

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu)

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$, trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng:

- A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.
- C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 2. Cho $\int_1^2 f(x)dx = 3; \int_1^2 g(x)dx = -2$. Khi đó $\int_1^2 (f(x) + g(x))dx$ bằng

- A. 5.
- B. -5.
- C. -1.
- D. 1.

Câu 3. Tích phân $\int_1^2 (x+3)^2 dx$ bằng

- A. $\frac{61}{3}$.
- B. 61.
- C. 4.
- D. $\frac{61}{9}$.

Câu 4. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5x^4$ là

- A. $x^5 + C$
- B. x^5 .
- C. $\frac{1}{5}x^5 + C$
- D. $10x + C$.

Câu 5. Cho hai số phức thỏa $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 1 + i$. Giá trị của biểu thức $|z_1 + 3z_2|$ bằng

- A. 5.
- B. $\sqrt{55}$.
- C. $\sqrt{61}$.
- D. 6.

Câu 6. Cho khối nón có bán kính $r = \sqrt{5}$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích V của khối nón bằng

- A. $V = 3\pi\sqrt{5}$.
- B. $V = \pi\sqrt{5}$.
- C. $V = 5\pi$.
- D. $V = 9\pi\sqrt{5}$.

Câu 7. Gọi $z_1; z_2$ là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 6z + 10 = 0$. Giá trị $z_1^2 + z_2^2$ bằng

- A. 16.
- B. 10
- C. 36
- D. 20

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$		4	$-\infty$

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là

- A. $(0; 2)$ B. $(4; 2)$ C. $(2; 0)$ D. $(2; 4)$

Câu 9. Một cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$; $u_2 = 8$. Công bội q của cấp số nhân là

- A. $q = 2$ B. $q = 6$ C. $q = 3$ D. $q = 4$

Câu 10. Nghiệm của phương trình $2^{3x-5} = 16$ là

- A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = 7$. D. $x = \frac{1}{3}$.

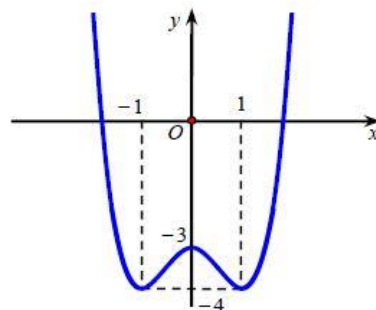
Câu 11. Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x$

- A. $F(x) = -\sin x + 1$ B. $F(x) = 2 \sin x$. C. $F(x) = -\sin x$. D. $F(x) = \sin x + 3$.

Câu 12. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x$ và trục hoành là

- A. 2 B. 0 C. 4 D. 3

Câu 13. Hàm số trùng phương $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Phương trình $f(x) + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực?



- A. 3.
B. 1.
C. 4.
D. 2.

Câu 14. Trong các hàm số sau, hàm số nào không có cực trị?

- A. $y = x^3 - x^2 - 3x + 2$ B. $y = x^3 - 3x^2 + 2$ C. $y = \frac{2x+1}{x-3}$ D. $y = -x^4 + 3x^2 + 1$

Câu 15. Mô đun của số phức $2 + 3i$ bằng

- A. 5 B. 2 C. $\sqrt{13}$ D. $\sqrt{5}$

Câu 16. Trong không gian Oxyz, cho $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k} - 3\vec{j}$. Tọa độ của $\vec{a}$ là

- A. $(-2; 1; 3)$ B. $(2; -3; 1)$. C. $(2; 1; 3)$. D. $(2; 1; -3)$.

Câu 17. Đường thẳng nào dưới đây là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$$y = \frac{x-3}{2x+1}?$$

- A. $y = \frac{1}{2}$ B. $y = -\frac{1}{2}$ C. $x = -\frac{1}{2}$ D. $x = \frac{1}{2}$

Câu 18. Thể tích của khối lập phương có cạnh bằng 2 bằng

- A. $\frac{8}{3}$. B. 4. C. 6. D. 8.

Câu 19. Với a là số thực dương, biểu thức $P = a^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{a}$ bằng

- A. $a^{\frac{1}{6}}$. B. $a^{\frac{2}{5}}$. C. $a^{\frac{5}{6}}$. D. $a^{\frac{4}{3}}$.

Câu 20. Hàm số $y = 3^{x^2+3x}$ có đạo hàm là

- A. $y' = 3^{x^2+3x} \cdot (2x+3)$. B. $y' = 3^{x^2+3x} \ln 3$.
C. $y' = 3^{x^2+3x-1} (2x+3)$. D. $y' = 3^{x^2+3x} \cdot (2x+3) \cdot \ln 3$

Câu 21. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x^2 - 9)$ là

- A. $(-3; 3)$. B. $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{3; -3\}$. D. $(3; +\infty)$.

Câu 22. Diện tích của mặt cầu có bán kính $R = 2$ bằng

- A. 8π . B. 16π . C. 4π . D. 10π .

Câu 23. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_3(2x-3) < 2$ là

- A. $S = \left(\frac{11}{2}; +\infty\right)$. B. $S = \left(\frac{3}{2}; \frac{11}{2}\right)$. C. $S = \left(-\infty; \frac{11}{2}\right)$. D. $S = \left(\frac{3}{2}; 6\right)$.

Câu 24. Cho khối tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc và $AB = AC = 2a, AD = 3a$. Thể tích V của khối tứ diện đó là:

- A. $V = 4a^3$. B. $V = 2a^3$. C. $V = a^3$. D. $V = 3a^3$.

Câu 25. Một nhóm học sinh gồm 5 nam và 7 nữ. Số cách chọn 1 học sinh nam và 1 học sinh nữ là

- A. 35 B. 25 C. 20 D. 30

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1; 0; 2)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 4 = 0$. Mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là

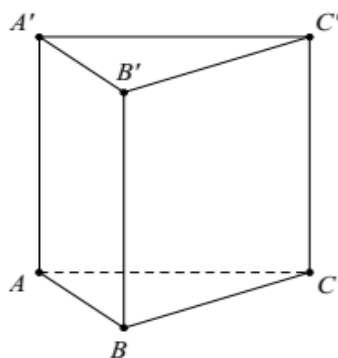
- A. $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 3$. B. $(x+1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$.
C. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 3$. D. $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 9$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(3; -1; 2), B(-1; 3; 5), C(3; 1; -3)$. Đường trung tuyến AM của ΔABC có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$

Câu 28. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B có $AC = a\sqrt{3}$, cạnh bên $AA' = 3a$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 45° B. 90° C. 60° D. 30°



Câu 29. Hệ số của x^3 trong khai triển của biểu thức $(x+2)^6$ là

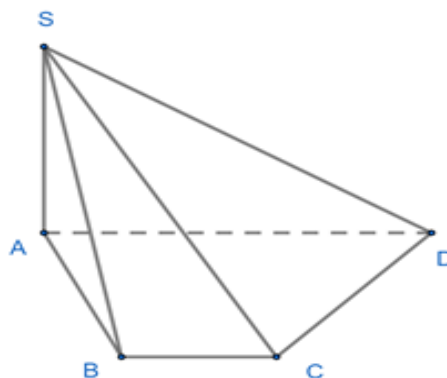
- A. 240 B. 192 C. 160 D. 60

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;4;0)$. Mặt cầu (S) tâm I và đi qua $M(1;4;-2)$ có phương trình là

- A. $(x-1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 4.$ B. $(x-1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 2.$
C. $(x+1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 4.$ D. $(x+1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 2.$

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AD = 2AB = 2BC = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với $(ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ A đến (SBC) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$
C. $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$ D. $2a$



Câu 32. Hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 + 1$ đồng biến trong khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $(-1;1)$. B. $(-\infty;0)$ và $(1;+\infty)$ C. $(0;1)$. D. $(0;2)$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;-3)$ và hai mặt phẳng $(Q): x + y + 3z = 0$, $(R): 2x - y + z = 0$. Mặt phẳng (P) đi qua A đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q), (R)$ có phương trình là

- A. $4x + 5y - 3z + 16 = 0.$ B. $4x + 5y - 3z - 12 = 0.$
C. $4x + 5y - 3z - 22 = 0.$ D. $2x + 5y + 3z = 0.$

Câu 34. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ trên đoạn $[0;4]$ là:

- A. 20 B. 18 C. 0 D. 16

Câu 35. Điểm biểu diễn của số phức $z = \frac{1}{2-3i}$ là:

- A. $(-2;3)$. B. $(3;-2)$. C. $\left(\frac{2}{13};\frac{3}{13}\right)$. D. $(4;-1)$.

Câu 36. Tổng các nghiệm của phương trình $4^x - 7 \cdot 2^x + 12 = 0$ là

- A. 7. B. $4\log_2 3$. C. $\log_2 12$. D. 12.

Câu 37. Cho $\int_2^5 f(x)dx = 10$. Khi đó $\int_2^5 [2 + 3f(x)]dx$ bằng

- A. 32. B. 36. C. 42. D. 46

Câu 38 : Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Quay hình phẳng (H) quanh trục hoành tạo nên một khối tròn xoay có thể tích bằng

- A. $\frac{\pi}{2}(\sqrt{3}-1)$. B. $\pi \cdot \ln \sqrt{3}$. C. $\frac{8\pi}{9}$. D. $\pi \cdot \ln 3$.

Câu 39. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Góc tạo bởi đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(AA'C)$ bằng 30° . Thể tích khối lăng trụ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 40. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O') , chiều cao 14 và bán kính đáy 7. Một mặt phẳng (α) đi qua trung điểm của OO' và tạo với OO' một góc 30° . Hỏi (α) cắt đường tròn đáy theo một dây cung có độ dài bằng bao nhiêu?

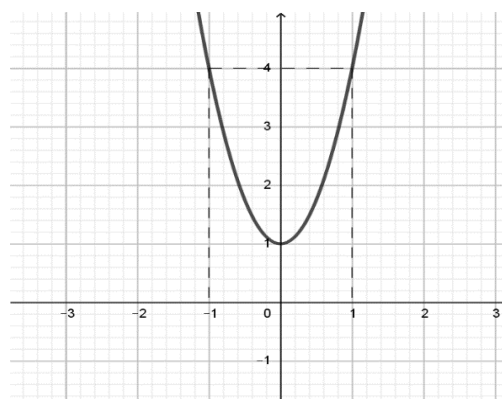
- A. $\frac{28}{3\sqrt{3}}$. B. $\frac{14\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$. C. $\frac{14}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{14}{3}$.

Câu 41. Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 45t^2 - t^3$. Nếu xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t . Tốc độ truyền bệnh sẽ lớn nhất vào ngày thứ bao nhiêu?

- A. 12. B. 20. C. 30. D. 15.

Câu 42. Cho hàm đa thức bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho bởi hình vẽ sau. Giá trị biểu thức $f(3) - f(2)$ bằng

- A. 20.
B. 51.
C. 64.
D. 45.



Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm không âm trên $[0;1]$, thỏa mãn $f(x) > 0$ với mọi $x \in [0;1]$ và $[f(x)]^2 \cdot [f'(x)]^2 (x^2 + 1)^2 = 1 + [f(x)]^2$. Nếu $f(0) = \sqrt{3}$ thì giá trị $f(1)$ thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $\left(3; \frac{7}{2}\right)$. B. $\left(2; \frac{5}{2}\right)$. C. $\left(\frac{5}{2}; 3\right)$. D. $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$.

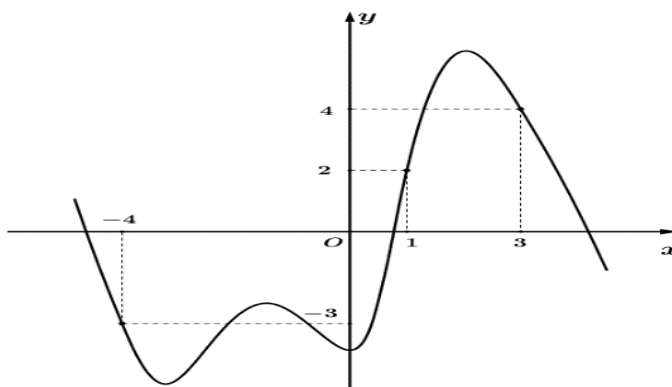
Câu 44. Gọi (C) là tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z} - 4| + 4|z - \bar{z}| = 8$. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi (C) là

- A. 24 B. 4 C. 16 D. 8

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(4;6;2)$, $B(2;-2;0)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z = 0$. Xét đường thẳng d thay đổi thuộc (P) và đi qua B , gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên d . Biết rằng khi d thay đổi thì H thuộc một đường tròn cố định. Diện tích của hình tròn đó bằng

- A. 4π . B. π . C. 6π . D. 3π .

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(-4) = 4$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Để giá trị lớn nhất của hàm số $h(x) = f(x) - \frac{x^2}{2} - x + 3m$ trên đoạn $[-4;3]$ không vượt quá 2022 thì tập giá trị của m là



- A. $(-\infty; 2022]$. B. $(674; +\infty)$. C. $(-\infty; 674]$. D. $(2022; +\infty)$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$ cho $mp(P): x + 2y + z - 4 = 0$ và đường thẳng

$d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Đường thẳng Δ nằm trong $mp(P)$ đồng thời cắt và vuông góc với d có phương trình là

- A. $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$. B. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-2}$.
C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$. D. $\frac{x+1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+1}{-3}$.

Câu 48. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của y sao cho tương ứng với mỗi y luôn tồn tại không quá 15 số nguyên x thỏa mãn điều kiện

$$\log_{2021}(x+y^2) + \log_{2022}(y^2+y+16) \geq \log_2(x-y)?$$

- A. 2021. B. 4042. C. 2020. D. 4041.

Câu 49. Số nghiệm của phương trình $\log_2(x-1)^2 = 4 + 2\log_{\frac{1}{2}}(3-x)$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 50. Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2 - \sqrt{m+1}z - \frac{1}{4}(m^2 - 5m - 6) = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu số nguyên $m \in [-10; 10]$ để phương trình trên có hai nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2| \leq |z_1 - z_2|$?

- A. 11. B. 10. C. 8. D. 9.

----- **HẾT** -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$, trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng:

- A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
- C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.**

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D = (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

Ta có: $y' = \frac{-1}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in D$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 2: Cho $\int_1^2 f(x)dx = 3$; $\int_1^2 g(x)dx = -2$. Khi đó $\int_1^2 (f(x) + g(x))dx$ bằng

- A. 5.
- B. -5.
- C. -1.
- D. 1.**

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_1^2 (f(x) + g(x))dx = \int_1^2 f(x)dx + \int_1^2 g(x)dx = 3 + (-2) = 1$.

Câu 3: Tích phân $\int_1^2 (x+3)^2 dx$ bằng

- A. $\frac{61}{3}$.**
- B. 61.
- C. 4.
- D. $\frac{61}{9}$.

Lời giải

Chọn A

$\int_1^2 (x+3)^2 dx = \left(\frac{(x+3)^3}{3} \right) \Big|_1^2 = \frac{61}{3}$.

Câu 4: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5x^4$ là

- A. $x^5 + C$.**
- B. x^5 .
- C. $\frac{1}{5}x^5 + C$.
- D. $10x + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int 5x^4 dx = x^5 + C$.

Câu 5: Cho hai số phức thỏa $z_1 = 3 + 2i$, $z_2 = 1 + i$. Giá trị của biểu thức $|z_1 + 3z_2|$ bằng

A. 5.

B. $\sqrt{55}$.

C. $\sqrt{61}$.

D. 6.

Lời giải

Chọn C

Ta có $|z_1 + 3z_2| = |3 + 2i + 3(1 + i)| = |6 + 5i| = \sqrt{6^2 + 5^2} = \sqrt{61}$.

Câu 6: Cho khối nón có bán kính $r = \sqrt{5}$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích V của khối nón bằng

A. $V = 3\pi\sqrt{5}$.

B. $V = \pi\sqrt{5}$.

C. $V = 5\pi$.

D. $V = 9\pi\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối nón (N) là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi (\sqrt{5})^2 \cdot 3 = 5\pi$.

Câu 7: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 6z + 10 = 0$. Giá trị $z_1^2 + z_2^2$ bằng

A. 16.

B. 10.

C. 36.

D. 20.

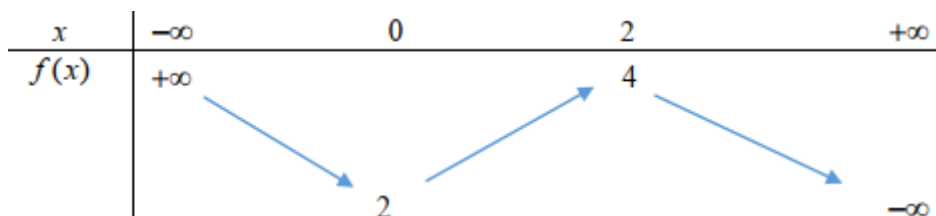
Lời giải

Chọn A

Ta có $z^2 + 6z + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -3 + i \\ z_2 = -3 - i \end{cases}$.

Vậy $z_1^2 + z_2^2 = (-3 + i)^2 + (-3 - i)^2 = 16$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ



Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là

A. $(0; 2)$.

B. $(4; 2)$.

C. $(2; 0)$.

D. $(2; 4)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên suy ra điểm cực tiểu của đồ thị hàm số có tọa độ là $(0; 2)$.

Câu 9: Một cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2; u_2 = 8$. Công bội q của cấp số nhân là

A. $q = 2$.

B. $q = 6$.

C. $q = 3$.

D. $q = 4$.

Lời giải

Chọn D

Công bội q của cấp số nhân đã cho là $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{8}{2} = 4$.

Câu 10: Nghiệm của phương trình $2^{3x-5} = 16$ là

A. $x = 3.$

B. $x = 2.$

C. $x = 7.$

D. $x = \frac{1}{3}.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $2^{3x-5} = 16 \Leftrightarrow 2^{3x-5} = 2^4 \Leftrightarrow 3x-5 = 4 \Leftrightarrow x = 3.$

Câu 11: Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x$

A. $F(x) = -\sin x + 1.$

B. $F(x) = 2\sin x.$

C. $F(x) = -\sin x.$

D. $F(x) = \sin x + 3.$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int \cos x dx = \sin x + C.$

Suy ra, một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x$ là $F(x) = \sin x + 3.$

Câu 12: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x$ và trục hoành là

A. 2.

B. 0.

C. 4.

D. 3.

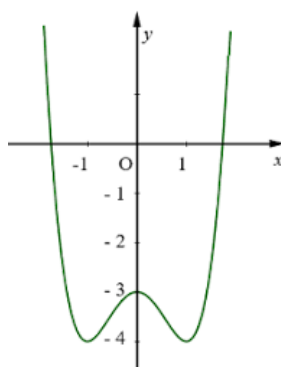
Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}.$

Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x$ và trục hoành là 3.

Câu 13: Hàm số trùng phương $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Phương trình $f(x) + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực?



A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Số nghiệm của phương trình $f(x) + 1 = 0$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -1.$

Quan sát đồ thị ta thấy phương trình có hai nghiệm.

Câu 14: Trong các hàm số sau, hàm số nào không có cực trị?

A. $y = x^3 - x^2 - 3x + 2.$

B. $y = x^3 - 3x^2 + 2.$

C. $y = \frac{2x+1}{x-3}.$

D. $y = -x^4 + 3x^2 + 1.$

Lời giải

Chọn C

$$y = \frac{2x+1}{x-3} \Rightarrow y' = \frac{-7}{(x-3)^2} < 0, \forall x \neq 3. \text{ Nên hàm số không có điểm cực trị.}$$

Câu 15: Mô đun của số phức $2+3i$ bằng

- A. 5. B. 2. C. $\sqrt{13}$. D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn C

$$|2+3i| = \sqrt{2^2+3^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}.$$

Câu 16: Trong không gian Oxyz, cho $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k} - 3\vec{j}$. Tọa độ của $\vec{a}$ là

- A. $(-2;1;3)$ B. $(2;-3;1)$ C. $(2;1;3)$. D. $(2;1;-3)$

Lời giải

Chọn B

$$\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k} - 3\vec{j} \Rightarrow \vec{a} = (2;-3;1)$$

Câu 17: Đường thẳng nào dưới đây là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{2x+1}$?

- A. $y = \frac{1}{2}$. B. $y = -\frac{1}{2}$. C. $x = -\frac{1}{2}$. D. $x = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-3}{2x+1} = \frac{1}{2}$$

Suy ra đường thẳng $y = \frac{1}{2}$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 18: Thể tích khối lập phương có cạnh bằng 2 bằng

- A. $\frac{8}{3}$. B. 4. C. 6. D. 8.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } V = 2^3 = 8.$$

Câu 19: Với a là số thực dương, biểu thức $P = a^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{a}$ bằng

- A. $a^{\frac{1}{6}}$. B. $a^{\frac{2}{5}}$. C. $a^{\frac{5}{6}}$. D. $a^{\frac{4}{3}}$.

Lời giải

Chọn C

$$P = a^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{a} = a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{5}{6}}.$$

Câu 20: Hàm số $y = 3^{x^2+3x}$ có đạo hàm là

- A. $y' = 3^{x^2+3x} \cdot (2x+3)$. B. $y' = 3^{x^2+3x} \cdot \ln 3$.
C. $y' = 3^{x^2+3x-1} \cdot (2x+3)$. D. $y' = 3^{x^2+3x} \cdot (2x+3) \cdot \ln 3$

Lời giải

Chọn D

Câu 21: Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x^2 - 9)$ là

- A. $(-3; 3)$. B. $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{-3; 3\}$. D. $(3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x^2 - 9 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < -3 \end{cases}$. Vậy **Chọn B**

Câu 22: Diện tích của mặt cầu có bán kính $R = 2$ bằng

- A. 8π . B. 16π . C. 4π . D. 10π .

Lời giải

Chọn B

Diện tích của mặt cầu có bán kính $R = 2$ bằng $S = 4\pi R^2 = 16\pi$.

Câu 23: Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_3(2x - 3) < 2$ là

- A. $S = \left(\frac{11}{2}; +\infty\right)$. B. $S = \left(\frac{3}{2}; \frac{11}{2}\right)$. C. $S = \left(-\infty; \frac{11}{2}\right)$. D. $S = \left(\frac{3}{2}; 6\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_3(2x - 3) < 2 \Leftrightarrow 0 < 2x - 3 < 3^2 \Leftrightarrow \frac{3}{2} < x < 6$.

Câu 24: Cho khối tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc và $AB = AC = 2a, AD = 3a$. Thể tích V của khối tứ diện đó là:

- A. $V = 4a^3$. B. $V = 2a^3$. C. $V = a^3$. D. $V = 3a^3$.

Lời giải

Chọn B

Do khối tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc nên $V_{ABCD} = \frac{1}{6} AB \cdot AC \cdot AD = 2a^3$.

Câu 25: Một nhóm học sinh gồm 5 nam và 7 nữ. Số cách chọn 1 học sinh nam và 1 học sinh nữ là

- A. 35. B. 15. C. 20. D. 30.

Lời giải

Chọn A

_ Chọn 1 học sinh nam có $C_5^1 = 5$ (cách)

_ Chọn 1 học sinh nữ có $C_7^1 = 7$ (cách)

Do vậy có $5 \cdot 7 = 35$ cách chọn được 1 học sinh nam và 1 học sinh nữ.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1; 0; 2)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 4 = 0$. Mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là

- A. $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 3$. B. $(x+1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$.
C. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 3$. D. $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 9$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $d(I; (P)) = \frac{|1 - 2 \cdot 0 + 2 \cdot 2 + 4|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 3.$

Khi đó mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; 2)$ và bán kính $R = 3.$

Phương trình mặt cầu $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 9.$

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(3; -1; 2)$, $B(-1; 3; 5)$, $C(3; 1; -3)$. Đường trung tuyến AM của $\triangle ABC$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

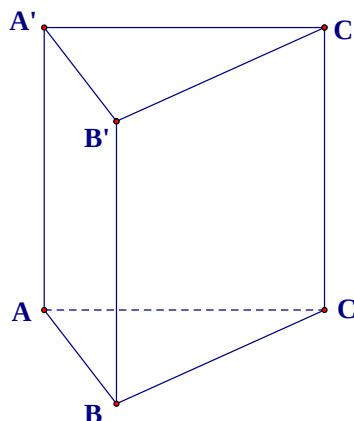
Ta có $M(1; 2; 1)$ là trung điểm $BC \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (-2; 3; -1).$

Khi đó, trung tuyến AM đi qua $A(3; -1; 2)$ và có vector chỉ phương $\overrightarrow{AM} = (-2; 3; -1).$

$$AM: \begin{cases} x = 3 - 2u \\ y = -1 + 3u \\ z = 2 - u \end{cases} \Rightarrow AM: \begin{cases} x = 1 + 2(1 - u) \\ y = 2 - 3(1 - u) \\ z = 1 + (1 - u) \end{cases}$$

Do vậy $AM: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = 1 + t \end{cases}, t = 1 - u \in \mathbb{R}.$

Câu 28: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B có $AC = a\sqrt{3}$, cạnh bên $AA' = 3a$ (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 45° .

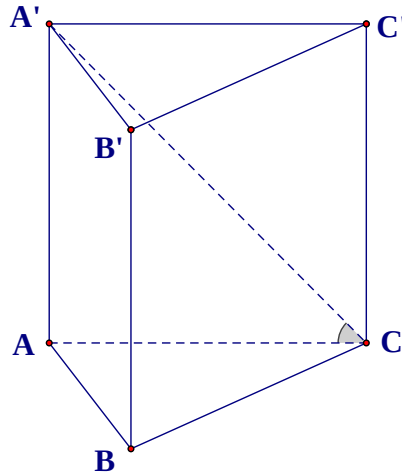
B. 90° .

C. 60° .

D. 30° .

Lời giải

Chọn C



Ta có hình chiếu của $A'C$ lên mặt phẳng (ABC) là AC .

Nên $(A'C, (ABC)) = (A'C, AC) = A'CA$.

Ta có $\tan A'CA = \frac{A'A}{AC} = \frac{3a}{a\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow A'CA = 60^\circ$.

Do vậy $(A'C, (ABC)) = 60^\circ$.

Bản word phát hành từ website Tailieuchuan.vn

Câu 29: Hệ số của x^3 trong khai triển của biểu thức $(x+2)^6$ là

A. 240.

B. 192.

C. 160.

D. 60.

Lời giải

Chọn C

Hệ số của x^3 trong khai triển của biểu thức $(x+2)^6$ là $C_6^3 \cdot 2^3 = 160$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;4;0)$. Mặt cầu (S) tâm I và đi qua $M(1;4;-2)$ có phương trình là

A. $(x-1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 4$.

B. $(x-1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 2$.

C. $(x+1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 4$.

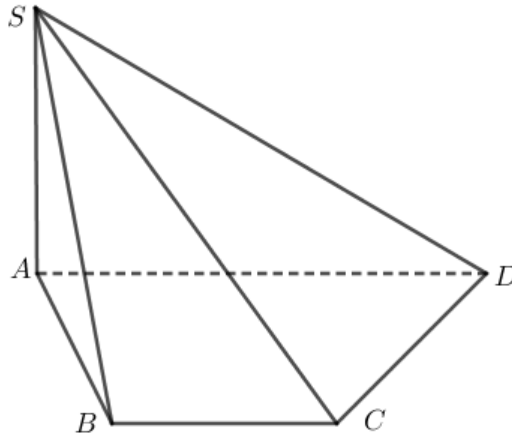
D. $(x+1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 2$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;4;0)$, bán kính bằng $IM = 2$ nên phương trình của mặt cầu (S) là $(x-1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 4$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , $AD = 2AB = 2BC = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với $(ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$ (tham khảo hình vẽ).



Khoảng cách từ A đến (SBC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

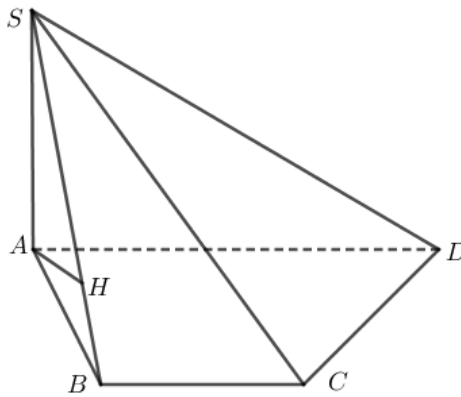
B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

D. $2a$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là hình chiếu của A trên SB (1).

Ta có: $BC \perp AB, SA \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$ (2).

Từ (1), (2) ta có $AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH$.

Xét tam giác vuông SAB , ta có: $AH = \frac{SA \cdot AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $d(A, (SBC)) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 32: Hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 + 1$ đồng biến trong khoảng nào trong các không dưới đây?

A. $(-1; 1)$.

B. $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(0; 2)$.

Lời giải

Chọn C

$y' = -6x^2 + 6x, \forall x$. Suy ra $y' > 0, \forall x \in (0; 1)$. Vậy hàm số đồng biến trong khoảng $(0; 1)$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;-3)$ và hai mặt phẳng $(Q):x+y+3z=0$, $(R):2x-y+z=0$. Mặt phẳng (P) đi qua A đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q), (R)$ có phương trình là

A. $4x+5y-3z+16=0$.

B. $4x+5y-3z-12=0$.

C. $4x+5y-3z-22=0$.

D. $2x+5y+3z=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{n}_Q=(1;1;3), \vec{n}_R=(2;-1;1)$

$\vec{n}_P=[\vec{n}_Q, \vec{n}_R]=(4;5;-3)$

Phương trình mặt phẳng (P) là: $4(x-2)+5(y-1)-3(z+3)=0 \Leftrightarrow 4x+5y-3z-22=0$.

Câu 34: Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x^2+2$ trên đoạn $[0;4]$ là:

A. 20.

B. 18.

C. 0.

D. 16.

Lời giải

Chọn D

$y'=3x^2-6x=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$

$y(0)=2, y(2)=-2, y(4)=18$

$\Rightarrow$ GTNN của hàm số là -2 , GTLN của hàm số là 18

Vậy tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất là 16.

Câu 35: Điểm biểu diễn của số phức $z=\frac{1}{2-3i}$ là:

A. $(-2;3)$.

B. $(3;-2)$.

C. $\left(\frac{2}{13}; \frac{3}{13}\right)$.

D. $(4;-1)$.

Lời giải

Chọn C

$z=\frac{1}{2-3i}=\frac{2+3i}{13}=\frac{2}{13}+\frac{3}{13}i$

Vậy điểm biểu diễn số phức là $\left(\frac{2}{13}; \frac{3}{13}\right)$.

Câu 36: Tổng các nghiệm của phương trình $4^x-7.2^x+12=0$ là

A. 7.

B. $4\log_2 3$.

C. $\log_2 12$.

D. 12.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 12 \Leftrightarrow 2^{x_1+x_2} = 12 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = \log_2 12$.

Câu 37: Cho $\int_2^5 f(x)dx = 10$. Khi đó $\int_2^5 [2 + 3f(x)]dx$ bằng

A. 32.

B. 36.

C. 42.

D. 46.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \int_2^5 [2 + 3f(x)]dx = \int_2^5 2dx + 3 \int_2^5 f(x)dx = 6 + 3 \cdot 10 = 36.$$

Câu 38: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Quay hình phẳng

(H) quanh trục hoành tạo nên một khối tròn xoay có thể tích bằng

A. $\frac{\pi}{2}(\sqrt{3}-1)$.

B. $\pi \ln \sqrt{3}$.

C. $\frac{8\pi}{9}$.

D. $\pi \ln 3$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Thể tích khối tròn xoay bằng } V = \pi \int_0^2 \left[\frac{1}{\sqrt{x+1}} \right]^2 dx = \pi \int_0^2 \frac{1}{x+1} dx = \pi \ln(x+1) \Big|_0^2 = \pi \ln 3.$$

Câu 39: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Góc tạo bởi đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(AA'C')$ bằng 30° . Thể tích khối lăng trụ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

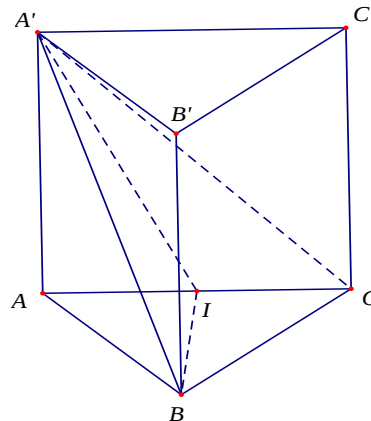
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm của cạnh AC . Khi đó, $BI \perp AC$ (do tam giác ABC đều).

$$\text{Lại có, } \begin{cases} (AA'C'C) \perp (ABC) \text{ (tính chất hình lăng trụ đều)} \\ (AA'C'C) \cap (ABC) = AC \\ BI \subset (ABC) \end{cases}$$

nên $BI \perp (AA'C'C) \Rightarrow BI \perp (AA'C)$. Do đó, góc tạo bởi đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(AA'C)$ chính là góc $BA'I = 30^\circ$.

$$\text{Xét tam giác } A'BI \text{ vuông tại } I, \text{ ta có: } \sin BA'I = \frac{BI}{A'B} \Rightarrow A'B = \frac{BI}{\sin BA'I} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sin 30^\circ} = a\sqrt{3}.$$

$$\Rightarrow AA' = \sqrt{A'B^2 - AB^2} = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Ta có: } V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}.$$

Câu 40: Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O') , chiều cao 14 và bán kính đáy 7. Một mặt phẳng (α) đi qua trung điểm của OO' và tạo với OO' một góc 30° . Hỏi (α) cắt đường tròn đáy theo một dây cung có độ dài bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{28}{3\sqrt{3}}$. B. $\frac{14\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$. C. $\frac{14}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{14}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 41: Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 45t^2 - t^3$. Nếu xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t . Tốc độ truyền bệnh sẽ lớn nhất vào ngày thứ bao nhiêu?

- A. 12. B. 20. C. 30. D. 15.

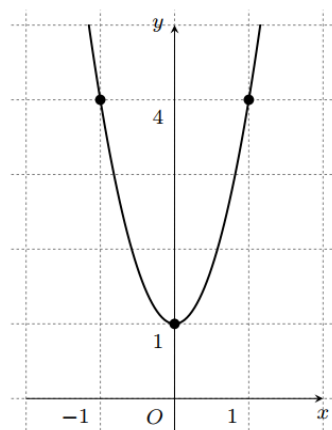
Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } f'(t) = -3t^2 + 90t = -3(t-15)^2 + 675 \leq 675.$$

Tốc độ truyền bệnh lớn nhất là 675 (người/ngày) vào ngày thứ 15.

Câu 42: Cho hàm đa thức bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho bởi hình vẽ sau. Giá trị biểu thức $f(3) - f(2)$ bằng



- A. 20. B. 51. C. 64. D. 45.

Lời giải

Chọn A

Giả sử $f'(x) = ax^2 + bx + c$ trong đó $a \neq 0$ có đồ thị (C) .

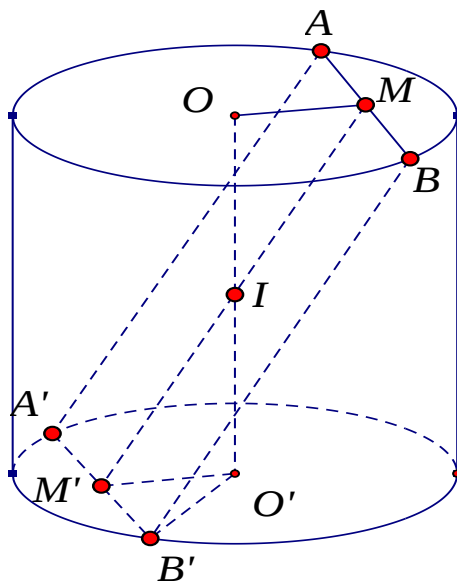
Hàm số $y = f'(x)$ đạt cực trị tại $x = -\frac{b}{2a} = 0$ suy ra $b = 0$.

$(0;1) \in (C)$ suy ra $c = 1$.

$(1;4) \in (C)$ suy ra $a = 3$.

Do đó $f'(x) = 3x^2 + 1$.

Vậy $f(3) - f(2) = \int_2^3 (3x^2 + 1) dx = 20$.



Gọi I là trung điểm của OO' , mặt phẳng (α) đi qua I cắt hai đường tròn đáy lần lượt theo hai dây cung $AB = A'B'$. Gọi M là trung điểm của AB .

Góc giữa OO' và $(ABB'A')$ là $\angle MIO = 30^\circ$.

$$MO = IO \cdot \tan 30^\circ = \frac{7\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow AB = 2 \cdot MB = \frac{14\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm không âm trên $[0;1]$, thỏa mãn $f(x) > 0$ với mọi $x \in [0;1]$ và $[f(x)]^2 \cdot [f'(x)]^2 (x^2 + 1)^2 = 1 + [f(x)]^2$. Nếu $f(0) = \sqrt{3}$ thì giá trị $f(1)$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $\left(3; \frac{7}{2}\right)$.

B. $\left(2; \frac{5}{2}\right)$.

C. $\left(\frac{5}{2}; 3\right)$.

D. $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } [f(x)]^2 \cdot [f'(x)]^2 (x^2 + 1)^2 = 1 + [f(x)]^2 \Leftrightarrow \frac{[f(x)]^2 \cdot [f'(x)]^2}{1 + [f(x)]^2} = \frac{1}{(x^2 + 1)^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{f(x).f'(x)}{\sqrt{1+[f(x)]^2}} = \frac{1}{x^2+1} \Rightarrow \int_0^1 \frac{f(x).f'(x)}{\sqrt{1+[f(x)]^2}} dx = \int_0^1 \frac{1}{x^2+1} dx$$

$$\Rightarrow \int_0^1 \frac{f(x).f'(x)}{\sqrt{1+[f(x)]^2}} dx = \int_0^1 \frac{1}{x^2+1} dx$$

+ Nếu đặt $t = \sqrt{1+[f(x)]^2} \Rightarrow dt = \frac{f(x).f'(x)}{\sqrt{1+[f(x)]^2}} dx \Rightarrow VT = \int_2^{\sqrt{1+f^2(1)}} dt = \sqrt{1+f^2(1)} - 2$

+ Nếu đặt $x = \tan u \Rightarrow dx = (1 + \tan^2 u) du \Rightarrow VP = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{1 + \tan^2 u} (1 + \tan^2 u) dx = \frac{\pi}{4}$

$$\Rightarrow \sqrt{1+f^2(1)} - 2 = \frac{\pi}{4} \Rightarrow f(1) = \sqrt{\frac{\pi^2}{16} + \pi + 3} \approx 2,6 \in \left(\frac{5}{2}; 3\right).$$

Câu 44: Cho Gọi (C) là tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z} - 4| + 4|z - \bar{z}| = 8$. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi (C) là

A. 24.

B. 4.

C. 16.

D. 8.

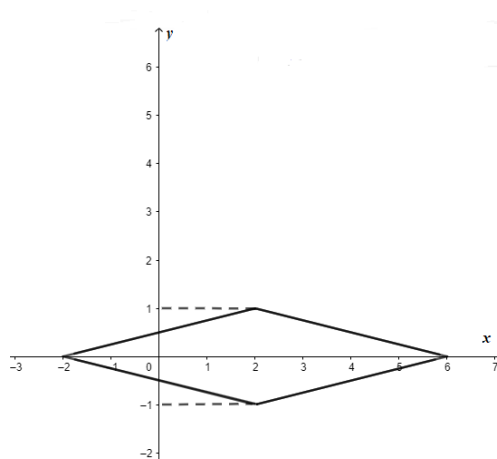
Lời giải

Chọn D

Đặt $z = x + iy$, $x, y \in \mathbb{R}$. Khi đó, đẳng thức

$$|z + \bar{z} - 4| + 4|z - \bar{z}| = 8 \Leftrightarrow |2x - 4| + 4|2iy| = 8 \Leftrightarrow 2|x - 2| + 8|y| = 8 \Leftrightarrow |x - 2| + 4|y| = 4$$

Ta được đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Đây là hình thoi có độ dài hai đường chéo là 2 ; 8 nên diện tích bằng $(2.8) : 2 = 8$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(4; 6; 2)$, $B(2; -2; 0)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z = 0$. Xét đường thẳng d thay đổi thuộc (P) và đi qua B , gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên d . Biết rằng khi d thay đổi thì H thuộc một đường tròn cố định. Diện tích của hình tròn đó bằng

A. 4π .

B. π .

C. 6π .

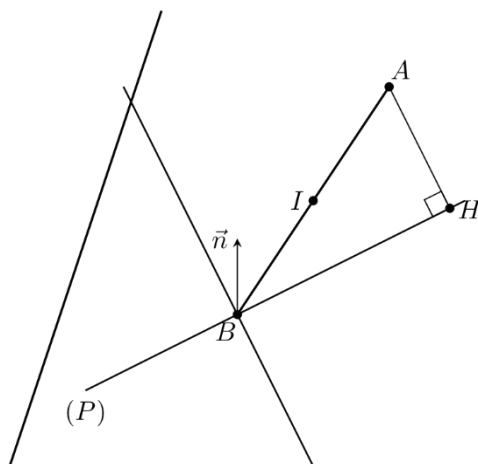
D. 3π .

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Do $BHA = 90^\circ$ nên H thuộc mặt cầu đường kính AB , $H \in (P)$, do đó, H chạy trên đường tròn là giao của mặt cầu đường kính AB và (P) . Đường tròn này có tâm là hình chiếu vuông góc của I lên (P) với I là trung điểm của AB , bán kính bằng $\frac{1}{2}$ độ dài hình chiếu vuông góc của AB trên (P) .



Ta có $\overrightarrow{BA} = (2; 8; 2)$; $\vec{n}_p = (1; 1; 1)$, $(\overrightarrow{BA}, \vec{n}_p) = \alpha$

$$\text{Ta có } |\cos \alpha| = \frac{|\overrightarrow{BA} \cdot \vec{n}_p|}{|\overrightarrow{BA}| \cdot |\vec{n}_p|}$$

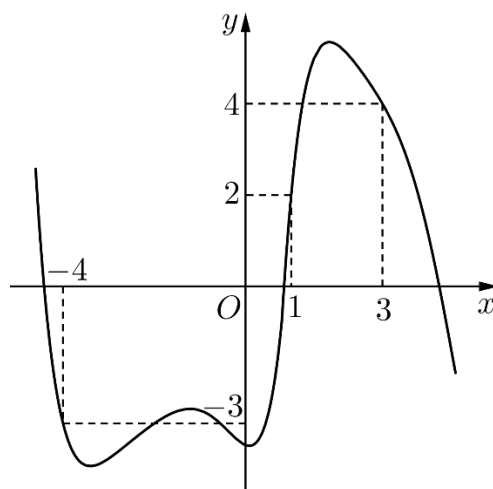
$$r = \frac{1}{2} |\overrightarrow{BA}| \cdot |\sin \alpha| = \frac{1}{2} |\overrightarrow{BA}| \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{6}$$

$$S = \pi r^2 = 6\pi$$

Cách 2: Ta có $AB^2 = 72$, $d(A, (P)) = \frac{12}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}$, vậy, hình chiếu vuông góc của AB trên (P)

có độ dài là $\sqrt{AB^2 - d^2} = 2\sqrt{6}$, bán kính $r = \sqrt{6}$. $S = \pi r^2 = 6\pi$

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(-4) = 4$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Để giá trị lớn nhất của hàm số $h(x) = f(x) - \frac{x^2}{2} - x + 3m$ trên đoạn $[-4; 3]$ không vượt quá 2022 thì tập giá trị của m là



A. $(-\infty; 2022]$.

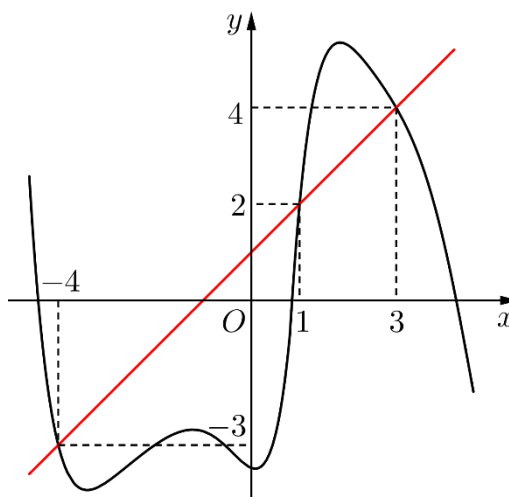
B. $(674; +\infty)$.

C. $(-\infty; 674]$.

D. $(2022; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C



$$h'(x) = f'(x) - (x+1)$$

Trên $(-4;1)$, $h'(x) < 0$, trên $(1;3)$, $h'(x) > 0$, $h'(1) = 0$

Hàm số $h(x)$ đạt cực tiểu trên đoạn $[-4;3]$ tại $x=1$

$$a = h(-4) = 3m; \quad b = h(3) = f(3) - \frac{15}{2} + 3m$$

$$\text{Gọi } S_1 = \int_{-4}^1 [(x-1) - f'(x)] dx; S_2 = \int_1^3 [f(x) - (x-1)] dx$$

Nhận thấy

$$\begin{aligned} S_1 > S_2 &\Rightarrow \left(\frac{x^2}{2} + x - f(x) \right) \Big|_{-4}^1 > \left(f(x) - \frac{x^2}{2} - x \right) \Big|_1^3 \\ &\Rightarrow \frac{1}{2} - f(1) - 4 + f(-4) > f(3) - \frac{12}{2} - f(1) \Leftrightarrow f(-4) > f(3) - \frac{7}{2} \Rightarrow f(3) < \frac{15}{2} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy, } b < a, \max_{x \in [-4;3]} h(x) = a \Rightarrow 3m \leq 2022 \Leftrightarrow m \leq 674$$

Vậy, tập giá trị của m , là $(-\infty; 674]$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với d có phương trình là

A. $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

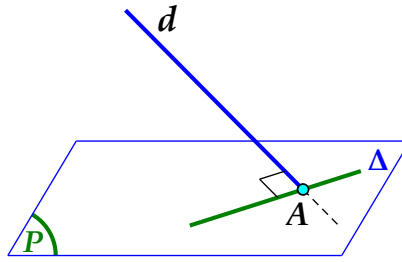
B. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-2}$.

C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$

D. $\frac{x+1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+1}{-3}$

Lời giải

Chọn C



Ta có $\vec{u}_d = (2; 1; 3)$ là véc-tơ chỉ phương của d và $\vec{n}_p = (1; 2; 1)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P) .
Gọi $A = d \cap \Delta$. Do $\Delta \subset (P)$ nên $A = d \cap (P)$.

Suy ra tọa độ A thỏa hệ:
$$\begin{cases} x+2y+z-4=0 \\ \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow A(1; 1; 1).$$

Gọi $\vec{u}_\Delta$ là véc-tơ chỉ phương của Δ . Lại có: $\begin{cases} \Delta \subset (P) \\ \Delta \perp d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{u}_\Delta \perp \vec{n}_p \\ \vec{u}_\Delta \perp \vec{u}_d \end{cases}$ ta chọn

$$\vec{u}_\Delta = [\vec{n}_p; \vec{u}_d] = (5; -1; -3).$$

Vậy phương trình đường thẳng Δ là $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

Câu 48: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của y sao cho tương ứng với mỗi giá trị y luôn tồn tại không quá 15 số nguyên x thỏa mãn điều kiện $\log_{2021}(x+y^2) + \log_{2022}(y^2+y+16) \geq \log_2(x-y)$?

A. 2021.

B. 4042.

C. 2020.

D. 4041.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $\begin{cases} x+y^2 > 0 \\ x-y > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y > 0 \\ x > y \end{cases}$.

Ta có bất phương trình $\log_{2021}(x+y^2) + \log_{2022}(y^2+y+16) - \log_2(x-y) \geq 0$

Xét $f(x) = \log_{2021}(x+y^2) + \log_{2022}(y^2+y+16) - \log_2(x-y)$ với $x > y, y \in \mathbb{Z}$.

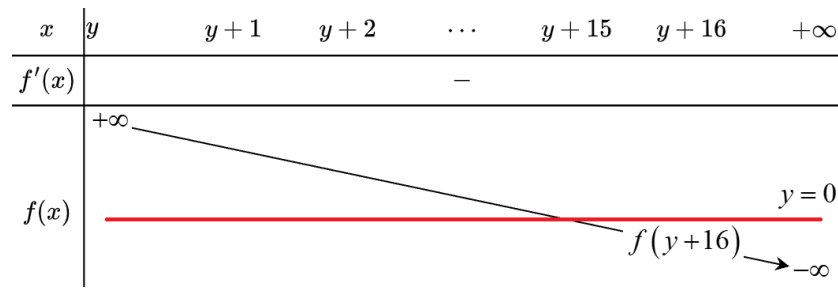
Ta có: $f'(x) = \frac{1}{(x+y^2)\ln 2021} - \frac{1}{(x-y)\ln 2} = \frac{x(\ln 2 - \ln 2021) - y\ln 2 - y^2 \ln 2021}{(x+y^2)(x-y)\ln 2021 \ln 2}$.

Ta có: $x > y \Rightarrow x(\ln 2 - \ln 2021) < y(\ln 2 - \ln 2021)$

Suy ra $x(\ln 2 - \ln 2021) - y\ln 2 - y^2 \ln 2021 < (-y^2 - y)\ln 2021 < 0, \forall y \in \mathbb{Z}$.

Do đó $f'(x) < 0, \forall x > y, y \in \mathbb{Z}$.

Ta có bảng biến thiên của $f(x)$ là:



Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow f(y+16) < 0$

$$\Leftrightarrow \log_{2021}(y^2 + y + 16) + \log_{2022}(y^2 + y + 16) < \log_2 16$$

$$\Leftrightarrow \log_{2021}(y^2 + y + 16) + \frac{\log_{2021}(y^2 + y + 16)}{\log_{2021} 2022} < 4$$

$$\Leftrightarrow \log_{2021}(y^2 + y + 16) < \frac{4}{1 + \log_{2022} 2021} \approx 2,00$$

$$\Leftrightarrow y^2 + y + 16 < 2021^{\frac{4}{1 + \log_{2022} 2021}} \Leftrightarrow -2021,99 \leq y \leq 2020,99.$$

Do $y \in \mathbb{Z}$ nên $y \in \{-2021; -2020; \dots; 2020\}$.

Vậy có tất cả 4041 giá trị nguyên y thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 49: Số nghiệm của phương trình $\log_2(x-1)^2 = 4 + 2\log_{\frac{1}{2}}(3-x)$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Điều kiện của phương trình } \begin{cases} x-1 \neq 0 \\ 3-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x < 3 \end{cases}$$

$$\log_2(x-1)^2 = 4 + 2\log_{\frac{1}{2}}(3-x) \Leftrightarrow \begin{cases} x < 3, x \neq 1 \\ \log_2|x-1| + \log_2(3-x) = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 3, x \neq 1 \\ \log_2|x-1|(3-x) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 3, x \neq 1 \\ |x-1|(3-x) = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 3, x \neq 1 \\ |(x-1)(3-x)| = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 3, x \neq 1 \\ \begin{cases} (x-1)(3-x) = 4 \\ (x-1)(3-x) = -4 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 3, x \neq 1 \\ \begin{cases} x^2 - 4x + 7 = 0 \text{ (vn)} \\ x^2 - 4x - 1 = 0 \end{cases} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 3, x \neq 1 \\ \begin{cases} x = 2 - \sqrt{5} \Leftrightarrow x = 2 + \sqrt{5} \\ x = 2 + \sqrt{5} \end{cases} \end{cases}$$

Vậy phương trình có 1 nghiệm.

Câu 50: Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2 - \sqrt{m+1}z - \frac{1}{4}(m^2 - 5m - 6) = 0$ (m là tham số thực).

Có bao nhiêu số nguyên $m \in [-10; 10]$ để phương trình trên có hai nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2| \leq |z_1 - z_2|$?

A. 11.

B. 10.

C. 8.

D. 9.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $m+1 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -1$. $\Delta = m^2 - 4m - 5$

+ Trường hợp 1: $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m - 5 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 5 \\ m \leq -1 \end{cases}$ phương trình có 2 nghiệm thực z_1, z_2

Theo định lý Viet $z_1 \cdot z_2 = -\frac{1}{4}(m^2 - 5m - 6)$.

$$|z_1 + z_2| \leq |z_1 - z_2| \Leftrightarrow |z_1 + z_2|^2 \leq |z_1 - z_2|^2 \Leftrightarrow 4z_1 \cdot z_2 \leq 0$$

$$-(m^2 - 5m - 6) \leq 0 \Leftrightarrow m^2 - 5m - 6 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 6 \\ m \leq -1 \end{cases}$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ và $m \in [-10; 10]$ nên số giá trị m thỏa mãn là $(10 - 6) + 1 + 1 = 6$.

+ Trường hợp 2: $\Delta < 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m - 5 < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 5$.

phương trình có 2 nghiệm phức z_1, z_2

$$|z_1 + z_2| \leq |z_1 - z_2| \Leftrightarrow |z_1 + z_2|^2 \leq |z_1 - z_2|^2 \Leftrightarrow m+1 \leq |m^2 - 4m - 5| \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 5m - 6 \geq 0 \\ m^2 - 3m - 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 6 \\ m \leq -1 \\ -1 \leq m \leq 4 \end{cases}$$

Do $m \in \mathbb{Z}$, $-1 < m < 5$ và $m \in [-10; 10]$ nên số giá trị m thỏa mãn là $m = 0, m = 1, m = 2, m = 3$.

Vậy có 10 giá trị của m .