó tọa độ của M là

A. $(0;1;-4)$.

B. $(2;1;0)$.

C. $(0;1;-2)$.

D. $(0;1;4)$.

7. Cho hai điểm $A(-2;3;1)$, $B(5;-6;-2)$. Điểm $M(a;b;c)$ trên mặt phẳng (Oxy) sao cho MA^2+MB^2 đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $a+b+c$ bằng

A. -1.

B. 1.

C. 0.

D. $-\frac{1}{2}\cdot$

8. Cho tam giác ABC với $A(2;1;3)$, $B(1;-1;2)$, $C(3;-6;1)$. Điểm $M(x;y;z)\in(Oyz)$ sao cho $MA^2+MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $x+y+z$ bằng

A. 0.

B. 2.

C. 6.

D. -2.

9. Cho hai điểm $A(1;2;2)$, $B(5;4;4)$ và mặt phẳng $(P):2x+y-z+6=0$. Nếu M thay đổi thuộc (P) thì giá trị nhỏ nhất của MA^2+MB^2 là

A. 60.

B. 50.

C. $\frac{200}{3}\cdot$

D. $\frac{2968}{25}\cdot$

10. Cho ba $A(1;2;3)$, $B(0;1;1)$, $C(1;0;-2)$ điểm và mặt phẳng $(P): x+y+z+2=0$. Gọi $M \in (P)$ sao cho giá trị biểu thức $T = MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2$ nhỏ nhất. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(Q): 2x-y-2z+3=0$ bằng

A. $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$.

B. $\dfrac{121}{54}$.

C. 24.

D. $\dfrac{91}{54}$.

11. Cho mặt phẳng $(P): x+y+z+3=0$ và hai điểm $M_1(3;1;1)$, $M_2(7;3;9)$. Điểm $M(a;b;c) \in (P)$ sao cho $\left|\overrightarrow{MM_1} + \overrightarrow{MM_2}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $a+2b+3c$ bằng

A. 6.

B. -6.

C. -3.

D. -5.

12. Cho ba điểm $A(-2;2;3)$, $B(1;-1;3)$, $C(3;1;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+2z-8=0$. Gọi $M \in (P)$ sao cho giá trị của biểu thức $T = 2MA^2 + MB^2 + 3MC^2$ nhỏ nhất. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(Q): x-2y+2z+6=0$ bằng

A. 4.

B. 2.

C. $\dfrac{4}{3}$.

D. $\dfrac{2}{3}$.

13. Cho các điểm $A(1;2;0)$, $B(0;1;5)$, $C(2;0;1)$. Gọi $M \in (P): x+2y-z-7=0$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA^2 + MB^2 + MC^2$ bằng

A. 36.

B. 24.

C. 30.

D. 29.

14. Cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(0;1;2)$, $C(-2;0;1)$ và mặt phẳng $(P): x-y+z+1=0$. Tìm điểm $N \in (P)$ sao cho $S = 2NA^2 + NB^2 + NC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $N\left(-\frac{1}{2};\frac{5}{4};\frac{3}{4}\right)$.

B. $N(3;5;1)$.

C. $N(-2;0;1)$.

D. $N\left(\frac{3}{2};-\frac{1}{2};-2\right)$.

15. Cho $A(1;2;0)$, $B(1;-1;3)$, $C(1;-1;-1)$ và mặt phẳng $(P): 3x-3y+2z-15=0$. Gọi $M(x_M;y_M;z_M)$ là điểm trên mặt phẳng (P) sao cho $2MA^2 - MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của biểu thức $x_M - y_M + 3z_M$ bằng

A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. 6.

16. Cho $A(1;-2;1)$, $B(5;0;-1)$, $C(3;1;2)$ và mặt phẳng $(Q): 3x+y-z+3=0$. Gọi $M(a;b;c) \in (Q)$ thỏa mãn $MA^2 + MB^2 + 2MC^2$ nhỏ nhất. Tổng $a+b+5c$ bằng

A. 11.

B. 9.

C. 15.

D. 14.

17. Cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$ và hai điểm $A(0;-1;3)$, $B(1;-2;1)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng d sao cho $MA^2 + 2MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(5;2;-4)$.

B. $M(-1;-1;-1)$.

C. $M(1;0;-2)$.

D. $M(3;1;-3)$.

18. Cho hai điểm $A(3;-2;3)$, $B(1;0;5)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-3}{2}\cdot$ Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng d để MA^2+MB^2 đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(1;2;3)$.

B. $M(2;0;5)$.

C. $M(3;-2;7)$.

D. $M(3;0;4)$.

19. Cho ba điểm $A(-1;1;1)$, $B(1;1;2)$, $C(-2;1;1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}\cdot$ Tìm $M\in d$ sao cho biểu thức $2MA^2+3MB^2-4MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(1;1;0)$.

B. $M(3;5;2)$.

C. $M(5;9;4)$.

D. $M(1;0;-1)$.

20. Trong không gian $Oxyz$, cho 4 điểm $A(0;1;2)$, $B(-2;1;2)$, $C(-5;3;3)$, $D(1;1;0)$. Tìm điểm M thỏa mãn ba điểm $O,\ M,\ D$ thẳng hàng và $P=MA^2+3MB^2-2MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(1;2;-1)$.

B. $M\left(1;\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{3}\right)\cdot$

C. $M\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2};0\right)\cdot$

D. $M(1;1;0)$.

21. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;2;0)$, $B(1;-1;3)$, $C(1;-1;-1)$, $D\left(\dfrac{45}{11};-\dfrac{45}{11};\dfrac{30}{11}\right)\cdot$ Biết điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn $OM=DM$ sao cho $T=MB^2-MC^2-2MA^2$ đạt giá trị lớn nhất. Tổng $2a+3b+c$ bằng

A. 10.

B. 11.

C. 5.

D. 15.

22. Cho bốn điểm $A(2;5;1)$, $B(-2;-6;2)$, $C(0;1;-3)$ và $M(2a-2b-9;a;b)$ với a, $b\in\mathbb{R}$. Khi $MA^2+MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì tổng a^2+b^2 bằng

A. $a^2+b^2=9$.

B. $a^2+b^2=10$.

C. $a^2+b^2=17$.

D. $a^2+b^2=8$.

23. Cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{3}$ và hai điểm $A(2;0;3)$, $B(2;-2;-3)$. Biết điểm $M(x_\circ;y_\circ;z_\circ)$ thuộc d thỏa mãn MA^4+MB^4 nhỏ nhất. Tìm $x_\circ$.

A. $x_\circ=1$.

B. $x_\circ=3$.

C. $x_\circ=0$.

D. $x_\circ=2$.

24. Cho bốn điểm $A(2;5;1)$, $B(-2;-6;2)$, $C(1;2;-1)$ và $D(d;d;d)$ với $d\in\mathbb{R}$. Tìm d để $\left|\overrightarrow{DB}-2\overrightarrow{AC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $d=3$.

B. $d=4$.

C. $d=1$.

D. $d=2$.

25. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(5;8;-11)$, $B(3;5;-4)$, $C(2;1;-6)$ và mặt cầu $(S):(x-4)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$. Gọi $M(x_M;y_M;z_M)$ là điểm trên (S) sao cho biểu thức $\left|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của tổng x_M+y_M bằng

A. 4.

B. 0.

C. -2.

D. 2.

26. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;2)$, $B(-1;0;4)$, $C(0;-1;3)$ và điểm M thuộc mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z-1)^2=1$. Khi biểu thức $MA^2+MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì độ dài đoạn AM bằng

A. $\sqrt{2}$.

B. $\sqrt{6}$.

C. 6.

D. 2.

27. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(4;4;4)$, $B(0;4;8)$, $C(-8;0;4)$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=3$. Điểm $M\in(S)$ sao cho $P=2MA^2+MB^2+MC^2$ đạt giá trị lớn nhất. Độ dài đoạn OM bằng

A. $3\sqrt{3}$.

B. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{66}}{3}$.

D. $\sqrt{17}$.

28. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;1)$, $B(3;0;-1)$, $C(0;21;-19)$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=1$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt cầu (S) sao cho biểu thức $3MA^2+2MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tổng $a+b+c$ bằng

A. $\frac{14}{5}$.

B. 0.

C. $\frac{12}{5}$.

D. 12.

29. Cho ba điểm $A(0;-2;1)$, $B(-2;1;2)$, $C(-5;3;3)$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=1$. Gọi $M\in(S)$ sao cho $P=MA^2-3MB^2+MC^2$ đạt giá trị lớn nhất. Giá trị của $P_{\max}$ bằng

A. -16.

B. 9.

C. -8.

D. 81.

30. Cho hai điểm $A(13;3;-2)$, $B(1;0;1)$ và hai mặt cầu $(S_1): x^2+y^2+z^2=25$ và mặt cầu $(S_2): (x-5)^2+y^2+z^2=10$. Gọi M nằm trên đường tròn giao tuyến của (S_1), (S_2) thỏa mãn $P=MA^2+2MB^2+3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của $P_{\min}$ bằng

A. $186-36\sqrt{2}$.

B. 36.

C. 16.

D. $18-6\sqrt{2}$.

31. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1): (x-1)^2+(y+2)^2+(z-2)^2=36$ và $(S_2): x^2+y^2+z^2=9$ và các điểm $A(1;1;1)$, $B(-7;-2;-8)$, $C(2;1;1)$, $D(-1;0;-2)$. Tìm điểm M nằm trên mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu (S_1) và (S_2) sao cho $P=2MA^2-MB^2-3MC^2+3MD^2$ đạt giá tri nhỏ nhất.

A. $M(-1;3;-1)$.

B. $M(-9;0;0)$.

C. $M(1;3;-1)$.

D. $M(-9;1;1)$.

32. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+2)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$ và hai điểm $A(-2;0;-2\sqrt{2})$, $B(-4;-4;0)$. Biết rằng tập hợp các điểm M thuộc (S) sao cho $MA^2+\overrightarrow{MO}.\overrightarrow{MB}=16$ là một đường tròn. Bán kính của đường tròn đó bằng

A. $\sqrt{3}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. $2\sqrt{2}$.

D. $\sqrt{5}$.

33. Cho ba điểm $A(-1;1;1)$, $B(1;1;2)$, $C(-2;1;1)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}\cdot$ Tìm $M\in d$ sao cho biểu thức $2MA^2+3MB^2-4MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(1;1;0)$.

B. $M(3;5;2)$.

C. $M(5;9;4)$.

D. $M(1;0;-1)$.

Nhóm 2. Bài toán cực trị liên quan đến thẳng hàng

a) Vị trí tương đối của hai điểm $A,\ B$ và mặt phẳng $(P): ax+by+cz+d=0$:

Tính $T_A = ax_A + by_A + cz_A + d$ và $T_B = ax_B + by_B + cz_B + d$. Khi đó:

• $T_A.T_B > 0 \Rightarrow A,\ B$ cùng một phía $mp(P)$. • $T_A.T_B < 0 \Rightarrow A,\ B$ nằm hai phía $mp(P)$.

b) Tìm điểm $M \in (P)$ sao cho: $(MA+MB)_{\min}$ hoặc $\left|MA-MB\right|_{\max}$.

- Nếu $A,\ B$ nằm hai phía (P) thì $(MA+MB)_{\min}$ khi $A,\ M,\ B$ thẳng hàng.
- Nếu $A,\ B$ nằm một phía (P) thì lấy đối xứng cho cùng nằm hai phía và làm tương tự trên.

34. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;1)$, $B(-1;-1;3)$ và mặt phẳng $(P): x+2y+z-2=0$. Tọa độ điểm $M \in (P)$ sao cho $MA+MB$ nhỏ nhất là

A. $M(1;0;1)$.

B. $M(0;0;2)$.

C. $M(1;2;-3)$.

D. $M(-1;2;-1)$.

35. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;1)$ và $B(0;3;-1)$. Điểm M nằm trên mặt phẳng $(P): 2x+y+z-4=0$ sao cho $MA+MB$ nhỏ nhất là

A. $M(1;0;2)$.

B. $M(0;1;3)$.

C. $M(1;2;0)$.

D. $M(3;0;2)$.

36. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+z-1=0$ và điểm $A(0;-2;3)$, $B(2;0;1)$. Điểm $M(a;b;c) \in (P)$ sao cho $MA+MB$ nhỏ nhất. Giá trị $a^2+b^2+c^2$ bằng

A. $\dfrac{41}{4}$.

B. $\dfrac{9}{4}$.

C. $\dfrac{7}{4}$.

D. 3.

37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;2)$; $B(0;-1;2)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-2z+12=0$. Tìm tọa độ điểm $M \in (P)$ sao cho $MA+MB$ nhỏ nhất ?

A. $M(2;2;9)$.

B. $M\left(-\frac{6}{11};-\frac{18}{11};\frac{25}{11}\right)$.

C. $M\left(\frac{7}{6};\frac{7}{6};\frac{31}{4}\right)$.

D. $M\left(-\frac{6}{15};-\frac{11}{15};-\frac{18}{15}\right)$.

38. Cho điểm $A(3;1;0)$, $B(-9;4;9)$ và mặt $(P): 2x-y+z+1=0$. Gọi $I(a;b;c) \in (P)$ sao cho $|IA-IB|$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó tổng $a+b+c$ bằng

A. -4.

B. 22.

C. 13.

D. -13.

39. cho hai điểm $M(0;1;3)$, $N(10;6;0)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+2z-10=0$. Điểm $I(-10;a;b) \in (P)$ sao cho $|IM-IN|$ lớn nhất. Tổng $=a+b$ bằng

A. 5.

B. 1.

C. 2.

D. 6.

40. Cho mặt phẳng $(P): x+y+z-1=0$ và hai điểm $A(1;-3;0)$, $B(5;-1;-2)$. Điểm $M(a;b;c)$ nằm trên (P) và $|MA-MB|$ lớn nhất. Giá trị abc bằng

A. 1.

B. 12.

C. 24.

D. -24.

41. Cho hai điểm $A(1;\,1;\,0)$, $B(-1;\,0;\,1)$ và điểm $M \in d: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-1}{1}\cdot$ Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = MA + MB$ bằng

A. 4.

B. $2\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{6}$.

D. 3.

42. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 4 + t \\ z = -2 \end{cases}$ và hai điểm $A(1;2;3)$, $B(1;0;1)$. Tìm điểm $M \in d$ sao cho tam giác MAB có diện tích nhỏ nhất.

A. $M(-1;1;-2)$.

B. $M(1;-1;-2)$.

C. $M(-1;-1;2)$.

D. $M(1;0;-2)$.

43. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(6;0;6)$, $B(8;-4;-2)$, $C(0;0;6)$, $D(1;1;5)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm trên đường thẳng CD sao cho chu vi tam giác MAB nhỏ nhất. Khi đó $a - b + 3c$ có giá trị bằng

A. 24.

B. 0.

C. 10.

D. 26.

44. Cho ba điểm $A(1;0;-2)$, $B(-3;2;4)$, $C(0;2;3)$. Mặt phẳng (P) thay đổi đi qua C và không cắt đoạn thẳng AB. Gọi d_1, d_2 lần lượt là khoảng cách từ A, B đến (P). Phương trình mặt cầu (S) có tâm O, tiếp xúc với (P), ứng với $d_1 + d_2$ lớn nhất là

A. $x^2 + y^2 + z^2 = 6$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 = \dfrac{9}{2}\cdot$

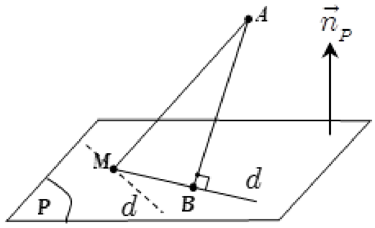
C. $x^2 + y^2 + z^2 = 12$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 = \dfrac{32}{3}\cdot$

Nhóm 3. MỘT SỐ DẠNG CỰC TRỊ THƯỜNG GẶP KHÁC

① Phương trình đường thẳng d nằm trong mặt (P) và đi qua M sao cho khoảng cách từ điểm A đến d là lớn nhất.

- Ta có: $d_{(A,d)} = AB \le AM \Rightarrow d_{(A,d)\max} = AM \Leftrightarrow d \perp AM.$



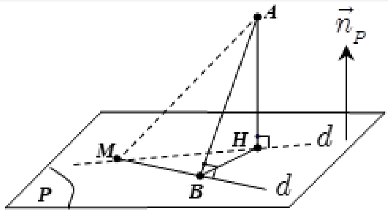
- Do đó $\begin{cases} \vec{u}_d \perp \overrightarrow{AM} \\ \vec{u}_d \perp \vec{n}_P \end{cases}$ nên có thể chọn $\vec{u}_d = \left[\vec{n}_P, \overrightarrow{AM}\right]$.

- Tóm lại đường thẳng cần tìm $\boxed{d: \begin{cases} Qua\ M \\ VTCP: \vec{u}_d = \left[\vec{n}_P, \overrightarrow{AM}\right] \end{cases}}$ (tương tự nếu $d \perp d_1$ hoặc $\parallel (P)$).

② Phương trình đường thẳng d nằm trong mặt (P) và đi qua M sao cho khoảng cách từ điểm A đến d là nhỏ nhất.

- Ta có: $d_{(A,d)} = AB \ge AH$ không đổi.

  $\Rightarrow d_{(A,d)\min} = AH \Leftrightarrow AH \equiv AB.$



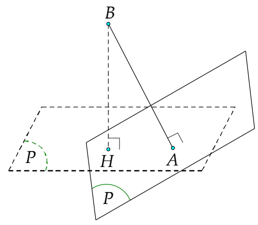
- Giao tuyến $MH = (AMH) \cap (P)$ nên $\vec{u}_d = [\vec{n}_P, \vec{n}_{(AMH)}]$.

  Mà $\vec{n}_{(AMH)} = [\overrightarrow{AM}, \vec{n}_P] \Rightarrow \vec{u}_d = \left[\vec{n}_P, [\overrightarrow{AM}, \vec{n}_P]\right]$ (tích có hướng 2 lần).

- Tóm lại đường cần tìm $\boxed{d: \begin{cases} Qua\ M \\ VTCP: \vec{u}_d = \left[\vec{n}_P, [\overrightarrow{AM}, \vec{n}_P]\right] \end{cases}}$ (tương tự nếu $d \perp d_1$ hoặc $\parallel (P)$).

③ Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và (P) cách B cho trước một khoảng lớn nhất.

- Từ hình vẽ, nhận thấy rằng: $d(B;(P))_{\max} \Leftrightarrow AB \perp (P)$.



- Do đó $\boxed{(P): \begin{cases} Qua\ A \\ VTPT: \vec{n} = \overrightarrow{AB} \end{cases}}$.

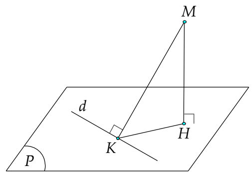
④ Phương trình mặt (P) chứa đường thẳng d, đồng thời (P) cách M một khoảng lớn nhất.

- Gọi hình chiếu vuông góc của M lên (P) và d lần lượt là H và K.

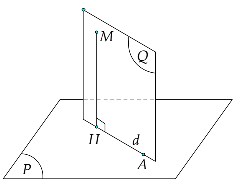
  Khi đó: $d(M,(P)) = MH \le MK.$

  Do đó MH lớn nhất $\Leftrightarrow H \equiv K$.

  Suy ra (P) chứa d và vuông góc với (Q) chứa M và d.



- Nên $\boxed{(P): \begin{cases} \bullet\ Qua\ A \in d \subset (P) \\ \bullet\ VTPT: \vec{n} = \left[[\vec{u}_d; \overrightarrow{AM}], \vec{u}_d\right] \end{cases}}$ (tương tự: $(P) \parallel d$ hay $\perp (Q)$).

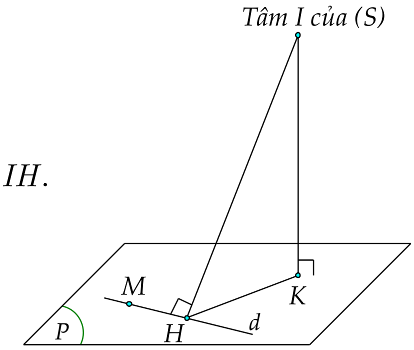


⑤ Các bài toán về mặt cầu và mặt phẳng $\longrightarrow$ Áp dụng $r=\sqrt{R^2-d^2_{(I,(P))}}$. Chẳng hạn:

a) Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa d, và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất (diện tích, chu vi nhỏ nhất,...)

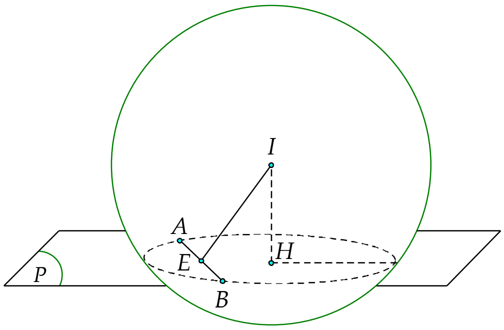
- Từ công thức $r=\sqrt{R^2-d^2_{(I,(P))}} \Rightarrow r_{\min} \Leftrightarrow d_{(I,(P))\max}$.
- Tìm hình chiếu của tâm mặt cầu I lên d là H

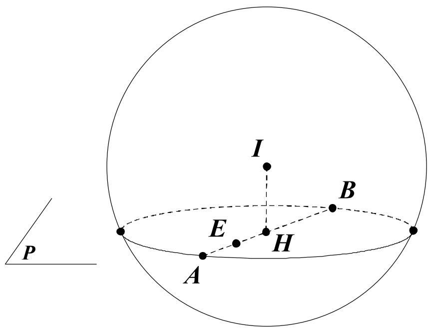
  Nên $d_{(I,(P))}=IK\le IH \Rightarrow d_{(I,(P))\max}$ khi $K\equiv H \Rightarrow (P)\perp IH$.
- Do đó $\boxed{(P):\begin{cases} Qua\ \ M\in d \\ VTPT: \vec{n}=\overrightarrow{IH}\end{cases}}$.



b) Cho mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn (C). Viết phương trình đường thẳng d nằm trong (P), đi qua E cắt (C) tại A, B thỏa mãn: AB ngắn nhất, AB dài nhất, tam giác IAB cho bởi tính chất định tính hay định lượng.

<u>**Phương pháp**</u>: Xét vị trí điểm E, vẽ hình và lý luận dựa vào các bài toán phía trên.



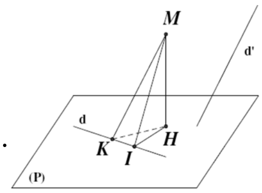


- $\begin{cases} AB_{\min} \Leftrightarrow d_{(H,AB)\max} \\ d_{(H,AB)\max}\le IE\end{cases} \Rightarrow \vec{u}_d=\left[\overrightarrow{IE},\vec{n}_P\right]$.
- $AB_{\max} \Leftrightarrow d_{(H,AB)\min}$.

⑥ Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d, tạo với đường thẳng d' $(d' \not\parallel d)$ một góc lớn nhất.

- Lấy $K\in d$, dựng $MK \parallel d'$.
- Gọi H, I lần lượt là hình chiếu của M trên (P) và d. Khi đó:

$$\sin\left(d';(P)\right)=\sin\widehat{MKH}=\sin\left(90^\circ-\widehat{KMH}\right)=\cos\widehat{KMH}=\frac{MH}{KM}\le\frac{MI}{KM}.$$



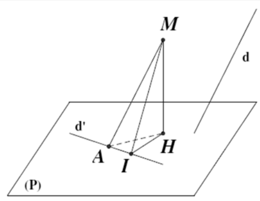
Do đó $\left[\widehat{d';(P)}\right]_{\max} \Leftrightarrow H\equiv I$ nên $\vec{n}_P=\overrightarrow{IM}$ hay (P) chứa d và vuông góc với mặt chứa d và $\parallel d'$.

Tóm lại, mặt phẳng (P) cần tìm có tính chất $\boxed{(P):\begin{cases} Qua\ \ N\in d \\ VTPT: \vec{n}_P=\left[[\vec{u}_d,\vec{u}_{d'}],\vec{u}_d\right]\end{cases}}$.

⑦ Cho mặt phẳng (P), điểm $A\in(P)$ và đường thẳng d $\left[d\cap(P)\text{ và } d\not\perp(P)\right]$. Viết phương trình đường thẳng d' đi qua A, nằm trong (P) và tạo với d một góc nhỏ nhất.

- Từ A, dựng $AM \parallel d$.
- Gọi H, I là hình chiếu của M trên (P) và d'.

  Khi đó $\cos(d;d')=\cos\widehat{MAH}=\dfrac{MH}{AM}\le\dfrac{MI}{AM}$.

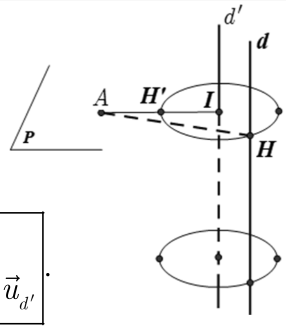


Do đó $\widehat{(d;d)}_{\min} \Leftrightarrow I \equiv H$ nên d' qua A và song song với hình chiếu vuông góc của d trên (P).

Tóm lại, đường thẳng d' cần tìm có tính chất $\boxed{d': \begin{cases} Qua\ \ A \\ VTCP: \vec{u}_{d'} = \left[\vec{n}_P, [\vec{n}_P, \vec{u}_d]\right] \end{cases}}$.

⑧ **Đường thẳng nằm trên mặt trụ**: "Viết phương trình đường thẳng d thay đổi song song với d' và cách d' một khoảng bằng r, đồng thời khoảng cách từ điểm A đến d nhỏ nhất".

- Dựng mặt phẳng (P) qua A và vuông góc d'.
- Khoảng cách $d(A,d) = AH$ nên $AH_{\min} = AH'$ khi $H \equiv H'$.
  - $+$ Tìm hình chiếu của A trên d' là I.
  - $+$ Tìm H' thỏa mãn $\overrightarrow{IH'} = r.\overrightarrow{IA}$.
- Khi đó d là đường thẳng qua H' và $\parallel d'$. Nghĩa là $\boxed{d: \begin{cases} Qua\ \ H' \\ VTCP: \vec{u}_d = \vec{u}_{d'} \end{cases}}$.



⑨ **Một số bài toán khác**

a) **Điểm chạy trên đường tròn, chẳng hạn: "Cho hai điểm A, B và mặt phẳng (P). Tìm $M \in (P)$ sao cho ΔMAB vuông tại M và $S_{\Delta MAB}$ nhỏ nhất".**

$\Rightarrow M \in (C)$ là đường tròn giao tuyến của mặt cầu đường kính AB và (P).

$S_{\Delta MAB\min} \Leftrightarrow d^2(M,AB) = MH^2 = AH.HB_{\min}$.

b) **Viết phương trình đường thẳng $d \parallel (P)$ và cắt d_1, d_2 tại A, B thỏa $AB_{\min}$.**

Gọi điểm cắt trên hai đường thẳng: theo hai tham số.

Dùng song song: rút được 1 ẩn theo ẩn còn lại.

Tính AB theo một ẩn và tìm giá trị nhỏ nhất. Suy ra được ẩn thứ 2 $\Rightarrow$ đường thẳng cần tìm.

c) **Phương trình đường (Δ) qua A, vuông góc với d, đồng thời $d(\Delta;d)_{\max} \Rightarrow \vec{u}_\Delta = \left[\vec{u}_d; \overrightarrow{AH}\right]$.**

45. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;-1)$, nằm trong mặt phẳng $(P): 2x - y - z = 0$ và cách $B(0;2;1)$ một khoảng lớn nhất là

A. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{3} = \dfrac{z+1}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-1}{3} = \dfrac{z+1}{1}$.

C. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{3} = \dfrac{z+1}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-1}{3} = \dfrac{z+1}{-2}$.

46. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;1;1)$, $A(2;3;0)$ và $(P): x + y + z + 3 = 0$. Phương trình đường thẳng d đi qua M, song song với (P) sao cho khoảng cách từ A đến d lớn nhất là

A. $\dfrac{x+1}{-1} = \dfrac{y+1}{-4} = \dfrac{z+1}{5}$. **B.** $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-1}{-1}$.

C. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{4} = \dfrac{z-1}{-5}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+4}{1} = \dfrac{z+5}{1}$.

47. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d đi qua gốc tọa độ O, vuông góc với đường thẳng $d_1 : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z}{-2}$ và cách điểm $M(2;1;1)$ khoảng lớn nhất.

A. $d : \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z}{2}\cdot$ **B.** $d : \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{-3} = \dfrac{z}{2}\cdot$

C. $d : \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{6} = \dfrac{z}{4}\cdot$ **D.** $d : \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{-6} = \dfrac{z}{4}\cdot$

48. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1;0;2)$, song song với mặt $(P) : 2x - y + z + 1 = 0$ và cách gốc tọa độ O một khoảng lớn nhất.

A. $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z-2}{1}\cdot$ **B.** $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z-2}{-3}\cdot$

C. $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z-2}{-1}\cdot$ **D.** $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z-2}{3}\cdot$

49. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d đi qua gốc tọa độ O, nằm trong mặt phẳng $(P) : 2x - y + z = 0$ và cách điểm $M(1;2;1)$ một khoảng nhỏ nhất.

A. $d : \dfrac{x}{4} = \dfrac{y}{13} = \dfrac{z}{5}\cdot$ **B.** $d : \dfrac{x}{4} = \dfrac{y}{13} = \dfrac{z}{-5}\cdot$

C. $d : \dfrac{x}{4} = \dfrac{y}{-12} = \dfrac{z}{5}\cdot$ **D.** $d : \dfrac{x}{4} = \dfrac{y}{-12} = \dfrac{z}{-5}\cdot$

50. Trong không gian $Oxyz$, cho $M(1;1;1)$, $A(2;3;0)$ và $(P) : x + y + z + 3 = 0$. Phương trình đường thẳng d đi qua M, song song với (P) sao cho khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất là

A. $\dfrac{x+1}{-1} = \dfrac{y+1}{-4} = \dfrac{z+1}{5}\cdot$ **B.** $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-1}{-1}\cdot$

C. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{4} = \dfrac{z-1}{-5}\cdot$ **D.** $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+4}{1} = \dfrac{z+5}{1}\cdot$

51. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d đi qua gốc tọa độ O, song song với mặt phẳng $(P) : 2x - y - z + 1 = 0$ và cách $M(1;-1;2)$ một khoảng nhỏ nhất.

A. $d : \dfrac{x}{4} = \dfrac{y}{5} = \dfrac{z}{13}\cdot$ **B.** $d : \dfrac{x}{4} = \dfrac{y}{-5} = \dfrac{z}{13}\cdot$

C. $d : \dfrac{x}{4} = \dfrac{y}{-3} = \dfrac{z}{13}\cdot$ **D.** $d : \dfrac{x}{4} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z}{13}\cdot$

52. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;0;-2)$ và cách điểm $M(2;1;1)$ một khoảng lớn nhất.

A. $x+y+3z+5=0.$

B. $x+y-3z+7=0.$

C. $x+y+3z-5=0.$

D. $x+y+3z-7=0.$

53. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình của mặt phẳng (P) chứa đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$ và (P) cách điểm $M(2;1;1)$ một khoảng lớn nhất.

A. $x+y-3z+5=0.$

B. $2x+5y+7z+10=0.$

C. $2x+y+5z+3=0.$

D. $x+y-5z+3=0.$

54. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;5;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{2}\cdot$ Gọi (P) là mặt phẳng chứa d sao cho khoảng cách từ điểm A đến (P) là lớn nhất. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (P) bằng

A. $\sqrt{2}.$ **B.** $\dfrac{3\sqrt{6}}{6}\cdot$

C. $\dfrac{11\sqrt{2}}{6}\cdot$ **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cdot$

55. Trong không gian $Oxyz$, cho $M(3;-1;5)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-4}{1}\cdot$ Mặt phẳng (P) chứa d sao cho khoảng cách từ M đến (P) là lớn nhất và (P) cắt các trục tọa độ tại $A,\ B,\ C$. Thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng

A. $72.$ **B.** $\dfrac{72}{3}\cdot$

C. $84.$ **D.** $\dfrac{84}{3}\cdot$

56. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ O, vuông góc với mặt phẳng $(Q):2x-y+z-1=0$ và cách $M\left(\dfrac{1}{2};0;2\right)$ một khoảng lớn nhất.

A. $5x-8y-18z=0.$

B. $5x+3y-8z=0.$

C. $x+3y+z=0.$

D. $x-y-3z=0.$

57. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;-2;1)$, song song với đường thẳng $d: \dfrac{x}{2} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z}{1}$ và cách gốc tọa độ O khoảng lớn nhất.

A. $11x - 16y + 8z + 3 = 0$.
B. $11x - 16y + 10z - 53 = 0$.
C. $11x - 16y + 10z + 53 = 0$.
D. $11x - 16y + 8z - 3 = 0$.

58. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(0;-1;2)$ và $N(-1;1;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M, N sao cho khoảng cách từ $K(0;0;2)$ đến (P) lớn nhất.

A. $x + y + z + 3 = 0$.
B. $x + 2y - z - 3 = 0$.
C. $x + y - z + 3 = 0$.
D. $x + 2y - z + 3 = 0$.

59. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình của mặt phẳng (P) chứa đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-2}{2}$ và tạo với đường $d': \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z-1}{1}$ góc lớn nhất.

A. $x - 4y + z - 7 = 0$.
B. $x + 4y + z - 7 = 0$.
C. $x - 3y + z - 4 = 0$.
D. $x + 3y + z - 4 = 0$.

60. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ O, vuông góc với mặt phẳng $(Q): 2x + y - z - 1 = 0$, đồng thời tạo với trục Oy góc lớn nhất.

A. $2x - 5y - z = 0$.
B. $2x - 2y + z = 0$.
C. $3x - 2y + 4z = 0$.
D. $3x - 2y + z = 0$.

61. Cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-2}{-1}\cdot$ Phương trình đường thẳng nằm trong (P), cắt d và tạo với d một góc lớn nhất là

A. $\dfrac{x+1}{-1} = \dfrac{y+1}{-4} = \dfrac{z+1}{5}\cdot$

B. $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-1}{-1}\cdot$

C. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{4} = \dfrac{z-1}{-5}\cdot$

D. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+4}{1} = \dfrac{z+5}{1}\cdot$

62. Cho mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}\cdot$ Phương trình đường thẳng nằm trong (P), cắt d và tạo với d một góc nhỏ nhất là

A. $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z+1}{5}\cdot$

B. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{-1}\cdot$

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-1}{-5}\cdot$

D. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+4}{1}=\dfrac{z+5}{1}\cdot$

63. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và hai điểm $A(2;1;2)$, $B(-1;0;1)$. Tìm 1 véctơ chỉ phương của đường thẳng Δ qua B và vuông góc với d sao cho góc giữa Δ và AB là nhỏ nhất.

A. $(2;0;1)$.

B. $(-2;5;1)$.

C. $(1;0;2)$.

D. $(1;2;0)$.

64. Cho hai điểm $A(-1;-2;2)$, $B(0;0;1)$. Đường thẳng Δ qua B và vuông góc với Oy sao cho khoảng cách giữa A và Δ là nhỏ nhất. Tính khoảng cách nhỏ nhất đó.

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cdot$

B. 1.

C. 2.

D. $\dfrac{5}{2}\cdot$

65. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;3)$; $B(0;2;-1)$. Đường thẳng Δ qua A và vuông góc với đường thẳng Oz sao cho khoảng cách giữa B và Δ là lớn nhất. Tính khoảng cách lớn nhất đó.

A. $3\sqrt{3}$.

B. 5.

C. 2.

D. $\sqrt{21}$.

66. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-2z+1=0$ và điểm $A(-1;0;1)$. Mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với (P) sao cho khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (α) là lớn nhất. Tìm một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α).

A. $(7;-4;5)$.
B. $(1;2;-2)$.
C. $(-7;4;5)$.
D. $(0;3;2)$.

67. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+2z+3=0$ và điểm $A(2;1;-1)$, $B(0;-1;1)$. Mặt phẳng (α) qua A, vuông góc với (P) và hợp với đường thẳng AB một góc lớn nhất. Tính sin của góc lớn nhất đó.

A. $\dfrac{3\sqrt{2}}{9}$.
B. $\dfrac{\sqrt{69}}{9}$.
C. $0,5$.
D. $\dfrac{\sqrt{65}}{9}$.

68. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;4;0)$. Đường thẳng d thay đổi song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất, d đi qua điểm nào dưới đây ? *(xem lại bài toán mặt trụ)*

A. $(3;0;-3)$.
B. $(-3;0;-3)$.
C. $(0;3;-5)$.
D. $(0;-3;-5)$.

69. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(5;0;0)$. Đường thẳng d thay đổi song song với trục Oy và cách trục Oy một khoảng bằng 2. Khi khoảng cách từ A đến d lớn nhất, khoảng cách từ $M(3;1;0)$ đến d bằng bao nhiêu ?

A. 3.
B. 4.
C. 5.
D. 6.

70. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;0;6)$. Đường thẳng d thay đổi song song với trục Ox và cách trục Ox một khoảng bằng 4. Khi khoảng cách từ A đến d lớn nhất, viết phương trình mặt cầu tâm A và tiếp xúc với đường thẳng d.

A. $(x-3)^2+y^2+(z-6)^2=4$.
B. $(x-3)^2+y^2+(z-6)^2=2$.
C. $(x-3)^2+y^2+(z-6)^2=16$.
D. $(x-3)^2+y^2+(z-6)^2=100$.

71. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;0;10)$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z-5)^2=25$. Đường thẳng d thay đổi song song với trục Oy và cách trục Oy một khoảng bằng 8. Khi đường thẳng d tiếp xúc với mặt cầu (S) tại B, hãy tính độ dài AB.

A. $AB=3$.

B. $AB=4$.

C. $AB=5$.

D. $AB=6$.

72. Cho $A(0;-4;3)$. Đường thẳng d vuông góc với (Oxy) và cách gốc tọa độ O một khoảng bằng 1. Khoảng cách từ A đến d lớn nhất thì d đi qua điểm nào sau đây ?

A. $M(4;0;0)$.

B. $M(0;-1;1)$.

C. $M(0;1;-2)$.

D. $M(1;0;4)$.

73. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y+4z=0$ và điểm $M(1;1;-1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất.

A. $2x-y+z=0$.

B. $2x-y-z=0$.

C. $4x-2y+z=0$.

D. $4x+2y+z=0$.

74. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(0;1;2)$, mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ và mặt cầu $(S): (x+1)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=25$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua E nằm trong (P) và cắt mặt cầu (S) tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất.

A. $\begin{cases} x=0 \\ y=1+t \\ z=2-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-1 \\ y=3+t \\ z=4-t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=t \\ y=1+t \\ z=2-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1+t \\ y=3+t \\ z=4-t \end{cases}$.

75. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(0;1;2)$ và $(P): x+y+z-3=0$ và mặt cầu $(S): (x+1)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=25$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm E nằm trong (P) và cắt mặt cầu (S) tại hai điểm có khoảng cách lớn nhất.

A. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=3-t \\ z=4-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2t \\ y=1-t \\ z=2-t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=-1 \\ y=3+t \\ z=4+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=0 \\ y=1-t \\ z=2-t \end{cases}$.

76. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=8$. Đường thẳng d thay đổi, đi qua điểm M cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt. Tính diện tích lớn nhất của tam giác OAB bằng

A. 4.
B. $2\sqrt{7}$.
C. $\sqrt{7}$.
D. $2\sqrt{2}$.

77. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(1;1;1)$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=4$ và mặt phẳng $(P): x-3y+5z-3=0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua E, nằm trong (P) và cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B sao cho tam giác OAB là tam giác đều. Phương trình của đường thẳng Δ là

A. $\frac{x-1}{-2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{-1}$.
B. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{-1}$.
C. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{1}$.
D. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{-1}$.

78. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y+2z-19=0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa Oz sao cho (P) cắt (S) theo một giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất.

A. $x+y=0$.
B. $x-2y=0$.
C. $x-y=0$.
D. $x+2y=0$.

79. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y+4z=0$ và điểm $M(1;1;-1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất.

A. $2x+y+3z=0$.

B. $x-3y+2z=0$.

C. $x-y=0$.

D. $2x-y+z=0$.

80. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm thuộc mặt $(P): x+2y+z-7=0$ và đi qua hai điểm $A(1;2;1)$, $B(2;5;3)$. Bán kính nhỏ nhất của mặt cầu (S) bằng

A. $\dfrac{\sqrt{470}}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{546}}{3}$.

C. $\dfrac{\sqrt{763}}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{345}}{3}$.

81. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;1;1)$, $d_1: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{2}$, $d_2: \begin{cases} x=1 \\ y=t \\ z=0 \end{cases}$. Mặt cầu (S) đi qua A, có tâm I nằm trên d_1, biết rằng (S) cắt d_2 tại hai điểm phân biệt B, C sao cho $\widehat{BAC}=90°$. Tìm I.

A. $I(2;3;2)$.

B. $I(3;4;4)$.

C. $I(1;2;0)$.

D. $I(0;0;2)$.

82. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x-4y-4z=0$ và điểm $A(4;4;0)$. Điểm B thuộc mặt cầu (S) sao cho tam giác OAB cân tại B và có diện tích bằng 8. Phương trình mặt phẳng qua ba điểm O, A, B là

A. $z=0$.

B. $z-y-z=0$.

C. $x-y+2z=0$.

D. $x-y+z=0$.

83. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(1;-2;\frac{5}{2}\right)$, $B\left(4;2;\frac{5}{2}\right)$. Tìm hoành độ điểm M trên mặt phẳng (Oxy) sao cho $\widehat{ABM}=45^\circ$ và tam giác MAB có diện tích nhỏ nhất.

A. $\frac{5}{2}$. **B.** 1.

C. $\frac{3}{2}$. **D.** 2.

84. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;-2;3)$, $B(2;1;1)$ và mặt $(P): x+y+2z+2=0$. Tìm hoành độ của C thuộc (P) sao cho ΔABC cân tại C và có chu vi nhỏ nhất.

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$.

C. 1. **D.** $\frac{1}{3}$.

85. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x+2y-3z+12=0$. Gọi A, B, C lần lượt là giao điểm của (α) với ba trục tọa độ, đường thẳng d đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và vuông góc với (α) có phương trình là

A. $\frac{x+2}{3}=\frac{y+3}{2}=\frac{z-2}{-3}$. **B.** $\frac{x-2}{3}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-2}{-3}$.

C. $\frac{x+2}{3}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-2}{-3}$. **D.** $\frac{x+2}{3}=\frac{y-3}{2}=\frac{z+2}{-3}$.

86. Cho đường thẳng $d_1: \frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z}{1}$, đường thẳng $d_2: \begin{cases} x=2+2t \\ y=1+t \\ z=1+t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x+y-2z+5=0$. Lập phương trình đường thẳng song song với mặt phẳng (P) và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B sao cho độ dài đoạn AB nhỏ nhất.

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-2}{1}$.

B. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-2}{-2}$.

C. $\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z}{-3}$.

D. $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{-3}$.

Gọi $A(-1+a;-2+2a;a)\in d_1$, $B(2+2b;1+b;1+b)\in d_2$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(-a+2b+3;-2a+b+3;-a+b+1)$.

Do $AB \parallel (P) \Rightarrow \overrightarrow{AB}\perp \overrightarrow{n_P}=(1;1;-2) \Leftrightarrow b=a-4$.

$\Rightarrow AB=\sqrt{(a-5)^2+(-a-1)^2+(-3)^2}$

$=\sqrt{2a^2-8a+35}=\sqrt{2(a-2)^2+27}\geq 3\sqrt{3}$.

Suy ra $AB_{\min}=3\sqrt{3} \Leftrightarrow a=2,\ b=-2$.

$\Rightarrow \frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-2}{1}$. **Chọn đáp án A.**

87. Cho hai đường thẳng $d_1 : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z}{1};\ d_2 : \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z}{1}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) song song với $(Q): x + y - 2z + 3 = 0$ và cắt $d_1,\ d_2$ theo đoạn thẳng có độ dài nhỏ nhất.

A. $x + y - 2z + 10 = 0.$

B. $x + y - 2z = 0.$

C. $x + y - 2z + 1 = 0.$

D. $x + y - 2z - 7 = 0.$

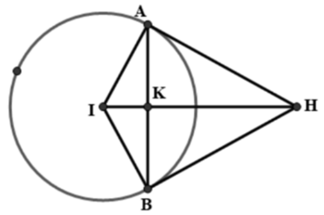
88. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 4$ và đường thẳng $d : \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-3}{1} = \dfrac{z}{1}\cdot$ Hai mặt phẳng $(P),\ (P')$ chứa d và tiếp xúc với (S) tại A và B. Đường thẳng AB đi qua điểm có tọa độ là

A. $\left(\dfrac{1}{3};-\dfrac{1}{3};-\dfrac{4}{3}\right).$

B. $\left(1;1;-\dfrac{4}{3}\right).$

C. $\left(1;\dfrac{1}{3};-\dfrac{4}{3}\right).$

D. $\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{3};-\dfrac{4}{3}\right).$



Gọi H là hình chiếu của I trên $d \Rightarrow H(1;1;-2)$ (hs tự tìm hình chiếu).

$\Rightarrow IH = \sqrt{6}$. Gọi K là trung điểm của $AB \Rightarrow K \in IH$.

$IK.IH = IA^2 = R^2 = 4 \Leftrightarrow \dfrac{IK}{IH} = \dfrac{4}{IH^2} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow \overrightarrow{IK} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{IH} = \dfrac{2}{3}(1;1;-2).$

$\Rightarrow K\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{2}{3};-\dfrac{4}{3}\right)\cdot$ Mà $\begin{cases} AB \perp d \\ AB \perp IH \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_{AB} = \left[\vec{u}_d;\overrightarrow{IH}\right] = 3(1;-1;0).$

Suy ra đường thẳng AB và **chọn đáp án C.**

89. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 67 = 0$ và đường thẳng $d : \dfrac{x-13}{-1} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z}{4}\cdot$ Qua d dựng các tiếp diện tới (S), tiếp xúc với (S) tại $A,\ B$. Đường thẳng AB đi qua điểm nào sau đây ?

A. $\left(\dfrac{23}{2};\dfrac{1}{2};6\right).$

B. $(8;1;4).$

C. $(6;-9;6).$

D. $\left(\dfrac{17}{2};\dfrac{7}{2};\dfrac{9}{2}\right).$

90. Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 9$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 7 - 4t \\ z = -1 + t \end{cases}$. Qua d dựng các tiếp diện tới (S), tiếp xúc với (S) tại $A,\ B$. Hai mặt phẳng $(P),\ (P')$ chứa d và tiếp xúc với (S) tại A và B. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và d bằng

A. $\dfrac{8}{5}$.

B. $\dfrac{13}{5}$.

C. $\dfrac{16}{5}$.

D. $\dfrac{14}{5}$.

91. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 6$ tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x + y + 2z + 5 = 0$ và $(Q): 2x - y + z - 5 = 0$ lần lượt tại các điểm $A,\ B$. Độ dài AB bằng

A. $2\sqrt{3}$.

B. $2\sqrt{6}$.

C. $3\sqrt{2}$.

D. 4.

92. Trong không gian $Oxyz$, cho $E(2;1;3)$, mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 36$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua E, nằm trong (P) và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất. Phương trình của Δ là

A. $\begin{cases} x = 2 + 9t \\ y = 1 + 9t \\ z = 3 + 8t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 2 - 5t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 3 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$.