

Câu 1. (1,0 điểm) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$.

Câu 2. (1,0 điểm) Cho $\tan \alpha = \frac{1}{2}$ ($\alpha \in (0; \frac{\pi}{2})$). Tính giá trị biểu thức

$$P = \frac{2\sin \frac{\alpha}{2} + 3\cos \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2} + 2\cos \frac{\alpha}{2}} + \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

Câu 3. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \log_2(xy^2) - 2\log_4 \frac{x}{y} = 3 \\ 4^{x+y} - 2^{\frac{xy}{2}} - 62 = 0 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$
.

Câu 4. (1,0 điểm) Tìm họ nguyên hàm $\int \frac{2x+3}{2x^2-x-1} dx$

Câu 5. (1,0 điểm) Gọi M là tập hợp các số có 4 chữ số đôi một khác nhau lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Lấy ra từ tập M một số bất kỳ. Tính xác suất để lấy được số có tổng các chữ số là số lẻ?

Câu 6. (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho 4 điểm A(1; 1; 0); B(1; 0; 2); C(2; 0; 1), D(-1; 0; -3). Chứng minh A, B, C, D là 4 đỉnh của một hình chóp và viết phương trình mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đó.

Câu 7. (1,0 điểm) Cho hình chóp S.ABC có tam giác ABC vuông tại A, $BC = 2a$, Góc $ACB = 60^\circ$. Mặt phẳng (SAB) vuông góc với mp(ABC), tam giác SAB cân tại S, tam giác SBC vuông tại S. Tính thể tích khối chóp S.ABC và khoảng cách từ điểm A tới mp(SBC).

Câu 8. (1,0 điểm) Cho tam giác ABC. Đường phân giác trong của góc B có phương trình $d_1: x + y - 2 = 0$, đường trung tuyến kẻ từ B có phương trình $d_2: 4x + 5y - 9 = 0$. Đường thẳng chứa cạnh AB đi qua điểm $M(2; \frac{1}{2})$, bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R = \frac{5}{2}$. Tìm tọa độ đỉnh A.

Câu 9. (1,0 điểm) Giải phương trình sau trên tập số thực

$$\sqrt{7x^2 + 25x + 19} - \sqrt{x^2 - 2x - 35} = 7\sqrt{x + 2}.$$

Câu 10. (1,0 điểm) Cho x, y, z là các số thực thuộc đoạn $[0; 1]$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 2(x^3 + y^3 + z^3) - (x^2y + y^2z + z^2x)$

----- HẾT -----

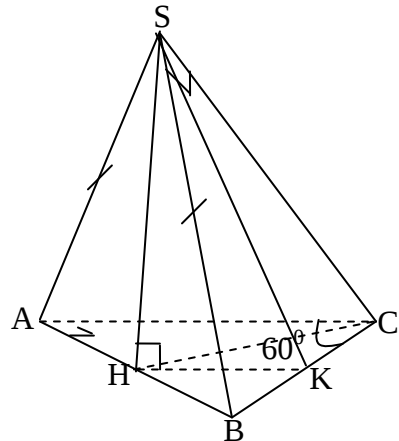
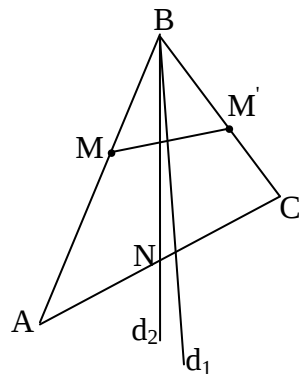
Thí sinh KHÔNG được sử dụng tài liệu. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm

Họ và tên học sinh : Số báo danh :

Chữ kí giám thị 1: Chữ kí giám thị 2:

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1 (1,0đ)	a/ TXĐ: $\mathbb{R}$ b/ Sự biến thiên +Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ +Bảng biến thiên: $y' = 3x^2 + 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$ Hàm số đồng biến trong khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$, nghịch biến trong khoảng $(-2; 0)$. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$; $y_{CT} = -4$, đạt cực đại tại $x = -2$; $y_{CD} = 0$. c/ Đồ thị: $y'' = 6x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ Điểm uốn I(-1; -2). Nhận xét: Đồ thị nhận điểm uốn làm tâm đối xứng	0,5 0,5
Câu 2 (1,0đ)	Vì $\tan \alpha = \frac{1}{2}$ ($\alpha \in (0; \frac{\pi}{2})$) nên $\frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \tan^2 \frac{\alpha}{2} + 4 \tan \frac{\alpha}{2} - 1 = 0$ Suy ra $\tan \frac{\alpha}{2} = -2 + \sqrt{5}$ hoặc $\tan \frac{\alpha}{2} = -2 - \sqrt{5}$ (l). Do $\tan \frac{\alpha}{2} > 0$. Thay vào ta có $P = \frac{2 \tan \frac{\alpha}{2} + 3}{\tan \frac{\alpha}{2} + 2} + \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5} - 1}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}} = 2$	0,5 0,25 0,25
Câu 3 (1,0đ)	ĐKXĐ $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$ Biến đổi phương trình đầu tiên của hệ ta có $\log_2(xy^2) - 2\log_4 \frac{x}{y} = 3 \Leftrightarrow \log_2 x + \log_2 y^2 - 2(\log_4 x - \log_4 y) = 3$ $\Leftrightarrow \log_2 x + 2\log_2 y - 2\log_{2^2} x + 2\log_{2^2} y = 3$ $\Leftrightarrow \log_2 x + 2\log_2 y - \log_2 x + \log_2 y = 3$ $\Leftrightarrow 3\log_2 y = 3 \Leftrightarrow y = 2.$ Thay $y = 2$ vào phương trình thứ hai suy ra $4^{x+2} - 2^x - 62 = 0$ $\Leftrightarrow 16 \cdot 2^{2x} - 2^x - 62 = 0. \text{ Đặt } 2^x = t \text{ (} t > 0 \text{) ta có phương trình}$	0,25 0,25 0,25

	$16t^2 - t - 62 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \text{ hoặc } t = -\frac{31}{16}$. Do $t > 0$ nên lấy $t = 2$ suy ra $x = 1$. Đs: Hệ có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; 2)$.	0,25
Câu 4 (1,0đ)	Ta có: $\int \frac{2x+3}{2x^2-x-1} dx = \int \frac{2x+3}{(2x+1)(x-1)} dx = \int \left[-\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2x+1} + \frac{5}{3} \cdot \frac{1}{x-1} \right] dx$ $= -\frac{4}{3} \int \frac{1}{2x+1} dx + \frac{5}{3} \int \frac{1}{x-1} dx$ $= -\frac{2}{3} \int \frac{d(2x+1)}{2x+1} + \frac{5}{3} \int \frac{d(x-1)}{x-1}$ $= -\frac{2}{3} \ln 2x+1 + \frac{5}{3} \ln x-1 + C$	0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 5 (1,0đ)	Gọi A là biến cố "Số chọn được là số có 4 chữ số đôi một khác nhau và tổng các chữ số là một số lẻ". Số các số có 4 chữ số đôi một khác nhau lập từ 7 chữ số đã cho là $A_7^4 = 840$ (số), suy ra: $ \Omega = 840$ Gọi số 4 chữ số đôi một khác nhau và tổng các chữ số là một số lẻ có dạng $\overline{abcd}$. Do tổng $a+b+c+d$ là số lẻ nên số chữ số lẻ là lẻ Trường hợp 1 : có 1 chữ số lẻ, 3 chữ số chẵn : có $C_4^1 \cdot C_3^3 = 4$ bộ số Trường hợp 2 : có 3 chữ số lẻ, 1 chữ số chẵn : có $C_4^3 \cdot C_3^1 = 12$ bộ số Từ mỗi bộ số trên ta lập được $P_4 = 24$ số Tất cả có $16 \cdot 24 = 384$ số, suy ra: $ \Omega_A = 384$. Vậy $P(A) = \frac{ \Omega_A }{ \Omega } = \frac{384}{840} = \frac{48}{105}$.	0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 6 (1,0đ)	Ta có $\overline{AB} = (0; -1; 2); \overline{AC} = (1; -1; 1); \overline{AD} = (-2; -1; -3)$. $[\overline{AB}, \overline{AC}] = (1; 2; 1); [\overline{AB}, \overline{AC}] \cdot \overline{AD} = -7$ Do $[\overline{AB}, \overline{AC}] \cdot \overline{AD} = -7 \neq 0$, nên 3 véc tơ $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}$ không đồng phẳng suy ra A, B, C, D là 4 đỉnh của một hình chóp. Gọi phương trình mặt cầu có dạng $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$ (với $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$). Do mặt cầu đi qua 4 điểm A, B, C, D nên ta có hệ $\begin{cases} 2a + 2b + d = -2 \\ 2a + 4c + d = -5 \\ 4a + 2c + d = -5 \\ -2a - 6c + d = -10 \end{cases}$ Giải hệ suy ra $a = \frac{5}{14}; b = \frac{31}{14}; c = \frac{5}{14}; d = -\frac{50}{7}$ Vậy phương trình mc là: $x^2 + y^2 + z^2 + \frac{5}{7}x + \frac{31}{7}y + \frac{5}{7}z - \frac{50}{7} = 0$.	0,25 0,25 0,25
Câu 7 (1,0đ)	a) Gọi H là trung điểm của cạnh AB, từ gt có $SH \perp (ABC)$. $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SH$. Tam giác ABC vuông tại A có: $AB = 2a \sin 60^\circ = \sqrt{3}a; AC = 2a \cos 60^\circ = a$ Nên $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = a^2 \frac{\sqrt{3}}{2}$ Gọi K là trung điểm của cạnh BC thì	0,25

	$SK = \frac{1}{2}BC = a; HK = \frac{1}{2}AC = a \cos 60^\circ = \frac{1}{2}a$ $SH^2 = SK^2 - KH^2 = \frac{3}{4}a^2$ $\Rightarrow SH = \frac{\sqrt{3}}{2}a$. Suy ra $V_{S.ABC} = \frac{1}{4}a^3$. b) Ta có $SB = \sqrt{SH^2 + HB^2} = \frac{\sqrt{6}}{2}a$ $HC^2 = AC^2 + AH^2 = a^2 + \frac{3a^2}{4} = \frac{7a^2}{4}$ $SC = \sqrt{SH^2 + HC^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} + \frac{7a^2}{4}} = \frac{\sqrt{10}}{2}a$ $S_{SBC} = \frac{1}{2}SB.SC = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{6}}{2}a \cdot \frac{\sqrt{10}}{2}a = \frac{\sqrt{15}}{4}a^2$ Vậy $d(A;(SBC)) = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{SBC}} = \frac{\frac{3}{4}a^3}{\frac{\sqrt{15}}{4}a^2} = \frac{3}{\sqrt{15}}a$		0,25 0,25 0,25
Câu 8 (1,0đ)	Tọa độ B là nghiệm của hệ $\begin{cases} x+y-2=0 \\ 4x+5y-9=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$ Gọi M' là điểm đối xứng với M qua d_1 , $M'(\frac{3}{2}; 0)$. Do AB đi qua B và M nên có pt: $x+2y-3=0$. BC đi qua M' và B nên có pt: $2x+y-3=0$. Gọi α là góc giữa 2 đường thẳng AB và BC suy ra $\cos \alpha = \frac{ 2 \cdot 1 + 1 \cdot 2 }{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{4}{5} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{3}{5}$. Từ định lý sin trong tam giác ABC $2R = \frac{AC}{\sin \angle ABC} \Rightarrow AC = 3$. $A \in AB, C \in BC \Rightarrow A(a; \frac{3-a}{2}); C(c; 3-2c)$, trung điểm của AC là $N(\frac{a+c}{2}; \frac{9-a-4c}{4})$. $\begin{cases} N \in d_2 \\ AC=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-4c+3=0 \\ (c-a)^2 + \left(\frac{a-4c+3}{2}\right)^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=5; c=2 \\ a=-3; c=0 \end{cases}$ Khi $a=5$ ta được $A(5; -1)$. Khi $a=-3$ ta được $A(-3; 3)$. Đs: $A_1(5; -1), A_2(-3; 3)$.		0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 9 (1,0đ)	Điều kiện $x \geq 7$ Phương trình tương đương $\sqrt{7x^2 + 25x + 19} = 7\sqrt{x+2} + \sqrt{x^2 - 2x - 35}$. Bình phương 2 vế suy ra: $3x^2 - 11x - 22 = 7\sqrt{(x+2)(x+5)(x-7)}$		

	$3(x^2 - 5x - 14) + 4(x + 5) = 7\sqrt{(x + 5)(x^2 - 5x - 14)}$ Đặt $a = \sqrt{x^2 - 5x - 14}; b = \sqrt{x + 5}$. ($a, b \geq 0$) Khi đó ta có phương trình $3a^2 + 4b^2 = 7ab \Leftrightarrow 3a^2 - 7ab + 4b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ 3a = 4b \end{cases}$ Với $a = b$ suy ra $x = 3 + 2\sqrt{7}$ (t/m); $x = 3 - 2\sqrt{7}$ (l). Với $3a = 4b$ suy ra $x = \frac{61 + \sqrt{11137}}{18}$ (t/m); $x = \frac{61 - \sqrt{11137}}{18}$ (l). Đs: $x = 3 + 2\sqrt{7}$; $x = \frac{61 + \sqrt{11137}}{18}$.	0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 10 (1,0đ)	Đặt $f(x) = 2x^3 - yx^2 - z^2x + 2(y^3 + z^3) - y^2z$. Ta có: $f'(x) = 6x^2 - 2yx - z^2; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = x_1 = \frac{1}{6}(y - \sqrt{y^2 + 6z^2}); x = x_2 = \frac{1}{6}(y + \sqrt{y^2 + 6z^2})$ Nhận xét: $x_1 \notin (0;1)$, lập bảng biến thiên ta thấy khi $x_2 \in (0;1)$ hay $x_2 \notin (0;1)$ thì $\max_{x \in [0;1]} f(x) = \max \{ f(0); f(1) \}.$ Mà $f(0) = 2(y^3 + z^3) - y^2z \leq 2(y^3 + z^3) - y^2z + (2 - y - z^2) = f(1)$ $\Rightarrow f(x) \leq f(1) = 2y^3 - zy^2 - y + 2z^3 - z^2 + 2 \quad (1)$ Lại đặt $g(y) = 2y^3 - zy^2 - y + 2z^3 - z^2 + 2$, $g'(y) = 6y^2 - 2zy - 1; g'(y) = 0 \Leftrightarrow y = y_1 = \frac{1}{6}(z - \sqrt{z^2 + 6}); y = y_2 = \frac{1}{6}(z + \sqrt{z^2 + 6})$ Nhận xét tương tự suy ra $\max_{y \in [0;1]} g(y) = \max \{ g(0); g(1) \}.$ Lại có $g(0) = 2z^3 + 2 - z^2 \leq 2z^3 + 2 - z^2 + (1 - z) = g(1)$. Suy ra $g(y) \leq g(1) = 2z^3 + 2 - z^2 + (1 - z) = 2z^3 - z^2 - z + 3 \quad (2)$ Cuối cùng đặt $h(z) = 2z^3 - z^2 - z + 3$ với $z \in [0;1]$, $h'(z) = 6z^2 - 2z - 1$. $h'(z) = 0 \Leftrightarrow z_1 = \frac{1 - \sqrt{7}}{6}; z_2 = \frac{1 + \sqrt{7}}{6}. \text{ Lập bảng biến thiên suy ra:}$ $\max_{z \in [0;1]} h(z) = h(1) = 3 \quad (3)$ Dấu bằng xảy ra ở (1), (2), (3) khi $x = y = z = 1$. Vậy giá trị lớn nhất của P là 3 đạt được khi $x = y = z = 1$.	0,25 0,25 0,25 0,25

