

BIÊN SOẠN: LÊ QUANG XE

BỘ ĐỀ THAM KHẢO NĂM 2022

MÔN TOÁN

NĂM HỌC: 2021 - 2022

Tài Liệu lưu hành nội bộ

MỤC LỤC



Đề số 1	1
Đề số 2	16
Đề số 3	32
Đề số 4	50
Đề số 5	66
Đề số 6	82
Đề số 7	98
Đề số 8	114
Đề số 9	130
Đề số 10	146
Đề số 11	162
Đề số 12	177
Đề số 13	194
Đề số 14	210
Đề số 15	226
Đề số 16	242
Đề số 17	258
Đề số 18	277
Đề số 19	291

BỘ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
TRƯỜNG THPT NGUYỄN TẤT THÀNH
GV: LÊ QUANG XE - 0967.003.131

ĐỀ SỐ 1

PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO 2022

NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 90 phút

ĐỀ THAM KHẢO PTMH2022

Câu 1. Môđun của số phức $z = 3 - i$ bằng

- (A) 8. (B) $\sqrt{10}$. (C) 10. (D) $2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $z = 3 - i \Rightarrow |z| = \sqrt{10}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S) : (x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$ có bán kính bằng

- (A) 3. (B) 81. (C) 9. (D) 6.

Lời giải.

Ta có $R^2 = 9$ nên bán kính mặt cầu $R = 3$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 3. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y = x^4 + x^2 - 2$?

- (A) Điểm $P(-1; -1)$. (B) Điểm $N(-1; -2)$. (C) Điểm $M(-1; 0)$. (D) Điểm $Q(-1; 1)$.

Lời giải.

Thay điểm $M(-1; 0)$ vào hàm số $y = x^4 + x^2 - 2$ (thỏa mãn).

Chọn đáp án (C) □

Câu 4. Thể tích V của khối cầu bán kính r được tính theo công thức nào dưới đây?

- (A) $V = \frac{1}{3}\pi r^3$. (B) $V = 2\pi r^3$. (C) $V = 4\pi r^3$. (D) $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

Lời giải.

Thể tích khối cầu có bán kính r là $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 5. Trên khoảng $(0; +\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{\frac{3}{2}}$ là

- (A) $\int f(x)dx = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} + C$. (B) $\int f(x)dx = \frac{5}{2}x^{\frac{2}{5}} + C$.
(C) $\int f(x)dx = \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + C$. (D) $\int f(x)dx = \frac{2}{3}x^{\frac{1}{2}} + C$.

Lời giải.

Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{\frac{3}{2}}$ là $\int f(x)dx = \int x^{\frac{3}{2}}dx = \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + C$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	0	1	4	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- (A) 3. (B) 2. (C) 4. (D) 5.

Lời giải.

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm nhận thấy $f'(x)$ đổi dấu qua các giá trị $x = -2, x = 0, x = 1, x = 4$.
Vậy hàm số có 4 điểm cực trị.

Chọn đáp án (C)

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 6$ là

- (A) $(\log_2 6; +\infty)$. (B) $(-\infty; 3)$. (C) $(3; +\infty)$. (D) $(-\infty; \log_2 6)$.

Lời giải.

Ta có $2^x > 6 \Leftrightarrow x > \log_2 6$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (\log_2 6; +\infty)$.

Chọn đáp án (A)

Câu 8. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 7$ và chiều cao $h = 6$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- (A) 42. (B) 126. (C) 14. (D) 56.

Lời giải.

Thể tích của khối chóp $V = \frac{1}{3}hB = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 7 = 14$.

Chọn đáp án (C)

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ là

- (A) $\mathbb{R}$. (B) $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. (C) $(0; +\infty)$. (D) $(2; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ xác định khi và chỉ khi $x > 0$.

Vậy $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Chọn đáp án (C)

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\log_2(x+4) = 3$ là

- (A) $x = 5$. (B) $x = 4$. (C) $x = 2$. (D) $x = 12$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(x+4) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x+4 > 0 \\ x+4 = 2^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -4 \\ x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4$.

Vậy $x = 4$ là nghiệm của phương trình.

Chọn đáp án (B)

- Câu 11.** Nếu $\int_2^5 f(x)dx = 3$ và $\int_2^5 g(x)dx = -2$ thì $\int_2^5 [f(x) + g(x)]dx$ bằng
- (A) 5. (B) -5. (C) 1. (D) 3.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \int_2^5 [f(x) + g(x)] dx = \int_2^5 f(x) dx + \int_2^5 g(x) dx = 3 + (-2) = 1.$$

Chọn đáp án (C) □

- Câu 12.** Cho số phức $z = 3 - 2i$, khi đó $2z$ bằng
- (A) $6 - 2i$. (B) $6 - 4i$. (C) $3 - 4i$. (D) $-6 + 4i$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 2z = 2(3 - 2i) = 6 - 4i.$$

Chọn đáp án (B) □

- Câu 13.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P) : 2x - 3y + 4z - 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là
- (A) $\vec{n}_4 = (-1; 2; -3)$. (B) $\vec{n}_3 = (-3; 4; -1)$. (C) $\vec{n}_2 = (2; -3; 4)$. (D) $\vec{n}_1 = (2; 3; 4)$.

Lời giải.

$$\text{Mặt phẳng } (P): 2x - 3y + 4z - 1 = 0 \text{ có một vectơ pháp tuyến là } \vec{n}_2 = (2; -3; 4).$$

Chọn đáp án (C) □

- Câu 14.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; 3; -2)$ và $\vec{v} = (2; 1; -1)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} - \vec{v}$ là
- (A) $(3; 4; -3)$. (B) $(-1; 2; -3)$. (C) $(-1; 2; -1)$. (D) $(1; -2; 1)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \vec{u} - \vec{v} = (-1; 2; -1).$$

Chọn đáp án (C) □

- Câu 15.** Trên mặt phẳng tọa độ, cho $M(2; 3)$ là điểm biểu diễn của số phức z . Phần thực của z bằng
- (A) 2. (B) 3. (C) -3. (D) -2.

Lời giải.

$$\text{Vì } M(2; 3) \text{ là điểm biểu diễn của số phức } z \text{ nên } z = 2 + 3i.$$

Vậy phần thực của số phức z là 2.

Chọn đáp án (A) □

- Câu 16.** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình
- (A) $x = 2$. (B) $x = -1$. (C) $x = 3$. (D) $x = -2$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^{\pm}} \frac{3x+2}{x-2} = \pm\infty$ nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = 2$ làm tiệm cận đứng.

Chọn đáp án **A**



Câu 17. Với mọi số thực a dương, $\log_2 \frac{a}{2}$ bằng

- A** $\frac{1}{2} \log_2 a$. **B** $\log_2 a + 1$. **C** $\log_2 a - 1$. **D** $\log_2 a - 2$.

Lời giải.

Ta có $\log_2 \frac{a}{2} = \log_2 a - \log_2 2 = \log_2 a - 1$.

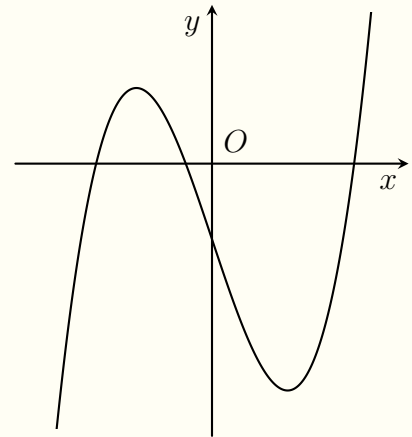
Chọn đáp án **C**



Câu 18.

Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?

- A** $y = x^4 - 2x^2 - 1$. **B** $y = \frac{x+1}{x-1}$.
C $y = x^3 - 3x - 1$. **D** $y = x^2 + x - 1$.



Lời giải.

Dựa vào hình dáng đồ thị ta thấy rằng đường cong ở hình vẽ là đồ thị của hàm số bậc ba, do đó ta chọn được hàm số $y = x^3 - 3x - 1$.

Chọn đáp án **C**



Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 2t \\ z = -3 - 3t \end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A** Điểm $Q(2; 2; 3)$. **B** Điểm $N(2; -2; -3)$.
C Điểm $M(1; 2; -3)$. **D** Điểm $P(1; 2; 3)$.

Lời giải.

Dễ thấy rằng đường thẳng d luôn đi qua điểm $M(1; 2; -3)$.

Chọn đáp án **C**



Câu 20. Với n là số nguyên dương, công thức nào dưới đây **đúng**?

- A** $P_n = n!$. **B** $P_n = n - 1$. **C** $P_n = (n - 1)!$. **D** $P_n = n$.

Lời giải.

Số hoán vị của n phần tử là $P_n = n!$.

Chọn đáp án **A**



Câu 21. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h . Thể tích V của khối lăng trụ đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A $V = \frac{1}{3}Bh.$

B $V = \frac{4}{3}Bh.$

C $V = 6Bh.$

D $V = Bh.$

Lời giải.

Thể tích V của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là $V = B \cdot h$.

Chọn đáp án **D**

Câu 22. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_2 x$ là

A $y' = \frac{1}{x \ln 2}.$

B $y' = \frac{\ln 2}{x}.$

C $y' = \frac{1}{x}.$

D $y' = \frac{1}{2x}.$

Lời giải.

Đạo hàm của hàm số $y = \log_2 x$ trên khoảng $(0; +\infty)$ là $y' = \frac{1}{x \ln 2}.$

Chọn đáp án **A**

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			1			$+\infty$	
		-1			-1			

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(0; +\infty).$

B $(-\infty; -2).$

C $(0; 2).$

D $(-2; 0).$

Lời giải.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-2; 0).$

Chọn đáp án **D**

Câu 24. Cho hình trụ có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l . Diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A $S_{xq} = 4\pi rl.$

B $S_{xq} = 2\pi rl.$

C $S_{xq} = 3\pi rl.$

D $S_{xq} = \pi rl.$

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rl.$

Chọn đáp án **B**

Câu 25. Nếu $\int_2^5 f(x)dx = 2$ thì $\int_2^5 3f(x)dx$ bằng

A 6.

B 3.

C 18.

D 2.

Lời giải.

Ta có $\int_2^5 3f(x)dx = 3 \cdot 2 = 6.$

Chọn đáp án **A**



Câu 26. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 7$ và công sai $d = 4$. Giá trị của u_2 bằng

A 11.

B 3.

C $\frac{7}{4}$.

D 28.

Lời giải.

Ta có $u_2 = u_1 + d = 7 + 4 = 11$.

Chọn đáp án **A**



Câu 27. Cho hàm số $f(x) = 1 + \sin x$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A $\int f(x)dx = x - \cos x + C$.

B $\int f(x)dx = x + \sin x + C$.

C $\int f(x)dx = x + \cos x + C$.

D $\int f(x)dx = \cos x + C$.

Lời giải.

Ta có $\int f(x)dx = x - \cos x + C$.

Chọn đáp án **A**



Câu 28.

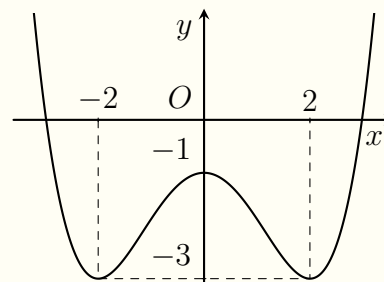
Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A 0.

B -1.

C -3.

D 2.



Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta có giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng -1.

Chọn đáp án **B**



Câu 29. Trên đoạn $[1; 5]$, hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A $x = 5$.

B $x = 2$.

C $x = 1$.

D $x = 4$.

Lời giải.

Ta có $y' = 1 - \frac{4}{x^2} = \frac{x^2 - 4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ (nhận)} \\ x = -2 \text{ (loại)} \end{cases}$

A $f(1) = 1 + \frac{4}{1} = 5$.

B $f(2) = 2 + \frac{4}{2} = 4$.

C $f(5) = 5 + \frac{4}{5} = \frac{29}{5}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là 4 tại điểm $x = 2$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 30. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

(A) $y = -x^3 - x$.

(B) $y = -x^4 - x^2$.

(C) $y = -x^3 + x$.

(D) $y = \frac{x+2}{x-1}$.

Lời giải.

Ta thấy hàm số $y = -x^3 - x$ có

✔ Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

✔ $y' = -3x^2 - 1 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy hàm số $y = -x^3 - x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 31. Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a - 3 \log_2 b = 2$, khẳng định nào dưới đây **đúng**?

(A) $a = 4b^3$.

(B) $a = 3b + 4$.

(C) $a = 3b + 2$.

(D) $a = \frac{4}{b^3}$.

Lời giải.

Ta có $\log_2 a - 3 \log_2 b = 2 \Leftrightarrow \log_2 \frac{a}{b^3} = 2 \Leftrightarrow \frac{a}{b^3} = 2^2 \Leftrightarrow a = 4b^3$.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 32.

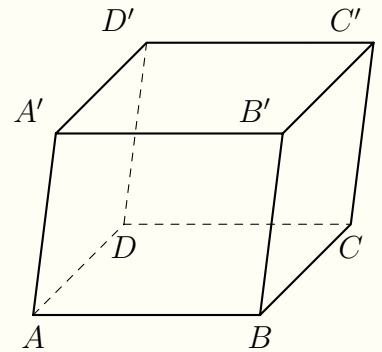
Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng $A'C'$ và BD bằng

(A) 90° .

(B) 30° .

(C) 45° .

(D) 60° .



Lời giải.

$A'C' \perp BD$ nên góc giữa $A'C'$ và BD bằng 90° .

Chọn đáp án (A)

□

Câu 33. Nếu $\int_1^3 f(x)dx = 2$ thì $\int_1^3 [f(x) + 2x]dx$ bằng

(A) 20.

(B) 10.

(C) 18.

(D) 12.

Lời giải.

Ta có $\int_1^3 [f(x) + 2x]dx = \int_1^3 f(x)dx + \int_1^3 2xdx = 2 + x^2 \Big|_1^3 = 2 + (3^2 - 1^2) = 10$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -5; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{-1}$.

Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

A $2x - 5y + 3z - 38 = 0$.

B $2x + 4y - z + 19 = 0$.

C $2x + 4y - z - 19 = 0$.

D $2x + 4y - z + 11 = 0$.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{a} = (2; 4; -1)$.

Phương trình mặt phẳng đi qua $M(2; -5; 3)$ nhận $\vec{a}$ làm véc-tơ pháp tuyến là

$$2(x - 2) + 4(y + 5) - (z - 3) = 0 \Leftrightarrow 2x + 4y - z + 19 = 0.$$

Chọn đáp án **B**

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $i\bar{z} = 5 + 2i$. Phần ảo của z bằng

A 5.

B 2.

C -5.

D -2.

Lời giải.

Ta có $\bar{z} = \frac{5 + 2i}{i} = 2 - 5i$.

Suy ra $z = 2 + 5i$, do đó phần ảo của z là 5.

Chọn đáp án **A**

Câu 36.

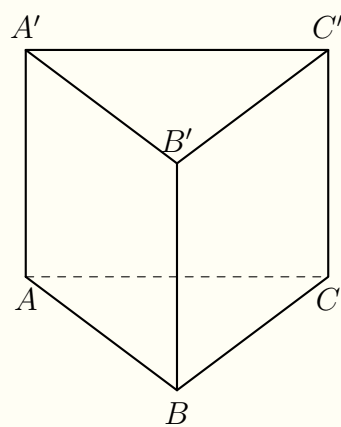
Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB = 4$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng

A $2\sqrt{2}$.

B 2.

C $\sqrt{2}$.

D 4.



Lời giải.

Ta có $\begin{cases} CB \perp AB \\ CB \perp BB' \end{cases} \Rightarrow CB \perp (ABB'A').$

Suy ra $d(C, (ABB'A')) = CB$.

Mà $\triangle ABC$ vuông cân tại B nên $CB = AB = 4$.

Vậy $d(C, (ABB'A')) = CB = 4$.

Chọn đáp án **D**

Câu 37. Từ một hộp chứa 16 quả cầu gồm 7 quả màu đỏ và 9 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời hai quả. Xác suất để lấy được hai quả có màu khác nhau bằng

A $\frac{7}{40}$.

B $\frac{21}{40}$.

C $\frac{3}{10}$.

D $\frac{2}{15}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố “chọn được hai quả màu khác nhau”

Chọn 2 quả từ 16 quả nên không gian mẫu $|n_\Omega| = C_{12}^2$

☑ Chọn 1 quả đỏ từ 7 quả đỏ có C_7^1 cách.

☑ Chọn 1 quả xanh từ 9 quả xanh có C_9^1 cách.

Vậy số cách chọn là $C_7^1 \cdot C_9^1 = 63$.

Xác suất biến cố A là $P = \frac{63}{C_{12}^2} = \frac{21}{40}$.

Chọn đáp án **(B)** □

🔴 Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -2; 3)$, $B(1; 3; 4)$ và $C(3; -1; 5)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là:

(A) $\frac{x-2}{2} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-1}{3}$.

(B) $\frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z+3}{1}$.

(C) $\frac{x-2}{4} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{9}$.

(D) $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{1}$.

💬 Lời giải.

$\overrightarrow{BC} = (2; -4; 1)$. Đường thẳng đi qua A song song với BC nên nhận $\overrightarrow{BC}$ làm một vectơ chỉ phương.

Phương trình đường thẳng là $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{1}$.

Chọn đáp án **(D)** □

🔴 Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(4^x - 5 \cdot 2^{x+2} + 64) \sqrt{2 - \log(4x)} \geq 0$?

(A) 22.

(B) 25.

(C) 23.

(D) 24.

💬 Lời giải.

Điều kiện xác định: $\begin{cases} 4x > 0 \\ 2 - \log(4x) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_{10}(4x) \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 4x \leq 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \leq 25 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \leq 25$.

Vì $\sqrt{2 - \log(4x)} \geq 0$ nên bất phương trình đề bài đã cho tương đương với

$$4^x - 5 \cdot 2^{x+2} + 64 \geq 0 \Leftrightarrow 4^x - 20 \cdot 2^x + 64 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x \leq 4 \\ 2^x \geq 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x \geq 4 \end{cases}$$

So lại với điều kiện xác định, ta có tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (0; 2] \cup [4; 25]$.

Vậy có 22 số nguyên x thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(A)** □

🔴 Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	-5	$+\infty$	

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'(f(x)) = 0$ là

(A) 3.

(B) 4.

(C) 5.

(D) 6.

💬 Lời giải.

Ta có

$$f'(f(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = -1 \\ f(x) = 2 \end{cases}$$

Với $f(x) = -1$, đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -1$. Từ bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = -1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt, suy ra phương trình $f(x) = -1$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

Với $f(x) = 2$, đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 2$. Từ bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = 2$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại một điểm duy nhất, suy ra phương trình $f(x) = 2$ có 1 nghiệm thực (nghiệm này khác 3 nghiệm của phương trình $f(x) = 1$).

Vậy phương trình $f'(f(x)) = 0$ có 4 nghiệm thực phân biệt.

Chọn đáp án **(B)**

□

🔴 Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 12x^2 + 2, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = 3$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2$, khi đó $F(1)$ bằng

(A) -3.

(B) 1.

(C) 2.

(D) 7.

💬 Lời giải.

Ta có $f(x) = \int f'(x) dx = 4x^3 + 2x + C_1$. Vì $f(1) = 3$ nên $C_1 = -3$.

Khi đó $f(x) = 4x^3 + 2x - 3$.

Ta có $F(x) = \int f(x) dx = x^4 + x^2 - 3x + C_2$. Vì $F(0) = 2$ nên $C_2 = 2$.

Khi đó $F(x) = x^4 + x^2 - 3x + 2$.

Vậy $F(1) = 1$.

Chọn đáp án **(B)**

□

🔴 Câu 42. Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có $AC = 4a$, hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) vuông góc với nhau. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

(A) $\frac{16\sqrt{2}}{3}a^3$.

(B) $\frac{8\sqrt{2}}{3}a^3$.

(C) $16a^3$.

(D) $\frac{16}{3}a^3$.

💬 Lời giải.

Ta có S là điểm chung của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

Mặt khác $AB \parallel CD$ nên giao tuyến của (SAB) và (SCD)

là đường thẳng d qua điểm S và song song với AB, CD .

Gọi O là tâm hình vuông suy ra $SO \perp (ABCD)$.

Gọi I là trung điểm AB , J là trung điểm CD . Khi đó

☑ $SI \perp AB \Rightarrow SI \perp d$.

☑ $SJ \perp CD \Rightarrow SJ \perp d$.

Suy ra góc giữa (SAB) và (SCD) là $\widehat{ISJ} = 90^\circ$

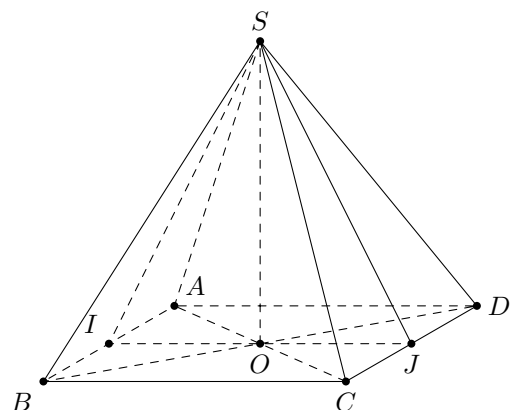
Ta có $AD = \frac{AC}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}a$.

Vì $\triangle ISJ$ vuông tại S nên $SO = \frac{1}{2}IJ = \frac{1}{2}AD = \sqrt{2}a$.

Thể tích $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{2}a \cdot 8a^2 = \frac{8\sqrt{2}}{3}a^3$.

Chọn đáp án **(B)**

□



Câu 43. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2mz + 8m - 12 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2|$?

(A) 5.

(B) 6.

(C) 3.

(D) 4.

Lời giải.

Ta có $\Delta' = m^2 - 8m + 12$.

☑ Nếu $\Delta' > 0$ thì phương trình có hai nghiệm thực. Khi đó, $|z_1| = |z_2| \Leftrightarrow z_1 = -z_2 \Leftrightarrow z_1 + z_2 = 0 \Leftrightarrow m = 0$ (thỏa mãn).

☑ Nếu $\Delta' < 0$, thì phương trình có hai nghiệm phức. Khi đó, là hai số phức liên hợp nên ta luôn có $|z_1| = |z_2|$ hay $m^2 - 8m + 12 < 0 \Leftrightarrow 2 < m < 6$ luôn thỏa mãn.

Vậy có 4 giá trị nguyên của tham số thỏa mãn.

Chọn đáp án (D) □

Câu 44. Gọi S là tập hợp tất cả các số phức z sao cho số phức $w = \frac{1}{|z| - z}$ có phần thực bằng $\frac{1}{8}$. Xét các số phức $z_1, z_2 \in S$ thỏa mãn $|z_1 - z_2| = 2$, giá trị lớn nhất của $P = |z_1 - 5i|^2 - |z_2 - 5i|^2$ bằng

(A) 16.

(B) 20.

(C) 10.

(D) 32.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$), điều kiện $|z| - z \neq 0$ (*); $z_1 = x_1 + y_1i$; $z_2 = x_2 + y_2i$.

$$\text{Ta có } w = \frac{1}{(\sqrt{x^2 + y^2} - x) - yi} = \frac{(\sqrt{x^2 + y^2} - x) + yi}{(\sqrt{x^2 + y^2} - x)^2 + y^2}.$$

Theo đề, ta có

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{x^2 + y^2} - x}{2(x^2 + y^2) - 2x\sqrt{x^2 + y^2}} &= \frac{1}{8} \\ \Leftrightarrow 8(\sqrt{x^2 + y^2} - x) &= 2x^2 + 2y^2 - 2x\sqrt{x^2 + y^2} \\ \Leftrightarrow 4(\sqrt{x^2 + y^2} - x) &= \sqrt{x^2 + y^2}(\sqrt{x^2 + y^2} - x) \\ \Leftrightarrow (\sqrt{x^2 + y^2} - x)(\sqrt{x^2 + y^2} - 4) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} = 4 \\ \sqrt{x^2 + y^2} - x = 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Trường hợp 1: $\sqrt{x^2 + y^2} - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y = 0 \end{cases}$ (không thỏa mãn điều kiện).

Trường hợp 2: $\sqrt{x^2 + y^2} = 4 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 16$

$\Rightarrow x_1^2 + y_1^2 = 16$ và $x_2^2 + y_2^2 = 16$.

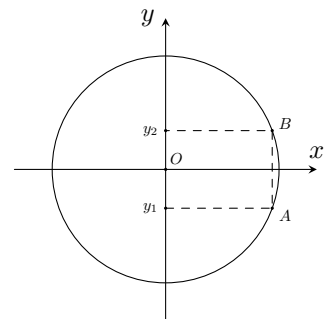
Ta có $|z_1 - z_2| = 2 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = 4 \Leftrightarrow (y_1 - y_2)^2 = 4 - (x_1 - x_2)^2$.

Khi đó $P = x_1^2 + (y_1 - 5)^2 - x_2^2 - (y_2 - 5)^2 = -10 \cdot (y_1 - y_2) \leq 10|y_1 - y_2| = 10 \cdot \sqrt{4 - (x_1 - x_2)^2} \leq 20$.

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x_1 = x_2$ và $|y_1 - y_2| = 2$.

Vậy $\max P = 20$.

Chọn đáp án (A) □



❶ Câu 45. Cho hàm số $f(x) = 3x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có ba điểm cực trị là $-2, -1$ và 1 . Gọi $y = g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị đi qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng

- (A)** $\frac{500}{81}$. **(B)** $\frac{36}{5}$. **(C)** $\frac{2932}{405}$. **(D)** $\frac{2948}{405}$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 12x^3 + 3ax^2 + 2bx + c$. (1)

Mặt khác, vì $y = f(x)$ là hàm số bậc bốn và có ba điểm cực trị $-2, -1, 1$ nên suy ra

$$f'(x) = 12(x+3)(x+1)(x-1) = 12(x^3 + 2x^2 - x - 2) = 12x^3 + 24x^2 - 12x - 24. \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} 3a = 24 \\ 2b = -12 \\ c = -24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = -6 \\ c = -24. \end{cases}$$

Suy ra $f(x) = 3x^4 + 8x^3 - 6x^2 - 24x + d$.

❷ Cách 1:

Ta có $f(x) = f'(x) \left(\frac{1}{4}x + \frac{1}{6} \right) - 7x^2 - 16x + d + 4$.

Khi đó đồ thị đi qua ba điểm cực trị của $f(x)$ là $g(x) = -7x^2 - 16x + d + 4$.

Do đó ta có

$$S = \int_{-2}^1 |f(x) - g(x)| dx = \int_{-2}^1 |3x^4 + 8x^3 + x^2 - 8x - 4| dx = \frac{2948}{405}.$$

❷ Cách 2:

Xét phương trình hoành độ giao điểm của $f(x), g(x)$ là $f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0$.

Nhận xét rằng $f(x) - g(x)$ là hàm số bậc bốn và theo giả thiết, phương trình trên có 3 nghiệm $-2, -1, 1$. Khi đó

$$\begin{aligned} f(x) - g(x) &= 3(x^2 - 1)(x + 2)(mx + n) \\ &= (3x^3 + 6x^2 - 3x - 6)(mx + n) \\ &= 3mx^4 + 3nx^3 + 6mx^3 + 6nx^2 - 3mx^2 - 3nx - 6mx - 6n \\ &= 3mx^4 + 3(n + 2m)x^3 + 3(2n - m)x^2 - 3(n + 2m)x - 6n. \end{aligned}$$

Vì $f(x)$ là hàm số bậc bốn và $g(x)$ là hàm số bậc hai, nên ta có thể đồng nhất hệ số bậc 4 và bậc 3 của $f(x)$ và $f(x) - g(x)$. Suy ra $m = 1$ và $n = \frac{2}{3}$.

Khi đó $f(x) - g(x) = (x + 2)(x^2 - 1)(3x + 2)$.

Do đó

$$S = \int_{-2}^1 |f(x) - g(x)| dx = \int_{-2}^1 |(x + 2)(x^2 - 1)(3x + 2)| dx = \frac{2948}{405}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

❶ Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-4; -3; 3)$ và mặt phẳng $(P) : x + y + z = 0$. Đường thẳng đi qua A , cắt trục Oz và song song với (P) có phương trình là

- (A)** $\frac{x-4}{4} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-3}{-7}$. **(B)** $\frac{x+4}{4} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-3}{1}$.

C $\frac{x+4}{-4} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-3}{1}$.

D $\frac{x+8}{4} = \frac{y+6}{3} = \frac{z-10}{-7}$.

Lời giải.

Gọi d là đường thẳng thỏa đề bài. Đặt $M(0; 0; m) = d \cap Oz$.

- Mặt phẳng (P) có VTPT là $\vec{n} = (1; 1; 1)$, đường thẳng d có VTCP là $\vec{u} = \overrightarrow{AM} = (4; 3; m-3)$.

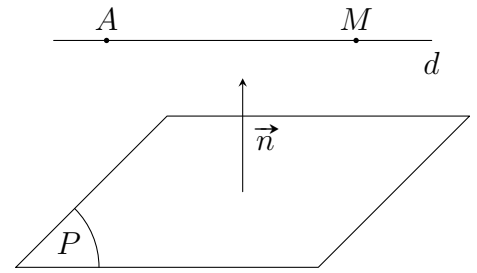
- Vì $d \parallel (P) \Rightarrow \vec{u} \perp \vec{n} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow 4 + 3 + m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = -4$.

- d có VTCP là $\vec{u} = (4; 3; -7)$ nên loại được các phương án $\frac{x+4}{4} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-3}{1}$ và $\frac{x+4}{-4} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-3}{1}$.

- Đường thẳng d qua $A(-4; -3; 3)$ và có VTCP $\vec{u} = (4; 3; -7)$ nên d có PTCT là: $\frac{x+4}{4} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-3}{-7}$.

- Vì d đi qua điểm $N(-8; -6; 10)$ nên $\frac{x+8}{4} = \frac{y+6}{3} = \frac{z-10}{-7}$ là phương trình của d .

Chọn đáp án **D**



Câu 47. Cho khối nón đỉnh S có bán kính đáy bằng $2\sqrt{3}a$. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho $AB = 4a$. Biết khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng (SAB) bằng $2a$, thể tích của khối nón đã cho bằng

A $\frac{8\sqrt{2}}{3}\pi a^3$.

B $4\sqrt{6}\pi a^3$.

C $\frac{16\sqrt{3}}{3}\pi a^3$.

D $8\sqrt{2}\pi a^3$.

Lời giải.

Gọi O là tâm đường tròn đáy và M là trung điểm của AB .

Ta có $SO \perp (OAB)$ và $OM \perp AB$. Dựng $OH \perp SM$ tại H .

Khi đó khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SAB) là $OH = 2a$.

Ta tính được $OM^2 = OA^2 - AM^2 = 12a^2 - 4a^2 = 8a^2$.

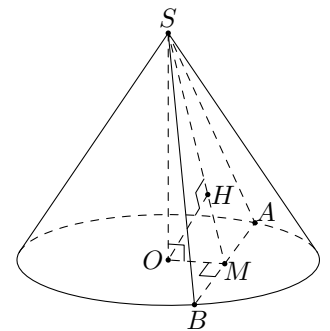
Tam giác SOM vuông tại O có OH là đường cao nên

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OM^2} \Leftrightarrow \frac{1}{OS^2} = \frac{1}{OH^2} - \frac{1}{OM^2} = \frac{1}{4a^2} - \frac{1}{8a^2} = \frac{1}{8a^2}.$$

Suy ra $OS = 2\sqrt{2}a$.

Thể tích của khối nón đã cho là $V = \frac{1}{3} \cdot \pi (2\sqrt{3}a)^2 \cdot 2\sqrt{2}a = 8\sqrt{2}\pi a^3$.

Chọn đáp án **A**



Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên a sao cho ứng với mỗi a , tồn tại ít nhất bốn số nguyên $b \in (-12; 12)$ thỏa mãn $4^{a^2+b} \leq 3^{b-a} + 65$?

A 4.

B 6.

C 5.

D 7.

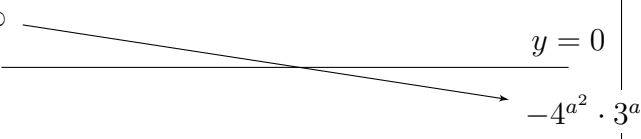
Lời giải.

$$4^{a^2+b} \leq 3^{b-a} + 65 \Leftrightarrow \frac{3^b}{3^a} + 65 \geq 4^{a^2} \cdot 4^b \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^b + 65 \cdot 3^a \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^b - 4^{a^2} \cdot 3^a \geq 0. \quad (1)$$

Hàm số $f(b) = \left(\frac{3}{4}\right)^b + 65 \cdot 3^a \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^b - 4^{a^2} \cdot 3^a$.

Ta có $f'(b) = \left(\frac{3}{4}\right)^b \ln \frac{3}{4} + 65 \cdot 3^a \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^b \ln \frac{1}{4} < 0, \forall b$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	a	$+\infty$
$f'(b)$	$-$	0	$-$
$f(b)$	$+\infty$		

Ta được tập nghiệm $S = (-\infty; \alpha]$.

S chứa ít nhất 4 số nguyên tố $b \in (-12; 12) \Leftrightarrow \{-11; -10; -9; -8\} \subset (-\infty; \alpha] \Leftrightarrow f(-8) \geq 0$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^8 + 65 \cdot 3^a \cdot 4^8 - 4^{a^2} \cdot 3^a \geq 0 \Leftrightarrow a \in \{-3; -2; \dots; 3\} \text{ (TABLE -5 } \rightarrow 5).$$

Chọn đáp án **(D)**

□

🔴 Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x - 4)^2 + (y + 3)^2 + (z + 6)^2 = 50$ và đường thẳng $d : \frac{x}{2} = \frac{y + 2}{4} = \frac{z - 3}{-1}$. Có bao nhiêu điểm M thuộc trục hoành, với hoành độ là số nguyên, mà từ M kẻ được đến (S) hai tiếp tuyến cùng vuông góc với d ?

(A) 29.

(B) 33.

(C) 55.

(D) 28.

💬 Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(4; -3; -6)$, $R = 5\sqrt{2}$.

Ta có $M \in Ox \Rightarrow M(a; 0; 0)$.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa hai tiếp tuyến từ M đến (S) . Khi đó (P) đi qua $M(a; 0; 0)$, vuông góc với đường thẳng d , phương trình mặt phẳng (P) là

$$2(x - a) + 4y - z = 0 \Leftrightarrow 2x + 4y - z - 2a = 0.$$

Ta có M là điểm nằm ngoài mặt cầu, suy ra

$$\text{🔴 } IM > R \Leftrightarrow (a - 4)^2 + 9 + 36 > 50 \Leftrightarrow (a - 4)^2 > 5 \quad (1)$$

$$\text{🔴 } d(I, (P)) < R \Leftrightarrow \frac{|8 - 12 + 6 - 2a|}{\sqrt{21}} < 5\sqrt{2} \Leftrightarrow |2 - 2a| < 5\sqrt{42} \quad (2)$$

Từ (1) và (2), suy ra

$$\begin{cases} (a - 4)^2 > 5 \\ |2 - 2a| < 5\sqrt{42} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 8a + 11 > 0 \\ a^2 - 2a + 1 < \frac{350}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 7 \\ a \leq 1 \\ -15 \leq a \leq 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -15 \leq a \leq 1 \\ 7 \leq a \leq 17. \end{cases}$$

Vì $a \in \mathbb{Z}$, suy ra có 28 điểm M thỏa mãn.

Chọn đáp án **(D)**

□

🔴 Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x^2 + 10x, \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(x^4 - 8x^2 + m)$ có **đúng** 9 điểm cực trị?

(A) 16.

(B) 9.

(C) 15.

(D) 10.

💬 Lời giải.

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -10. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y' = (4x^3 - 16x) \cdot f'(x^4 - 8x^2 + m) = 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} 4x^3 - 16x = 0 \\ f'(x^4 - 8x^2 + m) = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \\ x^4 - 8x^2 + m = 0 \\ x^4 - 8x^2 + m = -10 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \\ m = -x^4 + 8x^2 \quad (1) \\ m + 10 = -x^4 + 8x^2 \quad (2) \end{cases} \end{aligned}$$

Để hàm số $y = f(x^4 - 8x^2 + m)$ có 9 điểm cực trị thì $f'(x^4 - 8x^2 + m) = 0$ phải có 6 nghiệm phân biệt.

Suy ra phương trình (1) phải có 2 nghiệm và phương trình (2) phải có 4 nghiệm.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} -m \geq 0 \\ -16 < -m - 10 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ -10 < m < 6 \end{cases} \Leftrightarrow -10 < m \leq 0.$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-9; -8; \dots; -1; 0\}$.

Vậy có 10 giá trị nguyên m thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án **D**

□

————— HẾT —————

BỘ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
TRƯỜNG THPT NGUYỄN TẤT THÀNH
GV: LÊ QUANG XE - 0967.003.131

PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO 2022
NĂM HỌC 2021 - 2022
Môn: **Toán**
Thời gian làm bài: 90 phút
ĐỀ THAM KHẢO PTMH2022

ĐỀ SỐ 2

Câu 1. Tìm phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$.

- (A) 2. (B) 3. (C) -3 . (D) $-3i$.

Lời giải.

Phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ là -3 .

Chọn đáp án (C)

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x + 1)^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 4$. Tìm tâm I và bán kính r của mặt cầu (S) .

- (A) $I(1; 0; -3)$, $r = 4$. (B) $I(-1; 0; 3)$, $r = 2$. (C) $I(-1; 0; 3)$, $r = 4$. (D) $I(1; 0; -3)$, $r = 2$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm là điểm $I(-1; 0; 3)$ và bán kính $r = 2$.

Chọn đáp án (B)

Câu 3. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x - 2}{2x - 1}$ là

- (A) $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. (B) $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. (C) $I\left(\frac{1}{2}; -1\right)$. (D) $I\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ với $ad - bc \neq 0$ nhận điểm $I\left(-\frac{d}{c}; \frac{a}{c}\right)$ làm tâm đối xứng. Do đó $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ là tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho.

Chọn đáp án (B)

Câu 4. Tập hợp tâm các mặt cầu đi qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng là

- (A) một mặt phẳng. (B) một đường thẳng. (C) một mặt trụ. (D) một mặt cầu.

Lời giải.

Gọi I là tâm mặt cầu đi qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng A, B, C . Suy ra $IA = IB = IC$, do đó I nằm trên trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Chọn đáp án (B)

Câu 5. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x$.

- (A) $\int \sin 2x dx = -\frac{\cos 2x}{2} + C$. (B) $\int \sin 2x dx = -\cos 2x + C$.
(C) $\int \sin 2x dx = \frac{\cos 2x}{2} + C$. (D) $\int \sin 2x dx = 2 \cos 2x + C$.

Lời giải.

Ta có $\int \sin 2x \, dx = \frac{1}{2} \int \sin 2x \, d(2x) = -\frac{\cos 2x}{2} + C$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Tìm giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số đã cho.

(A) $y_{CD} = 2$ và $y_{CT} = -2$.

(B) $y_{CD} = -2$ và $y_{CT} = 2$.

(C) $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = 0$.

(D) $y_{CD} = 0$ và $y_{CT} = 3$.

Lời giải.

Theo bảng biến thiên ta có $y_{CD} = 2$ và $y_{CT} = -2$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 7. Biết rằng S là tập nghiệm của bất phương trình $\log(-x^2 + 100x - 2400) < 2$ có dạng $S = (a; b) \setminus \{x_0\}$. Giá trị $a + b - x_0$ bằng

(A) 50.

(B) 150.

(C) 30.

(D) 100.

Lời giải.

Điều kiện $-x^2 + 100x - 2400 > 0 \Leftrightarrow 40 < x < 60$.

Ta có

$$\log(-x^2 + 100x - 2400) < 2 \Leftrightarrow -x^2 + 100x - 2400 < 10^2 \Leftrightarrow (x - 50)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 50.$$

Vậy $S = (40; 60) \setminus \{50\}$. Do đó $a + b - x_0 = 50$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 8. Cho khối lăng trụ có thể tích V , diện tích đáy là B và chiều cao h . Khẳng định nào sau đây đúng?

(A) $V = \frac{1}{3}Bh$.

(B) $V = \sqrt{Bh}$.

(C) $V = Bh$.

(D) $V = 3Bh$.

Lời giải.

Khối lăng trụ có thể tích V , diện tích đáy là B và chiều cao h thì $V = Bh$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 9. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - 5x + 6)^{-2019}$.

(A) $\mathcal{D} = (-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$.

(B) $\mathcal{D} = (-\infty; 2] \cup [3; +\infty)$.

(C) $\mathcal{D} = (2; 3)$.

(D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2; 3\}$.

Lời giải.

Hàm số $y = (x^2 - 5x + 6)^{-2019}$ xác định khi và chỉ khi

$$x^2 - 5x + 6 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x \neq 3. \end{cases}$$

Vậy tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 5x + 6)^{-2019}$ là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2; 3\}$.

Chọn đáp án **D**



Câu 10. Phương trình $\log_3(x + 2) = 3$ có nghiệm là

- A** 5. **B** 25. **C** 7. **D** -3.

Lời giải.

Ta có $\log_3(x + 2) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x + 2 = 27 \end{cases} \Leftrightarrow x = 25$.

Chọn đáp án **B**



Câu 11. Cho $\int_1^3 f(x) dx = 3$ và $\int_1^3 g(x) dx = 4$, khi đó $\int_1^3 [4f(x) - g(x)] dx$ bằng

- A** 16. **B** 8. **C** 11. **D** 19.

Lời giải.

Ta có $\int_1^3 [4f(x) - g(x)] dx = 4 \int_1^3 f(x) dx - \int_1^3 g(x) dx = 4 \cdot 3 - 4 = 8$.

Chọn đáp án **B**



Câu 12. Tìm số phức z thỏa mãn $z + 2 - 3i = 3 - 2i$.

- A** $z = 1 + i$. **B** $z = 1 - i$. **C** $z = 5 - 5i$. **D** $z = 1 - 5i$.

Lời giải.

$z + 2 - 3i = 3 - 2i \Leftrightarrow z = 1 + i$.

Chọn đáp án **A**



Câu 13. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(2; 0; -1)$, $B(1; 1; 0)$ và (α) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB . Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của (α) ?

- A** $\vec{n}(1; -1; -1)$. **B** $\vec{n}(1; 1; -1)$. **C** $\vec{n}(1; -1; 1)$. **D** $\vec{n}(1; 1; 1)$.

Lời giải.

Do (α) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB nên (α) nhận $\overrightarrow{AB}(-1; 1; 1)$ làm véc-tơ pháp tuyến. Suy ra $\vec{n}(1; -1; -1) = -\overrightarrow{AB}$ cũng là véc-tơ pháp tuyến của (α) .

Chọn đáp án **A**



Câu 14. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u} = (2; 3; -1)$, $\vec{v} = (5; -4; m)$. Tìm m để $\vec{u} \perp \vec{v}$.

- A** $m = 0$. **B** $m = 4$. **C** $m = 2$. **D** $m = -2$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow 10 - 12 - m = 0 \Leftrightarrow m = -2$.

Chọn đáp án **D**



Câu 15. Cho số phức $z = 2 + 5i$. Điểm biểu diễn số phức z trong mặt phẳng Oxy là

- A** $(2; -5)$. **B** $(5; 2)$. **C** $(2; 5)$. **D** $(-2; 5)$.

Lời giải.

Số phức $z = 2 + 5i$ được biểu diễn bởi điểm $M(2; 5)$ trong mặt phẳng Oxy .

Chọn đáp án **C**

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$; $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = b$. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng

A $x = b$.

B $y = b$.

C $x = a$.

D $y = a$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a \Rightarrow y = a$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án **D**

Câu 17. Cho $0 < a \neq 1$ và $b, c > 0$ thỏa mãn $\log_a b = 3$, $\log_a c = -2$. Tính $\log_a (a^3 b^2 \sqrt{c})$.

A -18 .

B 7 .

C 10 .

D 8 .

Lời giải.

Ta có

$$\log_a (a^3 b^2 \sqrt{c}) = \log_a a^3 + \log_a b^2 + \log_a \sqrt{c} = 3 + 2 \log_a b + \frac{1}{2} \log_a c = 3 + 2 \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot (-2) = 8.$$

Chọn đáp án **D**

Câu 18.

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên.

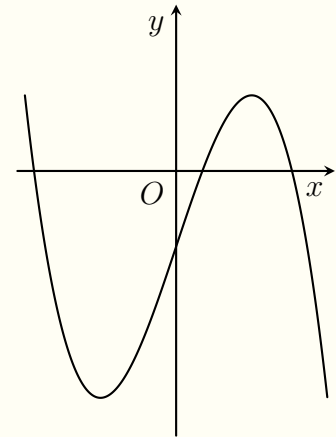
Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

B $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

C $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

D $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

**Lời giải.**

- + Từ hình dáng đồ thị ta suy ra $a < 0$.
- + Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $d < 0$.
- + Hàm số có hai điểm cực trị trái dấu, suy ra $a \cdot c < 0 \Rightarrow c > 0$.
- + Vì hoành độ điểm uốn âm nên $a \cdot b > 0 \Rightarrow b < 0$.

Chọn đáp án **C**

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$. Đường thẳng d đi qua điểm

nào sau đây?

A $K(1; -1; 1)$.

B $H(1; 2; 0)$.

C $E(1; 1; 2)$.

D $F(0; 1; 2)$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua điểm $F(0; 1; 2)$.

Chọn đáp án **(D)**



Câu 20. Một đa giác lồi có 15 cạnh thì có bao nhiêu đường chéo?

(A) 90.

(B) 210.

(C) 195.

(D) 105.

Lời giải.

Chọn 2 đỉnh từ 15 đỉnh của đa giác đã cho, ta được một đường chéo hoặc một cạnh của đa giác. Do đó, số đường chéo của đa giác đã cho là $C_{15}^2 - 15 = 90$.

Chọn đáp án **(A)**



Câu 21. Thể tích khối hộp chữ nhật có chiều dài ba kích thước là 2 cm, 3 cm, 4 cm là

(A) 24 cm^3 .

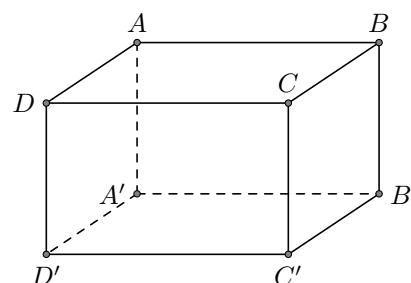
(B) 9 cm^3 .

(C) 18 cm^3 .

(D) 30 cm^3 .

Lời giải.

Thể tích khối hộp chữ nhật là $V = 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24 \text{ cm}^3$.



Chọn đáp án **(A)**



Câu 22. Cho hàm số $f(x) = \log_3(2x + 1)$. Giá trị của $f'(0)$ bằng

(A) $\frac{2}{\ln 3}$.

(B) 0.

(C) $2 \ln 3$.

(D) 2.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = \frac{(2x+1)'}{(2x+1)\ln 3} = \frac{2}{(2x+1)\ln 3} \Rightarrow f'(0) = \frac{2}{\ln 3}$.

Chọn đáp án **(A)**



Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	0	$+\infty$	

Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(2; +\infty)$.

(B) $(-2; 2)$.

(C) $(-\infty; 3)$.

(D) $(0; +\infty)$.

 Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)** □

○ Câu 24. Một khối trụ có độ dài đường sinh bằng 10, biết thể tích của khối trụ bằng 90π . Tính diện tích xung quanh của khối trụ.

(A) 60π .

(B) 78π .

(C) 81π .

(D) 90π .

 Lời giải.

Gọi R, l lần lượt là bán kính và độ dài đường sinh của khối trụ. Chiều cao của khối trụ cũng bằng độ dài đường sinh của khối trụ.

Thể tích V của khối trụ là $V = \pi R^2 l$. Suy ra $R = \sqrt{\frac{V}{\pi l}} = \sqrt{\frac{90\pi}{10\pi}} = 3$.

Diện tích xung quanh của khối trụ là $S_{xq} = 2\pi Rl = 2\pi \cdot 3 \cdot 10 = 60\pi$.

Chọn đáp án **(A)** □

○ Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_1^8 f(x) dx = 9$, $\int_4^{12} f(x) dx = 3$ và

$\int_4^8 f(x) dx = 5$. Tính $\int_1^{12} f(x) dx$.

(A) $I = 17$.

(B) $I = 1$.

(C) $I = 11$.

(D) $I = 7$.

 Lời giải.

Ta có

$$\int_1^4 f(x) dx = \int_1^8 f(x) dx - \int_4^8 f(x) dx = 9 - 5 = 4.$$

Suy ra

$$\int_1^{12} f(x) dx = \int_1^4 f(x) dx + \int_4^{12} f(x) dx = 4 + 3 = 7.$$

Chọn đáp án **(D)** □

○ Câu 26. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -5$ và công sai $d = 3$. Số 100 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng đã cho?

(A) 20.

(B) 36.

(C) 35.

(D) 15.

 Lời giải.

Ta có công thức số hạng của cấp số cộng $u_n = u_1 + (n - 1)d$.

100 là số hạng thứ n khi và chỉ khi $100 = -5 + (n - 1) \cdot 3 \Leftrightarrow 3n = 108 \Leftrightarrow n = 36$.

Vậy 100 là số hạng thứ 36.

Chọn đáp án **(B)** □

○ Câu 27. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x$ là

(A) $F(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x + C$.

(B) $F(x) = \cos 2x + C$.

C $F(x) = \frac{1}{2} \cos 2x + C.$

D $F(x) = -\cos 2x + C.$

Lời giải.

Ta có $\int \sin 2x dx = -\frac{\cos 2x}{2} + C.$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y			2		-1		$+\infty$
	$-\infty$						

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A Hàm số không có cực trị.

B Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1.$

C Hàm số đạt cực đại tại $x = 2.$

D Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2.$

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta có: Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2.$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 29. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 + 3x$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

A 4.

B -4.

C 14.

D -2.

Lời giải.

Ta thấy $f'(x) = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in [-1; 2] \Rightarrow \min_{[-1; 2]} f(x) = f(-1) = -4.$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 30. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2).$

B Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty).$

C Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2).$

D Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0).$

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$, suy ra $y' < 0 \Leftrightarrow x \in (0; 2)$ và $y' > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty).$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$ và đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 0); (2; +\infty).$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 31. Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_3 a = \log_{27} (a^2 \sqrt{b})$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A $a = b^2.$

B $a^3 = b.$

C $a = b.$

D $a^2 = b.$

Lời giải.

Ta có

$$\log_3 a = \log_{27} (a^2 \sqrt{b}) \Leftrightarrow \log_3 a = \frac{1}{3} \log_3 (a^2 \sqrt{b})$$

$$\begin{aligned}
 &\Leftrightarrow 3\log_3 a = \log_3 (a^2\sqrt{b}) \\
 &\Leftrightarrow \log_3 a^3 = \log_3 (a^2\sqrt{b}) \\
 &\Leftrightarrow a^3 = a^2\sqrt{b} \\
 &\Leftrightarrow a = \sqrt{b} \\
 &\Leftrightarrow a^2 = b.
 \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)**

● Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D và $AB = 2a$, $AD = DC = a$, $SA \perp AB$, $SA \perp AD$, $SA = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$. Tính $\cos$ góc giữa hai đường thẳng SD và BC .

(A) $\frac{\sqrt{42}}{28}$.

(B) $\frac{\sqrt{3}}{7}$.

(C) $\frac{\sqrt{3}}{14}$.

(D) $\frac{\sqrt{42}}{14}$.

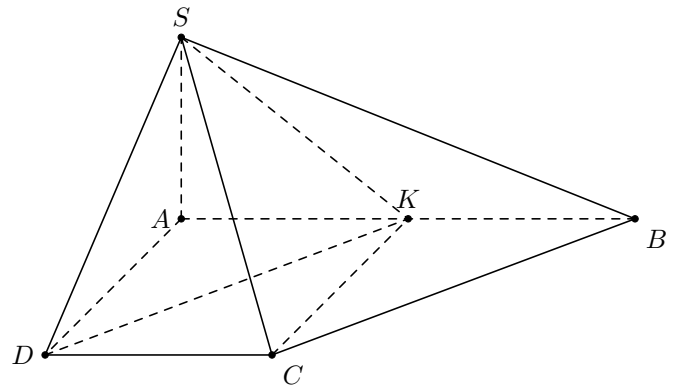
Lời giải.

Gọi K là trung điểm của $AB \Rightarrow$ tứ giác $AKCD$ là hình vuông cạnh $a \Rightarrow AC = DK = a\sqrt{2}$.
Lại có $DKBC$ là hình bình hành suy ra $DK \parallel BC$

Suy ra $\widehat{(SD; BC)} = \widehat{(SD; DK)} = \widehat{SDK}$.

Ta có $SD = SK = \frac{a\sqrt{21}}{3}$.

$$\cos \widehat{SDK} = \frac{SD^2 + DK^2 - SK^2}{2SD \cdot DK} = \frac{\sqrt{42}}{14}.$$



Chọn đáp án **(D)**

● Câu 33. Tích phân $I = \int_0^2 (x+2)^3 dx$ bằng

(A) $I = 56$.

(B) $I = 60$.

(C) $I = 240$.

(D) $I = 120$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } I = \int_0^2 (x+2)^3 dx = \frac{(x+2)^4}{4} \Big|_0^2 = \frac{4^4 - 2^4}{4} = 60.$$

Chọn đáp án **(B)**

● Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $A(0; 1; 2)$, $B(0; -1; 2)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB .

(A) $z - 2 = 0$.

(B) $x - z + 2 = 0$.

(C) $x = 0$.

(D) $y = 0$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của $AB \Rightarrow M(0; 0; 2)$.

Suy ra (P) là mặt phẳng trung trực của AB đi qua M và nhận $\overrightarrow{AB} = (0; -2; 0)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

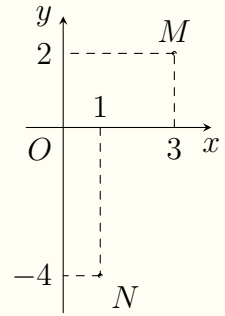
$\Rightarrow (P): y = 0$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 35.

Gọi z_1, z_2 lần lượt có điểm biểu diễn là M và N trên mặt phẳng phức ở hình bên. Khi đó, phần ảo của số phức $\frac{z_1}{z_2}$ là

- (A) $\frac{14}{17}$. (B) $-\frac{1}{4}$. (C) $-\frac{5}{17}$. (D) $\frac{1}{2}$.



Lời giải.

Từ hình vẽ ta có $z_1 = 3 + 2i, z_2 = 1 - 4i$. Vậy $\frac{z_1}{z_2} = \frac{3 + 2i}{1 - 4i} = -\frac{5}{17} + \frac{14}{17}i$.

Chọn đáp án (A)

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách từ đường thẳng AB đến mặt phẳng (SCD) bằng

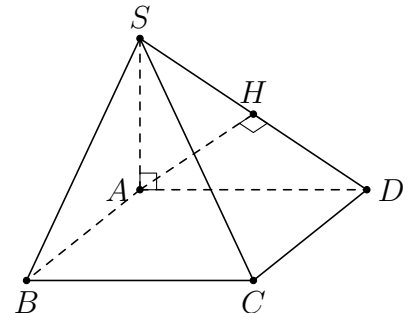
- (A) $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. (B) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. (C) a . (D) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc A lên SD .

Ta có $\begin{cases} CD \perp SA \text{ (vì } SA \perp (ABCD)) \\ CD \perp AD \text{ (vì } ABCD \text{ là hình vuông)} \end{cases}$
 $\Rightarrow CD \perp (SAD)$.

Do đó $\begin{cases} AH \perp CD \text{ (vì } CD \perp (SAD)) \\ AH \perp SD \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SCD)$.



Vậy $d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD)) = AH = \frac{SA \cdot AD}{\sqrt{SA^2 + AD^2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án (D)

Câu 37. Gieo hai đồng xu A và B một cách độc lập với nhau. Đồng xu A chế tạo cân đối, đồng xu B chế tạo không cân đối nên xác suất xuất hiện mặt sấp gấp 3 lần xác suất xuất hiện mặt ngửa. Xác suất để gieo hai đồng xu hai lần thì cả hai đồng xu đều ngửa là

- (A) $\frac{1}{16}$. (B) $\frac{1}{64}$. (C) $\frac{1}{32}$. (D) $\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Xác suất gieo hai đồng xu một lần đều xuất hiện mặt ngửa là $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$.

Do đó, xác suất khi gieo hai đồng xu hai lần đều xuất hiện mặt ngửa là $\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{64}$.

Chọn đáp án (B)

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 4)$ và $(P): -2x + y - z + 5 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình chính tắc là

$$\textcircled{A} \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{4}.$$

$$\textcircled{C} \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-4}{1}.$$

$$\textcircled{B} \frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+4}{-1}.$$

$$\textcircled{D} \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-4}{1}.$$

Lời giải.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (-2; 1; -1)$.

Vì đường thẳng cần tìm vuông góc với (P) nên véc-tơ chỉ phương của nó là $\vec{u} = (2; -1; 1)$.

Phương trình chính tắc của đường thẳng cần tìm là $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-4}{1}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 39. Bất phương trình $2^{x+2} + 8 \cdot 2^{-x} - 33 < 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A Vô số. **B** 6. **C** 7. **D** 4.

Lời giải.

Ta có

$$2^{x+2} + 8 \cdot 2^{-x} - 33 < 0 \Leftrightarrow 4 \cdot 2^{2x} - 33 \cdot 2^x + 8 < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4} < 2^x < 8 \Leftrightarrow -2 < x < 3.$$

Suy ra bất phương trình có 4 nghiệm nguyên $S = \{-1, 0, 1, 2\}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 40. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\cos 2x = m\sqrt{1 + \tan x} \cdot \cos^2 x$ có nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{\pi}{3}\right]$?

A 3. **B** 4. **C** 1. **D** 2.

Lời giải.

Đặt $t = \tan x \Rightarrow t \in [0; \sqrt{3}]$.

Khi đó $\cos^2 x = \frac{1}{1+t^2}$, $\sin^2 x = \frac{t^2}{1+t^2}$ và $\cos 2x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$.

Với $x \in \left[0; \frac{\pi}{3}\right]$, ta có $\cos 2x = m\sqrt{1 + \tan x} \cdot \cos^2 x \Leftrightarrow m = \frac{\cos 2x}{\sqrt{1 + \tan x} \cdot \cos^2 x} = \frac{1-t^2}{\sqrt{1+t}}$.

Đặt $g(t) = \frac{1-t^2}{\sqrt{1+t}} = (1-t)\sqrt{1+t} \Rightarrow g'(t) = \frac{-3t-1}{2\sqrt{1+t}} < 0, \forall t \in [0; \sqrt{3}]$

Ta có bảng biến thiên

t	0	$\sqrt{3}$
$g'(t)$	—	
$g(t)$	1	$\sqrt{1+\sqrt{3}}(1-\sqrt{3})$

Vậy $\sqrt{1+\sqrt{3}}(1-\sqrt{3}) \leq m \leq 1$, suy ra có đúng 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **A** □

- Câu 41.** Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x^3 - 3x + 2$ thỏa mãn $F(-1) = -\frac{3}{2}$. Khi đó phương trình $F(x) = 2x + 1$ có số nghiệm thực là
- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Lời giải.

$$\text{Ta có } F(x) = \int f(x)dx = \int (4x^3 - 3x + 2) dx = x^4 - \frac{3}{2}x^2 + 2x + C.$$

$$\text{Do } F(-1) = -\frac{3}{2} \text{ nên suy ra } (-1)^4 - \frac{3}{2} \cdot (-1)^2 + 2 \cdot (-1) + C = -\frac{3}{2} \Rightarrow C = 1.$$

Từ đó $F(x) = x^4 - \frac{3}{2}x^2 + 2x + 1$. Bởi vậy

$$\begin{aligned} F(x) = 2x + 1 &\Leftrightarrow x^4 - \frac{3}{2}x^2 + 2x + 1 = 2x + 1 \\ &\Leftrightarrow x^4 - \frac{3}{2}x^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}. \end{cases} \end{aligned}$$

Do đó phương trình $F(x) = 2x + 1$ có 3 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án (D)

□

- Câu 42.** Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = 4a$, $BC = 5a$, $CA = 3a$; các mặt phẳng (SAB) , (SBC) , (SCA) cùng tạo với mặt phẳng đáy (ABC) một góc bằng 60° và hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng đáy là một điểm thuộc miền trong của tam giác ABC . Tính khoảng cách từ A đến mp (SBC) .

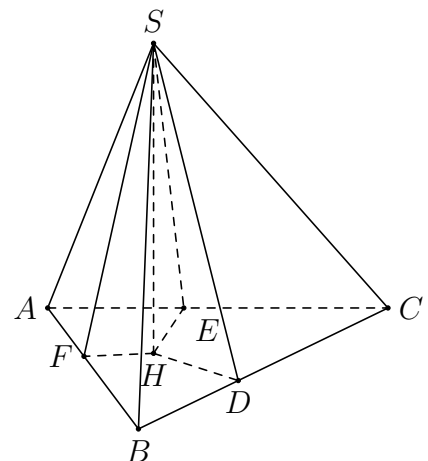
- (A) $\frac{2a\sqrt{3}}{5}$. (B) $3a$. (C) $\frac{5a}{2}$. (D) $\frac{6a\sqrt{3}}{5}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên mp (ABC) . Trong (ABC) gọi D , E , F lần lượt là hình chiếu vuông góc của H lên cạnh BC , CA , AB tương ứng.

Theo đề bài ta có $\widehat{SDH} = \widehat{SEH} = \widehat{SFH} = 60^\circ \Rightarrow \triangle SHD = \triangle SHE = \triangle SHF \Rightarrow HD = HE = HF$ mà H ở miền trong $\triangle ABC$ nên H là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$.

Có $BC^2 = 25a^2 = 16a^2 + 9a^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại A .



$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC = 6a^2 \text{ và nửa chu vi } p = 6a, \text{ do đó } r = \frac{S}{p} = a \text{ hay } HD = a$$

$$\Rightarrow SH = HD \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot 6a^2 \cdot a\sqrt{3} = 2a^3\sqrt{3}.$$

$$\triangle SBC \text{ có } SD \perp BC \text{ (vì } BC \perp SH, BC \perp HD) \text{ nên } S_{\triangle SBC} = \frac{1}{2}BC \cdot SD = \frac{1}{2} \cdot 5a \cdot \sqrt{a^2 + 3a^2} = 5a^2.$$

$$\text{Lại có } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle SBC} \cdot d(A, (SBC)) \Rightarrow d(A, (SBC)) = \frac{3 \cdot 2a^3\sqrt{3}}{5a^2} = \frac{6a\sqrt{3}}{5}.$$

Vậy khoảng cách từ A đến $\text{mp}(SBC)$ bằng $\frac{6a\sqrt{3}}{5}$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 43. Biết rằng phương trình $z^2 + bz + c = 0$ ($b, c \in \mathbb{R}$) có một nghiệm phức là $z_1 = 1 + 2i$.

Khi đó

(A) $b + c = 2$.

(B) $b + c = 3$.

(C) $b + c = 0$.

(D) $b + c = 7$.

Lời giải.

Phương trình bậc hai hệ số thực có nghiệm phức thì hai nghiệm đó là liên hợp của nhau.

Phương trình đã cho có nghiệm còn lại là $z_2 = 1 - 2i$.

Khi đó, theo Vi-et ta có $z_1 + z_2 = -b \Rightarrow b = -2$.

Và $z_1 \cdot z_2 = c \Rightarrow c = 5$. Suy ra $b + c = 3$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 44. Gọi M là giá trị lớn nhất của $\left| \frac{2}{m-i} - 1 \right|$, với m là số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $M \in \left(\frac{12}{5}; \frac{5}{2} \right)$.

(B) $M \in \left(\frac{5}{2}; \frac{7}{2} \right)$.

(C) $M \in \left(0; \frac{12}{5} \right)$.

(D) $M \in \left(\frac{14}{5}; \frac{16}{5} \right)$.

Lời giải.

Ta có

$$\left| \frac{2}{m-i} - 1 \right| = \left| \frac{2-m+i}{m-i} \right| = \frac{|2-m+i|}{|m-i|} = \frac{\sqrt{(2-m)^2+1}}{\sqrt{m^2+1}} = \sqrt{\frac{m^2-4m+5}{m^2+1}}.$$

$$\text{Xét hàm số } f(m) = \sqrt{\frac{m^2-4m+5}{m^2+1}} \Rightarrow f'(m) = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{m^2+1}{m^2-4m+5}} \cdot \frac{4m^2-8m-4}{(m^2+1)^2}$$

$$\Rightarrow f'(m) = 0 \Rightarrow 4m^2 - 8m - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 + \sqrt{2} \\ m = 1 - \sqrt{2} \end{cases}$$

Bảng biến thiên

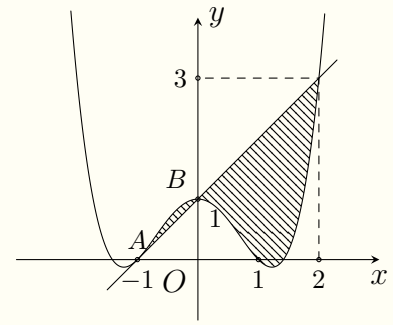
m	$-\infty$	$1 - \sqrt{2}$	$1 + \sqrt{2}$	$+\infty$			
$f'(m)$		+	0	-	0	+	
$f(m)$			$\sqrt{2} + 1$		$\sqrt{2} - 1$		1

$$\text{Vậy } M = \max_{x \in \mathbb{R}} f(m) = f(1 - \sqrt{2}) = \sqrt{2} + 1 \Rightarrow M \in \left(\frac{12}{5}; \frac{5}{2} \right).$$

Chọn đáp án **(A)**

Câu 45.

Cho hàm số đa thức bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị (C) , biết rằng (C) đi qua điểm $A(-1; 0)$. Tiếp tuyến Δ tại A của đồ thị (C) cắt (C) tại hai điểm có hoành độ lần lượt là 0 và 2. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi Δ , đồ thị (C) và hai đường thẳng $x = 0; x = 2$ có diện tích bằng $\frac{56}{5}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi Δ , đồ thị (C) và hai đường thẳng $x = -1; x = 0$ bằng



- A $\frac{2}{5}$.
 B $\frac{1}{20}$.
 C $\frac{1}{10}$.
 D $\frac{1}{5}$.

Lời giải.

Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$. TXĐ: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 4ax^3 + 2bx$.

Phương trình tiếp tuyến Δ của đồ thị (C) tại $A(-1; 0)$ có dạng $y = (-4a - 2b)(x + 1)$.

Do tiếp tuyến Δ tại A của đồ thị (C) cắt (C) tại hai điểm có hoành độ lần lượt là 0 và 2 nên phương trình $ax^4 + bx^2 + c = (-4a - 2b)(x + 1)$ nhận ba nghiệm là $x = -1; x = 0; x = 2$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} c = -a - b \\ b = -3a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 2a \\ b = -3a \end{cases}.$$

Vậy $(C): y = ax^4 - 3ax^2 + 2a = a(x^4 - 3x^2 + 2)$ và $\Delta: y = 2a(x + 1)$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi Δ , đồ thị (C) và hai đường thẳng $x = 0; x = 2$ bằng $\frac{56}{5}$ nên

$$\begin{aligned} \int_0^2 |2a(x + 1) - a(x^4 - 3x^2 + 2)| dx &= \frac{56}{5} \\ \Leftrightarrow \int_0^2 (2a(x + 1) - a(x^4 - 3x^2 + 2)) dx &= \frac{56}{5} \\ \Leftrightarrow a \int_0^2 (-x^4 + 3x^2 + 2x) dx &= \frac{56}{5} \\ \Leftrightarrow a \cdot \left(\frac{-x^5}{5} + x^3 + x^2 \right) \Big|_0^2 &= \frac{56}{5} \\ \Leftrightarrow a \cdot \frac{28}{5} = \frac{56}{5} &\Leftrightarrow a = 2. \end{aligned}$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi Δ , đồ thị (C) và hai đường thẳng $x = -1; x = 0$ là

$$S = \int_{-1}^0 |a(x^4 - 3x^2 + 2) - 2a(x + 1)| dx = \int_{-1}^0 (2x^4 - 6x^2 - 4x) dx = 2 \cdot \left(\frac{x^5}{5} - x^3 - 2x^2 \right) \Big|_{-1}^0 = \frac{2}{5}.$$

Cách khác:

Phương trình đường thẳng $\Delta: y = x + 1$.

Do Δ và (C) cắt nhau tại các điểm có hoành độ $-1; 0; 2$ nên ta có phương trình $a(x + 1)^2 \cdot x \cdot (x - 2) = 0$.

Theo bài ta có phương trình $a \int_0^2 |(x + 1)^2 x \cdot (x - 2)| dx = \frac{56}{5} \Rightarrow a = 2$.

Từ đó ta được $S = \int_{-1}^0 [2(x + 1)^2 x \cdot (x - 2)] dx = \frac{2}{5}$.

Chọn đáp án A



- Câu 46.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{-2}$. Đường thẳng đi qua A , vuông góc với d và cắt trục Ox có phương trình là
- (A) $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \\ z = t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$.

Lời giải.

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm và $B = \Delta \cap Ox \Rightarrow B(b; 0; 0)$ và $\overrightarrow{BA} = (1-b; 2; 3)$.

Do $\Delta \perp d$, Δ qua A nên $\overrightarrow{BA} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow 2(1-b) + 2 - 6 = 0 \Leftrightarrow b = -1$.

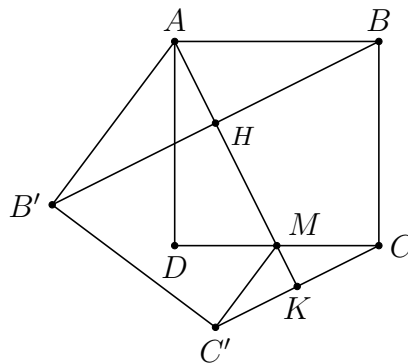
Từ đó Δ qua $B(-1; 0; 0)$, có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{BA} = (2; 2; 3)$ nên $\Delta: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 3t. \end{cases}$

Chọn đáp án (A) □

- Câu 47.** Cho hình vuông $ABCD$ cạnh 1, điểm M là trung điểm của CD . Cho hình vuông (tính cả điểm trong của nó) quay quanh trục là đường thẳng AM ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích khối tròn xoay đó.

- (A) $\frac{7\sqrt{10}\pi}{15}$. (B) $\frac{7\sqrt{5}\pi}{30}$. (C) $\frac{7\sqrt{2}\pi}{30}$. (D) $\frac{7\sqrt{2}\pi}{15}$.

Lời giải.



Thể tích V của khối tròn xoay là $V = V_1 + V_2 - V_3$. Trong đó V_1 là thể tích của khối nón với đường sinh AB , bán kính đáy BH , V_2 là thể tích của khối nón cụt với đường sinh BC , bán kính đáy lớn BH , bán kính đáy nhỏ CK , V_3 là thể tích của khối nón với đường sinh MC , bán kính đáy CK .

Ta có $AH = \frac{1}{\sqrt{5}}$; $BH = \frac{2}{\sqrt{5}}$; $CK = \frac{1}{\sqrt{5}}$; $MK = \frac{1}{2\sqrt{5}}$.

Khi đó

$$V_1 = \frac{1}{3}AH \cdot \pi \cdot HB^2 = \frac{4\sqrt{5}\pi}{75}; V_2 = \frac{1}{3}\pi(BH^2 + CK^2 + BH \cdot CK)HK = \frac{14\sqrt{5}\pi}{75}; V_3 = \frac{1}{3}MK \cdot \pi \cdot CK^2 = \frac{\sqrt{5}\pi}{150}.$$

Vậy $V = \frac{7\sqrt{5}\pi}{30}$.

Chọn đáp án (B) □

- Câu 48.** Số giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\ln(x^2 + 2x + m) > 2\ln(2x - 1)$ chứa đúng 2 số nguyên là

- (A) 4. (B) 8. (C) 3. (D) 9.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & \ln(x^2 + 2x + m) > 2\ln(2x - 1) \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \ln(x^2 + 2x + m) > \ln(2x - 1)^2 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x^2 + 2x + m > (2x - 1)^2 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 3x^2 - 6x + 1 < m \quad (1) \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Xét hàm số $y = 3x^2 - 6x + 1 < m$ với $x > \frac{1}{2}$ có bảng biến thiên

x	$\frac{1}{2}$	1	2	3	$+\infty$
y	$-\frac{5}{4}$	-2	1	10	$+\infty$

Để bất phương trình (1) có nghiệm thì $m > -2$, khi đó (1) luôn có một nghiệm nguyên $x = 1$. Do đó, để (1) có đúng 2 nghiệm nguyên thì 2 nghiệm nguyên đó là $x = 1$ và $x = 2$. Khi đó $2 \leq m \leq 10$. Vậy có 9 giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình đã cho chứa đúng 2 số nguyên.

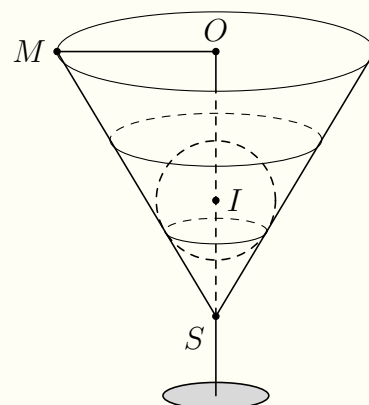
Chọn đáp án **D**

□

Câu 49.

Cho cốc nước như hình vẽ. Phần trên là hình nón đỉnh S , đáy là hình tròn tâm O bán kính $R = \sqrt{5}$ dm, chiều cao $h = SO = \sqrt{7}$ dm. Trong cốc nước đã chứa một lượng nước có chiều cao $a = 2$ dm so với đỉnh S . Người ta bỏ vào cốc nước một viên bi hình cầu thì nước dâng lên vừa phủ kín quả cầu. Hãy tính gần đúng bán kính của viên bi.

- A** 0,9 dm. **B** 1,0 dm. **C** 1,1 dm. **D** 0,8 dm.



Lời giải.

Đặt r là bán kính viên bi, V_1 là thể tích nước ban đầu; V_2 là thể tích của viên bi, V là tổng thể tích của lượng nước và viên bi. Đặt $\alpha = \widehat{OSM}$, ta có $\tan \alpha = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}$, $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{12}}$, $\cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{12}}$. Suy ra

$$SD = ID + SI = \frac{r}{\sin \alpha} + r = \frac{r(1 + \sin \alpha)}{\sin \alpha},$$

$$DX = SI \tan \alpha = \frac{r(1 + \sin \alpha)}{\cos \alpha}.$$

Do đó

$$V = \frac{\pi}{3} \cdot DX^2 \cdot SD = \frac{\pi r^3 (1 + \sin \alpha)^3}{3 \sin \alpha \cos^2 \alpha}.$$

Gọi r_1 là bán kính đường tròn đáy của lượng nước ban đầu, ta có $r_1 = a \tan \alpha = 2 \tan \alpha$ nên

$$V_1 = \frac{\pi}{3} \cdot r_1^2 \cdot a = \frac{8\pi \tan^2 \alpha}{3}.$$

Ta có phương trình

$$V = V_1 + V_2$$

$$\Rightarrow \frac{\pi r^3 (1 + \sin \alpha)^3}{3 \sin \alpha \cos^2 \alpha} = \frac{8\pi \tan^2 \alpha}{3} + \frac{4\pi r^3}{3}.$$

Giải phương trình, ta được $r = \sqrt[3]{\frac{200}{65 + 54\sqrt{15}}} \approx 0,9$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 50. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ với $a > 0$, $c > 2018$ và $a + b + c < 2018$. Số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x) - 2018|$ là

A 1.

B 3.

C 5.

D 7.

Lời giải.

Từ giả thiết $a > 0$, $c > 2018$ và $a + b + c < 2018$ suy ra $b < 0$ nên $ab < 0$.

Vậy hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có 3 cực trị trong đó $A(0; c)$, $B\left(-\sqrt{-\frac{b}{2a}}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$, $C\left(\sqrt{-\frac{b}{2a}}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$.

Khi đó hàm số $y = f(x) - 2018$ có ba điểm cực trị. (1)

$$A_1(0; c - 2018), B_1\left(-\sqrt{-\frac{b}{2a}}; -\frac{\Delta}{4a} - 2018\right), C_1\left(\sqrt{-\frac{b}{2a}}; -\frac{\Delta}{4a} - 2018\right).$$

Ta có $c - 2018 > 0$ nên A_1 nằm bên trên trục hoành.

Ta có $f(1) = a + b + c - 2018 < 0$ nên B_1, C_1 nằm bên dưới trục hoành.

Vậy đồ thị hàm số $y = f(x) - 2018$ cắt Ox tại 4 điểm phân biệt. (2)

Từ (1) và (2) suy ra hàm số $y = |f(x) - 2018|$ có 7 điểm cực trị.

Chọn đáp án **D**

□

HẾT

BỘ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
TRƯỜNG THPT NGUYỄN TẤT THÀNH
GV: LÊ QUANG XE - 0967.003.131

PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO 2022
NĂM HỌC 2021 - 2022
Môn: **Toán**
Thời gian làm bài: 90 phút
ĐỀ THAM KHẢO PTMH2022

ĐỀ SỐ 3

Câu 1. Các số thực x, y thỏa mãn $x + iy = 3 - 4i$ với i là đơn vị ảo là

- (A) $\begin{cases} x = 3 \\ y = -4 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x = -4 \\ y = 3 \end{cases}$ (C) $\begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$

Lời giải.

$$x + iy = 3 - 4i \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -4 \end{cases}$$

Chọn đáp án (A)

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, tâm của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 6z - 2 = 0$ có tọa độ là

- (A) $A(-4; 2; 6)$. (B) $C(4; -2; -6)$. (C) $B(-2; 1; 3)$. (D) $D(2; -1; -3)$.

Lời giải.

Tâm của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 6z - 2 = 0$ có tọa độ là $(2; -1; -3)$.

Chọn đáp án (D)

Câu 3. Đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ nhận :

- (A) Trục tung làm trục đối xứng. (B) Gốc tọa độ O làm tâm đối xứng.
(C) Điểm $I(-1; 0)$ làm tâm đối xứng. (D) Đường thẳng $x = 1$ làm trục đối xứng.

Lời giải.

Ta có: $y' = 3x^2 + 6x = 0$

$y'' = 6x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow y = 0$.

Hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ là hàm đa thức bậc ba nên nhận điểm $I(-1; 0)$ làm tâm đối xứng.

Chọn đáp án (C)

Câu 4. Khối cầu bán kính $R = 2a$ có thể tích là

- (A) $\frac{8\pi a^3}{3}$. (B) $16\pi a^2$. (C) $\frac{32\pi a^3}{3}$. (D) $6\pi a^3$.

Lời giải.

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi (2a)^3 = \frac{32\pi a^3}{3}$$

Chọn đáp án (C)

Câu 5. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2$ là

- (A) $\frac{x^3}{2} + C$. (B) $x^3 + C$. (C) $\frac{x^3}{3} + C$. (D) $3x^3 + C$.

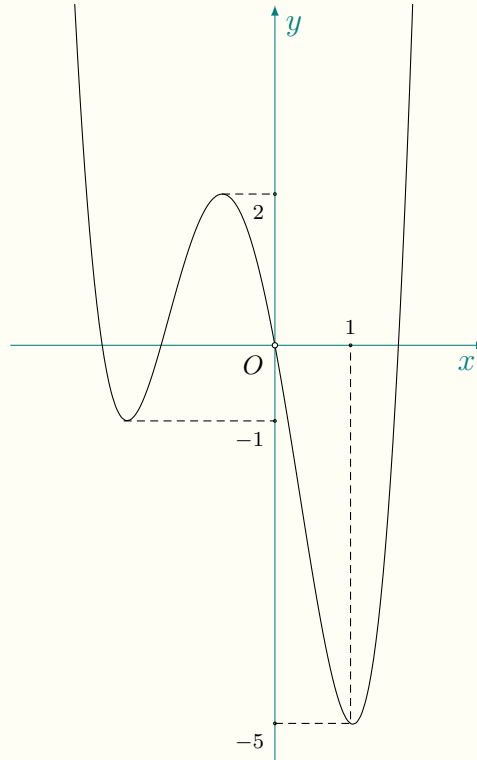
Lời giải.

Ta có $\int f(x) dx = \int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 6. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ



Số điểm cực trị của hàm số là

(A) 2.

(B) 3.

(C) 4.

(D) 5.

Lời giải.

Nhìn hình vẽ ta thấy đồ thị hàm số có 3 cực trị.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x-1} > 27$ là

(A) $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

(B) $(2; +\infty)$.

(C) $(3; +\infty)$.

(D) $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Ta có $3^{2x-1} > 27 \Leftrightarrow 2x - 1 > 3 \Leftrightarrow x > 2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(2; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 8. Cho hình lăng trụ đứng có diện tích đáy là $3a^2$, độ dài cạnh bên bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ bằng

(A) $6a^3$.

(B) a^3 .

(C) $3a^3$.

(D) $2a^3$.

Lời giải.

Hình lăng trụ đứng có độ dài đường cao bằng cạnh bên nên $h = 2a$, diện tích đáy là $B = 3a^2$. Ta có thể tích khối lăng trụ bằng $V = Bh = 6a^3$.

Chọn đáp án **A**



Câu 9. Hàm số $y = x^\pi + (x-1)^e$ có tập xác định là

- A** $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. **B** $(1; +\infty)$. **C** $\mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$. **D** $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $\begin{cases} x > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$.

Chọn đáp án **B**



Câu 10. Tìm nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 27$.

- A** $x = 9$. **B** $x = 3$. **C** $x = 4$. **D** $x = 10$.

Lời giải.

Ta có $3^{x-1} = 27 \Leftrightarrow 3^{x-1} = 3^3 \Leftrightarrow x-1 = 3 \Leftrightarrow x = 4$

Chọn đáp án **C**



Câu 11. Tích phân $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin^2 x}$ bằng

- A** $\cot \frac{\pi}{3} - \cot \frac{\pi}{4}$. **B** $\cot \frac{\pi}{3} + \cot \frac{\pi}{4}$. **C** $-\cot \frac{\pi}{3} + \cot \frac{\pi}{4}$. **D** $-\cot \frac{\pi}{3} - \cot \frac{\pi}{4}$.

Lời giải.

$$I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} = -\left(\cot \frac{\pi}{3} - \cot \frac{\pi}{4}\right) = -\cot \frac{\pi}{3} + \cot \frac{\pi}{4}.$$

Chọn đáp án **C**



Câu 12. Thu gọn số phức $z = i + (2-4i) - (3-2i)$ về dạng $z = a + bi$, $(a, b \in \mathbb{R})$. Tính $S = a - b$.

- A** $S = 2$. **B** $S = 0$. **C** $S = -1$. **D** $S = -2$.

Lời giải.

Ta có $z = i + (2-4i) - (3-2i) = -1 - i \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow S = a - b = -1 - (-1) = 0$.

Chọn đáp án **B**



Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + y + 3z - 1 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

- A** $\vec{n}_4 = (1; 3; 2)$. **B** $\vec{n}_1 = (3; 1; 2)$. **C** $\vec{n}_3 = (2; 1; 3)$. **D** $\vec{n}_2 = (-1; 3; 2)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(P): 2x + y + 3z - 1 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_3 = (2; 1; 3)$.

Chọn đáp án **C**



Câu 14. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1; 2; 3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oxy) là điểm

- (A) $Q(0; 2; 0)$. (B) $M(0; 0; 3)$. (C) $P(1; 0; 0)$. (D) .

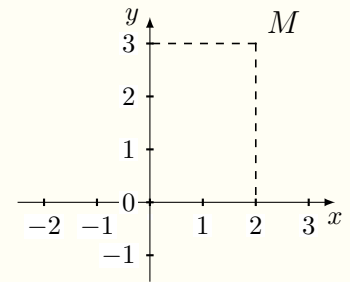
Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 2; 3)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm $N(1; 2; 0)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 15.

Điểm M trong hình vẽ bên là biểu diễn số phức



- (A) $z = 3 + 2i$. (B) $z = 3 - 2i$. (C) $z = 2 - 3i$. (D) $z = 2 + 3i$.

Lời giải.

Trục thực (trục Ox) chỉ số 2, trục ảo (trục Oy) chỉ số 3. Vậy đáp án là $z = 2 + 3i$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 16. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 3}{x + 1}$ có các đường tiệm cận đứng và ngang lần lượt là

- (A) $x = 2, y = 1$. (B) $x = -3, y = -1$. (C) $x = -1, y = -1$. (D) $x = -1, y = 2$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x - 3}{x + 1} = 2$ và $\lim_{x \rightarrow (-1)^{\pm}} \frac{2x - 3}{x + 1} = \mp\infty$ nên đồ thị hàm số đã cho nhận đường thẳng $x = -1$ làm tiệm cận đứng và nhận đường thẳng $y = 2$ làm tiệm cận ngang.

Chọn đáp án (D) □

Câu 17. Với a và b là các số thực dương, $a \neq 1$. Biểu thức $\log_a (a^2 b)$ bằng

- (A) $2 - \log_a b$. (B) $2 + \log_a b$. (C) $1 + 2 \log_a b$. (D) $2 \log_a b$.

Lời giải.

Ta có $\log_a (a^2 b) = \log_a a^2 + \log_a b = 2 + \log_a b$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 18.

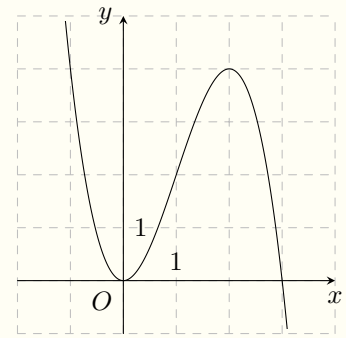
Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số nào dưới đây?

A $y = -x^4 + 3x^2 + 1.$

B $y = -x^3 + 3x^2.$

C $y = -x^3 + 3x.$

D $y = -x^3 - 3x^2.$



Lời giải.

Đồ thị hàm bậc ba với hệ số $a < 0$.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(3; 0)$ nên là đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2$.

Chọn đáp án **B**

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A $M(3; 2; 1).$

B $M(-3; 2; 1).$

C $M(3; -2; -1).$

D $M(1; -1; 2).$

Lời giải.

Lần lượt thay tọa độ các điểm M vào phương trình của d ta thấy điểm $M(-3; 2; 1)$ thỏa mãn phương trình của d .

Chọn đáp án **B**

Câu 20. Một lớp học có 40 học sinh gồm 15 nam và 25 nữ. Giáo viên cần chọn 3 học sinh tham gia lao động. Hỏi có bao nhiêu cách chọn khác nhau?

A 9880.

B 59280.

C 2300.

D 455.

Lời giải.

Mỗi cách chọn ra 3 học sinh để tham gia lao động từ 40 học sinh là một tổ hợp chập 3 của 40 phần tử.

Vậy có $C_{40}^3 = 9880$ cách.

Chọn đáp án **A**

Câu 21.

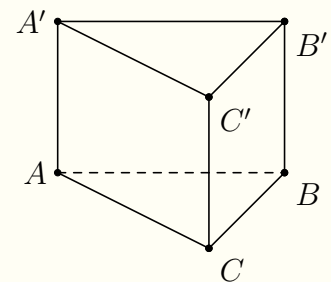
Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AA' = a$, tam giác ABC đều và có cạnh bằng a . Thể tích của khối lăng trụ đã cho là

A $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$

B $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$

C $\frac{a^3}{2}.$

D $a^3.$



Lời giải.

$$\text{Thể tích } V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$

Chọn đáp án **A**

Câu 22. Đạo hàm của hàm số $y = 2020^x$ là

A $y' = x \cdot 2020^{x-1}$.

B $y' = 2020^x \cdot \log 2020$.

C $y' = 2020^x \cdot \ln 2020$.

D $y' = \frac{2020^x}{\ln 2020}$.

Lời giải.

Với $y = 2020^x$, ta có $y' = 2020^x \cdot \ln 2020$.

Chọn đáp án **C**

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty; +\infty)$, có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-1	$+\infty$	

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3)$. **B** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

C Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$. **D** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Lời giải.

✔ Mệnh đề: “Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3)$ ” đúng.

✔ Mệnh đề: “Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$ ” sai.

✔ Mệnh đề: “Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$ ” sai.

✔ Mệnh đề: “Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ ” sai.

Chọn đáp án **A**

Câu 24. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh 1. Khi quay hình vuông $ABCD$ quanh cạnh AB ta được một hình trụ, hỏi hình trụ này có diện tích toàn phần bằng bao nhiêu?

A 3π .

B 2π .

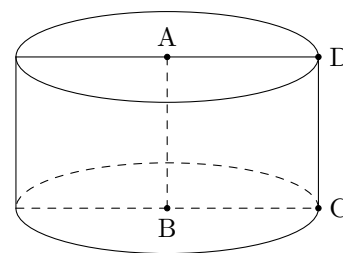
C $2\pi + 2$.

D 4π .

Lời giải.

Khi quay hình vuông $ABCD$ quanh AB ta được hình trụ có bán kính $r = AD = 1$, chiều cao $h = AB = 1$.

Do đó, $S_{tp} = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi + 2\pi = 4\pi$.



Chọn đáp án **D**

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 3]$. Nếu $\int_0^3 f(x)dx = 2$ thì tích phân $\int_0^3 [x -$

$3f(x)]dx$ có giá trị bằng

(A) -3 .

(B) 3 .

(C) $\frac{3}{2}$.

(D) $-\frac{3}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \int_0^3 [x - 3f(x)]dx = \int_0^3 xdx - 3 \int_0^3 f(x)dx = \frac{1}{2}x^2 \Big|_0^3 - 6 = \frac{9}{2} - 6 = -\frac{3}{2}.$$

Chọn đáp án (D)

Câu 26. Cho cấp số cộng (u_n) gồm các số hạng theo thứ tự $2, a, 6, b$. Khi đó tích ab bằng

(A) 22 .

(B) 40 .

(C) 12 .

(D) 32 .

Lời giải.

Theo tính chất của cấp số cộng:

$$\begin{cases} 2 + 6 = 2a \\ a + b = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 8 \end{cases} \Rightarrow a \cdot b = 32.$$

Chọn đáp án (D)

Câu 27. Phát biểu nào sau đây là đúng?

(A) $\int e^x dx = e^{-x} + C$.

(B) $\int e^x dx = -e^x + C$.

(C) $\int e^x dx = e^x + C$.

(D) $\int e^x dx = -e^{-x} + C$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \int e^x dx = e^x + C.$$

Chọn đáp án (C)

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đạt cực đại tại điểm

x	$-\infty$	-3	1	4	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-2	3	$-\infty$	$+\infty$

(A) $x = 3$.

(B) $x = -3$.

(C) $x = 1$.

(D) $x = 4$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên, nhận thấy $f'(x)$ đổi dấu từ $+$ sang $-$ tại $x = 1$, do đó hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 1$ và $y_{CD} = 3$.

Chọn đáp án (C)

Câu 29. Hàm số $y = \frac{x - m^2}{x + 1}$ có giá trị nhỏ nhất trên $[0; 1]$ bằng -1 khi

A $m = -1$.

B $m = \pm 1$.

C $m = 1$.

D $m = 0$.

Lời giải.Tập xác định $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.Ta có $y' = \frac{1+m^2}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$ suy ra hàm số đồng biến trên $[0; 1]$.Lại có $y(0) = -m^2; y(1) = \frac{1-m^2}{2}$. Do hàm số đồng biến trên $[0; 1]$ nên $y(0) < y(1)$.Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[0; 1]$ là $y(0) = -m^2 = -1 \Leftrightarrow m = \pm 1$.Chọn đáp án **B** □**Câu 30.** Hàm số nào sau đây là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A $y = \tan x + \cos x$.

B $y = \frac{3x-4}{2x+1}$.

C $y = \sqrt{x^2 - x + 4}$.

D $y = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.

Lời giải.✔ Hàm số $y = \tan x + \cos x$ có tập xác định $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ do đó không thể đồng biến trên $\mathbb{R}$.✔ Hàm số $y = \frac{3x-4}{2x+1}$ có tập xác định $\mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{2}\}$ do đó không thể đồng biến trên $\mathbb{R}$.✔ Hàm số $y = \sqrt{x^2 - x + 4}$ có tập xác định $\mathbb{R}$ và $y' = \frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x+4}}$.Suy ra $y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ và y' đổi dấu khi x qua giá trị $\frac{1}{2}$.Suy ra hàm số không đồng biến trên $\mathbb{R}$.✔ Hàm số $y = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ có tập xác định $\mathbb{R}$ và $y' = \frac{1}{\sqrt{(x^2+1)^3}} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.Chọn đáp án **D** □**Câu 31.** Cho x, y là hai số dương khác 1. Mệnh đề nào sau đây sai?

A $\ln x + \ln y = \ln(xy)$.

B $\log_5^2 xy = \log_5^2 x + \log_5^2 y$.

C $\log_x y = \frac{\ln x}{\ln y}$.

D $\log \frac{x}{y} = \log x - \log y$.

Lời giải.Xét đẳng thức $\log_5^2 xy = \log_5^2 x + \log_5^2 y$. Chọn $x = y = 5$, ta có

$$\log_5^2 xy = (\log_5 xy)^2 = 4; \quad \log_5^2 x + \log_5^2 y = (\log_5 5)^2 + (\log_5 5)^2 = 2.$$

Vậy đẳng thức $\log_5^2 xy = \log_5^2 x + \log_5^2 y$ là sai.Chọn đáp án **B** □**Câu 32.** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD$. Gọi I, J, E, F lần lượt là trung điểm của AC, BC, BD, AD . Góc giữa IE và JF bằng

A 30° .

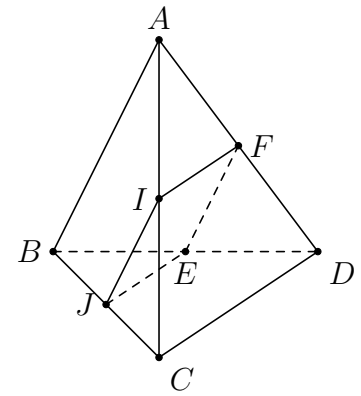
B 45° .

C 90° .

D 60° .

Lời giải.

Ta có $IJ \parallel AB$ và $EF \parallel AB$ nên $IJ \parallel EF$. Tương tự $JE \parallel IF$ nên tứ giác $IJEF$ là hình bình hành.
Vì $AB = CD$ nên $IJ = \frac{AB}{2} = \frac{CD}{2} = JE$. Do đó $IJEF$ là hình thoi, suy ra $IE \perp JF$. Hay $(IE, JF) = 90^\circ$.



Chọn đáp án **C**



Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^2 f(x)dx = -1$ và $\int_1^2 f(x)dx = 4$. Giá trị của $\int_0^1 f(x)dx$ bằng
A 5. **B** -5. **C** -3. **D** 3.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\int_0^2 f(x) dx &= \int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx \\ \Leftrightarrow -1 &= \int_0^1 f(x) dx + 4 \\ \Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx &= -1 - 4 = -5.\end{aligned}$$

Chọn đáp án **B**



Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 4; 3)$, $B(3; -6; 5)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực (P) của đoạn thẳng AB .
A $x + 5y - z - 11 = 0$. **B** $x + 5y - z + 11 = 0$.
C $x - 5y + z + 16 = 0$. **D** $x - 5y + z - 11 = 0$.

Lời giải.

Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là $M(2; -1; 4)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; -10; 2)$, nên suy ra mặt phẳng trung trực (P) của đoạn thẳng AB có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -5; 1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là

$$1 \cdot (x - 2) - 5 \cdot (y + 1) + 1 \cdot (z - 4) = 0 \text{ hay } (P): x - 5y + z - 11 = 0.$$

Chọn đáp án **D**



Câu 35. Cho số phức $z = (1 - 2i)^2$. Tính mô-đun của số phức $\frac{1}{z}$.

A $\frac{1}{5}$.

B $\sqrt{5}$.

C $\frac{1}{25}$.

D $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Lời giải.

Ta có $z = (1 - 2i)^2 = 1 - 4i + 4i^2 = -3 - 4i$.

$$\Rightarrow \frac{1}{z} = \frac{1}{-3 - 4i} = -\frac{3}{25} + \frac{4}{25}i.$$

$$\text{Do đó } \left| \frac{1}{z} \right| = \sqrt{\left(-\frac{3}{25} \right)^2 + \left(\frac{4}{25} \right)^2} = \frac{1}{5}.$$

Chọn đáp án **A**

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ đều có $AB = 2a$, $SO = a$ với O là giao điểm của AC và BD . Khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (SCD) bằng

A $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B $a\sqrt{2}$.

C $\frac{a}{2}$.

D $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của CD và H là trung điểm SI .

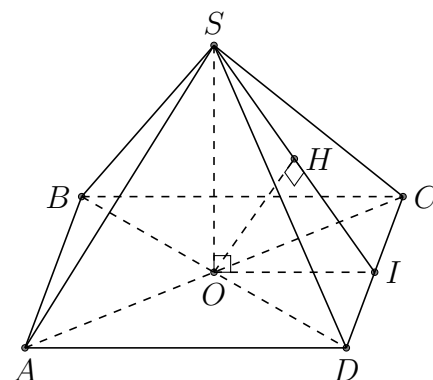
Vì $SC = SD$ nên $SI \perp CD$ mà $SO \perp CD \Rightarrow CD \perp (SOI)$.

Suy ra $CD \perp OH$.

$$\text{Lại có } OI = \frac{BC}{2} = a \text{ nên } \triangle SOI \text{ cân tại } O \Rightarrow OH \perp SI. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $OH \perp (SCD)$.

$$\text{Dẫn tới } d[O, (SCD)] = OH = \frac{SI}{2} = \frac{SO\sqrt{2}}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$



Chọn đáp án **D**

Câu 37. Một đề thi trắc nghiệm gồm 50 câu, mỗi câu có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có 1 phương án đúng, mỗi câu trả lời đúng được 0,2 điểm. Bạn An làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên 1 trong 4 phương án ở mỗi câu. Tính xác suất để An được 6 điểm.

A $1 - 0,25^{20} \cdot 0,75^{30}$.

B $0,25^{20} \cdot 0,75^{30}$.

C $0,25^{30} \cdot 0,75^{20}$.

D $0,25^{30} \cdot 0,75^{20} \cdot C_{50}^{20}$.

Lời giải.

Để làm được 6 điểm thì An phải trả lời đúng 30 câu.

Xác suất trả lời đúng một câu là $\frac{1}{4} = 0,25$.

Xác suất để A đạt 6 điểm là $0,25^{30} \cdot 0,75^{20}$.

Chọn đáp án **C**

Câu 38. Phương trình đường thẳng song song với đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{-1}$ và cắt hai đường thẳng $d_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$; $d_2: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$ là

A $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$.

B $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-1}$.

C $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}$.

D $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{1}$.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (1; 1; -1)$.

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm và $A = \Delta \cap d_1$, $B = \Delta \cap d_2$. Suy ra: $\begin{cases} A(-1+2a; -1+a; 2-a) \\ B(1-b; 2+b; 3+3b) \end{cases}$.

Khi đó: $\overrightarrow{AB} = (-b-2a+2; b-a+3; 3b+a+1)$.

Vì đường thẳng Δ song song với đường thẳng d nên $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\vec{u}$.

Suy ra: $\frac{-b-2a+2}{1} = \frac{b-a+3}{1} = \frac{3b+a+1}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(1; 0; 1) \\ B(2; 1; 0) \end{cases}$.

Thay $A(1; 0; 1)$ vào đường thẳng d ta thấy $A \notin d$.

Vậy phương trình đường thẳng Δ : $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$.

Chọn đáp án **A**



Câu 39. Tìm m để bất phương trình $\log^2 x + 3\log x + m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi x thuộc tập xác định.

A $m \geq \frac{9}{4}$.

B $m \leq \frac{9}{4}$.

C $m < \frac{9}{4}$.

D $m > -\frac{9}{4}$.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 0$. Đặt $t = \log x, t \in \mathbb{R}$.

Bất phương trình trở thành $t^2 + 3t + m \geq 0$

$\Leftrightarrow m \geq -t^2 - 3t$ (2).

Bất phương trình đã cho có nghiệm đúng với mọi x thuộc tập xác định $\Leftrightarrow$ (2) có nghiệm đúng với mọi $t \in \mathbb{R}$.

Xét $f(t) = -t^2 - 3t$ với $t \in \mathbb{R}$.

Ta có: $f'(t) = -2t - 3; f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{3}{2}$.

Từ bảng biến thiên suy ra $m \geq \frac{9}{4}$.

Chọn đáp án **A**



t	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	$-\infty$	$\frac{9}{4}$	$+\infty$

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên dương m để hai đường cong $(C_1): y = \frac{1}{\ln(x+2)} + \frac{x+1}{x-2}$;

$(C_2): y = -\frac{1}{2^x-8} + 2x + m$ cắt nhau tại bốn điểm phân biệt?

A 3.

B Vô số.

C 4.

D 5.

Lời giải.

Xét phương trình

$$\frac{1}{\ln(x+2)} + \frac{x+1}{x-2} = -\frac{1}{2^x-8} + 2x + m \Leftrightarrow m = g(x) = \frac{1}{\ln(x+2)} + \frac{x+1}{x-2} + \frac{1}{2^x-8} - 2x.$$

Điều kiện $\begin{cases} \ln(x+2) \neq 0 \\ x-2 \neq 0 \\ 2^x-8 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x \neq -1 \\ x \neq 2 \\ x \neq 3 \end{cases}$.

Vậy tập xác định là $\mathcal{D} = (-2; +\infty) \setminus \{-1; 2; 3\}$.

Ta có $g'(x) = -\frac{1}{(x+2)\ln^2(x+2)} - \frac{3}{(x-2)^2} - \frac{2^x \ln 2}{(2^x-8)^2} - 2 < 0; \forall x \in \mathcal{D}$.

Bảng biến thiên

x	-2	-1	2	3	$+\infty$
$g'(x)$	-	-	-	-	
$g(x)$	$\frac{511}{124}$ ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ $-\infty$	

Do đó $m < \frac{511}{124}$. Vậy $m \in \{1; 2; 3; 4\}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 41. Hàm số nào sau đây là nguyên hàm của hàm số $f(x) = |2x - 4|$ trên khoảng $(-\infty; +\infty)$, ở đó C, C' là các hằng số tùy ý?

A $F(x) = |x^2 - 4x| + C.$

B $F(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 2C & \text{khi } x \geq 2 \\ -x^2 + 4x + 2C - 8 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$

C $F(x) = |x^2 - 4x + C|.$

D $F(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + C & \text{khi } x \geq 2 \\ -x^2 + 4x + C' & \text{khi } x < 2 \end{cases}$

Lời giải.

Ta có $f(x) = |2x - 4| = \begin{cases} 2x - 4 & \text{khi } x \geq 2 \\ -2x + 4 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$

Xét hàm số $F(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + C & \text{khi } x \geq 2 \\ -x^2 + 4x + C' & \text{khi } x < 2 \end{cases}$

✓ Với $x > 2$, ta có $F'(x) = 2x - 4 = f(x)$.

✓ Với $x < 2$, ta có $F'(x) = -2x + 4 = f(x)$.

✓ Xét tại $x = 2$, ta có $f(2) = 0$,

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{F(x) - F(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4x + C - (C - 4)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x - 2) = 0,$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{F(x) - F(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-x^2 + 4x + C' - (C - 4)}{x - 2}.$$

Do $\lim_{x \rightarrow 2^-} (x - 2) = 0$ nên điều kiện cần để $F'(2) = f(2) = 0$ là $\lim_{x \rightarrow 2^-} (-x^2 + 4x + C' - C + 4) = 0$

$$\Leftrightarrow C' - C + 8 = 0 \Leftrightarrow C' = C - 8.$$

Ngược lại, với $C' = C - 8$ ta có $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{F(x) - F(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-x^2 + 4x - 4}{x - 2} = 0.$

Vậy nếu chọn hằng số là $2C$ thì $F(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 2C & \text{khi } x \geq 2 \\ -x^2 + 4x + 2C - 8 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$ là nguyên hàm của $f(x) = |2x - 4|$ trên $(-\infty; +\infty)$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 42. Cho hình lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $2a$, đáy là tam giác ABC vuông cân tại C ; $CA = CB = a$. Gọi M trung điểm của cạnh AA' . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và MC' .

A $\frac{a\sqrt{3}}{3}.$

B $\frac{a}{3}.$

C $\frac{a\sqrt{3}}{2}.$

D $\frac{2a}{3}.$

Lời giải.

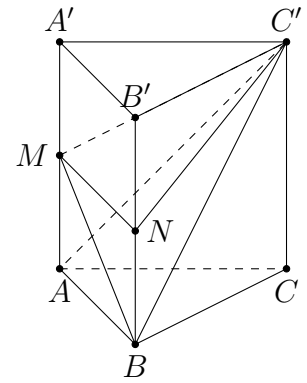
Ta có $d(AB; CM') = \frac{6V_{C \cdot ABM'}}{AB \cdot CM' \cdot \sin(AB; CM')}$.

Gọi N là trung điểm của BB' suy ra $AB \parallel MN$, góc giữa AB và MC' bằng góc giữa MN và MC' . Ta có $MN = AB = a\sqrt{2}$, $MC' = a\sqrt{2}$, $NC' = a\sqrt{2}$.

Suy ra $\sin(AB; CM') = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

$$V_{C \cdot ABM'} = \frac{1}{3}d(C; (ABM')) \cdot S_{\triangle ABM} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}a^2 = \frac{a^3}{6}.$$

$$\text{Vậy } d(AB; CM') = \frac{a^3}{a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án **(A)**



Câu 43. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ bằng

(A) 6.

(B) 16.

(C) 26.

(D) 8.

Lời giải.

Vì z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$ nên ta có: $\begin{cases} z_1 + z_2 = 4 \\ z_1 \cdot z_2 = 5 \end{cases}$

Khi đó: $z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1z_2 = 16 - 10 = 6$.

Chọn đáp án **(A)**



Câu 44. Gọi m_0 là giá trị nhỏ nhất của $\left|2 - \frac{1}{m-i}\right|$, với m là số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $m_0^2 \in \left(\frac{10}{3}; \frac{7}{2}\right)$.

(B) $m_0^2 \in \left(0; \frac{10}{3}\right)$.

(C) $m_0^2 \in \left(\frac{7}{2}; \frac{9}{2}\right)$.

(D) $m_0^2 \in \left(\frac{9}{2}; \frac{11}{2}\right)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \left|2 - \frac{1}{m-i}\right| = \left|\frac{2(m-i)-1}{m-i}\right| = \frac{|2m-1-2i|}{|m-i|} = \frac{\sqrt{(2m-1)^2+4}}{\sqrt{m^2+1}} = \sqrt{\frac{4m^2-4m+5}{m^2+1}}.$$

Xét hàm số $f(m) = \frac{4m^2-4m+5}{m^2+1}$ trên tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$:

$$\text{Ta có: } f'(m) = \frac{4m^2-2m-4}{(m^2+1)^2}; f'(m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1+\sqrt{17}}{4} \\ m = \frac{1-\sqrt{17}}{4} \end{cases}$$

Giới hạn: $\lim_{m \rightarrow \pm\infty} f(m) = 4$.

Bảng biến thiên

m	$-\infty$	$\frac{1-\sqrt{17}}{4}$	$\frac{1+\sqrt{17}}{4}$	$+\infty$
$f'(m)$	+	0	-	+
$f(m)$	4	$\frac{153+9\sqrt{17}}{34}$	$\frac{153-9\sqrt{17}}{34}$	4

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\min_{m \in \mathbb{R}} f(m) = \frac{153 - 9\sqrt{17}}{34} \Rightarrow m_0^2 = \frac{153 - 9\sqrt{17}}{34} \in \left(\frac{10}{3}; \frac{7}{2}\right)$.

Chọn đáp án **A**

Câu 45.

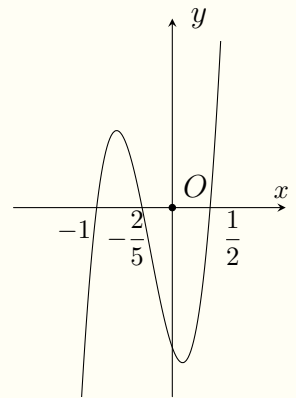
Cho hàm số $f(x) = mx^4 + nx^3 + px^2 + qx + r$, ($m, n, p, q, r \in \mathbb{R}$). Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tập nghiệm của phương trình $f(x) = r$ có số phần tử là

A 2.

B 1.

C 3.

D 4.



Lời giải.

Ta có $f'(x) = 4mx^3 + 3nx^2 + 2px + q$ (1).

Từ đồ thị hàm số $f'(x)$, ta có phương trình $f'(x) = 0$ có ba nghiệm đơn $x = -1$, $x = -\frac{2}{5}$ và $x = \frac{1}{2}$.

Do đó $f'(x) = m(x+1)\left(x+\frac{2}{5}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)$, với $m > 0$.

$$S_1 = \int_{-1}^{-\frac{2}{5}} |m(x+1)\left(x+\frac{2}{5}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)| dx = \frac{27m}{625}.$$

$$S_2 = \int_{-\frac{2}{5}}^{\frac{1}{2}} |m(x+1)\left(x+\frac{2}{5}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)| dx = \frac{27m}{625}.$$

$$S_1 = S_2 \Leftrightarrow \int_{-1}^{-\frac{2}{5}} f'(x) dx = - \int_{-\frac{2}{5}}^{\frac{1}{2}} f'(x) dx \Leftrightarrow f(-1) = f(0) = r.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	$-\frac{2}{5}$	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$					$+\infty$

$\nearrow$ r $\searrow$ r $\nearrow$

Suy ra phương trình $f(x) = r$ có tất cả 3 nghiệm.

Chọn đáp án **C**

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng $\Delta : \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta) : x + y - 2z - 1 = 0$. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ có phương trình

A $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$.
C $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z}{2}$.

B $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z}{2}$.
D $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+1}{1}$.

Lời giải.

Lấy $M(2; 1; 0) \in \Delta \Rightarrow M \in (\alpha)$.

Ta có Δ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 1; 2)$ và (β) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 1; -2)$.

Vì $\Delta \subset (\alpha)$ và $(\alpha) \perp (\beta)$ nên (α) có véc-tơ pháp tuyến là $[\vec{u}; \vec{n}] = (-4; 4; 0)$

$\Rightarrow (\alpha) : -x + y + 1 = 0$.

Xét hệ của 2 phương trình mặt phẳng của (α) và $\beta \Rightarrow \begin{cases} -x + y + 1 = 0 \\ x + y - 2z - 1 = 0 \end{cases}$.

Ta có $A(0; -1; -1), B(1; 0; 0)$ là hai điểm thuộc giao tuyến d của (α) và (β) .

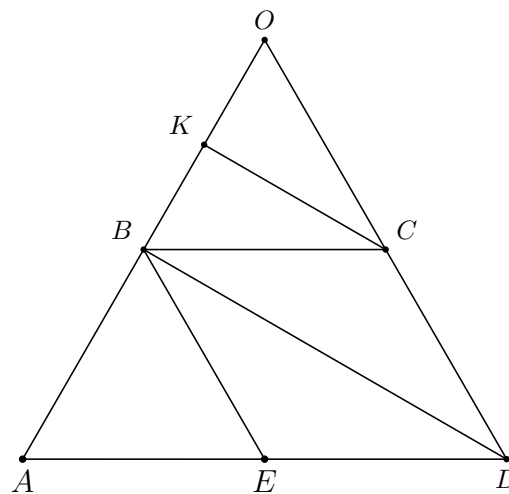
Vậy d đi qua $A(0; -1; -1)$ và có véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 1) \Rightarrow d : \frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+1}{1}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 47. Cho hình thang cân $ABCD$ có $AD = 2AB = 2BC = 2CD = 2a$. Tính thể tích khối tròn xoay khi quay quanh hình thang $ABCD$ quanh đường thẳng AB .

A $\frac{7\pi a^3}{4}$. **B** $\frac{21\pi a^3}{4}$. **C** $\frac{21\pi a^3}{4}$. **D** $\frac{7\pi a^3}{8}$.

Lời giải.



Gọi O là giao điểm AB và CD . Khi đó tam giác OAD là tam giác đều.

Gọi K là trung điểm của OB .

Gọi E là trung điểm của AD khi đó tứ giác $BCDE$ là hình thoi nên $BE = \frac{1}{2}AD$ suy ra tam giác ABD vuông tại B .

Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay được tạo ra khi quay tam giác OAD quanh đường thẳng OA .

Chiều cao của khối tròn xoay là $OB \Rightarrow OB = h = a$.

Bán kính $R = BD = \sqrt{AD^2 - AB^2} = a\sqrt{3}$.

Khi đó thể tích khối nón được sinh ra bởi tam giác OBD là

$$V_{OBD} = \frac{1}{3}\pi a \cdot (a\sqrt{3})^2 = \pi a^3 \Rightarrow V_1 = 2\pi a^3.$$

Gọi V_2 là thể tích khối tròn xoay được tạo ra khi quay tam giác OBC quanh đường thẳng OB .

Thể tích khối nón được tạo ra bởi tam giác OKC là

$$V_{OKC} = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 \frac{a}{2} = \frac{\pi a^3}{8} \Rightarrow V_2 = 2V_{OKC} = \frac{\pi a^3}{4}.$$

Gọi V là thể tích của khối tròn xoay khi quay hình thang $ABCD$ quanh AB

$$V = V_1 - V_2 = 2\pi a^3 - \frac{\pi a^3}{4} = \frac{7\pi a^3}{4}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 48. Cho bất phương trình $\log_{3a} 11 + \log_{\frac{1}{7}} (\sqrt{x^2 + 3ax + 10} + 4) \cdot \log_{3a} (x^2 + 3ax + 12) \geq 0$. Giá trị thực của tham số a để bất phương trình trên có nghiệm duy nhất thuộc khoảng nào sau đây?

A $(-1; 0)$.

B $(1; 2)$.

C $(0; 1)$.

D $(2; +\infty)$.

Lời giải.

Đặt $m = 3a$ khi đó bất phương trình đã cho trở thành

$$\log_m 11 + \log_{\frac{1}{7}} (\sqrt{x^2 + mx + 10} + 4) \cdot \log_m (x^2 + mx + 12) \geq 0. \quad (1)$$

Điều kiện của bất phương trình là $m > 0$; $m \neq 1$; $x^2 + mx + 10 \geq 0$.

Ta có

$$(1) \Leftrightarrow \frac{1 - \log_7 (\sqrt{x^2 + mx + 10} + 4) \cdot \log_{11} (x^2 + mx + 12)}{\log_{11} m} \geq 0. \quad (2)$$

Đặt $u = x^2 + mx + 10$, $u \geq 0$.

☑ Với $0 < m < 1$. Ta có

$$(2) \Leftrightarrow f(u) = \log_7 (\sqrt{u} + 4) \cdot \log_{11} (u + 2) \geq 1 = f(9). \quad (3)$$

Vì $f(u)$ là hàm tăng trên $(0; +\infty)$ nên từ (3) ta có

$$f(u) \geq f(9) \Leftrightarrow u \geq 9 \Leftrightarrow x^2 + mx + 10 \geq 9. \quad (4)$$

(4) vô số nghiệm vì $\Delta = m^2 - 4 < 0$ với $\forall m \in (0; 1)$. Suy ra $0 < m < 1$ không thỏa bài toán.

☑ Với $m > 1$. Ta có

$$(2) \Leftrightarrow f(u) \leq f(9) \Leftrightarrow 0 \leq u \leq 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + mx + 10 \geq 0 & (5) \\ x^2 + mx + 1 \leq 0. & (6) \end{cases}$$

Xét (6), ta có $\Delta = m^2 - 4$.

+ $m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 2$ thì (6) vô nghiệm. Không thỏa bài toán.

+ $m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow m > 2$ thì (6) có nghiệm là đoạn $[x_1; x_2]$, lúc này (5) nhận hơn 1 số của $[x_1; x_2]$ làm nghiệm. Không thỏa bài toán.

+ $m^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow m = 2$ thì (6) có nghiệm duy nhất $x = -1$ và $x = -1$ thỏa (5). Do đó bất phương trình có nghiệm duy nhất là $x = -1$.

$$\text{Vậy } m = 2 \Leftrightarrow a = \frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 49. Cho khối cầu tâm O bán kính 6 cm. Mặt phẳng (P) cách O một khoảng x cm và cắt khối cầu theo đường tròn (C) . Một khối nón có đỉnh thuộc mặt cầu, đáy là hình tròn (C) . Biết khối nón có thể tích lớn nhất, khi đó giá trị của x bằng bao nhiêu?

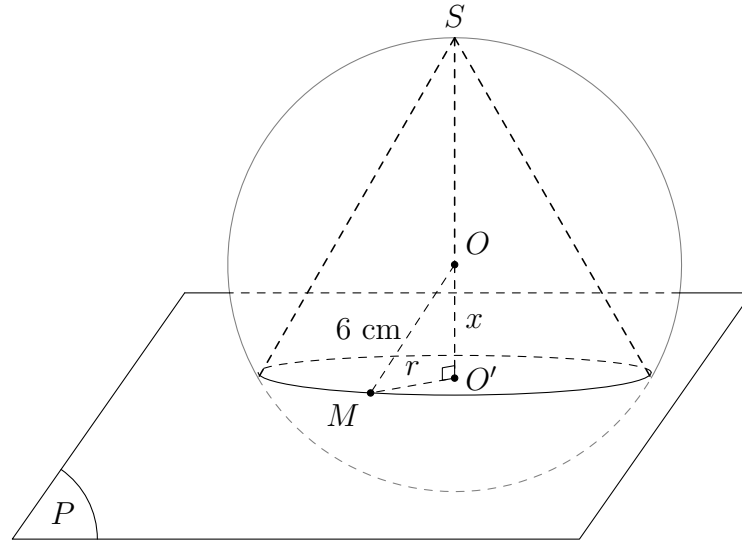
A 2 cm.

B 3 cm.

C 4 cm.

D 0 cm.

Lời giải.



Gọi đỉnh của khối nón là S , tâm của hình tròn là O' .

Ta có S, O, O' thẳng hàng, đặt $OO' = x$ ($0 \leq x \leq 6$).

Để khối nón có thể tích lớn nhất thì O nằm giữa S và O' , khi đó $h = SO' = SO + OO' = x + 6$.

Bán kính hình tròn (C) bằng $r = \sqrt{6^2 - x^2} = \sqrt{36 - x^2}$.

Diện tích hình tròn (C) bằng $S = \pi R^2 = \pi(36 - x^2)$.

Thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}\pi(36 - x^2)(x + 6) = \frac{1}{3}\pi(x + 6)^2(6 - x)$.

Xét hàm số $f(x) = (x + 6)^2(6 - x)$. Áp dụng Bất đẳng thức Cauchy ta có

$$f(x) = (x + 6)^2(6 - x) = 4 \cdot \frac{x + 6}{2} \cdot \frac{x + 6}{2} \cdot (6 - x) \leq 4 \cdot \left(\frac{\frac{x + 6}{2} + \frac{x + 6}{2} + 6 - x}{3} \right)^3$$

$$\Leftrightarrow f(x) \leq 4 \cdot \left(\frac{12}{3} \right)^3 = 4^4.$$

Dấu “=” xảy ra khi $\frac{x + 6}{2} = 6 - x \Leftrightarrow x = 2$.

Vậy khối nón có thể tích lớn nhất khi $x = 2$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x) = x(x - 1)(x - 4)^2(x + 2)^3$. Số điểm cực trị của hàm số $f(x^2 - 1)$ là

A 7.

B 5.

C 6.

D 6.

Lời giải.

Đặt $y = f(x^2 - 1)$. Có $y' [f(x^2 - 1)]' = 2x \cdot f'(x^2 - 1) = 2x(x^2 - 1)(x^2 - 2)(x^2 - 5)^2(x^2 + 1)^3$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \\ x = \pm \sqrt{2} \\ x = \pm \sqrt{5}. \end{cases}$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		$-\sqrt{5}$		$-\sqrt{2}$		-1		0		1		$\sqrt{2}$		$\sqrt{5}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu hàm số có 5 điểm cực trị.

Chọn đáp án **B**



HẾT

BỘ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
TRƯỜNG THPT NGUYỄN TẤT THÀNH
GV: LÊ QUANG XE - 0967.003.131

PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO 2022
NĂM HỌC 2021 - 2022
Môn: **Toán**
Thời gian làm bài: 90 phút
ĐỀ THAM KHẢO PTMH2022

ĐỀ SỐ 4

- Câu 1.** Cho số phức $z = 1 - 2i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?
- (A) Phần thực của số phức z là 1. (B) Phần ảo của số phức z là $-2i$.
(C) Phần ảo của số phức z là 2. (D) Số phức z là số thuần ảo.

Lời giải.

Số phức $z = 1 - 2i$ có phần thực là 1, phần ảo là -2 và không phải là số thuần ảo.
Chọn đáp án (A) □

- Câu 2.** Mặt cầu $S(I; R)$ có phương trình $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 3$. Tâm và bán kính của mặt cầu là
- (A) $I(-1; 0; 2), R = \sqrt{3}$. (B) $I(1; 0; -2), R = \sqrt{3}$.
(C) $I(1; 0; -2), R = 3$. (D) $I(-1; 0; 2), R = 3$.

Lời giải.

Dựa vào phương trình mặt cầu, ta có $I(1; 0; -2)$ và $R = \sqrt{3}$.
Chọn đáp án (B) □

- Câu 3.** Điểm nào sau đây thuộc đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 1}$?
- (A) $(3; 0)$. (B) $(2; 1)$. (C) $(0; 3)$. (D) $(-2; 1)$.

Lời giải.

Ta có $y(0) = 3$ nên điểm có tọa độ $(0; 3)$ thuộc đồ thị (C) của hàm số đó cho.
Chọn đáp án (C) □

- Câu 4.** Một mặt cầu đường kính bằng 6 cm. Khi đó mặt cầu có diện tích là
- (A) $36\pi \text{ cm}^2$. (B) $144\pi \text{ cm}^2$. (C) $9\pi \text{ cm}^2$. (D) $12\pi \text{ cm}^2$.

Lời giải.

Bán kính mặt cầu là 3 cm. Diện tích mặt cầu là $S = 4\pi \cdot 3^2 = 36\pi \text{ (cm}^2\text{)}$.
Chọn đáp án (A) □

- Câu 5.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + 6x$ là
- (A) $\sin x + 3x^2 + C$. (B) $-\sin x + 3x^2 + C$. (C) $\sin x + 6x^2 + C$. (D) $-\sin x + C$.

Lời giải.

Ta có $\int f(x) dx = \int (\cos x + 6x) dx = \sin x + 3x^2 + C$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 6.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
y'	+	0	-	+
y	$-\infty$	2	-1	$+\infty$

- (A) Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 3$.
 (B) Hàm số có giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$ bằng -1 .
 (C) Hàm số có giá trị cực đại bằng 1.
 (D) Hàm số chỉ có một điểm cực trị.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$.

Chọn đáp án (A) ☐

Câu 7. Tập hợp nghiệm của bất phương trình $2^{x^2} < 2^{6-x}$ là

- (A) $(2; +\infty)$. (B) $(-\infty; -3)$. (C) $(-3; 2)$. (D) $(-2; 3)$.

Lời giải.

Ta có $2^{x^2} < 2^{6-x} \Leftrightarrow x^2 < 6 - x \Leftrightarrow x^2 + x - 6 < 0 \Leftrightarrow -3 < x < 2$.

Chọn đáp án (C) ☐

Câu 8. Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a .

- (A) $\frac{a^3}{6}$. (B) $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. (C) $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. (D) $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

$$V = S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$

Chọn đáp án (B) ☐

Câu 9. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $f(x) = (x+1)^\pi$.

- (A) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. (B) $\mathcal{D} = [-1; +\infty)$. (C) $\mathcal{D} = (-1; +\infty)$. (D) $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Lời giải.

Vì π không nguyên, nên điều kiện xác định $x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (-1; +\infty)$.

Chọn đáp án (C) ☐

Câu 10. Tìm tập nghiệm của phương trình $\log_3(2x^2 + x + 3) = 1$.

- (A) $\left\{0; -\frac{1}{2}\right\}$. (B) $\{0\}$. (C) $\left\{-\frac{1}{2}\right\}$. (D) $\left\{0; \frac{1}{2}\right\}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_3(2x^2 + x + 3) = 1 \Leftrightarrow 2x^2 + x + 3 = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}.$$

Chọn đáp án (A) ☐

- Câu 11.** Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 3$ và $\int_0^5 f(x) dx = 2$ thì $\int_1^5 f(x) dx$ bằng
- (A) -3 . (B) -1 . (C) 1 . (D) 5 .

Lời giải.

$$\text{Ta có } \int_0^5 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^5 f(x) dx \Rightarrow \int_1^5 f(x) dx = 2 - 3 = -1.$$

Chọn đáp án (B)

- Câu 12.** Cho hai số phức $z = 10 + 3i$ và $w = -4 + 5i$. Tính $|z + w|$.
- (A) 100 . (B) $\sqrt{14}$. (C) 10 . (D) $10\sqrt{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } z + w = 6 + 8i \Rightarrow |z + w| = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10.$$

Chọn đáp án (C)

- Câu 13.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x - y - 1 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?
- (A) $\vec{n} = (2; -1; -1)$. (B) $\vec{n} = (2; 0; -1)$. (C) $\vec{n} = (2; -1; 0)$. (D) $\vec{n} = (-2; 1; 1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1; 0)$.

Chọn đáp án (C)

- Câu 14.** Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; 4; 2); B(-3; 0; -2)$. Trung điểm của đoạn AB có tọa độ là
- (A) $(3; 4; 4)$. (B) $(2; 2; 0)$. (C) $(1; 4; 4)$. (D) $(-1; 2; 0)$.

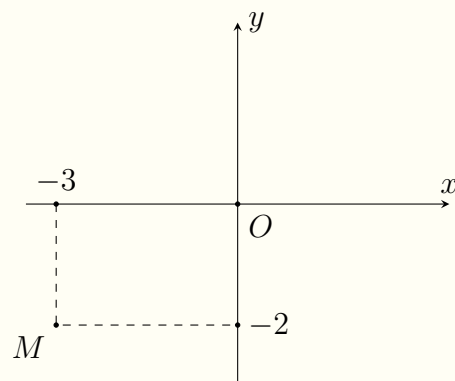
Lời giải.

Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB được tính theo công thức.

$$I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right) \Rightarrow I\left(\frac{1 + (-3)}{2}; \frac{4 + 0}{2}; \frac{2 + (-2)}{2}\right) \Rightarrow I(-1; 2; 0).$$

Chọn đáp án (D)

- Câu 15.** Điểm M trong hình vẽ bên dưới là điểm biểu diễn của số phức
- (A) $z = -3 + 2i$. (B) $z = 3 + 2i$.
(C) $z = -3 - 2i$. (D) $z = 3 - 2i$.



Lời giải.

Điểm M trong hình vẽ là điểm biểu diễn của số phức $z = -3 - 2i$.

Chọn đáp án **C**

Câu 16. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{16-x^2}}{x}$ có bao nhiêu tiệm cận ngang?

- A** 1. **B** 3. **C** 0. **D** 2.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $\mathcal{D} = [-4; 0) \cup (0; 4]$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Chọn đáp án **C**

Câu 17. Cho a, b là các số thực thỏa mãn $\log_2 a = 3, \log_2 b = 5$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_8 (16a^3b)$.

- A** $P = 20$. **B** $P = \frac{46}{3}$. **C** $P = 4$. **D** $P = 6$.

Lời giải.

Điều kiện xác định là $a > 0, b > 0$.

Ta có

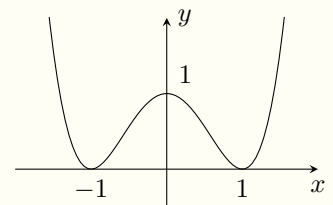
$$P = \log_8 (16a^3b) = \frac{\log_2 (16a^3b)}{\log_2 8} = \frac{\log_2 16 + 3\log_2 a + \log_2 b}{\log_2 8} = \frac{4 + 3 \cdot 3 + 5}{3} = 6.$$

Chọn đáp án **D**

Câu 18.

Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên dưới?

- A** $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$. **B** $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.
C $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$. **D** $y = x^4 - 2x^2 + 1$.



Lời giải.

Các hàm số đã cho đều là hàm trùng phương dạng $y = ax^4 + bx^2 + c, (a \neq 0)$.

Theo đồ thị ta có $a > 0$ và đồ thị đi qua các điểm $(-1, 0), (1, 0)$.

Trong các hàm số đã cho thì đồ thị trên là của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Chọn đáp án **D**

Câu 19. Cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$, khi đó Δ đi qua điểm M có tọa độ là

- A** $(2; 3; 0)$. **B** $(2; 3; 1)$. **C** $(1; 2; 1)$. **D** $(1; 5; 3)$.

Lời giải.

Đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ đi qua điểm $M(2; 3; 1)$.

Chọn đáp án **B**

Câu 20. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau?

- (A) 630. (B) 360. (C) 4096. (D) 72.

Lời giải.

Chọn 4 số từ 6 số tự nhiên đã cho, sau đó hoán vị 4 số đã chọn. Vì thế số cách chọn một số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau chính là chỉnh hợp chập 4 của 6 phần tử: $A_6^4 = 360$ cách chọn.

Chọn đáp án (B)

Câu 21. Cho khối lập phương có cạnh bằng a . Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

- (A) a^3 . (B) $3a$. (C) a^2 . (D) $3a^2$.

Lời giải.

Thể tích của khối lập phương là $V = a^3$.

Chọn đáp án (A)

Câu 22. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x^2 + 1)$

- (A) $y' = \frac{2x}{\ln 2}$. (B) $y' = \frac{2x}{(x^2 + 1) \ln 2}$. (C) $y' = \frac{1}{(x^2 + 1) \ln 2}$. (D) $y' = \frac{2x}{x^2 + 1}$.

Lời giải.

Đạo hàm $y' = \frac{(x^2 + 1)'}{(x^2 + 1) \ln 2} = \frac{2x}{(x^2 + 1) \ln 2}$.

Chọn đáp án (B)

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$		2		$+\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A) $(-2; +\infty)$. (B) $(-\infty; -2)$. (C) $(-1; 0)$. (D) $(-2; 2)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\sqrt{2}; 0)$ và $(\sqrt{2}; +\infty)$. Do đó hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Chọn đáp án (C)

Câu 24. Gọi l, h, R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình trụ (T). Diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ (T) là

- (A) $S_{tp} = \pi Rl + 2\pi R^2$. (B) $S_{tp} = \pi Rh + \pi R^2$.
(C) $S_{tp} = \pi Rl + \pi R^2$. (D) $S_{tp} = 2\pi Rl + 2\pi R^2$.

Lời giải.

$S_{tp} = S_{xq} + 2S_{đáy} = 2\pi Rl + 2\pi R^2$.

Chọn đáp án (D)



Câu 25. Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x \, dx$ bằng

(A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(B) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(C) $\frac{1}{2}$.

(D) $-\frac{1}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x \, dx = -\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án (C)



Câu 26. Một cấp số cộng gồm 5 số hạng. Hiệu số hạng đầu và số hạng cuối bằng 20. Tìm công sai d của cấp số cộng đã cho.

(A) $d = -5$.

(B) $d = 4$.

(C) $d = -4$.

(D) $d = 5$.

Lời giải.

Gọi năm số hạng của cấp số cộng đã cho lần lượt là: u_1, u_2, u_3, u_4, u_5 .

Theo đề bài ta có: $u_1 - u_5 = 20 \Leftrightarrow u_1 - (u_1 + 4d) = 20 \Leftrightarrow d = -5$.

Chọn đáp án (A)



Câu 27. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x} + \sin x$ là

(A) $\frac{1}{2}e^{2x} + \cos x + C$.

(B) $2e^{2x} + \cos x + C$.

(C) $\frac{1}{2}e^{2x} - \cos x + C$.

(D) $2e^{2x-1} - \cos x + C$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \int f(x) \, dx = \int (e^{2x} + \sin x) \, dx = \frac{1}{2}e^{2x} - \cos x + C.$$

Chọn đáp án (C)



Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	+		- 0 +	
y	$-\infty$	↗ 2 ↘	-3 ↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

(A) Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

(B) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.

(C) Hàm số có đúng một cực trị.

(D) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên suy ra khẳng định đúng là: Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Chọn đáp án **A**



Câu 29. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + e^{2x}$ trên đoạn $[0; 1]$.

- A** 1. **B** e^2 . **C** $2e$. **D** $e^2 + 1$.

Lời giải.

Ta có $y' = 1 + 2e^{2x} > 0 \forall x \in [0; 1]$.

Vậy $\max_{x \in [0; 1]} y = y(1) = e^2 + 1$.

Chọn đáp án **D**



Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x^2 - 4, \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
B Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 2)$.
C Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
D Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải.

Do $f'(x) = -x^2 - 4 = -(x^2 + 4) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$.

Chọn đáp án **D**



Câu 31. Xét tất cả số thực dương a và b thỏa mãn $\log_2 a = \log_4(2ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A** $b = a^2$. **B** $a = 2b$. **C** $b = 2a$. **D** $a = b^2$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_2 a = \log_4(2ab) &\Leftrightarrow \log_2 a = \frac{1}{2} \log_2(2ab) \\ &\Leftrightarrow 2 \log_2 a = \log_2(2ab) \\ &\Leftrightarrow \log_2 a^2 = \log_2 2ab \\ &\Leftrightarrow a^2 = 2ab \\ &\Leftrightarrow a = 2b. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **B**



Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Tính góc giữa hai đường thẳng BC và SD bằng

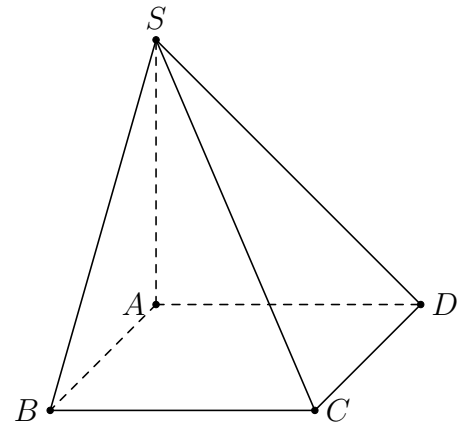
- A** 30° . **B** 60° . **C** 45° . **D** 90° .

Lời giải.

Vì $ABCD$ là hình vuông nên $BC \parallel AD$

$$\Rightarrow \widehat{(BC, SD)} = \widehat{(AD, SD)} = \widehat{SDA}.$$

$$\text{Ta có } \tan \widehat{SDA} = \frac{SA}{SD} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{SDA} = 30^\circ.$$



Chọn đáp án **(A)**

❶ Câu 33. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{x}$. Tính $I = F(e) - F(1)$.

- (A)** $I = e$. **(B)** $I = \frac{1}{e}$. **(C)** $I = \frac{1}{2}$. **(D)** $I = 1$.

💬 Lời giải.

$$\text{Ta có } I = \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx = \int_1^e \ln x d(\ln x) = \left. \frac{(\ln x)^2}{2} \right|_1^e = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **(C)**

❶ Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(2; -1; 3)$ và song song với mặt phẳng $(P): x + y + 2z - 5 = 0$ là

- (A)** $x + y + 2z - 13 = 0$. **(B)** $x + y + 2z + 7 = 0$.
(C) $z + y + 2z + 14 = 0$. **(D)** $z + y + 2z - 7 = 0$.

💬 Lời giải.

Phương trình mặt phẳng cần tìm có dạng $x + y + 2z + c = 0$. Do mặt phẳng này đi qua M nên

$$2 - 1 + 2 \cdot 3 + c = 0 \Leftrightarrow c = -7.$$

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là $x + y + 2z - 7 = 0$.

Chọn đáp án **(D)**

❶ Câu 35. Tìm mô-đun của số phức z thỏa mãn $(2 + 3i)z + 12i = 3$.

- (A)** $|z| = \frac{3\sqrt{221}}{13}$. **(B)** $|z| = \sqrt{226}$. **(C)** $|z| = \sqrt{106}$. **(D)** $|z| = \frac{153}{13}$.

💬 Lời giải.

$$\text{Ta có } z = \frac{3 - 12i}{2 + 3i} = -\frac{30}{13} - \frac{33}{13}i.$$

$$\text{Do đó } |z| = \sqrt{\left(-\frac{30}{13}\right)^2 + \left(-\frac{33}{13}\right)^2} = \frac{3\sqrt{221}}{13}.$$

Chọn đáp án **(A)**

❶ Câu 36. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ACBD$ có tất cả các cạnh bằng 1. Gọi O là hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC) bằng

- (A)** $\frac{1}{\sqrt{6}}$. **(B)** $\frac{\sqrt{2}}{3}$. **(C)** $\frac{1}{2}$. **(D)** $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Lời giải.

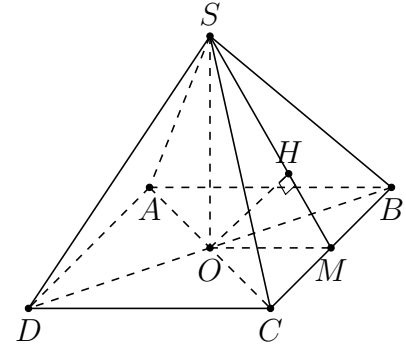
Gọi M là trung điểm của BC , hạ $OH \perp SM$.

Dễ chứng minh $d(O, (SBC)) = OH$.

$$OB = \frac{\sqrt{2}}{2}; SO^2 = SB^2 - OB^2 = \frac{1}{2}.$$

Trong tam giác SOM vuông tại O ta có

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OM^2} = 5 \Rightarrow OH = \frac{1}{\sqrt{5}}.$$



Chọn đáp án **D**



Câu 37. Có hai hộp chứa các quả cầu. Hộp thứ nhất chứa 7 quả cầu màu đỏ và 5 quả cầu màu xanh; hộp thứ hai chứa 6 quả cầu màu đỏ và 4 quả cầu màu xanh. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp 1 quả cầu. Xác suất sao cho hai quả cầu lấy ra cùng màu đỏ bằng

A $\frac{7}{20}$.

B $\frac{3}{20}$.

C $\frac{1}{2}$.

D $\frac{2}{5}$.

Lời giải.

Xác suất lấy được quả cầu đỏ từ hộp 1: $P_1 = \frac{7}{12}$.

Xác suất lấy được quả cầu đỏ từ hộp 2: $P_2 = \frac{6}{10}$.

Xác suất cần tìm $P = P_1 P_2 = \frac{7}{20}$.

Chọn đáp án **A**



Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(2; -1; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 1 = 0$ là

A $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{3}$.

B $\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+3}{1}$.

C $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}$.

D $\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{3}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1; 3)$.

Vì d vuông góc với (P) nên d qua $M(2; -1; 1)$ và nhận $\vec{n}$ làm véc-tơ chỉ phương.

Suy ra $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{3}$.

Chọn đáp án **A**



Câu 39. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $4^{x-1} - m(2^x + 1) > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A $m \in (-\infty; 0]$.

B $m \in (0; +\infty)$.

C $m \in (0; 1)$.

D $m \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải.

Đặt $2^x = t, t > 0$ ta được bất phương trình $\frac{t^2}{4} > m(t+1) \Leftrightarrow \frac{t^2}{t+1} > 4m$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2}{t+1}$ trên khoảng $(0; +\infty)$, ta có $f'(t) = 1 - \frac{1}{(t+1)^2}$.

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \notin (0; +\infty) \\ t = -2 \notin (0; +\infty). \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(t)$

t	0	$+\infty$
$f'(t)$	+	
$f(t)$	0	$+\infty$

Vậy bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi $0 \geq 4m \Leftrightarrow m \leq 0$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 40. Cho đồ thị $(C): y = \frac{x-3}{x+1}$ và đường thẳng $d: y = x + 3m$. Biết (C) cắt d tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn hoành độ trung điểm của đoạn AB bằng 6. Khi đó giá trị của m bằng

A -4.

B -2.

C 1.

D 3.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) với d là

$$\frac{x-3}{x+1} = x + 3m \Leftrightarrow g(x) = x^2 + 3mx + 3m + 3 = 0. \quad (*)$$

Để (C) cắt d tại hai điểm phân biệt thì $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác -1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ g(-1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9m^2 - 12m - 12 > 0 \\ 1 - 3m + 3m + 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\frac{2}{3} \\ m > 2. \end{cases}$$

Khi đó, với A, B là giao điểm, hoành độ trung điểm I của AB là

$$x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-3m}{2} = 6 \Leftrightarrow m = -4. (\text{nhận})$$

Vậy $m = -4$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 41. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1 - \sin^3 x}{\sin^2 x}$ và $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Có bao nhiêu số thực $x \in (0; 2018\pi)$ để $F(x) = 1$.

A 2018.

B 1009.

C 2017.

D 2016.

Lời giải.

Ta có $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x} - \sin x$, suy ra $F(x) = -\cot x + \cos x + C$.

Do $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ nên $C = 1$, khi đó $F(x) = -\cot x + \cos x + 1$.

$$\text{Vậy } F(x) = 1 \Leftrightarrow \cot x - \cos x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Do $x \in (0; 2018\pi) \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{2} + k\pi < 2018\pi \Rightarrow 0 < \frac{1}{2} + k$, từ đó suy ra có 2018 số thực thỏa mãn yêu cầu bài toán.

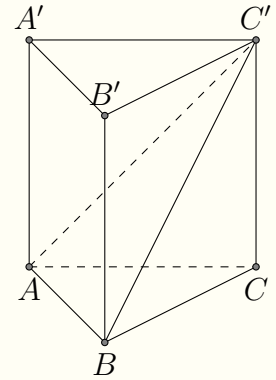
Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 42.

Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng a , góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng α với $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ (tham khảo hình vẽ bên). Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- (A)** $\frac{3a^3\sqrt{15}}{10}$. **(B)** $\frac{3a^3\sqrt{15}}{20}$. **(C)** $\frac{9a^3\sqrt{15}}{10}$. **(D)** $\frac{9a^3\sqrt{15}}{20}$.



Lời giải.

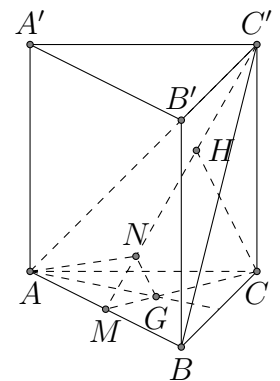
Gọi M là trung điểm của AB , G là trọng tâm của tam giác ABC .

$$\text{Ta có } \begin{cases} CC' \perp AB \\ CM \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (CC'M) \Rightarrow (CC'M) \perp (ABC').$$

Mà $(CC'M) \cap (ABC') = C'M$ nên hình chiếu vuông góc H của C lên $C'M$ thì H là hình chiếu vuông góc của C lên (ABC') .

Suy ra $d(C, (ABC')) = CH = a$.

Đựng đường thẳng đi qua G và song song với CH , cắt $C'M$ tại N .



Ta có $\begin{cases} GN \perp (ABC') \\ AG \perp (BCC'B') \end{cases}$ nên góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ là góc $\widehat{AGN} = \alpha$.

$$\text{Do } GN = \frac{1}{3}CH = \frac{a}{3}, AG = \frac{GN}{\cos \alpha} \Rightarrow AB = AG\sqrt{3}.$$

Trong tam giác $C'CM$ vuông tại C đường cao CH có $\frac{1}{CC'^2} = \frac{1}{CH^2} - \frac{1}{CM^2} = \frac{5}{9a^2}$

$$\Rightarrow CC' = \frac{3a\sqrt{5}}{5} \text{ và } S_{ABC} = \left(a\sqrt{3}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối lăng trụ bằng } CC' \cdot S_{ABC} = \frac{9a^3\sqrt{15}}{20}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 43. Biết z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Giá trị biểu thức $\frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1}$ là

- (A)** $\frac{3}{5}$. **(B)** $\frac{-4}{5}$. **(C)** $\frac{16}{5}$. **(D)** $\frac{6}{5}$.

Lời giải.

Theo định lý Vi-ét ta có $z_1 + z_2 = 4, z_1 \cdot z_2 = 5$. Vậy

$$\frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1} = \frac{z_1^2 + z_2^2}{z_1 \cdot z_2} = \frac{(z_1 + z_2)^2 - 2z_1 \cdot z_2}{z_1 \cdot z_2} = \frac{4^2 - 2 \cdot 5}{5} = \frac{6}{5}.$$

Chọn đáp án **(D)**

Câu 44. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1| = |z - i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|2z + 3 - 2i|$.

(A) $\frac{3}{2\sqrt{2}}$.

(B) $\frac{25}{2}$.

(C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(D) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$. Ta có

$$\begin{aligned} |z - 1| = |z - i| &\Leftrightarrow |(x + yi) - 1| = |(x + yi) - i| \\ &\Leftrightarrow |(x - 1) + yi| = |x + (y - 1)i| \\ &\Leftrightarrow (x - 1)^2 + y^2 = x^2 + (y - 1)^2 \\ &\Leftrightarrow y = x. \end{aligned}$$

Khi đó $z = x + xi$, với $x \in \mathbb{R}$. Do đó

$$\begin{aligned} |2z + 3 - 2i| &= |2(x + xi) + 3 - 2i| \\ &= |(2x + 3) + (2x - 2)i| \\ &= \sqrt{(2x + 3)^2 + (2x - 2)^2} \\ &= \sqrt{(2x + 3)^2 + (2x - 2)^2} \\ &= \sqrt{8x^2 + 4x + 13} \\ &= \sqrt{8\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{25}{2}} \geq \frac{5\sqrt{2}}{2}. \end{aligned}$$

Do đó, giá trị nhỏ nhất của $|2z + 3 - 2i|$ là bằng $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ khi $x = -\frac{1}{4}$. Khi đó $z = -\frac{1}{4} - \frac{1}{4}i$.

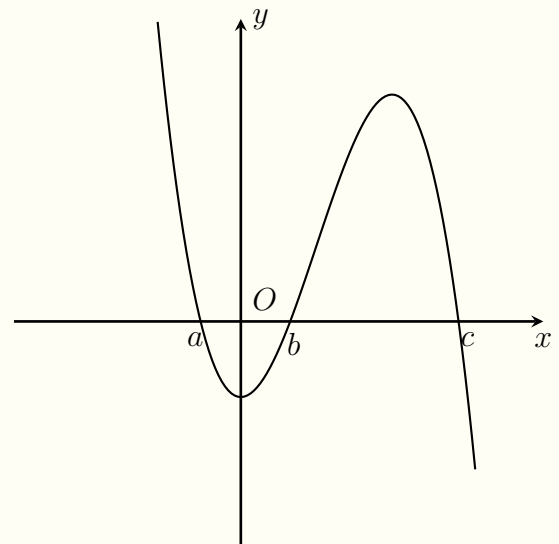
Chọn đáp án **(D)**

Câu 45.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ $a < b < c$ như hình vẽ. Xét 4 mệnh đề sau:

- (1): $f(c) < f(a) < f(b)$.
- (2): $f(c) > f(b) > f(a)$.
- (3): $f(a) > f(b) > f(c)$.
- (4): $f(a) > f(b)$.

Trong các mệnh đề trên có bao nhiêu mệnh đề đúng?



(A) 4.

(B) 1.

(C) 2.

(D) 3.

Lời giải.

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	a		b		c	$+\infty$	
y'		+	0	-	0	+	0	-
y			$f(a)$		$f(b)$		$f(c)$	

Từ đó ta thấy mệnh đề (4) đúng.

Từ đồ thị ta có diện tích hình phẳng giới hạn các đường $y = f'(x)$, trục Ox , $x = a, x = b$ nhỏ hơn diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$, trục Ox , $x = b, x = c$.

Do đó $\int_a^b (-f'(x)) dx < \int_b^c f'(x) dx \Leftrightarrow -f(x) \Big|_a^b < f(x) \Big|_b^c \Leftrightarrow -(f(b) - f(a)) < f(c) - f(b) \Leftrightarrow f(a) < f(c)$. Mà $f(a) > f(b) \Rightarrow f(a) > f(b) > f(c)$, hay mệnh đề (3) đúng.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 0; -3)$, $B(4; 0; 0)$. Đường thẳng đi qua tâm đường tròn nội tiếp và tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle OAB$ có phương trình

A $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 0 \\ z = -1 - t \end{cases}$

B $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 0 \\ z = -1 - t \end{cases}$

C $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 0 \\ z = 1 + t \end{cases}$

D $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 \\ z = -1 - t \end{cases}$

Lời giải.

Tam giác OAB vuông tại A nên tâm I đường tròn ngoại tiếp $\triangle OAB$ là trung điểm của AB . Suy ra $I\left(2; 0; -\frac{3}{2}\right)$.

Gọi $J(x; y; z)$ là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle OAB$, ta có

$$\begin{aligned} AB \cdot \vec{JO} + OA \cdot \vec{JB} + OB \cdot \vec{JA} &= \vec{0} \\ \Leftrightarrow 5 \cdot \vec{JO} + 3 \cdot \vec{JB} + 4 \cdot \vec{JA} &= \vec{0} \\ \Leftrightarrow 12 \cdot \vec{OJ} &= 4 \cdot \vec{OA} + 3 \cdot \vec{OB} \\ \Rightarrow J &= (1; 0; -1). \end{aligned}$$

Ta có $\vec{IJ} = \left(-1; 0; \frac{1}{2}\right)$ nên suy ra đường thẳng IJ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}(2; 0; -1)$.

Phương trình đường thẳng IJ là $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 0 \\ z = -1 - t \end{cases}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 47.

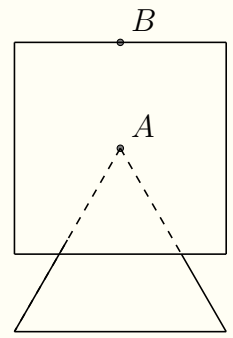
Trong mặt phẳng (P) cho tam giác đều và hình vuông cùng có độ dài cạnh bằng 4 được xếp chồng lên nhau sao cho một đỉnh của tam giác trùng với tâm của hình vuông, trục của tam giác trùng với trục của hình vuông (như hình bên). Thể tích của vật thể tròn xoay tạo thành khi quay mô hình trên quanh trục AB bằng

A $\frac{136\pi + 24\pi\sqrt{3}}{9}$.

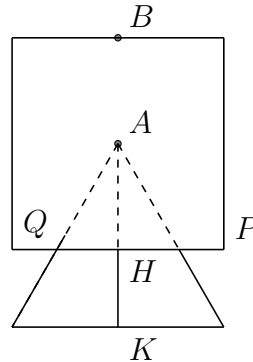
B $\frac{48\pi + 7\pi\sqrt{3}}{3}$.

C $\frac{128\pi + 24\pi\sqrt{3}}{9}$.

D $\frac{144\pi + 24\pi\sqrt{3}}{9}$.



Lời giải.



Khi xoay quanh trục AB ta được hình gồm hai phần:

☑ Phần hình vuông phía trên trở thành hình trụ có bán kính đáy bằng 2, chiều cao bằng 4. Suy ra thể tích khối trụ là $V_1 = \pi \cdot 2^2 \cdot 4 = 16\pi$.

☑ Phần dưới trở thành hình nón cụt. Ta có AK là đường cao của tam giác đều cạnh bằng 4 nên $AK = 2\sqrt{3}$.

Gọi H là giao điểm của AK và PQ , R' là bán kính đáy nhỏ, R là bán kính của đáy lớn, h là chiều cao của hình nón cụt.

Ta có $h = HK = AK - AH = 2\sqrt{3} - 2 = 2(\sqrt{3} - 1)$ và $R = 2$.

$$\text{Mà } \frac{R'}{R} = \frac{AH}{AK} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow R' = \frac{R}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

Áp dụng công thức tính thể tích khối nón cụt ta có

$$V_2 = \frac{1}{3}\pi h (R^2 + R'^2 + RR') = \frac{24\sqrt{3} - 8}{9}.$$

$$\text{Vậy thể tích của khối tròn xoay là } V = V_1 + V_2 = \frac{136\pi + 24\pi\sqrt{3}}{9}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 48. Cho $0 < x < y < 1$. Đặt $m = \frac{1}{y-x} \left(\ln \frac{y}{1-y} - \ln \frac{x}{1-x} \right)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A $m > 4$.

B $m < 1$.

C $m = 4$.

D $m < 2$.

Lời giải.

Xét hàm số $f(t) = \ln \frac{t}{1-t} - 4t$ trên $(0; 1) \Rightarrow f'(t) = \frac{1}{t} + \frac{1}{1-t} - 4 = \frac{(2t-1)^2}{t(1-t)} \geq 0, \forall t \in (0; 1)$.

Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0; 1)$.

Do vậy

$$\begin{aligned} f(y) > f(x) &\Leftrightarrow \ln \frac{y}{1-y} - 4y > \ln \frac{x}{1-x} - 4x \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{y-x} \left(\ln \frac{y}{1-y} - \ln \frac{x}{1-x} \right) > 4. \end{aligned}$$

Vậy $m > 4$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 49. Cho mặt cầu (S) bán kính $R = 5$ cm. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có chu vi bằng 8π cm. Bốn điểm A, B, C, D thay đổi sao cho A, B, C thuộc đường tròn (C) , điểm D thuộc (S) (D không thuộc đường tròn (C)) và tam giác ABC đều. Tính thể tích lớn nhất của tứ diện $ABCD$.

A $32\sqrt{3}$ cm³.

B $60\sqrt{3}$ cm³.

C $20\sqrt{3}$ cm³.

D $96\sqrt{3}$ cm³.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm D trên mặt phẳng (P) .

Ta có $V_{ABCD} = V_{D.ABC} = \frac{1}{3}DH \cdot S_{ABC}$.

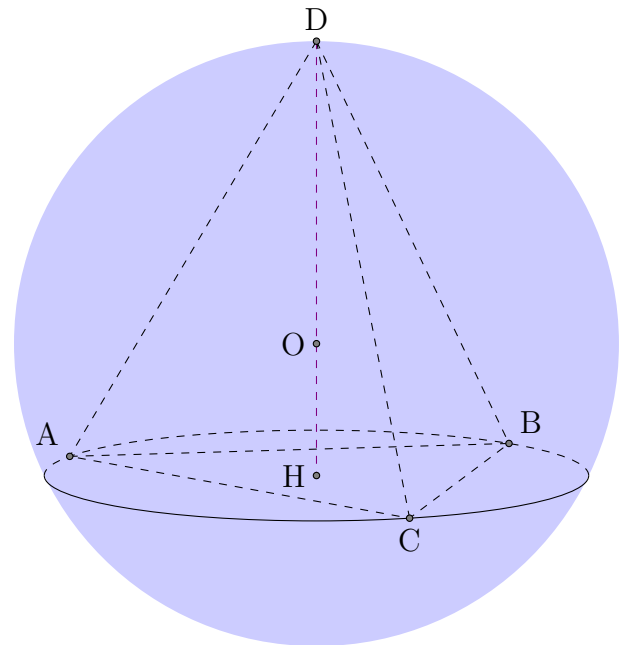
Tam giác đều ABC có bán kính đường tròn ngoại tiếp $r = \frac{8\pi}{2\pi} = 4$ cm, nên có cạnh $a = 4\sqrt{3}$ cm.

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{(4\sqrt{3})^2 \sqrt{3}}{4} = 12\sqrt{3} \text{ cm}^2 \text{ không đổi.}$$

Do đó thể tích tứ diện $ABCD$ lớn nhất khi DH lớn nhất.

Khi đó $DH = DO + OH = DO + \sqrt{OA^2 - AH^2} = 5 + \sqrt{25 - 16} = 8$.

$$(V_{D.ABC})_{\max} = \frac{1}{3} \cdot 8 \cdot 12\sqrt{3} = 32\sqrt{3} \text{ cm}^3.$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc $(-2020; 2020)$ để đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}|x|^3 - mx^2 + (m+6)|x| + 2019$ có 5 điểm cực trị?

A 2018.

B 2017.

C 2016.

D 2021.

Lời giải.

Xét hàm số $y = f(x) = \frac{1}{3}|x|^3 - mx^2 + (m+6)|x| + 2019$.

TXĐ: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$\forall x \in \mathbb{R} \text{ ta có } f(-x) = \frac{1}{3}|-x|^3 - m(-x)^2 + (m+6)|-x| + 2019 = \frac{1}{3}|x|^3 - mx^2 + (m+6)|x| + 2019 = f(x).$$

Suy ra hàm số $y = \frac{1}{3}|x|^3 - mx^2 + (m+6)|x| + 2019$ là hàm số chẵn.

Vì vậy đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{3}|x|^3 - mx^2 + (m+6)|x| + 2019$ nhận trục tung làm trục đối xứng.

Do đó đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}|x|^3 - mx^2 + (m+6)|x| + 2019$ có 5 điểm cực trị

$$\Leftrightarrow \text{Đồ thị hàm số } g(x) = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+6)x + 2019 \text{ có đúng 2 điểm cực trị nằm về bên phải trục}$$

tung

$\Leftrightarrow g'(x) = x^2 - 2mx + (m + 6) = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - m - 6 > 0 \\ P = m + 6 > 0 \\ S = 2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \\ m > 3 \\ m > -6 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 3.$$

Mà $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in (-2020; 2020) \end{cases} \Rightarrow m \in \{4, 5, 6, \dots, 2019\}.$

Vậy số giá trị nguyên m cần tìm là $2019 - 4 + 1 = 2016.$

Chọn đáp án 

□

———— HẾT ————

BỘ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
TRƯỜNG THPT NGUYỄN TẤT THÀNH
GV: LÊ QUANG XE - 0967.003.131

PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO 2022
NĂM HỌC 2021 - 2022
Môn: **Toán**
Thời gian làm bài: 90 phút
ĐỀ THAM KHẢO PTMH2022

ĐỀ SỐ 5

Câu 1. Cho số phức $z = 4 - 3i$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ Oxy là M . Tính độ dài OM .

- (A) 5. (B) 25. (C) $\sqrt{7}$. (D) 4.

Lời giải.

Ta có $OM = |z| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5$.

Chọn đáp án (A)

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu có phương trình $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 + z^2 = 5$ là

- (A) $I(2; 3; 0), R = \sqrt{5}$. (B) $I(-2; 3; 0), R = \sqrt{5}$.
(C) $I(2; 3; 1), R = 5$. (D) $I(2; -2; 0), R = 5$.

Lời giải.

Ta có tâm mặt cầu là $I(-2; 3; 0)$, bán kính mặt cầu là $R = \sqrt{5}$.

Chọn đáp án (B)

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- (A) Đồ thị hàm số nằm phía trên trục hoành.
(B) Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là đường thẳng $y = 0$.
(C) Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là trục hoành.
(D) Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Lời giải.

Từ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ suy ra đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là trục hoành.

Chọn đáp án (C)

Câu 4. Mặt cầu bán kính a có diện tích bằng

- (A) $\frac{4}{3}\pi a^2$. (B) πa^2 . (C) $4\pi a^2$. (D) $\frac{4}{3}\pi a^3$.

Lời giải.

Diện tích mặt cầu $S = 4\pi r^2 = 4\pi a^2$.

Chọn đáp án (C)

Câu 5. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + 2$ là

- (A) $4x^2 + 2x + C$. (B) $\frac{1}{4}x^4 + 2x + C$. (C) $x^4 + 2x + C$. (D) $3x^4 + 2x + C$.

Lời giải.

Ta có $\int (x^3 + 2) dx = \frac{1}{4}x^4 + 2x + C$.

Chọn đáp án **C**

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và dấu của đạo hàm cho bởi bảng sau

x	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$

Hàm số $f(x)$ có mấy điểm cực trị?

A 3.

B 2.

C 1.

D 5.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 3 lần nên hàm số có 3 cực trị.

Chọn đáp án **B**

Câu 7. Tìm số nghiệm nguyên dương của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(4x - 9) > \log_{\frac{1}{2}}(x + 10)$.

A 6.

B 4.

C 5.

D Vô số.

Lời giải.

Điều kiện của bất phương trình là $x > \frac{9}{4}$.

Khi đó bất phương trình đã cho thành $4x - 9 < x + 10 \Leftrightarrow x < \frac{19}{3}$. (Do $a = \frac{1}{2} < 1$).

So điều kiện ta được $\frac{9}{4} < x < \frac{19}{3}$. Do x nguyên dương nên $x \in \{3, 4, 5, 6\}$.

Chọn đáp án **B**

Câu 8. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại B , $AB = 2a$, $BC = a$, $AA' = 2a\sqrt{3}$. Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

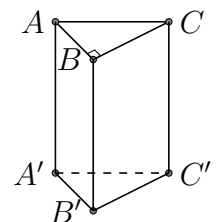
B $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

C $4a^3\sqrt{3}$.

D $2a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

$$V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot \frac{1}{2}BA \cdot BC = 2a^3\sqrt{3}.$$



Chọn đáp án **D**

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = (x - 1)^{\frac{1}{3}}$ là

A $(-\infty; 1)$.

B $\mathbb{R}$.

C $(1; +\infty)$.

D $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải.

Hàm số $y = (x - 1)^{\frac{1}{3}}$ xác định khi và chỉ khi $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.

Chọn đáp án **C**



Câu 10. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_3(2x + 3) = 1$.

- A** $S = \{3\}$. **B** $S = \{-1\}$. **C** $S = \{0\}$. **D** $S = \{1\}$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương $2x + 3 = 3$ hay $x = 0$. Vậy $S = \{0\}$.

Chọn đáp án **C**



Câu 11. Tính $I = \int_{-1}^2 6x^2 dx$.

- A** $I = 18$. **B** $I = 22$. **C** $I = 26$. **D** $I = 14$.

Lời giải.

Ta có $I = \int_{-1}^2 6x^2 dx = (2x^3) \Big|_{-1}^2 = 2[2^3 - (-1)^3] = 18$.

Chọn đáp án **A**



Câu 12. Cho số phức $z = 2 + 5i$. Tìm số phức $w = iz + \bar{z}$.

- A** $w = -3 - 3i$. **B** $w = 3 + 7i$. **C** $w = -7 - 7i$. **D** $w = 7 - 3i$.

Lời giải.

Ta có $w = i \cdot (2 + 5i) + (2 - 5i) = -3 - 3i$.

Chọn đáp án **A**



Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 5z - 12 = 0$. Khi đó mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là

- A** $\vec{n} = (2; 3; 5)$. **B** $\vec{n} = (2; -3; 5)$. **C** $\vec{n} = (-2; -3; -5)$. **D** $\vec{n} = (-2; 3; 5)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 5z - 12 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -3; 5)$.

Chọn đáp án **B**



Câu 14. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của $A(3; 2; -1)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm

- A** $H(3; 2; 0)$. **B** $H(0; 0; 1)$. **C** $H(3; 2; -1)$. **D** $H(0; 2; 0)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 2; -1)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là $(3; 2; 0)$.

Chọn đáp án **A**



Câu 15. Điểm biểu diễn của số phức $z = 8 - i$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy là

- A** $M(8; -1)$. **B** $M(8; -i)$. **C** $M(8; i)$. **D** $M(-i; 8)$.

Lời giải.

Điểm biểu diễn của số phức $z = 8 - i$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy là điểm $M(8; -1)$.

Chọn đáp án **(A)**

- Câu 16.** Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = 2 + \frac{3}{1-x}$ là
- (A)** $y = 3$. **(B)** $y = -1$. **(C)** $x = 1$. **(D)** $y = 2$.

Lời giải.

Vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 2$ nên đồ thị hàm số đã cho có duy nhất một đường tiệm cận ngang có phương trình là $y = 2$.

Chọn đáp án **(D)**

- Câu 17.** Cho $a > 0$, $a \neq 1$ và $\log_a \sqrt{2} = 3$. Tính giá trị của biểu thức $T = \log_2 a$.
- (A)** $T = \frac{3}{2}$. **(B)** $T = \frac{1}{6}$. **(C)** $T = \frac{2}{3}$. **(D)** $T = \frac{1}{9}$.

Lời giải.

Ta có $\log_a \sqrt{2} = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_a 2 = 3 \Leftrightarrow \log_2 a = \frac{1}{6}$.

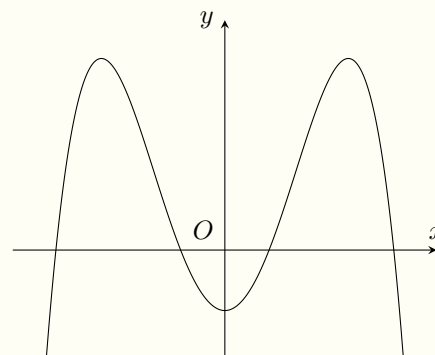
Vậy $T = \log_2 a = \frac{1}{6}$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 18.

Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$, ($c \neq 0$) có đồ thị như hình bên. Nhận xét nào dưới đây là đúng?

- (A)** $a < 0; b < 0; c < 0$. **(B)** $a > 0; b < 0; c < 0$.
(C) $a < 0; b > 0; c > 0$. **(D)** $a < 0; b > 0; c < 0$.



Lời giải.

Do đồ thị hàm số quay xuống nên $a < 0$.

Đồ thị hàm số có ba cực trị nên $a \cdot b < 0 \Rightarrow b > 0$.

Do đồ thị cắt trục tung ở dưới trục hoành nên $c < 0$.

Vậy ta có $a < 0; b > 0; c < 0$.

Chọn đáp án **(D)**

- Câu 19.** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = -3 - 2t \\ y = 5 + t \\ z = 3t \end{cases} \quad ?$$

- (A)** $P(-3; -5; 0)$. **(B)** $Q(3; 5; 3)$. **(C)** $M(-2; 1; 3)$. **(D)** $N(-3; 5; 0)$.

Lời giải.

Với $t = 0$ thay vào hệ ta được $\begin{cases} x = -3 \\ y = 5 \\ z = 0 \end{cases}$. Vậy đường thẳng d đi qua điểm $N(-3; 5; 0)$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 20. Số cách chọn một ban chấp hành gồm một trưởng ban, một phó ban và một thủ quỹ được chọn từ 16 thành viên là

- (A)** A_{16}^3 . **(B)** 16^3 . **(C)** 3^{16} . **(D)** C_{16}^3 .

Lời giải.

Số cách chọn ra một ban cán sự gồm trưởng ban, một phó ban và một thủ quỹ từ 16 học sinh bằng số cách lấy ra 3 học sinh từ 16 học sinh và xếp vào 3 vị trí và bằng A_{16}^3 .

Chọn đáp án **(A)**

Câu 21. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = b$, $AA' = c$. Thể tích của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ bằng bao nhiêu?

- (A)** $\frac{1}{3}abc$. **(B)** $3abc$. **(C)** abc . **(D)** $\frac{1}{2}abc$.

Lời giải.

Thể tích khối hộp chữ nhật là $V = abc$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 22. Tính đạo hàm của hàm số $y = 3^{x+1}$.

- (A)** $y' = 3^{x+1} \cdot \ln 3$. **(B)** $y' = (1+x) \cdot 3^x$. **(C)** $y' = \frac{3^{x+1}}{\ln 3}$. **(D)** $y' = \frac{3^{x+1} \cdot \ln 3}{1+x}$.

Lời giải.

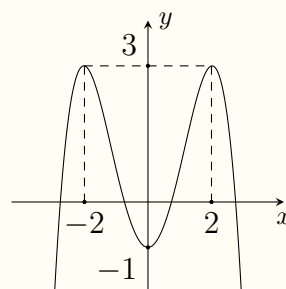
Ta có $y' = 3^{x+1} \cdot \ln 3$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 23.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- (A)** $(-1; 3)$. **(B)** $(-\infty; -2)$. **(C)** $(-\infty; 3)$. **(D)** $(-2; 2)$.



Lời giải.

Từ đồ thị, suy ra $y' > 0$ khi $x \in (-\infty; -2)$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 24. Cho một khối trụ có đường kính của đáy bằng với chiều cao và có thể tích bằng 2π . Tính chiều cao h của khối trụ.

- (A)** $h = 2$. **(B)** $h = \sqrt[3]{24}$. **(C)** $h = \sqrt{2}$. **(D)** $h = \sqrt[3]{4}$.

Lời giải.

Thể tích của khối trụ $V = 2\pi$. Theo giả thiết, suy ra:

$$\pi \cdot \left(\frac{h}{2}\right)^2 \cdot h = 2\pi \Leftrightarrow h^3 = 8 \Leftrightarrow h = 2.$$

Chọn đáp án **(A)** □

❏ Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng K và các hằng số $a, b, c \in K$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

(A) $\int_a^b k \cdot f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$ với $k \in \mathbb{R}$.

(B) $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

(C) $\int_a^b f(x) dx = - \int_a^b f(x) dx$.

(D) $\int_a^b f(x) dx \neq \int_a^b f(t) dt$.

💬 Lời giải.

Ta có $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt$.

Chọn đáp án **(D)** □

❏ Câu 26. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 11$ và công sai $d = 4$. Hãy tính u_{99} .

(A) 401.

(B) 403.

(C) 402.

(D) 404.

💬 Lời giải.

Ta có : $u_{99} = u_1 + 98d = 11 + 98 \cdot 4 = 403$.

Chọn đáp án **(B)** □

❏ Câu 27. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

(A) $\int e^x dx = \frac{e^{x+1}}{x+1} + C$.

(B) $\int x^e dx = \frac{x^{e+1}}{e+1} + C$.

(C) $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$.

(D) $\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C$.

💬 Lời giải.

Ta có

❖ $\int e^x dx = e^x + C$.

❖ $\int x^e dx = \frac{x^{e+1}}{e+1} + C$.

❖ $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$.

❖ $\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C$.

Chọn đáp án **(A)** □

❏ Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

Cực tiểu của hàm số bằng

- (A) 1. (B) -1. (C) 3. (D) 5.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, ta có cực tiểu của hàm số bằng 1.

Chọn đáp án (A)

Câu 29. Tổng giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x) = (x-6)\sqrt{x^2+4}$ trên đoạn $[0; 3]$ có dạng $a - b\sqrt{c}$ với a là số nguyên và b, c là các số nguyên dương. Tính $S = a + b + c$.

- (A) 4. (B) -2. (C) -22. (D) 5.

Lời giải.

Ta có

$$f'(x) = \sqrt{x^2+4} + (x-6) \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+4}} = \frac{x^2+4 + (x-6) \cdot x}{\sqrt{x^2+4}} = \frac{2x^2-6x+4}{\sqrt{x^2+4}}.$$

Xét

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2x^2-6x+4}{\sqrt{x^2+4}} = 0 \Leftrightarrow 2x^2-6x+4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ (nhận)} \\ x = 2 \text{ (nhận)}. \end{cases}$$

Ta tính các giá trị sau: $f(0) = -12$, $f(1) = -5\sqrt{5}$, $f(2) = -8\sqrt{2}$, $f(3) = -3\sqrt{13}$. So sánh các giá trị trên ta được:

$$\max_{x \in [0;3]} = f(3) = -3\sqrt{13} = M, \min_{x \in [0;3]} = f(0) = -12 = m.$$

Theo giả thiết, ta có

$$M + m = a - b\sqrt{c} \Leftrightarrow -12 - 3\sqrt{13} = a - b\sqrt{c} \Rightarrow \begin{cases} a = -12 \\ b = 3 \\ c = 13. \end{cases}$$

Vậy $S = a + b + c = -12 + 3 + 13 = 4$.

Chọn đáp án (A)

Câu 30. Cho hàm số $y = -\frac{x^3}{3} + 3x^2 - 5x + 1$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- (A) Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 5)$. (B) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
(C) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 5)$. (D) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(5; +\infty)$.

Lời giải.

$$y' = -x^2 + 6x - 5; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = 1. \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	5	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	$-\frac{4}{3}$	$\frac{28}{3}$	$-\infty$	

Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 5)$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(5; +\infty)$.

Chọn đáp án **C**

Câu 31. Nếu các số a, b thỏa mãn $2020^a = b$ thì

A $a = 2020^{\frac{1}{b}}$.

B $a = \frac{1}{2020^b}$.

C $a = \log_{2020} b$.

D $a = \log_{\frac{1}{2020}} b$.

Lời giải.

Ta có $2020^a = b \Leftrightarrow a = \frac{1}{2020^b}$.

Chọn đáp án **C**

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$, có $SA = SB = SC = SD$, đáy là tứ giác $ABCD$ thỏa mãn $\widehat{B} = 90^\circ$, $BC = a$, $AB = AD = a\sqrt{3}$. Số đo góc $\widehat{BAD}$ là

A 30° .

B 60° .

C 90° .

D 120° .

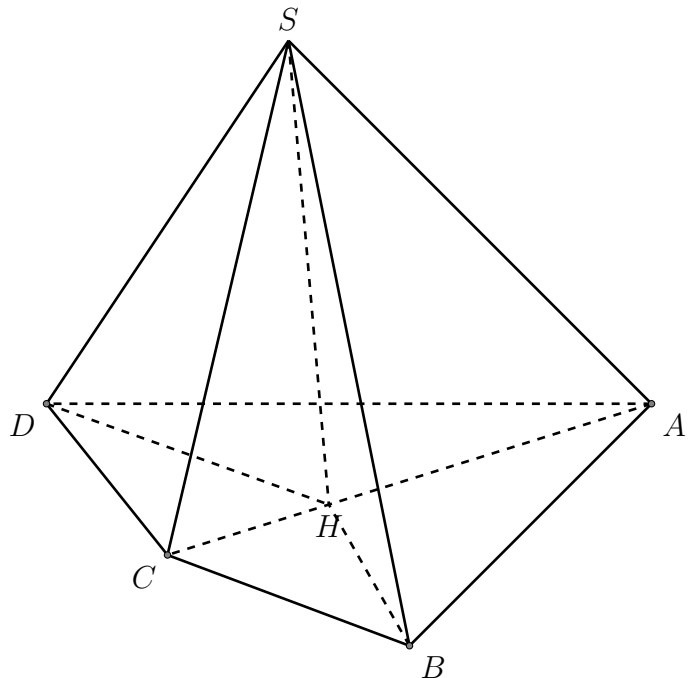
Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên $(S.ABCD)$. Vì $SA = SB = SC = SD$ nên $HA = HB = HC = HD$.

Mà $\triangle ABC$ vuông tại B nên H là trung điểm AC .

Từ giả thiết suy ra $\triangle ABH = \triangle ADH$ nên $\widehat{BAD} = 2\widehat{BAC}$.

Ta có $\cos \widehat{BAC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{BAC} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{BAD} = 60^\circ$.



Chọn đáp án **B**

Câu 33. Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^3 [1 + f(x)] dx$ bằng

A 20.

B 22.

C 26.

D 28.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \int_1^3 [1 + f(x)] dx = 2 + \int_1^3 f(x) dx = 2 + \int_1^3 3x^2 dx = 28.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;6;0)$, $B(0;0;-2)$ và $C(-3;0;0)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua ba điểm A, B, C là

A $-2x + y - 3z + 6 = 0$.

B $\frac{x}{6} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{-3} = 1$.

C $2x - y + 3z + 6 = 0$.

D $\frac{x}{3} + \frac{y}{-6} + \frac{z}{2} = 1$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

$$\text{Ta có } (P): \frac{x}{-3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{-2} = 1 \Leftrightarrow -2x + y - 3z = 6 \Leftrightarrow 2x - y + 3z + 6 = 0.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 35. Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$, $z_2 = 1 - 3i$. Tính $T = |(1 + i)z_1 + 2z_2|$.

A $T = 18$.

B $T = 3\sqrt{2}$.

C $T = 0$.

D $T = 3$.

Lời giải.

$$(1 + i)z_1 + 2z_2 = (1 + i)(2 + i) + 2(1 - 3i) = 3 - 3i \Rightarrow |(1 + i)z_1 + 2z_2| = \sqrt{9 + 9} = 3\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC) bằng

A $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

B $a\sqrt{3}$.

C $\frac{a}{2}$.

D $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

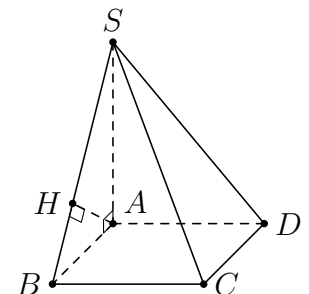
Lời giải.

Do $AD \parallel (SBC)$ nên $d(D, (SBC)) = d(A, (SBC))$.

Kẻ $AH \perp SB$ tại H , suy ra AH là khoảng cách từ A đến (SBC) .

$$\text{Ta có } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy } d(D, (SBC)) = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$



Chọn đáp án **D**

□

Câu 37. Một hộp chứa 11 quả cầu trong đó có 5 quả màu xanh và 6 quả màu đỏ. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả từ hộp đó. Tính xác suất để 2 lần đều lấy được quả cầu màu xanh.

A $\frac{9}{55}$.

B $\frac{2}{11}$.

C $\frac{4}{11}$.

D $\frac{5}{11}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố 2 lần đều lấy được quả cầu màu xanh.

Gọi A_1 là biến cố lần thứ 1 lấy được quả cầu màu xanh.

Gọi A_2 là biến cố lần thứ 2 lấy được quả cầu màu xanh.

Ta có $P(A_1) = \frac{5}{11}$, $P(A_2) = \frac{4}{10}$. Vậy $P(A) = P(A_1) \cdot P(A_2) = \frac{2}{11}$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$.

Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm M và song song với đường thẳng d .

(A) $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$.

(B) $\frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-2}$.

(C) $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$.

(D) $\frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{4} = \frac{z}{2}$.

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; -1)$.

Đường thẳng qua $M(2; 1; 0)$ và song song với đường thẳng d cũng nhận $\vec{u} = (2; 1; -1)$ làm véc-tơ chỉ phương của nó.

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1} \Leftrightarrow \frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-2}.$$

Chọn đáp án **(B)**

Câu 39. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log^3 u_1 - 2 \log^2 u_1 + \log u_1 - 2 = 0$ và $u_{n+1} = 2u_n + 10$ (với mọi $n \in \mathbb{N}^*$). Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n > 10^{100} - 10$ bằng

(A) 326.

(B) 327.

(C) 325.

(D) 324.

Lời giải.

Điều kiện $u_1 > 0$.

$$\text{Vì } \begin{cases} u_1 > 0 \\ u_{n+1} = 2u_n + 10 \end{cases} \Rightarrow u_n > 10 \text{ với mọi } n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \log u_1 > 1.$$

$$\text{Ta có } \log^3 u_1 - 2 \log^2 u_1 + \log u_1 - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log u_1 = 1 \text{ (loại)} \\ \log u_1 = 1 - \sqrt{3} \text{ (loại)} \\ \log u_1 = 1 + \sqrt{3} \text{ (thỏa mãn)} \end{cases} \Rightarrow u_1 = 10 \cdot 10^{\sqrt{3}}.$$

Ta có

$$u_2 = 2 \cdot 10 \cdot 10^{\sqrt{3}} + 10 = 10(2^1 \cdot 10^{\sqrt{3}} + 2^0)$$

$$u_3 = 2 \cdot 10 \cdot (2^1 \cdot 10^{\sqrt{3}} + 2^0) + 10 = 10(2^2 \cdot 10^{\sqrt{3}} + 2^1)$$

...

$$\Rightarrow u_n = 10(2^{n-1} \cdot 10^{\sqrt{3}} + 2^{n-2})$$

$$\text{Vì } u_n > 10^{100} - 10 \Rightarrow 10(2^{n-1} \cdot 10^{\sqrt{3}} + 2^{n-2}) > 10^{100} - 10 \Rightarrow 2^{n-2} > \frac{10^{99} - 1}{2 \cdot 10^{\sqrt{3}} + 1} \Rightarrow n > 324,2.$$

Chọn đáp án **(C)**

Câu 40. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^3 + (m+2)x^2 + (m^2 - m - 3)x - m^2$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt?

(A) 1.

(B) 2.

(C) 4.

(D) 3.

Lời giải.

$y = x^3 + (m+2)x^2 + (m^2 - m - 3)x - m^2 = (x-1)[x^2 + (m+3)x + m^2]$.
Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số y và trục hoành là

$$(x-1)[x^2 + (m+3)x + m^2] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 + (m+3)x + m^2 = 0. \end{cases}$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow x^2 + (m+3)x + m^2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 1.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (m+3)^2 - 4m^2 > 0 \\ (1)^2 + (m+3)(1) + m^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3m^2 + 6m + 9 > 0 \\ m^2 + m + 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 3.$$

Vậy $m \in \{0; 1; 2\}$.

Chọn đáp án **(D)**



Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0; 2\}$ và thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x^2 - 2x}$. Biết rằng $f(-2) + f(4) = 0$ và $f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{3}{2}\right) = 2018$. Tính $T = f(-1) + f(1) + f(5)$.

(A) $T = \frac{1}{2} \ln 5 + 1009$.

(B) $T = \frac{1}{2} \ln \frac{9}{5} + 1009$.

(C) $T = \frac{1}{2} \ln \frac{9}{5} + 2018$.

(D) $T = \frac{1}{2} \ln \frac{9}{5}$.

Lời giải.

Ta có $f(x) = \int f'(x) dx = \int \frac{1}{x^2 - 2x} dx = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-2}{x} \right| + C$.

Suy ra $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-2}{x} \right| + C_1 & \text{khi } x < 0 \\ \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-2}{x} \right| + C_2 & \text{khi } 0 < x < 2 \\ \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-2}{x} \right| + C_3 & \text{khi } x > 2. \end{cases}$

Do $f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{3}{2}\right) = 2018 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \left(\ln 3 + \ln \frac{1}{3} \right) + 2C_2 = 2018 \Leftrightarrow C_2 = 1009$.

Lại có $f(-2) + f(4) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \left(\ln 2 + \ln \frac{1}{2} \right) + C_1 + C_3 = 0 \Leftrightarrow C_1 + C_3 = 0$.

Do đó $T = f(-1) + f(1) + f(5) = \frac{1}{2} \left(\ln 3 + \ln 1 + \ln \frac{3}{5} \right) + C_1 + C_2 + C_3 = \frac{1}{2} \ln \frac{9}{5} + 1009$.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 42. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có thể tích bằng a^3 và đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Tính $\cos \alpha$ với α là góc giữa mặt bên với mặt đáy.

(A) $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$.

(B) $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

(C) $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{37}}$.

(D) $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{19}}$.

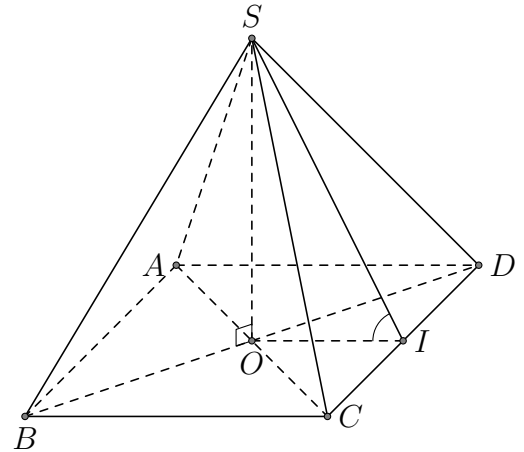
Lời giải.

Gọi I là trung điểm CD , O là tâm của hình vuông $ABCD$, suy ra $SO \perp (ABCD)$. Khi đó

$$SO = \frac{3V}{S_{ABCD}} = \frac{3a^3}{a^2} = 3a.$$

Mặt khác, ta có $SO \perp CD$ và $OI \perp CD$ nên góc giữa mặt bên (SCD) với mặt đáy là góc $\widehat{SIO}$.

Xét tam giác vuông SOI có $SO = 3a$, $OI = \frac{a}{2}$ nên $\tan \widehat{SIO} = \tan \alpha = \frac{SO}{OI} = 6$. Suy ra $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1 + 6^2}} = \frac{1}{\sqrt{37}}$.



Chọn đáp án **C**

Câu 43. Cho hai số thực b, c với $c > 0$. Kí hiệu A, B là hai điểm của mặt phẳng phức biểu diễn hai nghiệm của phương trình $z^2 + 2bz + c = 0$. Tìm điều kiện của b và c sao cho tam giác OAB là tam giác vuông (với O là gốc tọa độ).

A $b = c$.

B $b^2 = c$.

C $2b^2 = c$.

D $b^2 = 2c$.

Lời giải.

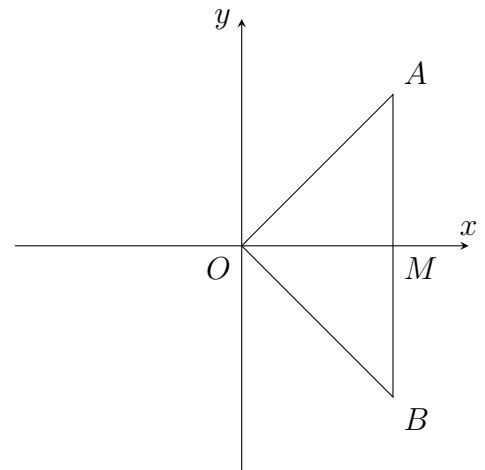
Theo bài ra ta giả sử A, B là điểm biểu diễn lần lượt của $z_1 = x + yi$, $z_2 = x - yi$, suy ra A và B đối xứng nhau qua trục hoành.

Áp dụng định lý Vi-ét ta có

$$z_1 + z_2 = 2x = -2b \text{ và } z_1 z_2 = x^2 + y^2 = c.$$

Để tam giác OAB vuông khi và chỉ khi $OM = MA = MB \Leftrightarrow |x| = |y| \Leftrightarrow x^2 = y^2 = b^2$.

Từ đó suy ra $2b^2 = c$.



Chọn đáp án **C**

Câu 44. Giá trị lớn nhất M của $\left| \frac{i}{mi-1} + \frac{m+1}{m^2+1}i \right|$ thuộc khoảng nào sau đây?

A $(0; 1)$.

B $\left(0; \frac{3}{5}\right)$.

C $\left(\frac{4}{5}; 1\right)$.

D $(-1; 0)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \left| \frac{i}{mi-1} + \frac{m+1}{m^2+1}i \right| = \left| \frac{i(-mi-1)}{m^2+1} + \frac{m+1}{m^2+1}i \right| = \left| \frac{m}{m^2+1} + \frac{m}{m^2+1}i \right| = \left| \frac{m}{m^2+1} \right| \cdot \sqrt{2}.$$

$$\text{Ta lại có } m^2 + 1 \geq 2\sqrt{m^2 \cdot 1} = 2|m| \Rightarrow \left| \frac{m}{m^2+1} \right| \leq \frac{1}{2}.$$

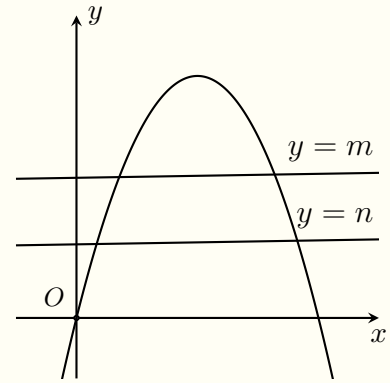
$$\text{Do đó } \left| \frac{i}{mi-1} + \frac{m+1}{m^2+1}i \right| \leq \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn đáp án **A**

Câu 45.

Gọi H là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4x$ và trục hoành. Hai đường thẳng $y = m$ và $y = n$ chia (H) thành ba phần có diện tích bằng nhau (tham khảo hình vẽ). Giá trị của biểu thức $T = (4 - m)^3 + (4 - n)^3$ bằng

- (A)** $T = \frac{320}{9}$. **(B)** $T = \frac{75}{2}$. **(C)** $T = \frac{512}{15}$. **(D)** $T = 405$.



Lời giải.

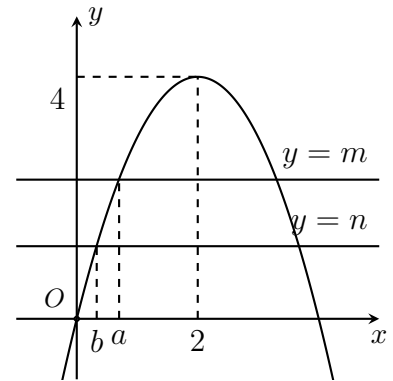
Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4x$ và trục Ox và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$.

$$\text{Khi đó } S = \int_0^2 (-x^2 + 4x) dx = \frac{16}{3}.$$

Đường thẳng $y = m$ và $y = n$ chia S thành ba phần bằng nhau có diện tích theo thứ tự từ trên xuống là S_1 ; S_2 ; S_3 .

Gọi hoành độ các giao điểm của parabol với hai đường thẳng như hình bên.

Ta có



$$\begin{aligned} S_1 &= 2 \int_a^2 (-x^2 + 4x - m) dx = \frac{1}{3} S \\ \Leftrightarrow \left(-\frac{x^3}{3} + 2x^2 - mx \right) \Big|_a^2 &= \frac{1}{3} \cdot \frac{16}{3} \\ \Leftrightarrow \left(\frac{16}{3} - 2m \right) - \left(-\frac{a^3}{3} + 2a^2 - ma \right) &= \frac{16}{9} \quad (1). \end{aligned}$$

Mà $x = a$ là nghiệm của phương trình $-x^2 + 4x = m$ nên ta có $-a^2 + 4a = m$ (2).

Thay (2) vào (1) ta được $-\frac{2a^3}{3} + 4a^2 - 8a + \frac{32}{9} = 0 \Leftrightarrow a \approx 0,613277$.

Suy ra $m = -a^2 + 4a \approx 2,077$.

Tương tự ta có

$$\begin{aligned} S_1 + S_2 &= \frac{2}{3} S \\ \Rightarrow 2 \int_b^2 (-x^2 + 4x - n) dx &= \frac{2}{3} \cdot 2 \cdot \int_0^2 (-x^2 + 4x) dx \\ \Leftrightarrow -\frac{2}{3} b^3 + 4b^2 - 8b + \frac{16}{9} &= 0 \\ \Leftrightarrow b \approx 0,252839 \Rightarrow n = -b^2 + 4b &= 0,947428. \end{aligned}$$

$$\text{Khi đó } T = (4 - m)^3 + (4 - n)^3 = \frac{320}{9}.$$

Chọn đáp án **(A)**



Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tam giác ABC biết $A(2; 1; 0)$, $B(3; 0; 2)$, $C(4; 3; -4)$. Viết phương trình đường phân giác trong góc A .

A $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 + t \\ z = 0. \end{cases}$

B $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = t. \end{cases}$

C $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 \\ z = 0. \end{cases}$

D $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 \\ z = t. \end{cases}$

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} AB = \sqrt{6} \\ AC = 2\sqrt{6} \end{cases}$. Gọi $D(x; y; z)$ là chân đường phân giác hạ từ đỉnh A của tam giác ABC .

Có $\begin{cases} \overrightarrow{BD} = (x - 3; y; z - 2) \\ \overrightarrow{CD} = (x - 4; y - 3; z + 4) \end{cases}$ theo tính chất đường phân giác, ta có

$$\overrightarrow{BD} = -\frac{AB}{AC} \cdot \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{BD} = -\overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{10}{3} \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow D\left(\frac{10}{3}; 1; 0\right).$$

Suy ra $\overrightarrow{AD} = \left(\frac{4}{3}; 0; 0\right)$, suy ra véc-tơ chỉ phương của đường phân giác trong góc A là $\vec{u} = (1; 0; 0)$

khi đó phương trình đường phân giác trong góc A là $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 \\ z = 0. \end{cases}$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 47. Cho tứ diện $ABCD$ có $AD \perp DC$, $AC = 2a$, tam giác $\triangle ABC$ vuông cân tại B , góc $\widehat{DAC} = 60^\circ$. Quay tứ diện quanh trục AC được một khối tròn xoay có thể tích V . Chọn đáp án đúng.

A $V = \frac{\pi a^3}{2}.$

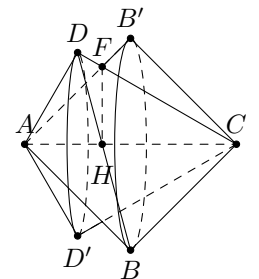
B $V = \frac{2\pi a^3}{3}.$

C $V = \frac{9 + \sqrt{3}}{12} \pi a^3.$

D $V = \frac{-9 + 8\sqrt{3}}{6} \pi a^3.$

Lời giải.

Thể tích khối tròn xoay cần tìm bằng tổng thể tích hai hình nón khi quay hai tam giác $\triangle ADC$ và $\triangle AB'C$ quanh trục AC trừ đi tổng thể tích khối tròn xoay khi quay tam giác $\triangle AFC$ quanh trục AC (Do tam giác $\triangle AFC$ quay hai lần).



Khối tròn xoay khi quay tam giác $\triangle ADC$ quanh trục AC .

$$V_1 = \frac{1}{3} \pi r_1^2 AC = \frac{1}{3} \pi (AD \sin 60^\circ)^2 AC = \frac{1}{3} \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 \cdot 2a = \frac{\pi a^3}{2}.$$

Khối tròn xoay khi quay tam giác $AB'C$ quanh trục AC là

$$V_2 = \frac{1}{3} \pi r_2^2 AC = \frac{1}{3} \pi a^2 AC = \frac{1}{3} \pi \cdot a^2 \cdot 2a = \frac{2\pi a^3}{3}.$$

Ta có $\widehat{DAF} = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ \Rightarrow AF = \frac{AD}{\cos 15^\circ} = \frac{a}{\cos 15^\circ} \Rightarrow FH = AF \sin 45^\circ = \frac{a \sin 45^\circ}{\cos 15^\circ} = r_3$.

Khối tròn xoay khi quay tam giác $\triangle AFC$ quanh trục AC là

$$V_3 = \frac{1}{3} \pi r_3^2 AC = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{a \sin 45^\circ}{\cos 15^\circ} \right)^2 AC = \frac{1}{3} \pi \frac{a^2 \cdot \frac{1}{2}}{\frac{2 + \sqrt{3}}{4}} \cdot 2a = \frac{8 - 4\sqrt{3}}{3} \pi a^3.$$

Thể tích khối tròn xoay thu được là $V_1 + V_2 - V_3 = \frac{\pi a^3}{2} + \frac{2\pi a^3}{3} - \frac{4 - 2\sqrt{3}}{3} \pi a^3 = \frac{-9 + 8\sqrt{3}}{6} \pi a^3$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 48. Bất phương trình $5x + \sqrt{6x^2 + x^3 - x^4} \log_2 x > (x^2 - x) \log_2 x + 5 + 5\sqrt{6 + x - x^2}$ có tập nghiệm là $S = (a; b]$. Khi đó $b - a$ bằng

(A) $\frac{1}{2}$.

(B) $\frac{7}{2}$.

(C) $\frac{5}{2}$.

(D) 2.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} x > 0 \\ 6 + x - x^2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \leq 3$.

Với điều kiện $0 < x \leq 3$ ta có

$$\begin{aligned} & 5x + \sqrt{6x^2 + x^3 - x^4} \cdot \log_2 x > (x^2 - x) \cdot \log_2 x + 5 + 5\sqrt{6 + x - x^2} \\ \Leftrightarrow & \left(\sqrt{6 + x - x^2} - x + 1 \right) \cdot (x \cdot \log_2 x - 5) > 0 \\ \Leftrightarrow & \sqrt{6 + x - x^2} < x - 1 \text{ (vì } \max_{(0;3]} (x \cdot \log_2 x - 5) < 0) \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x - 1 > 0 \\ 6 + x - x^2 \geq 0 \\ 6 + x - x^2 < (x - 1)^2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \frac{5}{2} < x \leq 3. \end{aligned}$$

Ta chứng minh $\max_{(0;3]} (x \cdot \log_2 x - 5) < 0$.

Xét $f(x) = x \cdot \log_2 x - 5$ với $x \in (0; 3]$.

Ta có $f'(x) = \log_2 x + \frac{1}{\ln 2}$.

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2^{-\frac{1}{\ln 2}}$.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 0^+} (x \cdot \log_2 x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log_2 x}{\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x \ln 2}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-x}{\ln 2} = 0.$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$

x	0	$2^{-\frac{1}{\ln 2}}$	3
$f'(x)$	—	0	+
$f(x)$	-5	$f(2^{-\frac{1}{\ln 2}})$	$f(3) \approx -0,25$

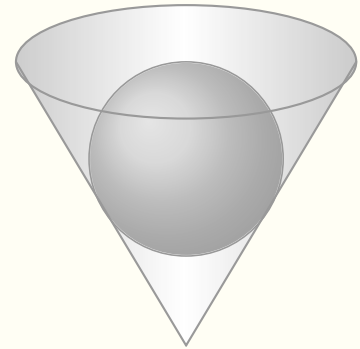
Do vậy, $\max_{(0;3]} f(x) = f(3) < 0$.

Chọn đáp án **A**

Câu 49.

Thả một quả cầu đặc có bán kính 3 cm vào một vật hình nón (có đáy nón không kín) (như hình vẽ bên). Cho biết khoảng cách từ tâm quả cầu đến đỉnh nón là 5 cm. Tính thể tích (theo đơn vị cm^3) phần không gian kín giới hạn bởi bề mặt quả cầu và bề mặt trong của vật hình nón.

- A** $\frac{12\pi}{5}$. **B** $\frac{14\pi}{5}$. **C** $\frac{16\pi}{5}$. **D** $\frac{18\pi}{5}$.



Lời giải.

Theo giả thiết ta có $SI = 5$ cm, $IH = 3$ cm.

Gọi thể tích nón nhỏ là V_1 , thể tích chỏm cầu là V_2 . Khi đó thể tích cần tìm là $V_1 - V_2$.

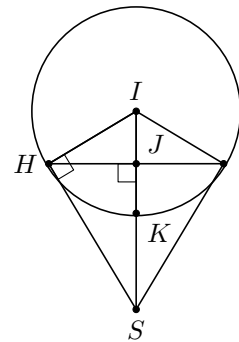
Xét tam giác vuông HIS có $HS = \sqrt{SI^2 - HI^2} = 4$, $HS^2 = SI \cdot SJ \Rightarrow SJ = \frac{16}{5}$, $JI = 5 - \frac{16}{5} = \frac{9}{5} \Rightarrow JK = 3 - \frac{9}{5} = \frac{6}{5}$.

Ta có $V_1 = \frac{1}{3}\pi HJ^2 \cdot SJ = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{12}{5}\right)^2 \cdot \frac{16}{5} = \frac{768\pi}{125}$.

$$V_2 = \pi JK^2 \left(HI - \frac{JK}{3} \right) = \pi \left(\frac{6}{5} \right)^2 \left(3 - \frac{6}{15} \right) = \frac{468}{125}\pi.$$

Vậy thể tích cần tìm là $V_1 - V_2 = \frac{768}{125}\pi - \frac{468}{125}\pi = \frac{12\pi}{5}$.

Chọn đáp án **A**



Câu 50. Hàm số $y = f(x) = (x-1) \cdot (x-2) \cdots (x-2018)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

- A** 1009. **B** 2018. **C** 2017. **D** 1008.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ \dots \\ x = 2018. \end{cases}$$

Vậy phương trình $f(x) = 0$ có 2018 nghiệm đơn. Do đó hàm số $y = f(x)$ có 2017 điểm cực trị.

Mặt khác $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ nên hàm số $y = f(x)$ có 1008 điểm cực đại và 1009 điểm cực tiểu.

Chọn đáp án **D**

HẾT

BỘ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
TRƯỜNG THPT NGUYỄN TẤT THÀNH
GV: LÊ QUANG XE - 0967.003.131

PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO 2022
NĂM HỌC 2021 - 2022
Môn: **Toán**
Thời gian làm bài: 90 phút
ĐỀ THAM KHẢO PTMH2022

ĐỀ SỐ 6

- Câu 1.** Số phức $z = 12 - 3i$ có phần thực và phần ảo lần lượt bằng
(A) -12 và 3 . (B) 12 và 3 . (C) -3 và 12 . (D) 12 và -3 .

Lời giải.

Số phức $z = 12 - 3i$ có phần thực là 12 và phần ảo là -3 .

Chọn đáp án (D)

- Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y + 2)^2 + (z - 2)^2 = 8$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .
(A) $I(0; -2; 2); R = 64$. (B) $I(0; 2; -2); R = 4$.
(C) $I(0; -2; 2); R = 2\sqrt{2}$. (D) $I(0; 2; -2); R = 2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Phương trình mặt cầu là $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$ nên $I(0; -2; 2); R = 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án (C)

- Câu 3.** Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?
(A) Đồ thị hàm số nằm phía trên trục hoành.
(B) Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là đường thẳng $y = 0$.
(C) Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là trục hoành.
(D) Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Lời giải.

Từ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ suy ra đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là trục hoành.

Chọn đáp án (C)

- Câu 4.** Tính thể tích khối cầu có bán kính bằng 1 .
(A) $\frac{4\pi}{3}$. (B) 4π . (C) π . (D) π^3 .

Lời giải.

Thể tích khối cầu có bán kính $r = 1$ là: $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 1^3 = \frac{4\pi}{3}$.

Chọn đáp án (A)

- Câu 5.** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5^x$ là
(A) $5^{x+1} + C$. (B) $5^{\ln 5} + C$. (C) $\frac{5^{x+1}}{x+1} + C$. (D) $\frac{5^x}{\ln 5} + C$.

Lời giải.

Áp dụng công thức $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$, ta có $\int 5^x dx = \frac{5^x}{\ln 5} + C$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	+	0	-	+
y	0	↗ 2 ↘ $-\infty$	↗ 5	

- (A)** Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$. **(B)** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.
(C) Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$. **(D)** Giá trị cực tiểu của hàm số $y_{CT} = 3$.

Lời giải.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\log 2x < \log(x + 6)$ là

- (A)** $(6; +\infty)$. **(B)** $(0; 6)$. **(C)** $[0; 6)$. **(D)** $(-\infty; 6)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $x > 0$.

Bất phương trình $\Leftrightarrow 2x < x + 6 \Leftrightarrow x < 6$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(0; 6)$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 8. Thể tích khối lăng trụ khi biết diện tích đáy S và chiều cao h là

- (A)** Sh . **(B)** $\frac{1}{3}Sh$. **(C)** $\frac{1}{6}Sh$. **(D)** $3Sh$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ khi biết diện tích đáy S và chiều cao h là $V = Sh$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = (-x^2 + 3x + 4)^{\frac{1}{3}} + \sqrt{2 - x}$ là

- (A)** $(-1; 2)$. **(B)** $(-1; 2]$. **(C)** $(-\infty; 2]$. **(D)** $[-1; 2]$.

Lời giải.

Hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} -x^2 + 3x + 4 > 0 \\ 2 - x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 4 \\ x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-1; 2]$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 10. Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x - 1)^2 = 2$ là

- (A)** $\{3\}$. **(B)** $\{-1; 3\}$. **(C)** $\{-3; 1\}$. **(D)** $\{1\}$.

Lời giải.

Điều kiện: $(x - 1)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 1$.

Ta có $\log_2(x-1)^2 = 2 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 2^2 \Leftrightarrow |x-1| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3. \end{cases}$

Chọn đáp án **B**



Câu 11. Cho hai hàm số $f(x)$, $g(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $a < c < b$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

A $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx.$

B $\int_a^b k f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$ với k là hằng số.

C $\int_a^b \frac{f(x)}{g(x)} dx = \frac{\int_a^b f(x) dx}{\int_a^b g(x) dx}.$

D $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

Lời giải.

Theo tính chất của tích phân xác định ta có

$$\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$$

$$\int_a^b k f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx \text{ với } k \text{ là hằng số.}$$

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$$

Ta không có tính chất $\int_a^b \frac{f(x)}{g(x)} dx = \frac{\int_a^b f(x) dx}{\int_a^b g(x) dx}.$

Chọn đáp án **C**



Câu 12. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$, $z_2 = -2 + i$. Khi đó $z_1 \cdot z_2$ bằng

A $-4 + 5i.$

B $-5i.$

C $4 - 5i.$

D $5i.$

Lời giải.

$$z_1 \cdot z_2 = (1 - 2i)(-2 + i) = 5i.$$

Chọn đáp án **D**



Câu 13. Cho mặt phẳng (α) có phương trình $2x + 4y - 3z + 1 = 0$, một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là

- A** $\vec{n} = (2; -4; -3)$. **B** $\vec{n} = (-3; 4; 2)$. **C** $\vec{n} = (2; 4; 3)$. **D** $\vec{n} = (2; 4; -3)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 4; -3)$.

Chọn đáp án **D**

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC với $A(1; -1; 0)$, $B(2; 0; -2)$, $C(0; -2; -4)$ là

- A** $G(1; -1; -2)$. **B** $G(1; -1; 2)$. **C** $G(-1; -1; -2)$. **D** $G(-1; 1; 2)$.

Lời giải.

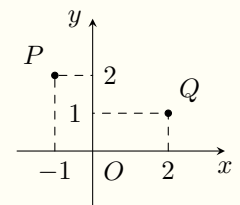
Tọa độ điểm G là

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{1 + 2 + 0}{3} = 1 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{-1 + 0 - 2}{3} = -1 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = \frac{0 - 2 - 4}{3} = -2 \end{cases} \Rightarrow G(1; -1; -2).$$

Chọn đáp án **A**

Câu 15. Trong hình vẽ bên, điểm P biểu diễn số phức z_1 , điểm Q biểu diễn số phức z_2 . Tìm số phức $z = z_1 + z_2$?

- A** $1 + 3i$. **B** $-3 + i$. **C** $-1 + 2i$. **D** $2 + i$.



Lời giải.

Nhìn vào hình vẽ trên ta thấy $z_1 = -1 + 2i$, $z_2 = 2 + i$. Khi đó $z_1 + z_2 = 1 + 3i$.

Chọn đáp án **A**

Câu 16. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có đường tiệm cận đứng?

- A** $y = \frac{x-1}{x}$. **B** $y = e^x$. **C** $y = \sqrt{x^2 + x - 2}$. **D** $y = \frac{x^2 - x - 2}{x + 1}$.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-1}{x} = +\infty \Rightarrow x = 0 \text{ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số } y = \frac{x-1}{x}.$$

$y = e^x$ chỉ có tiệm cận ngang, không có tiệm cận đứng.

$y = \sqrt{x^2 + x - 2}$ không có tiệm cận nào.

$$\text{Còn với } y = \frac{x^2 - x - 2}{x + 1} \text{ thì } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-2)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x-2) = -3 \neq \pm\infty.$$

Chọn đáp án **A**

Câu 17. Với a, b, c là các số dương và $a \neq 1$, mệnh đề nào sau đây **sai**?

(A) $\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c.$

(B) $\log_a(b \cdot c) = \log_a b \cdot \log_a c.$

(C) $\log_a b^c = c \log_a b.$

(D) $\log_a \left(\frac{b}{c} \right) = \log_a b - \log_a c.$

Lời giải.

Ta có: $\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c.$

$\log_a b^c = c \log_a b.$

$\log_a \left(\frac{b}{c} \right) = \log_a b - \log_a c.$

$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c \neq \log_a b \cdot \log_a c.$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 18.

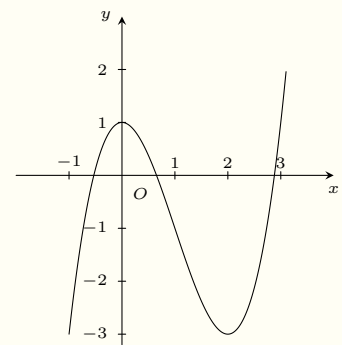
Đồ thị hình bên là của đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?

(A) $y = x^3 - 3x^2 + 1.$

(B) $y = -\frac{x^3}{3} + x^2 + 1.$

(C) $y = 2x^3 - 6x^2 + 1.$

(D) $y = -x^3 - 3x^2 + 1.$



Lời giải.

Theo hình vẽ thì ta nhận thấy đây có thể là đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a > 0$ và đi qua điểm $A(2; -3)$. Trong các đáp án thì hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ có đủ điều kiện phù hợp nhất.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 \\ z = -2 + 3t \end{cases}$ **không** đi qua điểm nào sau đây?

(A) $P(4; 1; -4).$

(B) $Q(3; 1; -5).$

(C) $M(2; 1; -2).$

(D) $N(0; 1; 4).$

Lời giải.

Thế tọa độ từng điểm vào phương trình đường thẳng Δ , ta thấy tọa độ điểm P thỏa mãn.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 20. Từ các chữ số 1; 5; 6; 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau?

(A) 14.

(B) 24.

(C) 36.

(D) 20.

Lời giải.

Mỗi số tự nhiên lập được từ bốn chữ số 1; 5; 6; 7 là một hoán vị của 4 phần tử.

Số hoán vị là $P_4 = 4! = 24.$

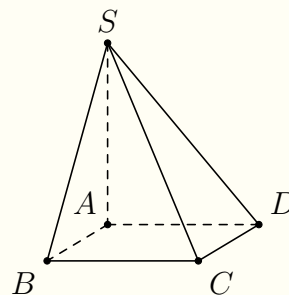
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 21.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = 2a$, $SA = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ (tham khảo hình vẽ). Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- (A) $V = \frac{4a^3}{3}$. (B) $V = \frac{6a^3}{3}$. (C) $V = 4a^3$. (D) $V = \frac{8a^3}{3}$.

**Lời giải.**

Khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $ABCD$ và chiều cao SA nên có thể tích là

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot AB \cdot BC \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot a \cdot 2a \cdot 2a = \frac{4a^3}{3}.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 22. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$?

- (A) $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$. (B) $y = \log_{\frac{\pi}{4}}(2x^2 + 1)$.
(C) $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$. (D) $y = \log_{\frac{2}{3}} x$.

Lời giải.

Hàm số $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ và có cơ số $0 < \frac{2}{e} < 1$ nên hàm số nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
(B) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.
(C) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
(D) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng xét dấu ta có $y' < 0$, $\forall x \in (0; 2)$ nên hàm số nghịch biến trên $(0; 2)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 24. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a$, $AC = 2a$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh trục AB .

- (A) $l = a\sqrt{2}$. (B) $l = 2a$. (C) $l = a\sqrt{3}$. (D) $l = a\sqrt{5}$.

Lời giải.

Ta có $l = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + 4a^2} = a\sqrt{5}$.

Chọn đáp án **(D)**



- Câu 25.** Biết $\int_a^b f(x) dx = 10$ và $\int_a^b g(x) dx = 5$. Tính tích phân $I = \int_a^b [3f(x) - 5g(x)] dx$.
- (A)** $I = 5$. **(B)** $I = -5$. **(C)** $I = 15$. **(D)** $I = 10$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } I = \int_a^b [3f(x) - 5g(x)] dx = 3 \int_a^b f(x) dx - 5 \int_a^b g(x) dx = 3 \cdot 10 - 5 \cdot 5 = 5.$$

Chọn đáp án **(A)**



- Câu 26.** Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$, công sai $d = 3$. Số hạng thứ 5 của (u_n) bằng
- (A)** 14. **(B)** 10. **(C)** 162. **(D)** 30.

Lời giải.

Số hạng tổng quát của cấp số cộng có số hạng đầu u_1 và công sai bằng d là $u_n = u_1 + (n - 1)d$.
 Vậy $u_5 = u_1 + 4d = 2 + 4 \cdot 3 = 14$.

Chọn đáp án **(A)**



- Câu 27.** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{-x} - 1$ là
- (A)** $e^x + x + C$. **(B)** $-e^{-x} - x + C$. **(C)** $-e^x - x + C$. **(D)** $e^{-x} - x + C$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \int f(x) dx = \int (e^{-x} - 1) dx = -e^{-x} - x + C.$$

Chọn đáp án **(B)**



- Câu 28.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
y'	+	0	-	+
y	$-\infty$	2	-1	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A)** Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 3$.
(B) Hàm số có giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$ bằng -1 .
(C) Hàm số có giá trị cực đại bằng 1.
(D) Hàm số chỉ có một điểm cực trị.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$.

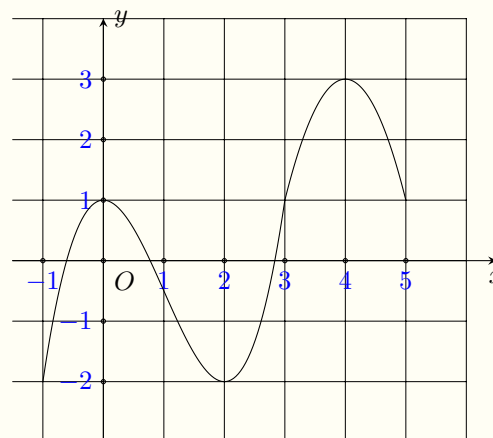
Chọn đáp án **(A)**



Câu 29.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 5]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 5]$. Giá trị của $M - m$ bằng

- (A) 6. (B) 3. (C) 5. (D) 1.

**Lời giải.**

Dựa vào đồ thị, giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên $[-1; 5]$ lần lượt là $M = 3$ và $m = -2$. Do đó $M - m = 5$.

Chọn đáp án (C)

Câu 30. Hàm số $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 6x + \frac{3}{4}$

- (A) Đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$. (B) Nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
(C) Nghịch biến trên khoảng $(-2; 3)$. (D) Đồng biến trên khoảng $(-2; 3)$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $f'(x) = x^2 - x - 6$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 3. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Vậy hàm số nghịch biến trên $(-2; 3)$; đồng biến trên $(-\infty; -2)$, $(3; +\infty)$.

Chọn đáp án (C)

Câu 31. Cho $\log_3 5 = a$, $\log_5 7 = b$, khi đó $\log_{45} 175$ bằng

- (A) $\frac{a+b}{2+a}$. (B) $\frac{a(2+b)}{2+a}$. (C) $\frac{a(a+b)}{2+a}$. (D) $\frac{2a+b}{2+a}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_{45} 175 = \frac{\log_5 175}{\log_5 45} = \frac{\log_5 (7 \cdot 5^2)}{\log_5 (5 \cdot 3^2)} = \frac{\log_5 7 + 2}{2 \log_5 3 + 1} = \frac{2+b}{2 \cdot \frac{1}{a} + 1} = \frac{a(2+b)}{2+a}.$$

Chọn đáp án (B)

Câu 32. Tứ diện đều $ABCD$ cạnh a , M là trung điểm của cạnh CD . Cô-sin của góc giữa AM và BD là

A $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

B $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

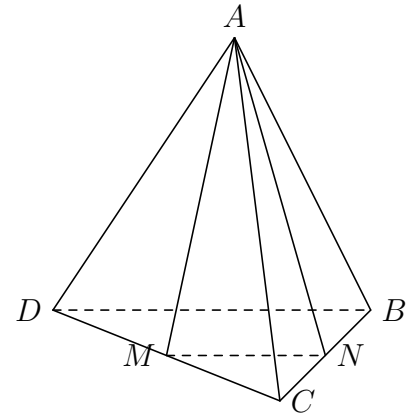
C $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

D $\frac{\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải.

Gọi N là trung điểm của BC . Do $MN \parallel BD$ nên góc giữa AM và BD bằng góc giữa AM và MN . Suy ra góc cần tìm là góc $\widehat{AMN}$.
Ta có

$$\begin{aligned}\cos \widehat{AMN} &= \frac{MA^2 + MN^2 - AN^2}{2MA \cdot MN} \\ &= \frac{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}{2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2}} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{6}.\end{aligned}$$



Chọn đáp án **A**

□

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) = (x+1)^2, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 1$. Giá trị của biểu thức $f(-1) + f(1)$ bằng

A 4.

B $\frac{10}{3}$.

C 2.

D 20.

Lời giải.

Ta có: $f(x) = \int (x+1)^2 dx = \frac{(x+1)^3}{3} + C$.

$f(0) = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{3} + C = 1 \Leftrightarrow C = \frac{2}{3}$.

Vậy $f(x) = \frac{(x+1)^3}{3} + \frac{2}{3}$ nên $f(-1) + f(1) = \frac{10}{3}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 2)$ và $B(3; 0; 2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A $x + y - z - 1 = 0$.

B $x + y - 3 = 0$.

C $x - y - z + 1 = 0$.

D $x - y - 1 = 0$.

Lời giải.

Ta có mặt phẳng trung trực của đoạn AB qua trung điểm $I(2; 1; 2)$ của AB và nhận $\overrightarrow{AB} = (2; -2; 0)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có dạng $2x - 2y - 2 = 0$ hay $x - y - 1 = 0$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 35. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = \left(\frac{2+i}{1-2i}\right)^2 + i^{2019}$.

A $\bar{z} = -1$.

B $\bar{z} = -1 - i$.

C $\bar{z} = -1 + i$.

D $\bar{z} = i$.

Lời giải.

Ta có $z = \left(\frac{2+i}{1-2i}\right)^2 + i^{2019} = i^2 + i^{2019} = -1 - i$.

Suy ra $\bar{z} = -1 + i$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = a, SB = a\sqrt{2}, SC = a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ S đến (ABC) .

A $\frac{11a}{6}$.

B $\frac{a\sqrt{66}}{6}$.

C $\frac{6a}{11}$.

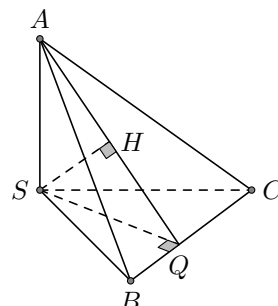
D $\frac{a\sqrt{66}}{11}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của S lên (ABC) .

Vì SA, SB, SC đôi một vuông góc nên $\frac{1}{SH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SB^2} + \frac{1}{SC^2}$.

Từ đây ta giải được $d(S, (ABC)) = SH = \frac{a\sqrt{66}}{11}$.



Chọn đáp án **D**

Câu 37. Từ tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số mà các chữ số đều khác 0, lấy ngẫu nhiên 1 số. Tính xác suất để lấy được số có mặt đúng 3 chữ số khác nhau.

A $\frac{1400}{59049}$.

B $\frac{1400}{19683}$.

C $\frac{1400}{6561}$.

D $\frac{140}{2187}$.

Lời giải.

Số các số tự nhiên gồm 5 chữ số mà các chữ số đều khác 0 có: 9^5 số.

Số phần tử của không gian mẫu: $|\Omega| = 9^5$.

Biến cố A : lấy được số có mặt đúng 3 chữ số khác nhau.

+ Chọn ra 3 chữ số từ 9 chữ số $1, 2, 3, \dots, 9$ là: C_9^3 .

+ Giả sử 3 số được chọn là a, b, c . Vì số cần tìm có 5 chữ số mà chỉ có mặt đúng 3 chữ số khác nhau nên ta có các trường hợp sau:

Trường hợp 1: a xuất hiện 3 lần; b và c xuất hiện 1 lần: $C_3^3 \cdot 2! = 20$ số.

Tương tự khi b và c xuất hiện 3 lần thì mỗi trường hợp đó cũng thành lập được 20 số.

Trường hợp 2: a xuất hiện 2 lần; b xuất hiện 2 lần và c xuất hiện 1 lần: $C_5^2 \cdot C_3^2 \cdot 1 = 30$ số.

Trường hợp 3: a xuất hiện 2 lần; b xuất hiện 1 lần và c xuất hiện 2 lần: $C_5^2 \cdot C_3^2 \cdot 1 = 30$ số.

Trường hợp 4: a xuất hiện 1 lần; b và c mỗi số xuất hiện 2 lần: $C_5^2 \cdot C_3^2 \cdot 1 = 30$ số.

Do đó: $|A| = (20 \cdot 3 + 30 \cdot 3) \cdot C_9^3 = 12600$.

Vậy $P_A = \frac{12600}{9^5} = \frac{1400}{6561}$.

Chọn đáp án **C**

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua điểm $M(1; -2; 5)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 4x - 3y + 2z + 5 = 0$ là

A $\frac{x-1}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-5}{2}$.

B $\frac{x-1}{4} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-5}{2}$.

C $\frac{x-1}{-4} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-5}{-2}$.

D $\frac{x-1}{-4} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-5}{2}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) có một VTPT là $\vec{n} = (4; -3; 2)$.

Do $d \perp (\alpha)$, suy ra đường thẳng d nhận $\vec{n}$ làm véc-tơ chỉ phương.

Do đó phương trình đường thẳng d là $\frac{x-1}{4} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-5}{2}$.

Chọn đáp án **B**

Câu 39. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\sqrt{2^x+1} + \sqrt{3-2^x} \leq m$ nghiệm đúng với mọi $x \in (-\infty; \log_2 3)$.

- (A) $m \geq 4$. (B) $m < 4$. (C) $m \geq 2\sqrt{2}$. (D) $m < 2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Đặt $t = 2^x, t > 0$, bất phương trình đã cho trở thành $\sqrt{t+1} + \sqrt{3-t} \leq m$. (1)

Để bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in (-\infty; \log_2 3)$ thì bất phương trình (1) nghiệm đúng với mọi $t \in (0; 3)$.

Xét hàm số $f(t) = \sqrt{t+1} + \sqrt{3-t}, t \in (0; 3)$, khi đó (1) đúng với mọi $t \in (0; 3)$ khi và chỉ khi $m \geq \max_{(0;3)} f(t)$. (2)

Ta có $f'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t+1}} - \frac{1}{2\sqrt{3-t}}, f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$. Bảng biến thiên

t	0	1	3
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	$\nearrow 2\sqrt{2} \searrow$		

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra $\max_{(0;3)} f(t) = 2\sqrt{2}$. Từ (2) ta có $m \geq 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 40. Tổng tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = -x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $OA + 2019 \cdot OB = 4040$.

- (A) -5 . (B) 2 . (C) 4 . (D) -7 .

Lời giải.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của hai đường là

$$\begin{aligned} -x + m &= \frac{x-2}{x-1} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x^2 - mx + m - 2 = 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Điều kiện để hai đường có hai giao điểm là $\begin{cases} 1 - m + m - 2 \neq 0 \\ m^2 - 4m + 8 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \mathbb{R}$.

Gọi x_A là hoành độ của A thì có $x_A^2 - mx_A + m - 2 = 0$ và $A = (x_A; -x_A + m)$.

Gọi x_B là hoành độ của B thì có $x_B^2 - mx_B + m - 2 = 0$ và $B = (x_B; -x_B + m)$.

Thấy $OA^2 = x_A^2 + (-x_A + m)^2 = 2(x_A^2 - mx_A + m - 2) + m^2 - 2m + 4 = m^2 - 2m + 4$.

$OB^2 = x_B^2 + (-x_B + m)^2 = 2(x_B^2 - mx_B + m - 2) + m^2 - 2m + 4 = m^2 - 2m + 4$.

Suy ra $OA = OB$, do đó $OA + 2019 \cdot OB = 4040 \Leftrightarrow 2020 \cdot OA = 4040 \Leftrightarrow OA = 2$.

Với $OA = 2 \Leftrightarrow m^2 - 2m + 4 = 4 \Leftrightarrow m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2. \end{cases}$

Vậy từ phương trình trên thấy tổng các giá trị của tham số m là 2.

Chọn đáp án (B) □

- Câu 41.** Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{2x+1}{x^4+2x^3+x^2}$ trên khoảng $(0; +\infty)$ thỏa mãn $F(1) = \frac{1}{2}$. Giá trị của biểu thức $S = F(1) + F(2) + F(3) + \dots + F(2019)$ là
- (A) $\frac{2019}{2020}$. (B) $\frac{2019 \cdot 2021}{2020}$. (C) $2018 \frac{1}{2020}$. (D) $-\frac{2019}{2020}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } F(x) = \int \frac{2x+1}{x^4+2x^3+x^2} dx = \int \frac{2x+1}{x^2(x+1)^2} dx = \int \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x+1)^2} \right) dx.$$

$$\text{Suy ra } F(x) = -\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + c \text{ mà } F(1) = \frac{1}{2} \text{ nên } c = 1.$$

$$\text{Hay } F(x) = -\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + 1.$$

Ta có

$$\begin{aligned} S &= F(1) + F(2) + F(3) + \dots + F(2019) \\ &= \left(-\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + 1 \right) + \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + 1 \right) + \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + 1 \right) + \dots + \left(-\frac{1}{2019} + \frac{1}{2020} + 1 \right) \\ &= -1 + \frac{1}{2020} + 2019 \cdot 1 = 2018 + \frac{1}{2020} = 2018 \frac{1}{2020}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (C) □

- Câu 42.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng h . Gọi O là tâm của đáy $ABCD$. Tính khoảng cách từ O đến (SAB) .
- (A) $\frac{ah}{\sqrt{2a^2+4h^2}}$. (B) $\frac{ah}{\sqrt{a^2+4h^2}}$. (C) $\frac{ah}{\sqrt{a^2+h^2}}$. (D) $\frac{ah}{2\sqrt{a^2+h^2}}$.

Lời giải.

Ta có $SO \perp (ABCD)$.

Kẻ $OK \perp AB, (K \in AB), OH \perp SK, (H \in SK)$.

$$\forall \begin{cases} OH \perp SK \subset (SAB) \\ OH \perp AB \subset (SAB), (AB \perp (SOK)) \end{cases}$$

$\Rightarrow OH \perp (SAB)$.

Suy ra: khoảng cách từ O đến (SAB) là:

$$d_{(O, (SAB))} = OH.$$

Xét $\triangle SOK$ vuông tại O , ta có:

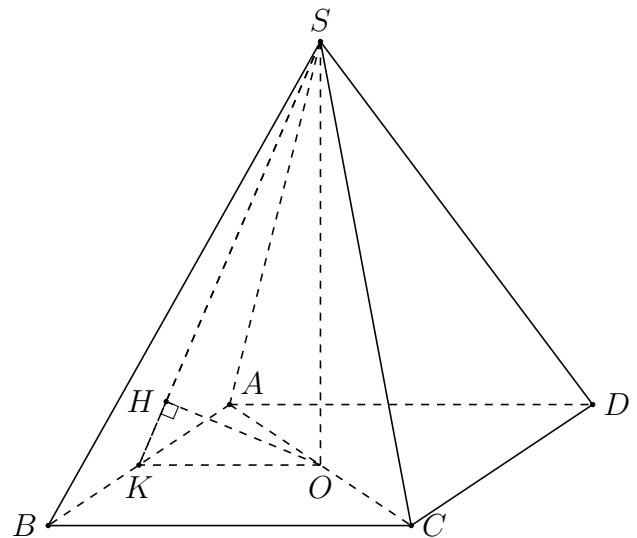
$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OK^2} + \frac{1}{SO^2}$$

$$\Rightarrow OH = \frac{OK \cdot SO}{\sqrt{OK^2 + SO^2}} = \frac{ah}{2\sqrt{\frac{a^2}{4} + h^2}} =$$

$$\frac{ah}{\sqrt{a^2 + 4h^2}}.$$

Vậy khoảng cách cần tìm là

$$d_{(O, (SAB))} = OH = \frac{ah}{\sqrt{a^2 + 4h^2}}.$$



Chọn đáp án (B) □

Câu 43. Biết số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$ và biểu thức $T = |z + 2|^2 - |z - i|^2$ đạt giá trị lớn nhất. Tính $|z|$.

- (A) $|z| = \sqrt{33}$. (B) $|z| = 50$. (C) $|z| = \sqrt{10}$. (D) $|z| = 5\sqrt{2}$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$), theo giả thiết $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 5$ (C).

Ngoài ra $T = |z + 2|^2 - |z - i|^2 \Leftrightarrow 4x + 2y + 3 - T = 0$ (Δ) đạt giá trị lớn nhất.

Rõ ràng (C) và (Δ) có điểm chung do đó $\frac{|23 + T|}{2\sqrt{5}} \leq \sqrt{5} \Leftrightarrow 13 \leq T \leq 33$.

Vì T đạt giá trị lớn nhất nên $T = 33$ suy ra $4x + 2y - 30 = 0 \Leftrightarrow y = 15 - 2x$ thay vào (C) ta được $5x^2 - 50x + 125 = 0 \Leftrightarrow x = 5 \Rightarrow y = 5$. Vậy $|z| = 5\sqrt{2}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 44. Xét các số phức z thỏa mãn $|iz - 3| = |z - 2 - i|$. Tìm phần thực của số phức z sao cho $|z|$ nhỏ nhất.

- (A) $\frac{1}{5}$. (B) $-\frac{2}{5}$. (C) $-\frac{1}{5}$. (D) $\frac{2}{5}$.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} |iz - 3| &= |z - 2 - i| \Leftrightarrow |xi - y - 3| = |(x - 2) + (y - 1)i| \\ &\Leftrightarrow x^2 + (y + 3)^2 = (x - 2)^2 + (y - 1)^2 \\ &\Leftrightarrow x + 2y = -1 \Leftrightarrow x = -2y - 1. \end{aligned}$$

$$\text{Khi đó, } |z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-1 - 2y)^2 + y^2} = \sqrt{5\left(y + \frac{2}{5}\right)^2 + \frac{1}{5}} \geq \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

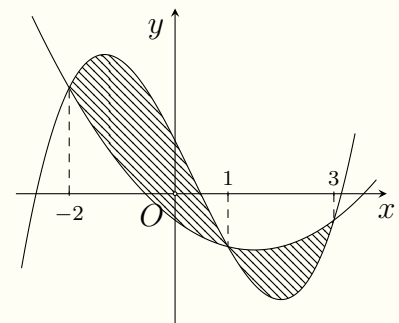
$$\text{Suy ra, } |z|_{\min} = \frac{1}{\sqrt{5}} \text{ khi } y = -\frac{2}{5} \Rightarrow x = -\frac{1}{5}.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 45.

Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + \frac{3}{4}$ và $g(x) = dx^2 + ex - \frac{3}{4}$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-2; 1; 3$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

- (A) $\frac{253}{48}$. (B) $\frac{125}{24}$.
(C) $\frac{125}{48}$. (D) $\frac{253}{24}$.



Lời giải.

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm } ax^3 + bx^2 + cx + \frac{3}{4} = dx^2 + ex - \frac{3}{4} \Leftrightarrow ax^3 + (b - d)x^2 + (c - e)x + \frac{3}{2} = 0.$$

$$\text{Đặt } h(x) = ax^3 + (b - d)x^2 + (c - e)x + \frac{3}{2}.$$

Dựa vào đồ thị ta có $h(x) = 0$ có ba nghiệm là $x = -2; x = 1; x = 3$.

Khi đó ta có hệ

$$\begin{cases} -8a + 4(b-d) - 2(c-e) = -\frac{3}{2} \\ a + (b-d) + (c-e) = -\frac{3}{2} \\ 27a + 9(b-d) + 3(c-e) = -\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ b-d = -\frac{1}{2} \\ c-e = -\frac{5}{4} \end{cases}.$$

Khi đó diện tích hình phẳng cần tính là

$$\begin{aligned} S &= \int_{-2}^3 |f(x) - g(x)| dx = \int_{-2}^1 \left| \frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{4}x + \frac{3}{2} \right| dx + \int_1^3 \left| \frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{4}x + \frac{3}{2} \right| dx \\ &= \frac{63}{16} + \frac{4}{3} = \frac{253}{48}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A**

Câu 46. Cho đường thẳng (d) có phương trình $4x + 3y - 5 = 0$ và đường thẳng (Δ) có phương trình $x + 2y - 5 = 0$. Phương trình đường thẳng (d') là ảnh của đường thẳng (d) qua phép đối xứng trục (Δ) là

- A** $x - 3 = 0$. **B** $x + y - 1 = 0$. **C** $3x + 2y - 5 = 0$. **D** $y - 3 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} 4x + 3y - 5 = 0 \\ x + 2y - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases}$, suy ra (d) cắt (Δ) tại $I(-1; 3)$. Đường thẳng (d') là ảnh của đường thẳng (d) qua phép đối xứng trục (Δ) nên $I \in (d')$.

Trong 4 đường thẳng đã cho chỉ có đường thẳng có phương trình $y - 3 = 0$ qua I , do đó $(d') : y - 3 = 0$.

Chọn đáp án **D**

Câu 47. Cho hình nón có chiều cao bằng 6. Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $10\sqrt{2}$. Tính thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

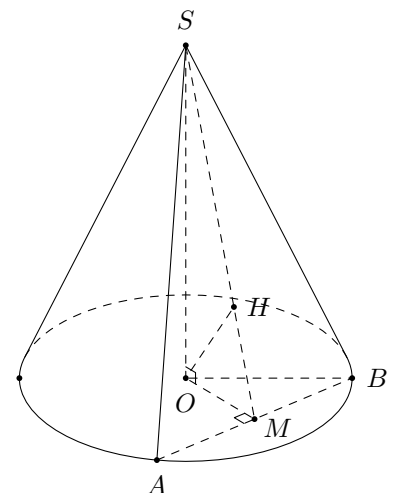
- A** $\frac{32\sqrt{5}\pi}{3}$. **B** 32π . **C** $32\sqrt{3}\pi$. **D** 128π .

Lời giải.

Giả sử thiết diện là tam giác vuông cân SAB có cạnh bằng l như hình vẽ $\Rightarrow l\sqrt{2} = 10\sqrt{2} \Rightarrow l = 10$.

Ta có: $r = OB = \sqrt{SB^2 - SO^2} = \sqrt{l^2 - h^2} = 8$.

$\Rightarrow$ Thể tích khối nón: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 8^2 \cdot 6 = 128\pi$.



Chọn đáp án **D**

Câu 48. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log x + \log y \geq \log(x^2 + y)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = 2x + y$.

A $3 + 2\sqrt{6}$.

B $4 + 2\sqrt{3}$.

C 8.

D $5 + 3\sqrt{2}$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0, y > 0$. Ta có $\log x + \log y \geq \log(x^2 + y) \Leftrightarrow xy \geq x^2 + y$ (*).

Từ (*) $\Rightarrow y(x - 1) \geq x^2 > 0 \Rightarrow x > 1 \Rightarrow P - 2x < P - 2$. Mà $y = P - 2x > 0$. Suy ra $P > 2$.

Ta có (*) $\Leftrightarrow x(P - 2x) \geq x^2 + P - 2x \Leftrightarrow 3x^2 - (2 + P)x + P \leq 0$ (**). Bất phương trình (**) là bất phương trình bậc hai ẩn x . Để (**) có nghiệm x thì

$$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow P^2 - 8P + 4 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} P \geq 4 + 2\sqrt{3} \\ P \leq 4 - 2\sqrt{3} \end{cases} \text{ (loại vì } P > 2).$$

Với $P = 4 + 2\sqrt{3}$ thì (**) $\Leftrightarrow x = \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$ (thỏa mãn $x > 0$). Khi đó $y = \frac{6 + 4\sqrt{3}}{3}$ (thỏa mãn $y > 0$).

Vậy min $P = 4 + 2\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **B**



Câu 49. Trong không gian cho một hình cầu (S) tâm O có bán kính R và một điểm S cho trước sao cho $SO = 2R$. Từ S kẻ các tiếp tuyến với mặt cầu với tiếp điểm thuộc đường tròn (C_1) . Trên mặt phẳng (P) chứa đường tròn (C_1) ta lấy điểm E thay đổi nằm ngoài mặt cầu (S) . Gọi N là hình nón có đỉnh là E và đáy là đường tròn (C_2) gồm các tiếp điểm của tiếp tuyến kẻ từ E đến mặt cầu (S) . Biết rằng hai đường tròn (C_1) và (C_2) luôn có cùng bán kính. Tính theo R bán kính R' của đường tròn cố định mà E di động trên đó.

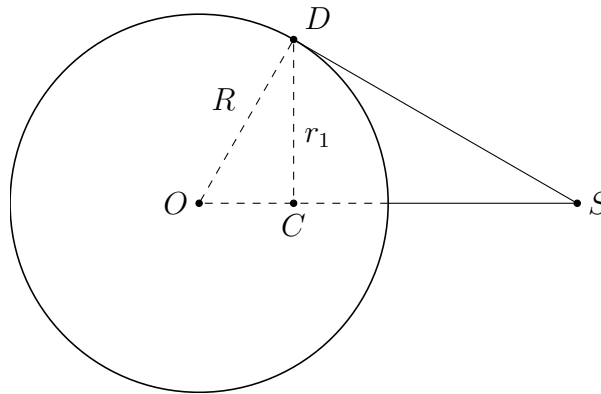
A $R' = \frac{R\sqrt{15}}{4}$.

B $R' = \frac{R\sqrt{15}}{2}$.

C $R' = \frac{3R}{2}$.

D $R' = \frac{R\sqrt{17}}{2}$.

Lời giải.



Gọi bán kính của $(C_1), (C_2)$ lần lượt là r_1, r_2 . Gọi C là tâm của (C_1) và D là một điểm trên (C_1) .

Ta có $\triangle OSD$ vuông tại D nên $CD \cdot OS = DO \cdot DS$.

$$\text{Do đó } r_1 = CD = \frac{R\sqrt{OS^2 - R^2}}{OS} = R\sqrt{1 - \frac{R^2}{OS^2}}.$$

Tương tự ta có $r_2 = R\sqrt{1 - \frac{R^2}{OE^2}}$. Mà $r_1 = r_2$ nên $OE = OS = 2R$.

Suy ra E di động trên đường tròn giao tuyến của mặt cầu tâm O bán kính $2R$ với mặt phẳng (P) .

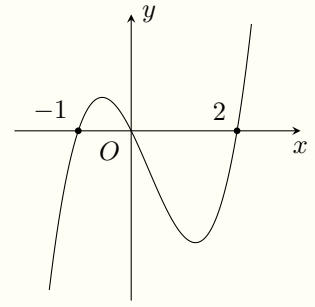
$$\text{Lại có } OC = \frac{OD^2}{OS} = \frac{R}{2} \Rightarrow R' = \sqrt{OE^2 - OC^2} = \sqrt{4R^2 - \frac{R^2}{4}} = \frac{R\sqrt{15}}{2}.$$

Chọn đáp án **B**



🔴 Câu 50.

Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị của hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(f'(x))$ là

(A) 11.**(B)** 7.**(C)** 9.**(D)** 5.**💬 Lời giải.**

Ta có $f'(x) = x^3 + 3ax^2 + 2bx + c$ và đồ thị $f'(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm có hoành độ lần lượt bằng $-1; 0; 2$, do đó ta có $f'(x) = (x+1)(x-0)(x-2) = x^3 - x^2 - 2x$.

Do đó $y' = f''(x) \cdot f'(f'(x)) = (3x^2 - 2x - 2)(x^3 - x^2 - 2x + 1)(x^3 - x^2 - 2x)(x^3 - x^2 - 2x - 2)$.

Phương trình $y' = 0$ có 9 nghiệm bội lẻ phân biệt.

Vậy hàm số $y = f(f'(x))$ có 9 điểm cực trị.

Chọn đáp án **(C)**



HẾT

BỘ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
TRƯỜNG THPT NGUYỄN TẤT THÀNH
GV: LÊ QUANG XE - 0967.003.131

PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO 2022
NĂM HỌC 2021 - 2022
Môn: **Toán**
Thời gian làm bài: 90 phút
ĐỀ THAM KHẢO PTMH2022

ĐỀ SỐ 7

Câu 1. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Phần ảo của số phức z bằng

- (A) -2 . (B) 3 . (C) 2 . (D) $-2i$.

Lời giải.

Số phức có dạng $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thì có phần ảo là b .

Với $z = 3 - 2i$ nên phần ảo là -2 .

Chọn đáp án (A)

Câu 2. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 4z - 16 = 0$. Tọa độ tâm I của mặt cầu là

- (A) $I(-2; 4; 4)$. (B) $I(1; -2; -2)$. (C) $I(-1; 2; 2)$. (D) $I(2; -2; -4)$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 4z - 16 = 0$ có tâm $I(1; -2; -2)$.

Chọn đáp án (B)

Câu 3. Hàm số nào sau đây có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$?

- (A) $y = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2+1}$. (B) $y = \frac{x-1}{2x-1}$. (C) $y = x^3 - 2x^2 + 1$. (D) $y = \sqrt{x^3+1}$.

Lời giải.

Hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 1$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Chọn đáp án (C)

Câu 4. Tính diện tích mặt cầu bán kính $r = 1$.

- (A) $S = \pi$. (B) $S = 4\pi$. (C) $S = 4\pi^2$. (D) $S = \frac{4\pi}{3}$.

Lời giải.

Áp dụng công thức tính diện tích mặt cầu bán kính r , ta có $S = 4\pi r^2 = 4\pi$.

Chọn đáp án (B)

Câu 5. Họ nguyên hàm của hàm số $y = \cos 3x$ là

- (A) $\frac{\sin 3x}{3} + C$. (B) $-\frac{\sin 3x}{3} + C$. (C) $\sin 3x + C$. (D) $-\sin 3x + C$.

Lời giải.

Áp dụng công thức $\int \cos(ax+b) dx = \frac{\sin(ax+b)}{a} + C$ ta có $\int \cos 3x dx = \frac{\sin 3x}{3} + C$.

Chọn đáp án (A)

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A 4.

B 2.

C 3.

D 1.

Lời giải.

Đạo hàm của hàm số đổi dấu khi qua các điểm $x = -1$, $x = 0$, $x = 1$ nên hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Chọn đáp án **C**

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(2x + 1) \leq 1$ là

A $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$.

B $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

C $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$.

D $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $2x + 1 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{2}$.

Bất phương trình đã cho tương đương với $2x + 1 \leq 2 \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{2}$.

Do đó tập nghiệm của bất phương trình là $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$.

Chọn đáp án **C**

Câu 8. Một khối lập phương có thể tích bằng $3\sqrt{3}a^3$, thì cạnh của khối lập phương đó bằng

A $a\sqrt{3}$.

B $3a$.

C $3\sqrt{3}a$.

D $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Gọi độ dài cạnh của hình lập phương là x (đvdd)

Khi đó: $V = x^3 = 3\sqrt{3}a^3 \Rightarrow x = a\sqrt{3}$

Chọn đáp án **A**

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^\pi$ là

A $(1; 2)$.

B $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

C $(-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$.

D $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$.

Lời giải.

Điều kiện $x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow x < 1$ hoặc $x > 2$.

Vậy tập xác định là $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

Chọn đáp án **B**

Câu 10. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $6^x = 2020 - m$ có nghiệm.

A $m \in (-\infty; 2020)$.

B $m \in (-\infty; +\infty)$.

C $m \in (2020; +\infty)$.

D $m \in (-\infty; 2020]$.

Lời giải.

Phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi $2020 - m > 0$ hay $m < 2020$.

Chọn đáp án **A**

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_1^3 f(x) dx = 8$, $\int_2^3 f(x) dx = 5$. Giá trị của tích phân $\int_1^2 f(x) dx$ bằng

- (A) -3 . (B) 40 . (C) 3 . (D) 13 .

Lời giải.

$$\int_1^3 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx \Leftrightarrow \int_1^2 f(x) dx = \int_1^3 f(x) dx - \int_2^3 f(x) dx = 8 - 5 = 3.$$

Chọn đáp án (C)

Câu 12. Cho hai số phức $z_1 = 4 - 3i$ và $z_2 = 7 + 3i$. Tìm số phức $z = z_1 - z_2$.

- (A) $z = 11$. (B) $z = 3 + 6i$. (C) $z = -1 - 10i$. (D) $z = -3 - 6i$.

Lời giải.

$$z = z_1 - z_2 = (4 - 3i) - (7 + 3i) = (4 - 7) + (-3i - 3i) = -3 - 6i.$$

Chọn đáp án (D)

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{1}{2}x - 2y + z + 5 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- (A) $\vec{n} = (1; -2; 1)$. (B) $\vec{n} = (1; -4; 2)$. (C) $\vec{n} = (2; -2; 1)$. (D) $\vec{n} = (-2; 1; 5)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1; -4; 2)$.

Chọn đáp án (B)

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$, cho $\vec{OA} = 3\vec{k} - \vec{i}$. Tọa độ của điểm A là

- (A) $A(3; 0; -1)$. (B) $A(-1; 0; 3)$. (C) $A(-1; 3; 0)$. (D) $A(3; -1; 0)$.

Lời giải.

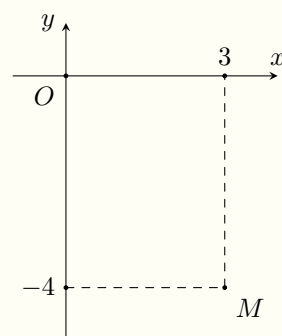
$$\text{Ta có } \vec{OA} = 3\vec{k} - \vec{i} \Rightarrow A(-1; 0; 3).$$

Chọn đáp án (B)

Câu 15.

Điểm M trong hình bên là điểm biểu diễn của số phức z . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) Số phức z có phần thực là 3 và phần ảo là -4 .
(B) Số phức z có phần thực là 3 và phần ảo là $-4i$.
(C) Số phức z có phần thực là -4 và phần ảo là 3.
(D) Số phức z có phần thực là -4 và phần ảo là $3i$.



Lời giải.

Số phức z có phần thực là 3 và phần ảo là -4 .

Chọn đáp án **(A)**



🔴 Câu 16. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ là

(A) $y = -\frac{1}{2}$.

(B) $x = 1$.

(C) $x = -1$.

(D) $y = 2$.

💬 Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1^\pm} \frac{2x+1}{x+1} = \mp\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -1$.

Chọn đáp án **(C)**



🔴 Câu 17. Tính giá trị của biểu thức $K = \log_a \sqrt{a\sqrt{a}}$ với $0 < a \neq 1$.

(A) $K = \frac{4}{3}$.

(B) $K = \frac{3}{2}$.

(C) $K = \frac{3}{4}$.

(D) $K = -\frac{3}{4}$.

💬 Lời giải.

Ta có $K = \log_a \left(a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{4}} \right) = \log_a a^{\frac{3}{4}} = \frac{3}{4}$.

Chọn đáp án **(C)**



🔴 Câu 18.

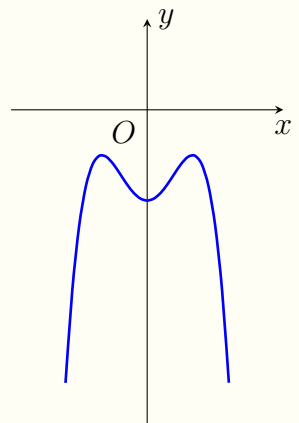
Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình bên?

(A) $y = x^3 - 3x^2$.

(B) $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.

(C) $y = -x^4 + 2x^2 + 2$.

(D) $y = -x^4 - 2$.



💬 Lời giải.

Dễ thấy đồ thị hàm số đã cho là đồ thị hàm số bậc bốn trùng phương có hệ số $a < 0$ (loại A).

Mặt khác đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $d < 0$ (loại C).

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị nên $ab < 0$.

Suy ra hàm số cần tìm là $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.

Chọn đáp án **(B)**



🔴 Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $(d): \frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{3}$?

(A) $Q(1; -2; -1)$.

(B) $N(-1; 3; 2)$.

(C) $P(0; 1; 4)$.

(D) $M(1; 2; 1)$.

💬 Lời giải.

Lần lượt thay tọa độ 4 điểm Q, N, P và M vào phương trình đường thẳng (d) .

Ta thấy $P(0; 1; 4)$ là thỏa mãn, tức là $\frac{0+1}{1} = \frac{1+1}{2} = \frac{4-1}{3}$.

Vậy đường thẳng (d): $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{3}$ đi qua điểm $P(0; 1; 4)$.

Chọn đáp án **C**



Câu 20. Trong mặt phẳng cho 10 điểm phân biệt sao cho không có ba điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác được tạo thành mà đỉnh trùng với các điểm đã cho?

A C_{10}^3 .

B A_{10}^7 .

C 10^3 .

D C_{10}^3 .

Lời giải.

Số các tam giác tạo thành là C_{10}^3 .

Chọn đáp án **A**



Câu 21. Cho khối chóp tứ giác đều có thể tích bằng 16 cm^3 và cạnh đáy bằng 4 cm, chiều cao của khối chóp đó bằng

A $3\sqrt{2} \text{ cm}$.

B 4 cm.

C 3 cm.

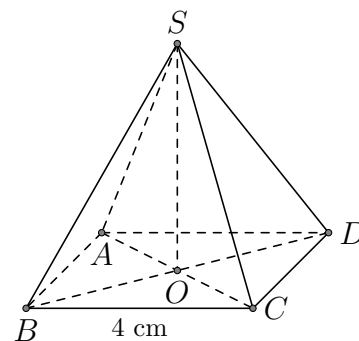
D $2\sqrt{3} \text{ cm}$.

Lời giải.

Đáy là hình vuông cạnh bằng 4 cm có diện tích bằng

$$S = 4^2 = 16 \text{ cm}^2.$$

$$V = \frac{1}{3}S \cdot h \Rightarrow h = \frac{3V}{S} = 3 \text{ cm}.$$



Chọn đáp án **C**



Câu 22. Đạo hàm của hàm số $y = e^{2x+1}$ là

A $y' = 4 \cdot e^{2x}$.

B $y' = 2 \cdot e^{2x+1}$.

C $y' = \frac{e^{2x+1}}{\ln 2}$.

D $y' = \frac{2 \cdot e^{2x+1}}{\ln 10}$.

Lời giải.

Ta có $y' = 2 \cdot e^{2x+1}$.

Chọn đáp án **B**



Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-2	2	$-\infty$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 2)$.

B Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

- ☐ C Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
☐ D Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $f'(x) > 0 \forall x \in (-1; 1)$, do đó hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-1; 1)$.

Chọn đáp án ☐ D

Câu 24. Hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $a\sqrt{3}$. Khi đó diện tích toàn phần của hình trụ bằng

- ☐ A $2\pi a^2(\sqrt{3} - 1)$. ☐ B $\pi a^2(1 + \sqrt{3})$. ☐ C $\pi a^2\sqrt{3}$. ☐ D $2\pi a^2(1 + \sqrt{3})$.

Lời giải.

Ta có

$$S_{tp} = 2 \cdot S_{\text{đáy}} + S_{\text{xq}} = 2\pi a^2 + 2\pi a \cdot a\sqrt{3} = 2a^2(1 + \sqrt{3}).$$

Chọn đáp án ☐ D

Câu 25. Cho tích phân $I = \int_0^2 f(x) dx = 2$. Tính tích phân $J = \int_0^2 [3f(x) - 2] dx$.

- ☐ A $J = 6$. ☐ B $J = 2$. ☐ C $J = 8$. ☐ D $J = 4$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } J = \int_0^2 [3f(x) - 2] dx = 3 \int_0^2 f(x) dx - 2 \int_0^2 dx = 3 \cdot 2 - (2x) \Big|_0^2 = 6 - 4 = 2.$$

Chọn đáp án ☐ B

Câu 26. Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_2 = 3$ và $u_4 = 7$. Giá trị của u_{2019} bằng

- ☐ A 4040. ☐ B 4400. ☐ C 4038. ☐ D 4037.

Lời giải.

Ta có $u_4 = u_2 + 2d \Leftrightarrow d = 2$. Khi đó $u_{2019} = u_2 + 2017d = 3 + 2017 \cdot 2 = 4037$.

Chọn đáp án ☐ D

Câu 27. Hàm số $f(x) = e^{3x}$ có nguyên hàm là hàm số nào sau đây?

- ☐ A $y = 3e^{3x} + C$. ☐ B $y = (3e)^x + C$. ☐ C $y = e^{3x} + C$. ☐ D $y = \frac{1}{3}e^{3x} + C$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \int e^{3x} dx = \frac{1}{3}e^{3x} + C.$$

Chọn đáp án ☐ D

Câu 28.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên, hãy chọn khẳng định đúng.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$
y'	$+$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$			$+\infty$

- ☐ A Hàm số $f(x)$ không xác định tại $x = 3$.
 ☐ B Hàm số $f(x)$ có 1 cực trị.
 ☐ C Hàm số $f(x)$ có 2 cực trị.
 ☐ D Hàm số $f(x)$ không có cực trị.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $y = f(x)$ có một cực trị.

Chọn đáp án **B**

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[a; b]$. Ta xét các khẳng định sau

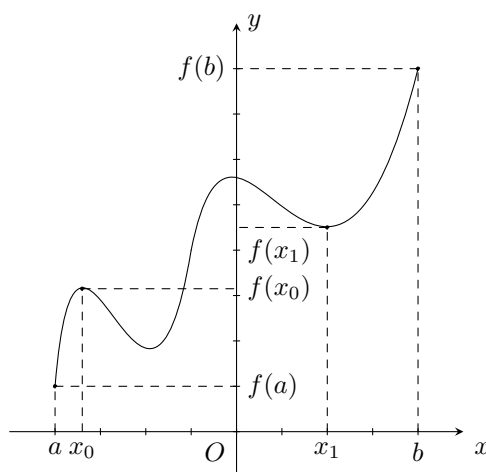
- (i) Nếu hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x_0 \in (a; b)$ thì $f(x_0)$ là giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên $[a; b]$.
- (ii) Nếu hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x_0 \in (a; b)$ thì $f(x_0)$ là giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên $[a; b]$.
- (iii) Nếu hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm x_0 và đạt cực tiểu tại điểm x_1 ($x_0, x_1 \in (a; b)$) thì ta luôn có $f(x_0) > f(x_1)$.

Số khẳng định đúng là?

- ☐ A 1.
 ☐ B 2.
 ☐ C 0.
 ☐ D 3.

Lời giải.

Dựa vào hình vẽ minh họa dưới đây. Ta có các khẳng định đã cho đều sai.



Chọn đáp án **C**

Câu 30. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- ☐ A $y = 3x^3 + 3x - 2$.
 ☐ B $y = 2x^3 - 5x + 1$.
 ☐ C $y = x^4 + 3x^2$.
 ☐ D $y = \frac{x-2}{x+1}$.

Lời giải.

✓ Xét $y = 3x^3 + 3x - 2$ có $y' = 9x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên chọn $y = 3x^3 + 3x - 2$.

- ☑ Xét $y = 2x^3 - 5x + 1$ có $y' = 6x^2 - 5$, $y' = 0$ là phương trình bậc 2 có nghiệm nên không thể đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.
- ☑ Xét $y = x^4 + 3x^2$ có $y' = 4x^3 + 6x$; $y' = 0$ có nghiệm $x = 0$ nên y' sẽ đổi dấu khi qua $x = 0$ nên không thể đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.
- ☑ Xét $y = \frac{x-2}{x+1}$ có tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ nên không thể đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)**

🔴 Câu 31. Đặt $a = \log_{12} 6$, $b = \log_{12} 7$. Hãy biểu diễn $\log_2 7$ theo a và b .

- (A)** $\frac{b}{a+1}$. **(B)** $\frac{b}{1-a}$. **(C)** $\frac{a}{b-1}$. **(D)** $\frac{a}{b+1}$.

💬 Lời giải.

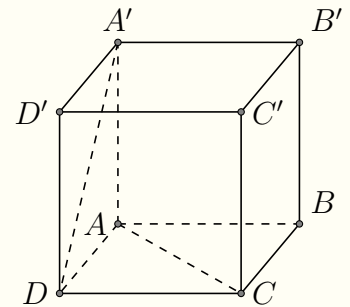
$$\log_2 7 = \frac{\log_{12} 7}{\log_{12} 2} = \frac{\log_{12} 7}{\log_{12} \frac{12}{6}} = \frac{\log_{12} 7}{1 - \log_{12} 6} = \frac{b}{1-a}.$$

Chọn đáp án **(B)**

🔴 Câu 32.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng

- (A)** 45° . **(B)** 30° . **(C)** 60° . **(D)** 90° .

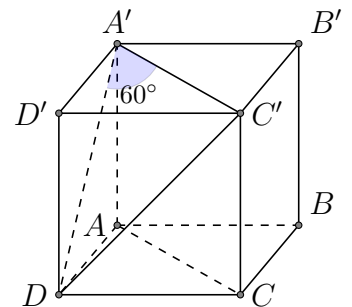


💬 Lời giải.

Ta có: $AC \parallel A'C' \Rightarrow (AC, A'D) = (A'C', A'D)$.

Mặt khác: $A'C' = A'D = DC' = a\sqrt{2}$ nên suy ra $\triangle A'DC'$ đều.

Do đó $(A'C', A'D) = 60^\circ$.



Chọn đáp án **(C)**

🔴 Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[1; 9]$ thỏa mãn $\int_1^9 f(x) dx = 7$ và $\int_4^5 f(x) dx = 3$.

Tính giá trị biểu thức $P = \int_1^4 f(x) dx + \int_5^9 f(x) dx$.

- (A)** 4. **(B)** 3. **(C)** 10. **(D)** 2.

Lời giải.

$$P = \int_1^4 f(x) dx + \int_5^9 f(x) dx = \int_1^9 f(x) dx - \int_4^5 f(x) dx = 7 - 3 = 4.$$

Chọn đáp án **A**



Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-2; 4; 2)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm $M_1; M_2; M_3$ lần lượt là hình chiếu của M trên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz .

A $(P): \frac{x}{-2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{2} = 0.$

B $(P): \frac{x}{2} + \frac{y}{-4} + \frac{z}{-2} = 1.$

C $(P): \frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1.$

D $(P): \frac{x}{-2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{2} = 1.$

Lời giải.

Ta có $M_1(-2; 0; 0), M_2(0; 4; 0), M_3(0; 0; 2) \Rightarrow (P): \frac{x}{-2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{2} = 1.$

Chọn đáp án **D**



Câu 35. Cho số phức z . Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A $|z| = |\bar{z}|.$

B $z \cdot \bar{z} = |z|^2.$

C $\frac{z - \bar{z}}{i}$ là số thuần ảo.

D $z + \bar{z}$ là số thực.

Lời giải.

Với $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thì $\bar{z} = x - yi$. Khi đó

☒ $|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = |\bar{z}|.$

☒ $z \cdot \bar{z} = (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2 = |z|^2.$

☒ $\frac{z - \bar{z}}{i} = \frac{x + yi - (x - yi)}{i} = 2y$ là số thực.

☒ $z + \bar{z} = x + yi + x - yi = 2x$ là số thực.

Chọn đáp án **C**



Câu 36.

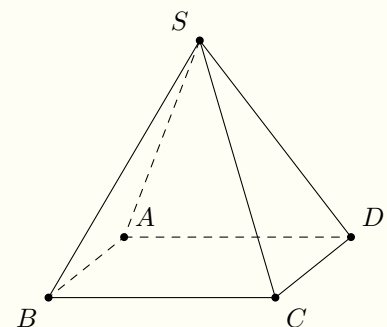
Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên tạo với đáy một góc 30° . Tính khoảng cách từ đỉnh S đến mặt phẳng $(ABCD)$.

A $\frac{a\sqrt{6}}{6}.$

B $\frac{a\sqrt{3}}{3}.$

C $\frac{a\sqrt{6}}{2}.$

D $\frac{a\sqrt{3}}{2}.$



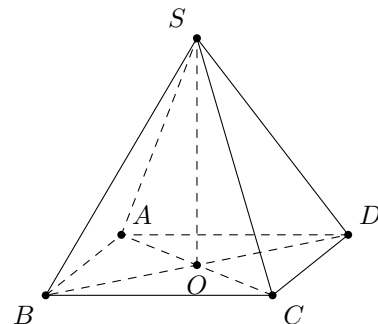
Lời giải.

Gọi $O = AC \cap BD$.

$S.ABCD$ là hình chóp đều suy ra $SO \perp (ABCD)$. Suy ra OC là hình chiếu của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa SC và $(ABCD)$ là $\widehat{SCO} = 30^\circ$.

Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$.

$$d(S; (ABCD)) = SO = OC \cdot \tan \widehat{SCO} = \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$



Chọn đáp án **(A)**

Câu 37. Một túi chứa 6 bi xanh, 4 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 2 bi. Tính xác suất để được cả hai bi đều màu đỏ.

(A) $\frac{5}{12}$.

(B) $\frac{2}{15}$.

(C) $\frac{7}{45}$.

(D) $\frac{8}{15}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố lấy được cả hai viên bi màu đỏ ta có $n(A) = C_4^1 \cdot C_3^1 = 12$ và không gian mẫu $n(\Omega) = C_{10}^2 = 90$. Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{12}{90} = \frac{2}{15}$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua điểm $A(0; 2; 5)$ đồng thời vuông góc

với hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+2}{-2}$ và $d_2: \begin{cases} x=t \\ y=-2-2t \\ z=3 \end{cases}$ có phương trình là

(A) $\Delta: \begin{cases} x=-t \\ y=2-t \\ z=5+2t. \end{cases}$

(B) $\Delta: \begin{cases} x=-t \\ y=2+2t \\ z=5. \end{cases}$

(C) $\Delta: \begin{cases} x=-4t \\ y=2-2t \\ z=5+t. \end{cases}$

(D) $\Delta: \begin{cases} x=4 \\ y=-2+2t \\ z=1+5t. \end{cases}$

Lời giải.

d_1 có một VTCP là $\vec{u}_1 = (-1; 1; -2)$.

d_2 có một VTCP là $\vec{u}_2 = (1; -2; 0)$.

Ta có $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-4; -2; 1)$.

Vì đường thẳng Δ vuông góc với hai đường thẳng d_1 và d_2 nên ta chọn một VTCP $\vec{u}_\Delta = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-4; -2; 1)$.

Vậy $\Delta: \begin{cases} x=-4t \\ y=2-2t \\ z=5+t. \end{cases}$

Chọn đáp án **(C)**

Câu 39. Tập tất cả các giá trị thực của x thỏa mãn bất phương trình $\frac{2 \cdot 9^x - 3 \cdot 6^x}{6^x - 4^x} \leq 2$ là $(-\infty; a] \cup (b; c]$. Tính $(a+b+c)!$.

(A) 0.

(B) 1.

(C) 2.

(D) 6.

Lời giải.

Ta có bất phương trình tương đương với $\frac{2 \cdot 9^x - 5 \cdot 6^x + 2 \cdot 4^x}{6^x - 4^x} \leq 0$. Đặt $t = \left(\frac{3}{2}\right)^x$ ta có

$$\frac{(t-2)(2t-1)}{t-1} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq \frac{1}{2} \\ 1 < t \leq 2 \end{cases}. \text{ Suy ra } \begin{cases} \left(\frac{3}{2}\right)^x \leq \frac{1}{2} \\ 1 < \left(\frac{3}{2}\right)^x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -\log_{\frac{3}{2}} 2 \\ 0 < x \leq \log_{\frac{3}{2}} 2. \end{cases}$$

Do đó, $a = -\log_{\frac{3}{2}} 2$, $b = 0$, $c = \log_{\frac{3}{2}} 2$.

Vậy $(a+b+c)! = 0! = 1$.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 40. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - m$ cắt đường thẳng $y = -2$ tại ba điểm A, B, C sao cho $AB = BC$.

- (A)** $m = 0$. **(B)** m tùy ý. **(C)** $m \leq 3$. **(D)** $m \geq 3$.

Lời giải.

- ✎ Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - 3x^2 + mx - m + 2 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2x + m - 2) = 0$.
- ✎ **Trường hợp 1:** nếu phương trình $x^2 - 2x + m - 2 = 0$, có $\Delta' = 0 \Leftrightarrow m = 3$ có nghiệm $x_1 = x_2 = 1$ khi đó $A \equiv B \equiv C$, thỏa mãn điều kiện bài toán $AB = BC = 0$.
- ✎ **Trường hợp 2:** nếu phương trình $x^2 - 2x + m - 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1, tương đương với $m < 3$, khi đó $AB = BC$ với $B(1; -2)$ là tâm đối xứng của đồ thị.

Vậy giá trị tham số m cần tìm là $m \leq 3$.

Chú ý: Đồ thị hàm số bậc ba nhận điểm uốn làm tâm đối xứng.

Chọn đáp án **(C)**



Câu 41. Xét hàm số $f(x) = x^2 + ax + \ln|bx + 1| + c$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Biết $f'(x) = \frac{4x^2 + 4x + 3}{2x + 1}$ và $f(0) = 1$. Tính giá trị $S = c(2a - b)^2$.

- (A)** $\frac{2}{3}$. **(B)** 1. **(C)** 4. **(D)** 0.

Lời giải.

$$f(x) = \int f'(x) dx = \int \frac{4x^2 + 4x + 3}{2x + 1} dx = \int \left(2x + 1 + \frac{2}{2x + 1}\right) dx = x^2 + x + \ln|2x + 1| + C.$$

Suy ra $a = 1$, $b = 2$.

Lại có: $f(0) = 1 \Rightarrow C = 1$ hay $c = 1$. Vậy $S = c(2a - b)^2 = 0$.

Chọn đáp án **(D)**



Câu 42. Tính thể tích khối chóp tam giác đều $S.ABC$ biết chiều cao hình chóp bằng h và $\widehat{SBA} = \alpha$.

- (A)** $V = \frac{h^3 \sqrt{3}}{3 \tan^2 \alpha - 1}$. **(B)** $V = \frac{h^3 \sqrt{2}}{1 - 3 \tan^2 \alpha}$. **(C)** $V = \frac{h^3 \sqrt{3}}{1 - 3 \tan^2 \alpha}$. **(D)** $V = \frac{h^3 \sqrt{3}}{3 \tan^2 \alpha + 1}$.

Lời giải.

Đặt $AB = 2x$. Gọi M là trung điểm AB và O là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow SO \perp (ABC)$ và $SM \perp AB$.

Xét tam giác SMB có $\tan \alpha = \frac{SM}{MB} \Rightarrow SM = x \tan \alpha$.

Vì $\triangle ABC$ đều và M là trung điểm AB nên

$$CM = \frac{2x\sqrt{3}}{2} = x\sqrt{3} \Rightarrow OM = \frac{x}{\sqrt{3}}.$$

Xét tam giác SOM có

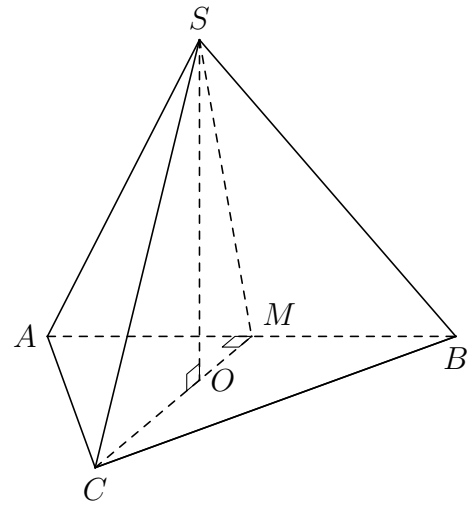
$$SM^2 = SO^2 + OM^2 \Rightarrow x^2 \tan^2 \alpha = h^2 + \frac{x^2}{3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{h\sqrt{3}}{\sqrt{3 \tan^2 \alpha - 1}}.$$

$$\text{Diện tích tam giác } ABC \text{ là } \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot x\sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}h^2}{3 \tan^2 \alpha - 1}.$$

$$\text{Thể tích hình chóp } S.ABC \text{ là } V = \frac{\sqrt{3}h^3}{3 \tan^2 \alpha - 1}.$$

Chọn đáp án **(A)**



Câu 43. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 10 = 0$. Tính $A = |z_1^2| + |z_2^2|$

(A) $A = 20$.

(B) $A = 10$.

(C) $A = 30$.

(D) $A = 50$.

Lời giải.

Phương trình $z^2 - 2z + 10 = 0(1)$ có hai nghiệm phức là $z_1 = 1 + 3i$ và $z_2 = 1 - 3i$. Ta có: $A = |(1 - 3i)^2| + |(1 + 3i)^2| = |-8 - 6i| + |-8 + 6i| = 20$. Vậy $A = 20$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 44. Xét các số phức z thỏa mãn $|\bar{z}| = |z + 2i|$, giá trị nhỏ nhất của $|z - i| + |z - 4|$ bằng

(A) 5.

(B) 4.

(C) $3\sqrt{3}$.

(D) 6.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$ là số phức thỏa mãn bài toán. Khi đó,

$$|\bar{z}| = |z + 2i| \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (-y)^2} = \sqrt{x^2 + (y + 2)^2} \Leftrightarrow 4y + 4 = 0 \Leftrightarrow y = -1.$$

Như thế

$$\begin{aligned} |z - i| + |z - 4| &= \sqrt{x^2 + (y - 1)^2} + \sqrt{(x - 4)^2 + y^2} \\ &= \sqrt{x^2 + 2^2} + \sqrt{(4 - x)^2 + 1^2} \\ &\geq \sqrt{(x + 4 - x)^2 + (2 + 1)^2} = 5. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi $\frac{x}{2} = \frac{4 - x}{1} \Leftrightarrow x = \frac{8}{3}$, tức là $z = \frac{8}{3} - i$.

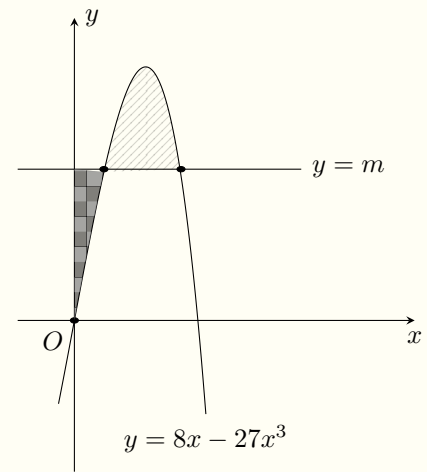
Vậy giá trị nhỏ nhất của $|z - i| + |z - 4|$ bằng 5.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 45.

Cho đường cong $(C): y = 8x - 27x^3$ và đường thẳng $y = m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt nằm trong góc phần tư thứ nhất của hệ trục tọa độ Oxy và chia thành 2 miền phẳng (gạch sọc và kẻ caro) có diện tích bằng nhau (tham khảo hình vẽ bên). Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- (A)** $0 < m < \frac{1}{2}$.
(B) $\frac{1}{2} < m < 1$.
(C) $1 < m < \frac{3}{2}$.
(D) $\frac{3}{2} < m < 2$.



Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $8x - 27x^3 = m$.

Giả sử $8x - 27x^3 = m$ có hai nghiệm $x = a, x = b$ với $0 < a < b$.

Suy ra $8a - 27a^3 = m$ và $8b - 27b^3 = m$.

Ta có

$$\begin{aligned}
 \int_0^a (m - 8x + 27x^3) dx &= \int_a^b (8x - 27x^3 - m) dx \\
 \Rightarrow -mb + 4b^2 - \frac{27}{4}b^4 &= 0 \\
 \Rightarrow m &= -\frac{27}{4}b^3 + 4b \\
 \Rightarrow 8b - 27b^3 &= -\frac{27}{4}b^3 + 4b \\
 \Rightarrow b &= \frac{4}{9} \\
 \Rightarrow m &= \frac{32}{27}.
 \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có phương trình là $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$ và $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{3}$. Đường thẳng d cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 và song song với đường thẳng $\Delta: \frac{x-4}{1} = \frac{y-7}{4} = \frac{z-3}{-2}$ có phương trình là

- (A)** $\frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+4}{-2}$.
(B) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-4}{-2}$.
(C) $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-4}{-2}$.
(D) $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{4} = \frac{z+4}{-2}$.

Lời giải.

Giả sử d cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B . Hai đường thẳng d_1, d_2 có phương trình tham số lần lượt là

$$\begin{aligned}
 d_1: \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = t \end{cases} & \quad d_2: \begin{cases} x = m \\ y = 1 - 2m, (m \in \mathbb{R}). \\ z = 1 + 3m \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$A \in d_1 \Rightarrow A(t; -1 + 2t; t) \quad \text{và} \quad B \in d_2 \Rightarrow B(m; 1 - 2m; 1 + 3m).$$

Khi đó $\overrightarrow{AB} = (m - t; -2m - 2t + 2; 3m - t + 1)$.

Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 4; -2)$.

Vì $d \parallel \Delta$ nên $\frac{m-t}{1} = \frac{-2m-2t+2}{4} = \frac{3m-t+1}{-2} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ t=2 \end{cases} \Rightarrow B(1; -1; 4)$.

Vậy d đi qua B và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}$ nên có phương trình $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-4}{-2}$.

Chọn đáp án **C**

Câu 47. Cho mặt cầu tâm O , bán kính R . Hình trụ (H) có bán kính đáy là r nội tiếp mặt cầu. Thể tích khối trụ được tạo nên bởi (H) có thể tích lớn nhất khi r bằng

A $r = \sqrt{3}R$.

B $r = \frac{\sqrt{2}}{2}R$.

C $r = \sqrt{6}R$.

D $r = \frac{\sqrt{6}}{3}R$.

Lời giải.

Hình trụ nội tiếp trong mặt cầu có tâm đáy là E , có bán kính $EA = r$ ($0 < r < R$), đường cao $KE = 2EI$.

Xét tam giác vuông IEA có $IE = \sqrt{IA^2 - EA^2} = \sqrt{R^2 - r^2}$.

Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 \cdot h = \pi r^2 \cdot 2IE = 2\pi r^2 \cdot \sqrt{R^2 - r^2}$.

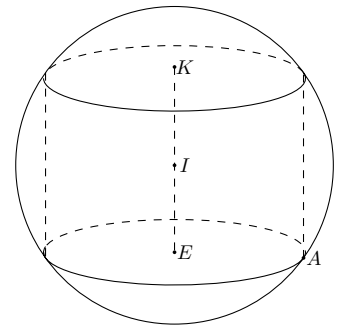
Xét hàm số $y = r^2 \cdot \sqrt{R^2 - r^2}$ với ($0 < r < R$).

$$\text{Có } y' = 2r \cdot \sqrt{R^2 - r^2} + r^2 \cdot \frac{-2r}{2\sqrt{R^2 - r^2}} = 2r \cdot \sqrt{R^2 - r^2} - \frac{r^3}{\sqrt{R^2 - r^2}} =$$

$$\frac{2rR^2 - 3r^3}{\sqrt{R^2 - r^2}}.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 2rR^2 - 3r^3 = 0 \Leftrightarrow r(2R^2 - 3r^2) = 0 \Leftrightarrow r = \frac{\sqrt{6}}{3}R.$$

Bảng biến thiên



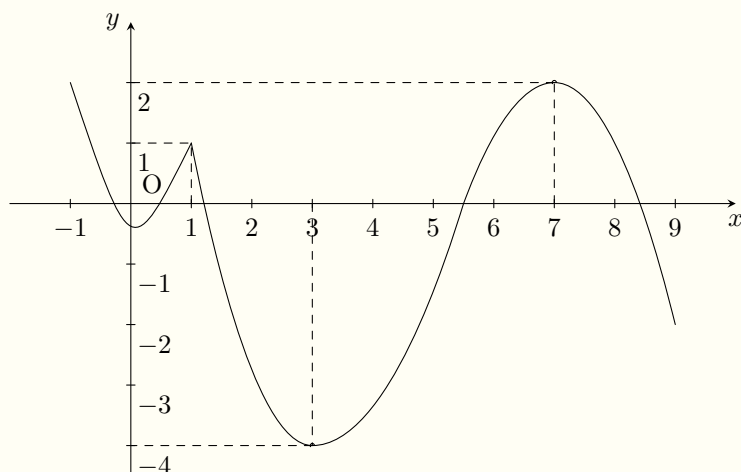
r	0	$\frac{\sqrt{6}}{3}R$	R
y'		+	-
y		↗	↘

Nhìn bảng biến thiên ta thấy $y \leq y\left(\frac{\sqrt{6}}{3}R\right) \Rightarrow y_{\max} = y\left(\frac{\sqrt{6}}{3}R\right)$.

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow r = \frac{\sqrt{6}}{3}R$. Vậy thể tích hình trụ lớn nhất $\Leftrightarrow y_{\max} \Leftrightarrow r = \frac{\sqrt{6}}{3}R$.

Chọn đáp án **D**

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 9]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $16 \cdot 3^{f(x)} - [f^2(x) + 2f(x) - 8] \cdot 4^{f(x)} \geq (m^2 - 3m) \cdot 6^{f(x)}$ nghiệm đúng với mọi giá trị $x \in [-1; 9]$?

(A) 32.

(B) 31.

(C) 5.

(D) 6.

Lời giải.

+) Từ đồ thị hàm số suy ra $-4 \leq f(x) \leq 2, \forall x \in [-1; 9]$, đặt $t = f(x) \Rightarrow t \in [-4; 2]$.

+) Ta tìm m để $16 \cdot 3^t - [t^2 + 2t - 8] \cdot 4^t \geq (m^2 - 3m) \cdot 6^t$ đúng $\forall t \in [-4; 2]$

$$\Leftrightarrow \frac{16}{2^t} - [t^2 + 2t - 8] \left(\frac{2}{3}\right)^t \geq m^2 - 3m, \forall t \in [-4; 2].$$

Ta có $\frac{16}{2^t} \geq 4, \forall t \in [-4; 2]$, dấu bằng xảy ra khi $t = 2$.

Mà $t^2 + 2t - 8 \leq 0, \forall t \in [-4; 2] \Rightarrow [t^2 + 2t - 8] \left(\frac{2}{3}\right)^t \leq 0, \forall t \in [-4; 2]$, dấu bằng xảy ra khi $t = 2$.

$$\Rightarrow \frac{16}{2^t} - [t^2 + 2t - 8] \left(\frac{2}{3}\right)^t \geq 4, \forall t \in [-4; 2].$$

Vậy $m^2 - 3m \leq 4 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 4$, mà m nguyên nên $m \in \{-1; 0; 1; 2; 3; 4\}$.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 49. Cho hình nón đỉnh S , đáy là đường tròn $(O; r)$. Một mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón cắt đường tròn đáy tại hai điểm A và B sao cho $SA = AB = \frac{8r}{5}$. Tính theo r khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SAB) ?

(A) $\frac{2\sqrt{2}r}{5}$.

(B) $\frac{3\sqrt{13}r}{20}$.

(C) $\frac{3\sqrt{2}r}{20}$.

(D) $\frac{\sqrt{13}r}{20}$.

Lời giải.

BỘ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
TRƯỜNG THPT NGUYỄN TẤT THÀNH
GV: LÊ QUANG XE - 0967.003.131

PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO 2022
NĂM HỌC 2021 - 2022
Môn: **Toán**
Thời gian làm bài: 90 phút
ĐỀ THAM KHẢO PTMH2022

ĐỀ SỐ 8

Câu 1. Cho số phức $z = 6 - 7i$. Tìm số phức liên hợp của số phức z .

- (A) $\bar{z} = -6 + 7i$. (B) $\bar{z} = -6 - 7i$. (C) $\bar{z} = 6 + 7i$. (D) $\bar{z} = -i$.

Lời giải.

Ta có $\bar{z} = 6 + 7i$.

Chọn đáp án (C)

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (S) .

- (A) $I(1; -2; 3), R = \sqrt{3}$. (B) $I(1; -2; 3), R = 5$.
(C) $I(-1; 2; -3), R = \sqrt{3}$. (D) $I(-1; 2; -3), R = 5$.

Lời giải.

Ta có: $a = 1, b = -2, c = 3, d = -11$. Vậy tâm $I(1; -2; 3), R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = 5$.

Chọn đáp án (B)

Câu 3. Đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ nhận :

- (A) Trục tung làm trục đối xứng. (B) Góc tọa độ O làm tâm đối xứng.
(C) Điểm $I(-1; 0)$ làm tâm đối xứng. (D) Đường thẳng $x = 1$ làm trục đối xứng.

Lời giải.

Ta có: $y' = 3x^2 + 6x = 0$

$y'' = 6x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow y = 0$.

Hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ là hàm đa thức bậc ba nên nhận điểm $I(-1; 0)$ làm tâm đối xứng.

Chọn đáp án (C)

Câu 4. Cho mặt cầu có diện tích là 72 cm^2 . Bán kính R của khối cầu là

- (A) $R = \sqrt{6} \text{ (cm)}$. (B) $R = 6 \text{ (cm)}$. (C) $R = 3 \text{ (cm)}$. (D) $R = 3\sqrt{2} \text{ (cm)}$.

Lời giải.

Ta có $S = 4\pi R^2 = 72\pi \Rightarrow R = \sqrt{\frac{72\pi}{4\pi}} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \text{ (cm)}$.

Chọn đáp án (D)

Câu 5. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3^x + \frac{1}{x}$.

- (A) $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} - \ln|x| + C, C \in \mathbb{R}$. (B) $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} + \ln|x| + C, C \in \mathbb{R}$.
(C) $\frac{x^3}{3} - 3^x + \frac{1}{x^2} + C, C \in \mathbb{R}$. (D) $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{1}{x^2} + C, C \in \mathbb{R}$.

Lời giải.

Ta có $\int \left(x^2 - 3^x + \frac{1}{x}\right) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} + \ln|x| + C, C \in \mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định liên tục và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			0				$+\infty$
	$-\infty$			-4			

Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A)** Hàm số có hai cực trị. **(B)** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng không.
(C) Hàm số có giá trị cực đại bằng -4 . **(D)** Hàm số có giá trị cực đại tại $x = 0$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đạt cực trị tại $x = -2$ và $x = 0$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 7. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(3x - 5) > \log_{\frac{1}{5}}(x + 1)$ là

- (A)** $S = (2; +\infty)$. **(B)** $S = \left(\frac{5}{3}; 3\right)$. **(C)** $S = (-\infty; 3)$. **(D)** $S = \left(\frac{3}{5}; 3\right)$.

Lời giải.

Điều kiện $3x - 5 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{5}{3}$. Khi đó

$$\log_{\frac{1}{5}}(3x - 5) > \log_{\frac{1}{5}}(x + 1) \Leftrightarrow 3x - 5 < x + 1 \Leftrightarrow x < 3.$$

Kết hợp với điều kiện ta có tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(\frac{5}{3}; 3\right)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 8. Biết thể tích một khối lập phương bằng $16\sqrt{2}a^3$, vậy cạnh của khối lập phương đã cho bằng bao nhiêu?

- (A)** $8a\sqrt{2}$. **(B)** $2a\sqrt{2}$. **(C)** $4a\sqrt{2}$. **(D)** $a\sqrt{2}$.

Lời giải.

Vì khối lập phương có thể tích bằng $16\sqrt{2}a^3$ nên khối lập phương có cạnh là $\sqrt[3]{16\sqrt{2}a^3} = 2a\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 9. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^{-\frac{1}{3}}$.

- (A)** $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. **(B)** $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$.
(C) $(1; 2)$. **(D)** $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Vì $-\frac{1}{3}$ không nguyên nên: $y = (x^2 - 3x + 2)^{-\frac{1}{3}}$ xác định khi và chỉ khi $x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 2. \end{cases}$

Chọn đáp án **A**

Câu 10. Số nghiệm thực của phương trình $\log_3 x = -\sqrt{2}$ là

- A** 3. **B** 2. **C** 1. **D** 0.

Lời giải.

Ta có $\log_3 x = -\sqrt{2} \Leftrightarrow x = 3^{-\sqrt{2}}$.

Chọn đáp án **C**

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 3]$ và $\int_0^2 f(x) dx = 1$, $\int_2^3 f(x) dx = 4$. Tính

$$I = \int_0^3 f(x) dx.$$

- A** $I = 5$. **B** $I = -3$. **C** $I = 3$. **D** $I = 4$.

Lời giải.

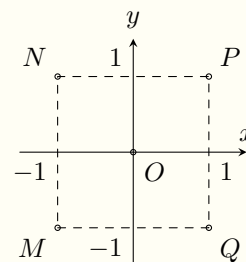
Ta có $I = \int_0^3 f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx = 1 + 4 = 5$.

Chọn đáp án **A**

Câu 12.

Cho số phức $z = -1 + 2i$, $w = 2 - i$. Điểm nào trong hình bên biểu diễn số phức $z + w$?

- A** P. **B** N. **C** Q. **D** M.



Lời giải.

Vì $z + w = -1 + 2i + 2 - i = 1 + i$ nên điểm biểu diễn là điểm $P(1; 1)$.

Chọn đáp án **A**

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x - 4y + 6z - 1 = 0$. Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là

- A** $\vec{n} = (1; -2; 3)$. **B** $\vec{n} = (2; 4; 6)$. **C** $\vec{n} = (1; 2; 3)$. **D** $\vec{n} = (-1; 2; 3)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) nhận $\vec{v} = (2; -4; 6)$ làm véc-tơ pháp tuyến. Do đó véc-tơ $\vec{n} = (1; -2; 3) = \frac{1}{2}\vec{v}$ cũng là một véc-tơ pháp tuyến của (P) .

Chọn đáp án **A**

Câu 14. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{a}$ biểu diễn của các véc-tơ đơn vị là $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$. Tìm tọa độ của véc-tơ $\vec{a}$ là

- (A) $(1; 2; -3)$. (B) $(2; -3; 1)$. (C) $(2; 1; -3)$. (D) $91; -3; 2$.

Lời giải.

Theo định nghĩa thì $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \Leftrightarrow \vec{u} = (x; y; z)$.

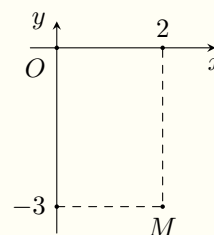
Do đó véc-tơ $\vec{a} = (2; -3; 1)$.

Chọn đáp án (B)

Câu 15.

Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn cho số phức $z = a + bi$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- (A) $a = -3$ và $b = 2$. (B) $a = 2$ và $b = -3$.
(C) $a = -3$ và $b = 2i$. (D) $a = 2$ và $b = -3i$.



Lời giải.

Từ hình vẽ ta có $M(2; -3)$. Suy ra $z = 2 - 3i$.

Vậy $a = 2$ và $b = -3$.

Chọn đáp án (B)

Câu 16. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

- (A) $y = 0$. (B) $y = 5$. (C) $x = 1$. (D) $x = 0$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5}{x-1} = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án (A)

Câu 17. Cho $a, b > 0$, $a \neq 1$ thỏa $\log_a b = 3$. Tính $P = \log_{a^2} b^3$.

- (A) $P = 18$. (B) $P = 2$. (C) $P = \frac{9}{2}$. (D) $P = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

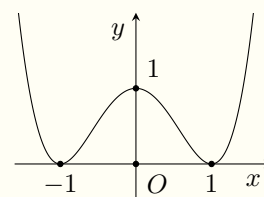
Ta có $P = \frac{3}{2} \log_a b = \frac{3}{2} \cdot 3 = \frac{9}{2}$.

Chọn đáp án (C)

Câu 18.

Giả sử hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là hình bên. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- (A) $a > 0, b < 0, c = 1$. (B) $a > 0, b > 0, c = 1$.
(C) $a < 0, b > 0, c = 1$. (D) $a > 0, b > 0, c > 0$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta có

- ☑ Đồ thị hướng lên nên $a > 0$.

☑ Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị nên $ab < 0$ suy ra $b < 0$.

☑ Với $x = 0 \Rightarrow y = c = 1$.

Vậy đáp án đúng là $a > 0, b < 0, c = 1$.

Chọn đáp án **A**



🔴 **Câu 19.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 3t \\ z = 5 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Đường thẳng d đi qua điểm nào dưới đây?

A $M_1(1; 5; 4)$.

B $M_2(-1; -2; -5)$.

C $M_3(0; 3; -1)$.

D $M_4(1; 2; -5)$.

💬 **Lời giải.**

Với $t = 1$ ta có một điểm thuộc d là $(1; 5; 4)$.

Chọn đáp án **A**



🔴 **Câu 20.** Tập hợp M có 30 phần tử. số các tập con gồm 5 phần tử của M là

A 30^5 .

B A_{30}^4 .

C C_{30}^5 .

D 30^4 .

💬 **Lời giải.**

Ta có mỗi một tập con gồm 5 phần tử của M là một tổ hợp chập 5 của 30 phần tử.

Vậy số các tập như vậy là C_{30}^5 .

Chọn đáp án **C**



🔴 **Câu 21.** Thể tích của khối chóp có diện tích đáy là 12m^2 và chiều cao 5m là

A 20m^3 .

B 30m^3 .

C 60m^3 .

D 10m^3 .

💬 **Lời giải.**

Ta có $V = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 12 \cdot 5 = 20\text{m}^3$.

Chọn đáp án **A**



🔴 **Câu 22.** Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_3(2x + 1)$.

A $y' = \frac{1}{(2x + 1) \ln 3}$.

B $y' = \frac{1}{2x + 1}$.

C $y' = \frac{2}{(2x + 1) \ln 3}$.

D $y' = (2x + 1) \ln 3$.

💬 **Lời giải.**

Ta có $y' = \frac{(2x + 1)'}{(2x + 1) \ln 3} = \frac{2}{(2x + 1) \ln 3}$.

Chọn đáp án **C**



🔴 **Câu 23.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên bên dưới

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		1	4		$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào ?

- A** $(-2; +\infty)$. **B** $(-2; 3)$. **C** $(3; +\infty)$. **D** $(-\infty; -2)$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên, suy ra $y' > 0$ khi $x \in (-2; 3)$.

Chọn đáp án **B**

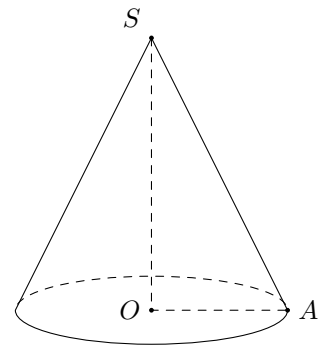
Câu 24. Cho hình nón có bán kính đáy $r = 3$ và độ dài đường sinh $l = 4$. Tính diện tích xung quanh S_{xp} của hình nón đã cho.

- A** $S_{xp} = 8\sqrt{3}\pi$. **B** $S_{xp} = 12\pi$. **C** $S_{xp} = 4\sqrt{3}\pi$. **D** $S_{xp} = \sqrt{39}\pi$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh S_{xp} của hình nón là

$$S_{xp} = \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 12\pi.$$



Chọn đáp án **B**

Câu 25. Có bao nhiêu số thực a để $\int_0^1 (4ax^3 - 3a^2x^2 + 2x + 1) dx = 0$?

- A** 2. **B** 0. **C** 1. **D** 3.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \int_0^1 (4ax^3 - 3a^2x^2 + 2x + 1) dx = 0 \Leftrightarrow (ax^4 - a^2x^3 + x^2 + x) \Big|_0^1 = 0$$

$$\Leftrightarrow a - a^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 2. \end{cases}$$

Chọn đáp án **B**

Câu 26. Cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$, công sai $d = -2$ thì số hạng thứ 5 là

- A** $u_5 = 8$. **B** $u_5 = 1$. **C** $u_5 = -5$. **D** $u_5 = -7$.

Lời giải.

$$u_5 = u_1 + 4d = 3 - 4 \cdot 2 = -5.$$

Chọn đáp án **C**

Câu 27. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x} - 6x^2$ là

- A** $\ln|x| - 2x^3 + C$. **B** $-\ln|x| - 2x^3 + C$. **C** $-\frac{1}{x^2} - 12x + C$. **D** $\ln|x| - 6x^3 + C$.

Lời giải.

Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x} - 6x^2$ là

$$\int f(x) dx = \int \left(\frac{1}{x} - 6x^2 \right) dx = \ln |x| - 2x^3 + C.$$

Chọn đáp án **A**



Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	4	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	$-$	$ $	$+$	0	$+$	0	$-$

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực tiểu

A 3.

B 0.

C 2.

D 1.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số có 1 điểm cực tiểu.

Chọn đáp án **D**



Câu 29. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y = \frac{4x + m}{2x + m + 3}$ đồng biến $(0; 1)$.

A 1.

B 5.

C 4.

D 3.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{m+3}{2} \right\}$, khi đó $y' = \frac{2m+12}{(2x+m+3)^2}$.

Để hàm số đồng biến trên $(0; 1)$ thì

$$\begin{cases} y' > 0, \forall x \in (0; 1) \\ \left[-\frac{m+3}{2} \geq 1 \right. \\ \left. -\frac{m+3}{2} \leq 0 \right] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+12 > 0 \\ \begin{cases} m \leq -5 \\ m \geq -3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -6 \\ \begin{cases} m \leq -5 \\ m \geq -3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-6; -5] \cup [-3; +\infty).$$

Vậy các giá trị nguyên âm cần tìm của m là $\{-5; -3; -2; -1\}$.

Chọn đáp án **C**



Câu 30. Tìm khoảng đồng biến của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x$.

A $(-\infty; 1)$.

B $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

C $(-\infty; -3)$ và $(1; +\infty)$.

D $(-3; 1)$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3x^2 + 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \end{cases}$. Khi đó bảng biến thiên của hàm số như sau

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	27	-5	$+\infty$	

Từ đó suy ra hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x$ đồng biến trên $(-\infty; -3)$ và $(1; +\infty)$.

Chọn đáp án **C**

- Câu 31.** Cho a là số thực dương và khác 1. Giá trị của $\log_{a^2}(\sqrt[3]{a})$ bằng
- A** 6. **B** $\frac{3}{2}$. **C** $\frac{1}{6}$. **D** $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Với a dương và khác 1 thì $\log_{a^2}(\sqrt[3]{a}) = \log_{a^2}\left(a^{\frac{1}{3}}\right) = \frac{1}{6} \log_a a = \frac{1}{6}$.

Chọn đáp án **C**

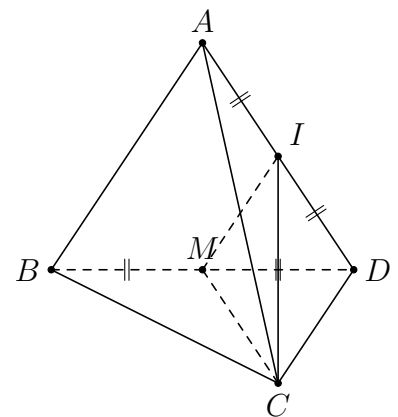
- Câu 32.** Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Tính cô-sin góc giữa hai đường thẳng AB và CI với I là trung điểm của AD .
- A** $\frac{\sqrt{3}}{6}$. **B** $\frac{1}{2}$. **C** $\frac{\sqrt{3}}{4}$. **D** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm BD . Khi đó $MI \parallel AB$ nên góc giữa AB và CI là góc giữa MI và CI là $\widehat{CIM}$.

Ta có $CI = CM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $MI = \frac{a}{2}$.

$$\cos \widehat{CIM} = \frac{IC^2 + IM^2 - CM^2}{2 \cdot IC \cdot IM} = \frac{\frac{a^2}{4}}{2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$



Chọn đáp án **A**

- Câu 33.** Tính tích phân $I = \int_0^1 (x+1)^2 dx$.
- A** $I = 4$. **B** $I = 3$. **C** $I = \frac{7}{3}$. **D** $I = \frac{1}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } I = \int_0^1 (x+1)^2 dx = \int_0^1 (x+1)^2 d(x+1) = \left. \frac{(x+1)^3}{3} \right|_0^1 = \frac{7}{3}.$$

Chọn đáp án **C**

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào được cho dưới đây là phương trình mặt phẳng (Oyz)?

- (A) $x = y + z$. (B) $y - z = 0$. (C) $y + z = 0$. (D) $x = 0$.

Lời giải.

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oyz) là $x = 0$.

Chọn đáp án (D)

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $(1 + 2i)z = 8 + i$. Số phức liên hợp $\bar{z}$ của z là

- (A) $\bar{z} = -2 - 3i$. (B) $\bar{z} = -2 + 3i$. (C) $\bar{z} = 2 + 3i$. (D) $\bar{z} = 2 - 3i$.

Lời giải.

Ta có $(1 + 2i)z = 8 + i \Leftrightarrow z = \frac{8 + i}{1 + 2i} = 2 - 3i \Rightarrow \bar{z} = 2 + 3i$.

Chọn đáp án (C)

Câu 36. Tính chiều cao của hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng b .

- (A) $\frac{\sqrt{4b^2 + 2a^2}}{2}$. (B) $\frac{\sqrt{4b^2 - 2a^2}}{2}$. (C) $\frac{\sqrt{4b^2 - a^2}}{2}$. (D) $\frac{\sqrt{4b^2 + a^2}}{2}$.

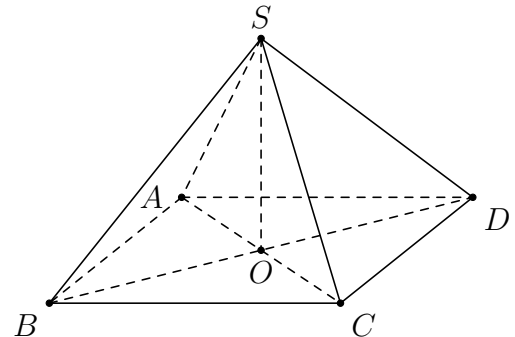
Lời giải.

Giả sử $S.ABCD$ là hình chóp đều và $O = AC \cap BD$. Khi đó $ABCD$ là hình vuông và $SO \perp (ABCD)$.

$$SC = b, OC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \frac{\sqrt{4b^2 - 2a^2}}{2}.$$

$$\text{Vậy chiều cao của khối chóp là } SO = \frac{\sqrt{4b^2 - 2a^2}}{2}.$$



Chọn đáp án (B)

Câu 37. Một bài kiểm tra có 5 câu theo 5 mức độ khác nhau, xác suất để bạn An làm đúng câu 1 là 100% và giảm dần đều 10% khi sang mỗi câu tiếp theo. Tính xác suất để bạn An làm đúng hết cả bài kiểm tra đó.

- (A) $\frac{18}{125}$. (B) $\frac{189}{6250}$. (C) $\frac{189}{625}$. (D) $\frac{36}{125}$.

Lời giải.

Xác suất để An làm đúng câu 1 là 1.

Xác suất để An làm đúng câu 2 là 0,9.

Xác suất để An làm đúng câu 3 là 0,8.

Xác suất để An làm đúng câu 4 là 0,7.

Xác suất để An làm đúng câu 5 là 0,6.

Theo quy tắc nhân ta có xác suất để An làm đúng hết 5 câu là $1 \cdot 0,9 \cdot 0,8 \cdot 0,7 \cdot 0,6 = \frac{189}{625}$.

Chọn đáp án (C)

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng cắt nhau $(P): 2x - y + 3z + 1 = 0$ và $(Q): x - y + z + 5 = 0$. Đường thẳng d là giao tuyến của (P) và (Q) có phương trình là

A $\frac{x-4}{2} = \frac{y-9}{1} = \frac{z-1}{-1}$.

B $\frac{x-4}{2} = \frac{y-9}{1} = \frac{z}{1}$.

C $\frac{x-4}{2} = \frac{y-9}{1} = \frac{z}{-1}$.

D $\frac{x-4}{2} = \frac{y+9}{1} = \frac{z}{-1}$.

Lời giải.

Véc-tơ pháp tuyến của (P) và (Q) lần lượt là $\vec{n} = (2; -1; 3)$ và $\vec{n}' = (1; -1; 1)$. Do đó một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u} = [\vec{n}, \vec{n}'] = (2; 1; -1)$.

Cho $z = 0$ xét hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y + 1 = 0 \\ x - y + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 9 \end{cases}$. Suy ra điểm $M(4; 9; 0) \in d$.

Vậy phương trình chính tắc của đường thẳng d là $\frac{x-4}{2} = \frac{y-9}{1} = \frac{z}{-1}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 39. Số các nghiệm nguyên nhỏ hơn 2019 của bất phương trình $\log_2(16x) + 5\log_{\frac{x}{4}} 2 \geq 0$ là

A 2015.

B 2018.

C 2017.

D 2016.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0, x \neq 4$.

Ta có

$$\begin{aligned} & \log_2(16x) + 5\log_{\frac{x}{4}} 2 \geq 0 \\ \Leftrightarrow & 4 + \log_2 x + \frac{5}{\log_2 \frac{x}{4}} \geq 0 \\ \Leftrightarrow & 4 + \log_2 x + \frac{5}{\log_2 x - 2} \geq 0 \\ \Leftrightarrow & \frac{\log_2^2 x + 2\log_2 x - 3}{\log_2 x - 2} \geq 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} -3 \leq \log_2 x \leq 1 \\ \log_2 x > 2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \frac{1}{8} \leq x \leq 2 \\ x > 4. \end{cases} \end{aligned}$$

Do x nguyên và nhỏ hơn 2019 nên $x \in \{1; 2; 5; 6; \dots; 2018\}$. Vậy có 2016 số nghiệm nguyên.

Chọn đáp án **D** □

Câu 40. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị $(C): y = (x-2)(x^2 - 2mx + m)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ dương.

A $m \in (1; +\infty)$.

B $m \in (1; +\infty) \setminus \left\{\frac{4}{3}\right\}$.

C $m \in (0; +\infty)$.

D $m \in (-\infty; 0) \cup \left(1; \frac{4}{3}\right) \cup \left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm là $(x-2)(x^2 - 2mx + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x^2 - 2mx + m = 0. \end{cases} \quad (1)$

Đồ thị $(C): y = (x-2)(x^2 - 2mx + m)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ dương khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm dương phân biệt khác 2.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - m > 0 \\ S = 2m > 0 \\ P = m > 0 \\ 2^2 - 4m + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m \neq \frac{4}{3} \end{cases}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

❶ Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$. Biết $f(3) +$

$f(-3) = 4$ và $f\left(\frac{1}{3}\right) + f\left(-\frac{1}{3}\right) = 2$. Tính giá trị của biểu thức $T = f(-5) + f(0) + f(2)$.

(A) $T = 5 - \frac{1}{2} \ln 2$. **(B)** $T = 6 - \frac{1}{2} \ln 2$. **(C)** $T = 5 + \frac{1}{2} \ln 2$. **(D)** $T = 6 + \frac{1}{2} \ln 2$.

💬 Lời giải.

Ta có $\int \frac{1}{x^2 - 1} dx = \frac{1}{2} \int \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right) dx = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + C$.

Do hàm số $f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty; -1)$, $(-1; 1)$, $(1; +\infty)$ nên

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + C_1 & \text{khi } x \in (1; +\infty), \\ \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + C_2 & \text{khi } x \in (-\infty; -1), \\ \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + C_3 & \text{khi } x \in (-1; 1). \end{cases}$$

Theo đề bài ta có

$$\begin{aligned} f(-3) &= \frac{1}{2} \ln 2 + C_2, \\ f(3) &= \frac{1}{2} \ln \frac{1}{2} + C_1. \end{aligned}$$

Mà

$$f(3) + f(-3) = 4 \Leftrightarrow C_1 + C_2 = 4. \quad (1)$$

Tương tự

$$f\left(\frac{1}{3}\right) + f\left(-\frac{1}{3}\right) = 2 \Leftrightarrow 2C_3 = 2 \Leftrightarrow C_3 = 1.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} f(-5) = \frac{1}{2} \ln \frac{3}{2} + C_2 \\ f(0) = 1 \\ f(2) = \frac{1}{2} \ln \frac{1}{3} + C_1 \end{cases} \Rightarrow f(-5) + f(0) + f(2) = \frac{1}{2} \ln \frac{1}{2} + 1 + C_1 + C_2.$$

$$\text{Từ (1) suy ra } f(-5) + f(0) + f(2) = -\frac{1}{2} \ln 2 + 1 + C_1 + C_2 = -\frac{1}{2} \ln 2 + 5.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

❶ Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang cân với đáy lớn $AB = 2a$, $AD = BC = CD = a$ mặt bên SAB là tam giác cân đỉnh S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng

$ABCD$. Biết khoảng cách từ A tới mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{2a\sqrt{15}}{5}$, tính theo a thể tích V của khối chóp.

(A) $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

(B) $V = \frac{3a^3}{4}$.

(C) $V = \frac{3a^3\sqrt{5}}{4}$.

(D) $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.

Lời giải.

Gọi O, I là trung điểm của AB, BC ; H là hình chiếu vuông góc của O lên SI .

Tam giác SAB cân tại $S \Rightarrow SO \perp AB$.

Mà $(SAB) \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp (ABCD)$.

Mà $ABCD$ là hình thang cân với đáy

$$AB = 2a, AD = BC = CD = a.$$

Suy ra $\triangle OAD, \triangle OCD, \triangle OBC$ là các tam giác đều, cạnh a

$$S_{ABCD} = 3 \cdot S_{OBC} = 3 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}.$$

Do O là trung điểm của AB nên $d(A; (SBC)) = 2 \cdot d(O; (SBC))$. (1)

$$\triangle OBC \text{ đều, } I \text{ là trung điểm của } BC \Rightarrow \begin{cases} OI \perp BC \\ OI = \frac{a\sqrt{3}}{2}. \end{cases}$$

Mà $BC \perp SO$ (do $SO \perp (ABCD)$)

$\Rightarrow BC \perp (SOI) \Rightarrow BC \perp OH$. Lại có $SI \perp OH \Rightarrow OH \perp (SBC) \Rightarrow d(O; (SBC)) = OH$. (2)

Từ (1), (2) suy ra $d(A; (SBC)) = 2 \cdot OH = \frac{2a\sqrt{15}}{5} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.

$\triangle SOI$ vuông tại O , $OH \perp SI$, ta có

$$\frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OI^2} = \frac{1}{OH^2} \Leftrightarrow \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{\frac{3}{4}a^2} = \frac{1}{\frac{3}{5}a^2} \Leftrightarrow SO = a\sqrt{3}$$

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{3a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{4}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 43. Biết z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình $2z^2 + \sqrt{3}z + 3 = 0$. Khi đó giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ là

(A) 9.

(B) 4.

(C) $\frac{9}{4}$.

(D) $-\frac{9}{4}$.

Lời giải.

Ta có $z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1z_2 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{3}{2} = -\frac{9}{4}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 44. Gọi M là giá trị lớn nhất của $\left|\frac{1}{m-i} - 1\right|$, với m là số thực. Giá trị M^2 gần với số nào nhất trong các số dưới đây?

(A) 2,62.

(B) 2,64.

(C) 1,62.

(D) 1,64.

Lời giải.

Ta có $\left| \frac{1}{m-i} - 1 \right| = \frac{|1-m+i|}{|m-i|} = \frac{\sqrt{(1-m)^2+1}}{\sqrt{m^2+1}} = \sqrt{\frac{m^2-2m+2}{m^2+1}} = \sqrt{1 + \frac{1-2m}{m^2+1}}$.

Xét $f(m) = \frac{1-2m}{m^2+1}$.

$f'(m) = 0 \Leftrightarrow \frac{2m^2-2m-2}{(m^2+1)^2} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ hoặc $m = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$.

Bảng biến thiên

m	$-\infty$	$\frac{1-\sqrt{5}}{2}$	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	$+\infty$	
$f'(m)$	+	0	-	0	+
$f(m)$		$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$		0	

Do đó $M = \sqrt{1 + \frac{1+\sqrt{5}}{2}} \Rightarrow M^2 = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \approx 2,62$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 45. Xác định m để đồ thị hàm số $(C): y = 5x^4 - 8x^2 + m$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt sao cho diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục hoành có phần trên và phần dưới bằng nhau.

A $\frac{9}{16}$.

B $\frac{16}{9}$.

C 9.

D $\frac{25}{16}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và trục hoành là $5x^4 - 8x^2 + m = 0$.

Đặt $t = x^2, t \geq 0$. Ta có $5t^2 - 8t + m = 0$. (1)

Đồ thị (C) cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16 - 5m > 0 \\ \frac{m}{5} > 0 \\ \frac{8}{5} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \frac{16}{5}.$$

Ta có hàm số $y = f(x) = 5x^4 - 8x^2 + m$ là hàm số chẵn nên $S_1 + S_2 = S_3 \Rightarrow S_2 = \frac{1}{2}S_3$. Gọi $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ là bốn hoành độ giao điểm của (C_m) với trục hoành ta có

$$S_2 = \frac{1}{2}S_3 \Rightarrow \int_{x_3}^{x_4} (-f(x)) dx = \int_0^{x_3} f(x) dx.$$

$$\Leftrightarrow \int_{x_3}^{x_4} f(x) dx + \int_0^{x_3} f(x) dx = 0 \Leftrightarrow \int_0^{x_4} f(x) dx = 0 \Leftrightarrow \int_0^{x_4} (5x^4 - 8x^2 + m) dx = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x^5 - \frac{8}{3}x^3 + mx \right) \Big|_0^{x_4} = 0 \Leftrightarrow x_4^5 - \frac{8}{3}x_4^3 + mx_4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_4 = 0 \\ x_4^4 - \frac{8}{3}x_4^2 + m = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Với $x_4 = 0 \Rightarrow m = 0$ (loại).

$$\text{Xét (2)} \Leftrightarrow (5x_4^4 - 8x_4^2 + m) - 4x_4^4 + \frac{16}{3}x_4^2 = 0 \Leftrightarrow 4x_4^4 - \frac{16}{3}x_4^2 = 0 \Leftrightarrow x_4^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow m = \frac{16}{9} \text{ (nhận)}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

❶ Câu 46. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y = 0$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 5z - 2019 = 0$. Các tiếp diện với mặt cầu (S) song song với mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) tại hai điểm (A) và B . Phương trình đường thẳng AB là

(A) $AB: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2 - 2t \\ z = 5t \end{cases}$

(B) $AB: \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = -4 - 2t \\ z = 5 + 5t \end{cases}$

(C) $AB: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -2 - 2t \\ z = 0 \end{cases}$

(D) $AB: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 - 2t \\ z = 5 \end{cases}$

💬 Lời giải.

Tiếp diện của mặt cầu (S) luôn vuông góc với bán kính của mặt cầu (S) đi qua tiếp điểm, suy ra đường thẳng AB vuông góc với (P) và đi qua tâm I của mặt cầu (S) . Hay nói cách khác, đường thẳng AB có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_{AB} = \vec{n}_{(P)} = (3; -2; 5)$ và đi qua điểm $I(1; -2; 0)$. Do đó AB có phương trình là

$$AB: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2 - 2t \\ z = 5t. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(A)**

□

❶ Câu 47. Cho tứ diện $ABCD$ có $AD \perp (ABC)$, ABC là tam giác vuông tại B . Biết $BC = a$, $AB = a\sqrt{3}$, $AD = 3a$. Quay các tam giác ABC và ABD (bao gồm cả điểm bên trong 2 tam giác) xung quanh đường thẳng AB ta được 2 khối tròn xoay. Thể tích phần chung của 2 khối tròn xoay đó bằng

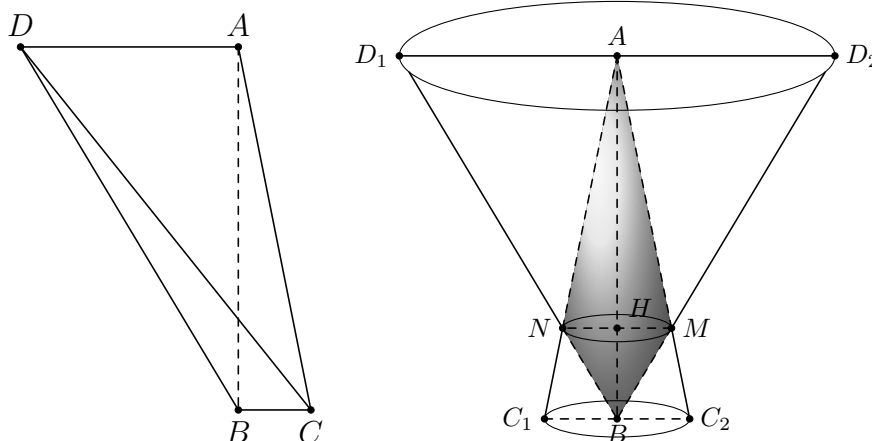
(A) $\frac{5\sqrt{3}\pi a^3}{16}$

(B) $\frac{3\sqrt{3}\pi a^3}{16}$

(C) $\frac{8\sqrt{3}\pi a^3}{3}$

(D) $\frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{16}$

💬 Lời giải.



Tứ diện $ABCD$ có $\begin{cases} DA \perp (ABC) \\ BC \perp (ABD) \end{cases}$, do đó khi quay hai tam giác ABC và ABD quanh trục AB ta sẽ được hai hình nón tròn xoay, và phần chung của hai hình nón này là phần tô màu xám ở hình trên. Khi đó xét mặt phẳng qua trục AB của hai hình nón $(C_1C_2D_2D_1)$, gọi $M = BD_2 \cap AC_2$; $N =$

$BD_1 \cap AC_1$.

Ta có $\triangle BMC_2 \sim \triangle D_2MA$, nên

$$\frac{BM}{D_2M} = \frac{BC_2}{AD_2} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{HM}{AD_2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{HM}{BC_2} = \frac{3}{4} \Rightarrow HM = \frac{3a}{4}.$$

Suy ra

☑ Thể tích khối nón (ANM) là $V_1 = \frac{1}{3}\pi HM^2 \cdot AH = \frac{1}{3}\pi \frac{9a^2}{16} \cdot AH$.

☑ Thể tích khối nón (BNM) là $V_2 = \frac{1}{3}\pi HM^2 \cdot BH = \frac{1}{3}\pi \frac{9a^2}{16} \cdot BH$.

Vậy thể tích khối tròn xoay cần tìm là

$$V_1 + V_2 = \frac{1}{3}\pi \frac{9a^2}{16} (AH + BH) = \frac{1}{3}\pi \frac{9a^2}{16} \cdot AH = \frac{3\sqrt{3}\pi a^3}{16}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

🔴 Câu 48. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $3^x \geq 5 - 2x$.

(A) $[1; +\infty)$.

(B) $(-\infty; 1]$.

(C) $(1; +\infty)$.

(D) $\emptyset$.

💬 Lời giải.

Ta có $3^x \geq 5 - 2x \Leftrightarrow 3^x + 2x - 5 \geq 0$.

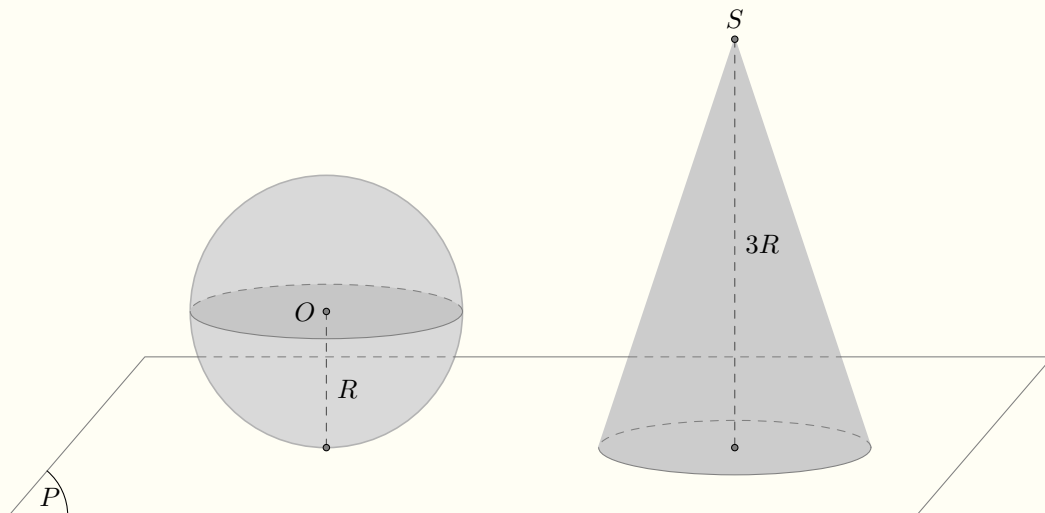
Xét hàm số $f(x) = 3^x + 2x - 5$, suy ra $f'(x) = 3^x \ln 3 + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Suy ra $f(x) \geq 0 = f(1) \Leftrightarrow x \geq 1$.

Chọn đáp án **(A)**

□

🔴 Câu 49. Cho hình cầu tâm O bán kính $R = 5$, tiếp xúc với mặt phẳng (P) . Một hình nón tròn xoay có đáy nằm trên (P) , có chiều cao $h = 15$, có bán kính đáy bằng R . Hình cầu và hình nón nằm về một phía đối với mặt phẳng (P) . Người ta cắt hai hình đó bởi mặt phẳng (Q) song song với (P) và thu được hai thiết diện có tổng diện tích là S . Gọi x là khoảng cách giữa (P) và (Q) ($0 < x \leq 5$). Biết rằng S đạt giá trị lớn nhất khi $x = \frac{a}{b}$ (phân số $\frac{a}{b}$ tối giản). Tính giá trị $T = a + b$.



(A) $T = 17$.

(B) $T = 19$.

(C) $T = 18$.

(D) $T = 23$.

Lời giải.

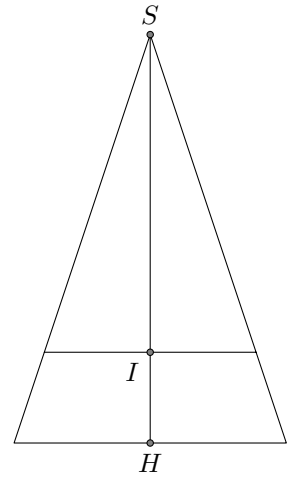
Vì $d((P), (Q)) = x \in (0; 5] \Rightarrow d(O, (Q)) = R - x = 5 - x$ nên mặt cầu (S) cắt (Q) theo giao tuyến là đường tròn (C_1) có bán kính

$$R_{(C_1)} = \sqrt{R^2 - d^2(O, (Q))} = \sqrt{25 - (5 - x)^2}.$$

Diện tích của hình tròn thiết diện là $S_{(C_1)} = \pi R_{(C_1)}^2 = \pi [25 - (5 - x)^2]$.

Giả sử hình nón (N) có tâm đường tròn đáy là H và mặt phẳng (Q) cắt (N) theo giao tuyến là đường tròn (C_2) có tâm I . Theo định lí Thales ta có

$$\frac{SI}{SH} = \frac{R_{(C_2)}}{R_{(N)}} \Leftrightarrow \frac{h - x}{h} = \frac{R_{(C_2)}}{5} \Leftrightarrow R_{(C_2)} = \frac{15 - x}{3}.$$



Diện tích của hình tròn thiết diện là $S_{(C_2)} = \pi R_{(C_2)}^2 = \pi \left(\frac{15 - x}{3} \right)^2$.

Tổng diện tích thiết diện là

$$S = S_{(C_1)} + S_{(C_2)} = \pi [25 - (5 - x)^2] + \pi \left(\frac{15 - x}{3} \right)^2 = \pi \left[-\frac{8}{9} \left(x - \frac{15}{4} \right)^2 + \frac{75}{2} \right] \leq \frac{75\pi}{2}.$$

Đẳng thức xảy ra khi $x = \frac{15}{4}$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 50. Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 2$ thỏa mãn $\begin{cases} a + b > 1 \\ 3 + 2a + b < 0 \end{cases}$. Số điểm cực trị của hàm số $y = |f(|x|)|$ là

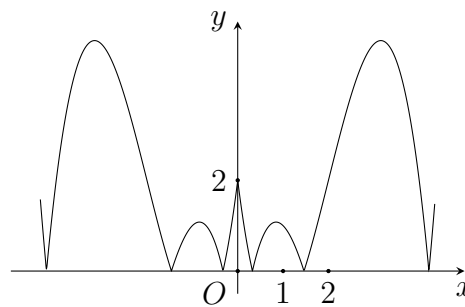
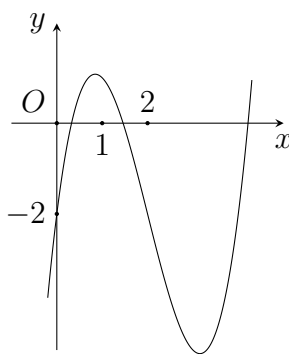
(A) 9.

(B) 11.

(C) 2.

(D) 5.

Lời giải.



Dễ thấy $f(0) = -2 < 0$, $f(1) = a + b - 1 > 0$, $f(2) = 2(2a + b + 3) < 0$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ nên phương trình $f(x) = 0$ có ba nghiệm phân biệt lần lượt thuộc các khoảng $(0; 1)$, $(1; 2)$, $(2; +\infty)$. Do đó, đồ thị hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị, một điểm nằm trên trục hoành một điểm nằm dưới trục hoành (xem hình vẽ). Từ đó, hàm số $y = |f(|x|)|$ có tất cả 11 điểm cực trị.

Chọn đáp án **(B)**

HẾT

BỘ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
TRƯỜNG THPT NGUYỄN TẤT THÀNH
GV: LÊ QUANG XE - 0967.003.131

PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO 2022
NĂM HỌC 2021 - 2022
Môn: **Toán**
Thời gian làm bài: 90 phút
ĐỀ THAM KHẢO PTMH2022

ĐỀ SỐ 9

Câu 1. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) tùy ý. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- ☐ A $z^2 = |z|^2$.
☐ B Số phức liên hợp của z có mô-đun bằng mô-đun của iz .
☐ C Điểm $M(-a; b)$ là điểm biểu diễn của $\bar{z}$.
☐ D Mô-đun của z là một số thực dương.

Lời giải.

Ta có $|\bar{z}| = |a - bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$ và $|iz| = |-b + ai| = \sqrt{a^2 + b^2}$. Vậy $|\bar{z}| = |iz|$.

Chọn đáp án **B**

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 5)^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm của mặt cầu (S) .

- ☐ A $(1; -2; -5)$. ☐ B $(1; -2; 5)$. ☐ C $(-1; -2; 5)$. ☐ D $(1; 2; 5)$.

Lời giải.

$(S): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 5)^2 = 9$ thì (S) có tâm là $I(1; -2; 5)$.

Chọn đáp án **B**

Câu 3. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x - 2}{2x - 1}$ là

- ☐ A $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. ☐ B $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. ☐ C $I\left(\frac{1}{2}; -1\right)$. ☐ D $I\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ với $ad - bc \neq 0$ nhận điểm $I\left(-\frac{d}{c}; \frac{a}{c}\right)$ làm tâm đối xứng. Do đó $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ là tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho.

Chọn đáp án **B**

Câu 4. Một mặt cầu có diện tích là 16π . Tính bán kính R của mặt cầu.

- ☐ A $R = 2\pi$. ☐ B $R = 2$. ☐ C $R = 4$. ☐ D $R = 4\pi$.

Lời giải.

Ta có $S = 4\pi R^2$ nên $16\pi = 4\pi R^2$ suy ra $R = 2$.

Chọn đáp án **B**

Câu 5. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x - 8x$ là

- ☐ A $\cos x - 4x^2 + C$. ☐ B $-\cos x - 4x^2 + C$. ☐ C $\cos x + 4x^2 + C$. ☐ D $-\cos x + C$.

Lời giải.

Ta có $\int (\sin x - 8x) dx = -\cos x - 4x^2 + C$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	4	5	$-\infty$	

(A) $y_{\text{CD}} = 5$.

(B) $\min_{\mathbb{R}} y = 4$.

(C) $\min_{\mathbb{R}} y = 5$.

(D) $y_{\text{CT}} = 0$.

Lời giải.

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy giá trị cực đại của hàm số là 5

Chọn đáp án **(A)**

Câu 7. Có bao nhiêu số nguyên dương x thỏa mãn bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x} > \left(\frac{1}{2}\right)^{x+7}$?

(A) 6.

(B) 5.

(C) 7.

(D) Vô số.

Lời giải.

Với $x \in \mathbb{Z}, x > 0$ bất phương trình trở thành $2x < x + 7 \Leftrightarrow 0 < x < 7 \Leftrightarrow x \in \{1; 2; \dots; 6\}$.

Vậy số giá trị x thỏa đề bài là 6.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 8. Tính thể tích của khối lăng trụ biết diện tích đáy là $2a^2$ và chiều cao là $3a$.

(A) $V = \frac{2}{3}a^3$.

(B) $3a^3$.

(C) $2a^3$.

(D) $6a^3$.

Lời giải.

Công thức tính thể tích khối lăng trụ là

$$V = S \cdot h = 2a^2 \cdot 3a = 6a^3.$$

Chọn đáp án **(D)**

Câu 9. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - 3x)^{-2020}$.

(A) $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$.

(B) $\mathcal{D} = (-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$.

(C) $\mathcal{D} = (0; 3)$.

(D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0; 3\}$.

Lời giải.

Hàm số $y = (x^2 - 3x)^{-2020}$ xác định khi và chỉ khi

$$x^2 - 3x \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 3. \end{cases}$$

Vậy tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x)^{-2020}$ là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0; 3\}$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 10. Giải phương trình $2^x = 3$.

A $x = 2^{\sqrt{3}}$.

B $x = \log_2 3$.

C $x = \log_3 2$.

D $x = 3^{\sqrt{2}}$.

Lời giải.

Ta có $2^x = 3 \Leftrightarrow x = \log_2 3$.

Chọn đáp án **B**

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng K và các hằng số $a, b, c \in K$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A $\int_a^b k \cdot f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$ với $k \in \mathbb{R}$.

B $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

C $\int_a^b f(x) dx = - \int_a^b f(x) dx$.

D $\int_a^b f(x) dx \neq \int_a^b f(t) dt$.

Lời giải.

Ta có $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt$.

Chọn đáp án **D**

Câu 12. Cho số phức $z = 3 - 4i$. Số phức $w = z - 4 + 2i$ bằng

A $w = -1 - 2i$.

B $w = 7 - 6i$.

C $-1 + 2i$.

D $-1 - 6i$.

Lời giải.

Ta có: $w = 3 - 4i - 4 + 2i = -1 - 2i$.

Chọn đáp án **A**

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{1}{2}x - 2y + z + 5 = 0$. Vectơ nào dưới đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A $\vec{n}_2 = (1; -2; 1)$.

B $\vec{n}_3 = (1; -4; 2)$.

C $\vec{n}_1 = (2; -2; 1)$.

D $\vec{n}_4 = (-2; 1; 5)$.

Lời giải.

Từ phương trình của (P) suy ra một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = \left(\frac{1}{2}; -2; 1\right)$.

Mặt khác $\vec{n}_3 = (1; -4; 2) = 2 \left(\frac{1}{2}; -2; 1\right) = 2\vec{n}$ nên $\vec{n}_3 = (1; -4; 2)$ cũng là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Chọn đáp án **B**

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-3; 5; 1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

A $D(-2; 8; -3)$.

B $D(-4; 8; -5)$.

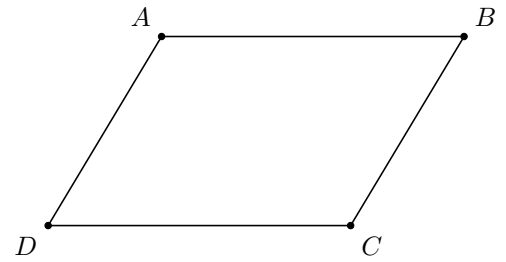
C $D(-2; 2; 5)$.

D $D(-4; 8; -3)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -3; 4)$, $\overrightarrow{DC} = (-3 - x_D; 5 - y_D; 1 - z_D)$.
 $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = -3 - x_D \\ -3 = 5 - y_D \\ 4 = 1 - z_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -4 \\ y_D = 8 \\ z_D = -3. \end{cases}$$



Vậy $D(-4; 8; -3)$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 15. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z + 2 - 5i| = 6$ là đường tròn có tâm I và bán kính R lần lượt là

(A) $I(-2; 5)$ và $R = 36$.

(B) $I(-2; 5)$ và $R = 6$.

(C) $I(2; -5)$ và $R = 36$.

(D) $I(2; -5)$ và $R = 6$.

Lời giải.

Gọi $z = x + iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có $|z + 2 - 5i| = 6 \Leftrightarrow (x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 36$.

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn z là đường tròn có tâm $I(-2; 5)$ và bán kính $R = 6$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 16. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x - 1}{2x + 1}$?

(A) $y = -\frac{1}{2}$.

(B) $x = -\frac{1}{2}$.

(C) $y = \frac{3}{2}$.

(D) $x = \frac{3}{2}$.

Lời giải.

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x - 1}{2x + 1}$ là $y = \frac{a}{c} = \frac{3}{2}$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 17. Cho $\log_a b = 3$, $\log_a c = -2$. Khi đó $\log_a (a^3 b^2 \sqrt{c})$ bằng

(A) 8.

(B) 13.

(C) 5.

(D) 10.

Lời giải.

Ta có $\log_a (a^3 b^2 \sqrt{c}) = \log_a a^3 + \log_a b^2 + \log_a \sqrt{c} = 3 + 2 \log_a b + \frac{1}{2} \log_a c = 3 + 2 \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot (-2) = 8$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 18. Bảng biến thiên trong hình vẽ dưới đây là bảng biến thiên của hàm số nào?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	-4	-3	-4	$+\infty$

(A) $y = -x^4 + x^2 - 3$.

(B) $y = x^4 + 2x^2 - 3$.

(C) $y = -x^4 + 2x^2 - 3$.

(D) $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

Lời giải.

Đây là bảng biến thiên của hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ với $a > 0$ và $b < 0$.

Chọn đáp án **(D)**



Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

(A) $P(3; 1; 1)$.

(B) $N(0; -1; -2)$.

(C) $Q(3; 2; 2)$.

(D) $M(2; 1; 0)$.

Lời giải.

Lần lượt thế tọa độ các điểm vào phương trình của d ta thấy chỉ có $P(3; 1; 1)$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **(A)**



Câu 20. Trong mặt phẳng cho 15 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Số tam giác có các đỉnh là 3 trong số 15 điểm đã cho bằng bao nhiêu?

(A) A_{15}^3 .

(B) $15!$.

(C) C_{15}^3 .

(D) 15^3 .

Lời giải.

Số tam giác có các đỉnh là 3 trong số 15 điểm đã cho là C_{15}^3 .

Chọn đáp án **(C)**



Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{BAD} = 60^\circ$, gọi I là giao điểm của AC và BD . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của đoạn BI . Góc giữa SC và $ABCD$ bằng 45° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

(A) $\frac{a^3\sqrt{39}}{48}$.

(B) $\frac{a^3\sqrt{39}}{8}$.

(C) $\frac{a^3\sqrt{39}}{24}$.

(D) $\frac{a^3\sqrt{39}}{12}$.

Lời giải.

Ta có $\triangle BAD$ là tam giác đều nên

$$BD = a, AI = CI = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$CH = \sqrt{IC^2 + IH^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{4}\right)^2} = \frac{a\sqrt{13}}{4}.$$

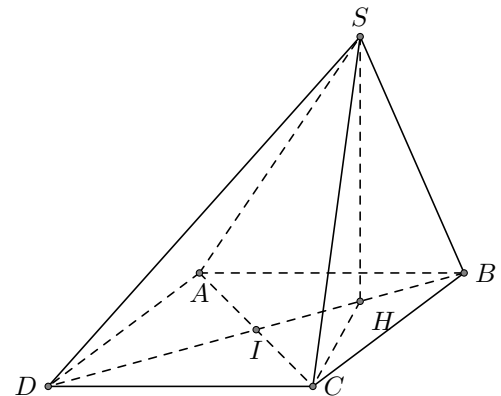
$$\widehat{SC, (ABCD)} = (\widehat{SC, HC}) = \widehat{SCH} = 45^\circ.$$

$$\triangle SHC \text{ vuông cân tại } H \text{ nên suy ra } SH = HC = \frac{a\sqrt{13}}{4}.$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}BD \cdot AC = \frac{1}{2}a \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{13}}{4} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{39}}{24}.$$

Chọn đáp án **(C)**



Câu 22. Tính đạo hàm của hàm số $y = 3^{1-2x}$.

(A) $y' = 3^{1-2x} \ln 3$.

(B) $y' = (1-2x)3^{-2x}$.

(C) $y' = -2 \cdot 3^{1-2x} \ln 3$.

(D) $-2 \cdot 3^{1-2x}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = (1-2x)'3^{1-2x} \ln 3 = -2 \cdot 3^{1-2x} \ln 3$$

Chọn đáp án **(C)**



Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

- (A)** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$. **(B)** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
(C) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$. **(D)** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, mệnh đề đúng là hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 24. Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy $R = 2$ và đường sinh $l = 3$ bằng

- (A)** 4π . **(B)** 6π . **(C)** 24π . **(D)** 12π .

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi \cdot R \cdot l = 2\pi \cdot 2 \cdot 3 = 12\pi$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 25. Nếu $\int_1^2 f(x) dx = 3$, $\int_2^5 f(x) dx = -1$ thì $\int_1^5 f(x) dx$ bằng

- (A)** 3. **(B)** 4. **(C)** 2. **(D)** -2.

Lời giải.

Theo tính chất tích phân

$$\int_1^5 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^5 f(x) dx = 3 + (-1) = 2.$$

Chọn đáp án **(C)**

Câu 26. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2$ và công sai $d = -3$. Tính u_4 .

- (A)** $u_4 = -7$. **(B)** $u_4 = -1$. **(C)** $u_4 = -10$. **(D)** $u_4 = 11$.

Lời giải.

Ta có $u_4 = u_1 + 3d = 2 + 3 \cdot (-3) = -7$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 27. Tính $\int (x - \sin 2x) dx$.

- (A)** $\frac{x^2}{2} + \cos 2x + C$. **(B)** $x^2 + \frac{1}{2} \cos 2x + C$.

C $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x + C.$

D $\frac{x^2}{2} + \sin x + C.$

Lời giải.

Ta có $\int (x - \sin 2x) dx = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x + C.$

Chọn đáp án **C**

□

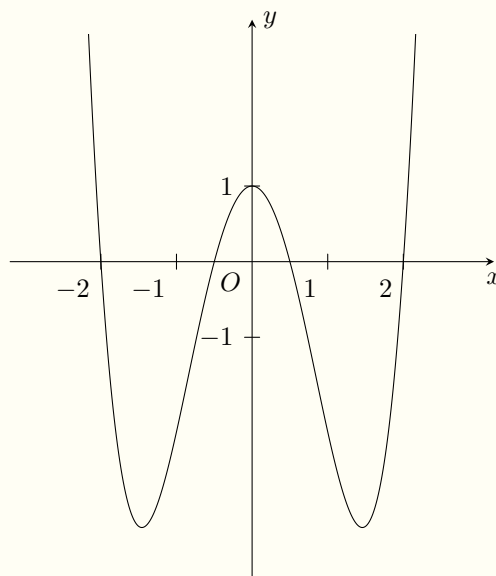
Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A 5.

B 4.

C 6.

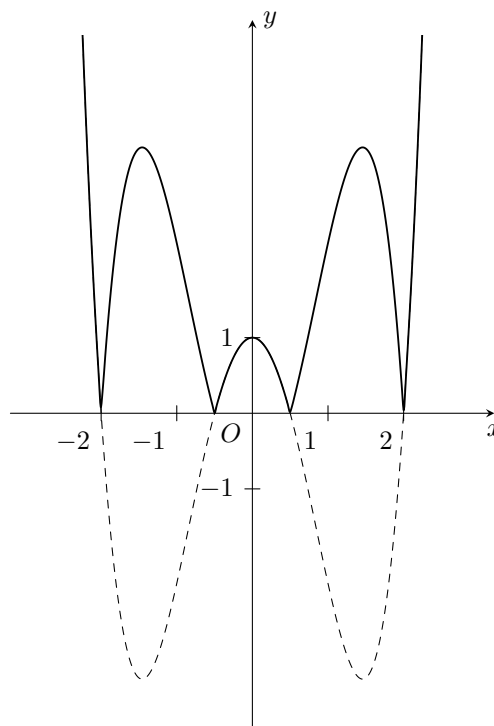
D 3.



Lời giải.

Ta có đồ thị $y = |f(x)|$ như hình bên:

Dựa vào đồ thị hàm số $y = |f(x)|$, ta thấy hàm số có ba điểm cực trị.



Chọn đáp án **D**

□

Câu 29. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{4x - x^2}$ là

(A) 4.

(B) 2.

(C) 0.

(D) -2.

Lời giải.

Ta có $\sqrt{4x - x^2} = \sqrt{4 - (x - 2)^2} \leq 2$ và dấu bằng xảy ra khi $x = 2$. Vậy GTLN của hàm số bằng 2. Chọn đáp án (B) □

Câu 30. Khoảng nghịch biến của hàm số $y = \sqrt{2x - x^2}$ là

(A) $(-\infty; 1)$.

(B) $(1; 2)$.

(C) $(1; +\infty)$.

(D) $(0; 1)$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = [0; 2]$.

$$y' = \frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}}; y' = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Bảng biến thiên

x	0	1	2
y'	+	0	-
y	0 ↗ 1 ↘ 0		

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 31. Cho $a > 0, a \neq 1$. Tìm mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau

(A) $\log_a(xy) = \log_a x \cdot \log_a y$.

(B) $\log_a x^n = n \log_a x$ ($x > 0, n \neq 0$).

(C) $\log_a 1 = a$.

(D) $\log_a x$ có nghĩa với $\forall x$.

Lời giải.

Trong các mệnh đề đã cho, mệnh đề đúng là “ $\log_a x^n = n \log_a x$ ($x > 0, n \neq 0$)”.

Chọn đáp án (B) □

Câu 32. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm cạnh AC , đường thẳng $A'B$ tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 30° . Gọi α là góc giữa hai đường thẳng AB và CC' . Tính $\cos \alpha$.

(A) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

(B) $\cos \alpha = \sqrt{2}$.

(C) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

(D) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

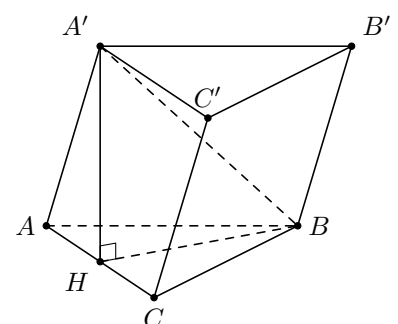
Lời giải.

Ta có $A'H \perp (ABC)$ nên $\widehat{A'BH} = (A'B, (ABC)) = 30^\circ$. Suy ra

$$A'H = BH \cdot \tan 30^\circ = \frac{a}{2},$$

$$A'B = \frac{BH}{\cos 30^\circ} = a,$$

$$AA' = \sqrt{AH^2 + A'H^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$



Do đó $\cos \alpha = \cos(AB, AA') = \frac{A'A^2 + AB^2 - A'B^2}{2A'A \cdot AB} = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Chọn đáp án **A**



Câu 33. Cho tích phân $\int_0^e (3x^2 - 2x) dx = me^3 + ne^2$ với $m, n \in \mathbb{Z}$. Khi đó $|m - n|$ bằng bao nhiêu?

A 2. **B** 5. **C** 3. **D** 0.

Lời giải.

Ta có $\int_0^e (3x^2 - 2x) dx = (x^3 - x^2) \Big|_0^e = (e^3 - e^2) - (0^3 - 0^2) = e^3 - e^2$.

Do đó $\begin{cases} m = 1 \\ n = -1 \end{cases} \Rightarrow |m - n| = 2$.

Chọn đáp án **A**



Câu 34. Trong không gian Oxyz cho hai điểm $A(1; -3; 2)$ và $B(3; 1; 4)$. Khi đó, mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A $x - 2y + z - 7 = 0$. **B** $2x - y + 3z - 4 = 0$.
C $2x + 4y + 2z - 3 = 0$. **D** $x + 2y + z - 3 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} M(2; -1; 3) \text{ là trung điểm của đoạn thẳng } AB \\ \overrightarrow{AB} = (2; 4; 2) \end{cases}$

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là $x + 2y + z - 3 = 0$.

Chọn đáp án **D**



Câu 35. Điểm biểu diễn của số phức $z = \frac{1}{2 - 3i}$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy có tọa độ là

A $(3; -3)$. **B** $\left(\frac{2}{13}; \frac{3}{13}\right)$. **C** $(3; -2)$. **D** $(2; -3)$.

Lời giải.

$z = \frac{1}{2 - 3i} = \frac{2}{13} + \frac{3}{13}i$.

Chọn đáp án **B**



Câu 36. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Khoảng cách d từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

A $d = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. **B** $d = \frac{a\sqrt{21}}{7}$. **C** $d = \frac{a\sqrt{6}}{4}$. **D** $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC , ta có

$$\begin{cases} AM \perp BC \\ AA' \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AA'M).$$

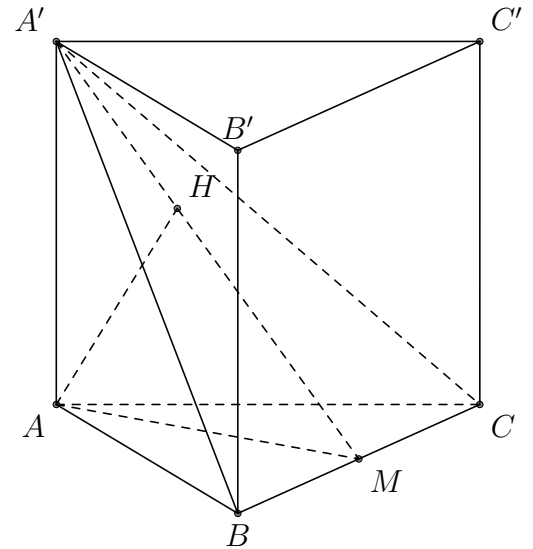
Vậy $(AA'M) \perp (A'BC)$ theo giao tuyến $A'M$.

Kẻ $AH \perp A'M$ trong $(AA'M)$, ta suy ra $AH \perp (A'BC)$.

Ta có $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, xét tam giác $AA'M$ có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AM^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Vậy khoảng cách từ A đến $(A'BC)$ là $d = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.



Chọn đáp án **(B)**

Câu 37. Một chiếc máy có hai động cơ I và II hoạt động độc lập với nhau. Xác suất để động cơ I và động cơ II hoạt động tốt lần lượt là 0,99 và 0,98. Xác suất để có ít nhất một động cơ hoạt động tốt là

(A) 0,9881.

(B) 0,9972.

(C) 0,9998.

(D) 0,9702.

Lời giải.

Gọi A = “ít nhất một động cơ hoạt động tốt”

$\bar{A}$ = “không có động cơ hoạt động tốt”.

Có $P(\bar{A}) = 0,01 \cdot 0,02 \Rightarrow P(A) = 1 - 0,01 \cdot 0,02 = 0,9998$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 3; 4)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x - 3y - z + 1 = 0$, $(Q): x + 2y - 3z + 10 = 0$. Phương trình đường thẳng d đi qua A song song với cả (P) và (Q) là

(A) $\frac{x-2}{-11} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z-4}{7}.$

(B) $\frac{x-2}{11} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z-4}{7}.$

(C) $\frac{x-2}{11} = \frac{y-3}{5} = \frac{z-4}{-7}.$

(D) $\frac{x-2}{11} = \frac{y-3}{5} = \frac{z-4}{7}.$

Lời giải.

Ta có $(P): 2x - 3y - z + 1 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (2; -3; -1)$.

$(Q): x + 2y - 3z + 10 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(Q)} = (1; 2; -3)$.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_d$.

Do đường thẳng d song song với (P) và (Q) nên $\vec{u}_d = [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}] = (11; 5; 7)$.

Mặt khác đường thẳng d đi qua $A(2; 3; 4)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d = (11; 5; 7)$ nên phương trình chính tắc của d là $\frac{x-2}{11} = \frac{y-3}{5} = \frac{z-4}{7}.$

Chọn đáp án **(D)**

Câu 39. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [0; 10]$ để tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{\log_2^2 x + 3 \log_{\frac{1}{2}} x^2 - 7} < m(\log_4 x^2 - 7)$ chứa khoảng $(256; +\infty)$?

(A) 7.

(B) 10.

(C) 8.

(D) 9.

Lời giải.

Xét trên $(256; +\infty)$, khi đó bất phương trình tương đương

$$\sqrt{\log_2^2 x - 6 \log_2 x - 7} < m(\log_2 x - 7) \quad (1).$$

Đặt $t = \log_2 x$ với $x > 256 \Rightarrow t = \log_2 x > 8$.

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow \sqrt{t^2 - 6t - 7} < m(t - 7) \\ &\Leftrightarrow \sqrt{(t + 1)(t - 7)} < m(t - 7) \\ &\Leftrightarrow \sqrt{t + 1} < m\sqrt{t - 7} \\ &\Leftrightarrow \sqrt{\frac{t + 1}{t - 7}} < m \quad (*) \text{ (do } t - 7 > 1 > 0). \end{aligned}$$

Bất phương trình đã cho có tập nghiệm chứa $(256; +\infty)$ khi và chỉ khi $(*)$ nghiệm đúng với mọi $t > 8$.

Ta có $\forall t > 8$ thì $\frac{t + 1}{t - 7} = 1 + \frac{8}{t - 7} \Rightarrow 1 < \frac{t + 1}{t - 7} < 1 + \frac{8}{8 - 7} = 9 \Rightarrow 1 < \sqrt{\frac{t + 1}{t - 7}} < 3$.

Từ đó tìm được điều kiện của tham số m là $m \geq 3$. Vậy có 8 giá trị nguyên cần tìm là 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Chọn đáp án **C** □

Câu 40. Đồ thị hàm số $y = \frac{4x + 4}{x - 1}$ và $y = x^2 - 1$ cắt nhau tại bao nhiêu điểm?

- A** 0. **B** 1. **C** 2. **D** 3.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{4x + 4}{x - 1}$ và $y = x^2 - 1$ là

$$\begin{aligned} \frac{4x + 4}{x - 1} = x^2 - 1 &\Leftrightarrow \begin{cases} 4(x + 1) = (x - 1)(x^2 - 1) \\ x \neq 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} (x + 1)^2(x - 3) = 0 \\ x \neq 1 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3. \end{cases} \end{aligned}$$

Do đó đồ thị hàm số $y = \frac{4x + 4}{x - 1}$ và $y = x^2 - 1$ cắt nhau tại 2 điểm.

Chọn đáp án **C** □

Câu 41. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x - 2}$, thỏa mãn $F(3) = 1$ và $F(1) = 2$. Giá trị của $F(0) + F(4)$ bằng

- A** $2 \ln 2 + 3$. **B** $2 \ln 2 + 2$. **C** $2 \ln 2 + 4$. **D** $2 \ln 2$.

Lời giải.

Ta có

$$\int f(x) dx = \int \frac{1}{x - 2} dx = \ln |x - 2| + C.$$

Suy ra

$$F(x) = \begin{cases} \ln |x - 2| + C_1 & \text{nếu } x > 2 \\ \ln |x - 2| + C_2 & \text{nếu } x < 2. \end{cases}$$

✎ Từ $F(3) = 1 \Rightarrow \ln |3 - 2| + C_1 = 1 \Leftrightarrow C_1 = 1$.

✎ Từ $F(1) = 2 \Rightarrow \ln |1 - 2| + C_2 = 2 \Leftrightarrow C_2 = 2$.

Vậy

$$F(0) + F(4) = \ln|0 - 2| + 2 + \ln|4 - 2| + 1 = 2\ln 2 + 3.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng (SBC) , góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) là 60° , $SB = a\sqrt{2}$, $\widehat{BSC} = 45^\circ$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a là

(A) $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{15}.$

(B) $V = 2\sqrt{3}a^3.$

(C) $V = 2\sqrt{2}a^3.$

(D) $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{15}.$

Lời giải.

Thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABC}.$

Kẻ $AH \perp SB$ suy ra $AH \perp (SBC).$

Do $BC \perp SA$ và $BC \perp AH$ nên $BC \perp (SAB)$, do đó tam giác ABC vuông tại B .

Kẻ $BI \perp AC \Rightarrow BI \perp SC$ và kẻ $BK \perp SC \Rightarrow SC \perp (BIK).$

Do đó góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) là $\widehat{BKI} = 60^\circ.$

Do $\widehat{BSC} = 45^\circ$ nên $SB = BC = a\sqrt{2}$ và K là trung điểm của SC nên $BK = \frac{SB\sqrt{2}}{2} = a.$

Trong tam giác vuông BIK có

$$BI = BK \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Trong tam giác vuông ABC có

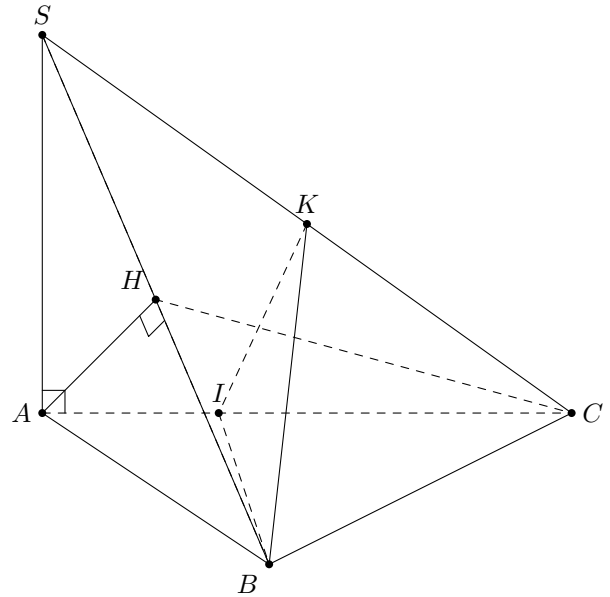
$$\frac{1}{BI^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{BC^2} \Rightarrow AB = \frac{BI \cdot BC}{\sqrt{BC^2 - BI^2}} = \frac{a\sqrt{30}}{5}.$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot BC = \frac{a^2\sqrt{15}}{5}; SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABC} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{15}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□



Câu 43. Kí hiệu z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình

$$(z^2 - 3z + 6)(z^2 + 3z + 3) - z(9 + 2z^2) + z^2 = 0.$$

Giá trị của biểu thức $|z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$ bằng

(A) $2\sqrt{3}(1 + \sqrt{2}).$

(B) $2.$

(C) $2\sqrt{2}(1 + \sqrt{2}).$

(D) $2\sqrt{3}(1 + \sqrt{3}).$

Lời giải.

Ta thấy

$$\begin{aligned} & (z^2 - 3z + 6)(z^2 + 3z + 3) - z(9 + 2z^2) + z^2 = 0 \\ \Leftrightarrow & z^2 - [(z^2 - 3z + 6) + (z^2 + 3z + 3)]z + (z^2 - 3z + 6)(z^2 + 3z + 3) = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} z = z^2 - 3z + 6 \\ z = z^2 + 3z + 3 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z^2 - 4z + 6 = 0 \\ z^2 + 2z + 3 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 \pm \sqrt{2}i \\ z = -1 \pm \sqrt{2}i. \end{cases}$$

Khi đó, ta được $|z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4| = 2 \left(|2 + \sqrt{2}i| + |-1 + \sqrt{2}i| \right) = 2\sqrt{3} (1 + \sqrt{2})$.

Chọn đáp án **(A)** □

🔴 Câu 44. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |z + 2| + 2|z - 2|$

- (A)** $\max T = 5\sqrt{2}$. **(B)** $\max T = 2\sqrt{10}$. **(C)** $\max T = 3\sqrt{5}$. **(D)** $\max T = 2\sqrt{5}$.

💬 Lời giải.

Giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Khi đó, do $|z| = 1$ nên $a^2 + b^2 = 1$.

Ta có: $T = \sqrt{(a+2)^2 + b^2} + 2\sqrt{(a-2)^2 + b^2}$.

Theo bất đẳng thức Bunhiacopski ta có:

$$\left[\sqrt{(a+2)^2 + b^2} + 2\sqrt{(a-2)^2 + b^2} \right]^2 \leq (1^2 + 2^2) [(a+2)^2 + b^2 + (a-2)^2 + b^2] = 5 [2(a^2 + b^2) + 8] = 50.$$

Vậy $\max T = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$.

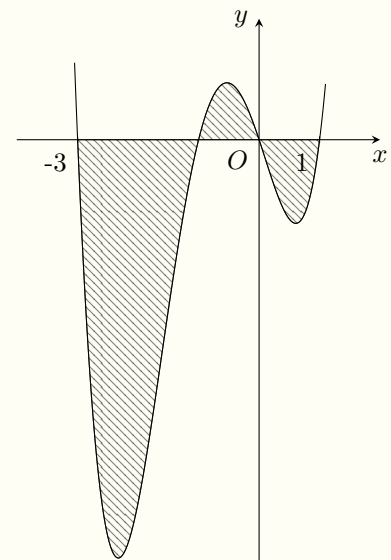
Chọn đáp án **(A)** □

🔴 Câu 45.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-3; 1]$ như hình vẽ. Diện tích các phần A, B, C trên hình vẽ có diện tích lần lượt là $8, \frac{3}{5}$ và

$\frac{4}{5}$. Tính tích phân $\int_{-2}^0 (f(2x+1) + 3) dx$.

- (A)** $-\frac{41}{5}$. **(B)** $-\frac{42}{5}$. **(C)** $-\frac{21}{5}$. **(D)** $-\frac{82}{5}$.



💬 Lời giải.

Diện tích các phần A, B, C trên hình vẽ có diện tích lần lượt là $8, \frac{3}{5}$ và $\frac{4}{5}$ nên

$$\int_{-3}^1 f(x) dx = -8 + \frac{3}{5} - \frac{4}{5} = -\frac{41}{5}.$$

Đặt $t = 2x + 1 \Rightarrow dt = 2dx$. Ta lại có

$$\int_{-2}^0 (f(2x+1) + 3) dx = \int_{-3}^1 (f(t) + 1) \cdot 2dt = 2 \int_{-3}^1 f(t) dt + 2 \int_{-3}^1 dt = 2 \cdot \left(-\frac{41}{5} \right) + 2 \cdot 4 = -\frac{42}{5}.$$

Chọn đáp án (B)



Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 4 = 0$ và vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-3}$. Biết Δ đi qua điểm $M(0; 1; 3)$.

(A) $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{1}$.

(B) $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{1}$.

(C) $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{1}$.

(D) $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{1}$.

Lời giải.

$$\left. \begin{array}{l} \vec{n}_P = (2; -1; -1) \\ \vec{u}_d = (1; 2; -3) \end{array} \right\} \Rightarrow [\vec{n}_P; \vec{u}_d] = (5; 5; 5) = 5(1; 1; 1). \Delta \subset (P) \Rightarrow \Delta \perp \vec{n}_P.$$

Mặt khác $\Delta \perp d$ nên Δ có một VTCP $\vec{u} = (1; 1; 1)$.

Ta có $\Delta \begin{cases} \text{Qua } M(0; 1; 3) \\ \text{VTCP } \vec{u} = (1; 1; 1) \end{cases} \Rightarrow \Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{1}.$

Chọn đáp án (B)



Câu 47. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Các mặt phẳng $(AB'C)$ và $(A'BC')$ chia lăng trụ thành 4 phần. Thể tích phần nhỏ nhất trong 4 phần được tạo ra bằng bao nhiêu biết thể tích V của lăng trụ bằng 1?

(A) $\frac{1}{24}$.

(B) $\frac{1}{12}$.

(C) $\frac{1}{8}$.

(D) $\frac{1}{36}$.

Lời giải.

Ta có $AB' \cap A'B = M; BC' \cap B'C = N$.

Do $ABB'A', BCC'B'$ là các hình chữ nhật nên M, N lần lượt là trung điểm của $A'B, C'B$.

Gọi $V_1 = V_{B.B'MN}, V_2 = V_{B.ACNM}, V_3 = V_{B'.A'C'NM'}, V_4 = V_{AA'MCC'N}$

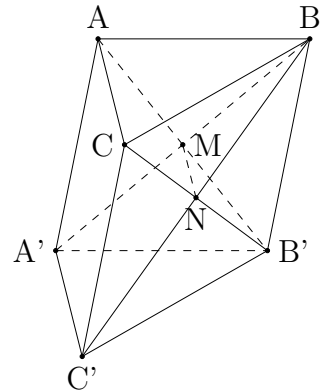
$$\text{Suy ra } \begin{cases} V_2 = V_{B'.ABC} - V_1 = \frac{1}{3}V - V_1 \\ V_3 = V_{B.A'B'C'} - V_1 = \frac{1}{3}V - V_1 \\ V_4 = V - (V_1 + V_2 + V_3) = \frac{1}{3}V + V_1. \end{cases}$$

Ta có $\frac{V_{B.B'MN}}{V_{B.B'A'C'}} = \frac{BM}{BA'} \cdot \frac{BN}{BC'} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{B.B'MN} = \frac{1}{4}V_{B.B'A'C'} = \frac{1}{12}V = \frac{1}{12}.$

Suy ra $V_2 = V_3 = \frac{1}{4}; V_4 = \frac{5}{12}.$

Vậy thể tích phần nhỏ nhất là $V_1 = \frac{1}{12}.$

Chọn đáp án (D)



Câu 48. Cho a là số thực dương, $a \neq 1$. Biết bất phương trình $\log_a x \leq 3x - 3$ nghiệm đúng với mọi $x > 0$. Số a thuộc tập hợp nào sau đây?

(A) $(5; +\infty).$

(B) $(2; 3).$

(C) $(1; 2).$

(D) $(3; 5].$

Lời giải.

Nhận thấy nếu $0 < a < 1$ thì bất phương trình $\log_a x \leq 3x - 3$ không nghiệm đúng với $x = a$ do đó $a > 1$.

Thay $x = a$ vào bất phương trình $\log_a x \leq 3x - 3$ ta có $1 \leq 3a - 3 \Leftrightarrow a \geq \frac{4}{3}$.

Thay $x = \frac{1}{a}$ vào bất phương trình $\log_a \frac{1}{a} \leq \frac{3}{a} - 3$ suy ra $a \leq \frac{3}{2}$.

Vậy $\frac{4}{3} \leq a \leq \frac{3}{2}$ suy ra $a \in (1; 2)$.

Chọn đáp án **C**



Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình mặt cầu $(S_m) : x^2 + y^2 + z^2 + (m+2)x + 2my - 2mz - m - 3 = 0$. Biết với mọi số thực m thì (S_m) luôn chứa một đường tròn cố định. Bán kính r của đường tròn đó là

A $r = \frac{1}{3}$.

B $r = \frac{4\sqrt{2}}{3}$.

C $r = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

D $r = \sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi $M(x; y; z)$ là điểm cố định mà (S_m) luôn đi qua. Suy ra $x^2 + y^2 + z^2 + (m+2)x + 2my - 2mz - m - 3 = 0, \forall m \in \mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow m(x+2y-2z-1) = -(x^2+y^2+z^2+2x-3), \forall m \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+2y-2z-1=0 \\ x^2+y^2+z^2+2x-3=0 \end{cases}$$

Suy ra tập hợp đường tròn cố định được tạo ra bởi giao của mặt phẳng $(P) : x+2y-2z-1=0$ và mặt cầu $(S) : x^2+y^2+z^2+2x-3=0$.

Mặt cầu (S) tâm $I(-1; 0; 0)$ và bán kính $R=2$ và $h=d(I, (P)) = \frac{2}{3}$.

Suy ra bán kính của đường tròn là $r = \sqrt{R^2 - h^2} = \sqrt{2^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$.

Chọn đáp án **B**



Câu 50. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2$. Số điểm cực trị của hàm số $f(f(x))$ là

A 2.

B 3.

C 5.

D 4.

Lời giải.

Ta có $f[f(x)] = [f(x)]^3 - 3[f(x)]^2 = [f(x)]^2 (f(x) - 3)$, suy ra

$$[f(f(x))]' = 3f(x)f'(x)[f(x) - 2] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f'(x) = 0 \\ f(x) - 2 = 0. \end{cases}$$

Phương trình $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 3$.

Phương trình $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 2$.

Xét hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	3	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$		-2		-2	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, suy ra phương trình $f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - 2 = 0$ có duy nhất nghiệm $x_0 > 3$.

Lập bảng biến thiên của hàm số $f[f(x)]$ như sau

x	$-\infty$	0	1	2	3	x_0	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	−	−	0	+	+
$f(x)$	−	0	−	−	−	0	+
$f(x) - 2$	−	−	−	−	−	−	0
$[f(f(x))]'$	+	0	−	0	−	0	+
$f[f(x)]$	$-\infty$						$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra hàm số $f[f(x)]$ có 4 điểm cực trị.

Chọn đáp án **D**



HẾT

BỘ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
TRƯỜNG THPT NGUYỄN TẤT THÀNH
GV: LÊ QUANG XE - 0967.003.131

PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO 2022
NĂM HỌC 2021 - 2022
Môn: **Toán**
Thời gian làm bài: 90 phút
ĐỀ THAM KHẢO PTMH2022

ĐỀ SỐ 10

- Câu 1.** Số phức $z = 5 - 7i$ có số phức liên hợp là
☐ A $\bar{z} = 5 + 7i$. ☐ B $\bar{z} = -5 + 7i$. ☐ C $\bar{z} = 7 - 5i$. ☐ D $\bar{z} = -5 - 7i$.

Lời giải.

Số phức $z = a + bi$ có số phức liên hợp là $\bar{z} = a - bi$.

Chọn đáp án **A**

- Câu 2.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S) : (x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 3$ có bán kính bằng
☐ A 3. ☐ B 9. ☐ C $2\sqrt{3}$. ☐ D $\sqrt{3}$.

Lời giải.

Bán kính của mặt cầu: $R = \sqrt{3}$.

Chọn đáp án **D**

- Câu 3.** Điểm nào sau đây thuộc đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 1}$?
☐ A $(3; 0)$. ☐ B $(2; 1)$. ☐ C $(0; 3)$. ☐ D $(-2; 1)$.

Lời giải.

Ta có $y(0) = 3$ nên điểm có tọa độ $(0; 3)$ thuộc đồ thị (C) của hàm số đó cho.

Chọn đáp án **C**

- Câu 4.** Diện tích mặt cầu bán kính a bằng
☐ A $4\pi a^3$. ☐ B $\frac{4\pi a^2}{3}$. ☐ C $4\pi a^2$. ☐ D $\frac{4\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

Diện tích mặt cầu bán kính bằng a là $S = 4\pi R^2 = 4\pi a^2$.

Chọn đáp án **C**

- Câu 5.** Công thức nguyên hàm nào sau đây là **sai**?
☐ A $\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$. ☐ B $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$.
☐ C $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$ ($a \neq -1$). ☐ D $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$.

Lời giải.

Dựa vào công thức nguyên hàm cơ bản. (Đúng là $\int \frac{dx}{x} = \ln |x| + C$).

Chọn đáp án **A**

Câu 6.

Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng

- (A) 3. (B) 1.
(C) 0. (D) -1.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			3			0	$+\infty$

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, giá trị cực tiểu của hàm số bằng 0.

Chọn đáp án (C)

Câu 7. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-2) \geq 2$.

- (A) $(-\infty; 11)$. (B) $(2; +\infty)$. (C) $[11; +\infty)$. (D) $(11; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện: $x-2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$.

Vì $3 > 1$ nên $\log_3(x-2) \geq 2 \Leftrightarrow x-2 \geq 3^2 \Leftrightarrow x \geq 11$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[11; +\infty)$.

Chọn đáp án (C)

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với $(ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

- (A) $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. (B) $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. (C) $2a^3\sqrt{3}$. (D) $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có: $V = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot AB \cdot AD = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án (B)

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{2}}$ là

- (A) $(0; +\infty)$. (B) $[1; +\infty)$. (C) $(1; +\infty)$. (D) $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải.

Biểu thức $(x-1)^{\frac{1}{2}}$ có nghĩa khi và chỉ khi $x > 1$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $(1; +\infty)$.

Chọn đáp án (C)

Câu 10. Giải phương trình $\log_2(1-x) = 2$.

- (A) $x = -4$. (B) $x = 3$. (C) $x = -3$. (D) $x = 5$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(1-x) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x > 0 \\ 1-x = 2^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = -3$.

Chọn đáp án (C)

Câu 11. Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{x-1}{x} dx$.

(A) $I = 1 - \ln 2$. (B) $I = \frac{7}{4}$. (C) $I = 1 + \ln 2$. (D) $I = 2 \ln 2$.

Lời giải.

Ta có $I = \int_1^2 \left(1 - \frac{1}{x}\right) dx = (x - \ln |x|) \Big|_1^2 = 1 - \ln 2$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 12. Cho số phức $z = 1 - \frac{1}{3}i$. Tính số phức $w = i\bar{z} + 3z$.

(A) $w = \frac{8}{3}$. (B) $w = \frac{8}{3} + i$. (C) $w = \frac{10}{3} + i$. (D) $w = \frac{10}{3}$.

Lời giải.

Ta có $w = i \left(1 + \frac{1}{3}i\right) + 3 \left(1 - \frac{1}{3}i\right) = \left(3 - \frac{1}{3}\right) + i(1 - 1) = \frac{8}{3}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 4y + 3z - 2 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

(A) $\vec{n}_2 = (1; 4; 3)$. (B) $\vec{n}_3 = (-1; 4; -3)$. (C) $\vec{n}_4 = (-4; 3; -2)$. (D) $\vec{n}_1 = (0; -4; 3)$.

Lời giải.

(P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -4; 3)$ nên $\vec{n}_3 = (-1; 4; -3) = -\vec{n}$ cũng là véc-tơ pháp tuyến của (P) .

Chọn đáp án (B) □

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(1; 2; 3)$, $B(5; 2; 0)$. Khi đó

(A) $|\vec{AB}| = 5$. (B) $|\vec{AB}| = 2\sqrt{3}$. (C) $|\vec{AB}| = \sqrt{61}$. (D) $|\vec{AB}| = 3$.

Lời giải.

$|\vec{AB}| = \sqrt{(5-1)^2 + (2-2)^2 + (0-3)^2} = 5$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 15. Điểm biểu diễn của số phức $z = \frac{1}{2-3i}$ là

(A) $\left(\frac{2}{13}; \frac{3}{13}\right)$. (B) $(4; -1)$. (C) $(2; -3)$. (D) $(3; -2)$.

Lời giải.

Ta có $z = \frac{1}{2-3i} = \frac{2+3i}{(2-3i)(2+3i)} = \frac{2+3i}{13} = \frac{2}{13} + \frac{3}{13}i$. Suy ra điểm biểu diễn của số phức $z = \frac{2}{13} + \frac{3}{13}i$ là $\left(\frac{2}{13}; \frac{3}{13}\right)$.

Chọn đáp án (A) □

- Câu 16.** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2-x}{x+3}$ là
- (A) $y = -3$. (B) $y = -1$. (C) $x = -3$. (D) $x = 2$.

Lời giải.

Hàm số $y = \frac{2-x}{x+3}$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{2-x}{x+3} = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{2-x}{x+3} = +\infty$.

Do đó $x = -3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án (C) □

- Câu 17.** Cho $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$ và $\log_a b = 2$. Giá trị của $\log_{ab}(a^2)$ bằng
- (A) $\frac{1}{6}$. (B) $\frac{1}{2}$. (C) $\frac{2}{3}$. (D) 1.

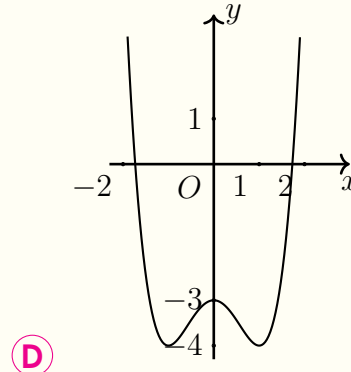
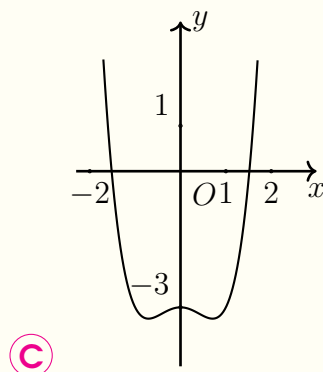
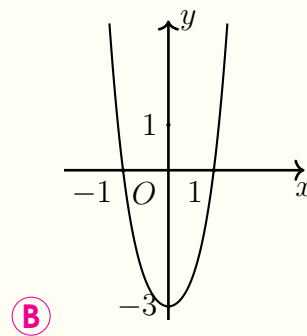
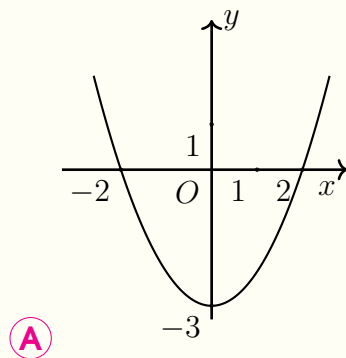
Lời giải.

Ta có $\log_a b = 2 \Leftrightarrow b = a^2$. Thay vào P , ta được

$$P = \log_{a \cdot a^2}(a^2) = \log_{a^3}(a^2) = \frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án (C) □

- Câu 18.** Đồ thị nào trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 3$?



Lời giải.

Ta có $y' = 4x^3 + 4x$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số có 1 cực tiểu.

Cho $y = 0$ ta có $x^4 + 2x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Suy ra đồ thị hàm số đi qua điểm $(-1; 0)$ và $(1; 0)$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-3	$+\infty$

Chọn đáp án **(B)**



Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

(A) $Q(2; -1; 2)$.

(B) $M(-1; -2; -3)$.

(C) $P(1; 2; 3)$.

(D) $N(-2; 1; -2)$.

Lời giải.

Thay lần lượt tọa độ các điểm đã cho vào phương trình của đường thẳng d , ta có

✎ Với $M(-1; -2; -3)$ thì $\frac{-1-1}{2} \neq \frac{-2-2}{-1}$, suy ra d không đi qua điểm M .

✎ Với $N(-2; 1; -2)$ thì $\frac{-2-1}{2} \neq \frac{1-2}{-1}$, suy ra d không đi qua điểm N .

✎ Với $P(1; 2; 3)$ thì $\frac{1-1}{2} = \frac{2-2}{-1} = \frac{3-3}{2} = 0$, suy ra d đi qua điểm P .

✎ Với $Q(2; -1; 2)$ thì $\frac{2-1}{2} \neq \frac{-1-2}{-1}$, suy ra d không đi qua điểm Q .

Chọn đáp án **(C)**



Câu 20. Từ 7 chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?

(A) 74.

(B) $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4$.

(C) 7!.

(D) $7! \cdot 6! \cdot 5! \cdot 4!$.

Lời giải.

Số các số tự nhiên thỏa mãn là $A_7^4 = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4$.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 21. Một khối chóp có thể tích bằng 15 và diện tích đáy bằng 9. Chiều cao của khối chóp đó bằng

(A) $\frac{5}{3}$.

(B) 5.

(C) $\frac{9}{5}$.

(D) 6.

Lời giải.

Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot h$ với B là diện tích đáy, h là chiều cao.

$$\text{Do đó } h = \frac{3V}{B} = \frac{3 \cdot 15}{9} = 5.$$

Chọn đáp án **(B)**



Câu 22. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2017^x$.

(A) $y' = 2017^x \cdot \ln 2017$.

(B) $y' = 2017^x$.

C $y' = \frac{2017^x}{\ln 2017}.$

D $y' = x \cdot 2017^{x-1}.$

Lời giải.

$$y' = (2017^x)' = 2017^x \cdot \ln 2017.$$

Chọn đáp án **A**

Câu 23. Cho hàm số phù hợp bảng biến thiên sau. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	-1	11	$-\infty$	5	$+\infty$	

- A** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ và nghịch biến trên $(-1; 0) \cup (0; 1)$.
B Hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty; -1); (11; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-1; 11)$.
C Hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty; -1); (1; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
D Hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty; -1); (1; +\infty)$ và nghịch biến trên hai khoảng $(-1; 0); (0; 1)$.

Lời giải.

Qua bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty; -1); (1; +\infty)$ và nghịch biến trên hai khoảng $(-1; 0); (0; 1)$.

Chọn đáp án **D**

Câu 24. Một hình nón tròn xoay có đường cao h , bán kính đáy r và đường sinh l . Biểu thức nào sau đây dùng để tính diện tích xung quanh của hình nón?

- A** $S_{xq} = \pi \cdot r \cdot h.$ **B** $S_{xq} = 2\pi \cdot h.$ **C** $S_{xq} = 2\pi \cdot r \cdot h.$ **D** $S_{xq} = \pi \cdot r \cdot l.$

Lời giải.

Diện tích xung quanh hình nón có bán kính đáy r và đường sinh l là $S_{xq} = \pi \cdot r \cdot l$.

Chọn đáp án **D**

Câu 25. Nếu $\int_0^4 f(x) dx = 5$ và $\int_2^4 f(x) dx = -1$ thì $\int_0^2 f(x) dx$ bằng

- A** 6. **B** 4. **C** -4. **D** -6.

Lời giải.

$$\int_0^4 f(x) dx = 5 \Leftrightarrow \int_0^2 f(x) dx + \int_2^4 f(x) dx = 5 \Leftrightarrow \int_0^2 f(x) dx = 5 - \int_2^4 f(x) dx = 5 + 1 = 6.$$

Chọn đáp án **A**

Câu 26. Tìm số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng có $u_2 = 3$ và $u_3 = 4$.

- A** $u_1 = 1, d = 1.$ **B** $u_1 = 2, d = -1.$ **C** $u_1 = 2, d = 1.$ **D** $u_1 = 1, d = -1.$

Lời giải.

Ta có $d = u_3 - u_2 = 1$ và $u_1 = u_2 - d = 2$.

Chọn đáp án **C**



- Câu 27.** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x+1}$ là
- A** $\log|1+x| + C$. **B** $\ln(1+x) + C$. **C** $-\frac{1}{(1+x)^2} + C$. **D** $\ln|1+x| + C$.

Lời giải.

Ta có $\int \frac{1}{x+1} dx = \int \frac{1}{x+1} d(x+1) = \ln|x+1| + C$.

Chọn đáp án **D**



Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$	-1	0	2	4	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$	0	$+$

- A** 2. **B** 1. **C** 4. **D** 3.

Lời giải.

Dựa vào bảng xét dấu $f'(x)$, hàm số $f(x)$ có 4 điểm x_0 mà tại đó $f'(x)$ đổi dấu khi x qua điểm x_0 . Vậy hàm số đã cho có 4 điểm cực trị.

Chọn đáp án **C**



- Câu 29.** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng
- A** 20. **B** 4. **C** 0. **D** -16.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

$y(-3) = -16$; $y(-1) = 4$; $y(1) = 0$; $y(3) = 20$.

Hàm số liên tục và có đạo hàm trên đoạn $[-3; 3]$ do đó $y_{\max} = 20$.

Chọn đáp án **A**



- Câu 30.** Hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 2x}$ nghịch biến trên khoảng nào?
- A** $(0; 1)$. **B** $(1; 2)$. **C** $(-\infty; 1)$. **D** $(1; +\infty)$.

Lời giải.

⊗ TXĐ: $\mathcal{D} = [0; 2]$.

⊗ $y' = \frac{-x+1}{\sqrt{-x^2+2x}} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \frac{-x+1}{\sqrt{-x^2+2x}} = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Ta có bảng xét dấu của hàm số $y = f(x)$ như bên dưới

x	0	1	2
$f'(x)$	$+$	0	$-$

Vậy hàm số nghịch biến trên $(1; 2)$.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 31. Biết $\log_3 x = a$, $\log_3 y = b$. Tính $\log_{\sqrt{3}}(3xy)$ theo a, b .

(A) $\log_{\sqrt{3}}(3xy) = 2(1 + a + b)$.

(B) $\log_{\sqrt{3}}(3xy) = \frac{1 + a + b}{2}$.

(C) $\log_{\sqrt{3}}(3xy) = 2 + a + b$.

(D) $\log_{\sqrt{3}}(3xy) = 1 + \frac{a + b}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\log_{\sqrt{3}}(3xy) = \log_{\sqrt{3}} 3 + \log_{\sqrt{3}} x + \log_{\sqrt{3}} y = 2 + 2\log_3 x + 2\log_3 y = 2 + 2a + 2b = 2(1 + a + b)$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có I, J tương ứng là trung điểm của BC, BB' . Góc giữa hai đường thẳng AC, IJ bằng

(A) 30° .

(B) 60° .

(C) 45° .

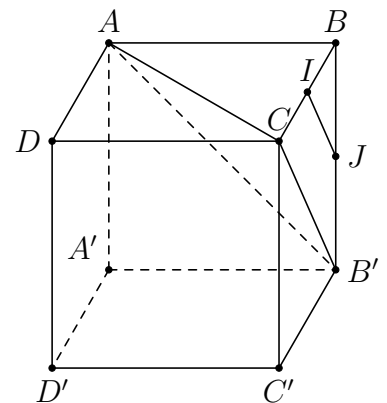
(D) 120° .

Lời giải.

Ta có $IJ \parallel B'C$ nên suy ra $(AC, IJ) = (AC, B'C)$.

Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương (đặt $AB = a$) nên ta có $B'C = AC = AB' = a\sqrt{2}$. Suy ra tam giác $AB'C$ đều nên $(AC, B'C) = 60^\circ$.

Vậy $(AC, IJ) = (B'C, AC) = 60^\circ$.



Chọn đáp án **(B)**

Câu 33. Cho $\int_1^2 f(u) du = 4$ và $\int_1^4 f(v) dv = 18$. Tính tích phân $I = \int_2^4 \left[f(x) - \frac{3}{x} \right] dx$.

(A) $I = 22 - 3 \ln 2$.

(B) $I = 14 + 3 \ln 2$.

(C) $I = 14 - 3 \ln 2$.

(D) $I = 22 + 3 \ln 2$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} I &= \int_2^4 \left[f(x) - \frac{3}{x} \right] dx = \int_2^4 f(x) dx - \int_2^4 \frac{3}{x} dx \\ &= \int_1^4 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx - 3 \ln x \Big|_2^4 \\ &= 18 - 4 - 3(\ln 4 - \ln 2). \end{aligned}$$

Vậy $I = 14 - 3 \ln 2$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 1)$ và $B(1; 3; 5)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB .

- (A) $y - 2z - 6 = 0$. (B) $y - 3z + 4 = 0$. (C) $y + 2z - 8 = 0$. (D) $y - 2z + 2 = 0$.

Lời giải.

Ta có $I(1; 2; 3)$ là trung điểm của đoạn AB .

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua I và có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB} = (0; 2; 4) = 2(0; 1; 2)$, suy ra phương trình mặt phẳng trung trực cần tìm là

$$0(x - 1) + 1(y - 2) + 2(z - 3) = 0 \Leftrightarrow y + 2z - 8 = 0.$$

Chọn đáp án (C)

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $(1 + 3i)z - 5 = 7i$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) $\bar{z} = -\frac{13}{5} + \frac{4}{5}i$. (B) $\bar{z} = \frac{13}{5} - \frac{4}{5}i$. (C) $\bar{z} = \frac{13}{5} + \frac{4}{5}i$. (D) $\bar{z} = -\frac{13}{5} - \frac{4}{5}i$.

Lời giải.

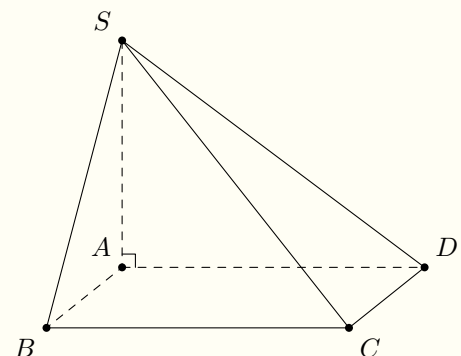
$$\text{Ta có } z = \frac{5 + 7i}{1 + 3i} = \frac{13}{5} - \frac{4}{5}i \Rightarrow \bar{z} = \frac{13}{5} + \frac{4}{5}i$$

Chọn đáp án (C)

Câu 36.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $SA = a$ và $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng a . Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. (B) $d = a\sqrt{2}$.
(C) $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. (D) $d = \frac{a}{2}$.



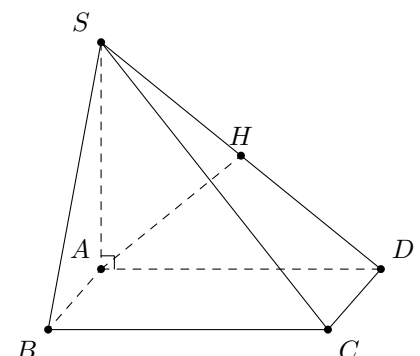
Lời giải.

Gọi H là trung điểm đoạn SA , vì $SA = AD = a$ nên $AH \perp SD$.

Lại có: $DC \perp AD$ và $DC \perp SA$ nên $DC \perp (SAD)$. Từ đó, $DC \perp AH$.

Vậy $AH \perp (SDC)$, suy ra

$$d[A; (SCD)] = AH = \frac{SD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$



Chọn đáp án (A)

Câu 37. Xác suất một xạ thủ bắn trúng hồng tâm là 0,3. Người đó bắn 3 lần. Tính xác suất để người đó bắn trúng ít nhất 1 lần.

- (A) 0,027. (B) 0,657. (C) 0,973. (D) 0,343.

Lời giải.

- ☑ Xác suất cả ba lần đều bắn trượt là $(0,7)^3$.
- ☑ Xác suất bắn trúng ít nhất 1 lần là $1 - (0,7)^3 = 0,657$.

Chọn đáp án **(B)** □

🔴 Câu 38. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ viết phương trình đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x + 3y - z + 1 = 0$, $(Q): 2x - y + z - 7 = 0$.

- (A)** $\frac{x+2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{-7}$. **(B)** $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{-7}$.
- (C)** $\frac{x}{-2} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z-10}{7}$. **(D)** $\frac{x-2}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{7}$.

💬 Lời giải.

Gọi (d) là đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) .

Xét hệ phương trình $\begin{cases} x + 3y - z + 1 = 0 \\ 2x - y + z - 7 = 0 \end{cases}$

Cho $x = 2$, ta có $y = 0, z = 3$, ta có $A(2; 0; 3) \in (d)$.

Mặt khác $\vec{u}_d = [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}] = (2; -3; -7)$ ta có thể chọn $\vec{u}_1 = (-2; 3; 7)$ làm véc-tơ chỉ phương của (d) .

Vậy $(d): \frac{x-2}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{7}$.

Chọn đáp án **(D)** □

🔴 Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y có không quá 5 số nguyên x thỏa mãn $(3^{x+2} - \sqrt{3})(y - 3^x) > 0$?

- (A)** 79. **(B)** 80. **(C)** 81. **(D)** 82.

💬 Lời giải.

Đặt $t = 3^x, (t > 0)$, bất phương trình đã cho trở thành

$$(9t - \sqrt{3})(y - t) > 0 \Leftrightarrow \left(t - \frac{\sqrt{3}}{9}\right)(t - y) < 0. \quad (1)$$

Vì $y \in \mathbb{Z}^+$ nên $y > \frac{\sqrt{3}}{9}$, do đó bất phương trình

$$(1) \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{9} < t < y \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{9} < 3^x < y \Leftrightarrow -\frac{3}{2} < x < \log_3 y.$$

Do mỗi $y \in \mathbb{Z}^+$ có không quá 5 số nguyên $x \in \left(-\frac{3}{2}; \log_3 y\right)$ nên

$$-1 \leq \log_3 y \leq 4 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq y \leq 3^4 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq y \leq 81.$$

Vậy $y \in \{1; 2; 3; 4; \dots; 81\}$ nên có 81 giá trị nguyên dương của y .

Chọn đáp án **(C)** □

🔴 Câu 40. Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 2$. Tìm số thực dương m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB vuông tại O , trong đó O là gốc tọa độ.

A $m = 2$.

B $m = \frac{3}{2}$.

C $m = 3$.

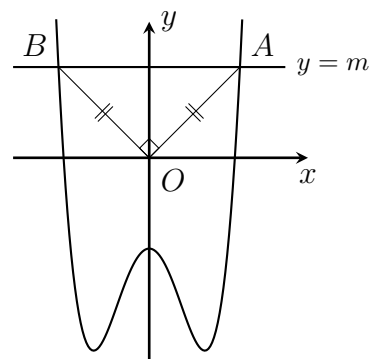
D $m = 1$.

Lời giải.

Dễ thấy tam giác OAB cân tại O , do đó nếu tam giác OAB vuông thì nó vuông cân tại O .

Từ đó suy ra $\widehat{OAB} = \widehat{OBA} = 45^\circ$. Giả sử A là điểm có hoành độ dương, thế thì $A(|m|, m)$ và $B(-|m|, m)$.

Do A thuộc đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 2$ nên $m^4 - 3m^2 - m - 2 = 0$, từ đó suy ra $m = 2$ là đáp án đúng.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x-1}$, $f(0) = 1$ và $f(2) = 2$. Khi đó $f(-3) + f(3)$ bằng

A $3 + 3 \ln 2$.

B $4 + 3 \ln 2$.

C $2 + 3 \ln 2$.

D $1 + 3 \ln 2$.

Lời giải.

Ta có

$$f(x) = \begin{cases} \ln(x-1) + C_1, & \text{khi } x > 1 \\ \ln(1-x) + C_2, & \text{khi } x < 1. \end{cases}$$

Do $f(0) = 1$ và $f(2) = 2$ nên $C_1 = 2$ và $C_2 = 1$. Do đó $f(-3) + f(3) = 3 \ln 2 + 3$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi F là trung điểm của cạnh SA . Tính khoảng cách từ S đến mặt phẳng (FCD) .

A $\frac{1}{2}a$.

B $\sqrt{\frac{1}{5}}a$.

C $\sqrt{\frac{2}{11}}a$.

D $\sqrt{\frac{2}{19}}a$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Ta có

$$\begin{cases} SA = SC = a \\ AC = a\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \triangle SAC \text{ vuông cân tại } S.$$

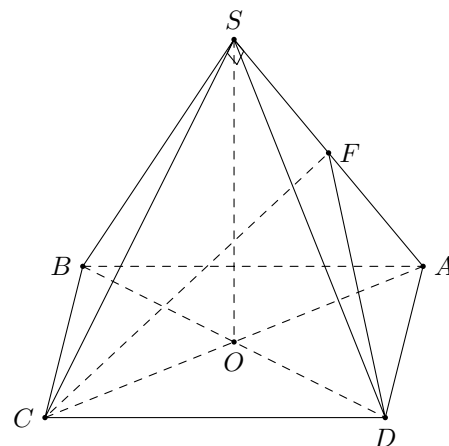
Khi đó, $SO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a nên $SO \perp (ABCD)$.

$$\text{Suy ra } V_{S.ACD} = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ACD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$

Ta có

$$\frac{V_{S.CDF}}{V_{S.CDA}} = \frac{SF}{SA} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.CDF} = \frac{a^3\sqrt{2}}{24}.$$



Xét $\triangle DFC$ có

$$DC = a; DF = \frac{a\sqrt{3}}{2}; CF^2 = \frac{AC^2 + SC^2}{2} - \frac{SA^2}{4} = \frac{5a^2}{4} \Rightarrow CF = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Suy ra $S_{DFC} = \frac{a^2\sqrt{11}}{8}.$

Vậy

$$d(S, (FCD)) = \frac{3 \cdot V_{S.CDF}}{S_{DFC}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3\sqrt{2}}{24}}{\frac{a^2\sqrt{11}}{8}} = \frac{a\sqrt{22}}{11}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 43. Cho số phức w và hai số thực a, b . Biết $z_1 = w - 2 - 3i$ và $z_2 = 2w - 5$ là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + az + b = 0$. Tính $T = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

A $T = 4\sqrt{13}.$

B $T = 10.$

C $T = 5.$

D $T = 25.$

Lời giải.

Theo định lí Vi-ét $\begin{cases} z_1 + z_2 = -a & (1) \\ z_1 \cdot z_2 = b & (2). \end{cases}$

Theo giả thiết $\Rightarrow 2z_1 - z_2 = 1 - 6i$ (3). Từ (1) và (3) $\Rightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{1-a}{3} - 2i \\ z_2 = -\frac{1+2a}{3} + 2i \end{cases}.$

Thay vào (2) $\Rightarrow \left(\frac{1-a}{3} - 2i\right)\left(-\frac{1+2a}{3} + 2i\right) = b \Leftrightarrow \frac{(a-1)(1+2a)}{9} + 4 + \frac{4+2a}{3}i = b.$

Vì $a, b \in \mathbb{R}$ nên $\begin{cases} \frac{(a-1)(1+2a)}{9} + 4 = b \\ \frac{4+2a}{3} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 5 \end{cases}.$

Khi đó $z_1 = 1 - 2i, z_2 = 1 + 2i \Rightarrow T = |z_1|^2 + |z_2|^2 = 5.$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 44. Xét các số phức z, w thỏa mãn $w = iz$ và $|(1+i)z + 2 - 2i| = \sqrt{2}$. Giá trị lớn nhất của $|z - w|$ bằng

A 3.

B $2\sqrt{3}.$

C $3\sqrt{2}.$

D $3\sqrt{3}.$

Lời giải.

Ta có $|(1+i)z + 2 - 2i| = \sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{2} \geq |(1+i)z| - |2 - 2i| \Leftrightarrow \sqrt{2} \geq \sqrt{2}|z| - 2\sqrt{2} \Rightarrow |z| \leq 3.$

Lại có $|z - w| = |z - iz| = |z| \cdot |1 - i| = \sqrt{2}|z| \leq 3\sqrt{2}.$

Vậy $|z - w|_{\max} = 3\sqrt{2}.$

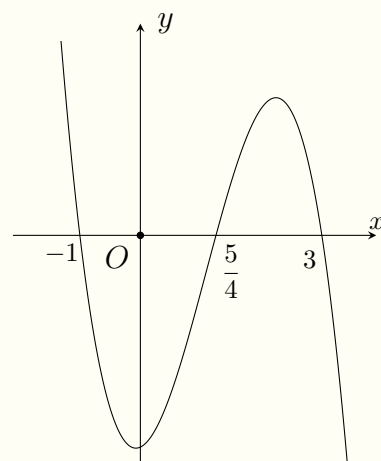
Chọn đáp án **C**

□

Câu 45.

Cho hàm số $f(x) = mx^4 + nx^3 + px^2 + qx + r$ với $(m, n, p, q, r \in \mathbb{R})$.
Hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Tập nghiệm của phương trình $f(x) = r$ có số phần tử là

- (A)** 4. **(B)** 2. **(C)** 3. **(D)** 1.



Lời giải.

Ta có $f'(x) = 4mx^3 + 3nx^2 + 2px + q$ (1).

Từ đồ thị hàm số $f'(x)$, ta có phương trình $f'(x) = 0$ có ba nghiệm đơn $x = -1$, $x = \frac{5}{4}$ và $x = 3$.

Do đó $f'(x) = m(x+1)\left(x - \frac{5}{4}\right)(x-3)$, với $m < 0$.

$$S_1 = \int_0^{\frac{5}{4}} \left| m(x+1)\left(x - \frac{5}{4}\right)(x-3) \right| dx = \frac{8575|m|}{3072}.$$

$$S_2 = \int_{\frac{5}{4}}^3 \left| m(x+1)\left(x - \frac{5}{4}\right)(x-3) \right| dx = \frac{8575|m|}{3072}.$$

$$S_1 = S_2 \Leftrightarrow - \int_0^{\frac{5}{4}} f'(x) dx = \int_{\frac{5}{4}}^3 f'(x) dx \Leftrightarrow f(3) = f(0) = r.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	$\frac{5}{4}$	3	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	r	$\searrow$	r	$\searrow$
						$-\infty$

Suy ra phương trình $f(x) = r$ có tất cả 3 nghiệm.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 1 \end{cases}$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và

vuông góc với đường thẳng d là Δ :
$$\begin{cases} x = 1 + at \\ y = 1 + bt \\ z = c + 2t \end{cases}$$
 với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Giá trị $a + b + c$ bằng

(A) -1. **(B)** 0. **(C)** 4. **(D)** 1.

Lời giải.

Gọi $A = d \cap (P) \Rightarrow A(1; 1; 1)$.

Ta có $\vec{n}_{(P)} = (1; 1; 1)$, $\vec{u}_{(d)} = (-1; 1; 0) \Rightarrow \vec{u}_{\Delta} = [\vec{n}_{(P)}, \vec{u}_{(d)}] = (-1; -1; 2)$.

Suy ra Δ :
$$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + 2t. \end{cases}$$

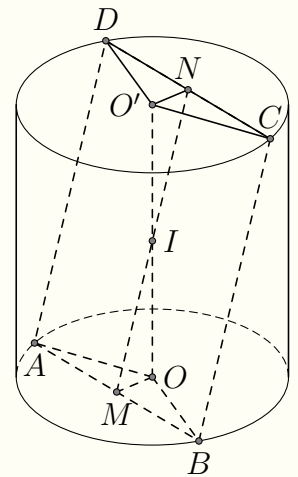
Suy ra $a + b + c = (-1) + (-1) + 1 = -1$.

Chọn đáp án **(A)** □

● Câu 47.

Cho một hình trụ tròn xoay và hình vuông $ABCD$ cạnh a có 2 đỉnh liên tiếp A, B nằm trên đường tròn đáy thứ nhất của hình trụ, hai đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy thứ hai của hình trụ. Mặt phẳng $(ABCD)$ tạo với đáy của hình trụ góc 45° . Tính thể tích khối trụ.

(A) $\frac{3\pi a^3}{16}$. **(B)** $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{16}$. **(C)** $\frac{\pi a^3}{16}$. **(D)** $\frac{3\sqrt{2}\pi a^3}{16}$.



Lời giải.

• Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD , O và O' lần lượt là tâm hai mặt đáy. Gọi I là giao điểm của MN và OO' .

• Góc giữa mặt phẳng $(ABCD)$ và mặt đáy là góc $(MN, OM) = \widehat{IMO}$. Do đó $\widehat{IMO} = 45^\circ$. Suy ra $\triangle IMO$ vuông cân tại O .

• Ta có $MN = BC = a$ nên $IM = \frac{a}{2}$ và $AM = \frac{1}{2}AB = \frac{a}{2}$. Suy ra $OM = OI = \frac{a}{2\sqrt{2}} \Rightarrow OO' = 2OI = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

$\triangle OMA$ vuông tại M nên $OA^2 = OM^2 + AM^2 = \frac{a^2}{8} + \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{8}$. Suy ra $R = OA = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$.

• Ta có $V_{\text{trụ}} = \pi R^2 h = \pi \cdot \frac{3a^2}{8} \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}\pi a^3}{16}$.

Chọn đáp án **(D)** □

● Câu 48. Trong các nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn bất phương trình $\log_{x^2+2y^2}(2x+y) \geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T = 2x + y$ bằng

(A) $\frac{9}{4}$. **(B)** $\frac{9}{2}$. **(C)** $\frac{9}{8}$. **(D)** 9.

Lời giải.

TH1: $x^2 + 2y^2 > 1$. Đặt $z = y\sqrt{2}$, suy ra $x^2 + z^2 > 1$ (1). Khi đó:

$$\log_{x^2+2y^2}(2x+y) \geq 1 \Leftrightarrow 2x+y \geq x^2+2y^2 \Leftrightarrow 2x+\frac{z}{\sqrt{2}} \geq x^2+z^2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + \left(z - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2 \geq \frac{9}{8} \quad (2).$$

Tập hợp các điểm $M(x; y)$ là miền (H) bao gồm miền ngoài của hình tròn $(\mathcal{C}_1): x^2 + z^2 = 1$ và miền trong của hình tròn $(\mathcal{C}_2): (x-1)^2 + \left(z - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{9}{8}$.

$$\text{Hệ } \begin{cases} T = 2x + \frac{z}{\sqrt{2}} \\ (x-1)^2 + \left(z - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2 \geq \frac{9}{8} \\ x^2 + z^2 > 1 \end{cases} \text{ có nghiệm khi đường thẳng } d: 2x + \frac{z}{\sqrt{2}} - T = 0 \text{ có điểm chung với}$$

miền (H).

Để T đạt giá trị lớn nhất thì đường thẳng d phải tiếp xúc với đường tròn $(\mathcal{C}_2)$, nghĩa là ta có $d(I, d) = \frac{3}{2\sqrt{2}} \Leftrightarrow \left|T - \frac{9}{4}\right| = \frac{9}{4} \Leftrightarrow T = \frac{9}{2}$ với $I\left(1; \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$ là tâm của đường tròn $(\mathcal{C}_2)$.

TH2: $0 < x^2 + 2y^2 < 1$ ta có

$$\log_{x^2+2y^2}(2x+y) \geq 1 \Leftrightarrow 2x+y \leq x^2+2y^2 \Leftrightarrow T = 2x+y < 1 \text{ (loại)}.$$

$$\text{Vậy } \max T = \frac{9}{2}.$$

Chọn đáp án (B)



Câu 49. Cho ba hình cầu tiếp xúc ngoài nhau từng đôi một và cùng tiếp xúc với một mặt phẳng. Các tiếp điểm của các hình cầu trên mặt phẳng lập thành tam giác có các cạnh bằng 4, 2 và 3. Tích bán kính của ba hình cầu trên là

(A) 12.

(B) 3.

(C) 6.

(D) 9.

Lời giải.

Gọi I, J, K lần lượt là tâm của ba hình cầu và A, B, C lần lượt là hình chiếu của I, J, K trên mặt phẳng đã cho.

Đặt $IA = R_1, JB = R_2, KC = R_3$ là bán kính của ba hình cầu (không mất tính tổng quát giả sử $R_1 > R_2 > R_3$).

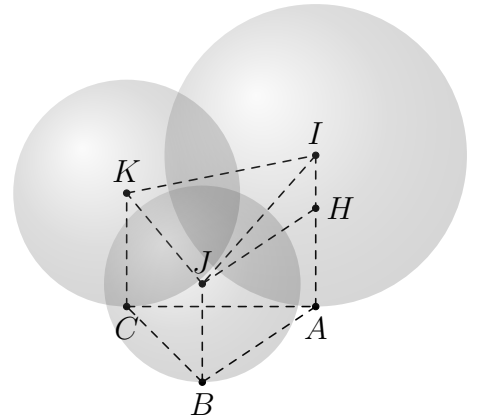
Trong hình thang vuông $IABJ$ kẻ $JH \perp IA$ thì ta có $JH = AB$ và $IH = R_1 - R_2$.

Trong tam giác IJH vuông ta có

$$\begin{aligned} IJ^2 &= JH^2 + IH^2 \Leftrightarrow (R_1 + R_2)^2 = AB^2 + (R_1 - R_2)^2 \\ &\Leftrightarrow R_1 R_2 = \frac{AB^2}{4}. \end{aligned}$$

$$\text{Tương tự ta có } R_2 R_3 = \frac{BC^2}{4}, R_1 R_3 = \frac{AC^2}{4} \Rightarrow R_1 R_2 R_3 = \frac{AB \cdot BC \cdot CA}{8} = 3.$$

Chọn đáp án (B)



Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x(x-1)^2(x-2), \forall x \in \mathbb{R}$. Xét hàm số $g(x) = f\left(\frac{5x}{x^2+4}\right)$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào là đúng?

(A) Hàm số đồng biến trên $(0; 1)$.

(B) Hàm số nghịch biến trên $(0; 4)$.

(C) Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

(D) Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 1$.

Lời giải.

Áp dụng công thức $[f(u)]' = u' \cdot f'(u)$ ta có

$$\begin{aligned} g'(x) &= \left[f\left(\frac{5x}{x^2+4}\right) \right]' = \left(\frac{5x}{x^2+4}\right)' \cdot f'\left(\frac{5x}{x^2+4}\right) \\ &= \frac{5(4-x^2)}{(x^2+4)^2} \cdot \frac{5x}{x^2+4} \cdot \left(\frac{5x}{x^2+4} - 1\right)^2 \cdot \left(\frac{5x}{x^2+4} - 2\right) \\ &= \frac{5(4-x^2) \cdot 5x(5x-x^2-4)^2(5x-2x^2-8)}{(x^2+4)^6}. \end{aligned}$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2; x = 0; x = 1; x = 2; x = 4.$$

Vì $(5x - 2x^2 - 8) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và $(5x - x^2 - 4)^2 = (x-1)^2(x-4)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên ta có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	-2	0	1	2	4	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$							

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

Chọn đáp án **C**



HẾT

BỘ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
TRƯỜNG THPT NGUYỄN TẤT THÀNH
GV: LÊ QUANG XE - 0967.003.131

PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO 2022
NĂM HỌC 2021 - 2022
Môn: **Toán**
Thời gian làm bài: 90 phút
ĐỀ THAM KHẢO PTMH2022

ĐỀ SỐ 11

Câu 1. Tìm số phức z biết rằng $z + 2\bar{z} = 3 - i$.

- A** $z = 1 + i$. **B** $z = 1 - \frac{1}{3}i$. **C** $z = -1 + i$. **D** $z = -1 - i$.

Lời giải.

Ta thấy

$$z + 2\bar{z} = 3 - i \Leftrightarrow \overline{z + 2\bar{z}} = \overline{3 - i} \Leftrightarrow \bar{z} + 2z = 3 + i.$$

Ta được

$$\begin{cases} z + 2\bar{z} = 3 - i \\ 4z + 2\bar{z} = 6 + 2i \end{cases} \Rightarrow z = 1 + i.$$

Chọn đáp án **A**

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 16$.
Tọa độ tâm I và bán kính r của mặt cầu (S) là

- A** $I(-1; 0; 2), r = 4$. **B** $I(1; 0; -2), r = 16$.
C $I(1; 0; -2), r = 4$. **D** $I(-1; 0; 2), r = 16$.

Lời giải.

Tọa độ tâm $I(1; 0; -2)$ và bán kính $r = 4$.

Chọn đáp án **C**

Câu 3. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 1}$?

- A** $(3; 0)$. **B** $(2; 1)$. **C** $(0; 3)$. **D** $(-2; 1)$.

Lời giải.

Ta có $y(0) = 3$ nên điểm có tọa độ $(0; 3)$ thuộc đồ thị (C) của hàm số đó cho.

Chọn đáp án **C**

Câu 4. Có bao nhiêu mặt cầu đi qua ba đỉnh của một tam giác?

- A** Không có. **B** Có vô số. **C** Có hai. **D** Có một.

Lời giải.

Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Gọi Δ là đường thẳng qua I và vuông góc với mặt phẳng (ABC) và Δ là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Mỗi điểm $J \in \Delta$, ta đều có $JA = JB = JC \Rightarrow J$ là tâm mặt cầu đi qua ba đỉnh của tam giác ABC .

Vậy có vô số mặt cầu đi qua ba đỉnh của một tam giác.

Chọn đáp án **B**

Câu 5. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên $\mathcal{K}$ và $a, b \in \mathcal{K}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- (A) $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx.$
- (B) $\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx.$
- (C) $\int_a^b [f(x)g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx.$
- (D) $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx.$

Lời giải.

Dựa vào tính chất của tích phân.

Chọn đáp án (C) □

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau.

x	0	-2	0	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+	-

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

- (A) 3. (B) 1. (C) 2. (D) 4.

Lời giải.

Ta có $f'(x)$ đổi dấu qua ba điểm $x = -2$, $x = 0$ và $x = 1$. Nên $y = f(x)$ có 3 điểm cực trị.

Chọn đáp án (A) □

Câu 7. Nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x - 3) \geq 2$ là

- (A) $3 \leq x \leq \frac{13}{4}.$ (B) $3 < x \leq \frac{13}{4}.$ (C) $x \leq \frac{13}{4}.$ (D) $x \geq \frac{13}{4}.$

Lời giải.

Ta có $\log_{\frac{1}{2}}(x - 3) \geq 2 \Leftrightarrow 0 < x - 3 \leq \frac{1}{4} \Leftrightarrow 3 < x \leq \frac{13}{4}.$

Chọn đáp án (B) □

Câu 8. Tính thể tích khối chóp có diện tích đáy bằng 4 và chiều cao bằng 3.

- (A) 12. (B) 36. (C) 4. (D) 16.

Lời giải.

Ta có $V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 4 = 4.$

Chọn đáp án (C) □

- Câu 9.** Hàm số $y = (2x - 1)^{-4}$ có tập xác định là
- (A) $(0; +\infty)$. (B) $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$. (C) $\mathbb{R}$. (D) $[0; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $2x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án (B)

- Câu 10.** Tích tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x^2+x} = 4$ bằng
- (A) 2. (B) 3. (C) -2. (D) -1.

Lời giải.

Ta có $2^{x^2+x} = 4 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 1$.

Chọn đáp án (C)

- Câu 11.** Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x \, dx$ bằng
- (A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$. (B) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. (C) $\frac{1}{2}$. (D) $-\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x \, dx = -\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án (C)

- Câu 12.** Thu gọn số phức $z = i + (2 - 4i) - (3 - 2i)$, ta được:
- (A) $z = -1 - i$. (B) $z = 1 - i$. (C) $z = -1 - 2i$. (D) $z = 1 + i$.

Lời giải.

Ta có $z = i + (2 - 4i) - (3 - 2i) = i + 2 - 4i - 3 + 2i = -1 - i$.

Chọn đáp án (A)

- Câu 13.** Tìm một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $2x - y + 3z - 2 = 0$.
- (A) $\vec{n} = (1; 2; 3)$. (B) $\vec{n} = (2; -1; 3)$. (C) $\vec{n} = (-2; -1; 3)$. (D) $\vec{n} = (2; -1; -3)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $2x - y + 3z - 2 = 0$ là $\vec{n} = (2; -1; 3)$.

Chọn đáp án (B)

- Câu 14.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(1; 2; 3)$, $B(-4; 4; 6)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác OAB là
- (A) $G(1; -2; -3)$. (B) $G(-1; 2; 3)$. (C) $G(-3; 6; 9)$. (D) $G\left(-\frac{3}{2}; 3; \frac{9}{2}\right)$.

Lời giải.

$$\text{Giả sử } G(x_G; y_G; z_G) \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{x_O + x_A + x_B}{3} = \frac{0 + 1 + (-4)}{3} = -1 \\ y_G = \frac{y_O + y_A + y_B}{3} = \frac{0 + 2 + 4}{3} = 2 \\ z_G = \frac{z_O + z_A + z_B}{3} = \frac{0 + 3 + 6}{3} = 3 \end{cases}.$$

Vậy $G(-1; 2; 3)$.

Chọn đáp án **(B)** □

- Câu 15.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tọa độ điểm M biểu diễn số phức $z = 4 - i$ là
(A) $M(4; 1)$. **(B)** $M(-4; 1)$. **(C)** $M(4; -1)$. **(D)** $M(-4; -1)$.

💬 Lời giải.

Điểm biểu diễn số phức $z = 4 - i$ là $M(4; -1)$.

Chọn đáp án **(C)** □

- Câu 16.** Đồ thị hàm số $y = \frac{3 + 2x}{2x - 2}$ có đường tiệm cận đứng là
(A) $y = -1$. **(B)** $y = 1$. **(C)** $x = -1$. **(D)** $x = 1$.

💬 Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty \Rightarrow$ nên tiệm cận đứng là $x = 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

- Câu 17.** Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $a > 0, a \neq 1, > 0, c > 0$. Khẳng định nào sau đây sai?
(A) $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$. **(B)** $\log_{a^\alpha} b = \alpha \log_a b$.
(C) $\log_a bc = \log_a b + \log_a c$. **(D)** $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$.

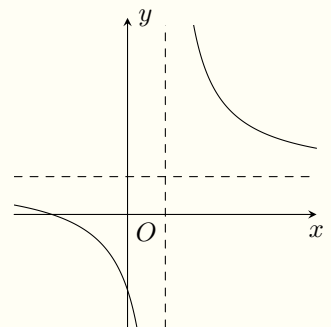
💬 Lời giải.

Khẳng định sai là $\log_{a^\alpha} b = \alpha \log_a b$.

Chọn đáp án **(B)** □

- Câu 18.**
Hàm số $y = \frac{bx - c}{x - a}$ ($a \neq 0; a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A)** $a > 0, b < 0, c - ab < 0$. **(B)** $a > 0, b > 0, c - ab > 0$.
(C) $a > 0, b > 0, c - ab = 0$. **(D)** $a > 0, b > 0, c - ab < 0$.



💬 Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{a\}$.

$$y' = \frac{-ab + c}{(x - a)^2}.$$

Dựa vào đồ thị suy ra

☑ Đường tiệm cận đứng $x = a > 0$;

☑ Đường tiệm cận ngang $y = b > 0$;

☑ $y' < 0 \Rightarrow c - ab < 0$.

Chọn đáp án **(D)**



🔴 Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{1}$. Điểm nào thuộc đường thẳng d ?

(A) $P(2; 2; -1)$.

(B) $Q(0; -2; -1)$.

(C) $N(1; 0; 2)$.

(D) $M(-1; 0; 2)$.

💬 Lời giải.

Thay tọa độ điểm P vào phương trình đường thẳng d ta được $\frac{2-1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{-1+2}{1}$ (thỏa mãn).

Vậy điểm P thuộc đường thẳng d .

Chọn đáp án **(A)**



🔴 Câu 20. Có bao nhiêu cách xếp 5 học sinh theo một hàng ngang?

(A) 10.

(B) 24.

(C) 5.

(D) 120.

💬 Lời giải.

Mỗi cách xếp 5 học sinh theo một hàng ngang là một hoán vị của 5 phần tử nên số cách xếp là $P_5 = 120$.

Chọn đáp án **(D)**



🔴 Câu 21. Thể tích khối lập phương có cạnh a bằng

(A) $3a^2$.

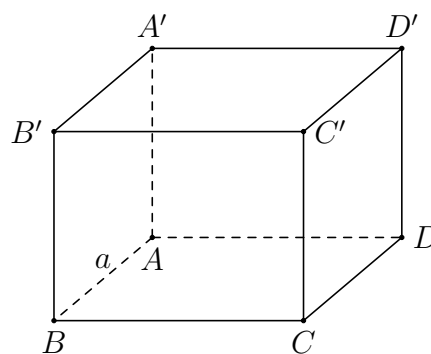
(B) a^2 .

(C) $3a$.

(D) a^3 .

💬 Lời giải.

Thể tích của khối lập phương là $V = a^3$.



Chọn đáp án **(D)**



🔴 Câu 22. Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(4x + 1)$ là

(A) $y' = \frac{\ln 3}{4x + 1}$.

(B) $y' = \frac{4}{(4x + 1) \ln 3}$.

(C) $y' = \frac{4 \ln 3}{4x + 1}$.

(D) $y' = \frac{1}{(4x + 1) \ln 3}$.

💬 Lời giải.

Ta có $y' = \frac{(4x + 1)'}{(4x + 1) \ln 3} = \frac{4}{(4x + 1) \ln 3}$.

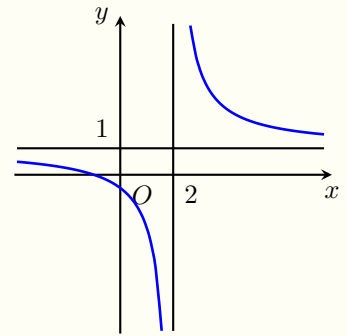
Chọn đáp án **(B)**



Câu 23.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $y' < 0, \forall x \neq 2.$ (B) $y' < 0, \forall x \neq 1.$
 (C) $y' > 0, \forall x \neq 2.$ (D) $y' > 0, \forall x \neq 1.$

**Lời giải.**

Theo hình vẽ ta có hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định và có tiệm cận đứng là $x = 2 \Rightarrow y' < 0, \forall x \neq 2.$

Chọn đáp án (A) □

Câu 24.

Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x \, dx$ bằng

- (A) $\frac{\sqrt{2}}{2} - 1.$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}.$ (C) $-\frac{\sqrt{2}}{2}.$ (D) $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}.$

Lời giải.

$$\text{Ta có } \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x \, dx = \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 25. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng thứ hai $u_2 = 2$ và công sai $d = 3$. Giá trị của u_4 bằng

- (A) 8. (B) 11. (C) 14. (D) 5.

Lời giải.

$$\text{Ta có } u_4 = u_1 + 3d = u_2 + 2d = 8.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 26. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{\sqrt{5}}.$

- (A) $\int f(x) dx = \frac{1}{\sqrt{5}-1} x^{\sqrt{5}-1} + C.$ (B) $\int f(x) dx = x^{\sqrt{5}+1} + C.$
 (C) $\int f(x) dx = \frac{1}{\sqrt{5}+1} x^{\sqrt{5}+1} + C.$ (D) $\int f(x) dx = \sqrt{5} x^{\sqrt{5}-1} + C.$

Lời giải.

$$\text{Áp dụng công thức nguyên hàm cơ bản suy ra } \int f(x) dx = \frac{1}{\sqrt{5}+1} x^{\sqrt{5}+1} + C.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 27. Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ có tâm đối xứng I là

- (A) $I(-2; 1)$. (B) $I(2; 1)$. (C) $I(2; -1)$. (D) $I(-2; -1)$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ có tâm đối xứng là $I(2; 1)$.

Chọn đáp án (B)

Câu 28. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + x$ trên $[0; 1]$ là

- (A) 4. (B) 1. (C) 2. (D) 0.

Lời giải.

$$y' = 3x^2 + 1 > 0, \forall x \in [0; 1] \Rightarrow \min_{x \in [0; 1]} y = y(0) = 0.$$

Chọn đáp án (D)

Câu 29. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
 (B) Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
 (C) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
 (D) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và đồng biến trên $(1; +\infty)$.

Lời giải.

Vì $y' = -\frac{2}{(x-1)^2}, \forall x \neq 1$ nên hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Chọn đáp án (A)

Câu 30. Cho $\log_3 5 = a, \log_5 7 = b$, khi đó $\log_{45} 175$ bằng

- (A) $\frac{a+b}{2+a}$. (B) $\frac{a(2+b)}{2+a}$. (C) $\frac{a(a+b)}{2+a}$. (D) $\frac{2a+b}{2+a}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_{45} 175 = \frac{\log_5 175}{\log_5 45} = \frac{\log_5 (7 \cdot 5^2)}{\log_5 (5 \cdot 3^2)} = \frac{\log_5 7 + 2}{2 \log_5 3 + 1} = \frac{2+b}{2 \cdot \frac{1}{a} + 1} = \frac{a(2+b)}{2+a}.$$

Chọn đáp án (B)

Câu 31. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết rằng góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) là 30° , tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 2. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- (A) $2\sqrt{6}$. (B) $\frac{\sqrt{6}}{2}$. (C) 2. (D) $\sqrt{3}$.

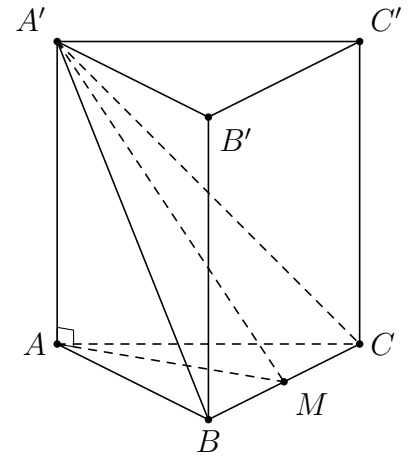
Lời giải.

Gọi M là trung điểm BC .

Ta có $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp (A'M) \Rightarrow BC \perp A'M$.

Do đó $\begin{cases} BC \perp A'M \\ BC \perp AM \end{cases} \Rightarrow ((A'BC); (ABC)) = (A'M; AM) \Rightarrow \widehat{A'MA} = 30^\circ$.

Đặt $BC = a$ là cạnh của tam giác đều $\triangle ABC$. Ta suy ra độ dài đường trung tuyến $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Xét tam giác $\triangle A'MA$ vuông tại A ta có:

$$\textcircled{V} \tan \widehat{A'MA} = \frac{AA'}{AM} \Rightarrow AA' = AM \cdot \tan 30^\circ = \frac{a}{2}.$$

$$\textcircled{V} \cos \widehat{A'MA} = \frac{AM}{A'M} \Rightarrow A'M = \frac{AM}{\cos 30^\circ} = a.$$

$$\text{Khi đó } S_{\triangle A'BC} = \frac{1}{2} \cdot A'M \cdot BC \Rightarrow \frac{1}{2}a^2 = 2 \Rightarrow a = 2.$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{8}a^3 = \sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **D**

□

🔴 Câu 32. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^2 (3f(x) + 2x) dx = 7$. Tính $\int_0^2 f(x) dx$.

A 3. **B** 4. **C** 2. **D** 1.

💬 Lời giải.

$$\text{Ta có } \int_0^2 (3f(x) + 2x) dx = 3 \int_0^2 f(x) dx + \int_0^2 2x dx = 3 \int_0^2 f(x) dx + 4.$$

$$\text{Theo giả thiết } \int_0^2 (3f(x) + 2x) dx = 7 \text{ suy ra } 3 \int_0^2 f(x) dx + 4 = 7.$$

$$\text{Do đó } \int_0^2 f(x) dx = 1.$$

Chọn đáp án **D**

□

🔴 Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$ cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C (khác O). Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A $\frac{x}{2} - \frac{y}{4} - \frac{z}{6} = 1$. **B** $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 1$. **C** $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 0$. **D** $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} - \frac{z}{6} = 1$.

💬 Lời giải.

Do cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$ cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C (khác O) nên $A(2; 0; 0), B(0; 4; 0), C(0; 0; 6)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 1$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 34. Tìm c biết a, b, c là các số nguyên dương thỏa mãn $c = (a + bi)^3 - 107i$

(A) 198.

(B) 6.

(C) 1.

(D) 7.

Lời giải.

Ta có $c = (a + bi)^3 - 107i = (a^3 - 3ab^2) + (3a^2b - b^3 - 107)i$.

Do $c \in \mathbb{Z}^+$ nên ta có

$$\Leftrightarrow 3a^2b - b^3 - 107 = 0 \Leftrightarrow b(3a^2 - b^2) = 107 = 1 \cdot 107 = 107 \cdot 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ 3a^2 - b^2 = 107 \end{cases} \quad (\text{do } 107 \text{ là số nguyên tố})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 1 \\ a = \frac{11450}{3} \\ b = 107. \end{cases}$$

Vì a, b, c là các số nguyên dương nên $a = 6, b = 1$.

Khi đó $c = a^3 - 3ab^2 = 198$.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 35. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A_1B_1C_1$ có $AB = a, AA_1 = h$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCA_1)

(A) $\frac{\sqrt{3a^2 + 4h^2}}{4}$.

(B) $\frac{2\sqrt{3a^2 + 4h^2}}{4}$.

(C) $\frac{ah\sqrt{3}}{2\sqrt{3a^2 + 4h^2}}$.

(D) $\frac{ah\sqrt{3}}{\sqrt{3a^2 + 4h^2}}$.

Lời giải.

Lấy M trung điểm BC , kẻ $AH \perp A_1M$.

Ta có tam giác ABC đều nên

$AM \perp BC$ và $A_1A \perp (ABC) \Rightarrow A_1A \perp BC$.

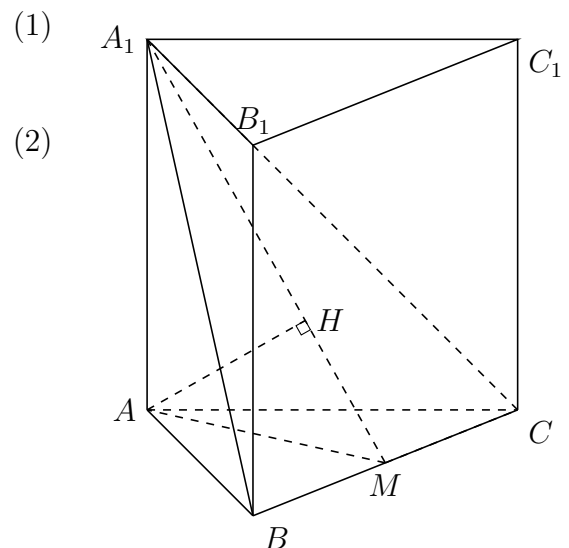
Suy ra $BC \perp (A_1AM) \Rightarrow AH \perp BC$.

Từ (1) và (2): $d(A; (BCA_1)) = AH$.

Ta có: $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AA_1^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{h^2} + \frac{4}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{ah\sqrt{3}}{\sqrt{3a^2 + 4h^2}}.$$

$$\text{Vậy } d(A, (BCA_1)) = \frac{ah\sqrt{3}}{\sqrt{3a^2 + 4h^2}}.$$



Chọn đáp án (D)

□

Câu 36. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 5 có thể lập thành bao nhiêu số tự nhiên không chia hết cho 5 gồm bốn chữ số đôi một khác nhau?

(A) 120.

(B) 54.

(C) 72.

(D) 69.

Lời giải.

Cách 1:

Ta xét các trường hợp sau:

- ☑ Số cần lập có dạng $\overline{abc1}$ với $a \neq 0$. Trường hợp này có 3 cách chọn chữ số a , 3 cách chọn chữ số b và 2 cách chọn chữ số c . Vậy có $3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$ số.
- ☑ Tương tự số cần lập có dạng $\overline{abc2}$ hoặc $\overline{abc3}$ với $a \neq 0$ thì mỗi trường hợp lập luận như trên có 18 số.

Vậy có tất cả $3 \cdot 18 = 54$ số thỏa mãn yêu cầu.

Cách 2:

Ta đi tìm số các số chia hết cho 5 có bốn chữ số khác nhau. Xét các trường hợp:

- ☑ Số cần lập có dạng $\overline{abc0}$. Trường hợp này có 4 cách chọn chữ số a , 3 cách chọn chữ số b và 2 cách chọn chữ số c . Vậy có $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ số.
- ☑ Số cần lập có dạng $\overline{abc5}$ và $a \neq 0$. Trường hợp này có 3 cách chọn chữ số a , 3 cách chọn chữ số b và 2 cách chọn chữ số c . Vậy có $3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$ số.

Vậy có $24 + 18 = 42$ số chia hết cho 5.

Mặt khác số các số có bốn chữ số khác nhau được lập từ 0, 1, 2, 3, 5 là $A_5^4 - A_4^3 = 96$. Vậy số các số thỏa mãn yêu cầu ban đầu của đề bài là $96 - 42 = 54$ số.

Chọn đáp án (B) □

🔴 Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho Δ là đường thẳng đi qua gốc tọa độ, vuông góc với trục hoành và cắt đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}$. Phương trình Δ là

- (A) $\frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$. (B) $\frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{1}$. (C) $\begin{cases} x = 0 \\ y = 3 + t \\ z = 4 + t \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x = 0 \\ y = 3t \\ z = 4t \end{cases}$

💬 Lời giải.

Gọi $A = \Delta \cap d \Rightarrow A(1+t; 2-t; 1-3t) \Rightarrow \overrightarrow{OA} = (1+t; 2-t; 1-3t)$.

Δ vuông góc với trục hoành $\overrightarrow{OA} \cdot \vec{i} = 0 \Leftrightarrow 1 \cdot (1+t) + 0(2-t) + 0(1-3t) = 0 \Leftrightarrow t = -1$.

Δ đi qua điểm $O(0; 0; 0)$ và có VTCP $\overrightarrow{OA} = (0; 3; 4) \Rightarrow \Delta: \begin{cases} x = 0 \\ y = 3t \\ z = 4t \end{cases}$

Chọn đáp án (D) □

🔴 Câu 38. Cho $\log_b(a+1) > 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) $(b-1)a > 0$. (B) $a+b < 1$. (C) $a+b > 1$. (D) $a(b+1) > 0$.

💬 Lời giải.

Ta có $\log_b(a+1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < b \neq 1 \\ a+1 > 0 \\ (a+1-1)(b-1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b > 0 \\ a > -1 \\ a(b-1) > 0 \end{cases}$.

Chọn đáp án (A) □

🔴 Câu 39. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị (C) . Số các giá trị nguyên của tham số $m \in [-2020; 2020]$ để đường thẳng $d: y = -x + m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt là

- (A) 4035. (B) 4036. (C) 4037. (D) 2020.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{2x-1}{x-1} = -x+m \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x^2 - (m-1)x + m-1 = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Do $x=1$ không thỏa mãn phương trình (1) nên d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow (m-1)^2 - 4(m-1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 < 0 \\ m-1 > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > 5. \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện $m \in \mathbb{Z}$ và $m \in [-2020; 2020]$ suy ra có $4041 - 5 = 4036$ giá trị nguyên m thỏa đề bài.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(1) = 4$ và $f(x) = xf'(x) - 2x^3 - 3x^2$ với mọi $x > 0$. Giá trị của $f(2)$ bằng

(A) 5.

(B) 10.

(C) 20.

(D) 15.

Lời giải.

Vì $x > 0$ nên

$$\begin{aligned} f(x) = xf'(x) - 2x^3 - 3x^2 &\Leftrightarrow \frac{xf'(x) - f(x)}{x^2} = 2x + 3 \\ &\Rightarrow \int \frac{xf'(x) - f(x)}{x^2} dx = \int (2x + 3) dx \\ &\Rightarrow \frac{f(x)}{x} = x^2 + 3x + C \\ &\Rightarrow f(x) = x^3 + 3x^2 + Cx. \end{aligned}$$

Từ $f(1) = 4$ suy ra $4 = 4 + C \Leftrightarrow C = 0$.

Vậy $f(2) = 20$.

Chọn đáp án **(C)**



Câu 41. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $BC = 2AB = 2SB = 2a$, góc giữa SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Thể tích V khối chóp $S.ABCD$ là

(A) $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

(B) $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}$.

(C) $V = \sqrt{2}a^3$.

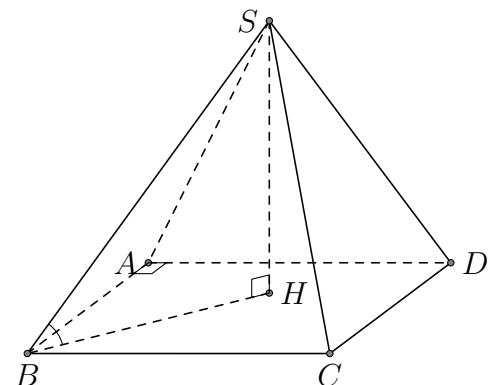
(D) $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của S trên $(ABCD)$. Khi đó góc giữa SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng góc $\widehat{SBH} = 45^\circ$. Suy ra Δ vuông cân tại H . Lại có $SB = a$ nên $SH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Do đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} a \cdot 2a = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **(A)**



Câu 42. Tìm môđun của số phức z , biết $z + 2\bar{z} = 3 - 2i$

A $\sqrt{10}$.

B $\sqrt{2}$.

C $\sqrt{5}$.

D $\sqrt{13}$.

Lời giải.

Ta có $z + 2\bar{z} = 3 - 2i \Rightarrow \bar{z} + 2z = 3 + 2i$

$\Rightarrow 4z + 2\bar{z} = 6 + 4i$

$\Rightarrow z + 3z = 3 + 6i$

$\Rightarrow z = 1 + 2i$

$\Rightarrow |z| = \sqrt{5}$.

Chọn đáp án **C**

Câu 43. Gọi A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức $z, iz, 2z$. Biết diện tích tam giác ABC bằng 4. Môđun của số phức z bằng

A $\sqrt{2}$.

B 8.

C 2.

D $2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Gọi $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R} \Rightarrow A(a; b), iz = -b + ai \Rightarrow B(-b; a), C(2a; 2b)$.

Ta thấy $OB \perp AC$ nên $S_{ABC} = \frac{1}{2}d(B, AC) \cdot AC$.

Ta có phương trình AC là $-bx + ay = 0 \Rightarrow d(B, AC) = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{\sqrt{a^2 + b^2}} = |z| = AC$

$\Rightarrow \frac{1}{2}|z| \cdot |z| = 4 \Rightarrow |z| = 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **D**

Câu 44.

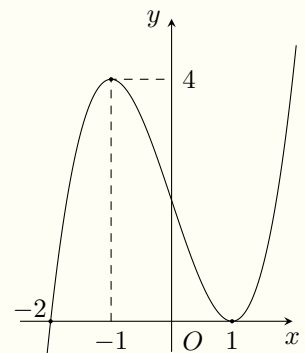
Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^2 - 3)$.

A 2.

B 3.

C 4.

D 5.



Lời giải.

Ta có $g'(x) = 2xf'(x^2 - 3)$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 - 3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 3 = -2 \\ x^2 - 3 = 1 \text{ (nghiệm kép)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \\ x = \pm 2 \text{ (nghiệm kép)} \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$	
$g'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$
$g(x)$								

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có 3 điểm cực trị.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + z - 4 = 0$, $(\beta): x + 2y - 2z + 4 = 0$ và hai điểm $M(-2; 5; -1), N(6; 1; 7)$. Điểm I trên giao tuyến của (α) và (β) sao cho $|\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IN}|$ nhỏ nhất có tọa độ là

- (A)** $\left(\frac{62}{29}; \frac{35}{29}; \frac{124}{29}\right)$. **(B)** $(2; 3; 3)$. **(C)** $(0; -2; 0)$. **(D)** $\left(\frac{12}{29}; \frac{35}{29}; \frac{24}{29}\right)$.

Lời giải.

Ta có VTPT của $(\alpha), (\beta)$ lần lượt là $\vec{n}_\alpha = (1; -2; 1)$ và $\vec{n}_\beta = (1; 2; -2)$.

Khi đó véc-tơ chỉ phương của giao tuyến (α) với (β) là $\vec{u} = [\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta] = (2; 3; 4)$ và $K(0; -2; 0)$ nằm trên giao tuyến (α) với (β) .

phương trình tham số của giao tuyến (α) với (β) là

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 4t. \end{cases}$$

Gọi $J(2; 3; 3)$ là trung điểm của MN . $|\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IN}| = |2\overrightarrow{IJ}| = 2IJ$.

Vậy $|\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IN}|$ nhỏ nhất khi IJ nhỏ nhất. Mặt khác,

$I \in (\alpha) \cap (\beta)$ nên IJ nhỏ nhất khi $IJ \perp (\alpha) \cap (\beta)$. Gọi $I(2t; -2 + 3t; 4t) \Rightarrow \overrightarrow{IJ} = (2 - 2t; 5 - 3t; 3 - 4t)$.

Do $\overrightarrow{IJ} \cdot \vec{u} = 0 \Rightarrow t = \frac{31}{29}$. Vậy $I\left(\frac{62}{29}; \frac{35}{29}; \frac{124}{29}\right)$.

Chọn đáp án **(A)**



Câu 46. Một khối nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân và đường sinh có độ dài bằng $3\sqrt{2}$ cm. Một mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với đáy một góc 60° chia khối nón thành 2 phần. Tính thể tích phần nhỏ (Tính gần đúng đến hàng phần trăm).

- (A)** $4,36 \text{ cm}^3$. **(B)** $4,53 \text{ cm}^3$. **(C)** $5,37 \text{ cm}^3$. **(D)** $5,61 \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Xét khối nón như hình vẽ.

Ta có $\triangle SBO$ là nửa tam giác vuông cân đỉnh S nên

$$BO = \frac{SB \times \sqrt{2}}{2} = 3.$$

Mặt phẳng qua đỉnh S cắt đáy theo dây cung AB , tâm đường tròn đáy là O .

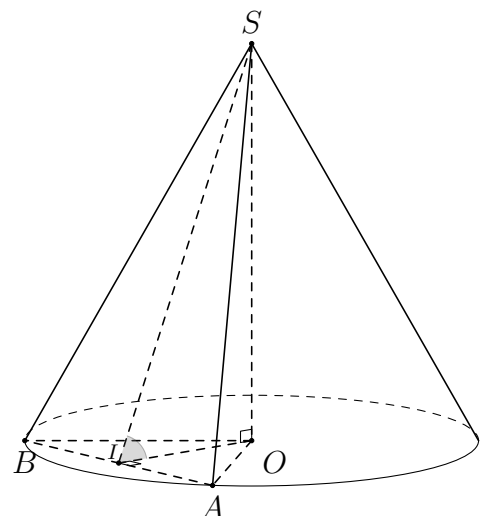
Gọi I là hình chiếu vuông góc của O lên $AB \Rightarrow \widehat{SIO} = 60^\circ$.

Xét $\triangle SOB$, $SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = 3$.

Xét $\triangle SIO$, $OI = \frac{SO}{\tan 60^\circ} = \sqrt{3}$.

Xét $\triangle IOA$, $\cos \widehat{IOA} = \frac{OI}{OA} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Suy ra $\widehat{AOB} = 2 \times \widehat{IOA} \approx 109,47^\circ$.



Gọi S là diện tích hình phẳng tạo bởi dây cung AB và đường tròn (O) (phần nhỏ).

$$S = \frac{1}{2} \times 109,47 \times \frac{\pi}{180} \times OB^2 - \frac{1}{2} OA \times OB \times \sin 109,47^\circ \approx 4,36 \text{ cm}^2.$$

Gọi V_n là thể tích phần nhỏ, $V_n = \frac{1}{3} S \times SO \approx 4,36 \text{ cm}^3$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 47. Trong tất cả các cặp số thực $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+3}(2x+2y+5) \geq 1$, có bao nhiêu giá trị thực của m để tồn tại duy nhất cặp $(x; y)$ sao cho $x^2+y^2+4x+6y+13-m=0$?

(A) 1.**(B)** 2.**(C)** 3.**(D)** 0.**Lời giải.**

Biến đổi giả thiết bài toán ta được

$$\log_{x^2+y^2+3}(2x+2y+5) \geq 1 \Leftrightarrow 2x+2y+5 \geq x^2+y^2+3 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-1)^2 \leq 4. (1)$$

Xét điểm $M(x; y)$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy , ta suy ra M thuộc hình tròn (H) tâm $I(1; 1)$, bán kính $R_1 = 2$.

Mặt khác ta có

$$x^2+y^2+4x+6y+13-m=0 \Leftrightarrow (x+2)^2+(y+3)^2=m. (2)$$

✓ Với $m = 0$, ta có cặp $(x; y)$ duy nhất thỏa mãn $(*)$ là $(-2; -3)$, nhưng cặp số này không thỏa mãn (1), nên loại $m = 0$.

✓ Với $m > 0$, M nằm thuộc đường tròn (C) tâm $J(-2; -3)$, bán kính $R_2 = \sqrt{m}$.
 Từ đó suy ra để có duy nhất cặp số $(x; y)$ thỏa bài toán thì (C) xúc ngoài với (H) hoặc (C) tiếp xúc trong với (H) và (H) nằm trong (C) .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} IJ = R_1 + R_2 \\ R_2 - R_1 = IJ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{m} + 2 = 5 \\ \sqrt{m} - 2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 9 \\ m = 49. \end{cases}$$

Vậy có hai giá trị thực của m thỏa bài toán.Chọn đáp án **(B)**

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{6}$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9$. Biết đường thẳng d cắt mặt cầu (S) theo dây cung AB . Độ dài AB là

(A) 4.**(B)** $2\sqrt{5}$.**(C)** $2\sqrt{3}$.**(D)** $4\sqrt{2}$.**Lời giải.**Gọi H là trung điểm của AB .Khi đó $AB = 2\sqrt{IB^2 - IH^2} = 2\sqrt{R^2 - d(I, d)}$. d đi qua điểm $M(2; 3; 0)$ và $\vec{u}_d = (2; 3; 6)$.

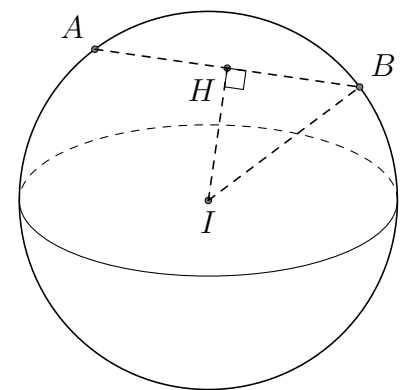
$$\text{Vậy } d(I, d) = \frac{|\vec{IM}; \vec{u}_d|}{|\vec{u}_d|}.$$

$$\text{Ta có } \vec{IM} = (2; 1; 0) \Rightarrow [\vec{IM}; \vec{u}_d] = (6; -12; 4).$$

$$\text{Vậy } |[\vec{IM}; \vec{u}_d]| = 14.$$

$$\text{mà } |\vec{u}_d| = \sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2} = 7 \Rightarrow d(I, d) = 2.$$

$$\text{Vậy } AB = 2\sqrt{3^2 - 2^2} = 2\sqrt{5}.$$

Chọn đáp án **(B)**

Câu 49. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |x^4 - 8x^3 + 18x^2 + m|$ có 3 điểm cực trị?

A 1.

B vô số.

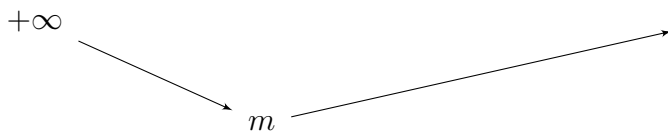
C 2.

D không có.

Lời giải.

Xét $f(x) = x^4 - 8x^3 + 18x^2 + m \Rightarrow f'(x) = 4x^3 - 24x^2 + 36x = 4x(x^2 - 6x + 9) = 4x(x - 3)^2$.

Giải $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$. Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$	
$f'(x)$		-	0	+	0	+		
$f(x)$	$+\infty$							$+\infty$

☑ Nếu $m \geq 0$ thì hàm số $y = |f(x)| = f(x)$ có 1 điểm cực trị.

☑ Nếu $m < 0$ thì hàm số đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt.

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ suy ra đồ thị hàm số $y = |f(x)|$, ta thấy hàm số $y = |f(x)|$ có 3 điểm cực trị.

Vậy có vô số giá trị nguyên của m để hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Chọn đáp án B

□

HẾT

BỘ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
TRƯỜNG THPT NGUYỄN TẤT THÀNH
GV: LÊ QUANG XE - 0967.003.131

ĐỀ SỐ 12

PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO 2022

NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 90 phút

ĐỀ THAM KHẢO HKII

Câu 1. Cho số phức z có điểm biểu diễn trong mặt phẳng tọa độ Oxy là điểm $M(3; -5)$. Xác định số phức liên hợp $\bar{z}$ của z .

(A) $\bar{z} = -5 + 3i$.

(B) $\bar{z} = 5 + 3i$.

(C) $\bar{z} = 3 + 5i$.

(D) $\bar{z} = 3 - 5i$.

Lời giải.

Vì số phức z có điểm biểu diễn trong mặt phẳng tọa độ Oxy là điểm $M(3; -5)$ nên $z = 3 - 5i$.
Do đó số phức liên hợp của số phức z là $\bar{z} = 3 + 5i$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y + 8z + 4 = 0$. Xác định tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

(A) $I(2; -3; -4), R = 25$.

(B) $I(-2; 3; 4), R = 5$.

(C) $I(2; -3; -4), R = 5$.

(D) $I(2; -3; -4), R = \sqrt{5}$.

Lời giải.

Ta có

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y + 8z + 4 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y + 3)^2 + (z + 4)^2 = 25.$$

Vậy mặt cầu (S) có tâm $I(2; -3; -4)$ và bán kính $R = 5$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 3. Hàm số nào sau đây có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$?

(A) $y = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2+1}$.

(B) $y = \frac{x-1}{2x-1}$.

(C) $y = x^3 - 2x^2 + 1$.

(D) $y = \sqrt{x^3+1}$.

Lời giải.

Hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 1$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 4. Khối cầu bán kính $R = 2a$ có thể tích là

(A) $\frac{32\pi a^3}{3}$.

(B) $6\pi a^3$.

(C) $16\pi a^2$.

(D) $\frac{8\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(2a)^3 = \frac{32}{3}\pi a^3.$$

Chọn đáp án **(A)**

Câu 5. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x-1)^3$.

(A) $3(x-1) + C$.

(B) $\frac{1}{4}(x-1)^4 + C$.

(C) $4(x-1)^4 + C$.

(D) $\frac{1}{4}(x-1)^3 + C$.

Lời giải.

Ta có $\int f(x) dx = \int (x-1)^3 dx = \frac{1}{4}(x-1)^4 + C$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 6.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

(A) Hàm số không có cực trị.

(B) Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

(C) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

(D) Hàm số đạt cực đại tại $x = 5$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ và đạt cực đại tại $x = 0$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x-1} > 27$ là

(A) $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

(B) $(2; +\infty)$.

(C) $(3; +\infty)$.

(D) $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Ta có $3^{2x-1} > 27 \Leftrightarrow 2x-1 > 3 \Leftrightarrow x > 2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(2; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc mặt đáy, $SA = a\sqrt{6}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

(A) $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

(B) $a^3\sqrt{6}$.

(C) $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

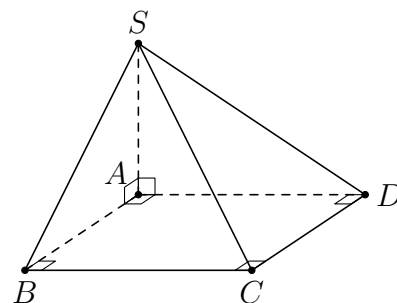
(D) $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải.

Diện tích hình vuông $ABCD$ bằng a^2 .

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{6} = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}.$$



Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = (x+1)^{\frac{1}{3}}$ là

(A) $\mathcal{D} = (-\infty; -1)$.

(B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

(D) $\mathcal{D} = (-1; +\infty)$.

Lời giải.

Để hàm số xác định điều kiện là $x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$. Vậy tập xác định hàm số $\mathcal{D} = (-1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 10. Phương trình $\log_2(x - 2) = 1$ có nghiệm là

- (A)** $x = 1$. **(B)** $x = 4$. **(C)** $x = 3$. **(D)** $x = 2$.

Lời giải.

Ta có

$$\log_2(x - 2) = 1 \Leftrightarrow x - 2 = 2 \Leftrightarrow x = 4.$$

Chọn đáp án **(B)**

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- (A)** $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt$.
(B) $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$.
(C) $\int_a^b k dx = k(a - b), \forall k \in \mathbb{R}$.
(D) $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx, \forall c \in (a; b)$.

Lời giải.

Ta có $\int_a^b k dx = kx \Big|_a^b = kb - ka = k(b - a)$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 12. Cho hai số phức $z_1 = 2 - 2i, z_2 = -3 + 3i$. Khi đó $z_1 - z_2$ bằng

- (A)** $5 - 5i$. **(B)** $-5i$. **(C)** $-5 + 5i$. **(D)** $-1 + i$.

Lời giải.

$$z_1 - z_2 = 2 - 2i - (-3 + 3i) = 5 - 5i.$$

Chọn đáp án **(A)**

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - y + 2 = 0$. Véc-tơ nào trong các véc-tơ dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

- (A)** $(3; -1; 0)$. **(B)** $(-1; 0; -1)$. **(C)** $(3; 0; -1)$. **(D)** $(3; -1; 2)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; -1; 0)$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; -1; 3)$ lên mặt phẳng (Oxz) .

- (A)** $H(2; 0; 3)$. **(B)** $H(2; -1; 0)$. **(C)** $H(2; 1; 3)$. **(D)** $H(0; -1; 0)$.

Lời giải.

Tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; -1; 3)$ lên mặt phẳng (Oxz) là $H(2; 0; 3)$.
Chọn đáp án **(A)**

Câu 15. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho các điểm $A(4; 0)$, $B(1; 4)$ và $C(1; -1)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Biết rằng G là điểm biểu diễn số phức z . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- (A)** $z = 3 - \frac{3}{2}i$. **(B)** $z = 3 + \frac{3}{2}i$. **(C)** $z = 2 - i$. **(D)** $z = 2 + i$.

Lời giải.

G là trọng tâm của tam giác ABC suy ra $G\left(\frac{4+1+1}{3}; \frac{0+4+(-1)}{3}\right) = (2; 1)$.

Vậy G là điểm biểu diễn của số phức $z = 2 + i$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 16. Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-2}$.

- (A)** 2. **(B)** 3. **(C)** 1. **(D)** 0.

Lời giải.

✓ $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+1}{x-2} = 3$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+1}{x-2} = 3$.
Nên $y = 3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

✓ $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x+1}{x-2} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x+1}{x-2} = -\infty$.
Nên $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có hai tiệm cận.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 17. Cho $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, $c > 0$ sao cho $\log_a b = 3$, $\log_a c = -2$. Tính $\log_a(a^3 b^2 \sqrt{c})$.

- (A)** 6. **(B)** -18. **(C)** -9. **(D)** 8.

Lời giải.

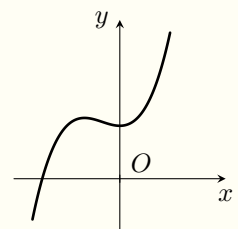
Ta có $\log_a(a^3 b^2 \sqrt{c}) = \log_a a^3 + \log_a b^2 + \log_a \sqrt{c} = 3 + 2 \log_a b + \frac{1}{2} \log_a c = 3 + 2 \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot (-2) = 8$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 18.

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- (A)** $y = x^3 - 2x^2 + 1$. **(B)** $y = x^3 + x^2 - 1$.
(C) $y = x^3 + x^2 + 1$. **(D)** $y = x^3 - 2x^2 - 1$.



Lời giải.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương và có một cực trị âm.

Xét $y = x^3 + x^2 + 1$ có $y' = 3x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-2}{3} < 0$ và $x = 0$ (thỏa mãn).

Chọn đáp án **C**

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{1}$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A** $M(-1; 2; 3)$. **B** $N(3; 2; 1)$. **C** $P(1; 2; 3)$. **D** $Q(0; 0; 0)$.

Lời giải.

Xét điểm $P \in d \Leftrightarrow \frac{1-1}{1} = \frac{2-2}{1} = \frac{3-3}{1}$ đúng.

Chọn đáp án **C**

Câu 20. Số các số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt lấy từ tập hợp $M = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ là

- A** $4!$. **B** A_9^4 . **C** 4^9 . **D** C_9^4 .

Lời giải.

Mỗi cách sắp thứ tự 4 phần tử của M cho ta một số thoả mãn yêu cầu bài toán. Do đó số các số thoả mãn yêu cầu bài toán là số chỉnh hợp chập 4 của 9 phần tử.

Chọn đáp án **B**

Câu 21. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $AA' = 4a$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

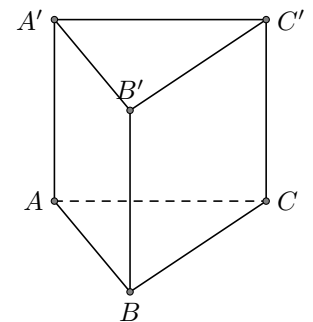
- A** a^3 . **B** $2\sqrt{3}a^3$. **C** $\sqrt{3}a^3$. **D** $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải.

Do lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng $\Rightarrow AA' \perp (ABC)$, suy ra $AA' = 4a$ là chiều cao của lăng trụ đã cho.

Do $\triangle ABC$ đều, suy ra diện tích đáy $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích khối lăng trụ $V = AA' \cdot S_{\triangle ABC} = 4a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = a^3\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **C**

Câu 22. Đạo hàm của hàm số $y = e^{x^2+x}$ là

- A** $y' = (x^2 + x)e^{2x+1}$. **B** $y' = (2x + 1)e^x$.
C $y' = (2x + 1)e^{2x+1}$. **D** $y' = (2x + 1)e^{x^2+x}$.

Lời giải.

$$y' = (x^2 + x)'e^{x^2+x} = (2x + 1)e^{x^2+x}.$$

Chọn đáp án **D**

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			2			$+\infty$	
			-2		-2			

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây

- ☐ A $(-1; 0)$.
 ☐ B $(-2; +\infty)$.
 ☐ C $(-2; 2)$.
 ☐ D $(-\infty; 0)$.

Lời giải.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\sqrt{2}; 0)$ nên đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Chọn đáp án **A**

Câu 24. Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{x+1}{x} dx$.

- ☐ A $I = 1 - \ln 2$.
 ☐ B $I = 2 \ln 2$.
 ☐ C $I = 1 + \ln 2$.
 ☐ D $I = \frac{7}{4}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } I = \int_1^2 \frac{x+1}{x} dx = \int_1^2 \left(1 + \frac{1}{x}\right) dx = (x + \ln |x|) \Big|_1^2 = 1 + \ln 2.$$

Chọn đáp án **C**

Câu 25. Cho cấp số cộng u_n , biết $u_1 = -5$, $u_2 = -3$. Trong các kết quả sau, kết quả nào đúng?

- ☐ A $u_5 = -1$.
 ☐ B $u_5 = 5$.
 ☐ C $u_5 = 3$.
 ☐ D $u_5 = 1$.

Lời giải.

Ta có công sai $d = u_2 - u_1 = 2$. Do đó $u_5 = u_1 + 4d = 3$.

Chọn đáp án **C**

Câu 26. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^{2x}$ là

- ☐ A $4^x \cdot \ln 4 + C$.
 ☐ B $\frac{1}{4^x \cdot \ln 4} + C$.
 ☐ C $4^x + C$.
 ☐ D $\frac{4^x}{\ln 4} + C$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \int 2^{2x} dx = \int 4^x dx = \frac{4^x}{\ln 4} + C.$$

Chọn đáp án **D**

Câu 27. Biết $A(0; a)$; $B(b; 1)$ thuộc đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 - 1$, khi đó giá trị $a + b$ là

- ☐ A -1 .
 ☐ B 0 .
 ☐ C 1 .
 ☐ D 2 .

Lời giải.

$A(0; a)$ thuộc đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 - 1$ thì $a = -1$.

+ $B(b; 1)$ thuộc đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 - 1$ thì $b^3 + b^2 - 1 = 1 \Leftrightarrow b = 1$. Khi đó $a + b = 0$.

Chọn đáp án **(B)**

❶ Câu 28. Tìm m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + m$ trên đoạn $[0; 4]$ bằng -25 , khi đó hãy tính giá trị của biểu thức $P = 2m + 1$.

(A) 1.

(B) 7.

(C) 5.

(D) 3.

💬 Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x - 9$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \notin [0; 4] \end{cases}$.

Khi đó $y(0) = m$, $y(4) = -20 + m$, $y(3) = -27 + m$, suy ra $\min_{[0; 4]} y = y(3) = -27 + m$.

Do đó $\min_{[0; 4]} y = -25 \Leftrightarrow -27 + m = -25 \Leftrightarrow m = 2 \Rightarrow P = 2 \cdot 2 + 1 = 5$.

Chọn đáp án **(C)**

❶ Câu 29. Các khoảng đồng biến của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 4$ là

(A) $(-1; 1)$.

(B) $(-\infty; 0); (2; +\infty)$.

(C) $(0; 2)$.

(D) $(-\infty; 1); (0; +\infty)$.

💬 Lời giải.

Ta có $y' = -3x^2 + 6x$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$. Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$		8		$-\infty$
		4			

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

Chọn đáp án **(C)**

❶ Câu 30. Cho a, b, c là các số nguyên dương. Giả sử $\log_{18} 2430 = a \log_{18} 3 + b \log_{18} 5 + c$. Giá trị của biểu thức $3a + b + 1$ bằng

(A) 9.

(B) 11.

(C) 1.

(D) 7.

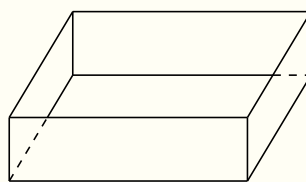
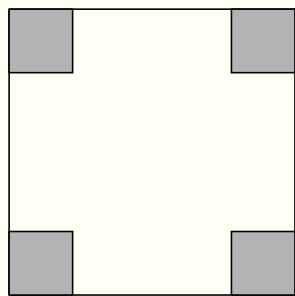
💬 Lời giải.

Vì $2430 = 2 \cdot 3^5 \cdot 5$ nên $\log_{18} 2430 = \log_{18} 3^3 + \log_{18} 5 + \log_{18} 18 = 3 \log_{18} 3 + \log_{18} 5 + 1$.

Suy ra $a = 3$, $b = 1$, $c = 1$, do đó $3a + b + 1 = 11$.

Chọn đáp án **(B)**

❶ Câu 31. Với một tấm bìa hình vuông, người ta cắt bỏ ở mỗi góc tấm bìa một hình vuông cạnh 12 cm rồi gấp lại thành một hình hộp chữ nhật không có nắp (hình vẽ). Giả sử thể tích của cái hộp đó là 4800 cm^3 thì cạnh của tấm bìa ban đầu có độ dài là bao nhiêu?



A 44 cm.

B 42 cm.

C 36 cm.

D 38 cm.

Lời giải.

Gọi x (cm) ($x > 24$) là độ dài cạnh hình vuông ban đầu.

Do đó

$$\begin{aligned} V &= 12 \cdot (x - 24) \cdot (x - 24) \\ \Leftrightarrow 4800 &= 12(x - 24)^2 \\ \Leftrightarrow x^2 - 48x + 176 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 44 \\ x = 4 \text{ (loại)}. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $x = 44$ cm.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 32. Tìm số giá trị của tham số m để $\int_0^m (2x + 1) dx = 2$.

A 2.

B 1.

C 0.

D 3.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \int_0^m (2x + 1) dx = 2 \Leftrightarrow (x^2 + x) \Big|_0^m = 2 \Leftrightarrow m^2 + m = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -2. \end{cases}$$

Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(2; 3; 3)$ và song song với giá của hai véc-tơ $\vec{a} = (1; 0; 2)$ và $\vec{b} = (-1; 3; 1)$ có phương trình là

A $(P): x + 2y + 3z + 14 = 0$.

B $(P): x + 2y - 12 = 0$.

C $(P): 2x + y - z - 4 = 0$.

D $(P): 2x + y - z - 2 = 0$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } [\vec{a}, \vec{b}] = (-6; -3; 3).$$

Suy ra mặt phẳng (P) đi qua $A(2; 3; 3)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; 1; -1)$.

$$\Rightarrow (P): 2(x - 2) + 1(y - 3) - 1(z - 3) = 0 \text{ hay } (P): 2x + y - z - 4 = 0.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 34. Có bao nhiêu số phức thỏa mãn $z + |z|^2 i - 1 - \frac{3}{4}i = 0$?

A 1.

B 3.

C 2.

D 0.

 Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Thay vào biểu thức của bài toán ta có:

$$(a-1) + \left(a^2 + b^2 + b - \frac{3}{4}\right)i = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b^2 + b + \frac{1}{4} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -\frac{1}{2} \end{cases}.$$

Vậy chỉ có đúng một số phức thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **(A)** □

🔴 Câu 35. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng h . Gọi O là tâm của đáy $ABCD$. Tính khoảng cách từ O đến (SAB) .

- (A)** $\frac{ah}{\sqrt{2a^2 + 4h^2}}$. **(B)** $\frac{ah}{\sqrt{a^2 + 4h^2}}$. **(C)** $\frac{ah}{\sqrt{a^2 + h^2}}$. **(D)** $\frac{ah}{2\sqrt{a^2 + h^2}}$.

 Lời giải.

Ta có $SO \perp (ABCD)$.

Kẻ $OK \perp AB$, ($K \in AB$), $OH \perp SK$, ($H \in SK$).

Vì $\begin{cases} OH \perp SK \subset (SAB) \\ OH \perp AB \subset (SAB), (AB \perp (SOK)) \end{cases}$

$\Rightarrow OH \perp (SAB)$.

Suy ra: khoảng cách từ O đến (SAB) là:

$d_{(O, (SAB))} = OH$.

Xét $\triangle SOK$ vuông tại O , ta có:

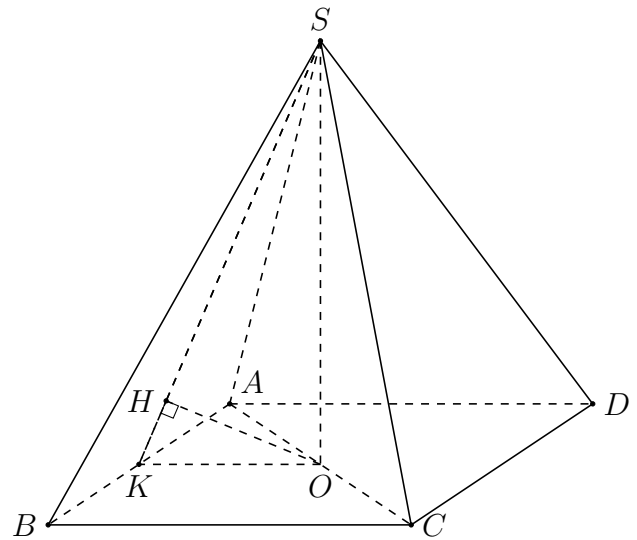
$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OK^2} + \frac{1}{SO^2}$$

$$\Rightarrow OH = \frac{OK \cdot SO}{\sqrt{OK^2 + SO^2}} = \frac{ah}{2\sqrt{\frac{a^2}{4} + h^2}} = \frac{ah}{\sqrt{a^2 + 4h^2}}.$$

Vậy khoảng cách cần tìm là

$$d_{(O, (SAB))} = OH = \frac{ah}{\sqrt{a^2 + 4h^2}}.$$

Chọn đáp án **(B)** □



🔴 Câu 36. Có bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau trong đó chứa các chữ số 3, 4, 5 và chữ số 4 đứng cạnh chữ số 3 và chữ số 5?

- (A)** 1470. **(B)** 750. **(C)** 2940. **(D)** 1500.

 Lời giải.

Xét số có 6 chữ số đôi một khác nhau có dạng $x = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$. Vì các chữ số 3, 4, 5 đứng cạnh nhau và chữ số 4 đứng cạnh chữ số 3 và chữ số 5 nên có hai khả năng 345 hoặc 543. Ta coi 345 và 543 là chữ số đặc biệt A (có 2 chữ số đặc biệt này). Để đếm số các số x thỏa mãn yêu cầu bài toán, ta xét hai trường hợp:

Trường hợp chấp nhận cả $a_1 = 0$:

☑ Chọn vị trí cho A , có 4 cách chọn.

☑ Chọn 3 chữ số còn trong tập $\{0; 1; 2; 6; 7; 8; 9\}$ và sắp xếp vào các vị trí còn lại, có A_7^3 cách. Trường hợp này có $2 \cdot 4 \cdot A_7^3$ số.

Trường hợp $a_1 = 0$:

- ☑ Chọn vị trí cho A , có 3 cách chọn.
- ☑ Chọn 2 chữ số còn trong tập $\{1; 2; 6; 7; 8; 9\}$ và sắp xếp vào các vị trí còn lại, có A_6^2 cách. Trường hợp này có $2 \cdot 3 \cdot A_6^2$ số.

Vậy, số các số cần tìm là $2 \cdot 4 \cdot A_7^3 - 2 \cdot 3 \cdot A_6^2 = 1500$.

Chọn đáp án **(D)** □

🔴 Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua M , cắt và vuông góc với Δ là

(A) $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 4t \\ z = -2t \end{cases}$ **(B)** $d: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = -t \end{cases}$ **(C)** $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + t \\ z = t \end{cases}$ **(D)** $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 4t \\ z = 2t \end{cases}$

💬 Lời giải.

Ta có $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = -t \end{cases}$

Gọi $N = d \cap \Delta \Rightarrow N(1 + 2t; -1 + t; -t) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (-1 + 2t; -2 + t; -t)$.

Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 1; -1)$.

Đường thẳng d đi qua M và $d \perp \Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 2(-1 + 2t) + 1(-1 + t) - 1(-t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3}$.

Suy ra $\overrightarrow{MN} = \left(\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right)$, suy ra véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}_d = (1; -4; -2)$.

nên $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 4t \\ z = -2t \end{cases}$

Chọn đáp án **(A)** □

🔴 Câu 38. Cho dãy (u_n) thỏa mãn $u_1 = 5; u_{n+1}^n = u_n^n + 2^n + 2 \cdot 3^n, \forall n \geq 1$. Tìm số nguyên nhỏ nhất thỏa mãn $u_n^n - 2^n > 5^{100}$.

(A) 233. **(B)** 146. **(C)** 232. **(D)** 147.

💬 Lời giải.

Đặt $v_n = u_n^n - 2^n \Rightarrow v_1 = u_1 - 2 = 3$. Ta có

$$u_{n+1}^{n+1} = u_n^n + 2^n + 2 \cdot 3^n \Leftrightarrow u_{n+1}^{n+1} - 2^{n+1} = u_n^n - 2^n + 2 \cdot 3^n \Leftrightarrow v_{n+1} = v_n + 2 \cdot 3^n.$$

Suy ra $v_n = v_1 + 2 \cdot (3^1 + 3^2 + \dots + 3^{n-1}) = 3^n \Rightarrow u_n^n - 2^n = 3^n$.

Ta có $u_n^n - 2^n > 5^{100} \Leftrightarrow 3^n > 5^{100} \Leftrightarrow n > 100 \log_3 5 \approx 146,5 \Rightarrow n \geq 147$.

Chọn đáp án **(D)** □

🔴 Câu 39. Tìm giá trị thực của tham số k biết đường thẳng $d: y = x + 2k + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ tại hai điểm A, B sao cho khoảng cách từ hai điểm đó đến trục hoành bằng nhau.

(A) $k = -1$. **(B)** $k = 2$. **(C)** $k = -2$. **(D)** $k = 1$.

💬 Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x + 2k + 1 = \frac{2x + 1}{x + 1}$, điều kiện $x \neq -1$.

Với điều kiện phương trình tương đương với $(x + 2k + 1)(x + 1) = 2x + 1 \Leftrightarrow x^2 + 2kx + 2k = 0$. (1)
Đường thẳng d cắt đồ thị tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác -1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = k^2 - 2k > 0 \\ 1 - 2k + 2k \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow k \in (\infty; 0) \cup (2; +\infty). \quad (*)$$

Khi đó phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2 \Rightarrow A(x_1; x_1 + 2k + 1)$ và $B(x_2; x_2 + 2k + 1)$.
Hai điểm A, B cách đều hai trục hoành $\Leftrightarrow |x_1 + 2k + 1| = |x_2 + 2k + 1| \Leftrightarrow x_1 + x_2 = -4k - 2$.
Theo định lý Vi-ét ta có $x_1 + x_2 = -2k$, do đó $-2k = -4k - 2 \Leftrightarrow k = -1$ thỏa mãn (*).

Chọn đáp án **A** □

Câu 40. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x^3 - 3x + 2$ thỏa mãn $F(-1) = -\frac{3}{2}$.

Khi đó phương trình $F(x) = 2x + 1$ có số nghiệm thực là

A 0.

B 1.

C 2.

D 3.

Lời giải.

$$\text{Ta có } F(x) = \int f(x)dx = \int (4x^3 - 3x + 2) dx = x^4 - \frac{3}{2}x^2 + 2x + C.$$

$$\text{Do } F(-1) = -\frac{3}{2} \text{ nên suy ra } (-1)^4 - \frac{3}{2} \cdot (-1)^2 + 2 \cdot (-1) + C = -\frac{3}{2} \Rightarrow C = 1.$$

$$\text{Từ đó } F(x) = x^4 - \frac{3}{2}x^2 + 2x + 1. \text{ Bởi vậy}$$

$$\begin{aligned} F(x) = 2x + 1 &\Leftrightarrow x^4 - \frac{3}{2}x^2 + 2x + 1 = 2x + 1 \\ &\Leftrightarrow x^4 - \frac{3}{2}x^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \frac{\sqrt{6}}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Do đó phương trình $F(x) = 2x + 1$ có 3 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **D** □

Câu 41. Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $BA = BC = a$, biết mặt phẳng $(A'BC)$ hợp với mặt phẳng đáy (ABC) một góc 60° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho là

A $\sqrt{3}a^3$.

B $\frac{a^3}{2}$.

C $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

D $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $BA \perp BC$ (1). Mặt khác ta có $BC \perp AA'$ (do $AA' \perp (ABC)$), suy ra $BC \perp BA'$ (2).

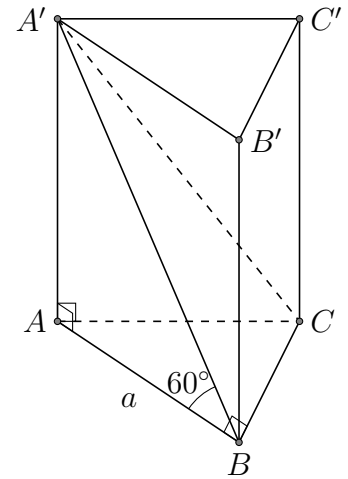
Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{A'BA}$ là góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) .

Theo giả thiết ta có $\widehat{A'BA} = 60^\circ$.

$$\text{Ta có } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BA \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a = \frac{a^2}{2}.$$

$$AA' = AB \cdot \tan \widehat{A'BA} = a \tan 60^\circ = a\sqrt{3}.$$

$$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = \frac{a^2}{2} \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2} \text{ (đvtt)}.$$



Chọn đáp án **(D)**

□

❶ Câu 42. Hỏi có bao nhiêu số phức z thỏa đồng thời các điều kiện $|z - i| = 5$ và z^2 là số thuần ảo?

(A) 2.

(B) 3.

(C) 0.

(D) 4.

💬 Lời giải.

Đặt $z = x + iy$ (với $x, y \in \mathbb{R}$).

$$\text{Ta có } |z - i| = 5 \Leftrightarrow x^2 + (y - 1)^2 = 25. \quad (*)$$

$$z^2 \text{ là số thuần ảo, suy ra } x^2 - y^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ x = -y. \end{cases}$$

$$\text{Với } x = y \text{ thay vào } (*) \text{ ta được } x^2 + (x - 1)^2 = 25 \Leftrightarrow 2x^2 - 2x - 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -3. \end{cases}$$

$$\text{Với } x = -y \text{ thay vào } (*) \text{ ta được } x^2 + (x + 1)^2 = 25 \Leftrightarrow 2x^2 + 2x - 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = 3. \end{cases}$$

Vậy có 4 số phức cần tìm là $4 + 4i, -3 - 3i, -4 + 4i, 3 - 3i$.

Chọn đáp án **(D)**

□

❶ Câu 43. Cho số phức z thỏa mãn $|2z - 1| = |\bar{z} + 1 + i|$ và điểm biểu diễn của z trên mặt phẳng tọa độ thuộc đường tròn có tâm $I(1; 1)$, bán kính $R = \sqrt{5}$. Khi đó tích môđun của tất cả các số phức z thỏa mãn các yêu cầu trên là?

(A) $\sqrt{5}$.

(B) 3.

(C) $3\sqrt{5}$.

(D) 1.

💬 Lời giải.

Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

Theo giả thiết ta có

$$\begin{aligned} |2(a + bi) - 1| &= |a - bi + 1 + i| \\ \Leftrightarrow |(2a - 1) + 2bi| &= |(a + 1) - (b - 1)i| \\ \Leftrightarrow (2a - 1)^2 + (2b)^2 &= (a + 1)^2 + (b - 1)^2 \\ \Leftrightarrow 3a^2 + 3b^2 - 6a + 2b - 1 &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Vì điểm biểu diễn của z trên mặt phẳng tọa độ thuộc đường tròn tâm $I(1; 1)$, $R = \sqrt{5}$ nên ta có

$$\begin{aligned} (a - 1)^2 + (b - 1)^2 &= 5 \\ \Leftrightarrow a^2 + b^2 - 2a - 2b &= 3 \\ \Leftrightarrow a^2 - 2a &= 3 - b^2 + 2b. \end{aligned} \quad (2)$$

Thế (2) vào (1) ta được $3(3 - b^2 + 2b) + 3b^2 + 2b - 1 = 0 \Leftrightarrow b = -1$.

Khi đó, thay vào (2) ta suy ra $\begin{cases} a = 0 \\ a = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_1 = -1 \\ z_2 = 2 - i \end{cases} \Rightarrow |z_1| \cdot |z_2| = \sqrt{5}$.

Chọn đáp án **A** □

🔴 Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có bảng xét dấu như sau

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^2 - |x|)$ là

A 7.

B 5.

C 3.

D 9.

💬 Lời giải.

Ta có $g(x) = f(|x|^2 - |x|)$.

Xét hàm số $h(x) = f(x^2 - x) \Rightarrow g(x) = h(|x|)$.

Ta có $h'(x) = f'(x^2 - x) = (2x - 1)f'(x^2 - x)$. Khi đó

$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 = 0 \\ f'(x^2 - x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x^2 - x = -2 \\ x^2 - x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -1 \\ x = 2. \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $h(x) = f(x^2 - x)$.

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{2}$	2	$+\infty$			
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$h(x)$			$f(-1)$				$f(2)$	
	$-\infty$			$f\left(\frac{1}{2}\right)$				$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực trị dương nên hàm số $g(x) = h(|x|)$ có 5 điểm cực trị.

Chọn đáp án **B** □

🔴 Câu 45. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + 3x - 4$. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình $(f(x))^3 = \sqrt[3]{f(x)} + m + m$ có đúng 2 nghiệm phân biệt?

A vô số.

B 2.

C 4.

D 5.

💬 Lời giải.

Đặt $u = \sqrt[3]{f(x) + m} \Rightarrow u^3 = f(x) + m$. Khi đó $(f(x))^3 = u + m \Rightarrow u^3 + u = (f(x))^3 + f(x)$. (*)

Xét hàm số $g(x) = x^3 + x \Rightarrow g'(x) = 3x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Suy ra hàm số $g(x)$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Suy ra (*) $\Leftrightarrow u = f(x) \Leftrightarrow (f(x))^3 - m = f(x) \Leftrightarrow (f(x))^3 - f(x) = m$. (**)

Đặt $t = f(x) \Rightarrow (**) \Leftrightarrow t^3 - t = m$.

Xét hàm số $y = f(x) = x^3 + 3x - 4 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Suy ra hàm số $f(x)$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Suy ra mỗi giá trị của t cho duy nhất 1 nghiệm của phương trình $x^3 + 3x - 4 = t$.

$\Rightarrow (f(x))^3 = \sqrt[3]{f(x) + m} + m$ có đúng 2 nghiệm phân biệt thì phương trình $t^3 - t = m$ có đúng 2 nghiệm phân biệt.

Xét hàm số $f(t) = t^3 - t \Rightarrow f'(t) = 3t^2 - 1, f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	$\frac{2\sqrt{3}}{9}$	$-\frac{2\sqrt{3}}{9}$	$+\infty$	

Từ bảng biến thiên ta có phương trình $t^3 - t = m$ có đúng 2 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m = \pm \frac{2\sqrt{3}}{9}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

- 🔴 Câu 46.** Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2, AD = 2\sqrt{3}$ và nằm trong mặt phẳng (P) . Quay (P) một vòng quanh đường thẳng BD . Khối tròn xoay được tạo thành có thể tích bằng
- (A)** $\frac{28\pi}{9}$. **(B)** $\frac{28\pi}{3}$. **(C)** $\frac{56\pi}{9}$. **(D)** $\frac{56\pi}{3}$.

💬 Lời giải.

Gọi các điểm E, F, I, J, H, L, K như hình vẽ.

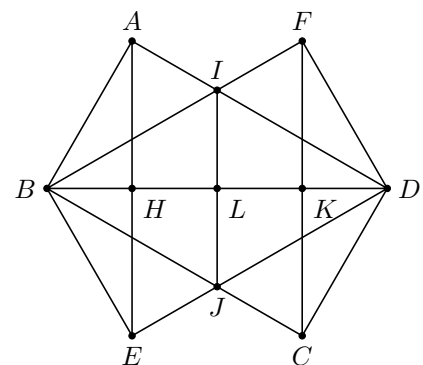
Gọi V_1, V_2, V_3 lần lượt là thể tích các khối nón nhận được khi quay các tam giác ABH, ADH, IDL một vòng quanh đường thẳng BD .

Ta có $AH = \sqrt{3}, IL = \frac{2}{\sqrt{3}}, BH = 1, HD = 3, LD = 2$. Khi đó thể tích khối tròn xoay được tạo thành là

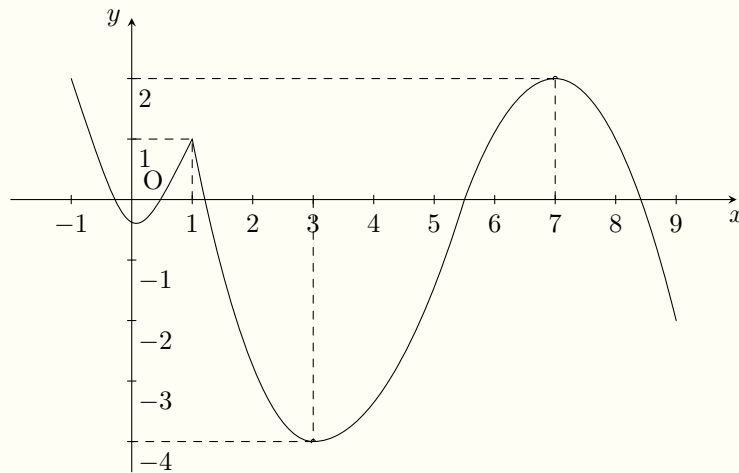
$$\begin{aligned}
 V &= 2(V_1 + V_2 - V_3) \\
 &= 2 \left[\frac{1}{3}\pi \cdot AH^2 \cdot BH + \frac{1}{3}\pi \cdot AH^2 \cdot DH - \frac{1}{3}\pi \cdot IL^2 \cdot LD \right] \\
 &= \frac{2\pi}{3} \left(3 \cdot 1 + 3 \cdot 3 - \frac{4}{3} \cdot 2 \right) \\
 &= \frac{56\pi}{9}.
 \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)**

□



- 🔴 Câu 47.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 9]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $16 \cdot 3^{f(x)} - [f^2(x) + 2f(x) - 8] \cdot 4^{f(x)} \geq (m^2 - 3m) \cdot 6^{f(x)}$ nghiệm đúng với mọi giá trị $x \in [-1; 9]$?

(A) 32.

(B) 31.

(C) 5.

(D) 6.

Lời giải.

+) Từ đồ thị hàm số suy ra $-4 \leq f(x) \leq 2, \forall x \in [-1; 9]$, đặt $t = f(x) \Rightarrow t \in [-4; 2]$.

+) Ta tìm m để $16 \cdot 3^t - [t^2 + 2t - 8] \cdot 4^t \geq (m^2 - 3m) \cdot 6^t$ đúng $\forall t \in [-4; 2]$

$$\Leftrightarrow \frac{16}{2^t} - [t^2 + 2t - 8] \left(\frac{2}{3}\right)^t \geq m^2 - 3m, \forall t \in [-4; 2].$$

Ta có $\frac{16}{2^t} \geq 4, \forall t \in [-4; 2]$, dấu bằng xảy ra khi $t = 2$.

Mà $t^2 + 2t - 8 \leq 0, \forall t \in [-4; 2] \Rightarrow [t^2 + 2t - 8] \left(\frac{2}{3}\right)^t \leq 0, \forall t \in [-4; 2]$, dấu bằng xảy ra khi $t = 2$.

$$\Rightarrow \frac{16}{2^t} - [t^2 + 2t - 8] \left(\frac{2}{3}\right)^t \geq 4, \forall t \in [-4; 2].$$

Vậy $m^2 - 3m \leq 4 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 4$, mà m nguyên nên $m \in \{-1; 0; 1; 2; 3; 4\}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P_m): (m-1)x + (2-m)y - mz + 2m - 1 = 0$ thay đổi. Hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 0; 3)$ lên mặt phẳng (P_m) luôn thuộc đường tròn cố định có bán kính là

(A) $R = 1$.

(B) $R = \frac{1}{2}$.

(C) $R = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

(D) $R = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi d_m là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P_m) .

Gọi A_m là hình chiếu vuông góc của A lên (P_m) suy ra $A_m = d_m \cap (P_m)$. Ta xét

☑ Khi $m = 0, (P_0): -x + 2y - 1 = 0$ suy ra $d_0: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2t \\ z = 3 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

Ta có $A_0(1-t, 2t, 3)$ với t thỏa $-(1-t) + 2 \cdot 2t - 1 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{5}$.

Vậy $A_0\left(\frac{3}{5}; \frac{4}{5}; 3\right)$.

☞ Khi $m = 1, (P_1): y - z + 1 = 0$ suy ra $d_1: \begin{cases} x = 1 \\ y = k \\ z = 3 - k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R}).$

Ta có $A_1(1, k, 3 - k)$ với k thỏa $k - (3 - k) + 1 = 0 \Leftrightarrow k = 1$.
 Vậy $A_1(1; 1; 2)$.

☞ Khi $m = 2, (P_2): x - 2z + 3 = 0$ suy ra $d_2: \begin{cases} x = 1 + l \\ y = 0 \\ z = 3 - 2l \end{cases} \quad (l \in \mathbb{R}).$

Ta có $A_2(1 + l, 0, 3 - 2l)$ với l thỏa $(1 + l) - 2(3 - 2l) + 3 = 0 \Leftrightarrow l = \frac{2}{5}$.

Vậy $A_2\left(\frac{7}{5}; 0; \frac{11}{5}\right)$.

Vì A_m luôn thuộc một đường tròn cố định nên đường tròn đó là đường tròn ngoại tiếp tam giác $A_0A_1A_2$. Gọi R là bán kính của đường tròn này. Ta đặt

☞ $a = A_0A_1 = \sqrt{\left(1 - \frac{3}{5}\right)^2 + \left(1 - \frac{4}{5}\right)^2 + (2 - 3)^2} = \frac{\sqrt{30}}{5}.$

☞ $b = A_0A_2 = \sqrt{\left(\frac{7}{5} - \frac{3}{5}\right)^2 + \left(0 - \frac{4}{5}\right)^2 + \left(\frac{11}{5} - 3\right)^2} = \frac{4\sqrt{3}}{5}.$

☞ $c = A_1A_2 = \sqrt{\left(\frac{7}{5} - 1\right)^2 + (0 - 1)^2 + \left(\frac{11}{5} - 2\right)^2} = \frac{\sqrt{30}}{5}.$

☞ $p = \frac{a + b + c}{2} = \frac{\sqrt{30} + 2\sqrt{3}}{5}.$

Ta có diện tích $\triangle A_0A_1A_2$ là $S = \sqrt{p(p - a)(p - b)(p - c)} = \frac{6\sqrt{6}}{25}.$

Mặt khác $S = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

Chọn đáp án **C**

□

🔴 Câu 49. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$ có 5 điểm cực trị?

A 16.

B 44.

C 26.

D 27.

💡 Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m$

Có $f'(x) = 12x^3 - 12x^2 - 24x; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 2. \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		m		$+\infty$	
		$m-5$		$m-32$		

Ta thấy, hàm số $y = f(x)$ luôn có 3 điểm cực trị nên hàm số $y = |f(x)|$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $f(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác $-1; 0; 2$ hoặc có 3 nghiệm phân biệt và có 1 nghiệm bằng -1 (hoặc $0; 2$).

Từ bảng biến thiên, ta có
$$\begin{cases} m - 32 < 0 \leq m - 5 \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 \leq m < 32 \\ m \leq 0. \end{cases}$$

Vì m nguyên, dương nên $m \in \{5; 6; \dots; 31\} \Rightarrow$ có 27 giá trị m cần tìm.

Chọn đáp án **D**



_____ HẾT _____

BỘ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
TRƯỜNG THPT NGUYỄN TẤT THÀNH
GV: LÊ QUANG XE - 0967.003.131

PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO 2022

NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 90 phút

ĐỀ SỐ 13

ĐỀ THAM KHẢO HKII

Câu 1. Cho số phức $z = 4 - 3i$. Tính mô-đun của số phức z .

(A) $|z| = \sqrt{7}$.

(B) $|z| = 25$.

(C) $|z| = 5$.

(D) $|z| = 7$.

Lời giải.

Ta có $|z| = |4 - 3i| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5$.

Chọn đáp án (C)

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 10z + 13 = 0$. Tâm I và bán kính R của (S) là

(A) $I(-2; -3; -5), R = 25$.

(B) $I(2; 3; 5), R = 5$.

(C) $I(-2; 3; -5), R = 25$.

(D) $I(2; -3; 5), R = 5$.

Lời giải.

Gọi $I(a, b, c)$ là tâm của (S) , ta có
$$\begin{cases} 2a = -4 \\ 2b = 6 \\ 2c = -10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 3 \\ c = -5. \end{cases}$$

Tâm của (S) có tọa độ là $I(2; -3; 5)$, bán kính $R = \sqrt{2^2 + (-3)^2 + 5^2 - 13} = 5$.

Chọn đáp án (D)

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

(A) Đồ thị hàm số nằm phía trên trục hoành.

(B) Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là đường thẳng $y = 0$.

(C) Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là trục hoành.

(D) Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Lời giải.

Từ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ suy ra đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là trục hoành.

Chọn đáp án (C)

Câu 4. Cho khối cầu có bán kính $R = 6$. Thể tích của khối cầu bằng

(A) 144π .

(B) 36π .

(C) 288π .

(D) 48π .

Lời giải.

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 288\pi.$$

Chọn đáp án (C)

Câu 5. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A $\int e^{2x} dx = \frac{1}{2}e^{2x} + C.$

B $\int 3x^2 dx = x^3 + C.$

C $\int \frac{1}{2x} dx = \frac{\ln|x|}{2} + C.$

D $\int \sin 2x dx = 2 \cos 2x + C.$

Lời giải.

Vì $\int \sin 2x dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + C.$

Chọn đáp án **D**

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$	↘			↗		
				1			$-\infty$
					5		

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

A $x = 0.$

B $x = 2.$

C $x = 1.$

D $x = 5.$

Lời giải.

Hàm số y' đổi dấu từ âm sang dương khi x đi qua điểm 0 (theo chiều tăng của x) nên $x = 0$ là điểm cực tiểu của hàm số đã cho.

Chọn đáp án **A**

Câu 7. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x - 2) \geq 2.$

A $(-\infty; 11).$

B $(2; +\infty).$

C $[11; +\infty).$

D $(11; +\infty).$

Lời giải.

Điều kiện: $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2.$

Vì $3 > 1$ nên $\log_3(x - 2) \geq 2 \Leftrightarrow x - 2 \geq 3^2 \Leftrightarrow x \geq 11.$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[11; +\infty).$

Chọn đáp án **C**

Câu 8. Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A $V = \frac{1}{3}Bh.$

B $V = \frac{1}{6}Bh.$

C $V = Bh.$

D $V = \frac{1}{2}Bh.$

Lời giải.

Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là $V = \frac{1}{3}Bh.$

Chọn đáp án **A**

Câu 9. Tìm tập xác định của hàm số $y = (4x - x^2)^{\frac{1}{3}}.$

A $\mathcal{D} = (0; 4).$

B $\mathcal{D} = [0; 4].$

(C) $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$.

(D) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Lời giải.

Hàm số $y = (4x - x^2)^{\frac{1}{3}}$ xác định khi và chỉ khi $4x - x^2 > 0 \Leftrightarrow x \in (0; 4)$.
Tập xác định của hàm số đã cho là $\mathcal{D} = (0; 4)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 10. Tìm tập nghiệm S của phương trình $3^{x^2} = 9$.

(A) $S = \{\sqrt{2}; 2\}$.

(B) $S = \{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$.

(C) $S = \{-\sqrt{2}; 2\}$.

(D) $S = \{-2; 2\}$.

Lời giải.

PT $\Leftrightarrow 3^{x^2} = 3^2 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 11. Cho $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$, $\int_{-1}^7 f(t) dt = 9$. Giá trị của $\int_2^7 f(z) dz$ là

(A) 7.

(B) 3.

(C) 11.

(D) 5.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \int_2^7 f(z) dz &= \int_{-1}^7 f(x) dx - \int_{-1}^2 f(x) dx \\ &= \int_{-1}^7 f(t) dt - \int_{-1}^2 f(x) dx = 9 - 2 = 7. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 12. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z thỏa mãn $z = 2 - i + \left(\frac{1}{3} - 2i\right)$.

(A) $\frac{7}{3}$ và $-3i$.

(B) $\frac{7}{3}$ và -3 .

(C) $\frac{7}{3}$ và 2 .

(D) $\frac{5}{3}$ và $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $z = 2 - i + \left(\frac{1}{3} - 2i\right) = \frac{7}{3} - 3i$.

Vậy phần thực và phần ảo của số phức z lần lượt là $\frac{7}{3}$ và -3 .

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy) ?

(A) $\vec{j}(-5; 0; 0)$.

(B) $\vec{k}(0; 0; 1)$.

(C) $\vec{i} = (1; 0; 0)$.

(D) $\vec{m} = (1; 1; 1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oxy) : $z = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

- Câu 14.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc trục Oy ?
- (A) $N(2; 0; 0)$. (B) $Q(0; 3; 2)$. (C) $P(2; 0; 3)$. (D) $M(0; -3; 0)$.

Lời giải.

Điểm $A(x; y; z) \in Oy \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases}$. Suy ra, trong 4 điểm đã cho, điểm $M(0; -3; 0) \in Oy$.

Chọn đáp án (D) □

- Câu 15.** Số phức nào sau đây có điểm biểu diễn là $M(1; -2)$?
- (A) $1 + 2i$. (B) $1 - 2i$. (C) $-2 + i$. (D) $-1 - 2i$.

Lời giải.

Số phức $z = 1 - 2i$ có điểm biểu diễn là $M(1; -2)$.

Chọn đáp án (B) □

- Câu 16.** Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 3}{2x + 1}$ là đường thẳng
- (A) $x = \frac{3}{2}$. (B) $x = -\frac{1}{2}$. (C) $y = 1$. (D) $y = -\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{2})^-} \frac{2x - 3}{2x + 1} = +\infty$ nên $x = -\frac{1}{2}$ là đường tiệm cận đứng.

Chọn đáp án (B) □

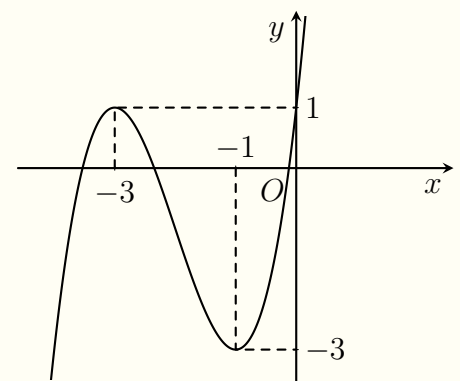
- Câu 17.** Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(3a)$ bằng
- (A) $1 + \log_3 a$. (B) $3 \log_3 a$. (C) $\log_3 a$. (D) $1 - \log_3 a$.

Lời giải.

Ta có: $\log_3(3a) = \log_3 3 + \log_3 a = 1 + \log_3 a$

Chọn đáp án (A) □

- Câu 18.** Đồ thị trong hình bên là đồ thị của hàm số nào?
- (A) $y = -x^3 + 4x^2 + 9x + 1$. (B) $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 1$.
 (C) $y = x^4 - 5x^2 + 1$. (D) $y = x^3 + 5x^2 + 8x + 1$.



Lời giải.

Đồ thị hàm số bên là đồ thị của hàm số bậc 3 và có hệ số trước x^3 là số dương.

Khi $x = -3$ thì $y = 1$ nên đồ thị trong hình bên là đồ thị của hàm số $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 1$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$ cho $M(-1; 2; 3)$. Hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox là điểm có tọa độ?

- (A) $P(-1; 0; 0)$. (B) $Q(0; 2; 3)$. (C) $K(0; 2; 0)$. (D) $E(0; 0; 3)$.

Lời giải.

Trục Ox có phương trình là $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$. Hình chiếu của M lên trục Ox là điểm $P(-1; 0; 0)$.

Chọn đáp án (A)

Câu 20. Một nhóm học sinh có 5 học sinh nam và 7 học sinh nữ. Số cách chọn 4 học sinh của nhóm để tham gia một buổi lao động là

- (A) A_{12}^4 . (B) $C_5^4 + C_7^4$. (C) $4!$. (D) C_{12}^4 .

Lời giải.

Số cách chọn 4 học sinh của nhóm để tham gia một buổi lao động là C_{12}^4 .

Chọn đáp án (D)

Câu 21. Cho khối lăng trụ có đáy là tam giác đều cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- (A) $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. (B) $2a^3\sqrt{3}$. (C) $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. (D) $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

$$V = h \cdot S_{\text{đáy}} = 4a \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} a = a^3\sqrt{3} \text{ (đvtt)}.$$

Chọn đáp án (D)

Câu 22. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x^2 - 2x + 2)e^x$.

- (A) $y' = x^2e^x$. (B) $y' = 2e^x$. (C) $y' = -2xe^x$. (D) $y' = (2x - 2)e^x$.

Lời giải.

Ta có $y' = (2x - 2)e^x + (x^2 - 2x + 2)e^x = x^2e^x$.

Chọn đáp án (A)

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$+$	0
y	$-\infty$	2	-1	3	2

Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- (A) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$. (B) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$.
(C) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 1)$. (D) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

Lời giải.

Hàm số nghịch biến trên $(1; +\infty)$ nên nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

Chọn đáp án **(D)**

❶ Câu 24. Cho hai hàm số $f(x)$, $g(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $a < c < b$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

(A) $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx.$

(B) $\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$ với k là hằng số.

(C) $\int_a^b \frac{f(x)}{g(x)} dx = \frac{\int_a^b f(x) dx}{\int_a^b g(x) dx}.$

(D) $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

💬 Lời giải.

Theo tính chất của tích phân xác định ta có

$$\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$$

$$\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx \text{ với } k \text{ là hằng số.}$$

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$$

Ta không có tính chất $\int_a^b \frac{f(x)}{g(x)} dx = \frac{\int_a^b f(x) dx}{\int_a^b g(x) dx}.$

Chọn đáp án **(C)**

❶ Câu 25. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_4 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$ có công sai là

(A) $d = -3.$

(B) $d = 3.$

(C) $d = 5.$

(D) $d = 6.$

💬 Lời giải.

Gọi d là công sai của cấp số cộng. Ta có:

$$\begin{cases} u_4 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 10 \\ 2u_1 + 8d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 3. \end{cases}$$

Vậy công sai $d = 3.$

Chọn đáp án **(B)**



❶ Câu 26. Cho $y = f(x)$, $y = g(x)$ là các hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau

- (A)** $\int k f(x) dx = k \int f(x) dx$ với $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
- (B)** $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$.
- (C)** $\int [f(x) \cdot g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$.
- (D)** $\left[\int f(x) dx \right]' = f(x)$.

💬 Lời giải.

Ta có $\int [f(x) \cdot g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$ là **sai**.

Chọn đáp án **(C)**



❶ Câu 27. Cho hàm số $y = \frac{x+2m}{x-m}$ có đồ thị là (C_m) . Tìm m để đồ thị (C_m) đi qua điểm $A(2; -1)$.

- (A)** $m = 0$. **(B)** $m = -4$. **(C)** $m = 4$. **(D)** $m = -\frac{1}{4}$.

💬 Lời giải.

Ta có $A(2; -1) \in (C_m) \Leftrightarrow -1 = \frac{2+2m}{2-m} \Leftrightarrow 2+2m = m-2 \Leftrightarrow m = -4$.

Chọn đáp án **(B)**



❶ Câu 28. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ trên đoạn $[0; 4]$. Tính tổng $m + 2M$.

- (A)** $m + 2M = 17$. **(B)** $m + 2M = -37$. **(C)** $m + 2M = 51$. **(D)** $m + 2M = -24$.

💬 Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x - 9$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \notin [0; 4] \\ x = 3 \in [0; 4] \end{cases}$

$y(0) = 1$, $y(3) = -26$, $y(4) = -19$.

Vậy $M = \max_{[0;4]} y = 1$, $m = \min_{[0;4]} y = -26$ nên $m + 2M = -24$.

Chọn đáp án **(D)**



❶ Câu 29. Hàm số $y = -x^3 + 3x - 5$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- (A)** $(1; +\infty)$. **(B)** $(-\infty; 1)$. **(C)** $(-\infty; -1)$. **(D)** $(-1; 1)$.

💬 Lời giải.

Ta có $y' = -3x^2 + 3$. Giải $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-7	-3		$-\infty$

Vậy hàm số đồng biến trên $(-1; 1)$.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 30. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $3\log a + 2\log b = 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

(A) $a^3 + b^2 = 1$.

(B) $3a + 2b = 10$.

(C) $a^3 b^2 = 10$.

(D) $a^3 + b^2 = 10$.

Lời giải.

Ta có: $3\log a + 2\log b = 1 \Leftrightarrow \log a^3 + \log b^2 = 1 \Leftrightarrow \log(a^3 b^2) = 1 \Leftrightarrow a^3 b^2 = 10$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 31. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết $AB = a$, $AD = 2a$ và SA vuông góc với mặt phẳng $ABCD$, cạnh $SC = 3a$. Tính chiều cao của khối $S.ABCD$.

(A) $a\sqrt{3}$.

(B) $3a$.

(C) $a\sqrt{5}$.

(D) $2a$.

Lời giải.

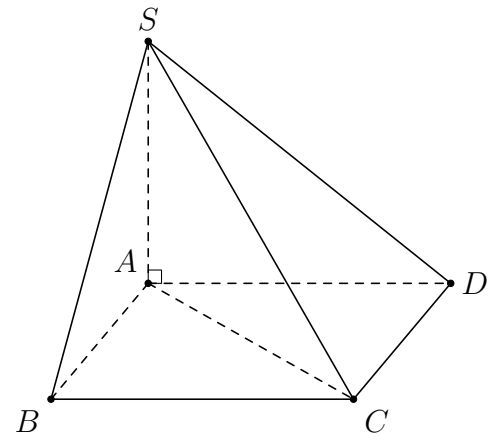
Xét $\triangle ABC$ vuông tại B , ta có

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + 4a^2} = a\sqrt{5}.$$

Xét $\triangle SAC$ vuông tại A , ta có

$$SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = \sqrt{9a^2 - 5a^2} = 2a.$$

Vậy chiều cao của khối chóp $SA = 2a$.



Chọn đáp án **(D)**

Câu 32. Tính $I = \int_0^1 e^{3x} dx$.

(A) $I = e^3 - 1$.

(B) $I = e - 1$.

(C) $I = \frac{e^3 - 1}{3}$.

(D) $I = e^3 + \frac{1}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } I = \left. \frac{1}{3} e^{3x} \right|_0^1 = \frac{e^3 - 1}{3}.$$

Chọn đáp án **(C)**

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua tâm của mặt cầu $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 12$ và song song với mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

- (A) $y + 1 = 0$. (B) $y - 2 = 0$. (C) $y + 2 = 0$. (D) $x + z - 1 = 0$.

Lời giải.

Mặt cầu có tâm $I(1; -2; 0)$.

Mặt phẳng song song mặt phẳng (Oxz) nên có dạng $y + D = 0$, qua $I(1; -2; 0)$ nên $D = 2$.

Vậy mặt phẳng cần tìm là $y + 2 = 0$.

Chọn đáp án (C)

Câu 34. Cho số phức $z = 1 + i\sqrt{3}$. Số phức liên hợp của z là

- (A) $\bar{z} = 1 - i\sqrt{3}$. (B) $\bar{z} = -\sqrt{3} - i$. (C) $\bar{z} = -1 + i\sqrt{3}$. (D) $\bar{z} = \sqrt{3} + i$.

Lời giải.

$$z = a + ib \Rightarrow \bar{z} = a - bi.$$

Chọn đáp án (A)

Câu 35. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm CD . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BM .

- (A) $\frac{a\sqrt{22}}{11}$. (B) $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. (C) $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. (D) a .

Lời giải.

Gọi N là trung điểm AD , suy ra $MN \parallel AC$, do đó

$$d(AC; BM) = d(AC; (BMN)) = d(D; (BMN)).$$

Gọi I là hình chiếu của N trên (ABC) , suy ra $NI \parallel AH$ và

$$NI = \frac{AH}{2}.$$

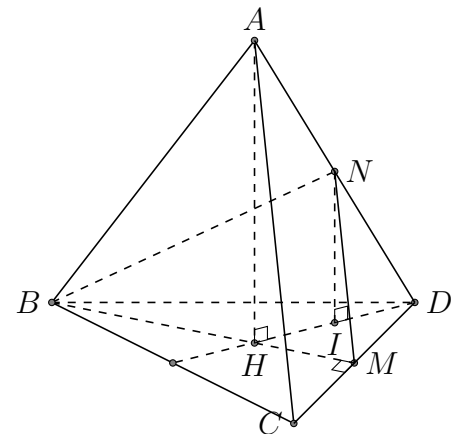
$$\text{Từ đó suy ra } V_{N.BMD} = \frac{1}{3} \cdot NI \cdot S_{\triangle BMD} = \frac{1}{4} V_{ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{48}.$$

$$\text{Ta có } S_{\triangle BMN} = \frac{a^2 \sqrt{11}}{16}.$$

$$V_{N.BMD} = V_{D.BMN} = \frac{1}{3} d(D; (BMN)) \cdot S_{\triangle BMN} \Rightarrow$$

$$d(D; (BMN)) = \frac{a\sqrt{22}}{11}$$

Chọn đáp án (A)



Câu 36. Thầy giáo Dương có 30 câu hỏi khác nhau gồm 5 câu khó, 10 câu trung bình và 15 câu dễ. Từ 30 câu hỏi đó có thể lập được bao nhiêu đề kiểm tra, mỗi đề gồm 5 câu hỏi khác nhau, sao cho trong mỗi đề nhất thiết phải có đủ 3 loại câu hỏi và số câu dễ không ít hơn 2.

- (A) 56875. (B) 42802. (C) 41811. (D) 32023.

Lời giải.

Ta có các trường hợp:

- ☑ Trường hợp 1. Một đề có 2 câu dễ, 1 câu khó và 2 câu trung bình $\Rightarrow$ số đề tạo được là:
 $C_2^{15} \cdot C_1^5 \cdot C_2^{10} = 23625.$

☑ Trường hợp 2. Một đề có 2 câu dễ, 2 câu khó và 1 câu trung bình $\Rightarrow$ số đề tạo được là:
 $C_2^{15} \cdot C_2^5 \cdot C_1^{10} = 10500$.

☑ Trường hợp 3. Một đề có 3 câu dễ, 1 câu khó và 1 câu trung bình $\Rightarrow$ số đề tạo được là:
 $C_3^{15} \cdot C_1^5 \cdot C_1^{10} = 22750$.

$\Rightarrow$ số đề có thể tạo được là: $23625 + 10500 + 22750 = 56875$.

Chọn đáp án **A** □

🔴 Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi

qua điểm $A(1; 1; 1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (-2; 1; 2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A $\begin{cases} x = 1 + 27t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$ **B** $\begin{cases} x = -18 + 19t \\ y = -6 + 7t \\ z = 11 - 10t \end{cases}$ **C** $\begin{cases} x = -18 + 19t \\ y = -6 + 7t \\ z = -11 - 10t \end{cases}$ **D** $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + 17t \\ z = 1 + 10t \end{cases}$

💬 Lời giải.

Phương trình tham số của $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$.

Dễ thấy $A = d \cap \Delta$. Chọn $B(-1; 2; 3) \in \Delta \Rightarrow AB = 3$.

Gọi $C \in d$ thỏa mãn $AB = AC \Rightarrow C\left(\frac{14}{5}; \frac{17}{5}; 1\right)$ hoặc $C\left(-\frac{4}{5}; -\frac{7}{5}; 1\right)$.

Ta thấy với $C\left(-\frac{4}{5}; -\frac{7}{5}; 1\right)$ thì $\widehat{BAC}$ nhọn.

Trung điểm của đoạn BC là $I\left(-\frac{9}{10}; \frac{3}{10}; 1\right)$. Đường phân giác cần tìm là IA có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (19; 7; -10)$.

Suy ra đường phân giác có phương trình $\begin{cases} x = 1 + 19t \\ y = 1 + 7t \\ z = 1 - 10t \end{cases}$ dễ thấy đường thẳng này trùng với đường

thẳng $\begin{cases} x = -18 + 19t \\ y = -6 + 7t \\ z = 11 - 10t \end{cases}$.

Chọn đáp án **B** □

🔴 Câu 38. Bất phương trình $(3^x - 1)(x^2 + 3x - 4) > 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên nhỏ hơn 6?

A 9. **B** 5. **C** 7. **D** Vô số.

💬 Lời giải.

Với $x > 0$, bất phương trình tương đương $\begin{cases} 3^x - 1 > 0 \\ x^2 + 3x - 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$.

Với $x < 0$, bất phương trình tương đương $\begin{cases} 3^x - 1 < 0 \\ x^2 + 3x - 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow x < -4$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 39. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = x + m - 1$ cắt đồ thị hàm số $(C): y = x^3 + (m - 3)x^2 + x + 1$ tại ba điểm phân biệt $A(1; y_A)$, B , C sao cho $BC = 2\sqrt{3}$. Tổng bình phương tất cả các phần tử của tập hợp S là

- (A) 64. (B) 40. (C) 52. (D) 32.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng d và đồ thị hàm số (C) là

$$x^3 + (m - 3)x^2 + x + 1 = x + m - 1 \Leftrightarrow x^3 + (m - 3)x^2 + 2 - m = 0 \Leftrightarrow (x - 1)[x^2 + (m - 2)x + m - 2] = 0.$$

Khi đó ta có $\begin{cases} x - 1 = 0 \\ x^2 + (m - 2)x + m - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 + (m - 2)x + m - 2 = 0 \end{cases} (*)$.

Để đường thẳng d cắt đồ thị hàm số (C) tại ba điểm phân biệt A , B , C nên $(*)$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 1.

$$\text{Vậy } \begin{cases} (m - 2)^2 - 4(m - 2) > 0 \\ 2m - 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m - 2)(m - 6) > 0 \\ m \neq \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m > 6 \\ m \neq \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m > 6 \end{cases}.$$

Theo định lý Vi-ét, ta có $x_1 + x_2 = -(m - 2)$ và $x_1 x_2 = m - 2$.

Gọi $B(x_1; x_1 + m - 1)$ và $C(x_2; x_2 + m - 1)$.

$$\text{Nên } BC^2 = 2(x_2 - x_1)^2 = 12 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 6 \Leftrightarrow m^2 - 8m + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 + \sqrt{10} \\ m = 4 - \sqrt{10} \end{cases}.$$

So với điều kiện thì $m = 4 - \sqrt{10}$ và $m = 4 + \sqrt{10}$ thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy tổng bình phương các phần tử của tập hợp S là 52.

Chọn đáp án (C)



Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 2018^x \ln 2018 - \cos x$ và $f(0) = 2$. Phát biểu nào sau đây **đúng**?

- (A) $f(x) = 2018^x + \sin x + 1$. (B) $f(x) = \frac{2018^x}{\ln 2018} + \sin x + 1$.
(C) $f(x) = \frac{2018^x}{\ln 2018} - \sin x + 1$. (D) $f(x) = 2018^x - \sin x + 1$.

Lời giải.

$$\text{Vì } \int (2018^x \ln 2018 - \cos x) dx = 2018^x - \sin x + C. \text{ Do } f(0) = 2 \text{ nên } C = 1.$$

$$\text{Vậy } f(x) = 2018^x - \sin x + 1.$$

Chọn đáp án (D)



Câu 41. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, đường thẳng AB' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc 30° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

- (A) $V = \frac{a^3 \sqrt{6}}{4}$. (B) $V = \frac{a^3 \sqrt{6}}{12}$. (C) $V = \frac{a^3}{4}$. (D) $V = \frac{3a^3}{4}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của BC .

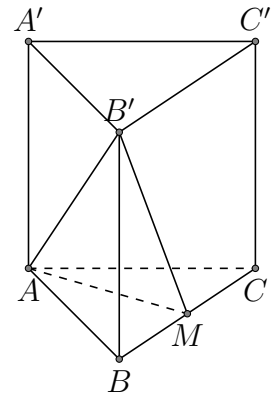
Dựng $AM \perp BC$, mặt khác $AM \perp BB' \Rightarrow AM \perp (BCC'B')$.

Khi đó $\widehat{AB'M} = 30^\circ$, lại có $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$$\Rightarrow AB' = \frac{AM}{\sin \widehat{AB'M}} = \frac{AM}{\sin 30^\circ} = a\sqrt{3}.$$

$$\Rightarrow BB' = \sqrt{AB'^2 - AB^2} = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Từ đó } V = S_{ABC} \cdot BB' = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}.$$



Chọn đáp án **A**

Câu 42. Gọi A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức $z, iz, 2z$. Biết diện tích tam giác ABC bằng 4. Mô-đun của số phức z bằng

A $\sqrt{2}$.

B 8.

C 2.

D $2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Gọi $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R} \Rightarrow A(a; b), iz = -b + ai \Rightarrow B(-b; a), C(2a; 2b)$.

Ta thấy $OB \perp AC$ nên $S_{ABC} = \frac{1}{2}d(B, AC) \cdot AC$.

Ta có phương trình AC là $-bx + ay = 0 \Rightarrow d(B, AC) = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{\sqrt{a^2 + b^2}} = |z| = AC$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}|z| \cdot |z| = 4 \Rightarrow |z| = 2\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **D**

Câu 43. Có bao nhiêu số thức thỏa mãn $z + |z|^2i - 1 - \frac{3}{4}i = 0$?

A 1.

B 3.

C 2.

D 0.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Thay vào biểu thức của bài toán ta có:

$$(a - 1) + \left(a^2 + b^2 + b - \frac{3}{4}\right)i = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b^2 + b + \frac{1}{4} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -\frac{1}{2} \end{cases}.$$

Vậy chỉ có đúng một số phức thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **A**

Câu 44.

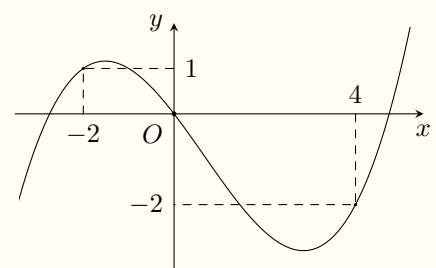
Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có $f(0) = \frac{3}{2}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị trong hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $y = |4f(x+1) + x^2 + 2x|$ là

A 3.

B 5.

C 4.

D 6.

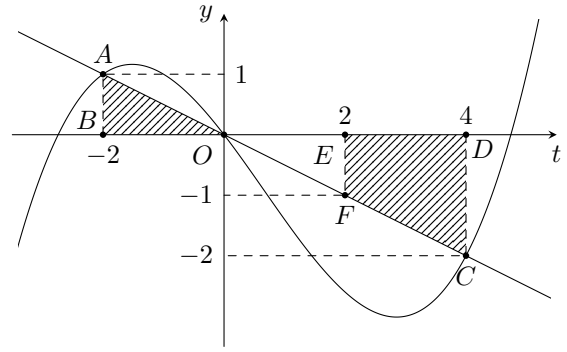


Lời giải.

Đặt $t = x + 1$, ta xét hàm số $h(t) = 4f(t) + (t - 1)^2 + 2(t - 1) = 4f(t) + t^2 - 1$.

Ta có $h'(t) = 4f'(t) + 2t$, $f'(t) = 0 \Leftrightarrow f'(t) = -\frac{t}{2}$.
Trên hệ trục tọa độ Oty , vẽ đồ thị $y = f'(t)$ và đường thẳng $y = -\frac{t}{2}$, quan sát đồ thị ta suy ra

$$f'(t) = -\frac{t}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ t = 0 \\ t = 4. \end{cases}$$



Ta tính $h(0) = 4f(0) - 1 = 5$. Ta có bảng biến thiên

t	$-\infty$	-2		0		4	$+\infty$
$h'(t)$		$-$	0	$+$	0	$-$	$+$
$h(t)$	$+\infty$			5			$+\infty$
			$h(-2)$		$h(4)$		

Gọi các điểm $A(-2; 1)$, $B(-2; 0)$, $C(4; -2)$, $D(4; 0)$, $E(2; 0)$, $F(2; -1)$. Từ hình vẽ, ta thấy

$$\begin{aligned} \int_{-2}^0 \left[f'(t) - \frac{-t}{2} \right] dt < S_{\triangle OAB} = 1 &\Leftrightarrow \int_{-2}^0 h'(t) dt < 4 \\ &\Leftrightarrow h(0) - h(-2) < 4 \\ &\Leftrightarrow h(2) > 1 > 0 \\ -\int_0^4 \left[f'(t) - \frac{-t}{2} \right] dt > \frac{1}{2} S_{CDEF} = \frac{3}{2} &\Leftrightarrow -\int_0^4 h'(t) dt > 6 \\ &\Leftrightarrow h(4) < -1 < 0. \end{aligned}$$

Như vậy suy ra hàm số $y = |h(t)|$ có 5 điểm cực trị.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -3)$, $M(-2; -2; 1)$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{-1}$. Phương trình đường thẳng d' đi qua điểm M và vuông góc với d sao cho khoảng cách từ điểm A đến d' nhỏ nhất là

(A) $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -2 \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ **(B)** $\begin{cases} x = -2 \\ y = -2 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ **(C)** $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -2 \\ z = 1 + t \end{cases}$ **(D)** $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -2 - t \\ z = 1 \end{cases}$

Lời giải.

Ta có d' đi qua điểm M và vuông góc với $d \Rightarrow d' \subset (P)$, với (P) là phương trình mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với d .

Khi đó khoảng cách từ điểm A đến d' nhỏ nhất khi d' đi qua điểm H , với H là hình chiếu của điểm A lên mặt phẳng (P) .

Ta có VTPT của (P) là $\vec{n}_P = (2; 2; -1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $2x + 2y - z + 9 = 0$.

Gọi Δ là phương trình đường thẳng qua $A(1; 2; -3)$ và vuông góc với (P) . Phương trình đường thẳng

$$\Delta \text{ là } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - t. \end{cases}$$

Ta có $H = \Delta \cap (P)$. Xét phương trình

$$2(1 + 2t) + 2(2 + 2t) - (-3 - t) + 9 = 0 \Leftrightarrow 9t + 18 = 0 \Leftrightarrow t = -2.$$

Ta suy ra $H(-3; -2; -1)$.

Phương trình đường thẳng d' qua $M(-2; -2; 1)$ và có VTCP $\vec{u}_d = \overrightarrow{HM} = (1; 0; 2)$ là

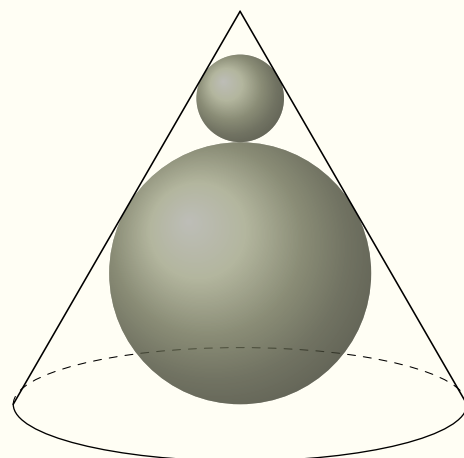
$$\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -2 \\ z = 1 + 2t. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A**

□

🔴 Câu 46.

Cho khối nón có độ lớn góc ở đỉnh là $\frac{\pi}{3}$. Một khối cầu (S_1) nội tiếp trong khối nón. Gọi S_2 là khối cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của nón và với S_1 , S_3 là khối tiếp xúc với tất cả các đường sinh của nón và với $S_2; \dots; S_n$ là khối cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của nón và với S_{n-1} . Gọi $V_1, V_2, V_3, \dots, V_{n-1}, V_n$ lần lượt là thể tích của khối cầu $S_1, S_2, S_3, \dots, S_{n-1}, S_n$ và V là thể tích của khối nón. Tính giá trị biểu thức $T = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{V_1 + V_2 + \dots + V_n}{V}$.



A $\frac{7}{9}$.

B $\frac{3}{5}$.

C $\frac{1}{2}$.

D $\frac{6}{13}$.

💬 Lời giải.

Gọi đường kính đáy là a . Bán kính đáy là $R = \frac{a}{2}$. Vì góc ở đỉnh là $\frac{\pi}{3}$ nên thiết diện qua trục là một tam giác đều, suy ra $l = a$.

$$\text{Đường cao } h = \sqrt{l^2 - R^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow a = \frac{2h}{\sqrt{3}}.$$

Bán kính của khối cầu S_1 là $R_1 = \frac{h}{3}$, bán kính của khối cầu S_2 là $R_2 = \frac{h - 2R_1}{3} = \frac{h}{9} = \frac{h}{3^2}$, bán kính của khối cầu S_n là $\frac{h}{3^n}$.

Như vậy ta có

$$\frac{V_1 + V_2 + \dots + V_n}{V} = \frac{\frac{4\pi}{3} \left(\frac{h^3}{3^3} + \frac{h^3}{3^6} + \dots + \frac{h^3}{3^{3n}} \right)}{\frac{\pi}{3} h \cdot \left(\frac{a}{2} \right)^2} = \frac{\frac{4h^3}{27} \left(1 + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{27^{n-1}} \right)}{h \cdot \frac{h^2}{3}} = \frac{4}{9} \frac{1 - \frac{1}{27^n}}{1 - \frac{1}{27}}.$$

Suy ra

$$T = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{V_1 + V_2 + \dots + V_n}{V} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4}{9} \frac{1 - \frac{1}{27^n}}{1 - \frac{1}{27}} = \frac{6}{13}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 47. Số giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\ln(x^2 + 2x + m) > 2\ln(2x - 1)$ chứa đúng 2 số nguyên là

A 4.

B 8.

C 3.

D 9.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \ln(x^2 + 2x + m) &> 2\ln(2x - 1) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \ln(x^2 + 2x + m) > \ln(2x - 1)^2 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2x + m > (2x - 1)^2 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 6x + 1 < m \quad (1) \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Xét hàm số $y = 3x^2 - 6x + 1 < m$ với $x > \frac{1}{2}$ có bảng biến thiên

x	$\frac{1}{2}$	1	2	3	$+\infty$
y	$-\frac{5}{4}$	-2	1	10	$+\infty$

Để bất phương trình (1) có nghiệm thì $m > -2$, khi đó (1) luôn có một nghiệm nguyên $x = 1$. Do đó, để (1) có đúng 2 nghiệm nguyên thì 2 nghiệm nguyên đó là $x = 1$ và $x = 2$. Khi đó $2 \leq m \leq 10$. Vậy có 9 giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình đã cho chứa đúng 2 số nguyên.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 48. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, xét các điểm $A(0; 0; 1)$, $B(m; 0; 0)$, $C(0; n; 0)$, $D(1; 1; 1)$ với $m > 0, n > 0$ và $m + n = 1$. Biết rằng khi m, n thay đổi, tồn tại mặt cầu cố định tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) và đi qua D . Tính bán kính mặt cầu đó.

A $R = 1$.

B $R = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

C $R = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

D $R = \frac{3}{2}$.

Lời giải.

Đặt $B_1(1; 0; 0)$, $C_1(0; 1; 0)$ và $E(1; 1; 0)$.

Ta được $\begin{cases} OB = CC_1 \\ OC = BB_1. \end{cases}$

Từ đó, ta thấy $\triangle OAB = \triangle CC_1E \Rightarrow CE = AB$.

Tương tự, ta được $AC = EB$.

Do vậy, $\triangle ABC = \triangle ECB$.

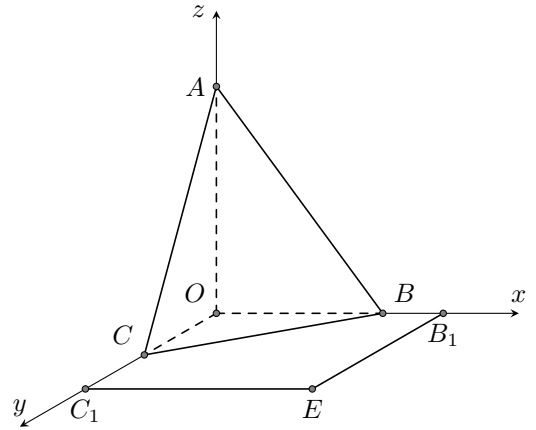
Gọi I là trung điểm AE , ta được $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Ta có $V_{IABC} = V_{IEBC}$

$$\Rightarrow d(I; (ABC)) = d(I; (EBC)) = \frac{\sqrt{3}}{2} = ID.$$

Vậy mặt cầu $S\left(I; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ luôn qua D và tiếp xúc với (ABC) .

Chọn đáp án **C**



● Câu 49.

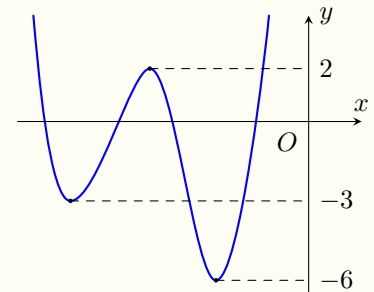
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu số nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = |f(x+2018) + m|$ có 7 điểm cực trị?

A 2.

B 3.

C 4.

D 6.



💬 Lời giải.

Vì hàm $f(x)$ đã cho có 3 điểm cực trị nên $f(x+2018) + m$ cũng luôn có 3 điểm cực trị (do phép tịnh tiến không làm ảnh hưởng đến số cực trị).

Do đó yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ số giao điểm của đồ thị $f(x+2018) + m$ với trục hoành là 4.

Để số giao điểm của đồ thị $f(x+2018) + m$ với trục hoành là 4, ta cần đồng thời

Tịnh tiến đồ thị $f(x)$ xuống dưới nhỏ hơn 2 đơn vị $\Rightarrow m > -2$

Tịnh tiến đồ thị $f(x)$ lên trên nhỏ hơn 3 đơn vị $\Rightarrow m < 3$.

Vậy $-2 < m < 3 \Rightarrow m \in \{1; 2\}$ (do $m \in \mathbb{Z}^+$).

Chọn đáp án **A**

HẾT

BỘ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
TRƯỜNG THPT NGUYỄN TẤT THÀNH
GV: LÊ QUANG XE - 0967.003.131

PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO 2022
NĂM HỌC 2021 - 2022
Môn: **Toán**
Thời gian làm bài: 90 phút
ĐỀ THAM KHẢO HKII

ĐỀ SỐ 14

- Câu 1.** Phần thực và phần ảo của số phức $z = -2 - 3i$ lần lượt là
 (A) $-2; -3i$. (B) $-2; -3$. (C) $-3; -2$. (D) $-3i; 2$.

Lời giải.

Số phức $z = -2 - 3i$ có phần thực và phần ảo lần lượt là $-2; -3$.

Chọn đáp án (B)

- Câu 2.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 8$. Khi đó tâm I và bán kính R của mặt cầu là
 (A) $I(3; -1; -2), R = 2\sqrt{2}$. (B) $I(3; -1; -2), R = 4$.
 (C) $I(-3; 1; 2), R = 2\sqrt{2}$. (D) $I(-3; 1; 2), R = 4$.

Lời giải.

Tâm I và bán kính R của mặt cầu là $I(3; -1; -2), R = 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án (A)

- Câu 3.** Đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ nhận :
 (A) Trục tung làm trục đối xứng. (B) Gốc tọa độ O làm tâm đối xứng.
 (C) Điểm $I(-1; 0)$ làm tâm đối xứng. (D) Đường thẳng $x = 1$ làm trục đối xứng.

Lời giải.

Ta có: $y' = 3x^2 + 6x = 0$

$y'' = 6x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow y = 0$.

Hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ là hàm đa thức bậc ba nên nhận điểm $I(-1; 0)$ làm tâm đối xứng.

Chọn đáp án (C)

- Câu 4.** Thể tích khối cầu đường kính $2a$ bằng
 (A) $\frac{32}{3}\pi a^3$. (B) $\frac{24}{3}\pi a^3$. (C) $\frac{4}{3}\pi a^3$. (D) $\frac{8}{3}\pi a^3$.

Lời giải.

$$V = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{2a}{2}\right)^3 = \frac{4}{3}\pi a^3.$$

Chọn đáp án (C)

- Câu 5.** Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên I (với I là khoảng hoặc đoạn hoặc nửa khoảng của $\mathbb{R}$). Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

(A) $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx.$

- B** $\int f(x) \cdot g(x) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx.$
C $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ với k là hằng số khác 0.
D $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx.$

Lời giải.

Với hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ bất kì không tồn tại đẳng thức $\int f(x) \cdot g(x) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx.$

Chọn đáp án **B**

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	—	+	0	—	0	+

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A** 0. **B** 1. **C** 2. **D** 3.

Lời giải.

Dựa vào bảng xét dấu $f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ có 3 lần đổi dấu nên hàm số $f(x)$ có 3 điểm cực trị.

Chọn đáp án **D**

Câu 7. Giải bất phương trình $\log_3(2x - 3) > 2.$

- A** $3 < x < 6.$ **B** $\frac{3}{2} < x < 6.$ **C** $x > \frac{3}{2}.$ **D** $x > 6.$

Lời giải.

$$\log_3(2x - 3) > 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3 > 0 \\ 2x - 3 > 3^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{3}{2} \\ x > 6 \end{cases} \Leftrightarrow x > 6.$$

Chọn đáp án **D**

Câu 8. Công thức tính thể tích V khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

- A** $V = Bh.$ **B** $V = \frac{1}{3}Bh.$ **C** $V = \frac{1}{6}Bh.$ **D** $V = \pi Bh.$

Lời giải.

Công thức tính thể tích V khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là $V = Bh.$

Chọn đáp án **A**

Câu 9. Tìm tập xác định của hàm số $y = (2x - 1)^{-\frac{5}{3}}.$

- A** $\mathcal{D} = \mathbb{R}.$ **B** $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}.$ **C** $\mathcal{D} = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right).$ **D** $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right).$

Lời giải.

Ta có số mũ $-\frac{5}{3} \notin \mathbb{Z}$ nên hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi $2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}.$

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right).$

Chọn đáp án **(D)**



Câu 10. Giá trị nào sau đây là một nghiệm của phương trình $\log_3(2x^2 + 1) = 2$?

(A) $x = 2$.

(B) $x = 4$.

(C) $x = 3$.

(D) $x = 1$.

Lời giải.

ĐKXD: $x \in \mathbb{R}$.

Ta có $\log_3(2x^2 + 1) = 2 \Leftrightarrow 2x^2 + 1 = 9 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$.

Chọn đáp án **(A)**



Câu 11. Biết $\int_1^2 \frac{dx}{3x+1} = a \ln 7 + b \ln 2$ ($a, b \in \mathbb{Q}$). Khi đó tổng $a + b$ bằng

(A) $\frac{1}{3}$.

(B) 1.

(C) $-\frac{1}{3}$.

(D) -1.

Lời giải.

Áp dụng công thức $\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln |ax+b| + C$.

Ta có $\int_1^2 \frac{dx}{3x+1} = \frac{1}{3} \ln |3x+1| \Big|_1^2 = \frac{1}{3} \ln 7 - \frac{2}{3} \ln 2$. Do đó $a = \frac{1}{3}$, $b = -\frac{2}{3} \Rightarrow a + b = -\frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **(C)**



Câu 12. Cho z_1, z_2 là hai số phức tùy ý. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

(A) $z \cdot \bar{z} = |z|^2$.

(B) $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$.

(C) $\overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$.

(D) $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$.

Lời giải.

Khẳng định $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$ sai vì $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P) : 3x - y + z - 5 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

(A) $\vec{n} = (3; 1; -1)$.

(B) $\vec{n} = (1; -1; 3)$.

(C) $\vec{n} = (-1; 1; 3)$.

(D) $\vec{n} = (3; -1; 1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(P) : 3x - y + z - 5 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; -1; 1)$.

Chọn đáp án **(D)**



Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$, biết $A(1; 1; 1)$, $B(-2; 2; 3)$, $C(-5; -2; 2)$. Tọa độ điểm D là

(A) $D(-2; -3; 0)$.

(B) $D(2; 3; 4)$.

(C) $D(-2; 3; 0)$.

(D) $D(-8; -1; 4)$.

Lời giải.

$ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 = -5 - x_D \\ 1 = -2 - y_D \\ 2 = 2 - z_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -2 \\ y_D = -3 \\ z_D = 0. \end{cases}$

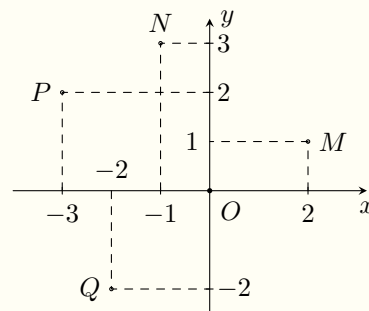
Chọn đáp án **(A)**



Câu 15.

Cho bốn số phức có điểm biểu diễn lần lượt là M, N, P, Q như hình vẽ bên. Số phức có mô-đun lớn nhất là số phức có điểm biểu diễn là

- (A) N . (B) P . (C) Q . (D) M .

**Lời giải.**

Dựa vào hình biểu diễn suy ra $|z_M| = \sqrt{5}$; $|z_N| = \sqrt{10}$; $|z_P| = \sqrt{13}$; $|z_Q| = \sqrt{8}$.

Vậy số phức có mô-đun lớn nhất là số phức có điểm biểu diễn là điểm P .

Chọn đáp án (B)

Câu 16. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x-1}$ là

- (A) 2. (B) 1. (C) 3. (D) 0.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$ nên đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Lại có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0$ nên đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Chọn đáp án (A)

Câu 17. Cho a là số thực dương khác 1. Giá trị của biểu thức $\log_a \left(\frac{a^2 \sqrt[3]{a^2} \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}} \right)$ bằng

- (A) $\frac{12}{5}$. (B) $\frac{9}{5}$. (C) 2. (D) 3.

Lời giải.

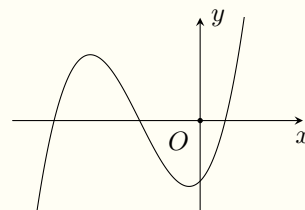
$$\text{Ta có } \log_a \left(\frac{a^2 \sqrt[3]{a^2} \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}} \right) = \log_a \left(\frac{a^2 a^{\frac{2}{3}} a^{\frac{4}{5}}}{a^{\frac{7}{15}}} \right) = \log_a \frac{a^{\frac{52}{15}}}{a^{\frac{7}{15}}} = \log_a a^{\frac{52}{15} - \frac{7}{15}} = \log_a a^3 = 3.$$

Chọn đáp án (D)

Câu 18.

Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ bên?

- (A) $y = x^3 - 2x^2 + x - 1$. (B) $y = x^3 - x^2 + x - 1$.
(C) $y = x^3 - x^2 - 1$. (D) $y = x^3 + 3x^2 + x - 1$.

**Lời giải.**

Ta xét sự tương giao giữa đồ thị hàm số với trục hoành.

- ☑ Phương trình $x^3 - 2x^2 + x - 2 = 0$ có đúng một nghiệm nên đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x - 2$ chỉ cắt trục hoành tại một điểm.

- ☑ Phương trình $x^3 - x^2 + x - 1 = 0$ có đúng một nghiệm nên đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2 + x - 1$ chỉ cắt trục hoành tại một điểm.
- ☑ Phương trình $x^3 - x^2 - 1 = 0$ có đúng một nghiệm nên đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2 - 1$ chỉ cắt trục hoành tại một điểm.

- ☑ Phương trình $x^3 + 3x^2 + x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -1 - \sqrt{2} \\ x = -1 + \sqrt{2} \end{cases}$ nên đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 + x - 1$ cắt trục hoành tại ba điểm.

Vậy hàm số $y = x^3 + 3x^2 + x - 1$ có đồ thị như hình vẽ.

Chọn đáp án **D**

□

🔴 Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 - 5t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. Hỏi d đi qua điểm

nào dưới đây?

- A** (3; 6; 8). **B** (1; -4; -5). **C** (-1; 2; 3). **D** (0; 6; 8).

💬 Lời giải.

Chọn $t = -1$ ta có d đi qua điểm (0; 6; 8).

Chọn đáp án **D**

□

🔴 Câu 20. Cho tập hợp M có 20 phần tử. Số tập con gồm 5 phần tử của M là

- A** C_{20}^5 . **B** $5!$. **C** A_{20}^5 . **D** 20^5 .

💬 Lời giải.

Mỗi tập con gồm 5 phần tử của M là một tổ hợp chập 5 của 20 nên số tập con gồm 5 phần tử của M là C_{20}^5 .

Chọn đáp án **A**

□

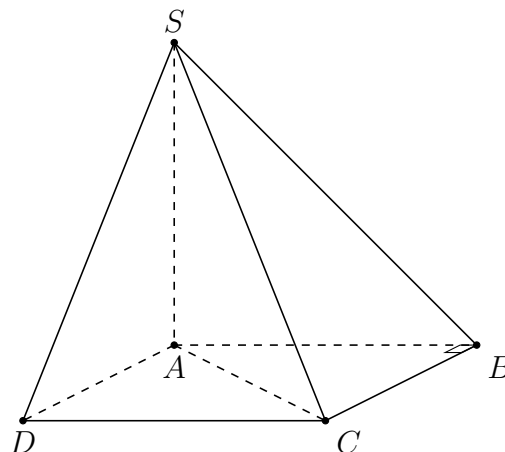
🔴 Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

- A** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B** $2a^3\sqrt{3}$. **C** $a^3\sqrt{3}$. **D** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

💬 Lời giải.

Ta có $\triangle ABC$ vuông tại B
nên $S_{ABC} = \frac{1}{2}BA \cdot BC = \frac{1}{2}BA \cdot AD = a^2$.

Do đó $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.



Chọn đáp án **(D)**

- Câu 22.** Đạo hàm của hàm số $y = \log_8(x^3 - 3x - 4)$ là
- (A)** $\frac{x^2 - 1}{(x^3 - 3x - 4) \ln 2}$. **(B)** $\frac{3x^3 - 3}{(x^3 - 3x - 4) \ln 2}$. **(C)** $\frac{3x^3 - 3}{x^3 - 3x - 4}$. **(D)** $\frac{1}{(x^3 - 3x - 4) \ln 8}$.

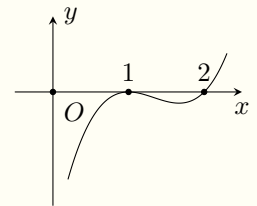
Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = \frac{3x^2 - 3}{(x^3 - 3x - 4) \ln 8} = \frac{x^2 - 1}{(x^3 - 3x - 4) \ln 2}.$$

Chọn đáp án **(A)**

- Câu 23.** Hình bên là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$.
Hỏi hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A)** $(0; 1)$ và $(2; +\infty)$. **(B)** $(1; 2)$.
(C) $(2; +\infty)$. **(D)** $(0; 1)$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$, ta thấy $f'(x) > 0$ khi chỉ khi $x \in (2; +\infty)$.
Vậy hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Chọn đáp án **(C)**

- Câu 24.** Tính tích phân $\int_0^1 (e^x + 1) dx$.
- (A)** $e + C$, với $C \in \mathbb{R}$. **(B)** 2,718. **(C)** e . **(D)** $2e - 3$.

Lời giải.

$$\int_0^1 (e^x + 1) dx = (e^x + x) \Big|_0^1 = (e + 1) - (1 + 0) = e.$$

Chọn đáp án **(C)**

- Câu 25.** Cho dãy số (u_n) là một cấp số cộng, biết $u_2 + u_{21} = 50$. Tính tổng của 22 số hạng đầu tiên của dãy.
- (A)** 550. **(B)** 2018. **(C)** 1100. **(D)** 50.

Lời giải.

$$\text{Ta có } u_1 + u_{22} = u_2 + u_{21} = 50 \Rightarrow S_{22} = \frac{22}{2} \cdot (u_1 + u_{22}) = 550.$$

Chọn đáp án **(A)**

- Câu 26.** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{-x} \left(2 + \frac{e^x}{\cos^2 x} \right)$.
- (A)** $F(x) = -\frac{2}{e^x} + \tan x + C$. **(B)** $F(x) = 2e^x - \tan x + C$.
(C) $F(x) = -\frac{2}{e^x} - \tan x + C$. **(D)** $F(x) = 2e^{-x} + \tan x + C$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Ta có

$$\int e^{-x} \left(2 + \frac{e^x}{\cos^2 x} \right) dx = \int \left(2e^{-x} + \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx = -\frac{2}{e^x} + \tan x + C.$$

Chọn đáp án **A**



- Câu 27.** Xác định tọa độ điểm I là tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{x-2}$.
- A** $I(3; 2)$. **B** $I(2; 1)$. **C** $I(2; 3)$. **D** $I(1; 2)$.

Lời giải.

Tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho là giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận ngang. Hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$. Vậy tâm đối xứng cần tìm là $I(2; 1)$.

Chọn đáp án **B**



- Câu 28.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x^2 + x + 4}{x + 1}$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng
- A** 3. **B** -5. **C** 4. **D** $\frac{10}{3}$.

Lời giải.

Hàm số liên tục và xác định trên $[0; 2]$.

Ta có $f'(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x + 1)^2}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [0; 2] \\ x = -3 \notin [0; 2]. \end{cases}$

Ta tính được $f(0) = 4$, $f(1) = 3$, $f(2) = \frac{10}{3}$.

Vậy $\min_{x \in [0; 2]} f(x) = 3$ khi $x = 1$.

Chọn đáp án **A**



- Câu 29.** Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?
- A** $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x - 1$. **B** $y = \frac{1}{3}x^3 + x - 1$.
C $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 - x + 1$. **D** $y = -\frac{1}{3}x^3 + 3x^2 - 2x + 1$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 - x + 1$.

Ta thấy $y' = -x^2 + 2x - 1 = -(x - 1)^2 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 - x + 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **C**



- Câu 30.** Cho $\log_2 3 = a, \log_2 7 = b$. Biểu diễn $\log_2 2016$ theo a và b .
- A** $\log_2 2016 = 5 + 2a + b$. **B** $\log_2 2016 = 5 + 3a + 2b$.
C $\log_2 2016 = 2 + 2a + 3b$. **D** $\log_2 2016 = 2 + 3a + 2b$.

Lời giải.

Vì $\log_2 2016 = \log_2 (2^5 \cdot 3^2 \cdot 7) = \log_2 2^5 + \log_2 3^2 + \log_2 7 = 5 + 2\log_2 3 + \log_2 7$ nên

$$\log_2 2016 = 5 + 2a + b.$$

Chọn đáp án **(A)**

● Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng $3a^3$. Biết diện tích của tam giác SAD bằng $2a^2$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SAD) .

(A) $h = a.$

(B) $h = \frac{9a}{4}.$

(C) $h = \frac{3a}{2}.$

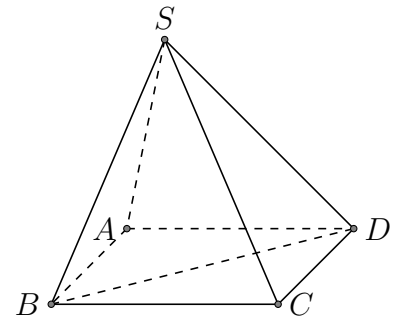
(D) $h = \frac{4a}{9}.$

💬 Lời giải.

Ta có $V_{B.SAD} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD} = \frac{3a^3}{2}.$

Mà $V_{B.SAD} = \frac{1}{3} \cdot d(B; (SAD)) \cdot S_{\triangle SAD}.$

Suy ra $d(B; (SAD)) = \frac{3 \cdot V_{B.SAD}}{S_{\triangle SAD}} = \frac{9a}{4}.$



Chọn đáp án **(B)**

● Câu 32. Cho $\int_1^2 f(u) du = 4$ và $\int_1^4 f(v) dv = 18$. Tính tích phân $I = \int_2^4 \left[f(x) - \frac{3}{x} \right] dx.$

(A) $I = 22 - 3 \ln 2.$

(B) $I = 14 + 3 \ln 2.$

(C) $I = 14 - 3 \ln 2.$

(D) $I = 22 + 3 \ln 2.$

💬 Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} I &= \int_2^4 \left[f(x) - \frac{3}{x} \right] dx = \int_2^4 f(x) dx - \int_2^4 \frac{3}{x} dx \\ &= \int_1^4 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx - 3 \ln x \Big|_2^4 \\ &= 18 - 4 - 3(\ln 4 - \ln 2). \end{aligned}$$

Vậy $I = 14 - 3 \ln 2.$

Chọn đáp án **(C)**

● Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(0; -1; 4)$ và nhận $\vec{u} = (3; 2; 1)$, $\vec{v} = (-3; 0; 1)$ làm véc-tơ chỉ phương là

(A) $x - y - z - 12 = 0.$

(B) $x + y + z - 3 = 0.$

(C) $3x + 3y - z = 0.$

(D) $x - 3y + 3z - 15 = 0.$

💬 Lời giải.

Ta có $\vec{n}_{(P)} = [\vec{u}, \vec{v}] = (2; -6; 6) = 2(1; -3; 3).$

Lại có (P) đi qua $M(0; -1; 4)$ nên có phương trình $x - 3(y + 1) + 3(z - 4) = 0 \Leftrightarrow x - 3y + 3z - 15 = 0.$

Chọn đáp án **(D)**

Câu 34. Cho hai số phức z_1, z_2 thuộc tập hợp $S = \{z \in \mathbb{C} : |iz - 2 - 3i| = 2\}$ và thỏa mãn $z_1 + z_2 = 4 - 2i$. Tính $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

- (A) $A = 6$. (B) $A = 14$. (C) $A = 8$. (D) $A = 12$.

Lời giải.

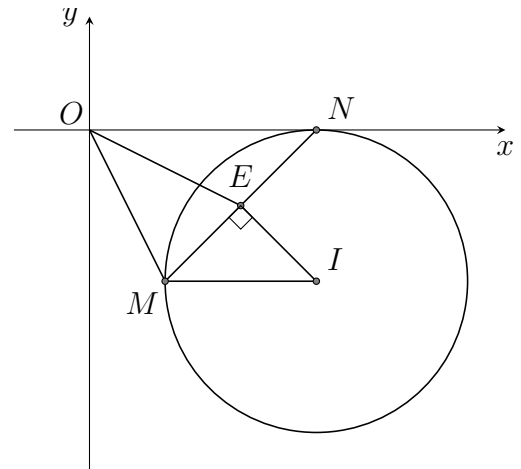
Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn của z_1, z_2 .

Gọi E là trung điểm MN .

Ta có

$$\begin{aligned} |iz - 2 - 3i| &= 2 \\ \Leftrightarrow |i \cdot (z - 3 + 2i)| &= 2 \\ \Leftrightarrow |z - 3 + 2i| &= 2. \end{aligned} \quad (1)$$

Từ (1) ta thấy M, N thuộc đường tròn tâm $I(3; -2)$ bán kính $R = 2$.



Ta có $E(2; -1) \Rightarrow \overrightarrow{EI} = (1; -1) \Rightarrow EI = \sqrt{2} \Rightarrow MN = 2\sqrt{2}$.

Trong $\triangle OMN$, ta có

$$\begin{aligned} OE^2 &= \frac{OM^2 + ON^2}{2} - \frac{MN^2}{4} \\ \Rightarrow OM^2 + ON^2 &= 14. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (B)

□

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SC và mặt phẳng (SAD) bằng 30° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- (A) $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. (B) $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. (C) $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. (D) $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

$$S_{ABCD} = a^2.$$

$$SC \cap (SAD) = \{S\}.$$

Vì $CD \perp AD; CD \perp SA \Rightarrow CD \perp (SAD)$ tại D .

Suy ra SD là hình chiếu của SC lên mặt phẳng (SAD)

$$\Rightarrow (SC, (SAD)) = (SC, SD) = \widehat{CSD} = 30^\circ.$$

$$\tan \widehat{CSD} = \frac{DC}{SD} \Rightarrow SD = \frac{DC}{\tan 30^\circ} = a\sqrt{3}.$$

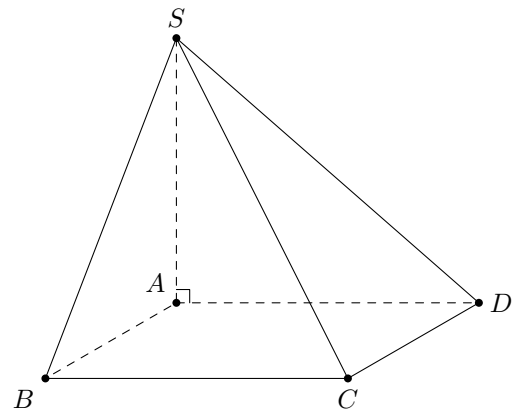
$$\text{Trong } \triangle SAD : SA^2 + AD^2 = SD^2$$

$$\Rightarrow SA^2 = SD^2 - AD^2 = (a\sqrt{3})^2 - a^2 = 2a^2 \Rightarrow SA = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Khi đó: } V = \frac{1}{3} \cdot S_{S.ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$

Chọn đáp án (A)

□



Câu 36. Một nhóm học có 25 học sinh. Giáo viên cần chọn ra một nhóm và chỉ định một em trong nhóm làm nhóm trưởng. Số học sinh trong nhóm phải lớn hơn 1 và nhỏ hơn 25. Hỏi có bao nhiêu cách lập nhóm thỏa mãn các yêu cầu trên?

(A) 419430400.**(B)** 419430350.**(C)** 201326568.**(D)** 201326592.**Lời giải.**Số cách chọn nhóm gồm k học sinh là $C_{25}^k \cdot k$.

Theo bài ra số thành viên trong nhóm phải lớn hơn 1 và nhỏ hơn 25.

Suy ra có $\sum_{k=2}^{24} C_{25}^k \cdot k = 25 \cdot (1+1)^{24} - C_{25}^1 - 25 \cdot C_{25}^{25} = 419430350$ cách.Chọn đáp án **(B)** □**❶ Câu 37.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 1)$, $B(3; 2; -1)$, $C(-3; -2; 3)$. Đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $\triangle ABC$ và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình

(A) $\begin{cases} x = -4 \\ y = 3 + t \\ z = t \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x = -8 \\ y = 11 + t \\ z = t \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x = -2 \\ y = 5 + t \\ z = t \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x = 2 \\ y = t \\ z = 5 - t \end{cases}$

Lời giải.Tọa độ của các véc-tơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ là $\overrightarrow{AB}(2; 2; -2)$, $\overrightarrow{AC}(-4; -2; 2)$ Gọi $\vec{n}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(ABC) \Rightarrow \vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (0; 4; 4)$.Phương trình mặt phẳng (ABC) là $4(y - 0) + 4(z - 1) = 0 \Leftrightarrow y + z - 1 = 0$.Gọi $I(a; b; c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $\triangle ABC$. Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} I \in (ABC) \\ IA = IB \\ IA = IC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b + c - 1 = 0 \\ (1 - a)^2 + b^2 + (1 - c)^2 = (3 - a)^2 + (2 - b)^2 + (1 + c)^2 \\ (1 - a)^2 + b^2 + (1 - c)^2 = (3 + a)^2 + (2 + b)^2 + (3 - c)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b + c = 1 \\ a + b - c = 3 \\ 2a + b - c = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -8 \\ y = 6 \\ z = -5. \end{cases}$$

 $\Rightarrow I(-8; 6; 5)$.Phương trình đường thẳng qua I và vuông góc với (ABC) là

$$\begin{cases} x = -8 \\ y = 6 + t \\ z = -5 + t \end{cases} \quad \text{hay} \quad \begin{cases} x = -8 \\ y = 11 + t \\ z = t. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)** □**❶ Câu 38.** Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_3 \frac{x^2 + 4x}{2x - 3} < 1$.**(A)** 3.**(B)** 4.**(C)** 2.**(D)** 1.**Lời giải.**

$$\text{Ta có } \log_3 \frac{x^2 + 4x}{2x - 3} < 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2 + 4x}{2x - 3} > 0 \\ \frac{x^2 + 4x}{2x - 3} < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2 + 4x}{2x - 3} > 0 \\ \frac{x^2 - 2x + 9}{2x - 3} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3 < 0 \\ x^2 + 4x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -4 < x < 0.$$

Vậy bất phương trình có 3 nghiệm nguyên.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 39. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để đường thẳng $(d) : y = mx - m - 1$ cắt đồ thị $(C) : y = x^3 - 3x^2 + 1$ tại 3 điểm A, B, C phân biệt (B thuộc đoạn AC), sao cho tam giác AOC cân tại O (với O là gốc tọa độ).

- (A) $m = -2$. (B) $m = 2$. (C) $m = -1$. (D) $m = 1$.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3 - 3x^2 + 1 = mx - m - 1 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 2 = m(x - 1) \Leftrightarrow (x - 1)(x^2 - 2x - 2 - m) = 0$$

Để đường thẳng $(d) : y = mx - m - 1$ cắt đồ thị $(C) : y = x^3 - 3x^2 + 1$ tại 3 điểm A, B, C phân biệt thì

$$\text{phương trình } x^2 - 2x - 2 - m = 0 \text{ (1) phải có hai nghiệm phân biệt khác 1} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 1 + 2 + m > 0 \\ -3 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} m > -3 \\ m \neq -3 \end{cases} \Leftrightarrow m > -3.$$

Áp dụng định lý Viet vào phương trình (1) ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 \cdot x_2 = -2 - m \end{cases}$ và B thuộc đoạn AC nên:

$$x_B = 1 \Rightarrow x_A + x_C = 2.$$

Vì tam giác AOC cân tại O nên:

$$OA = OC \Leftrightarrow x_A^2 + y_A^2 = x_C^2 + y_C^2 \Leftrightarrow x_A^2 + (mx_A - m - 1)^2 = x_C^2 + (mx_C - m - 1)^2$$

$$\Leftrightarrow (x_A^2 - x_C^2) + m(x_A - x_C)[m(x_A + x_C) - 2m - 2] = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_A - x_C)[(x_A + x_C) + m^2(x_A + x_C) - 2m^2 - 2m] = 0 \Leftrightarrow (x_A + x_C) + m^2(x_A + x_C) - 2m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow 2 + 2m^2 - 2m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow m = 1.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 40. Cho hai hàm số $F(x) = (x^2 + ax + b)e^{-x}$ và $f(x) = (-x^2 + 3x + 6)e^{-x}$. Tìm a và b để $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

- (A) $a = 1, b = -7$. (B) $a = 1, b = 7$. (C) $a = -1, b = 7$. (D) $a = -1, b = -7$.

Lời giải.

$$f(x) = F'(x) = (2x + a)e^{-x} - (x^2 + ax + b)e^{-x} = (-x^2 + (2 - a)x + (a - b))e^{-x}, \text{ ta có}$$

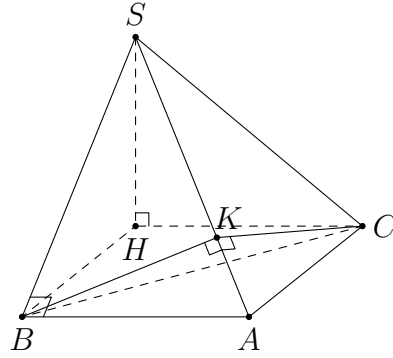
$$\begin{cases} 2 - a = 3 \\ a - b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -7 \end{cases}$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 41. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A , $AB = a, \widehat{B} = 120^\circ, \widehat{SBA} = \widehat{SCA} = 90^\circ$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) . Khi $\cos \alpha = \frac{3}{4}$ thì thể tích khối chóp đã cho bằng

- (A) $3a^3$. (B) a^3 . (C) $\frac{3a^3}{4}$. (D) $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải.



Kẻ $SH \perp (ABC)$, $H \in (ABC)$ suy ra $SH \perp AB$ và $SH \perp AC$.

Khi đó ta có $\begin{cases} SH \perp AB \\ SB \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SBH) \Rightarrow AB \perp BH$.

Chứng minh tương tự ta có $AC \perp CH$ suy ra tứ giác $ABHC$ nội tiếp trong đường tròn đường kính AH . Do đó góc BHC bằng 60° .

Dễ thấy $\triangle AHB = \triangle AHC \Rightarrow HB = HC$ nên $\triangle HBC$ đều.

$\triangle ABC$ cân tại A có $AB = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$ suy ra $BC^2 = 3a^2$.

Do đó $HB^2 = HC^2 = BC^2 = 3a^2$.

Dễ thấy $\triangle SHB = \triangle SHC \Rightarrow SB = SC$ nên $\triangle SAB = \triangle SAC$.

Trong mặt phẳng (SAB) kẻ $BK \perp SA$, ($K \in SA$).

Trong mặt phẳng (SAC) kẻ $CK_1 \perp SA$, ($K_1 \in SA$).

Xét hai tam giác vuông $\triangle KAB$ và $\triangle K_1AC$ có $AB = AC$, $\widehat{BAK} = \widehat{CAK_1}$ (vì $\triangle SAB = \triangle SAC$) suy ra $\triangle KAB = \triangle K_1AC \Rightarrow AK = AK_1$ mà K và K_1 nằm giữa S và A nên $\widehat{K} = \widehat{K_1}$

Từ đó ta có $CK \perp SA$ và $BH = CK$.

$$\text{Do đó } \cos \alpha = \left| \cos \widehat{BKC} \right| \Leftrightarrow \left| \frac{BK^2 + CK^2 - BC^2}{2BK \cdot CK} \right| = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \left| \frac{2BK^2 - BC^2}{2BK^2} \right| = \frac{3}{4}. \quad (1)$$

Đặt $SH = x$, ($x > 0$).

Xét $\triangle SHB$ có $SB^2 = SH^2 + HB^2 = 3a^2 + x^2$.

Xét $\triangle SAB$ vuông tại B có $\frac{1}{BK^2} = \frac{1}{BA^2} + \frac{1}{BS^2} \Rightarrow \frac{1}{BK^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2 + x^2}$

$$\Rightarrow BK^2 = \frac{a^2(3a^2 + x^2)}{4a^2 + x^2}$$

$$\text{Thay vào (1) ta có } \left| \frac{\frac{2a^2(3a^2 + x^2)}{4a^2 + x^2} - 3a^2}{\frac{2a^2(3a^2 + x^2)}{4a^2 + x^2}} \right| = \frac{3}{4} \Leftrightarrow x = a\sqrt{3}$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp } S.ABC \text{ là } \frac{1}{3} \cdot SH \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} a^2 \cdot \sin 120^\circ = \frac{a^3}{4}$$

Chọn đáp án **(D)** □

🔴 Câu 42. Tìm c biết a, b, c là các số nguyên dương thỏa mãn $c = (a + bi)^3 - 107i$

(A) 198.

(B) 6.

(C) 1.

(D) 7.

💬 Lời giải.

$$\text{Ta có } c = (a + bi)^3 - 107i = (a^3 - 3ab^2) + (3a^2b - b^3 - 107)i.$$

Do $c \in \mathbb{Z}^+$ nên ta có

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow 3a^2b - b^3 - 107 &= 0 \Leftrightarrow b(3a^2 - b^2) = 107 = 1 \cdot 107 = 107 \cdot 1 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ 3a^2 - b^2 = 107 \end{cases} &\quad (\text{do } 107 \text{ là số nguyên tố}) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} b = 107 \\ 3a^2 - b^2 = 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 1 \\ a = \frac{11450}{3} \\ b = 107. \end{cases} \end{aligned}$$

Vì a, b, c là các số nguyên dương nên $a = 6, b = 1$.

Khi đó $c = a^3 - 3ab^2 = 198$.

Chọn đáp án **(A)**

□

🔴 Câu 43. Hỏi có bao nhiêu số phức z thỏa đồng thời các điều kiện $|z - i| = 5$ và z^2 là số thuần ảo?

(A) 2.

(B) 3.

(C) 0.

(D) 4.

💬 Lời giải.

Đặt $z = x + iy$ (với $x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có $|z - i| = 5 \Leftrightarrow x^2 + (y - 1)^2 = 25$. (*)

z^2 là số thuần ảo, suy ra $x^2 - y^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ x = -y. \end{cases}$

Với $x = y$ thay vào (*) ta được $x^2 + (x - 1)^2 = 25 \Leftrightarrow 2x^2 - 2x - 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -3. \end{cases}$

Với $x = -y$ thay vào (*) ta được $x^2 + (x + 1)^2 = 25 \Leftrightarrow 2x^2 + 2x - 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = 3. \end{cases}$

Vậy có 4 số phức cần tìm là $4 + 4i, -3 - 3i, -4 + 4i, 3 - 3i$.

Chọn đáp án **(D)**

□

🔴 Câu 44.

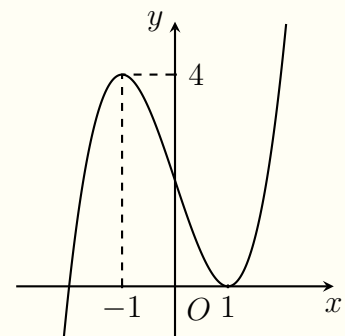
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^2 - 2|x|)$ là

(A) 5.

(B) 3.

(C) 7.

(D) 2.



💬 Lời giải.

🔴 Đồ thị của hàm số $g(x)$ cắt trục tung tại điểm $A(0; 2)$ (hình vẽ).

🔴 Số điểm cực trị của $g(x)$ bằng $2n + 1$ trong đó n là số điểm cực trị dương của hàm số $h(x) = f(x^2 - 2x)$.

☑ Ta có $h'(x) = (2x - 2)f'(x^2 - 2x)$. Suy ra $h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ f'(x^2 - 2x) = 0 \end{cases}$.

☑ Có $f'(x^2 - 2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x = -1 \\ x^2 - 2x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ (nghiem kép - nhận)} \\ x = 1 + \sqrt{2} \text{ (nghiem đơn - nhận)} \\ x = 1 - \sqrt{2} \text{ (nghiem đơn - loại).} \end{cases}$

☑ Do đó $n = 2$ và khi đó số điểm cực trị của $g(x)$ bằng 5.

Chọn đáp án **A**

🔴 Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}$ và $d_2 : \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{2}$. Viết phương trình đường phân giác góc nhọn tạo bởi d_1 và d_2 .

A $d_2 : \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{3}$. **B** $d_2 : \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$.
C $d_2 : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-3}$. **D** $d_2 : \frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$.

💬 Lời giải.

Tọa độ giao điểm của d_1 và d_2 là $A(1; 0; 0)$.

Trên d_1 lấy M sao cho $\overrightarrow{AM} = \left(\frac{1}{\sqrt{6}}; \frac{2}{\sqrt{6}}; -\frac{1}{\sqrt{6}}\right)$, trên d_2 lấy N sao cho $\overrightarrow{AN} = \left(\frac{-1}{\sqrt{6}}; \frac{-1}{\sqrt{6}}; \frac{2}{\sqrt{6}}\right)$.

Khi đó ta có tam giác AMN cân tại A và có $AM = AN = 1$.

$\cos \widehat{MAN} = \frac{\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN}}{AM \cdot AN} < 0$. Do đó phân giác ứng với góc nhọn có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN} = \left(\frac{2}{\sqrt{6}}; \frac{3}{\sqrt{6}}; -\frac{3}{\sqrt{6}}\right)$. Suy ra $(2; 3; -3)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường phân giác góc nhọn. Vậy phương trình phân giác là $d_2 : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-3}$.

Chọn đáp án **C**

🔴 Câu 46. Cho mặt cầu tâm O , bán kính R . Hình trụ (H) có bán kính đáy là r nội tiếp mặt cầu. Thể tích khối trụ được tạo nên bởi (H) có thể tích lớn nhất khi r bằng

A $r = \sqrt{3}R$. **B** $r = \frac{\sqrt{2}}{2}R$. **C** $r = \sqrt{6}R$. **D** $r = \frac{\sqrt{6}}{3}R$.

💬 Lời giải.

Hình trụ nội tiếp trong mặt cầu có tâm đáy là E , có bán kính $EA = r$ ($0 < r < R$), đường cao $KE = 2EI$.

Xét tam giác vuông IEA có $IE = \sqrt{IA^2 - EA^2} = \sqrt{R^2 - r^2}$.

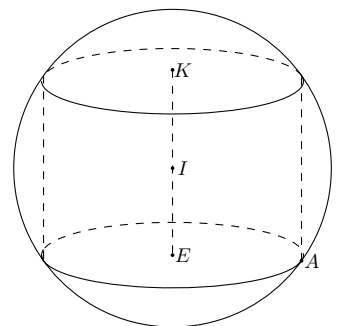
Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 \cdot h = \pi r^2 \cdot 2IE = 2\pi r^2 \cdot \sqrt{R^2 - r^2}$.

Xét hàm số $y = r^2 \cdot \sqrt{R^2 - r^2}$ với ($0 < r < R$).

Có $y' = 2r \cdot \sqrt{R^2 - r^2} + r^2 \cdot \frac{-2r}{2\sqrt{R^2 - r^2}} = 2r \cdot \sqrt{R^2 - r^2} - \frac{r^3}{\sqrt{R^2 - r^2}} = \frac{2rR^2 - 3r^3}{\sqrt{R^2 - r^2}}$.

$y' = 0 \Leftrightarrow 2rR^2 - 3r^3 = 0 \Leftrightarrow r(2R^2 - 3r^2) = 0 \Leftrightarrow r = \frac{\sqrt{6}}{3}R$.

Bảng biến thiên



r	0	$\frac{\sqrt{6}}{3}R$	R
y'		+	0
y			–

Nhìn bảng biến thiên ta thấy $y \leq y\left(\frac{\sqrt{6}}{3}R\right) \Rightarrow y_{\max} = y\left(\frac{\sqrt{6}}{3}R\right)$.

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow r = \frac{\sqrt{6}}{3}R$. Vậy thể tích hình trụ lớn nhất $\Leftrightarrow y_{\max} \Leftrightarrow r = \frac{\sqrt{6}}{3}R$.

Chọn đáp án **(D)**



Câu 47. Biết a là số thực dương bất kì để bất phương trình $a^x \geq 9x + 1$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- (A)** $a \in (10^3; 10^4]$. **(B)** $a \in (10^2; 10^3]$. **(C)** $a \in (0; 10^2]$. **(D)** $(10^4; +\infty)$.

Lời giải.

Bất phương trình $a^x \geq 9x + 1$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên đúng với $x = 1 \Rightarrow a \geq 10$.

Do $a > 1$ nên hàm số $y = a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y = a^x$ có bề lõm quay lên trên.

Hai đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = 9x + 1$ luôn đi qua điểm $A(0; 1)$ nên bất phương trình $a^x \geq 9x + 1$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi đường thẳng $y = 9x + 1$ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm A . Phương trình tiếp của đồ thị hàm số $y = a^x$ tại A là $y = x \cdot \ln a + 1$.

Suy ra $\ln a = 9 \Leftrightarrow a = e^9 \Rightarrow a \in (10^3; 10^4]$.

Chọn đáp án **(A)**



Câu 48. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + m = 0$ và đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - 2z - 4 = 0$ và $(\beta): 2x - 2y - z + 1 = 0$. Đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn $AB = 8$ khi

- (A)** $m = 12$. **(B)** $m = -12$. **(C)** $m = -10$. **(D)** $m = 5$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) và (β) lần lượt có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_\alpha = (1; 2; -2)$

và $\vec{n}_\beta = (2; -2; -1)$.

Ta tính được $[\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta] = (-6; -3; -6)$. Suy ra véc-tơ chỉ phương của Δ là $\vec{u} = (2; 1; 2)$.

Ta có Δ đi qua $M(2; 2; 1)$ nên phương trình chính tắc của Δ là

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{2}.$$

Mặt cầu (S) có tâm $I(-2; 3; 0)$ và bán kính $R = \sqrt{13-m}$, ($m < 13$).

Gọi K là hình chiếu vuông góc của I trên Δ .

Khi đó, $K(2+2t; 2+t; 1+2t)$ và $\vec{IK} = (2t+4; t-1; 2t+1) \perp \vec{u}$.

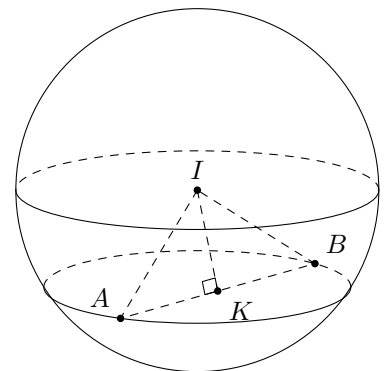
Suy ra, $2(2t+4) + t - 1 + 2(2t+1) = 0 \Leftrightarrow 9t + 9 = 0 \Leftrightarrow t = -1$.

Như thế, $IK = 3$.

Tam giác IAK vuông tại K nên $IK^2 + KA^2 = IA^2 \Leftrightarrow 3^2 + 4^2 = 13 - m \Leftrightarrow m = -12$.

Vậy $m = -12$.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 49. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = |x^4 - 2mx^2 + 2m^2 + m - 12|$ có 7 điểm cực trị?

A 1.

B 4.

C 0.

D 2.

Lời giải.

Nhận xét số điểm cực trị của hàm số $y = |x^4 - 2mx^2 + 2m^2 + m - 12|$ bằng tổng số điểm cực trị của hàm số $y = f(x) = x^4 - 2mx^2 + 2m^2 + m - 12$ cộng với số nghiệm phân biệt của phương trình $f(x) = 0$. Dễ thấy hàm số $y = f(x)$ có nhiều nhất 3 điểm cực trị và phương trình $f(x) = 0$ có nhiều nhất 4 nghiệm phân biệt do đó số điểm cực trị của hàm số $y = |x^4 - 2mx^2 + 2m^2 + m - 12|$ là 7 khi và chỉ khi hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực trị và phương trình $f(x) = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

$$\text{Ta có } f'(x) = 4x^3 - 4mx \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m. \end{cases}$$

$$\text{Hàm số } y = f(x) \text{ có ba điểm cực trị} \Leftrightarrow m > 0, \text{ khi đó } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{m}. \end{cases}$$

Bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ là

x	$-\infty$	$-\sqrt{m}$	0	$\sqrt{m}$	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$-\infty$		$2m^2 + m - 12$		$+\infty$
		$m^2 + m - 12$		$m^2 + m - 12$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x) = 0$ có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$\begin{cases} 2m^2 + m - 12 > 0 \\ m^2 + m - 12 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-1 + \sqrt{97}}{4} < m < 3 \\ -4 < m < \frac{-1 - \sqrt{97}}{4}. \end{cases}$$

Kết hợp với $m > 0 \Rightarrow \frac{-1 + \sqrt{97}}{4} < m < 3 \Rightarrow$ không có giá trị nguyên nào của m thỏa mãn.

Chọn đáp án **C**



HẾT

BỘ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
TRƯỜNG THPT NGUYỄN TẤT THÀNH
GV: LÊ QUANG XE - 0967.003.131

PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO 2022

NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn: **Toán**

Thời gian làm bài: 90 phút

ĐỀ SỐ 15

ĐỀ THAM KHẢO HKII

Câu 1. Số phức liên hợp của số phức $z = 8 - 9i$ là

- (A) $\bar{z} = 8 - 9i$. (B) $\bar{z} = -8 + 9i$. (C) $\bar{z} = 8 + 9i$. (D) $\bar{z} = -8 - 9i$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của số phức $z = 8 - 9i$ là $\bar{z} = 8 + 9i$.

Chọn đáp án (C)

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; -3; 1)$. Viết phương trình mặt cầu tâm A và có bán kính $R = 5$.

- (A) $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 + (z + 1)^2 = 5$. (B) $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 + (z - 1)^2 = 25$.
(C) $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 + (z - 1)^2 = 5$. (D) $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 + (z + 1)^2 = 25$.

Lời giải.

Mặt cầu tâm $A(2; -3; 1)$ và bán kính $R = 5$ có phương trình là

$$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 + (z - 1)^2 = 25.$$

Chọn đáp án (B)

Câu 3. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x - 2}{2x - 1}$ là

- (A) $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. (B) $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. (C) $I\left(\frac{1}{2}; -1\right)$. (D) $I\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ với $ad - bc \neq 0$ nhận điểm $I\left(-\frac{d}{c}; \frac{a}{c}\right)$ làm tâm đối xứng. Do đó $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ là tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho.

Chọn đáp án (B)

Câu 4. Diện tích của mặt cầu bán kính $2a$ là

- (A) $4\pi a^2$. (B) $16\pi a^2$. (C) $16a^2$. (D) $\frac{4\pi a^2}{3}$.

Lời giải.

Diện tích của mặt cầu bán kính $2a$ là $S = 4\pi R^2 = 16\pi a^2$.

Chọn đáp án (B)

Câu 5. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$.

- (A) $\int \cos 2x \, dx = 2 \sin 2x + C$. (B) $\int \cos 2x \, dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$.

C $\int \cos 2x \, dx = -2 \sin 2x + C.$

D $\int \cos 2x \, dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C.$

Lời giải.

Áp dụng công thức $\int \cos(ax + b) \, dx = \frac{1}{a} \sin(ax + b) + C.$

Vậy $\int \cos 2x \, dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C.$

Chọn đáp án **D**

Câu 6.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định liên tục và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
$y = f(x)$	$-\infty$	0	-4	$+\infty$	

- A** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 0.
B Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.
C Hàm số có hai cực trị.
D Hàm số có giá trị cực đại bằng -4 .

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số có hai cực trị.

Chọn đáp án **C**

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{3x} > \left(\frac{1}{3}\right)^{2x+6}$ là

- A** $(0; 6).$ **B** $(-\infty; 6).$ **C** $(0; 64).$ **D** $(6; +\infty).$

Lời giải.

Ta có $\left(\frac{1}{3}\right)^{3x} > \left(\frac{1}{3}\right)^{2x+6} \Leftrightarrow 3x < 2x + 6 \Leftrightarrow x < 6.$

Chọn đáp án **B**

Câu 8. Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$ và chiều cao bằng $3a$. Thể tích V của khối chóp đã cho bằng

- A** $V = a^3\sqrt{2}.$ **B** $V = 2a^3.$ **C** $V = 6a^3.$ **D** $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$

Lời giải.

Thể tích khối chóp đã cho là $V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}(a\sqrt{2})^2 \cdot 3a = 2a^3.$

Chọn đáp án **B**

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = (3x - x^2)^{-\frac{3}{2}}$ là

- A** $\mathbb{R}.$ **B** $(0; 3).$
C $(-\infty; 0) \cup (3; +\infty).$ **D** $\mathbb{R} \setminus \{0; 3\}.$

Lời giải.

Hàm số $y = (3x - x^2)^{-\frac{3}{2}}$ xác định khi $3x - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 3.$

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $(0; 3)$.

Chọn đáp án **(B)**



- Câu 10.** Phương trình $5^{2x-1} = 125$ có nghiệm là
(A) $x = 2$. **(B)** $x = 1$. **(C)** $x = 3$. **(D)** $x = 6$.

Lời giải.

$$5^{2x-1} = 125 \Leftrightarrow 5^{2x-1} = 5^3 \Leftrightarrow 2x - 1 = 3 \Leftrightarrow x = 2.$$

Chọn đáp án **(A)**



- Câu 11.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $c \in [a; b]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A)** $\int_a^b f(x) dx = \int_c^a f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$. **(B)** $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$.
(C) $\int_a^b f(x) dx = \int_c^a f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$. **(D)** $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$.

Lời giải.

Sử dụng tính chất cơ bản, ta có $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

Chọn đáp án **(D)**



- Câu 12.** Tìm số phức z thỏa mãn $z + 2 - 3i = 3 - 2i$.
(A) $z = 1 + i$. **(B)** $z = 1 - i$. **(C)** $z = 5 - 5i$. **(D)** $z = 1 - 5i$.

Lời giải.

$$z + 2 - 3i = 3 - 2i \Leftrightarrow z = 1 + i.$$

Chọn đáp án **(A)**



- Câu 13.** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x - 4z - 5 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của (P) là

- (A)** $\vec{n} = (1; 0; -2)$. **(B)** $\vec{n} = (2; -4; -5)$. **(C)** $\vec{n} = (0; 2; -4)$. **(D)** $\vec{n} = (1; -2; 0)$.

Lời giải.

Ta có $(P): 2x - 4z - 5 = 0 \Rightarrow (P): x - 2z - \frac{5}{2} = 0$.

Một véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (1; 0; -2)$.

Chọn đáp án **(A)**



- Câu 14.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

- (A)** $M(0; -1; 0)$. **(B)** $N(3; 0; 0)$. **(C)** $P(0; -1; 1)$. **(D)** $Q(0; 0; 1)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oyz) là $P(0; -1; 1)$.

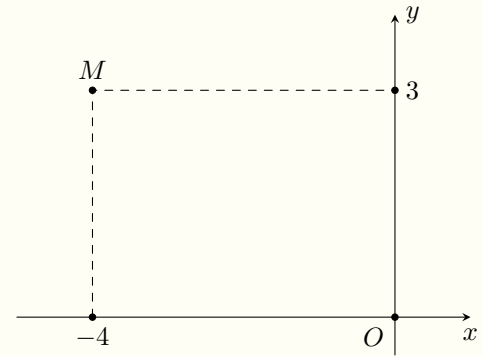
Chọn đáp án **(C)**



Câu 15.

Cho điểm M là điểm biểu diễn của số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

- (A) Phần thực -4 và phần ảo là $3i$.
 (B) Phần thực 3 và phần ảo là -4 .
 (C) Phần thực -4 và phần ảo là 3 .
 (D) Phần thực 4 và phần ảo là $-4i$.



Lời giải.

Phần thực -4 và phần ảo là 3 .

Chọn đáp án (C)

Câu 16. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x+2}$ có phương trình là

- (A) $y = 1$. (B) $x = -2$. (C) $x = 1$. (D) $y = -2$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -2^+} y = -\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -2$.

Chọn đáp án (B)

Câu 17. Cho các số dương a, b, c và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- (A) $\log_a b + \log_a c = \log_a (b + c)$. (B) $\log_a b + \log_a c = \log_a |b - c|$.
 (C) $\log_a b + \log_a c = \log_a (bc)$. (D) $\log_a b + \log_a c = \log_a (b - c)$.

Lời giải.

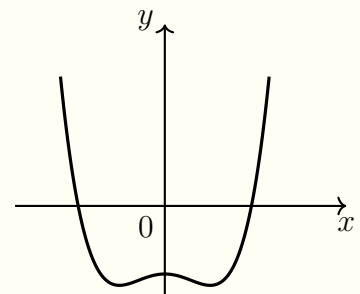
Theo tính chất logarit ta có $\log_a b + \log_a c = \log_a (bc)$.

Chọn đáp án (C)

Câu 18.

Hỏi a và b thỏa mãn điều kiện nào để hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị dạng như hình vẽ bên?

- (A) $a > 0; b < 0$. (B) $a < 0; b > 0$.
 (C) $a > 0; b > 0$. (D) $a < 0; b > 0$.



Lời giải.

Từ đồ thị ta thấy $a > 0$. Ngoài ra $y' = 4ax^3 + 2bx$ có ba nghiệm phân biệt $\Rightarrow b < 0$.

Chọn đáp án (A)

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{4} =$

$$\frac{z+1}{2}?$$

A $P(4; 9; 3).$

B $Q(2; -1; 1).$

C $N(3; 4; 2).$

D $M(4; 7; 2).$

Lời giải.

Thay tọa độ điểm $P(4; 9; 3)$ vào phương trình đường thẳng $d: \frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+1}{2}$ ta được $\frac{4+2}{3} = \frac{9-1}{4} = \frac{3+1}{2} = 2$ (đúng).

Vậy điểm P thuộc đường thẳng d .

Chọn đáp án **A**



Câu 20. Có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh từ một nhóm 15 học sinh?

A $15^3.$

B $3^{15}.$

C $A_{15}^{35}.$

D $C_{15}^3.$

Lời giải.

Có C_{15}^3 cách chọn 3 học sinh từ một nhóm 15 học sinh.

Chọn đáp án **D**



Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$

B $2a^3\sqrt{3}.$

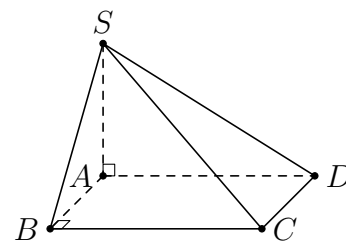
C $a^3\sqrt{3}.$

D $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}.$

Lời giải.

Gọi V là thể tích của khối chóp $S.ABCD$, ta có

$$V = \frac{1}{3}SA \cdot AB \cdot AD = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}.$$



Chọn đáp án **D**



Câu 22. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2018^x$.

A $y' = x \cdot 2018^{x-1}.$

B $y' = 2018^x.$

C $y' = \frac{2018^x}{\ln 2018}.$

D $y' = 2018^x \cdot \ln 2018.$

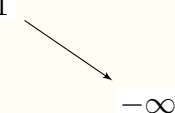
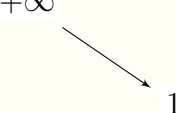
Lời giải.

Ta có $y = 2018^x \Rightarrow y' = 2018^x \cdot \ln 2018.$

Chọn đáp án **D**



Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	$-$		$-$
y	1 	$+\infty$ 	1

Hãy chọn mệnh đề đúng.

- A** $f(x)$ nghịch biến trên từng khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.
B $f(x)$ đồng biến trên từng khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.
C $f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
D $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

 **Lời giải.**

Từ bảng biến thiên, ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 24. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 2]$ và thỏa mãn $\int_1^2 f(x) dx = 3$. Tính tích phân

$$I = \int_1^2 2f(x) dx.$$

- A** $I = 1$. **B** $I = 2$. **C** $I = 5$. **D** $I = 6$.

 **Lời giải.**

$$\text{Ta có } I = \int_1^2 2f(x) dx = 2 \int_1^2 f(x) dx = 2 \cdot 3 = 6.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 25. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1 = -5$, $d = 2$. Số 93 là số hạng thứ bao nhiêu?

- A** 50. **B** 100. **C** 44. **D** 75.

 **Lời giải.**

$$\text{Ta có } u_n = u_1 + (n - 1)d \Rightarrow 93 = -5 + (n - 1) \cdot 2 \Rightarrow n - 1 = 49 \Rightarrow n = 50.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 26. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + x$ là

- A** $-\cos x + 1 + C$. **B** $\cos x + \frac{1}{2}x^2 + C$.
C $-\cos x + \frac{1}{2}x^2 + C$. **D** $\cos x + x^2 + C$.

 **Lời giải.**

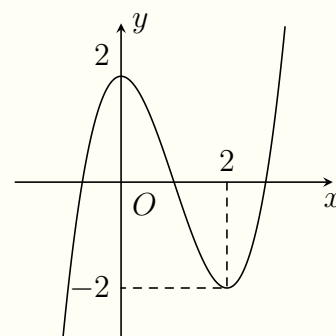
$$\text{Ta có } \int (\sin x + x) dx = -\cos x + \frac{1}{2}x^2 + C.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 27.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.
- (B) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -2 .
- (C) Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.
- (D) Hàm số có ba cực trị.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta có nhận xét: hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 28. Cho hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 2]$. Giá trị của $M + m$ là

- (A) 2.
- (B) -1 .
- (C) 0.
- (D) 3.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 8x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-1; 2] \\ x = -\sqrt{2} \notin [-1; 2] \\ x = \sqrt{2} \in [-1; 2]. \end{cases}$$

$$y(-1) = 0, y(2) = 3, y(0) = 3, y(\sqrt{2}) = -1.$$

$$\text{Do đó } M = \max_{[-1; 2]} y = 3, m = \min_{[-1; 2]} y = -1. \text{ Suy ra } M + m = 2.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 29. Các khoảng nghịch biến của hàm số $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$ là

- (A) $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
- (B) $(-\infty; +\infty) \setminus \{1\}$.
- (C) $(2; +\infty)$.
- (D) $(-\infty; 2)$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

$$f'(x) = -\frac{3}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in \mathcal{D} \text{ nên hàm số nghịch biến trên các khoảng } (-\infty; 1) \text{ và } (1; +\infty).$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 30. Cho $\log_a x = -1$ và $\log_a y = 4$. Giá trị của biểu thức $\log_a (x^2 y^3)$ bằng

- (A) 3.
- (B) 10.
- (C) -14 .
- (D) 65.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \log_a (x^2 y^3) = \log_a x^2 + \log_a y^3 = 2 \log_a x + 3 \log_a y = -2 + 12 = 10.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 31. Cho tứ diện đều $S.ABC$ có cạnh bằng a . M là một điểm bất kì bên trong tứ diện. Tổng khoảng cách từ M tới các mặt của khối tứ diện là

- (A)** Một đại lượng phụ thuộc vị trí của M . **(B)** $a\sqrt{\frac{2}{3}}$.
(C) $\frac{a}{\sqrt{2}}$. **(D)** $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

Lời giải.

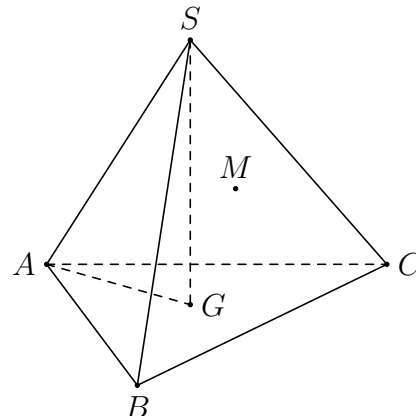
Do $S.ABC$ là tứ diện đều có cạnh bằng a nên ta có

$$S_{ABC} = S_{SAB} = S_{SAC} = S_{SBC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC .

Ta có: $AG = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ và

$$SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}} = a\sqrt{\frac{2}{3}}.$$



Do M nằm trong tứ diện nên ta có

$$\begin{aligned}
 &V_{M.ABC} + V_{M.SAC} + V_{M.SAB} + V_{M.SBC} = V_{S.ABC} \\
 \Leftrightarrow &\frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot (d(M, (ABC)) + d(M, (SAC)) + d(M, (SAB)) + d(M, (SBC))) = \frac{1}{3} \cdot SG \cdot S_{ABC} \\
 \Leftrightarrow &d(M, (ABC)) + d(M, (SAC)) + d(M, (SAB)) + d(M, (SBC)) = SG = a\sqrt{\frac{2}{3}}.
 \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)**

- Câu 32.** Cho $\int_0^1 f(x) dx = -1$ và $\int_0^1 g(x) dx = 1$. Khi đó $\int_0^1 [f(x) - 7g(x)] dx$ bằng
- (A)** -8 . **(B)** 6 . **(C)** -6 . **(D)** 8 .

Lời giải.

$$\text{Ta có } \int_0^1 [f(x) - 7g(x)] dx = \int_0^1 f(x) dx - 7 \int_0^1 g(x) dx = -8.$$

Chọn đáp án **(A)**

- Câu 33.** Trong không gian Oxyz cho hai điểm $A(1; -3; 2)$ và $B(3; 1; 4)$. Khi đó, mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là
- (A)** $x - 2y + z - 7 = 0$. **(B)** $2x - y + 3z - 4 = 0$.
(C) $2x + 4y + 2z - 3 = 0$. **(D)** $x + 2y + z - 3 = 0$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} M(2; -1; 3) \text{ là trung điểm của đoạn thẳng } AB \\ \overrightarrow{AB} = (2; 4; 2). \end{cases}$$

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là $x + 2y + z - 3 = 0$.

Chọn đáp án **(D)**

- Câu 34.** Cho số phức z có môđun bằng 2018 và w là số phức thỏa mãn biểu thức $\frac{1}{z} + \frac{1}{w} =$

$\frac{1}{z+w}$. Môđun của số phức w bằng

- (A) 2018. (B) 2019. (C) 2017. (D) $\sqrt{2019}$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có $\frac{1}{z} + \frac{1}{w} = \frac{1}{z+w} \Rightarrow \frac{(z+w)^2 - zw}{zw(z+w)} = 0$, suy ra $\left(z + \frac{1}{2}w\right)^2 = \left(-\frac{i\sqrt{3}w}{2}\right)^2$.

Khi đó $z = \left(-\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}\right)w$ hoặc $z = \left(-\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}\right)w \Rightarrow |w| = -\frac{2018}{\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}}} = 2018$.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 35. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, $AA' = 2a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và CD' .

- (A) $2a$. (B) $a\sqrt{2}$. (C) $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. (D) $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải.

Ta có $BD \parallel B'D'$, $B'D' \subset (CD'B')$ $\Rightarrow BD \parallel (CD'B')$
 $\Rightarrow d(CD', BD) = d(D, (CD'B'))$.

Gọi $I = DC' \cap D'C \Rightarrow I = DC' \cap (CD'B')$ mà I là trung điểm của DC' $\Rightarrow d(D, (CD'B')) = d(C', (CD'B'))$.

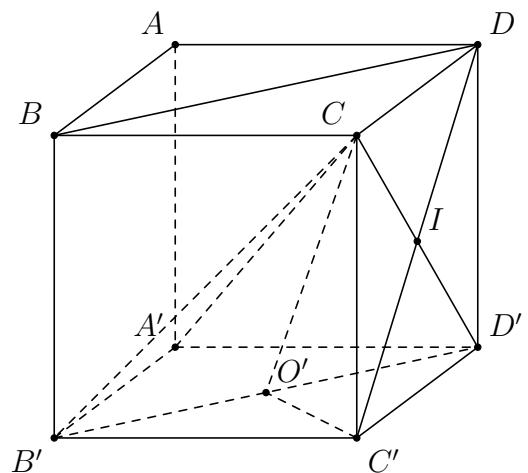
Vì $A'B'C'D'$ là hình vuông tâm O' cạnh $a\sqrt{2}$.

$\Rightarrow C'O' = a \Rightarrow CO' = \sqrt{CC'^2 + C'O'^2} = a\sqrt{5}$.

Ta có diện tích $S_{\triangle CB'D'} = \frac{1}{2}CO' \cdot B'D' = \frac{1}{2}a\sqrt{5} \cdot 2a = a^2\sqrt{5}$.

Ta có $V_{C'.CD'B'} = V_{C.C'B'D'} = \frac{1}{6}CC' \cdot C'B' \cdot C'D' = \frac{2}{3}a^3$.

$\Rightarrow d(C', (CB'D')) = \frac{3V_{C'.CB'D'}}{S_{\triangle CB'D'}} = \frac{3 \cdot \frac{2}{3}a^3}{a^2\sqrt{5}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$.



Chọn đáp án (D)

□

Câu 36. Tính tổng của tất cả các số có 5 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

- (A) 333330. (B) 7999920. (C) 1599984. (D) 3999960.

Lời giải.

Số các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau lấy từ tập A là $5! = 120$ số.

Trong 120 số tìm được, luôn chọn được một cặp số $(x; y)$ sao cho $x + y = 66666$. Vậy tổng của 120 số tìm được là $60 \times 66666 = 3999960$.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}$,

$d_2: \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{2}$. Viết phương trình đường phân giác góc nhọn tạo bởi d_1, d_2 .

- (A) $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-3}$. (B) $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$. (C) $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{3}$. (D) $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$.

Lời giải.

Gọi M là giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 . Khi đó $M(1; 0; 0)$.

Gọi $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ lần lượt là véc-tơ chỉ phương của các đường thẳng d_1 và d_2 . Khi đó $\vec{u}_1 = (1; 2; -1)$, $\vec{u}_2 = (-1; -1; 2)$. Suy ra $|\vec{u}_1| = |\vec{u}_2| = \sqrt{6}$ và $\cos(\vec{u}_1; \vec{u}_2) = \frac{\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|} = -\frac{5}{6} < 0$.

Vì góc giữa hai véc-tơ $\vec{u}_1$ và $\vec{u}_2$ là góc tù, nên một véc-tơ chỉ phương của đường phân giác góc nhọn tạo bởi d_1 và d_2 là $\vec{u} = \vec{u}_1 - \vec{u}_2 = (2; 3; -3)$.

Vậy phương trình phân giác cần tìm là $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-3}$.

Chọn đáp án **A**



Câu 38. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $9^x - (m+1)3^x + 2m - 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + 1)(x_2 + 1) \leq 3$?

A 0.

B 1.

C 2.

D 3.

Lời giải.

Ta thấy

$$9^x - (m+1)3^x + 2m - 2 = 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 2 \\ 3^x = m - 1. \end{cases}$$

$$\text{Phương trình (1) có hai nghiệm } x_1, x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m \neq 3. \end{cases} \quad (2)$$

Ta thấy

$$\begin{aligned} & (x_1 + 1) \cdot (x_2 + 1) \leq 3 \\ \Rightarrow & [\log_3(m-1) + 1] \cdot (\log_3 2 + 1) \leq 3 \\ \Leftrightarrow & \log_3 6 \cdot \log_3 [3 \cdot (m-1)] \leq \log_3 27 \\ \Leftrightarrow & \log_3 [3 \cdot (m-1)] \leq \log_6 27 \\ \Rightarrow & \log_3 [3 \cdot (m-1)] < 2 \\ \Rightarrow & 3 \cdot (m-1) < 9 \\ \stackrel{(2)}{\Rightarrow} & \begin{cases} 1 < m < 4 \\ m \neq 3 \end{cases} \\ \Rightarrow & m = 2. \end{aligned}$$

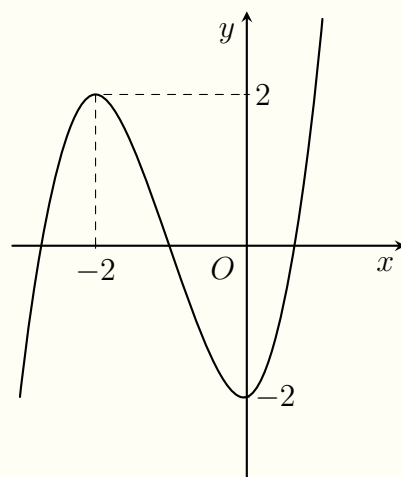
Chọn đáp án **B**



Câu 39.

Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ có đồ thị hàm số như hình bên. Hàm số $g(x) = f(-x^2 + 3x)$ đồng biến trên khoảng nào?

- A** $(0; 1)$. **B** $(1; 2)$. **C** $(4; +\infty)$. **D** $(-\infty; 0)$.



Lời giải.

Ta có $g'(x) = (-2x + 3) \cdot f'(-x^2 + 3x)$.

$$\text{Suy ra } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 3 = 0 \\ f'(-x^2 + 3x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ -x^2 + 3x = -2 \\ -x^2 + 3x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2} \\ x = 0 \\ x = 3. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$\frac{3 - \sqrt{17}}{2}$	0	$1,5$	3	$\frac{3 + \sqrt{17}}{2}$	$+\infty$
g'	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
g							

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số đồng biến trên $(0; 1)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 40. Hàm số nào dưới đây **không** là nguyên hàm của hàm số $y = \frac{x(2+x)}{(x+1)^2}$?

- A** $y = \frac{x^2 + x - 1}{x + 1}$. **B** $y = \frac{x^2 - x - 1}{x + 1}$. **C** $y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$. **D** $y = \frac{x^2}{x + 1}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có biến đổi: } \frac{x(2+x)}{(x+1)^2} = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2} = 1 - \frac{1}{(x+1)^2}.$$

$$\text{Suy ra, } \int \frac{x(2+x)}{(x+1)^2} dx = \int \left(1 - \frac{1}{(x+1)^2} \right) dx = x + \frac{1}{x+1} + C = \frac{x^2 + (C+1)x + C+1}{x+1}.$$

✓ Với $C = -2$, ta được $y = \frac{x^2 - x - 1}{x + 1}$;

✓ Với $C = 0$, ta được $y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$;

☑ Với $C = -1$, ta được $y = \frac{x^2}{x+1}$.

Vậy hàm số không phải là nguyên hàm của hàm số đã cho là $y = \frac{x^2 + x - 1}{x+1}$.

Chọn đáp án **(A)** □

🔴 Câu 41. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $SA \perp (ABC)$, $AC = 3a\sqrt{2}$, $SB = 2a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- (A)** $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. **(B)** $V = \frac{3a^3\sqrt{21}}{2}$. **(C)** $V = \frac{a^3\sqrt{21}}{2}$. **(D)** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

💬 Lời giải.

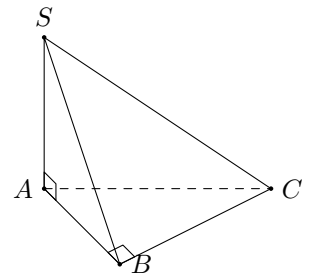
Tam giác ABC vuông cân tại B , $AC = 3a\sqrt{2} \Rightarrow BA = BC = 3a$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot BA \cdot BC = \frac{9a^2}{2}$.

$\triangle SAB$ vuông tại $A \Rightarrow SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a\sqrt{3}$.

Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{9a^2}{2} = \frac{3\sqrt{3}a^3}{2}.$$



Chọn đáp án **(A)** □

🔴 Câu 42. Cho tập $X = \{1; 3; 5; 7; 9\}$. Có bao nhiêu số phức $z = x + yi$ có phần thực, phần ảo đều thuộc X và có tổng $x + y \leq 10$?

- (A)** 20. **(B)** 10. **(C)** 15. **(D)** 24.

💬 Lời giải.

Xét số phức $z = x + yi$ ($x, y \in X$).

Vì số phức $z = x + yi$ thỏa mãn $x + y \leq 10$ nên ta xét các trường hợp sau

a) $(x; y) \in \{(1; 3), (1; 5), (1; 7), (1; 9), (3; 5), (3; 7)\}$, có $2 \times 6 = 12$ số phức thỏa mãn.

b) $(x; y) \in \{(1; 1), (3; 3), (5; 5)\}$, có 3 số phức thỏa mãn.

Vậy có $12 + 3 = 15$ số phức thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án **(C)** □

🔴 Câu 43. Cho số phức z có môđun bằng 2018 và w là số phức thỏa mãn biểu thức $\frac{1}{z} + \frac{1}{w} = \frac{1}{z+w}$. Môđun của số phức w bằng

- (A)** 2018. **(B)** 2019. **(C)** 2017. **(D)** $\sqrt{2019}$.

💬 Lời giải.

Từ giả thiết ta có $\frac{1}{z} + \frac{1}{w} = \frac{1}{z+w} \Rightarrow \frac{(z+w)^2 - zw}{zw(z+w)} = 0$, suy ra $\left(z + \frac{1}{2}w\right)^2 = \left(-\frac{i\sqrt{3}w}{2}\right)^2$.

Khi đó $z = \left(-\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}\right)w$ hoặc $z = \left(-\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}\right)w \Rightarrow |w| = -\frac{2018}{\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}}} = 2018$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	1	3	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-3	3	-2	$+\infty$		

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(6 - 3x)$ là

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = -3 \cdot f'(6 - 3x). \text{ Cho } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 6 - 3x = -3 \\ 6 - 3x = 1 \\ 6 - 3x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{5}{3} \\ x = 1. \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	$\frac{5}{3}$	3	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Nhận xét: y' đổi dấu 3 lần khi đi qua các nghiệm nên phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt. Vậy hàm số $y = f(6 - 3x)$ có 3 cực trị.

Chọn đáp án (C)

Câu 45. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 2 - t \end{cases}$, biết rằng

d và trục Ox chéo nhau. Lập phương trình đường vuông góc chung của d và trục Ox .

- (A) $\begin{cases} x = 1 \\ y = t \\ z = t \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2t \\ z = t \end{cases}$ (C) $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2 - t \\ z = t \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = t \end{cases}$

Lời giải.

Gọi HK là đoạn vuông góc chung của d và trục Ox ($H \in d, K \in Ox$).

Khi đó $H(0; t; 2 - t), K(t'; 0; 0) \Rightarrow \overrightarrow{HK} = (t'; -t; -2 + t)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \overrightarrow{HK} \cdot \vec{u}_d = 0 \\ \overrightarrow{HK} \cdot \vec{i} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \cdot t' + 1(-t) - 1(-2 + t) = 0 \\ t' \cdot 1 + 0(-t) + 0(-2 + t) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \Rightarrow H(0; 1; 1) \\ t' = 0 \Rightarrow K(0; 0; 0) \equiv O \end{cases}$$

Ta suy ra $\overrightarrow{HK} = (0; -1; -1)$.

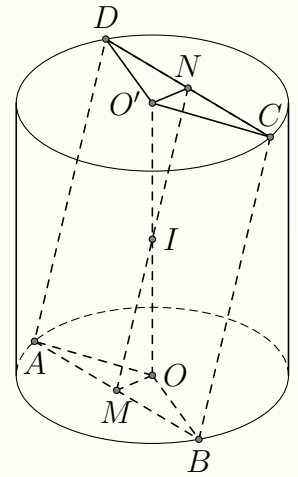
Đường thẳng (HK) qua O và có VTCP $\overrightarrow{HK} = (0; -1; -1)$. Vậy $(HK): \begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = t \end{cases}$

Chọn đáp án (D)

🔴 Câu 46.

Cho một hình trụ tròn xoay và hình vuông $ABCD$ cạnh a có 2 đỉnh liên tiếp A, B nằm trên đường tròn đáy thứ nhất của hình trụ, hai đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy thứ hai của hình trụ. Mặt phẳng $(ABCD)$ tạo với đáy của hình trụ góc 45° . Tính thể tích khối trụ.

- (A)** $\frac{3\pi a^3}{16}$.
 (B) $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{16}$.
 (C) $\frac{\pi a^3}{16}$.
 (D) $\frac{3\sqrt{2}\pi a^3}{16}$.

**💬 Lời giải.**

- Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD , O và O' lần lượt là tâm hai mặt đáy. Gọi I là giao điểm của MN và OO' .
- Góc giữa mặt phẳng $(ABCD)$ và mặt đáy là góc $(MN, OM) = \widehat{IMO}$. Do đó $\widehat{IMO} = 45^\circ$. Suy ra $\triangle IMO$ vuông cân tại O .
- Ta có $MN = BC = a$ nên $IM = \frac{a}{2}$ và $AM = \frac{1}{2}AB = \frac{a}{2}$. Suy ra $OM = OI = \frac{a}{2\sqrt{2}} \Rightarrow OO' = 2OI = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

$\triangle OMA$ vuông tại M nên $OA^2 = OM^2 + AM^2 = \frac{a^2}{8} + \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{8}$. Suy ra $R = OA = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$.

- Ta có $V_{\text{trụ}} = \pi R^2 h = \pi \cdot \frac{3a^2}{8} \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}\pi a^3}{16}$.

Chọn đáp án **(D)** □

🔴 Câu 47. Gọi a là số thực lớn nhất để bất phương trình $x^2 - x + 2 + a \ln(x^2 - x + 1) \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A)** $a \in (2; 3]$.
 (B) $a \in (8; +\infty)$.
 (C) $a \in (6; 7]$.
 (D) $a \in (-6; -5]$.

💬 Lời giải.

Đặt $t = x^2 - x + 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$ suy ra $t \geq \frac{3}{4}$.

Bất phương trình đã cho trở thành

$$x^2 - x + 2 + a \ln(x^2 - x + 1) \geq 0 \Leftrightarrow t + a \ln t + 1 \geq 0 \Leftrightarrow a \ln t \geq -t - 1.$$

☑ Trường hợp 1: $t = 1$ khi đó $a \ln 1 \geq -1 - 1$ luôn đúng với mọi a .

☑ Trường hợp 2: $\frac{3}{4} \leq t < 1$.

Ta có $a \ln t \geq -t - 1, \forall t \in \left[\frac{3}{4}; 1\right) \Leftrightarrow a \leq \frac{-t-1}{\ln t}, \forall t \in \left[\frac{3}{4}; 1\right)$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{-t-1}{\ln t} \Rightarrow f'(t) = -\frac{\ln t - 1 - \frac{1}{t}}{\ln^2 t} \geq 0, \forall t \in \left[\frac{3}{4}; 1\right)$.

Do đó $a \leq \frac{-t-1}{\ln t}, \forall t \in \left[\frac{3}{4}; 1\right) \Leftrightarrow a \leq \frac{-7}{4 \ln \frac{3}{4}}$.

☑ Trường hợp 3: $t > 1$.

Ta có $a \ln t \geq -t - 1, \forall t \in (1; +\infty) \Leftrightarrow a \geq \frac{-t-1}{\ln t}, \forall t \in (1; +\infty)$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{-t-1}{\ln t} \Rightarrow f'(t) = -\frac{\ln t - 1 - \frac{1}{t}}{\ln^2 t}, \forall t \in (1; +\infty)$.

Xét hàm số $g(t) = \ln t - 1 - \frac{1}{t} \Leftrightarrow g'(t) = \frac{1}{t} + \frac{1}{t^2} > 0$ nên hàm số đồng biến.

Suy ra phương trình $g(t) = 0$ có tối đa một nghiệm.

Vì $g(1) = -2; \lim_{t \rightarrow +\infty} g(t) = +\infty$ nên $g(t) = 0$ có duy nhất một nghiệm trên $(1; +\infty)$.

Do đó $f'(t) = 0$ có duy nhất một nghiệm là t_0 . Khi đó $\ln t_0 = \frac{t_0 + 1}{t_0}$ suy ra $f(t_0) = -t_0$. Bảng biến thiên

t	1	t_0	$+\infty$
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	$-\infty$	$-t_0$	$-\infty$

Suy ra $a \geq \frac{-t-1}{\ln t}, \forall t \in (1; +\infty) \Leftrightarrow a \geq -t_0$.

Do đó $-t_0 \leq a \leq \frac{-7}{4 \ln \frac{3}{4}} \approx 6,08$.

Vậy số thực a thỏa mãn yêu cầu bài toán là: $a \in (6; 7]$.

Chọn đáp án **C**

□

🔴 Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 5 = 0$. Gọi A là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) ; B là điểm thuộc d có hoành độ dương và $AB = \sqrt{6}$. Gọi $C(x; y; z)$ là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho $AC = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Tính giá trị $S = x + y + z$.

A $S = 0$.

B $S = 7$.

C $S = 5$.

D $S = 6$.

💬 Lời giải.

Vì A là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) nên $A(-3 + 2a; -1 + a; 3 + a)$.

Tọa độ A thỏa mãn phương trình $(-3 + 2a) + 2(-1 + a) - (3 + a) + 5 = 0 \Leftrightarrow a = 1$. Vậy $A(-1; 0; 4)$.

Gọi $B(-3 + 2t; -1 + t; 3 + t) \in d, \left(t > \frac{3}{2}\right)$.

Ta có $AB = \sqrt{6} \Leftrightarrow (-2 + 2t)^2 + (-1 + t)^2 + (-1 + t)^2 = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \text{ (loại)} \\ t = 2 \text{ (nhận)} \end{cases}$.

Suy ra $B(1; 1; 5)$.

Xét $\triangle ABC$ ta có $\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Leftrightarrow \sin C = \frac{AB \cdot \sin B}{AC} = \frac{\sqrt{6} \cdot \sin 60^\circ}{\frac{3\sqrt{2}}{2}} = 1 \Rightarrow \widehat{ACB} = 90^\circ$.

Do đó C là hình chiếu vuông góc của B lên (P) .

BC qua $B(1; 1; 5)$, có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = \vec{n}_P = (1; 2; -1)$, có phương trình $\begin{cases} x = 1 + t' \\ y = 1 + 2t' \\ z = 5 - t' \end{cases}$.

Xét phương trình $(1+t') + 2(1+2t') - (5-t') + 5 = 0 \Leftrightarrow t' = -\frac{1}{2}$.

Suy ra $C\left(\frac{1}{2}; 0; \frac{11}{2}\right)$, do đó $x+y+z = \frac{1}{2} + 0 + \frac{11}{2} = 6$.

Chọn đáp án **(D)** □

❶ Câu 49. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$ có 5 điểm cực trị?

(A) 27.

(B) 16.

(C) 26.

(D) 44.

💬 Lời giải.

Đặt $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m$ thì $y = |f(x)| = \sqrt{f^2(x)}$.

Ta có $y' = \frac{f'(x) \cdot f(x)}{|f(x)|}$. Mà $f'(x) = 12x^3 - 12x^2 - 24x$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 2. \end{cases}$

Ta có y' đổi dấu qua các nghiệm của $f'(x) = 0$ và không xác định tại các điểm làm $f(x) = 0$.

Vậy số điểm cực trị của hàm số y thuộc tập nghiệm của $f'(x) = 0, f(x) = 0$.

Ta lập bảng biến thiên của hàm số $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m$.

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$-5+m$	m	$-32+m$	$+\infty$

Để hàm số y có 5 điểm cực trị có các khả năng sau

❶ $f(x) = 0$ có hai nghiệm khác $0, -1, 2$. Khi đó $\begin{cases} m < 0 \\ \begin{cases} -32+m < 0 \\ -5+m > 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ 5 < m < 32. \end{cases}$

❷ $f(x) = 0$ có ba nghiệm trong đó có một nghiệm là $-1, 0$ hoặc 2 . Khi đó ta có $m = 0$ hoặc $m = 5$.

Nhưng vì m nguyên dương nên $m \in \{5; 6; 7; \dots; 31\}$. Vậy có tất cả 27 giá trị thỏa mãn.

Chọn đáp án **(A)** □

HẾT

BỘ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
TRƯỜNG THPT NGUYỄN TẤT THÀNH
GV: LÊ QUANG XE - 0967.003.131

PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO 2022

NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn: **Toán**

Thời gian làm bài: 90 phút

ĐỀ SỐ 16

ĐỀ THAM KHẢO HKII

Câu 1. Tìm các số thực x, y thỏa mãn $(2x + 5y) + (4x + 3y)i = 5 + 2i$.

A $x = \frac{5}{14}$ và $y = -\frac{8}{7}$.

B $x = \frac{8}{7}$ và $y = -\frac{5}{14}$.

C $x = -\frac{5}{14}$ và $y = \frac{8}{7}$.

D $x = -\frac{5}{14}$ và $y = -\frac{8}{7}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } (2x + 5y) + (4x + 3y)i = 5 + 2i \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 5y = 5 \\ 4x + 3y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{5}{14} \\ y = \frac{8}{7} \end{cases}$$

Chọn đáp án **C**

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0$. Tọa độ tâm I của mặt cầu là

A Tâm $I(1; -2; 3)$.

B Tâm $I(1; -2; 1)$.

C Tâm $I(-1; 2; 3)$.

D Tâm $I(1; 2; -3)$.

Lời giải.

Gọi $I(a; b; c)$ là tâm mặt cầu. Khi đó ta có $a = 1; b = -2; c = 3$.

Vậy tâm mặt cầu là $I(1; -2; 3)$.

Chọn đáp án **A**

Câu 3. Hàm số nào sau đây có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$?

A $y = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2+1}$.

B $y = \frac{x-1}{2x-1}$.

C $y = x^3 - 2x^2 + 1$.

D $y = \sqrt{x^3+1}$.

Lời giải.

Hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 1$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Chọn đáp án **C**

Câu 4. Khối cầu (S) bán kính R có thể tích bằng

A $4\pi R^2$.

B $\frac{4}{3}\pi R^3$.

C $\frac{1}{3}\pi R^3$.

D πR^3 .

Lời giải.

Ta có công thức tính thể tích khối cầu (S) bán kính R là $\frac{4}{3}\pi R^3$.

Chọn đáp án **B**

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $a \in \mathbb{R}$, khi đó $\int_a^a f(x) dx$ bằng

A a^2 .**B** 1.**C** $2a$.**D** 0. **Lời giải.**Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

Ta có $\int_a^a f(x) dx = F(a) - F(a) = 0$.

Chọn đáp án **D** **❶ Câu 6.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			2			$+\infty$
		-1			-1		

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

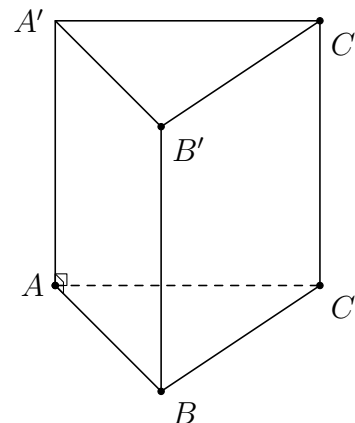
A $x = 2$.**B** $x = -2$.**C** $x = 0$.**D** $x = -1$. **Lời giải.**Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 0$.Chọn đáp án **C** **❶ Câu 7.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,3}(3x - 2) \geq 0$ là**A** $\left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$.**B** $\left(\frac{2}{3}; 1\right)$.**C** $\left[\frac{2}{3}; 1\right]$.**D** $(2; +\infty)$. **Lời giải.**

Ta có: $\log_{0,3}(3x - 2) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2 > 0 \\ 3x - 2 \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{2}{3} \\ x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{3} < x \leq 1$.

Tập nghiệm của bất phương trình là $\left(\frac{2}{3}; 1\right]$.Chọn đáp án **C** **❶ Câu 8.** Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng**A** $\frac{27\sqrt{3}}{4}$.**B** $\frac{9\sqrt{3}}{4}$.**C** $\frac{27\sqrt{3}}{2}$.**D** $\frac{9\sqrt{3}}{2}$. **Lời giải.**

Gọi khối lăng trụ tam giác đều đó là $ABC.A'B'C'$ ta có

$$V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{\triangle ABC} = 3 \cdot \frac{3^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{27\sqrt{3}}{4}.$$



Chọn đáp án **(A)**



Câu 9. Cho $\alpha \in \mathbb{R}$, tập xác định của hàm số $y = (1+x)^\alpha$ là

(A) $(-1; +\infty)$.

(B) $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

(C) $\mathbb{R}$.

(D) $[-1; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $1+x > 0 \Leftrightarrow x > -1$.

Vậy tập xác định là $\mathcal{D} = (-1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)**



Câu 10. Nghiệm của phương trình $(0,3)^{x-2} = 1$ là

(A) $x = 3$.

(B) $x = 1$.

(C) $x = 0$.

(D) $x = 2$.

Lời giải.

Ta có $(0,3)^{x-2} = 1 \Leftrightarrow x-2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Chọn đáp án **(D)**



Câu 11. Tính tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x \, dx$.

(A) $I = \frac{2-\sqrt{2}}{2}$.

(B) $I = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

(C) $I = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(D) $I = \frac{2+\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Ta có: $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x \, dx = -\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} + 1 = \frac{2-\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án **(A)**



Câu 12. Cho hai số phức $z_1 = 4 - 3i$ và $z_2 = 7 + 3i$. Tìm số phức $z = z_1 - z_2$.

(A) $z = 11$.

(B) $z = 3 + 6i$.

(C) $z = -1 - 10i$.

(D) $z = -3 - 6i$.

Lời giải.

$z = z_1 - z_2 = (4 - 3i) - (7 + 3i) = (4 - 7) + (-3i - 3i) = -3 - 6i$.

Chọn đáp án **(D)**



❶ Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} - 1 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

(A) $\vec{n}_1 = (1; 2; 3)$.

(B) $\vec{n}_2 = (1; 2; -1)$.

(C) $\vec{n}_3 = \left(1; \frac{1}{2}; -1\right)$.

(D) $\vec{n}_4 = \left(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right)$.

💬 Lời giải.

Có $(P): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} - 1 = 0$, một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = \left(\frac{1}{1}; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right)$.

Chọn đáp án **(D)** □

❶ Câu 14. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2; 6; 1)$ và $M'(a; b; c)$ đối xứng nhau qua mặt phẳng (Oyz) . Tính $S = 7a - 2b + 2017c - 1$.

(A) $S = 2017$.

(B) $S = 2042$.

(C) $S = 0$.

(D) $S = 2018$.

💬 Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của M lên (Oyz) , suy ra $H(0; 6; 1)$.

Do M' đối xứng với M qua (Oyz) nên MM' nhận H làm trung điểm, suy ra $M'(2; 6; 1)$.

Vậy $T = 7 \times 2 - 2 \times 6 + 2017 \times 1 - 1 = 2018$.

Chọn đáp án **(D)** □

❶ Câu 15. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $z = \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1+i}\right)^3$ là điểm nào dưới đây?

(A) $D(2; 2)$.

(B) $C(1; 3\sqrt{3})$.

(C) $B\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

(D) $A(2; -2)$.

💬 Lời giải.

Ta có $z = \frac{1 + 3i\sqrt{3} + 9i^2 + 3\sqrt{3}i^3}{1 + 3i + 3i^2 + i^3} = \frac{4}{1-i} = 2 + 2i$. Vậy điểm biểu diễn của z là $D(2; 2)$.

Chọn đáp án **(A)** □

❶ Câu 16. Đường thẳng có phương trình nào sau đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{x+2}$?

(A) $x = 3$.

(B) $x = -2$.

(C) $y = 1$.

(D) $y = \frac{-3}{2}$.

💬 Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -2^+} y = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow -2^-} y = +\infty \Rightarrow x = -2$ là tiệm cận đứng.

Chọn đáp án **(B)** □

❶ Câu 17. Cho các số thực dương a, b khác 1. Khẳng định nào sau đây **sai**?

(A) $\log_a b = -\log_b a$.

(B) $\log_{a^3} b = \frac{1}{3} \log_a b$.

(C) $\log_a b^2 = 2 \log_a b$.

(D) $\log_a b \cdot \log_b a = 1$.

💬 Lời giải.

Ta có $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ nên khẳng định $\log_a b = -\log_b a$ sai.

Chọn đáp án **A**



Câu 18. Hàm số nào có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$				-3				$+\infty$

Diagram showing the function values at critical points: y starts at $+\infty$ for $x \rightarrow -\infty$, decreases to a local minimum of -4 at $x = -1$, increases to a local maximum of -3 at $x = 0$, decreases to another local minimum of -4 at $x = 1$, and finally increases to $+\infty$ as $x \rightarrow +\infty$.

A $y = x^4 - 2x^2 - 3.$

B $y = -x^4 + 2x^2 - 3.$

C $y = x^4 - 2x^2 + 3.$

D $y = -x^4 + 2x^2 + 3.$

Lời giải.

Dễ thấy bảng biến thiên trên là bảng biến thiên của hàm số trùng phương có $a > 0$. Mặt khác đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; -3)$ nên hàm số cần tìm là $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

Chọn đáp án **A**



Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 \\ z = -2 + 3t \end{cases}$ không đi qua điểm nào sau đây?

A $M(2; 1; -2).$

B $P(4; 1; -4).$

C $Q(3; 1; -5).$

D $N(0; 1; 4).$

Lời giải.

Kiểm tra thấy điểm $P(4; 1; -4)$ không thỏa mãn phương trình đường thẳng Δ .

Chọn đáp án **B**



Câu 20. Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm hai phần tử của M là

A $A_{10}^8.$

B $A_{10}^2.$

C $C_{10}^2.$

D $10^2.$

Lời giải.

Số tập con có 2 phần tử từ tập hợp có 10 phần tử bằng số cách lấy ra 2 phần tử từ tập hợp có 10 phần tử và bằng C_{10}^2 .

Chọn đáp án **C**



Câu 21. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bên $AA' = h$ và diện tích của tam giác ABC bằng S . Thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A $V = \frac{1}{3}Sh.$

B $V = \frac{2}{3}Sh.$

C $V = Sh.$

D $V = 2Sh.$

Lời giải.

Vì $S_{ABC} = S$ nên suy ra $S_{ABCD} = 2S$.

Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot AA' = 2Sh$.

Chọn đáp án **D**



Câu 22. Hàm số $y = \ln(\cos x)$ có đạo hàm trên tập xác định của nó là

A $y' = \frac{1}{\cos x}$.

B $y' = -\frac{\sin x}{\cos x}$.

C $y' = \frac{\sin x}{\cos x}$.

D $y' = \frac{1}{\sin x}$.

Lời giải.

Ta có $y' = [\ln(\cos x)]' = \frac{(\cos x)'}{\cos x} = -\frac{\sin x}{\cos x}$.

Chọn đáp án **B**

Câu 23.

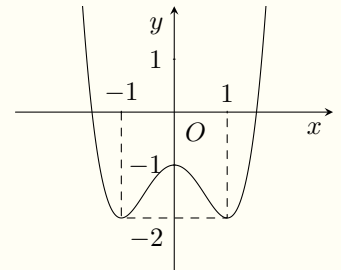
Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(0; 1)$.

B $(-1; 0)$.

C $(1; +\infty)$.

D $(-1; 1)$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Chọn đáp án **A**

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_1^3 f(x) dx = 8$, $\int_2^3 f(x) dx = 5$. Giá

trị của tích phân $\int_1^2 f(x) dx$ bằng

A -3 .

B 40 .

C 3 .

D 13 .

Lời giải.

$$\int_1^3 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx \Leftrightarrow \int_1^2 f(x) dx = \int_1^3 f(x) dx - \int_2^3 f(x) dx = 8 - 5 = 3.$$

Chọn đáp án **C**

Câu 25. Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = u_{n-1} + 2 \quad (n > 1) \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A $u_5 = 9$.

B $u_3 = 4$.

C $u_2 = 2$.

D $u_6 = 13$.

Lời giải.

Dãy số là cấp số cộng với công sai $d = 2$, $u_n = u_1 + 2(n - 1)$ suy ra $u_5 = 9$.

Chọn đáp án **A**

Câu 26. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + x$ là

A $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$.

B $\frac{1}{x+1}e^x + \frac{1}{2}e^x + \frac{1}{2}e^x + C$.

C $e^x + x^2 + C$.

D $e^x + 1 + C$.

Lời giải.

$$\int f(x) dx = \int (e^x + x) dx = e^x + \frac{1}{2}x^2 + C.$$

Chọn đáp án **A**



Câu 27. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+m}$, ($m \neq -1$) có đồ thị là ($\mathcal{C}$). Tìm m để ($\mathcal{C}$) nhận điểm $I(2; 1)$ làm tâm đối xứng.

A $m = \frac{1}{2}$.

B $m = -\frac{1}{2}$.

C $m = 2$.

D $m = -2$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+m}$, ($m \neq -1$) có tâm đối xứng $I(-m; 1)$.

Vậy $m = -2$.

Chọn đáp án **D**



Câu 28. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 4x^3 - 3x^4$ trên đoạn $[0; 2]$.

A $\min_{[0;2]} y = -24$.

B $\min_{[0;2]} y = 1$.

C $\min_{[0;2]} y = 0$.

D $\min_{[0;2]} y = -16$.

Lời giải.

Hàm số đã cho liên tục trên $[0; 2]$.

Ta có: $y' = 12x^2 - 12x^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$$

Hơn nữa, $y(0) = 0$; $y(1) = 1$; $y(2) = -16$.

Do đó $\min_{[0;2]} y = y(2) = -16$.

Chọn đáp án **D**



Câu 29. Hàm số $y = -x^3 + 3x - 2$ nghịch biến trên các khoảng nào sau đây?

A $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.

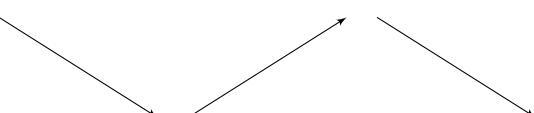
B $(-1; +\infty)$.

C $(-1; 1)$.

D $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $y' = -3x^2 + 3$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Bảng xét dấu y'

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y					

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.

Chọn đáp án **A**



Câu 30. Rút gọn biểu thức $R = \log_a b^{\frac{3}{2}} + \log_{a^2} b^{\frac{5}{2}}$ (với $a > 0$, $a \neq 1$ và $b > 0$).

A $R = \frac{15}{4} \log_a b$.

B $R = \log_a b$.

C $R = \frac{11}{4} \log_a b$.

D $R = \frac{15}{8} \log_a b$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } R = \frac{3}{2} \log_a b + \frac{5}{4} \log_a b = \frac{11}{4} \log_a b.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O cạnh a và có góc $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Đường thẳng SO vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ và $SO = \frac{3a}{4}$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) là

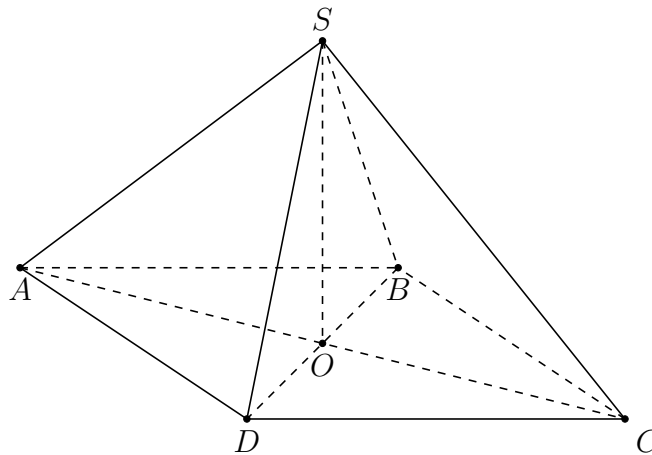
A $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B $\frac{3a}{2}$.

C $\frac{2a}{3}$.

D $\frac{3a}{4}$.

Lời giải.



$$\text{Ta có } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a}{4} \cdot a \cdot a \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^3 \sqrt{3}}{8}.$$

$$\text{Tam giác } SBC \text{ là tam giác có } BC = a, SB = \sqrt{SO^2 + OB^2} = \sqrt{\left(\frac{3a}{4}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{13}}{4} \text{ và}$$

$$SC = \sqrt{OC^2 + OS^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{3a}{4}\right)^2} = \frac{a\sqrt{21}}{4}.$$

$$\text{Do đó } S_{SBC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \Rightarrow d(A, (SBC)) = \frac{3V_{S.ABCD}}{S_{SBC}} = \frac{3a}{2}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 32. Cho $\int_{-1}^2 f(x) dx = 3$ và $\int_2^{-1} g(x) dx = 1$. Tính $\int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)] dx$

A $\frac{5}{2}$.

B $\frac{21}{2}$.

C $\frac{26}{2}$.

D $\frac{7}{2}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)] dx &= \int_{-1}^2 x dx + 2 \int_{-1}^2 f(x) dx - 3 \int_{-1}^2 g(x) dx \\ &= \left. \frac{x^2}{2} \right|_{-1}^2 + 2 \int_{-1}^2 f(x) dx + 3 \int_2^{-1} g(x) dx = \frac{3}{2} + 6 + 3 = \frac{21}{2}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)**



Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 1; 1)$, $B(2; 1; 0)$, $C(1; -1; 2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

(A) $x + 2y - 2z + 1 = 0$.

(B) $x + 2y - 2z - 1 = 0$.

(C) $3x + 2z - 1 = 0$.

(D) $3x + 2z + 1 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BC} = (-1; -2; 2)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) cần tìm.

$\Rightarrow \vec{n} = -\overrightarrow{BC} = (1; 2; -2)$ cũng là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $1(x + 1) + 2(y - 1) - 2(z - 1) \Leftrightarrow x + 2y - 2z + 1 = 0$.

Chọn đáp án **(A)**



Câu 34. Hỏi có bao nhiêu số phức z thỏa đồng thời các điều kiện $|z - i| = 5$ và z^2 là số thuần ảo?

(A) 2.

(B) 3.

(C) 0.

(D) 4.

Lời giải.

Đặt $z = x + iy$ (với $x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có $|z - i| = 5 \Leftrightarrow x^2 + (y - 1)^2 = 25$. (*)

z^2 là số thuần ảo, suy ra $x^2 - y^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ x = -y \end{cases}$.

Với $x = y$ thay vào (*) ta được $x^2 + (x - 1)^2 = 25 \Leftrightarrow 2x^2 - 2x - 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -3 \end{cases}$.

Với $x = -y$ thay vào (*) ta được $x^2 + (x + 1)^2 = 25 \Leftrightarrow 2x^2 + 2x - 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = 3 \end{cases}$.

Vậy có 4 số phức cần tìm là $4 + 4i, -3 - 3i, -4 + 4i, 3 - 3i$.

Chọn đáp án **(D)**



Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{3}$, tam giác SBC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, đường thẳng SD tạo với mặt phẳng (SBC) một góc 60° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

(A) $a^3\sqrt{3}$.

(B) $a^3\sqrt{6}$.

(C) $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

(D) $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải.

Kẻ $SH \perp BC$. Từ giả thiết suy ra $SH \perp (ABCD)$.

Xác định được hình chiếu của D lên (SBC) là điểm C .

Do đó: $(\widehat{SD, (SBC)}) = (\widehat{SD, SC}) = \widehat{DSC} = 60^\circ$.

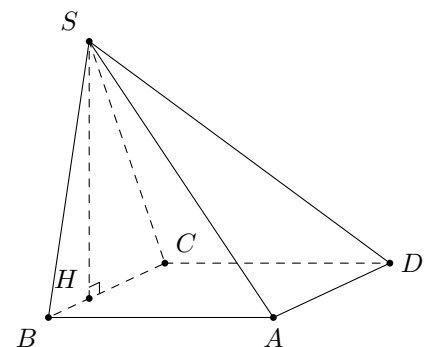
Tam giác vuông SCD vuông tại C có $SC = DC \cdot \cot \widehat{DSC} = a$.

Tam giác vuông SBC vuông tại S có

$$SB = \sqrt{BC^2 - SC^2} = a\sqrt{2}, SH = \frac{SB \cdot SC}{BC} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

Vậy thể tích khối chóp:

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} AB^2 \cdot SH = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$$



Chọn đáp án **(D)**

Câu 36. Một nhóm có 7 học sinh trong đó có 3 nam và 4 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách xếp các học sinh trên thành một hàng ngang sao cho các học sinh nữ đứng cạnh nhau?

- (A)** 144. **(B)** 5040. **(C)** 576. **(D)** 1200.

Lời giải.

- ✔ Số cách xếp 3 học sinh nam thành một hàng là $3!$ cách.
- ✔ Ứng với mỗi cách xếp 3 học sinh nam thành một hàng, tạo ra 4 vị trí trống mà tại mỗi vị trí trống đó nếu xếp các học sinh nữ vào. Khi đó các học sinh nữ đứng cạnh nhau trong hàng.
- ✔ Ứng với mỗi cách xếp trên có $4!$ cách xếp các học sinh nữ

Vậy có $3! \cdot 4! \cdot 4 = 576$ cách xếp.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

- (A)** $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+1}{5}$. **(B)** $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$.
(C) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-5}$. **(D)** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+5}{1}$.

Lời giải.

Phương trình tham số của đường thẳng d là
$$\begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 - t. \end{cases}$$

Gọi A là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) . Khi đó, ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 - t \\ x + y + z - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$t + (-1 + 2t) + (2 - t) - 3 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow A(1; 1; 1)$.

Ta có đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (1; 2; -1)$, mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (1; 1; 1)$.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và vuông góc với (P) . Khi đó (Q) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(Q)} = [\vec{u}_d, \vec{n}_{(P)}] = (3; -2; -1)$.

Gọi đường thẳng Δ là hình chiếu vuông góc của d lên (P) . Khi đó Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) .

Suy ra véc-tơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}_{\Delta} = [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}] = (1; 4; -5)$.

Vậy hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-5}$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 38. Giải bất phương trình $\log_2 \left(\log_{\frac{1}{2}} \left(2^x - \frac{15}{16} \right) \right) \leq 2$.

- (A)** $x \geq 0$. **(B)** $\log_2 \frac{15}{16} < x < \log_2 \frac{31}{16}$.
(C) $0 \leq x < \log_2 \frac{31}{16}$. **(D)** $\log_2 \frac{31}{16} < x \leq 0$.

 Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\log_2 \left(\log_{\frac{1}{2}} \left(2^x - \frac{15}{16} \right) \right) &\leq 2 \Leftrightarrow 0 < \log_{\frac{1}{2}} \left(2^x - \frac{15}{16} \right) \leq 4 \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{16} \leq 2^x - \frac{15}{16} < 1 \\ &\Leftrightarrow 1 \leq 2^x < \frac{31}{16} \\ &\Leftrightarrow 0 \leq x < \log_2 \frac{31}{16}.\end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**



Câu 39. Biết rằng có hai giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ (C) và đường thẳng $d: y = mx + 3$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB vuông tại O (với O là gốc tọa độ). Tổng của hai giá trị đó bằng

A 0. **B** 4. **C** 8. **D** 6.

 Lời giải.

Với điều kiện $x \neq 1$ ta có phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d là

$$\frac{2x+1}{x-1} = y = mx + 3 \Rightarrow 2x + 1 = (mx + 3)(x - 1) \Leftrightarrow mx^2 - (m - 1)x - 4 = 0. \quad (*)$$

Rõ ràng $x = 1$ không là nghiệm của phương trình (*). Như vậy đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B khi phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt, tức là

$$\begin{cases} m \neq 0 \\ (m - 1)^2 + 16m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m^2 + 14m + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \begin{cases} m < -7 - 4\sqrt{3} \\ m > -7 + 4\sqrt{3} \end{cases} \end{cases} \quad (**)$$

Gọi các giao điểm của d và (C) là $A(x_1; mx_1 + 3)$ và $B(x_2; mx_2 + 3)$, trong đó x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (*).

Theo giả thiết, tam giác OAB vuông tại O nên

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} &= 0 \Leftrightarrow x_1 x_2 + (mx_1 + 3)(mx_2 + 3) = 0 \Leftrightarrow x_1 x_2 + m^2 x_1 x_2 + 3m(x_1 + x_2) + 9 = 0 \\ &\Leftrightarrow (m^2 + 1)x_1 x_2 + 3m(x_1 + x_2) + 9 = 0 \Leftrightarrow \frac{-4(m^2 + 1)}{m} + \frac{3m(m - 1)}{m} + 9 = 0 \\ &\Leftrightarrow -4(m^2 + 1) + 3m(m - 1) + 9m = 0 \Leftrightarrow -m^2 + 6m - 4 = 0 \\ &\Leftrightarrow m = 3 \pm \sqrt{5}. \text{ (thỏa mã điều kiện (**))}\end{aligned}$$

Vậy $m = 3 \pm \sqrt{5}$ là các giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán và tổng của chúng bằng 6.

Chọn đáp án **D**



Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên đoạn $[-1; 2]$ thỏa mãn $f(0) = 1$ và $f^2(x) \cdot f'(x) = 3x^2 + 2x - 2$. Số nghiệm của phương trình $f(x) = 1$ trên đoạn $[-1; 2]$ là

A 1. **B** 3. **C** 0. **D** 2.

 Lời giải.

Vì hàm số $f(x)$ xác định trên đoạn $[-1; 2]$ nên ta có

$$\int f^2(x) \cdot f'(x) dx = \int f^2(x) d(f(x)) = \int (3x^2 + 2x - 2) dx \Leftrightarrow \frac{1}{3} f^3(x) = x^3 + x^2 - 2x + C.$$

Vì $f(0) = 1$ suy ra $C = \frac{1}{3}$.

Ta có $f(x) = 1 \Leftrightarrow f^3(x) = 1 \Leftrightarrow 3(x^3 + x^2 - 2x) + 1 = 1 \Leftrightarrow x^3 + x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 1$ hoặc $x = -2$ (loại vì $x = -2 \notin [-1; 2]$).

Chọn đáp án **(D)** □

🔴 Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $SC = 2$, $\widehat{BCS} = 45^\circ$, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) bằng 90° , góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

(A) $V = \frac{\sqrt{2}}{15}$.

(B) $V = 2\sqrt{3}$.

(C) $V = 2\sqrt{2}$.

(D) $V = \frac{2\sqrt{3}}{15}$.

💬 Lời giải.

Thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABC}$.

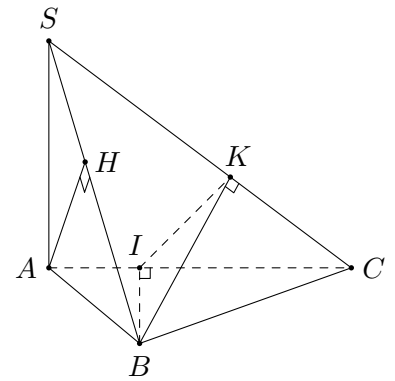
Kẻ $AH \perp SB$ suy ra $AH \perp (SBC)$.

Do $BC \perp SA$ và $BC \perp AH$ nên $BC \perp (SAB)$, do đó tam giác ABC vuông tại B .

Kẻ $BI \perp AC \Rightarrow BI \perp SC$ và kẻ $BK \perp SC \Rightarrow SC \perp (BIK)$.

Do đó góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) là $\widehat{BKI} = 60^\circ$.

Do $\widehat{BCS} = 45^\circ$ nên $SB = BC = \sqrt{2}$ và K là trung điểm của SC nên $BK = \frac{SC}{2} = 1$.



Trong tam giác vuông BIK có $BI = BK \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Trong tam giác vuông ABC có $\frac{1}{BI^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{BC^2} \Rightarrow AB = \frac{BI \cdot BC}{\sqrt{BC^2 - BI^2}} = \frac{\sqrt{30}}{5}$.

$S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot BC = \frac{\sqrt{15}}{5}$; $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Vậy $V = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABC} = \frac{2\sqrt{3}}{15}$.

Chọn đáp án **(D)** □

🔴 Câu 42. Cho số phức $z = 1 + i\sqrt{3}$. Số phức liên hợp của z là

(A) $\bar{z} = 1 - i\sqrt{3}$.

(B) $\bar{z} = -\sqrt{3} - i$.

(C) $\bar{z} = -1 + i\sqrt{3}$.

(D) $\bar{z} = \sqrt{3} + i$.

💬 Lời giải.

$$z = a + ib \Rightarrow \bar{z} = a - bi.$$

Chọn đáp án **(A)** □

🔴 Câu 43. Cho tập $X = \{1; 3; 5; 7; 9\}$. Có bao nhiêu số phức $z = x + yi$ có phần thực, phần ảo đều thuộc X và có tổng $x + y \leq 10$?

(A) 20.

(B) 10.

(C) 15.

(D) 24.

💬 Lời giải.

Xét số phức $z = x + yi$ ($x, y \in X$).

Vì số phức $z = x + yi$ thỏa mãn $x + y \leq 10$ nên ta xét các trường hợp sau

a) $(x; y) \in \{(1; 3), (1; 5), (1; 7), (1; 9), (3; 5), (3; 7)\}$, có $2 \times 6 = 12$ số phức thỏa mãn.

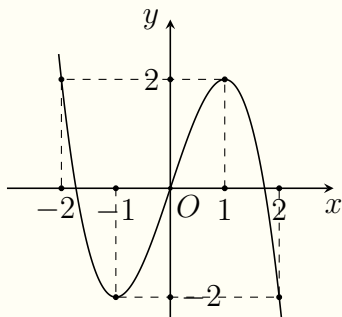
b) $(x; y) \in \{(1; 1), (3; 3), (5; 5)\}$, có 3 số phức thỏa mãn.

Vậy có $12 + 3 = 15$ số phức thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$. Hình bên dưới là đồ thị hàm số $y = f'(x)$.



Hỏi hàm số $g(x) = \left| f(x) + \frac{x^2}{2} - 2019 \right|$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?

A 8.

B 7.

C 5.

D 9.

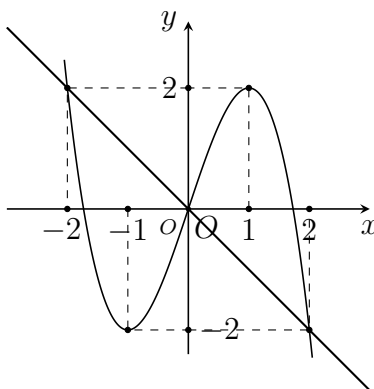
Lời giải.

Xét hàm số $h(x) = f(x) + \frac{x^2}{2} - 2019$.

☑ Ta tìm số cực trị của hàm số $h(x)$.

Ta có: $h'(x) = f'(x) + x$.

Dựa vào đồ thị ta vẽ thêm đường thẳng $y = -x$.



$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) + x = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -x \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$$

Bảng biến thiên của $h(x)$

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
h'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
h		$h(-2)$		$h(2)$				
	$-\infty$		$h(0)$		$-\infty$			

Hàm số $y = h(x)$ có ba điểm cực trị.

☑ Tìm số nghiệm của phương trình $h(x) = 0$.

Từ bảng biến thiên ta có $h(x) = 0$ có tối đa 4 nghiệm phân biệt.

Vậy hàm số $g(x) = |h(x)|$ có tối đa: $3 + 4 = 7$ điểm cực trị.

Chọn đáp án (B)

□

🔴 **Câu 45.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{2}$ và $d_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y-7}{-2} = \frac{z-1}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng Δ cắt d_1 và d_2 đồng thời đi qua điểm $M(3; 10; 1)$.

(A) $\Delta: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-10}{5} = \frac{z-1}{1}$.

(B) $\Delta: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-10}{-5} = \frac{z-1}{1}$.

(C) $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y-10}{-5} = \frac{z-1}{1}$.

(D) $\Delta: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-10}{-5} = \frac{z-1}{-1}$.

💬 **Lời giải.**

Gọi $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ lần lượt là VTCP của d_1 và d_2 .

Lấy $A(2; -1; -3) \in d_1, B(3; 7; 1) \in d_2$.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa Δ và d_1 . Một VTPT của (P) là $\vec{n}_1 = [\vec{u}_1, \overrightarrow{AM}] = (-18; -10; 32)$.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa Δ và d_2 . Một VTPT của (Q) là $\vec{n}_2 = [\vec{u}_2, \overrightarrow{BM}] = (3; 0; 3)$.

Suy ra một VTCP của đường thẳng Δ là $\vec{u} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (-30; 150; 30)$.

Vậy phương trình đường thẳng Δ là $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-10}{5} = \frac{z-1}{1}$.

Chọn đáp án (A)

□

🔴 **Câu 46.** Cho tam giác ABC vuông tại A . Gọi V_a, V_b, V_c tương ứng là thể tích của các hình tròn xoay tạo bởi tam giác ABC khi cho nó lần lượt quay xung quanh các cạnh BC, CA, AB . Hệ thức nào sau đây đúng?

(A) $\frac{1}{V_a^2} = \frac{1}{V_b^2} + \frac{1}{V_c^2}$.

(B) $V_a^2 = V_b^2 + V_c^2$.

(C) $V_a^2 = V_b^2 V_c^2$.

(D) $\frac{1}{V_a^2} = \frac{V_b^2 V_c^2}{V_b^2 + V_c^2}$.

💬 **Lời giải.**

Đặt $AB = c, BC = a, AC = b$. Ta có, $V_b = \frac{bc^2\pi}{3}, V_c = \frac{cb^2\pi}{3}, V_a = \frac{b^2c^2\pi}{3a}$. Khi đó, $\frac{1}{V_a^2} = \frac{1}{V_b^2} + \frac{1}{V_c^2}$.

Chọn đáp án (A)

□

🔴 **Câu 47.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in [0; 2018]$ để bất phương trình $m + e^{\frac{x}{2}} \geq \sqrt[4]{e^{2x} + 1}$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

(A) 2017.

(B) 2018.

(C) 2019.

(D) 2016.

💬 **Lời giải.**

Ta có $m + e^{\frac{x}{2}} \geq \sqrt[4]{e^{2x} + 1} \Leftrightarrow m \geq \sqrt[4]{e^{2x} + 1} - e^{\frac{x}{2}}$ (1).

Xét hàm số $y = f(x) = \sqrt[4]{e^{2x} + 1} - e^{\frac{x}{2}}$.

Có $y' = \frac{1}{2} \left(\frac{e^{2x}}{\sqrt[4]{(e^{2x} + 1)^3}} - e^{\frac{x}{2}} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{e^{2x} - e^{\frac{x}{2}} \sqrt[4]{(e^{2x} + 1)^3}}{\sqrt[4]{(e^{2x} + 1)^3}}$.

Suy ra $y' = 0 \Leftrightarrow e^{2x} - e^{\frac{x}{2}} \sqrt[4]{(e^{2x} + 1)^3} = 0 \Leftrightarrow e^{\frac{3x}{2}} = \sqrt[4]{(e^{2x} + 1)^3} \Leftrightarrow (e^{3x})^2 = (e^{2x} + 1)^3$ (2).

Đặt $t = e^{2x}, (t > 0)$. Khi đó (2) $\Leftrightarrow 3t^2 + 3t + 1 = 0$, phương trình này vô nghiệm nên phương trình (2) vô nghiệm hay $y' = 0$ vô nghiệm.

Suy ra y' không đổi dấu trên $\mathbb{R}$, dễ thấy $y'(0) < 0 \Rightarrow y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó hàm số $y = f(x) = \sqrt[4]{e^{2x} + 1} - e^{\frac{x}{2}}$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Có $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt[4]{e^{2x} + 1} - e^{\frac{x}{2}}) = 1$.

Khi đó bất phương trình (1) có nghiệm với mọi $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \geq 1$.

Suy ra có 2018 giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 48. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, xét ba điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với a, b, c là các số thực thay đổi thỏa mãn $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$. Biết rằng mặt cầu $(S) : (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 25$ cắt mặt phẳng (ABC) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 4. Giá trị của biểu thức $a + b - c$ bằng

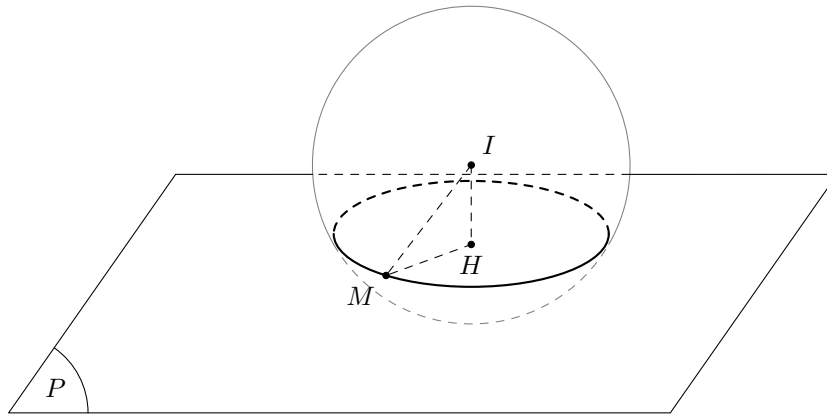
(A) 1.

(B) 4.

(C) 2.

(D) 3.

Lời giải.



Phương trình mặt phẳng $(ABC) : \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Do $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$ nên mặt phẳng (ABC) luôn đi qua điểm cố định $H(1; -1; 1)$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; 1; 3)$, bán kính $R = 5$.

Ta có $\overrightarrow{IH} = (1; 2; 2) \Rightarrow IH = 3$.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của I trên (ABC) .

Mặt phẳng (ABC) cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $r = 4$ nên $IK = \sqrt{R^2 - r^2} = 3 \Rightarrow K \equiv H$.

$\Rightarrow$ Mặt phẳng (ABC) nhận $\overrightarrow{IH}$ làm véc-tơ pháp tuyến.

$\Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{IH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \\ \overrightarrow{IH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a + 2b = 0 \\ -a + 2c = 0 \end{cases} \Rightarrow b = c = \frac{a}{2}$.

Kết hợp $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1 \Rightarrow a = 1, b = c = \frac{1}{2} \Rightarrow a + b - c = 1$.

Chọn đáp án **(A)**



Câu 49. Cho hàm số $y = |x^4 - 2mx^2 + 2m - 1|$ với m là tham số thực. Số giá trị nguyên trong khoảng $[-2; 2]$ của m để hàm số đã cho có 3 điểm cực trị là

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 4.

Lời giải.

Áp dụng công thức $(|u|)' = (\sqrt{u^2})' = \frac{u \cdot u'}{|u|}$ ta được

$$\begin{aligned} y' &= \frac{(x^4 - 2mx^2 + 2m - 1) \cdot (4x^3 - 4mx)}{|x^4 - 2mx^2 + 2m - 1|} \\ &= \frac{(x^2 - 1)(x^2 - 2m + 1) \cdot 4x(x^2 - m)}{|x^4 - 2mx^2 + 2m - 1|} \end{aligned}$$

Ta thấy y' luôn có nghiệm $x = 0, \pm 1$ nên để hàm số có 3 cực trị thì phải xảy ra một trong các trường hợp sau

✔ $(x^2 - 2m + 1)(x^2 - m)$ vô nghiệm $\Leftrightarrow m < 0$.

✔ $x = 0$ là nghiệm $(x^2 - 2m + 1)(x^2 - m) \Leftrightarrow m = 0$ hoặc $m = \frac{1}{2}$. Thử lại chỉ có $m = 0$ thỏa mãn.

✔ $x = \pm 1$ là nghiệm $(x^2 - 2m + 1)(x^2 - m) \Leftrightarrow m = 1$. Thử lại $m = 1$ thỏa mãn.

Vậy có 4 giá trị nguyên không âm của $m \in [-2; 2]$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **D**

□

———— HẾT ————

BỘ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
TRƯỜNG THPT NGUYỄN TẤT THÀNH
GV: LÊ QUANG XE - 0967.003.131

PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO 2022
NĂM HỌC 2021 - 2022
Môn: **Toán**
Thời gian làm bài: 90 phút
ĐỀ THAM KHẢO HKII

ĐỀ SỐ 17

- Câu 1.** Số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 3i$ là
 (A) $\bar{z} = 3 + 2i$. (B) $\bar{z} = 3 - 2i$. (C) $\bar{z} = 2 + 3i$. (D) $\bar{z} = -2 + 3i$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 3i$ là $\bar{z} = 2 + 3i$.

Chọn đáp án (C)

- Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 2)^2 = 9$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) lần lượt là
 (A) $I(1; -1; 2)$, $R = 3$. (B) $I(-1; 1; -2)$, $R = 3$.
 (C) $I(1; -1; 2)$, $R = 9$. (D) $I(-1; 1; -2)$, $R = 9$.

Lời giải.

Phương trình mặt cầu viết lại như sau $(S): (x - 1)^2 + [y - (-1)]^2 + (z - 2)^2 = 3^2$. Vậy tọa độ tâm I và bán kính R của (S) lần lượt là $I(1; -1; 2)$, $R = 3$.

Chọn đáp án (A)

- Câu 3.** Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?
 (A) Đồ thị hàm số nằm phía trên trục hoành.
 (B) Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là đường thẳng $y = 0$.
 (C) Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là trục hoành.
 (D) Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Lời giải.

Từ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ suy ra đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là trục hoành.

Chọn đáp án (C)

- Câu 4.** Cho mặt cầu có bán kính bằng $a\sqrt{3}$. Diện tích xung quanh S của mặt cầu bằng
 (A) $S = 36\pi a^2$. (B) $S = 4\pi a^2\sqrt{3}$. (C) $S = 4\pi a^2$. (D) $S = 12\pi a^2$.

Lời giải.

Diện tích của mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = 12\pi a^2$.

Chọn đáp án (D)

- Câu 5.** Phát biểu nào sau đây là đúng?
 (A) $\int \sin x \, dx = -\sin x + C$. (B) $\int \sin x \, dx = -\cos x + C$.

☐ C $\int \sin x \, dx = \sin x + C.$

☐ D $\int \sin x \, dx = \cos x + C.$

Lời giải.

Ta có $\int \sin x \, dx = -\cos x + C.$

Chọn đáp án ☐ B

☐ **Câu 6.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như dưới đây

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	5	-1	$+\infty$	

Mệnh đề nào sau đây đúng?

☐ A Hàm số có điểm cực tiểu $x = 0.$

☐ B Hàm số có điểm cực đại $x = 5.$

☐ C Hàm số có điểm cực tiểu $x = -1.$

☐ D Hàm số có điểm cực tiểu $x = 1.$

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có điểm cực tiểu $x = 1.$

Chọn đáp án ☐ D

☐ **Câu 7.** Tập nghiệm của bất phương trình $(0,8)^x < 3$ là

☐ A $(\log_{0,8} 3; +\infty).$

☐ B $(-\infty; \log_{0,8} 3).$

☐ C $\left(\log_3 \frac{4}{5}; +\infty\right).$

☐ D $\left(-\infty; \log_3 \frac{4}{5}\right).$

Lời giải.

Ta có $(0,8)^x < 3 \Leftrightarrow x > \log_{0,8} 3.$

Do đó, tập nghiệm của bất phương trình $(0,8)^x < 3$ là $(\log_{0,8} 3; +\infty)$

Chọn đáp án ☐ A

☐ **Câu 8.** Tính thể tích khối lập phương có cạnh $a\sqrt{3}.$

☐ A $3a^3.$

☐ B $a^3\sqrt{3}.$

☐ C $a^3\sqrt{27}.$

☐ D $\frac{a^3}{3}.$

Lời giải.

Thể tích khối lập phương cạnh $a\sqrt{3}$ là $(a\sqrt{3})^3 = a^3\sqrt{27}.$

Chọn đáp án ☐ C

☐ **Câu 9.** Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^{2016}.$

☐ A $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}.$

☐ B $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty).$

☐ C $\mathcal{D} = \mathbb{R}.$

☐ D $\mathcal{D} = (1; 2).$

Lời giải.

Vì 2016 nguyên dương nên hàm số có tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R}.$

Chọn đáp án ☐ C

- Câu 10.** Nghiệm của phương trình $\log_2(3x - 2) = 3$ là
- (A) $x = 4$. (B) $x = \frac{10}{3}$. (C) $x = \frac{11}{2}$. (D) $x = 5$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(3x - 2) = 3 \Leftrightarrow 3x - 2 = 2^3 \Leftrightarrow 3x = 10 \Leftrightarrow x = \frac{10}{3}$.

Chọn đáp án (B)

- Câu 11.** Biết $\int_0^3 f(x) dx = 6$ và $\int_0^{10} f(x) dx = 10$. Tính $I = \int_3^{10} f(x) dx$.
- (A) 16. (B) 6. (C) 4. (D) -4.

Lời giải.

Có $\int_0^{10} f(x) dx = \int_0^3 f(x) dx + \int_3^{10} f(x) dx \Leftrightarrow \int_3^{10} f(x) dx = \int_0^{10} f(x) dx - \int_0^3 f(x) dx = 4$.

Chọn đáp án (C)

- Câu 12.** Cho số phức $z = 3 - 2i$. Phần thực của số phức $w = iz - \bar{z}$ là
- (A) i . (B) 1. (C) -1. (D) 4.

Lời giải.

Ta có $\bar{z} = 3 + 2i \Rightarrow w = iz - \bar{z} = i(3 - 2i) - (3 + 2i) = -1 + i$.

Vậy số phức $w = iz - \bar{z}$ có phần thực là -1.

Chọn đáp án (C)

- Câu 13.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 3 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây **không phải** là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?
- (A) $\vec{n}_1 = (2; -1; 2)$. (B) $\vec{n}_3 = (4; -2; 4)$. (C) $\vec{n}_2 = (-2; 1; -2)$. (D) $\vec{n}_4 = (6; 3; 6)$.

Lời giải.

Véc-tơ $\vec{n}_4 = (6; 3; 6)$ không là véc-tơ pháp tuyến của mp(P).

Chọn đáp án (A)

- Câu 14.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -4; 3)$ và $B(2; 2; 7)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là
- (A) $(1; 3; 2)$. (B) $(2; -1; 5)$. (C) $(2; -1; -5)$. (D) $(2; 6; 4)$.

Lời giải.

Trung điểm I của đoạn thẳng AB có tọa độ là

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2 + 2}{2} = 2 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-4 + 2}{2} = -1 \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{3 + 7}{2} = 5. \end{cases}$$

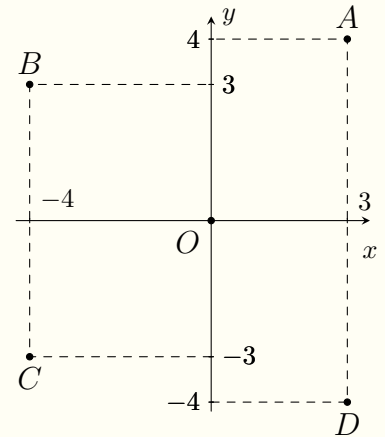
Vậy $I(2; -1; 5)$.

Chọn đáp án (B)

Câu 15.

Trên mặt phẳng tọa độ, số phức $z = 3 - 4i$ được biểu diễn bởi điểm nào trong các điểm A, B, C, D ?

- (A) Điểm D . (B) Điểm B . (C) Điểm A . (D) Điểm C .



Lời giải.

Ta có $z = 3 - 4i$ nên điểm biểu diễn số phức z là $D(3; -4)$.

Chọn đáp án (A)

Câu 16. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ có phương trình là

- (A) $y = 2$. (B) $y = 1$. (C) $x = 2$. (D) $x = -2$.

Lời giải.

Vì $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) = 0$, khi $x \rightarrow 2^+$ nên $x-2 > 0$ và $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x+1) = 3 > 0$ nên $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{x-2} = +\infty$.

Vì $\lim_{x \rightarrow 2^-} (x-2) = 0$, khi $x \rightarrow 2^-$ nên $x-2 < 0$ và $\lim_{x \rightarrow 2^-} (x+1) = 3 > 0$ nên $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{x-2} = -\infty$.

Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ có đường tiệm cận đứng là $x = 2$.

Chọn đáp án (C)

Câu 17. Cho $a, b > 0; a, b \neq 1$ và x, y là hai số thực dương. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào sai?

- (A) $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$. (B) $\log_b a \cdot \log_a x = \log_b x$.
(C) $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$. (D) $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

Lời giải.

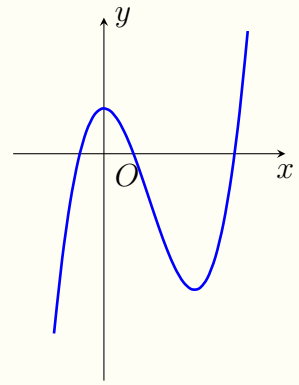
Ta có mệnh đề $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$ là mệnh đề sai.

Chọn đáp án (C)

Câu 18.

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- ☐ A $a > 0, b > 0, c = 0, d > 0.$
☐ B $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0.$
☐ C $a > 0, b < 0, c = 0, d > 0.$
☐ D $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0.$



Lời giải.

Đồ thị hàm số trên là đồ thị hàm số bậc ba có $a > 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d > 0$.

Có $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$;

Hàm số có 2 điểm cực trị trong đó có 1 cực trị $x_1 = 0$ và 1 cực trị $x_2 = k$ với $k > 0$.

Khi đó phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt trong đó 1 nghiệm $x_1 = 0$ và 1 nghiệm $x_2 = k$ với $k > 0$.

Suy ra $3a \cdot 0^2 + 2b \cdot 0 + c = 0 \Leftrightarrow c = 0$.

Áp dụng định lý Vi-ét: $x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a}$.

Có $x_1 + x_2 = k > 0$ nên $-\frac{2b}{3a} > 0$ mà $a > 0$ nên $b < 0$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -2; 1)$. Đường thẳng nào sau đây đi qua A ?

- ☐ A $\Delta_1: \frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}.$
☐ B $\Delta_2: \frac{x-3}{4} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+1}{-1}.$
☐ C $\Delta_3: \frac{x+3}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}.$
☐ D $\Delta_4: \frac{x-3}{4} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{-1}.$

Lời giải.

✓ Vì $\frac{3-3}{1} = \frac{-2+2}{1} = \frac{1-1}{2} = 0$ nên đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$ đi qua A .

✓ Vì $\frac{3-3}{4} = \frac{-2+2}{-2} \neq \frac{1+1}{-1}$ nên đường thẳng $\Delta_2: \frac{x-3}{4} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$ không đi qua A .

✓ Vì $\frac{3+3}{1} \neq \frac{-2+2}{1}$ nên đường thẳng $\Delta_3: \frac{x+3}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$ không đi qua A .

✓ Vì $\frac{3-3}{4} \neq \frac{-2-2}{-2}$ nên đường thẳng $\Delta_4: \frac{x-3}{4} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{-1}$ không đi qua A .

Chọn đáp án **A**

□

Câu 20. Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau?

- ☐ A $A_6^3.$
☐ B $C_6^3.$
☐ C $6!.$
☐ D $3!.$

Lời giải.

Số các số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau có các chữ số được lấy trong bộ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 là A_6^3 .

Chọn đáp án **(A)****❶ Câu 21.** Tính thể tích V của hình lập phương có cạnh bằng 2cm là

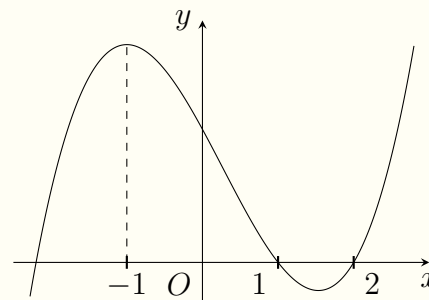
- (A)** $V = 8 \text{ cm}^3$. **(B)** $V = 24 \text{ cm}^3$. **(C)** $V = \frac{8}{3} \text{ cm}^3$. **(D)** $V = 4 \text{ cm}^3$.

💬 Lời giải.Ta có: $V = a^3 = 2^3 = 8 \text{ cm}^3$.Chọn đáp án **(A)****❶ Câu 22.** Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = 2^x$.

- (A)** $2^x \ln 2$. **(B)** $x \cdot 2^{x-1}$. **(C)** $\frac{2^x}{\ln 2}$. **(D)** 2^x .

💬 Lời giải.Theo công thức ta có $f'(x) = 2^x \ln 2$.Chọn đáp án **(A)****❶ Câu 23.**Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị ở hình bên. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A)** $(0; 1)$. **(B)** $(-\infty; 0)$. **(C)** $(1; 2)$. **(D)** $(2; +\infty)$.

**💬 Lời giải.**Nhận thấy đồ thị đi xuống trong khoảng $(0; 1)$, suy ra hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.Chọn đáp án **(A)****❶ Câu 24.** Tính tích phân $I = \int_0^{\ln 2} (e^{4x} + 1) dx$.

- (A)** $I = \frac{15}{4} + \ln 2$. **(B)** $I = 4 + \ln 2$. **(C)** $I = \frac{17}{4} + \ln 2$. **(D)** $I = \frac{15}{2} + \ln 2$.

💬 Lời giải.

$$\text{Ta có } I = \left(\frac{1}{4} e^{4x} + x \right) \Big|_0^{\ln 2} = \left(\frac{1}{4} e^{4 \ln 2} + \ln 2 \right) - \frac{1}{4} = \frac{15}{4} + \ln 2.$$

Chọn đáp án **(A)****❶ Câu 25.** Cho cấp số cộng có số hạng thứ 3 và số hạng thứ 7 lần lượt là 6 và -2 . Tìm số hạng thứ 5.

- (A)** $u_5 = 4$. **(B)** $u_5 = -2$. **(C)** $u_5 = 0$. **(D)** $u_5 = 2$.

💬 Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_3 = 6 \\ u_7 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 2d = 6 \\ u_1 + 6d = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 10 \\ d = -2 \end{cases}$$

Do đó $u_5 = u_1 + 4d = 2$.

Chọn đáp án **(D)**



Câu 26. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2}{4x-3}$.

(A) $\int \frac{2}{4x-3} dx = \frac{1}{4} \ln |4x-3| + C.$

(B) $\int \frac{2}{4x-3} dx = \frac{1}{2} \ln \left(2x - \frac{3}{2} \right) + C.$

(C) $\int \frac{2}{4x-3} dx = \frac{1}{2} \ln \left| 2x - \frac{3}{2} \right| + C.$

(D) $\int \frac{2}{4x-3} dx = 2 \ln \left| 2x - \frac{3}{2} \right| + C.$

Lời giải.

Ta có $\int \frac{2}{4x-3} dx = \frac{2}{4} \ln |4x-3| + C_1 = \frac{1}{2} \left(\ln 2 + \ln \left| 2x - \frac{3}{2} \right| \right) + C_1 = \frac{1}{2} \ln \left| 2x - \frac{3}{2} \right| + C.$

Chọn đáp án **(C)**



Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.

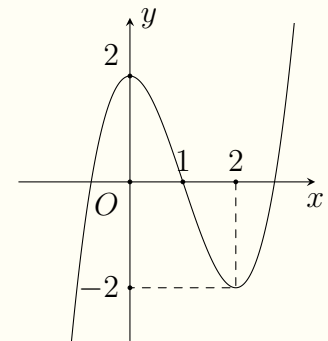
Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.

(B) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -2.

(C) Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

(D) Hàm số có ba cực trị.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta kết luận

✔ Hàm số có hai cực trị.

✔ Hàm số có giá trị cực tiểu bằng -2.

✔ Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Chọn đáp án **(C)**



Câu 28. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^4}{2} - 4x^2 + 1$ trên $[-1; 3]$. Tính giá trị của $T = 2M + m$.

(A) $T = 4.$

(B) $T = -5.$

(C) $T = 12.$

(D) $T = -6.$

Lời giải.

✔ Ta có $y' = 2x^3 - 8x = 2x(x^2 - 4)$, $y' = 0 \Leftrightarrow 2x(x^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ thỏa mãn} \\ x = 2 \text{ thỏa mãn} \\ x = -2 \text{ loại.} \end{cases}$

✔ Ta có: $y(-1) = -\frac{5}{2}$, $y(0) = 1$, $y(2) = -7$, $y(3) = \frac{11}{2}$.

✔ Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1; 3]$ là

$$M = \max_{x \in [-1; 3]} y = f(3) = \frac{11}{2}, m = \min_{x \in [-1; 3]} y = f(2) = -7.$$

Suy ra ta có $2M + m = 2 \cdot \frac{11}{2} + (-7) = 4$.

Chọn đáp án **(A)** □

❶ Câu 29. Khoảng nghịch biến của hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 4$ là

(A) $(-\infty; 0)$.

(B) $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.

(C) $(2; +\infty)$.

(D) $(-2; 0)$.

💬 Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2. \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	8	4	$+\infty$	

Suy ra hàm số nghịch biến trên $(-2; 0)$.

Chọn đáp án **(D)** □

❶ Câu 30. Cho các số thực dương a, b , với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

(A) $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} \log_a b$.

(B) $\log_{a^2}(ab) = 2 + 2 \log_a b$.

(C) $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{4} \log_a b$.

(D) $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$.

💬 Lời giải.

Ta có $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} \log_a(ab) = \frac{1}{2} (1 + \log_a b) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$, nên câu D đúng.

Chọn đáp án **(D)** □

❶ Câu 31. Cho (H) là khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau, thể tích của (H) bằng $\frac{\sqrt{3}}{4}$. Độ dài cạnh của khối lăng trụ (H) là

(A) $\sqrt[3]{3}$.

(B) $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

(C) 1.

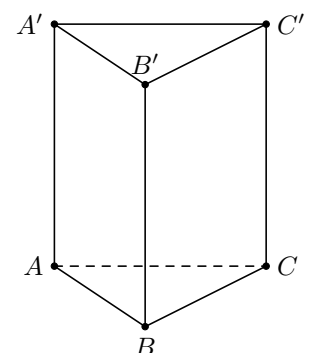
(D) $\frac{\sqrt[3]{16}}{3}$.

💬 Lời giải.

Đặt độ dài cạnh của khối lăng trụ (H) là x , $x > 0$. Chiều cao của lăng trụ bằng x .

Diện tích đáy của lăng trụ bằng $S = \frac{x^2 \sqrt{3}}{4}$.

Suy ra thể tích khối lăng trụ bằng $V = \frac{x^3 \sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow x^3 = 1 \Leftrightarrow x = 1$ (TM).



Chọn đáp án **C**



Câu 32. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 3$, $\int_1^2 f(x) dx = 2$. Khi đó $\int_0^2 f(x) dx$ bằng

A 6. **B** -1. **C** 1. **D** 5.

Lời giải.

$$\int_0^2 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx = 5.$$

Chọn đáp án **D**



Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Oyz) và đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ có phương trình

A $x = 1$. **B** $z = 3$. **C** $y = 2$. **D** $x + y + z - 6 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oyz) có phương trình là $x = 0$.

Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Oyz) sẽ có phương trình tổng quát là $x = m$, mà $A(1; 2; 3) \in (P)$ nên $m = 1$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) cần tìm là $x = 1$.

Chọn đáp án **A**



Câu 34. Cho số phức z thỏa mãn $|2z - 1| = |\bar{z} + 1 + i|$ và điểm biểu diễn của z trên mặt phẳng tọa độ thuộc đường tròn có tâm $I(1; 1)$, bán kính $R = \sqrt{5}$. Khi đó tích môđun của tất cả các số phức z thỏa mãn các yêu cầu trên là?

A $\sqrt{5}$. **B** 3. **C** $3\sqrt{5}$. **D** 1.

Lời giải.

Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

Theo giả thiết ta có

$$\begin{aligned} |2(a + bi) - 1| &= |a - bi + 1 + i| \\ \Leftrightarrow |(2a - 1) + 2bi| &= |(a + 1) - (b - 1)i| \\ \Leftrightarrow (2a - 1)^2 + (2b)^2 &= (a + 1)^2 + (b - 1)^2 \\ \Leftrightarrow 3a^2 + 3b^2 - 6a + 2b - 1 &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Vì điểm biểu diễn của z trên mặt phẳng tọa độ thuộc đường tròn tâm $I(1; 1)$, $R = \sqrt{5}$ nên ta có

$$\begin{aligned} (a - 1)^2 + (b - 1)^2 &= 5 \\ \Leftrightarrow a^2 + b^2 - 2a - 2b &= 3 \\ \Leftrightarrow a^2 - 2a &= 3 - b^2 + 2b. \end{aligned} \quad (2)$$

Thế (2) vào (1) ta được $3(3 - b^2 + 2b) + 3b^2 + 2b - 1 = 0 \Leftrightarrow b = -1$.

Khi đó, thay vào (2) ta suy ra $\begin{cases} a = 0 \\ a = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_1 = -1 \\ z_2 = 2 - i \end{cases} \Rightarrow |z_1| \cdot |z_2| = \sqrt{5}$.

Chọn đáp án **A**



Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , có $AB = AC = 1$, Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng đáy là trung điểm M của cạnh BC , góc giữa SM và (SAB) bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

(A) $\frac{\sqrt{3}}{36}$.

(B) $\frac{\sqrt{3}}{12}$.

(C) $\frac{\sqrt{6}}{18}$.

(D) $\frac{\sqrt{6}}{36}$.

Lời giải.

Gọi N là trung điểm AB

$$\Rightarrow AB \perp MN (MN \parallel AC), MN = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}.$$

Do vậy $AB \perp (SMN)$ (Vì AB vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau SM, MN trong mặt phẳng (SMN)).

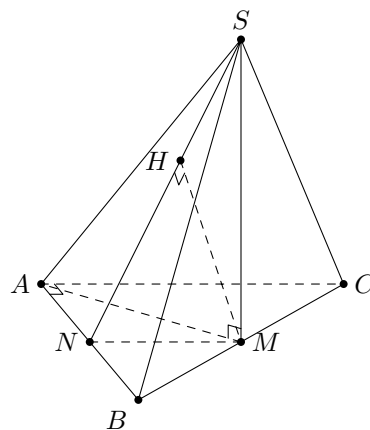
Kẻ $MH \perp SN \Rightarrow MH \perp (SAB)$. Do MH vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau SN, AB trong mặt phẳng (SAB) .

$$\Rightarrow (SM, (SAB)) = (SM, SH) = \widehat{MSH} = \widehat{MSN} = 60^\circ.$$

$$\tan \widehat{MSN} = \frac{MN}{SM} \Rightarrow SM = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SM \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{36}.$$

Chọn đáp án (A)



Câu 36. Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số có dạng $\overline{abcde}$ thỏa mãn $a \leq b \leq c \leq d \leq e$?

(A) 126.

(B) 1287.

(C) 27216.

(D) 90000.

Lời giải.

TH1. $a < b < c < d < e$

Vì chữ số đứng trước luôn nhỏ hơn chữ số đứng sau nên số đó không thể có chữ số 0.

Từ tập $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ ta chia làm các tập con có 5 phần tử. Có tất cả C_9^5 tập. Xét 1 tập gồm 5 chữ số $a; b; c; d; e$ bất kì. Khi đó, từ 5 chữ số $a; b; c; d; e$ ta lập được duy nhất một số là $\overline{abcde}$ thỏa mãn yêu cầu đề bài. Vậy có tất cả C_9^5 số.

Khi các chữ số không đôi một khác nhau thì xảy ra những trường hợp sau:

TH2. Có 1 dấu “=” xảy ra: Có $C_4^1 \cdot C_9^4$ số thỏa mãn.

TH3. Có 2 dấu “=” xảy ra: Có $C_4^2 \cdot C_9^3$ số thỏa mãn.

TH4. Có 3 dấu “=” xảy ra: Có $C_4^3 \cdot C_9^2$ số thỏa mãn.

TH5. Có 4 dấu “=” xảy ra: Có $C_4^4 \cdot C_9^1$ số thỏa mãn.

Vậy có tất cả các số thỏa mãn yêu cầu là $C_9^5 + C_4^1 \cdot C_9^4 + C_4^2 \cdot C_9^3 + C_4^3 \cdot C_9^2 + C_4^4 \cdot C_9^1 = 1287$.

Chọn đáp án (B)

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -2; -1), B\left(-\frac{4}{3}; -\frac{8}{3}; \frac{8}{3}\right)$. Đường thẳng Δ đi qua tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) . Hỏi Δ đi qua điểm nào dưới đây?

A $Q(5; -1; 5)$.

B $N(3; 0; 2)$.

C $M(1; -1; 1)$.

D $P(-5; -4; 5)$.

Lời giải.

Ta có: $OA = 3, OB = 4, AB = 5$.

Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB .

$$\Rightarrow \begin{cases} x_I = \frac{AB \cdot x_O + OB \cdot x_A + OA \cdot x_B}{AB + OB + OA} = \frac{5 \cdot 0 + 4 \cdot 2 + 3 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right)}{5 + 4 + 3} = \frac{1}{3} \\ y_I = \frac{AB \cdot y_O + OB \cdot y_A + OA \cdot y_B}{AB + OB + OA} = \frac{5 \cdot 0 + 4 \cdot (-2) + 3 \cdot \left(-\frac{8}{3}\right)}{5 + 4 + 3} = -\frac{4}{3} \\ z_I = \frac{AB \cdot z_O + OB \cdot z_A + OA \cdot z_B}{AB + OB + OA} = \frac{5 \cdot 0 + 4 \cdot (-1) + 3 \cdot \frac{8}{3}}{5 + 4 + 3} = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}; \frac{1}{3}\right).$$

$$[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}] = (-8; -4; -8) = -4(2; 1; 2).$$

Phương trình đường thẳng $\Delta: \frac{x - \frac{1}{3}}{2} = \frac{y + \frac{4}{3}}{1} = \frac{z - \frac{1}{3}}{2}$.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1; -1; 1)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 38. Cho dãy số (a_n) thỏa mãn $a_1 = 1$ và $a_n = 10a_{n-1} - 1, \forall n \geq 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của n để $\log a_n > 100$.

A 100.

B 101.

C 102.

D 103.

Lời giải.

Ta có $a_n = 10a_{n-1} - 1 \Leftrightarrow a_n - \frac{1}{9} = 10\left(a_{n-1} - \frac{1}{9}\right)$. (1).

Đặt $b_n = a_n - \frac{1}{9} \Rightarrow b_1 = a_1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$. Từ (1) $\Rightarrow b_n = 10b_{n-1}, \forall n \geq 2$

Dãy (b_n) là cấp số nhân với công bội là $q = 10$. Suy ra $b_n = b_1 \cdot q^{n-1} = \frac{8}{9} \cdot 10^{n-1}$.

Do đó $a_n = b_n + \frac{1}{9} = \frac{8}{9}10^{n-1} + \frac{1}{9}, \forall n = 1, 2, \dots$

Ta có $\log a_n > 100 \Leftrightarrow a_n > 10^{100} \Leftrightarrow \frac{8}{9}10^{n-1} + \frac{1}{9} > 10^{100}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của n để $\log a_n > 100$ là $n = 102$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 39. Biết đường thẳng $y = 2x + 2m$ luôn cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$ tại hai điểm phân biệt A, B với mọi giá trị tham số m . Tìm hoành độ trung điểm của AB ?

A $m + 1$.

B $-m - 1$.

C $-2m - 2$.

D $-2m + 1$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm giữa đường thẳng $y = 2x + 2m$ và đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$

$$2x + 2m = \frac{x^2 + 3}{x + 1} \Leftrightarrow \begin{cases} (2x + 2m)(x + 1) = x^2 + 3 \\ x + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2(m + 1)x + 2m - 3 = 0(*) \\ x \neq -1 \end{cases}$$

Gọi x_A, x_B là hai nghiệm phân biệt của phương trình (*).

Theo định lý Vi-et $x_A + x_B = -2(m + 1)$.

Khi đó hoành độ trung điểm của AB bằng: $\frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-2(m+1)}{2} = -m-1$.

Chọn đáp án (B)

Câu 40. Cho hàm số $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết x^4 là một nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^x$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f''(x)e^x$ là

(A) $4x^3 - x^4 + C$.

(B) $4x^3 + x^2 + C$.

(C) $x^3 - 4x^4 + C$.

(D) $x^3 - x^4 + C$.

Lời giải.

Do x^4 là một nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^x$ nên $f'(x)e^x = (x^4)' = 4x^3$. (*)

Đạo hàm hai vế của (*) ta được $f''(x)e^x + f'(x)e^x = 12x^2$.

Kết hợp với (*) thu được $f''(x)e^x = 12x^2 - 4x^3$.

Do đó $\int f''(x)e^x dx = \int (12x^2 - 4x^3) dx = 4x^3 - x^4 + C$.

Chọn đáp án (A)

Câu 41.

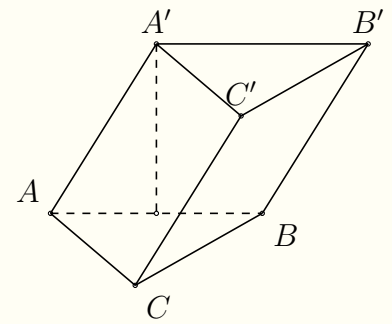
Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của AB . Nếu AC' và $A'B$ vuông góc với nhau thì khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là

(A) $\frac{\sqrt{6}a^3}{2}$.

(B) $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$.

(C) $\frac{\sqrt{6}a^3}{8}$.

(D) $\frac{\sqrt{6}a^3}{24}$.



Lời giải.

Diện tích đáy là $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Gọi H, H' lần lượt là trung điểm của $AB, A'B'$ và $K = AH' \cap A'B$.

Ta có $CH \perp AB, CH \perp A'H \Rightarrow CH \perp (AA'B'B) \Rightarrow C'H' \perp (AA'B'B) \Rightarrow C'H' \perp A'B$.

Lại có $A'B \perp C'H', A'B \perp AC' \Rightarrow A'B \perp (AC'H) \Rightarrow A'B \perp AH'$ (tại K).

Đặt $A'H = x \Rightarrow H'B = x$.

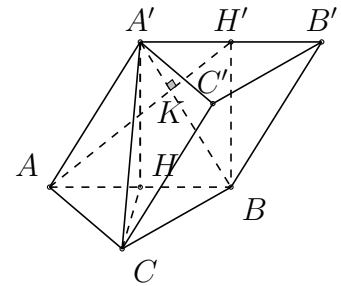
Ta có $AB = 2A'H' \Rightarrow KB = \frac{2}{3}A'B = \frac{2}{3}\sqrt{x^2 + \frac{a^2}{4}}, KA = \frac{2}{3}AH' = \frac{2}{3}\sqrt{x^2 + a^2}$.

$\triangle KAB$ vuông tại K nên

$$\begin{aligned} KB^2 + KA^2 &= a^2 \Leftrightarrow \frac{4}{9} \left(2x^2 + \frac{5a^2}{4} \right) = a^2 \\ &\Leftrightarrow 8x^2 + 5a^2 = 9a^2 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{2}}{2}. \end{aligned}$$

Vậy $V = S_{ABC} \cdot A'H = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

Chọn đáp án (C)



Câu 42. Cho số phức z thỏa mãn $z(2-i) + 13i = 1$. Tính mô-đun của số phức z

- ☐ A $|z| = \sqrt{34}$.
 ☐ B $|z| = \frac{\sqrt{34}}{3}$.
 ☐ C $|z| = \frac{5\sqrt{34}}{3}$.
 ☐ D $|z| = 34$.

Lời giải.

Cách 1 Ta có $z(2-i) + 13i = 1 \Rightarrow |z(2-i)| = |1-13i| \Leftrightarrow |z| \cdot \sqrt{5} = \sqrt{170} \Leftrightarrow |z| = \sqrt{34}$.

Cách 2 Ta có $z(2-i) + 13i = 1 \Leftrightarrow z(2-i) = 1-13i$

$$\Leftrightarrow z(2-i)(2+i) = (1-13i)(2+i) \Leftrightarrow 5z = 15-25i \Leftrightarrow z = 3-5i$$

$$\Rightarrow |z| = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34}.$$

Chọn đáp án ☐ A

□

Câu 43. Cho số phức $z = m + 1 + mi$ với $m \in \mathbb{R}$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-5; 5)$ sao cho $|z - 2i| > 1$?

- ☐ A 5.
 ☐ B 4.
 ☐ C 0.
 ☐ D 9.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 |z - 2i| > 1 &\Leftrightarrow |m + 1 + mi - 2i| > 1 \Leftrightarrow \sqrt{(m+1)^2 + (m-2)^2} > 1 \\
 &\Leftrightarrow 2m^2 - 2m + 5 > 1 \\
 &\Leftrightarrow 2m^2 - 2m + 4 > 0 \Leftrightarrow m \in \mathbb{R}.
 \end{aligned}$$

Vì $m \in (-5; 5)$ và m là số nguyên nên $m \in \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$.

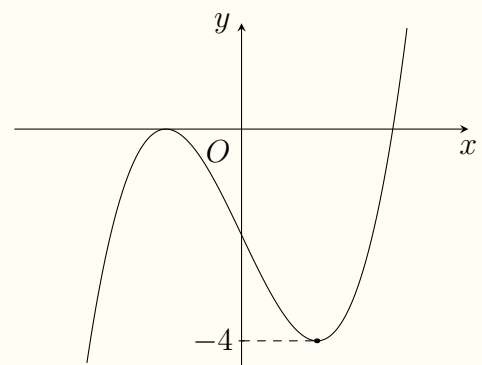
Chọn đáp án ☐ D

□

Câu 44.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |f(x) + m|$ có ba điểm cực tiểu là

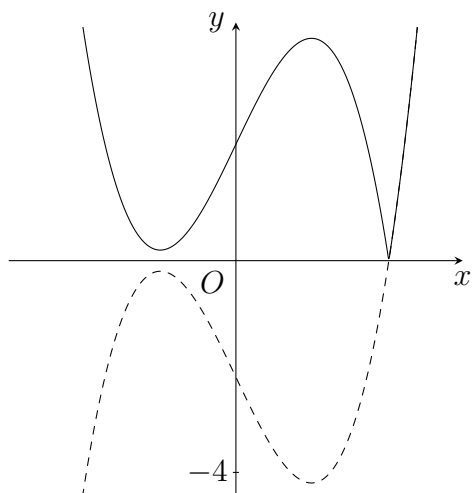
- ☐ A 2.
 ☐ B 4.
 ☐ C 5.
 ☐ D 3.



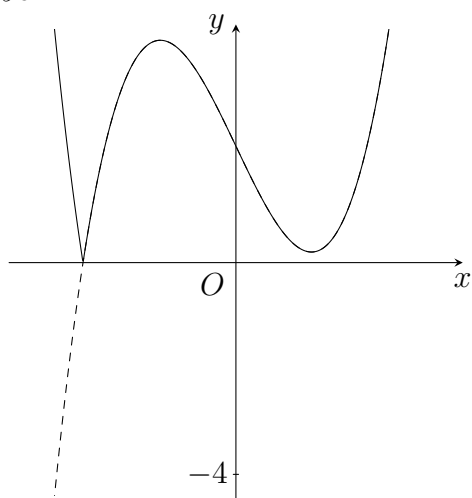
Lời giải.

Nhận thấy hàm số $y = f(x) + m$ có giá trị cực đại $y_{CD} = m$ và giá trị cực tiểu $y_{CT} = -4 + m$. Ta vẽ đồ thị hàm số $y = |f(x) + m|$ (phần đường cong nằm phía trên trục hoành) trong các trường hợp sau

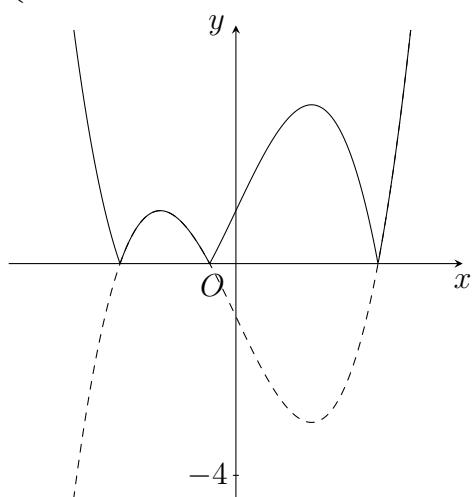
☒ $y_{CD} = m \leq 0$



☑ $y_{CT} = -4 + m \geq 0$



☑ $\begin{cases} y_{CD} = m > 0 \\ y_{CT} = -4 + m < 0 \end{cases}$



Từ đó suy ra, với $0 < m < 4$ thì hàm số $y = |f(x) + m|$ có ba điểm cực tiểu.
 Vậy có 3 giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |f(x) + m|$ có ba điểm cực tiểu.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ vuông góc mặt phẳng

(P): $7x + y - 4z = 0$, cắt cả hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{1}$ và $d_2: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 \end{cases}$

có phương trình chính tắc là

(A) $\Delta: \frac{x-2}{-7} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{4}.$

(B) $\begin{cases} x = 2 - 7t \\ y = -t \\ z = -1 + 4t. \end{cases}$

(C) $\Delta: \frac{x+2}{-7} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{4}.$

(D) $\Delta: \frac{x+7}{-5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-4}{3}.$

Lời giải.

Mp (P) có một VTPT là $\vec{n} = (7; 1; 4).$

d_1 có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 2m \\ y = 1 - m \\ z = -2 + m. \end{cases}$

Giả sử Δ cắt d_1 tại A, $\Rightarrow A(2m; 1 - m; -2 + m).$

Giả sử Δ cắt d_2 tại B, $\Rightarrow B(-1 + 2t; 1 + t; 3).$

Suy ra $\vec{AB} = (2t - 1 - 2m; t + m; 5 - m).$

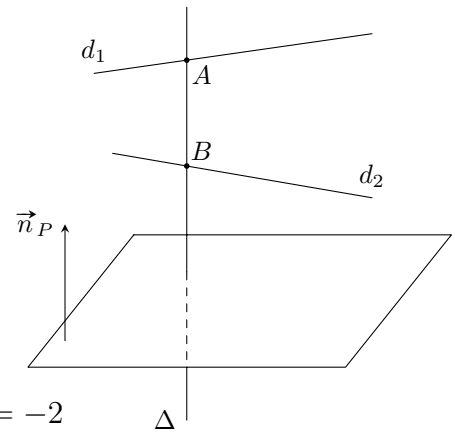
Vì $\Delta \perp (P)$ nên $\vec{AB}$ cùng phương với $\vec{n}$.

Do đó

$$\frac{2t - 1 - 2m}{7} = \frac{t + m}{1} = \frac{5 - m}{-4} = k \Leftrightarrow \begin{cases} 2t - 1 - 2m = 7k \\ t + m = k \\ 5 - m = -4k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ m = 1 \\ k = -1. \end{cases}$$

Suy ra $A(2; 0; -1), \vec{AB} = (-7; -1; 4).$

Vậy phương trình chính tắc của Δ là $\frac{x-2}{-7} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{4}.$



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 46. Cho tứ diện $ABCD$ có $AD \perp (ABC)$, ABC là tam giác vuông tại B . Biết $BC = a$, $AB = a\sqrt{3}$, $AD = 3a$. Quay các tam giác ABC và ABD (bao gồm cả điểm bên trong 2 tam giác) xung quanh đường thẳng AB ta được 2 khối tròn xoay. Thể tích phần chung của 2 khối tròn xoay đó bằng

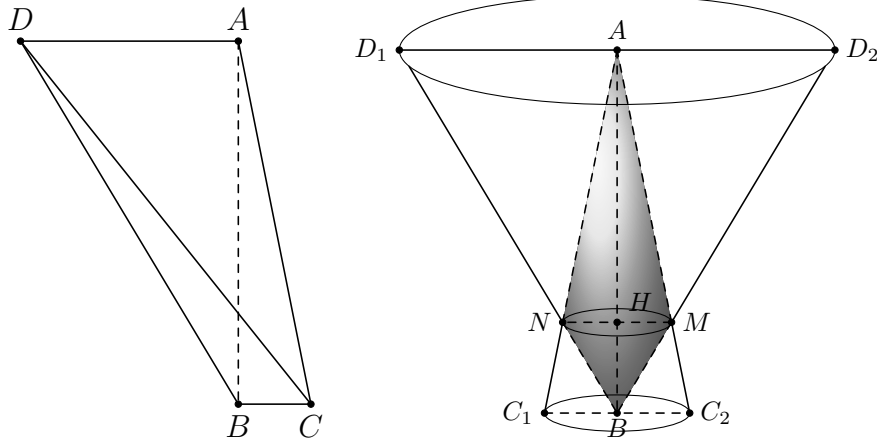
(A) $\frac{5\sqrt{3}\pi a^3}{16}.$

(B) $\frac{3\sqrt{3}\pi a^3}{16}.$

(C) $\frac{8\sqrt{3}\pi a^3}{3}.$

(D) $\frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{16}.$

Lời giải.



Tứ diện $ABCD$ có $\begin{cases} DA \perp (ABC) \\ BC \perp (ABD) \end{cases}$, do đó khi quay hai tam giác ABC và ABD quanh trục AB ta sẽ được hai hình nón tròn xoay, và phần chung của hai hình nón này là phần tô màu xám ở hình trên. Khi đó xét mặt phẳng qua trục AB của hai hình nón $(C_1C_2D_2D_1)$, gọi $M = BD_2 \cap AC_2$; $N = BD_1 \cap AC_1$.

Ta có $\triangle BMC_2 \sim \triangle D_2MA$, nên

$$\frac{BM}{D_2M} = \frac{BC_2}{AD_2} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{HM}{AD_2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{HM}{BC_2} = \frac{3}{4} \Rightarrow HM = \frac{3a}{4}.$$

Suy ra

☑ Thể tích khối nón (ANM) là $V_1 = \frac{1}{3}\pi HM^2 \cdot AH = \frac{1}{3}\pi \frac{9a^2}{16} \cdot AH$.

☑ Thể tích khối nón (BNM) là $V_2 = \frac{1}{3}\pi HM^2 \cdot BH = \frac{1}{3}\pi \frac{9a^2}{16} \cdot BH$.

Vậy thể tích khối tròn xoay cần tìm là

$$V_1 + V_2 = \frac{1}{3}\pi \frac{9a^2}{16} (AH + BH) = \frac{1}{3}\pi \frac{9a^2}{16} \cdot AH = \frac{3\sqrt{3}\pi a^3}{16}.$$

Chọn đáp án **(B)**



🔴 Câu 47. Có tất cả bao nhiêu bộ số nguyên $(x; y; z)$ thỏa mãn đồng thời $e^{2x+y+z-3} \leq 2x+y+z-2$ và $z^2 - yz + x = 0$?

(A) 5.

(B) 2.

(C) 4.

(D) 7.

💬 Lời giải.

Đặt $t = 2x + y + z - 3$. Ta có

$$e^{2x+y+z-3} \leq 2x+y+z-2 \text{ trở thành } e^t \leq t+1 \Leftrightarrow e^t - t - 1 \leq 0. \quad (*)$$

Xét hàm số $f(t) = e^t - t - 1$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $f'(t) = e^t - 1$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

t	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(t)$		-	+
$f(t)$	$+\infty$	0	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có $f(t) \geq 0, \forall t \in \mathbb{R}$.

Do đó $(*) \Leftrightarrow t = 0$.

Bài toán trở thành: Tìm tất cả bao nhiêu bộ số nguyên $(x; y; z)$ thỏa mãn đồng thời

$$\begin{cases} 2x + y + z - 3 = 0 & (1) \\ z^2 - yz + x = 0. & (2) \end{cases}$$

Ta có $(1) \Leftrightarrow x = \frac{-(y + z - 3)}{2}$.

Thế vào (2) ta được

$$\begin{aligned} z^2 - yz - \frac{y + z - 3}{2} &= 0 \\ \Leftrightarrow 2z^2 - 2yz - y - z + 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow y(2z + 1) &= 2z^2 - z + 3 \\ \Leftrightarrow y &= \frac{2z^2 - z + 3}{2z + 1} \\ \Leftrightarrow y &= z - 1 + \frac{4}{2z + 1}. \end{aligned}$$

Mà $z \in \mathbb{Z}$ nên

$$\begin{cases} 2z + 1 = 1 & \Rightarrow z = 0 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow x = 0 \\ 2z + 1 = -1 & \Rightarrow z = -1 \Rightarrow y = -6 \Rightarrow x = 5 \\ 2z + 1 = 2 & \Rightarrow z = \frac{1}{2} \text{ (loại)} \\ 2z + 1 = -2 & \Rightarrow z = -\frac{3}{2} \text{ (loại)} \\ 2z + 1 = 4 & \Rightarrow z = \frac{3}{2} \text{ (loại)} \\ 2z + 1 = -4 & \Rightarrow z = -\frac{5}{2} \text{ (loại)}. \end{cases}$$

Vậy có 2 bộ số nguyên thỏa mãn là $(0; 3; 0)$ và $(5; -6; -1)$.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 48. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; 2; 1), N(-1; 0; -1)$. Có bao nhiêu mặt phẳng qua M, N cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại A và B , ($A \neq B$) sao cho $AM = \sqrt{3} \cdot BN$?

- (A)** 1. **(B)** 2. **(C)** 4. **(D)** Vô số.

Lời giải.

Gọi $\vec{n} = (a; b; c)$ là một pháp véc-tơ của $mp(\alpha)$ qua M, N thỏa mãn đề bài (với $a^2 + b^2 + c^2 > 0$).

Ta có $\begin{cases} \vec{MN} = (-2; -2; -2) \\ \vec{n} \perp \vec{MN} \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 0 \Rightarrow c = -a - b \neq 0$.

Vì $mp(\alpha)$ cắt Ox, Oy lần lượt tại A, B nên $a \cdot b \neq 0$.

Khi đó, ta được phương trình $mp(\alpha): ax + by - (a + b)z - b = 0$.

Ta tính được $\begin{cases} A\left(\frac{b}{a}; 0; 0\right) \\ B(0; 1; 0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{AM} = \left(1 - \frac{b}{a}; 2; 1\right) \\ \vec{BN} = (-1; -1; -1). \end{cases}$

Theo đề bài ta có

$$\begin{aligned} AM &= \sqrt{3} \cdot BN \\ \Leftrightarrow AM^2 &= 3 \cdot BN^2 \\ \Leftrightarrow \left(1 - \frac{b}{a}\right)^2 + 5 &= 3 \cdot 3 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{b}{a} = -1 \\ \frac{b}{a} = 3. \end{cases} \end{aligned}$$

Với $\frac{b}{a} = -1$ ta chọn $\begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = 0 \end{cases}$, ta được $(\alpha): x - y - 1 = 0$.

Với $\frac{b}{a} = 3$ ta chọn $\begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \\ c = -4 \end{cases}$, ta được $(\alpha): x + 3y - 4z - 3 = 0$.

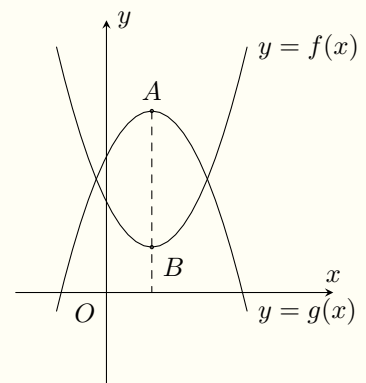
Chọn đáp án **B**



Câu 49.

Cho hai hàm đa thức $y = f(x)$, $y = g(x)$ có đồ thị là hai đường cong ở hình vẽ dưới. Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đúng một điểm cực trị là B , đồ thị hàm số $y = g(x)$ có đúng một điểm cực trị là A và $AB = \frac{7}{4}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-5; 5)$ để hàm số $y = ||f(x) - g(x)| + m|$ có đúng 5 điểm cực trị?

- A** 1. **B** 3. **C** 4. **D** 6.



Lời giải.

☑ Xét hàm $h(x) = f(x) - g(x)$ có $h'(x) = f'(x) - g'(x)$. Gọi hoành độ của A và B là x_0 thì thấy rằng

- Với $x \in (-\infty; x_0)$ thì $f'(x) < 0$; $g'(x) > 0 \Rightarrow h'(x) < 0$.
- Với $x \in (x_0; +\infty)$ thì $f'(x) > 0$; $g'(x) < 0 \Rightarrow h'(x) > 0$.
- Tại $x = x_0$ thì $h'(x) = 0$

Vậy hàm $h'(x)$ chỉ có một cực trị tại x_0 và đó là cực tiểu.

☑ Bảng biến thiên của $h(x)$

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$h'(x)$	—	0	+
$h(x)$	$+\infty$	$-\frac{7}{4}$	$+\infty$

Từ đó, ta có bảng biến thiên của $u(x) = |h(x)|$ là (với x_1, x_2 là hai giao điểm của $y = f(x)$ và $y = g(x)$)

x	$-\infty$	x_1	x_0	x_2	$+\infty$
$u'(x)$		—	+	—	+
$u(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\frac{7}{4}$
				$\searrow$	0
					$\nearrow$
					$+\infty$

- ☑ Khi m thay đổi thì đồ thị của hàm $|h(x)| + m$ vẫn có số điểm cực trị bằng số điểm cực trị của hàm $|h(x)|$ và bằng 3. Khi đó số điểm cực trị của đồ thị hàm $||h(x)| + m|$ sẽ bằng 3 cộng với số giao điểm của nó với trục Ox (không trùng với điểm cực trị).
- ☑ Do đó hàm số $||h(x)| + m|$ có 5 điểm cực trị $\Leftrightarrow |h(x)| + m = 0 \Leftrightarrow |h(x)| = -m$ có đúng 2 nghiệm phân biệt khác $x_1, x_2 \Leftrightarrow -m > \frac{7}{4} \Leftrightarrow m < -\frac{7}{4}$. Suy ra có 3 giá trị nguyên của m thuộc $(-5; 5)$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **B**

□

HẾT

BỘ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
TRƯỜNG THPT NGUYỄN TẤT THÀNH
GV: LÊ QUANG XE - 0967.003.131

ĐỀ SỐ 18

PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO 2022

NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 90 phút

ĐỀ THAM KHẢO HKII

- Câu 1.** Cho số phức z thỏa mãn: $3z = 9 - 6i$. Số phức liên hợp của z là
 (A) $\bar{z} = 9 + 6i$. (B) $\bar{z} = 3$. (C) $\bar{z} = 27 + 18i$. (D) $\bar{z} = 3 + 2i$.

Lời giải.

Ta có $3z = 9 - 6i \Leftrightarrow z = 3 - 2i$. Suy ra $\bar{z} = 3 + 2i$.

Chọn đáp án (D)

- Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, bán kính của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 25$ bằng
 (A) 3. (B) 5. (C) 25. (D) 4.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có bán kính $R = \sqrt{25} = 5$.

Chọn đáp án (B)

- Câu 3.** Đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ nhận :
 (A) Trục tung làm trục đối xứng. (B) Góc tọa độ O làm tâm đối xứng.
 (C) Điểm $I(-1; 0)$ làm tâm đối xứng. (D) Đường thẳng $x = 1$ làm trục đối xứng.

Lời giải.

Ta có: $y' = 3x^2 + 6x = 0$

$y'' = 6x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow y = 0$.

Hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ là hàm đa thức bậc ba nên nhận điểm $I(-1; 0)$ làm tâm đối xứng.

Chọn đáp án (C)

- Câu 4.** Thể tích V của khối cầu bán kính 6cm là
 (A) $V = 216\pi(\text{cm}^3)$. (B) $V = 288\pi(\text{cm}^3)$. (C) $V = 432\pi(\text{cm}^3)$. (D) $V = 864\pi(\text{cm}^3)$.

Lời giải.

Thể tích khối cầu bán kính 6cm là $V = \frac{4}{3}\pi \cdot 6^3 = 288\pi(\text{cm}^3)$.

Chọn đáp án (B)

- Câu 5.** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7^x$.
 (A) $\int 7^x dx = 7^x \ln 7 + C$. (B) $\int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C$.
 (C) $\int 7^x dx = 7^{x+1} + C$. (D) $\int 7^x dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C$.

Lời giải.

Ta có $\int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C$.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		-3		$+\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$
 -4 -4

Hàm số đạt cực đại tại x_0 bằng

(A) -3 .

(B) -4 .

(C) 0 .

(D) 1 .

Lời giải.

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đạt cực đại tại $x_0 = 0$.

Chọn đáp án **(C)**



Câu 7. Biết rằng S là tập nghiệm của bất phương trình $\log(-x^2 + 100x - 2400) < 2$ có dạng $S = (a; b) \setminus \{x_0\}$. Giá trị $a + b - x_0$ bằng

(A) 50 .

(B) 150 .

(C) 30 .

(D) 100 .

Lời giải.

Điều kiện $-x^2 + 100x - 2400 > 0 \Leftrightarrow 40 < x < 60$.

Ta có

$$\log(-x^2 + 100x - 2400) < 2 \Leftrightarrow -x^2 + 100x - 2400 < 10^2 \Leftrightarrow (x - 50)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 50.$$

Vậy $S = (40; 60) \setminus \{50\}$. Do đó $a + b - x_0 = 50$.

Chọn đáp án **(A)**



Câu 8. Khối chóp có diện tích đáy là S và chiều cao là h thì thể tích của khối chóp đó là

(A) $\frac{1}{2}S \cdot h$.

(B) $\frac{1}{3}S \cdot h$.

(C) $S \cdot h$.

(D) $\frac{1}{6}S \cdot h$.

Lời giải.

Ta có công thức tính thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h$.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 9. Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (2 - x)^{-3}$ là

(A) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

(B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

(D) $\mathcal{D} = (-\infty; 2)$.

Lời giải.

Điều kiện $2 - x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$. Do đó $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 10. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_4 x = 3$.

(A) $S = \{12\}$.

(B) $S = \emptyset$.

(C) $S = \{64\}$.

(D) $S = \{81\}$.

Lời giải.

Ta có $\log_4 x = 3 \Leftrightarrow x = 4^3 = 64$.

Chọn đáp án **(C)**

- Câu 11.** Nếu $\int_1^2 f(x) dx = 3$ và $\int_2^3 f(x) dx = 4$ thì $\int_1^3 f(x) dx$ có giá trị bằng
- (A)** -1. **(B)** 7. **(C)** 1. **(D)** 12.

💬 Lời giải.

Áp dụng tính chất tích phân ta có

$$\int_1^3 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx = 3 + 4 = 7.$$

Chọn đáp án **(B)**

- Câu 12.** Cho hai số phức: $z_1 = 1 - 2i$, $z_2 = 2 + 3i$. Tìm số phức $w = z_1 - 2z_2$.
- (A)** $w = -3 + 8i$. **(B)** $w = -5 + i$. **(C)** $w = -3 - 8i$. **(D)** $w = -3 + i$.

💬 Lời giải.

Ta có $w = z_1 - 2z_2 = (1 - 2i) - 2(2 + 3i) = -3 - 8i$.

Chọn đáp án **(C)**

- Câu 13.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - 3z - 1 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của (α) ?
- (A)** $\vec{n} = (2; -1; 3)$. **(B)** $\vec{n} = (-2; 1; 3)$. **(C)** $\vec{n} = (-4; -2; 6)$. **(D)** $\vec{n} = (2; 1; 3)$.

💬 Lời giải.

(α) có một VTPT là $\vec{n}' = (2; -1; 3)$ nên $\vec{n} = -2\vec{n}' = (-4; -2; 6)$ cũng là một VTPT của (α) .

Chọn đáp án **(C)**

- Câu 14.** Trong không gian $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{OA} = \vec{j} - 2\vec{k}$. Tọa độ điểm A là
- (A)** $(0; 1; -2)$. **(B)** $(1; -2; 0)$. **(C)** $(1; 0; -2)$. **(D)** $(0; -1; 2)$.

💬 Lời giải.

Ta có $\vec{OA} = 0 \cdot \vec{i} + 1 \cdot \vec{j} - 2 \cdot \vec{k}$. Vậy tọa độ điểm A là $(0; 1; -2)$.

Chọn đáp án **(A)**

- Câu 15.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(-2; 1)$. Hinz điểm M là điểm biểu diễn của số phức nào sau đây?
- (A)** $z = 2 - i$. **(B)** $z = -2 + i$. **(C)** $z = -1 + 2i$. **(D)** $z = 1 - 2i$.

💬 Lời giải.

$M(-2; 1) \Rightarrow z = -2 + i$.

Chọn đáp án **(B)**

- Câu 16.** Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = 1 + \frac{x-1}{x+1}$.

A $y = 2$.

B $y = 1$.

C $x = -1$.

D $x = 1$.

Lời giải.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$. Vậy $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án **A**

Câu 17. Cho a, b là các số thực dương. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A $\log ab = \log a + \log b$.

B $\log ab = \log a \cdot \log b$.

C $\log \frac{a}{b} = \frac{\log a}{\log b}$.

D $\log \frac{a}{b} = \log b - \log a$.

Lời giải.

Mệnh đề đúng là $\log ab = \log a + \log b$.

Chọn đáp án **A**

Câu 18.

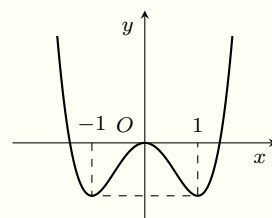
Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A $y = -x^4 - 2x^2$.

B $y = x^4 - 3x^2 + 1$.

C $y = x^4 + 2x^2$.

D $y = x^4 - 2x^2$.



Lời giải.

Nhìn vào đồ thị ta nhận thấy đây là đồ thị của hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$.

Do nhánh cuối cùng của đồ thị đi lên nên $a > 0$.

Do $f(0) = 0 \Rightarrow c = 0$.

Hàm số có 3 cực trị nên $a \cdot b < 0$. Suy ra $b < 0$.

Chọn đáp án **D**

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng có phương trình $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{3}$.

Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng đã cho?

A $Q(-2; 1; -3)$.

B $P(2; -1; 3)$.

C $M(-1; 1; -2)$.

D $N(1; -1; 2)$.

Lời giải.

Lần lượt thay tọa độ của các điểm đã cho vào phương trình đường thẳng, ta thấy $N(1; -1; 2)$ thuộc đường thẳng đã cho.

Chọn đáp án **D**

Câu 20. Có bao nhiêu cách thành lập một ban cán sự lớp gồm 3 người được chọn từ 16 học sinh trong lớp?

A A_{16}^3 .

B 16^3 .

C 3^{16} .

D C_{16}^3 .

Lời giải.

Số cách chọn ra một ban cán sự 3 người từ 16 học sinh là một tổ chợp chập 3 của 16 phần tử và bằng C_{16}^3 .

Chọn đáp án **D**

- Câu 21.** Một khối chóp có thể tích bằng 15 và diện tích đáy bằng 9. Chiều cao của khối chóp đó bằng
- (A) $\frac{5}{3}$. (B) 5. (C) $\frac{9}{5}$. (D) 6.

Lời giải.

Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot h$ với B là diện tích đáy, h là chiều cao.

$$\text{Do đó } h = \frac{3V}{B} = \frac{3 \cdot 15}{9} = 5.$$

Chọn đáp án (B)

- Câu 22.** Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_3(2x + 1)$.
- (A) $y' = \frac{1}{(2x + 1) \ln 3}$. (B) $y' = \frac{1}{2x + 1}$. (C) $y' = \frac{2}{(2x + 1) \ln 3}$. (D) $y' = (2x + 1) \ln 3$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = \frac{(2x + 1)'}{(2x + 1) \ln 3} = \frac{2}{(2x + 1) \ln 3}.$$

Chọn đáp án (C)

- Câu 23.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-1	1	4	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trong khoảng nào?

- (A) $(4; +\infty)$. (B) $(-\infty; -1)$. (C) $(1; +\infty)$. (D) $(-1; 4)$.

Lời giải.

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 1)$ và $(4; +\infty)$.

Chọn đáp án (A)

- Câu 24.** Tích phân $I = \int_0^1 e^{2x} dx$ bằng
- (A) $I = 2(e^2 - 1)$. (B) $I = \frac{e^2}{2}$. (C) $I = \frac{e^2 - 1}{2}$. (D) $I = e^2 - 1$.

Lời giải.

$$I = \int_0^1 e^{2x} dx = \frac{e^{2x}}{2} \Big|_0^1 = \frac{e^2 - 1}{2}.$$

Chọn đáp án (C)

- Câu 25.** Một cấp số cộng có 7 số hạng. Biết rằng tổng của số hạng đầu và số hạng cuối bằng 30, còn tổng của số hạng thứ ba và số hạng thứ sáu bằng 35. Khi đó, số hạng thứ bảy của cấp số cộng đó có giá trị bằng
- (A) 25. (B) 30. (C) 35. (D) 40.

Lời giải.

Gọi $u_1, u_1, \dots, u_7$ lần lượt là 6 số hạng của cấp số cộng đề bài cho. Gọi d là công sai của cấp số cộng này.

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_1 + u_7 = 30 \\ u_3 + u_6 = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 + 6d = 30 \\ u_1 + 2d + u_1 + 5d = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 6d = 30 \\ 2u_1 + 7d = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 0 \\ d = 5. \end{cases}$$

Vậy số hạng thứ bảy của cấp số cộng đã cho là $u_7 = u_1 + 6d = 30$.

Chọn đáp án **(B)**



❶ Câu 26. Tìm nguyên hàm $F(x) = \int \left(\frac{1}{x^2} + 2 \right) dx$.

(A) $F(x) = -\frac{1}{x} + 2x + C.$

(B) $F(x) = \frac{1}{x} + 2x + C.$

(C) $F(x) = -\frac{1}{x} + 2 + C.$

(D) $F(x) = -\frac{1}{x^3} + 2x + C.$

💬 Lời giải.

$$\text{Ta có } F(x) = \int \left(\frac{1}{x^2} + 2 \right) dx = -\frac{1}{x} + 2x + C.$$

Chọn đáp án **(A)**



❶ Câu 27. Đồ thị của hàm số nào sau đây không đi qua điểm $M(1; -2)$?

(A) $y = \frac{3x - 1}{x - 2}.$

(B) $y = x^3 - 3x.$

(C) $y = -x^3 + 3x^2 - 1.$

(D) $y = x^4 - x^2 - 2.$

💬 Lời giải.

Thay giá trị đối số $x = 1$ vào hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$, ta có $y = -1 + 3 - 1 = 1 \Rightarrow M(1; -2)$ không thuộc đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

Chọn đáp án **(C)**



❶ Câu 28. Cho hàm số $f(x) = \frac{x - m^2}{x + 8}$ với m là tham số thực. Giả sử m_0 là giá trị dương của tham số để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 3]$ bằng -3 . Giá trị m_0 thuộc khoảng nào trong các khoảng cho dưới đây?

(A) $(5; 6).$

(B) $(6; 9).$

(C) $(20; 25).$

(D) $(2; 5).$

💬 Lời giải.

Hàm số $f(x) = \frac{x - m^2}{x + 8}$ xác định và liên tục trên đoạn $[0; 3]$.

Ta có: $f'(x) = \frac{8 + m^2}{(x + 8)^2} \Rightarrow f'(x) > 0, \forall x \in [0; 3]$ nên hàm số đã cho đồng biến trên đoạn $[0; 3]$.

Do đó $\min_{[0; 3]} f(x) = f(0) = \frac{-m^2}{8}$. Theo giả thiết $\min_{[0; 3]} f(x) = -3 \Leftrightarrow \frac{-m^2}{8} = -3 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2\sqrt{6} \\ m = 2\sqrt{6}. \end{cases}$

Vậy $m_0 = 2\sqrt{6} \in (2; 5)$ (do $m > 0$).

Chọn đáp án **(D)**



❶ Câu 29. Tìm các khoảng đồng biến của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

(A) $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty).$

(B) $(-1; 1).$

(C) $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty).$

(D) $(0; 2).$

💬 Lời giải.

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$	↗		1	↘		$+\infty$
					-3	↗	

Chọn đáp án **C**

Câu 30. Cho $\log_2 7 = a$, $\log_3 7 = b$. Giá trị $\log_6 7$ tính theo a và b là

- A** $a + b$. **B** $\frac{a+b}{ab}$. **C** $\frac{1}{a+b}$. **D** $\frac{ab}{a+b}$.

Lời giải.

Ta có $\log_6 7 = \frac{1}{\log_7 6} = \frac{1}{\log_7 2 + \log_7 3} = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{ab}{a+b}$.

Chọn đáp án **D**

Câu 31. Cho tứ diện $OABC$ biết OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, biết $OA = 3, OB = 4$ và thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng 6. Khi đó khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) bằng

- A** 3. **B** $\frac{\sqrt{41}}{12}$. **C** $\frac{144}{\sqrt{41}}$. **D** $\frac{12}{\sqrt{41}}$.

Lời giải.

Ta có $V_{OABC} = \frac{1}{6} OA \cdot OB \cdot OC \Rightarrow OC = \frac{6 \cdot 6}{3 \cdot 4} = 3$.

Gọi d là khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) , ta có:

$\frac{1}{d^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} = \frac{41}{144} \Rightarrow d = \frac{12}{\sqrt{41}}$.

Chọn đáp án **D**

Câu 32. Tính $\int_0^1 e^{-x} dx$.

- A** $-\frac{1}{e} + 1$. **B** 1. **C** $\frac{1}{e}$. **D** $-1 + \frac{1}{e}$.

Lời giải.

Ta có $\int_0^1 e^{-x} dx = -e^{-x} \Big|_0^1 = -e^{-1} + e^0 = -\frac{1}{e} + 1$.

Chọn đáp án **A**

- ❶ Câu 33.** Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(-1; 3; 1)$, $B(1; -1; 2)$, $C(2; 1; 3)$ và $D(0; 1; -1)$. Mặt phẳng (P) chứa AB và song song với CD có phương trình là
- (A)** $(P) : 8x + 3y - 4z + 3 = 0$. **(B)** $(P) : x + 2y + 6z - 11 = 0$.
- (C)** $(P) : x + 2z - 4 = 0$. **(D)** $(P) : 2x + y - 1 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; -4; 1)$, $\overrightarrow{CD} = (-2; 0; -4) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}] = (8; 3; -4)$.

Mặt phẳng (P) đi qua $A(-1; 3; 1)$, nhận $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}] = (8; 3; -4)$ là véc-tơ pháp tuyến, có phương trình là $8(x + 1) + 3(y - 3) - 4(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 8x + 3y - 4z + 3 = 0$ (thỏa mãn song song CD nên thỏa mãn đề bài).

Chọn đáp án **(A)**

- ❶ Câu 34.** Cho số phức z thỏa mãn $z(2 - i) + 13i = 1$. Tính mô-đun của số phức z
- (A)** $|z| = \sqrt{34}$. **(B)** $|z| = \frac{\sqrt{34}}{3}$. **(C)** $|z| = \frac{5\sqrt{34}}{3}$. **(D)** $|z| = 34$.

Lời giải.

Cách 1 Ta có $z(2 - i) + 13i = 1 \Rightarrow |z(2 - i)| = |1 - 13i| \Leftrightarrow |z| \cdot \sqrt{5} = \sqrt{170} \Leftrightarrow |z| = \sqrt{34}$.

Cách 2 Ta có $z(2 - i) + 13i = 1 \Leftrightarrow z(2 - i) = 1 - 13i$

$\Leftrightarrow z(2 - i)(2 + i) = (1 - 13i)(2 + i) \Leftrightarrow 5z = 15 - 25i \Leftrightarrow z = 3 - 5i$

$\Rightarrow |z| = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34}$.

Chọn đáp án **(A)**

- ❶ Câu 35.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, cạnh bên SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Thể tích của khối chóp đó bằng

- (A)** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **(B)** $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **(C)** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **(D)** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Ta có: $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$

$\Rightarrow SB$ là hình chiếu của SC lên mặt phẳng (SAB)

$\Rightarrow (\widehat{SC, (SAB)}) = (\widehat{SC, SB}) = \widehat{BSC} = 30^\circ$.

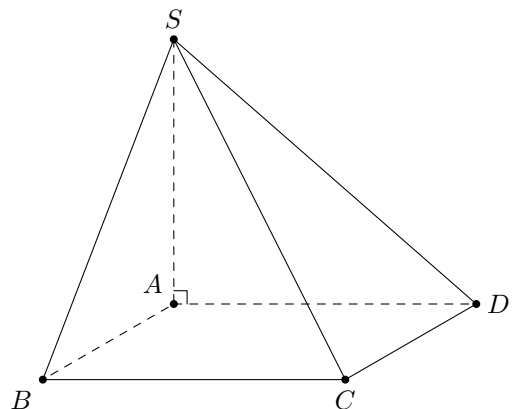
Trong $\triangle SCB$, ta có $\tan \widehat{BSC} = \frac{BC}{SB} = \frac{a}{SB}$

$\Leftrightarrow SB = a\sqrt{3}; SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$.

Vậy thể tích khối chóp là

$$V_{SABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)**



- ❶ Câu 36.** Một cuộc họp có sự tham gia của 5 nhà Toán học trong đó có 3 nam và 2 nữ, 6 nhà Vật lý trong đó có 3 nam và 3 nữ, 7 nhà Hóa học trong đó có 4 nam và 3 nữ. Người ta muốn lập một ban thư kí gồm 4 nhà khoa học với yêu cầu phải có cả ba lĩnh vực (Toán, Lý, Hóa) và có cả nam lẫn nữ. Nếu mọi người đều bình đẳng như nhau thì số cách lập một ban thư kí như thế là

A 1575.**B** 1440.**C** 1404.**D** 171.**Lời giải.**

Ban thư kí gồm 4 nhà khoa học thỏa mãn yêu cầu phải có cả ba lĩnh vực Toán- Lý - Hóa có các khả năng sau:

- ✔ Khả năng 1: 2 Toán, 1 Lý, 1 Hóa có $C_5^2 \cdot C_6^1 \cdot C_7^1 = 420$ cách lập ban thư kí.
Trong khả năng này, có $C_3^2 \cdot C_3^1 \cdot C_4^1 = 36$ cách lập ban thư kí gồm toàn nhà khoa học nam và có $C_2^2 \cdot C_3^1 \cdot C_3^1 = 9$ cách lập ban thư kí gồm toàn nhà khoa học nữ.
- ✔ Khả năng 2: 1 Toán, 2 Lý, 1 Hóa có $C_5^1 \cdot C_6^2 \cdot C_7^1 = 525$ cách lập ban thư kí.
Trong khả năng này, có $C_3^1 \cdot C_3^2 \cdot C_4^1 = 36$ cách lập ban thư kí gồm toàn nhà khoa học nam và có $C_2^1 \cdot C_3^2 \cdot C_3^1 = 18$ cách lập ban thư kí gồm toàn nhà khoa học nữ.
- ✔ Khả năng 3: 1 Toán, 1 Lý, 2 Hóa có $C_5^1 \cdot C_6^1 \cdot C_7^2 = 630$ cách lập ban thư kí.
Trong khả năng này, có $C_3^1 \cdot C_3^1 \cdot C_4^2 = 54$ cách lập ban thư kí gồm toàn nhà khoa học nam và có $C_2^1 \cdot C_3^1 \cdot C_3^2 = 18$ cách lập ban thư kí gồm toàn nhà khoa học nữ.

Vậy số cách lập ban thư kí thỏa mãn đầu bài là:

$$420 + 525 + 630 - 36 - 9 - 36 - 18 - 54 - 18 = 1404.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 2 \end{cases}$ và $\Delta_2: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$.

Đường vuông góc chung của Δ_1 và Δ_2 đi qua điểm nào dưới đây?

- A** $P\left(2; \frac{32}{11}; \frac{7}{11}\right)$. **B** $N\left(-2; \frac{32}{11}; \frac{7}{11}\right)$. **C** $M\left(2; -\frac{32}{11}; \frac{7}{11}\right)$. **D** $Q\left(-2; \frac{32}{11}; -\frac{7}{11}\right)$.

Lời giải.

Ta có $\Delta_1: \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 2 \end{cases}$, $\Delta_2: \begin{cases} x = 3 - s \\ y = 1 + 2s \\ z = s \end{cases}$ và $\vec{u}_1 = (1; 1; 0)$, $\vec{u}_2 = (-1; 2; 1)$ lần lượt là véc-tơ chỉ phương

của Δ_1, Δ_2 .

Giả sử $A \in \Delta_1, B \in \Delta_2$ khi đó $A(t; t; 2), B(3 - s; 1 + 2s; s) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (3 - s - t; 1 + 2s - t; s - 2)$.

AB là đường vuông góc chung của Δ_1, Δ_2 khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_1 = \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_2 = 0$.

Khi đó $\begin{cases} 1(3 - s - t) + 1(1 + 2s - t) + 0(s - 2) = 0 \\ -1(3 - s - t) + 2(1 + 2s - t) + 1(s - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t - s = 4 \\ t - 6s = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{27}{11} \\ s = \frac{10}{11} \end{cases}$ Suy ra $A\left(\frac{27}{11}; \frac{27}{11}; 2\right)$,

$\overrightarrow{AB} = \left(-\frac{4}{11}; \frac{4}{11}; -\frac{12}{11}\right)$ cùng phương với $\vec{u} = (1; -1; 3)$.

Đường thẳng AB có phương trình $\begin{cases} x = \frac{27}{11} + t \\ y = \frac{27}{11} - t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$

Từ đó suy đường thẳng AB đi qua điểm $P\left(2; \frac{32}{11}; \frac{7}{11}\right)$.

Chọn đáp án **A**

□

- Câu 38.** Có bao nhiêu số nguyên x nghiệm đúng bất phương trình $\frac{1}{\log_x 2} + \frac{1}{\log_{x^4} 2} < 10$?
- (A) 1. (B) 2. (C) 4. (D) 3.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0; x \neq 1$.

Khi đó

$$\begin{aligned} \frac{1}{\log_x 2} + \frac{1}{\log_{x^4} 2} < 10 &\Leftrightarrow \frac{1}{\log_x 2} + \frac{4}{\log_x 2} < 10 \\ &\Leftrightarrow \log_2 x + 4 \log_2 x < 10 \\ &\Leftrightarrow \log_2 x < 2 \\ &\Leftrightarrow x < 4. \end{aligned}$$

Từ điều kiện và x nguyên, ta có $x \in \{2, 3\}$. Vậy có 2 giá trị nguyên của x thỏa mãn yêu cầu bài toán.
Chọn đáp án (B) □

- Câu 39.** Cho hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + m$ (với m là tham số thực). Tập tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số đã cho cắt đường thẳng $y = -3$ tại bốn điểm phân biệt, trong đó có một điểm có hoành độ lớn hơn 2 còn ba điểm kia có hoành độ nhỏ hơn 1, là khoảng $(a; b)$ (với $a, b \in \mathbb{Q}$, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Khi đó, $15ab$ nhận giá trị nào sau đây?
- (A) -63. (B) 63. (C) 95. (D) -95.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $-3 = x^4 + 2mx^2 + m$. Đặt $x^2 = t, t \geq 0$. Khi đó phương trình trở thành $t^2 + 2mt + m + 3 = 0$ (1) và đặt $f(t) = t^2 + 2mt + m + 3$.

Để đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y = -3$ tại 4 điểm phân biệt thì phương trình (1) có hai nghiệm thỏa mãn $0 < t_1 < t_2$ và khi đó hoành độ bốn giao điểm là $-\sqrt{t_2} < -\sqrt{t_1} < \sqrt{t_1} < \sqrt{t_2}$.

Do đó, từ điều kiện của bài toán suy ra $\begin{cases} \sqrt{t_2} > 2 \\ \sqrt{t_1} < 1 \end{cases}$ hay $0 < t_1 < 1 < 4 < t_2$.

Điều này xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} f(0) > 0 \\ f(1) < 0 \\ f(4) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m + 3 > 0 \\ 3m + 4 < 0 \\ 9m + 19 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < m < -\frac{19}{9}.$$

Vậy $a = -3, b = -\frac{19}{9}$ nên $15ab = 95$.

Chọn đáp án (C) □

- Câu 40.** Cho các hàm số $f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x - 3}}$, $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x - 3}$ với $x > \frac{3}{2}$. Gọi $(a; b; c)$ là bộ số thỏa mãn $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Khi đó $a + b + c$ bằng
- (A) 1. (B) 5. (C) 3. (D) 7.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} f(x) &= 10x\sqrt{2x - 3} + \frac{7}{\sqrt{2x - 3}} = 5(2x - 3)\sqrt{2x - 3} + 15\sqrt{2x - 3} + \frac{7}{\sqrt{2x - 3}} \\ &= 5(2x - 3)^{\frac{3}{2}} + 15(2x - 3)^{\frac{1}{2}} + \frac{7}{\sqrt{2x - 3}}. \end{aligned}$$

Suy ra $\int f(x) dx = (2x - 3)^{\frac{5}{2}} + 5(2x - 3)^{\frac{3}{2}} + 7\sqrt{2x - 3} + C = (4x^2 - 2x + 1)\sqrt{2x - 3} + C$.

Suy ra $F(x) = (4x^2 - 2x + 1)\sqrt{2x - 3}$ hay $a = 4, b = -2, c = 1 \Rightarrow a + b + c = 3$.

Chọn đáp án **C**

Câu 41. Một hình lăng trụ đứng tam giác có độ dài các cạnh là 9, 3, 4, 3, 4, 5, 9, 5, 9. Thể tích của khối lăng trụ này bằng bao nhiêu?

A 46.

B 50.

C Không tính được.

D 54.

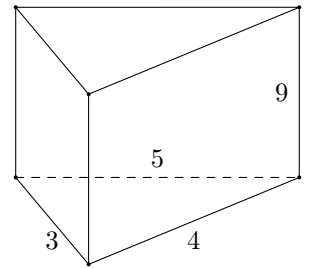
Lời giải.

Lăng trụ đứng tam giác có 3 cạnh bên bằng nhau và có hai đa giác đáy bằng nhau.

Do đó hình lăng trụ đứng tam giác có chiều cao bằng 9, đáy là tam giác có cạnh bằng 3, 4, 5 (tam giác vuông).

Vậy thể tích V của khối lăng trụ đứng đã cho bằng

$$V = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \cdot 9 = 54.$$



Chọn đáp án **D**

Câu 42. Cho số phức $z = m + 1 + mi$ với $m \in \mathbb{R}$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-5; 5)$ sao cho $|z - 2i| > 1$?

A 5.

B 4.

C 0.

D 9.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} |z - 2i| > 1 &\Leftrightarrow |m + 1 + mi - 2i| > 1 \Leftrightarrow \sqrt{(m + 1)^2 + (m - 2)^2} > 1 \\ &\Leftrightarrow 2m^2 - 2m + 5 > 1 \\ &\Leftrightarrow 2m^2 - 2m + 4 > 0 \Leftrightarrow m \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Vì $m \in (-5; 5)$ và m là số nguyên nên $m \in \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$.

Chọn đáp án **D**

Câu 43. Tìm môđun của số phức z , biết $z + 2\bar{z} = 3 - 2i$

A $\sqrt{10}$.

B $\sqrt{2}$.

C $\sqrt{5}$.

D $\sqrt{13}$.

Lời giải.

Ta có $z + 2\bar{z} = 3 - 2i \Rightarrow \bar{z} + 2z = 3 + 2i$

$$\Rightarrow 4z + 2\bar{z} = 6 + 4i$$

$$\Rightarrow z + 3z = 3 + 6i$$

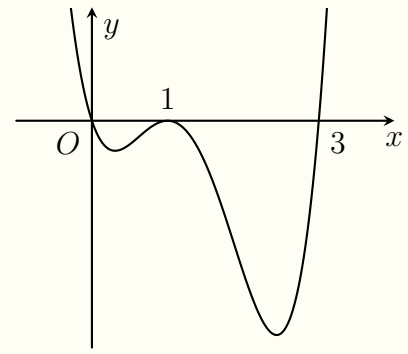
$$\Rightarrow z = 1 + 2i$$

$$\Rightarrow |z| = \sqrt{5}.$$

Chọn đáp án **C**

Câu 44.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số $y = f^2(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại, cực tiểu?



- ☒ A 1 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu.
☐ B 2 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu.
☐ C 3 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu.
☐ D 2 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu.

Lời giải.

Ta có $y' = 2f(x)f'(x)$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f'(x) = 0 \end{cases}$.

Từ đồ thị suy ra

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 3 \end{cases}; \quad f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m, m \in (0; 1) \\ x = 1 \\ x = n, n \in (1; 3). \end{cases}$$

Từ đó ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	m	1	n	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	$-$	0	$+$	0	$+$	$+$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
y'	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$+$	
y	$+\infty$	CT CD CT CD CT CD CT CD CT CD CT CD						$+\infty$

Vậy hàm số có 2 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(3; 0; 0)$, $B(0; 6; 0)$, $C(0; 0; 6)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua trực tâm của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) ?

- ☒ A $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$.
☐ B $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$.
☐ C $\frac{x-3}{2} = \frac{y-6}{1} = \frac{z-6}{1}$.
☐ D $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-3}{1}$.

Lời giải.

Ta thấy tứ diện $OABC$ là tứ diện vuông vì có OA , OB , OC đôi một vuông góc với $O(0; 0; 0)$ là gốc toạ độ. Do đó, hình chiếu vuông góc của O lên (ABC) chính là trực tâm của tam giác ABC .

Vậy đường thẳng cần tìm đi qua O và vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Ta có $\vec{AB} = (-3; 6; 0)$, $\vec{AC} = (-3; 0; 6)$ nên đường thẳng đi qua O và nhận $\vec{u} = \frac{1}{2} [\vec{AB}, \vec{AC}] = (2; 1; 1)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ là đường thẳng cần tìm.

Từ đó suy ra đường thẳng có phương trình $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$ thoả mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 46. Cho hình nón có chiều cao bằng $2\sqrt{5}$. Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác đều, mặt phẳng này cách tâm của đường tròn đáy một khoảng $h = \frac{2\sqrt{35}}{3\sqrt{3}}$. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

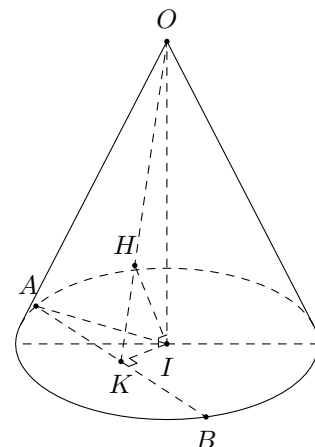
- (A) $\frac{32\sqrt{5}\pi}{3}$. (B) 32π . (C) $32\sqrt{5}\pi$. (D) 96π .

Lời giải.

Gọi O là đỉnh hình nón, I là tâm đường tròn đáy hình nón, thiết diện là tam giác đều OAB . Gọi K là trung điểm của AB khi đó $IK \perp AB$. Kẻ $IH \perp OK$ khi đó khoảng cách từ I đến (OAB) chính là IH hay $IH = \frac{2\sqrt{35}}{3\sqrt{3}}$.

Tam giác OIK vuông tại I và IH là đường cao nên:

$$\frac{1}{IK^2} = \frac{1}{IH^2} - \frac{1}{OI^2} = \frac{1}{7} \Leftrightarrow IK^2 = 7.$$



Xét tam giác OIK : $OK = \sqrt{OI^2 + IK^2} = 3\sqrt{3}$.

Mà OK là đường cao của tam giác đều OAB nên $OK = \frac{AB\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow OA = \frac{2 \cdot 3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 6$.

Do đó $IA = \sqrt{OA^2 - OI^2} = \sqrt{36 - (2\sqrt{5})^2} = 4$.

Khối nón cần tìm có bán kính đáy $IA = 4$, chiều cao $OI = 2\sqrt{5}$ nên có thể tích là:

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_d \cdot h = \frac{1}{3} \pi \cdot IA^2 \cdot OI = \frac{1}{3} \pi \cdot 16 \cdot 2\sqrt{5} = \frac{32\pi\sqrt{5}}{3}.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 47. Tính số nghiệm của phương trình $\cot x = 2^x$ trong khoảng $\left(\frac{11\pi}{12}; 2019\pi\right)$.

- (A) 2020. (B) 2019. (C) 2018. (D) 1.

Lời giải.

Điều kiện $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$. Ta có $\cot x = 2^x \Leftrightarrow \cot x - 2^x = 0$. (1)

Xét hàm số $f(x) = \cot x - 2^x$ trên $\left(\frac{11\pi}{12}; \pi\right), (\pi; 2\pi), \dots, (2018\pi; 2019\pi)$.

Ta có $f'(x) = -\frac{1}{\sin^2 x} - 2^x \ln 2 < 0$ với $\forall x \in \left(\frac{11\pi}{12}; \pi\right), (\pi; 2\pi), \dots, (2018\pi; 2019\pi)$.

Suy ra hàm số $f(x)$ nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Trên khoảng $\left(\frac{11\pi}{12}; \pi\right)$ ta có $f(x) < f\left(\frac{11\pi}{12}\right) \Rightarrow f(x) < \cot\left(\frac{11\pi}{12}\right) - 2^{\frac{11\pi}{12}} < 0$.

$\Rightarrow f(x) = 0$ vô nghiệm.

Ta có hàm số $f(x)$ nghịch biến trên từng khoảng $(\pi; 2\pi), \dots, (2018\pi; 2019\pi)$ và trên mỗi khoảng đó hàm số có tập giá trị là $\mathbb{R}$.

Suy ra trên mỗi khoảng $(\pi; 2\pi), \dots, (2018\pi; 2019\pi)$ thì phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm duy nhất. Vậy phương trình (1) có 2018 nghiệm.

Chọn đáp án (C) □

❶ Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y + 6z - 5 = 0$ và mặt phẳng $(P) : x - 2y + 2z + 3 = 0$. Gọi M là tiếp điểm của (S) và mặt phẳng (Q) đi động vuông góc với mặt phẳng (P) . Tập hợp các điểm M là

- (A) Đường tròn: $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y + 6z - 5 = 0; x - 2y + 2z + 9 = 0$.
 (B) Mặt phẳng: $x - 2y + 2z - 9 = 0$.
 (C) Đường tròn: $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y + 6z - 5 = 0; x - 2y + 2z - 9 = 0$.
 (D) Mặt phẳng: $x - 2y + 2z + 9 = 0$.

💬 Lời giải.

Ta có phương trình mặt cầu $(S) : (x + 1)^2 + (y - 1)^2 + (z + 3)^2 = 16$. Gọi I, R là tâm và bán kính mặt cầu suy ra $I(-1; 1; -3)$ và $R = 4$. Khi đó $d(I; (P)) = \frac{|-1 - 2 - 6 + 3|}{3} = 2$ suy ra mặt phẳng (P) luôn cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn. Do giả thiết suy ra $IM \perp (Q)$ suy ra M thuộc mặt phẳng (α) chứa IM .

Do đó $(\alpha) \parallel (P)$ nên phương trình $(\alpha) : x - 2y + 2z + m = 0$ ($m \neq 3$). Vì $I \in (\alpha)$ nên $-1 - 2 - 6 + m = 0 \Leftrightarrow m = 9$ suy ra phương trình $(\alpha) : x - 2y + 2z + 9 = 0$. Do đó M thuộc đường tròn là giao của mặt phẳng (α) và mặt cầu (S) .

Chọn đáp án (A) □

❶ Câu 49. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = |x|^3 - (2m - 1)x^2 + (m - 1)|x| - 2$ có đúng ba điểm cực trị.

- (A) $m \leq 1$. (B) $m \geq -2$. (C) $-2 \leq m \leq 1$. (D) $m > 1$.

💬 Lời giải.

Đặt $f(x) = x^3 - (2m - 1)x^2 + (m - 1)x - 2 \Rightarrow f(|x|) = |x|^3 - (2m - 1)x^2 + (m - 1)|x| - 2$.

Hàm số $y = f(|x|)$ có đúng 3 điểm cực trị trên $\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow$ Hàm số $y = f(x)$ có đúng 1 điểm cực trị trên $(0; +\infty)$

$\Leftrightarrow$ Trên $\mathbb{R}$, hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < 0 < x_2$ hoặc $0 = x_1 < x_2$

$\Leftrightarrow$ Trên $\mathbb{R}$, phương trình $f'(x) = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < 0 < x_2$ hoặc $0 = x_1 < x_2$.

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 2(2m - 1)x + m - 1 = 0$.

❶ Phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < 0 < x_2 \Leftrightarrow 3(m - 1) < 0 \Leftrightarrow m < 1$.

❶ Phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 = 0 < x_2 \Rightarrow 3(m - 1) = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

Với $m = 1$, phương trình có 2 nghiệm $x_1 = 0, x_2 = \frac{2}{3} > 0$ (thỏa mãn).

Vậy hàm số $y = f(|x|)$ có đúng 3 điểm cực trị khi và chỉ khi $m \leq 1$.

Chọn đáp án (A) □

HẾT

BỘ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
TRƯỜNG THPT NGUYỄN TẤT THÀNH
GV: LÊ QUANG XE - 0967.003.131

ĐỀ SỐ 19

PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO 2022

NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 90 phút

ĐỀ THAM KHẢO HKII

Câu 1. Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?

A $z = \sqrt{2}$.

B $z = -1 + i$.

C $z = \sqrt{2}i$.

D $z = \sqrt{2} + i$.

Lời giải.

Số thuần ảo là số có dạng $z = bi$, $b \in \mathbb{R}$.

Chọn đáp án **C**

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 2)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 4$. Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là

A $I(2; 1 - 1)$.

B $I(2; 0; -1)$.

C $I(-2; 0; 1)$.

D $I(-2; 1; 1)$.

Lời giải.

Tâm của mặt cầu (S) là $I(2; 0; -1)$.

Chọn đáp án **B**

Câu 3. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 1}$?

A $(3; 0)$.

B $(2; 1)$.

C $(0; 3)$.

D $(-2; 1)$.

Lời giải.

Ta có $y(0) = 3$ nên điểm có tọa độ $(0; 3)$ thuộc đồ thị (C) của hàm số đó cho.

Chọn đáp án **C**

Câu 4. Cho mặt cầu (S) có tâm I , bán kính R và mặt phẳng (α) . Biết khoảng cách từ tâm của mặt cầu (S) tới mặt phẳng (α) bằng R . Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A Mặt phẳng (α) tiếp xúc với mặt cầu (S) .

B Mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) .

C Mặt phẳng (α) và mặt cầu (S) không có điểm chung.

D Thiết diện của mặt phẳng (α) với mặt cầu (S) là một đường tròn.

Lời giải.

Vì $d(I; (\alpha)) = R$ nên (α) tiếp xúc với mặt cầu (S) .

Chọn đáp án **A**

Câu 5. $\int x^\pi dx$ bằng

A $x^\pi + C$.

B $\pi x^{\pi-1} + C$.

C $\frac{x^\pi}{\ln \pi} + C$.

D $\frac{x^{\pi+1}}{\pi+1} + C$.

Lời giải.

$$\int x^\pi dx = \frac{x^{\pi+1}}{\pi+1} + C.$$

Chọn đáp án **(D)**



Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	0	$+\infty$	

Tính giá trị cực đại y_{CD} và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho

(A) $y_{CD} = -2$ và $y_{CT} = 2$.

(B) $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = 0$.

(C) $y_{CD} = 22$ và $y_{CT} = 0$.

(D) $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = -2$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đã cho có $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = 0$.

Chọn đáp án **(B)**



Câu 7. Tìm nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \geq \frac{1}{4}$.

(A) $x \leq 3$.

(B) $x > 3$.

(C) $x \geq 3$.

(D) $1 < x \leq 3$.

Lời giải.

Ta có $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \geq \frac{1}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Leftrightarrow x-1 \leq 2 \Leftrightarrow x \leq 3$.

Chọn đáp án **(A)**



Câu 8. Trong không gian, cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài $AB = 1$ m, $AA' = 3$ m và $BC = 2$ m. Tính thể tích V của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$?

(A) $V = 6 \text{ m}^3$.

(B) $V = \sqrt{5} \text{ m}^3$.

(C) $V = 3 \text{ m}^3$.

(D) $V = 3\sqrt{5} \text{ m}^3$.

Lời giải.

Thể tích khối hộp chữ nhật là $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA' \cdot AB \cdot AD = AA' \cdot AB \cdot BC = 3 \cdot 1 \cdot 2 = 6 \text{ m}^3$.

Chọn đáp án **(A)**



Câu 9. Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (1-x)^{\frac{\pi}{2019}}$ là

(A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

(B) $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.

(C) $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

(D) $\mathcal{D} = (-\infty; 1)$.

Lời giải.

Vì $\frac{\pi}{2019}$ là số không nguyên nên $1-x > 0 \Leftrightarrow x < 1$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $\mathcal{D} = (-\infty; 1)$.

Chọn đáp án **(D)**



Câu 10. Xác định số thực x để dãy số $\log 2, \log 7; \log x$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng.

A $x = \frac{49}{2}$.

B $x = \frac{2}{49}$.

C $x = \frac{2}{7}$.

D $x = \frac{7}{2}$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$.

Để $\log 2, \log 7; \log x$ theo thứ tự đó lập thành một cặp số cộng thì

$$\log 2 + \log x = 2 \log 7 \Leftrightarrow \log 2x = \log 7^2 \Leftrightarrow \log 2x = \log 49 \Leftrightarrow 2x = 49 \Leftrightarrow x = \frac{49}{2}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 11. Cho $F(x)$ và $G(x)$ tương ứng là nguyên hàm của hàm số $f(x) = x; g(x) = e^x$. Mệnh đề nào sau đây đúng

A $\int (x + e^x) dx = F(x) \cdot G(x).$

B $\int (x - e^x) dx = F(x) - G(x).$

C $\int (x + e^x) dx = F(x) + G(x) + C, C$ là hằng số.

D $\int x \cdot e^x dx = F(x) \cdot G(x).$

Lời giải.

Theo tính chất của nguyên hàm ta có $\int (x + e^x) dx = F(x) + G(x) + C, C$ là hằng số.

Chọn đáp án **C** □

Câu 12. Tính $i^4 + i^2$.

A $-2.$

B $-1.$

C $0.$

D $2.$

Lời giải.

Ta có $i^2 = -1$ nên $i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1.$

Suy ra $i^4 + i^2 = 1 - 1 = 0.$

Chọn đáp án **C** □

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : x - 2y + 3 = 0$. Tìm một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)}$ của mặt phẳng (P) .

A $\vec{n}_{(P)} = (1; -2; 0).$ **B** $\vec{n}_{(P)} = (1; -2; 3).$ **C** $\vec{n}_{(P)} = (1; 0; -2).$ **D** $\vec{n}_{(P)} = (0; 1; -2).$

Lời giải.

Lưu ý: Nếu mặt phẳng (P) có phương trình là $ax + by + cz + d = 0$ thì nó có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (a; b; c)$. Và khi đó, mọi véc-tơ pháp tuyến của (P) đều có dạng $k\vec{n}$.

Viết lại phương trình của (P) như sau $x - 2y + 0z + 3 = 0$, suy ra $\vec{n}_{(P)} = (1; -2; 0)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P) .

Chọn đáp án **A** □

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 3; -1)$. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua trục hoành. Tìm tọa độ điểm A' .

A $A'(2; -3; 1).$

B $A'(0; -3; 1).$

C $A'(-2; -3; 1).$

D $A'(-2; 0; 0).$

Lời giải.

Điểm đối xứng của điểm $A(x; y; z)$ qua trục hoành là điểm có dạng $A'(x; -y; -z)$.
Suy ra điểm đối xứng của điểm $A(-2; 3; -1)$ qua trục hoành là điểm $A'(-2; -3; 1)$.

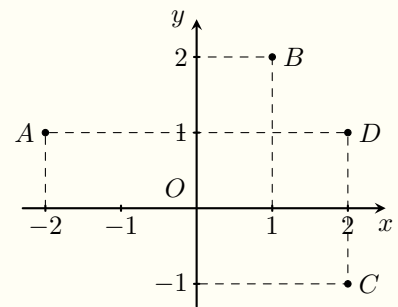
Chọn đáp án **C**



Câu 15.

Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức $z = 2 + i$?

- A** D. **B** B. **C** C. **D** A.



Lời giải.

Điểm biểu diễn số phức $z = a + bi$ là $I(a; b)$. Vậy đáp án đúng là $D(2; 1)$.

Chọn đáp án **A**



Câu 16. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{x+4}$ là

- A** 4. **B** 3. **C** 2. **D** 1.

Lời giải.

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = -4$ và tiệm cận ngang là $y = 1$.

Chọn đáp án **C**



Câu 17. Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A** $\ln a^{2019} = \frac{1}{2019} \ln a.$ **B** $\ln a^{2019} = 2019 \ln a.$
C $\ln(2019a) = 2019 \ln a.$ **D** $\ln(2019a) = \frac{1}{2019} \ln a.$

Lời giải.

Với $a > 0$, ta có

✓ $\ln(2019a) = \ln 2019 + \ln a.$

✓ $\ln a^{2019} = 2019 \ln a.$

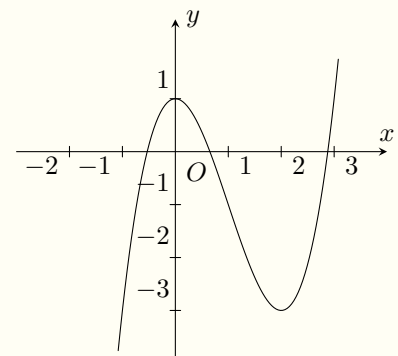
Chọn đáp án **B**



Câu 18.

Đường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số nào?

- A** $y = -x^3 + 3x^2 + 1.$ **B** $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 1.$
C $y = x^3 + 3x^2 + 1.$ **D** $y = x^3 - 3x^2 + 1.$



Lời giải.

Từ hình vẽ ta thấy đây là đồ thị của một hàm số bậc ba.

Suy ra hàm số có dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a \neq 0$.

Từ đó ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Cho $x = 0$ ta được $d = 1$.

Từ hình vẽ ta thấy đồ thị hàm số có hai điểm cực trị $(0; 1)$ và $(2; -3)$.

Do đó $x = 0$ và $x = 2$ là hai nghiệm của phương trình $3ax^2 + 2bx + c = 0$ (1).

Ta có $x = 0$ là nghiệm của (1) nên $c = 0$.

Suy ra $y = ax^3 + bx^2 + 1$.

Ta có $x = 2$ là nghiệm của (1) nên $12a + 4b = 0$ (2).

Điểm $(2; -3)$ thuộc đồ thị hàm số suy ra $8a + 4b + 1 = -3$ (3).

Từ (2), (3) ta có $a = 1$ và $b = -3$.

Vậy $y = x^3 - 3x^2 + 1$ là hàm số cần tìm.

Chọn đáp án **(D)** □

🔴 Câu 19. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$. Điểm M nằm trên Δ thì tọa độ của M có dạng nào sau đây?

(A) $M(x_0 + at; y_0 + bt; z_0 + ct)$.

(B) $M(a + x_0t; b + y_0t; c + z_0t)$.

(C) $M(at; bt; ct)$.

(D) $M(x_0t; y_0t; z_0t)$.

Lời giải.

Phương trình tham số của Δ là $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$. Do đó tọa độ điểm có dạng $M(x_0 + at; y_0 + bt; z_0 + ct)$.

Chọn đáp án **(A)** □

🔴 Câu 20. Có bao nhiêu cách xếp 10 người ngồi vào 10 ghế hàng ngang?

(A) 3028800.

(B) 3628800.

(C) 3628008.

(D) 3628880.

Lời giải.

Số cách xếp 10 người ngồi vào 10 ghế hàng ngang là $10! = 3628800$.

Chọn đáp án **(B)** □

🔴 Câu 21. Cho lăng trụ đứng có cạnh bên bằng 3, đáy là hình vuông cạnh bằng 6. Thể tích khối lăng trụ là

(A) 108.

(B) 72.

(C) 96.

(D) 84.

Lời giải.

Ta có $V = 3 \cdot 6^2 = 108$.

Chọn đáp án **(A)** □

🔴 Câu 22. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{x+1}$.

(A) $y' = 2^{x+1} \log 2$.

(B) $y' = 2^{x+1} \ln 2$.

(C) $y' = (x + 1)2^x \ln 2$.

(D) $y' = \frac{2^{x+1}}{\ln 2}$.

Lời giải.

Ta có $y' = (2^{x+1})' = (x + 1)' \cdot 2^{x+1} \cdot \ln 2 = 2^{x+1} \ln 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 23.

Cho bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- (A) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
 (B) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$.
 (C) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
 (D) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y			3			$+\infty$
	$-\infty$			0		

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta có các kết luận sau:

- ✓ Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$, $(2; +\infty)$.
 ✓ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.
 ✓ Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và giá trị cực đại của hàm số bằng 3.
 ✓ Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ và giá trị cực tiểu của hàm số bằng 0.

Do đó, xét hàm số trên khoảng $(0; 3)$ thì hàm số đồng biến trên các khoảng $(0; 1)$, $(2; 3)$ và nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

Chọn đáp án (B)

Câu 24. Nếu $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$ và $\int_2^{\sqrt{5}} f(x) dx = 1$ thì $\int_{-1}^{\sqrt{5}} f(x) dx$ bằng

(A) -3. (B) -1. (C) 1. (D) 3.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \int_{-1}^{\sqrt{5}} f(x) dx = \int_{-1}^2 f(x) dx + \int_2^{\sqrt{5}} f(x) dx = 2 + 1 = 3.$$

Chọn đáp án (D)

Câu 25. Cho cấp số cộng có $u_4 = -12$, $u_{14} = 18$. Khi đó số hạng đầu tiên và công sai là

- (A) $u_1 = -22$, $d = 3$. (B) $u_1 = -21$, $d = 3$.
 (C) $u_1 = -21$, $d = -3$. (D) $u_1 = -20$, $d = -3$.

Lời giải.

$$\text{Theo bài ra ta có } \begin{cases} u_1 + 3d = -12 \\ u_1 + 13d = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -21 \\ d = 3. \end{cases}$$

Chọn đáp án (B)

Câu 26. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x - 1$ là

- (A) $\cos x - x + C$. (B) $-\cos x + C$. (C) $-\cos x - x + C$. (D) $\cos x - x + C$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \int f(x) dx = \int (\sin x - 1) dx = -\cos x - x + C.$$

Chọn đáp án (C)

Câu 27. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{3-x}$ có tâm đối xứng là

- (A) $I(-2; 3)$. (B) $I(3; -2)$. (C) $I(3; -1)$. (D) $I(3; 2)$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ nhận giao điểm của hai tiệm cận là tâm đối xứng.

Ta thấy $x = 3, y = -2$ lần lượt là tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị $y = \frac{2x+1}{3-x}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 28. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 5$ trên đoạn $[-2; 3]$ bằng

- (A) 50. (B) 5. (C) 1. (D) 122.

Lời giải.

Hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 5$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2; 3]$.

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$ (các nghiệm này đều thuộc đoạn $[-2; 3]$)

Mà $f(0) = 5, f(\sqrt{2}) = f(-\sqrt{2}) = 1, f(-2) = 5, f(3) = 50$.

Suy ra $\max_{[-2;3]} f(x) = f(3) = 50$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 29. Hàm số $y = x^3 - 3x$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- (A) $(-2018; -2)$. (B) $(-2; 0)$. (C) $(-1; 0)$. (D) $(0; 1)$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3x^2 - 3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-2018; -2)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 30. Tính $\log_{120} 600$ theo $a = \log_2 3$ và $b = \log_3 5$.

- (A) $\log_{120} 600 = 1 + \frac{ab}{ab + a + 3}$. (B) $\log_{120} 600 = 1 + \frac{ab}{ab + b + 3}$.
 (C) $\log_{120} 600 = 1 + \frac{ab}{3ab + a + 1}$. (D) $\log_{120} 600 = 1 + \frac{ab}{3ab + b + 1}$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có $ab = \log_2 3 \cdot \log_3 5 = \log_2 5$.

Suy ra $\log_{120} 600 = \frac{\log_2 (2^3 \cdot 3 \cdot 5^2)}{\log_2 (2^3 \cdot 3 \cdot 5)} = \frac{3 + \log_2 3 + 2 \log_2 5}{3 + \log_2 3 + \log_2 5} = \frac{3 + a + 2ab}{3 + a + ab}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 31. Một bể cá hình hộp chữ nhật có thể tích $0,36 \text{ m}^3$. Biết kích thước của đáy bể lần lượt bằng $0,5 \text{ m}$ và $1,2 \text{ m}$. Ta có chiều cao của bể cá bằng

- (A) $0,65 \text{ m}$. (B) $0,6 \text{ m}$. (C) $0,7 \text{ m}$. (D) $0,5 \text{ m}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } V = h \cdot 0,5 \cdot 1,2 \Rightarrow h = \frac{0,36}{0,5 \cdot 1,2} = 0,6 \text{ m}.$$

Chọn đáp án (B)

Câu 32. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[0; 10]$ thỏa mãn $\int_0^{10} f(x) dx = 7$ và $\int_2^6 f(x) dx =$

3. Tính $\int_0^2 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx$.

- (A) 7 . (B) -4 . (C) 4 . (D) 10 .

Lời giải.

$$\int_0^2 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx = \int_0^{10} f(x) dx - \int_2^6 f(x) dx = 7 - 3 = 4.$$

Chọn đáp án (C)

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 6; -7)$ và $B(3; 2; 1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

- (A) $x - 2y + 4z + 2 = 0$. (B) $x - 2y - 3z - 1 = 0$.
(C) $x - 2y + 3z + 17 = 0$. (D) $x - 2y + 4z + 18 = 0$.

Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .

Ta có $\vec{AB} = (2; -4; 8)$. Suy ra một véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_{(P)} = (1; -2; 4)$

Hơn nữa, trung điểm của AB là $I(2; 4; -3)$ thuộc mặt phẳng (P) nên

$$(P): (x - 2) - 2(y - 4) + 4(z + 3) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 4z + 18 = 0.$$

Chọn đáp án (D)

Câu 34. Cho tập $X = \{1; 3; 5; 7; 9\}$. Có bao nhiêu số phức $z = x + yi$ có phần thực, phần ảo đều thuộc X và có tổng $x + y \leq 10$?

- (A) 20 . (B) 10 . (C) 15 . (D) 24 .

Lời giải.

Xét số phức $z = x + yi$ ($x, y \in X$).

Vì số phức $z = x + yi$ thỏa mãn $x + y \leq 10$ nên ta xét các trường hợp sau

a) $(x; y) \in \{(1; 3), (1; 5), (1; 7), (1; 9), (3; 5), (3; 7)\}$, có $2 \times 6 = 12$ số phức thỏa mãn.

b) $(x; y) \in \{(1; 1), (3; 3), (5; 5)\}$, có 3 số phức thỏa mãn.

Vậy có $12 + 3 = 15$ số phức thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án (C)

Câu 35. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a, AA' = 2a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và $A'C$.

A $a\sqrt{5}$.

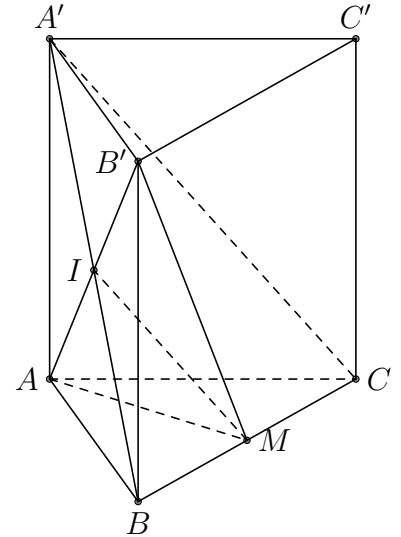
B $\frac{2a\sqrt{17}}{17}$.

C $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải.

Gọi I, M lần lượt là trung điểm của $A'B, BC$
 $\Rightarrow IM \parallel A'C \Rightarrow A'C \parallel (AB'M)$. $d(AB', A'C) = d(C, (AB'M)) = \frac{3V_{B'AMC}}{S_{AB'M}}$. Ta có $V_{B'.AMC} = \frac{1}{3}BB' \cdot S_{AMC} = \frac{1}{6}BB' \cdot S_{AMC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ Mà $B'M = \sqrt{BM^2 + BB'^2} = \frac{a\sqrt{17}}{2}$. Lại có $AM \perp (BCC'B') \Rightarrow AM \perp B'M$. Diện tích tam giác ABM là $S_{ABM} = \frac{1}{2}AM \cdot B'M = \frac{a^2\sqrt{51}}{8}$.
 Vậy $d(AB', A'C) = \frac{2a\sqrt{17}}{17}$.



Chọn đáp án **B**

Câu 36. Một đa giác lồi có 10 cạnh, xét các tam giác mà 3 đỉnh là đỉnh của đa giác. Hỏi trong số các tam giác này có bao nhiêu tam giác mà cả 3 cạnh đều không phải là cạnh của đa giác?

A 60.

B 70.

C 120.

D 50.

Lời giải.

* Số tam giác tạo thành từ 3 đỉnh của đa giác là C_{10}^3 .

* Số tam giác tạo thành từ 3 đỉnh của đa giác có 1 cạnh là cạnh của đa giác:

Chọn 2 đỉnh kề nhau: có 10 cách chọn.

Chọn đỉnh còn lại không kề với 1 trong 2 đỉnh đã chọn: có 6 cách.

Vậy có $10 \cdot 6 = 60$ tam giác.

* Số tam giác tạo thành từ 3 đỉnh của đa giác có 2 cạnh là cạnh của đa giác

Chọn 2 cạnh kề nhau: có 10 cách.

Vậy số tam giác cần tìm là $C_{10}^3 - 60 - 10 = 50$ tam giác.

Chọn đáp án **D**

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{-2}$. Đường thẳng đi qua A , vuông góc với d và cắt trục Ox có phương trình là

A $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \\ z = t \end{cases}$.

B $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$.

C $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$.

D $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$.

Lời giải.

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm và $B(b; 0; 0)$ là giao điểm của Δ và Ox .

Ta có $\vec{AB} = (b-1; -2; -3)$, $\vec{u} = (2; 1; -2)$ là véc-tơ chỉ phương của d .

Suy ra $\Delta \perp d \Leftrightarrow \vec{AB} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 2b + 2 = 0 \Leftrightarrow b = -1$.

Δ đi qua $B(-1;0;0)$ và nhận $\overrightarrow{AB} = (-2; -2; -3)$ làm véc-tơ chỉ phương nên có phương trình

$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 3t. \end{cases}$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 38. Cho bất phương trình $\log 5 + \log(x^2 + 1) \geq \log(mx^2 + 4x + m)$, m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A 3.

B 2.

C 0.

D 1.

Lời giải.

Ta có $\log 5 + \log(x^2 + 1) \geq \log(mx^2 + 4x + m) \Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2 + 5 \geq mx^2 + 4x + m \\ mx^2 + 4x + m > 0 \end{cases}$.

Vậy bất phương trình nghiệm đúng với mọi x khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 5x^2 + 5 \geq mx^2 + 4x + m, \forall x \in \mathbb{R} \\ mx^2 + 4x + m > 0, \forall x \in \mathbb{R} \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} (5-m)x^2 - 4x + (5-m) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ mx^2 + 4x + m > 0, \forall x \in \mathbb{R} \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 5-m > 0 \\ 4-(5-m)^2 < 0 \\ m > 0 \\ 2-m^2 < 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & 0 < m < \sqrt{2} \end{aligned}$$

Từ đó suy ra chỉ có một giá trị nguyên $m = 1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 39. Biết rằng đường thẳng $y = 3x + 4$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{4x+2}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt có tung độ y_1 và y_2 . Tính $y_1 + y_2$.

A $y_1 + y_2 = 11$.

B $y_1 + y_2 = 9$.

C $y_1 + y_2 = 1$.

D $y_1 + y_2 = 10$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x \neq 1$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$3x + 4 = \frac{4x+2}{x-1} \Leftrightarrow (3x+4)(x-1) = 4x+2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0. \quad (1)$$

Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình (1), ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 x_2 = -2. \end{cases}$

Mà $y_1 = 3x_1 + 4$ và $y_2 = 3x_2 + 4$, do vậy $y_1 + y_2 = 3(x_1 + x_2) + 8 = 11$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\cos x + x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$ là

A $-2x + 2\cos x + \sin x + C$ ($C \in \mathbb{R}$).

B $2\cos x + \sin x + C$ ($C \in \mathbb{R}$).

C $2\cos x - \sin x + C$ ($C \in \mathbb{R}$).

D $-2x - 2\cos x - \sin x + C$ ($C \in \mathbb{R}$).

Lời giải.

Do $\cos x + x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$ trên $\mathbb{R}$ nên

$$\begin{aligned} f(x)e^{2x} &= (\cos x + x)', \quad \forall x \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow f(x)e^{2x} &= -\sin x + 1, \quad \forall x \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow f(x) &= (1 - \sin x)e^{-2x}, \quad \forall x \in \mathbb{R} \\ \Rightarrow f'(x) &= (-\cos x)e^{-2x} - 2(1 - \sin x)e^{-2x}, \quad \forall x \in \mathbb{R} \\ \Rightarrow f'(x) &= -(2 - 2\sin x + \cos x)e^{-2x}, \quad \forall x \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Do đó, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$ là

$$\begin{aligned} \int f'(x)e^{2x} dx &= \int [-(2 - 2\sin x + \cos x)e^{-2x}] \cdot e^{2x} dx \\ &= \int (-2 + 2\sin x - \cos x) dx \\ &= -2x - 2\cos x - \sin x + C \quad (C \in \mathbb{R}). \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)**

► Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là $\triangle ABC$ vuông tại C , $AB = 2a$, $AC = a$, và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) bằng 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

- (A)** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **(B)** $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **(C)** $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **(D)** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Trong $\triangle ABC$ kẻ $CH \perp AB$

$$\Rightarrow CH \perp (SAB) \Rightarrow CH \perp SB \quad (1).$$

$$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = a\sqrt{3},$$

$$BH \cdot BA = BC^2,$$

$$\Rightarrow BH = \frac{3a}{2}, \quad CH = \sqrt{BC^2 - BH^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Trong $\triangle SAB$ kẻ $KH \perp SB \Rightarrow CK \perp SB$.

Từ (1) và (2) suy ra $HK \perp SB$.

Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là $\widehat{CKH} = 60^\circ$. Trong $\triangle CKH$ vuông tại H có $HK = CH \cdot$

$$\cot 60^\circ = \frac{a}{2},$$

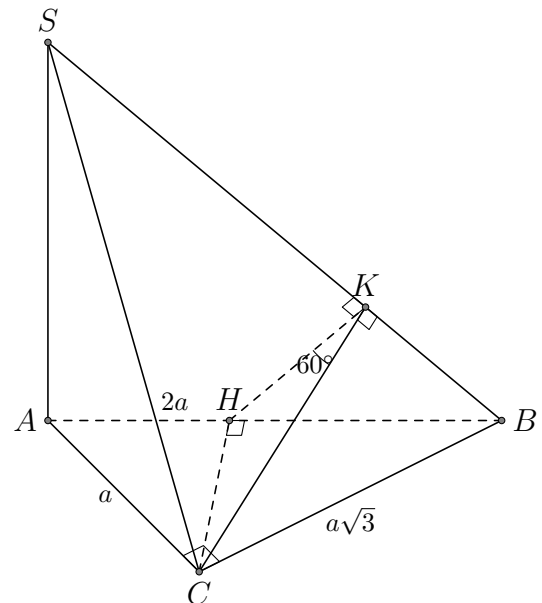
$$BK = \sqrt{BH^2 - HK^2} = a\sqrt{2}.$$

$$\triangle SAB \sim \triangle HKB \text{ nên } \frac{SA}{HK} = \frac{AB}{BK} = \frac{2a}{a\sqrt{2}}.$$

Thể tích hình chóp $S.ABC$ là

$$V = \frac{1}{3}SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot \sqrt{3} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}.$$

Chọn đáp án **(B)**



► Câu 42. Có bao nhiêu số phức thỏa mãn $z + |z|^2i - 1 - \frac{3}{4}i = 0$?

- (A)** 1. **(B)** 3. **(C)** 2. **(D)** 0.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Thay vào biểu thức của bài toán ta có:

$$(a-1) + \left(a^2 + b^2 + b - \frac{3}{4}\right)i = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b^2 + b + \frac{1}{4} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -\frac{1}{2} \end{cases}.$$

Vậy chỉ có đúng một số phức thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **A**



- Câu 43.** Cho số phức $z = 1 + i\sqrt{3}$. Số phức liên hợp của z là
A $\bar{z} = 1 - i\sqrt{3}$. **B** $\bar{z} = -\sqrt{3} - i$. **C** $\bar{z} = -1 + i\sqrt{3}$. **D** $\bar{z} = \sqrt{3} + i$.

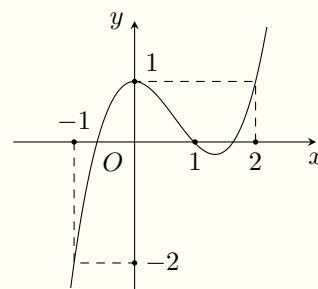
Lời giải.

$$z = a + ib \Rightarrow \bar{z} = a - bi.$$

Chọn đáp án **A**



- Câu 44.** Cho hàm số $y = f(x)$ với đạo hàm $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x) = f(x) - \frac{x^3}{3} + x^2 - x + 2$ đạt cực đại tại điểm nào?
A $x = -1$. **B** $x = 2$. **C** $x = 0$. **D** $x = 1$.



Lời giải.

Xét hàm số $g(x) = f(x) - \frac{x^3}{3} + x^2 - x + 2$, có $g'(x) = f'(x) - x^2 + 2x - 1; \forall x \in \mathbb{R}$

$$\text{Ta có } g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = (x-1)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2. \end{cases} (*)$$

Bảng xét dấu của $g'(x)$

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+	0	+

Vậy hàm số $g(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.

Chọn đáp án **D**



- Câu 45.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; 0)$, $B(1; -2; 4)$, $C(13; 1; 0)$ và d là đường thẳng mà mọi điểm của d luôn cách đều A, B, C . Phương trình đường thẳng d là

A $\begin{cases} x = 7 \\ y = -\frac{1}{2} + 4t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$ **B** $\begin{cases} x = 7 \\ y = 1 - 8t \\ z = -6t \end{cases}$ **C** $\begin{cases} x = 1 \\ y = -\frac{1}{2} - 24t \\ z = 2 - 18t \end{cases}$ **D** $\begin{cases} x = 5 \\ y = 48t \\ z = \frac{4}{3} + 36t \end{cases}$.

Lời giải.

d luôn cách đều A, B, C nên $d \perp (ABC)$ tại tâm I (I là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC)

Nhận xét : $\overrightarrow{AB} = (0; -3; 4), \overrightarrow{AC} = (12; 0; 0) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A nên I là trung điểm cạnh $BC \Rightarrow I \left(7; -\frac{1}{2}; 2 \right)$.

d qua I và có VTCP $\vec{u} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (0; 48; 36)$ hay $\vec{u}' = (0; 4; 3)$. Vậy $d: \begin{cases} x = 7 \\ y = -\frac{1}{2} + 4t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$

Chọn đáp án **A**

Câu 46. Cho hai mặt cầu (S_1) có tâm I_1 , bán kính $R_1 = 1$, (S_2) có tâm I_2 bán kính $R_2 = 5$. Lần lượt lấy hai điểm M_1, M_2 thuộc hai mặt cầu $(S_1), (S_2)$. Gọi K là trung điểm của M_1M_2 . Khi M_1, M_2 di chuyển trên $(S_1), (S_2)$ thì K quét miền không gian là một khối tròn xoay có thể tích bằng?

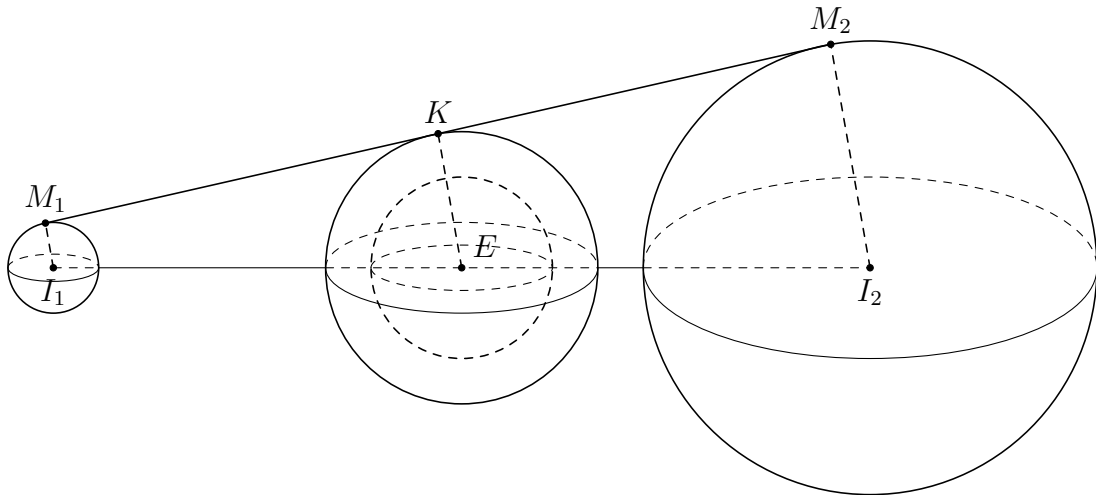
A $\frac{55\pi}{3}$.

B $\frac{68\pi}{3}$.

C $\frac{76\pi}{3}$.

D $\frac{82\pi}{3}$.

Lời giải.



Gọi E là trung điểm của đoạn I_1I_2 . Khi đó, ta có

$$\begin{aligned} \overrightarrow{I_1M} + \overrightarrow{I_2N} &= (\overrightarrow{I_1E} + \overrightarrow{EM}) + (\overrightarrow{I_2E} + \overrightarrow{EN}) \\ &= (\overrightarrow{I_1E} + \overrightarrow{I_2E}) + (\overrightarrow{EM} + \overrightarrow{EN}) \\ &= \vec{0} + 2 \cdot \overrightarrow{EK} \\ &\Rightarrow |I_1M - I_2N| \leq 2EK \leq I_1M + I_2N \\ &\Rightarrow 2 \leq EK \leq 3. \end{aligned}$$

Thể tích khối tròn xoay cần tìm là $V = \frac{4}{3}\pi \cdot (3^3 - 2^3) = \frac{76\pi}{3}$.

Chọn đáp án **C**

Câu 47. Số giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình $(2^{x+2} - \sqrt{2})(2^x - m) < 0$ có không quá 6 nghiệm nguyên là

A 29.

B 33.

C 32.

D 31.

Lời giải.

Ta có $(2^{x+2} - \sqrt{2})(2^x - m) < 0$ với $x \in \mathbb{Z}$ và $y \in \mathbb{Z}^+$.

☞ **Trường hợp 1.** Nếu $\begin{cases} 2^{x+2} - \sqrt{2} < 0 \\ 2^x - m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 < \frac{1}{2} \\ x > \log_2 m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\frac{3}{2} \\ x > \log_2 m \end{cases}$.

Theo yêu cầu bài toán, một m có không quá 6 số nguyên x , mà $x < -\frac{3}{2}$ nên

$$-8 \leq \log_2 m \leq -2 \Leftrightarrow 2^{-8} < m \leq 2^{-2}.$$

Mà $m \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow$ Không tồn tại m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

☞ **Trường hợp 2.** Nếu $\begin{cases} 2^{x+2} - \sqrt{2} > 0 \\ 2^x - m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 > \frac{1}{2} \\ x < \log_2 m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{3}{2} \\ x < \log_2 m \end{cases}$.

Theo yêu cầu bài toán, một m có không quá 6 số nguyên x , mà $x > -\frac{3}{2}$ nên

$$-1 \leq \log_2 m \leq 5 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq m \leq 2^5 = 32.$$

Mà $m \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow m \in \{1; 2; 3 \dots; 31; 32\}$ có 32 giá trị.

Vậy có 32 giá trị nguyên dương của tham số m thỏa mãn bất phương trình đã cho.

Chọn đáp án **C**

□

🔴 Câu 48. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z + 1 = 0$ và đường thẳng $d : \frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$. Hai mặt phẳng $(P), (P')$ chứa d và tiếp xúc với (S) tại T và T' . Tìm tọa độ trung điểm H của TT' .

A $H\left(\frac{5}{6}; \frac{1}{3}; -\frac{5}{6}\right)$. **B** $H\left(\frac{5}{6}; \frac{2}{3}; -\frac{7}{6}\right)$. **C** $H\left(-\frac{5}{6}; \frac{1}{3}; \frac{5}{6}\right)$. **D** $H\left(-\frac{7}{6}; \frac{1}{3}; -\frac{7}{6}\right)$.

💬 Lời giải.

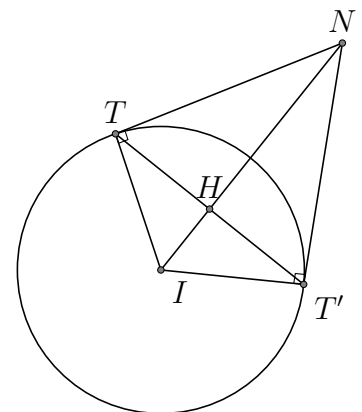
Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -1)$ và bán kính $R = 1$.

$$\begin{cases} IT \perp (P) \Rightarrow IT \perp d \\ IT' \perp (P') \Rightarrow IT' \perp d \end{cases} \Rightarrow d \perp (ITT').$$

Gọi $N = d \cap (ITT') \Rightarrow N$ là hình chiếu của I trên d .

Đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x = t \\ y = 2 + t \\ z = -t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow N(t; 2+t; -t)$ và $\overrightarrow{IN} = (t-1; 2+t; -t+1)$.



$$\overrightarrow{IN} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow t-1+2+t+t-1=0 \Leftrightarrow t=0 \Rightarrow N(0; 2; 0) \Rightarrow \begin{cases} IN = \sqrt{6} \\ \overrightarrow{IN} = (-1; 2; 1) \end{cases}$$

Ta có $IH \cdot IN = IT^2 \Rightarrow IH = \frac{1}{\sqrt{6}}$.

Phương trình đường thẳng $IN : \begin{cases} x = -u \\ y = 2 + 2u \\ z = u \end{cases} \Rightarrow H(-u; 2+2u; u) \quad u \in \mathbb{R}$

và $\overrightarrow{IH} = (-u-1; 2+2u; u+1)$.

$$IH = \frac{1}{\sqrt{6}} \Leftrightarrow IH^2 = \frac{1}{6} \Leftrightarrow (-u-1)^2 + (2u+2)^2 + (u+1)^2 = \frac{1}{6}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u = -\frac{5}{6} \Rightarrow H\left(\frac{5}{6}; \frac{1}{3}; -\frac{5}{6}\right) \Rightarrow \overrightarrow{IH} = \left(-\frac{1}{6}; \frac{1}{3}; \frac{1}{6}\right) \\ u = -\frac{7}{6} \Rightarrow H\left(\frac{7}{6}; -\frac{1}{3}; -\frac{7}{6}\right) \Rightarrow \overrightarrow{IH} = \left(\frac{1}{6}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{6}\right). \end{cases}$$

Vì $\overrightarrow{IH}$ cùng hướng với $\overrightarrow{IN} \Rightarrow H\left(\frac{5}{6}; \frac{1}{3}; -\frac{5}{6}\right)$.

Chọn đáp án **(A)**

🔴 Câu 49.

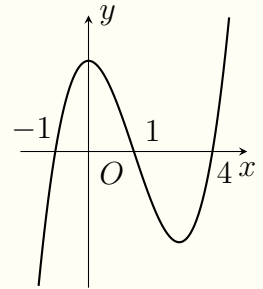
Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x^2)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

(A) 3.

(B) 5.

(C) 4.

(D) 3.



💬 Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy $y = f'(x)$ là hàm bậc 3 nên ta có $f'(x) = \alpha(x+1)(x-1)(x-4)$ với $\alpha \in \mathbb{R}$.

$$\Rightarrow g'(x) = f'(x^2) \cdot 2x = \alpha(x^2+1)(x^2-1)(x^2-4) \cdot 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ x = 0 \\ x = \pm 1. \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$	
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$			-1		1		$+\infty$
		$\searrow$	-2	$\nearrow$	0	$\searrow$	2	$\nearrow$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $g(x) = f(x^2)$ có 5 cực trị.

Chọn đáp án **(B)**

HẾT