

Câu 1 (5 điểm) :

a) Cho dãy số thực (x_n) xác định bởi
$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_{n+1} = \sqrt{6 + \sqrt{2x_n + 3}}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

Chứng minh rằng dãy số (x_n) có giới hạn hữu hạn. Tìm $\lim x_n$.

b) Cho dãy số thực (u_n) xác định bởi
$$\begin{cases} u_1 = 2, u_2 = 1 \\ u_{n+2} = \sqrt{6 + \frac{1}{2}\sqrt{3u_{n+1} + 5u_n + 12}}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

Tìm $\lim u_n$.

Câu 2 (5 điểm): Trên các cạnh AB, AC của tam giác ABC lần lượt lấy hai điểm C_1, B_1 . Hai đoạn thẳng BB_1 và CC_1 cắt nhau tại X và hai đoạn thẳng B_1C_1 và AX cắt nhau tại P . Đường tròn ngoại tiếp các tam giác BXC_1, CXB_1 cắt nhau tại điểm thứ hai Y và cắt cạnh BC lần lượt tại D và E .

a) Giả sử $B_1C_1 \parallel BC$ và gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của Y lên AB và AC . Chứng minh rằng: $\frac{YH}{AB} = \frac{YK}{AC}$.

b) Giả sử B_1E và C_1D cắt nhau tại Q và đường thẳng B_1D cắt đường thẳng C_1E tại R . Chứng minh ba điểm P, Q và R thẳng hàng.

Câu 3 (5 điểm): Cho tập hợp X có 2020 phần tử. Bạn An chia tập X thành 2 tập hợp A và B thỏa mãn $|A| = |B|$, $A \cap B = \emptyset$, bằng k cách khác nhau. Tìm giá trị nhỏ nhất của k sao cho với 2 phần tử bất kỳ của X , luôn có ít nhất 1 cách trong k cách chia mà bạn An chia chúng vào 2 tập hợp khác nhau.

Câu 4 (5 điểm): Gọi n là số nguyên dương thỏa mãn điều kiện $2n - 5 \mid 3(n! + 1)$.

- a) Giả sử tồn tại $n > 4$ thỏa mãn điều kiện trên. Chứng minh rằng: $2n - 5$ là số nguyên tố.
b) Tìm tất cả các số nguyên dương n thỏa mãn điều kiện trên.

————— Hết —————

Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính bỏ túi.