

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1.(2,0 điểm) Cho hàm số: $y = \frac{3-2x}{x-1}$

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng

$$\Delta: y = -x + 1$$

Câu 2.(1,0 điểm)

a) Giải phương trình: $(\sin x + \cos x)^2 = 1 + \cos x$.

b) Tìm số phức liên hợp của số phức z thỏa mãn $3z + 9 = 2i\bar{z} + 11i$.

Câu 3.(0,5 điểm) Giải phương trình: $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 5) + 2\log_2(x + 5) = 0$

Câu 4.(0,5 điểm) Một tổ gồm 9 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Cần chia tổ đó thành 3 nhóm, mỗi nhóm 4 học sinh để đi làm 3 công việc trực nhật khác nhau. Tính xác suất để khi chia ngẫu nhiên ta được mỗi nhóm có đúng 1 nữ.

Câu 5.(1,0 điểm) Tính tích phân: $I = \int_0^1 x(x + e^{x^2})dx$

Câu 6.(1,0 điểm) Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt đáy (ABC) , tam giác ABC vuông cân tại B , $SA = a$, SB hợp với đáy một góc 30° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$. và tính khoảng cách giữa AB và SC .

Câu 7.(1,0 điểm). Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(4;-4;3)$, $B(1;3;-1)$, $C(-2;0;-1)$. Viết phương trình mặt cầu (S) đi qua các điểm A, B, C và cắt hai mặt phẳng $(\alpha): x + y + z + 2 = 0$ và $(\beta): x - y - z - 4 = 0$ theo hai giao tuyến là hai đường tròn có bán kính bằng nhau.

Câu 8.(1,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có hình chiếu của B lên AC là $E(5;0)$, trung điểm AE và CD lần lượt là $F(0;2)$, $I\left(\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right)$. Viết phương trình đường thẳng CD.

Câu 9.(1,0 điểm) Giải bất phương trình: $\left(2 - \frac{3}{x}\right)(2\sqrt{x-1} - 1) \geq \frac{4-8x+9x^2}{3x+2\sqrt{2x-1}}$

Câu 10.(1,0 điểm) Cho $a, b, c > 0$ và thỏa mãn: $c = \min\{a, b, c\}$. Tìm Giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{c+a}} + \frac{2\ln\left(\frac{6(a+b)+4c}{a+b}\right)}{\sqrt[4]{\frac{8c}{a+b}}}$$

----- **Hết** -----

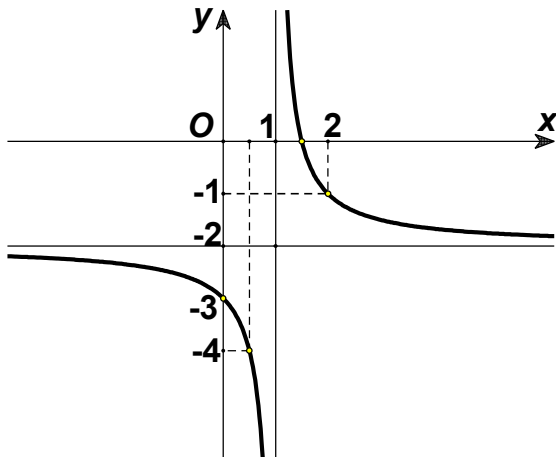
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

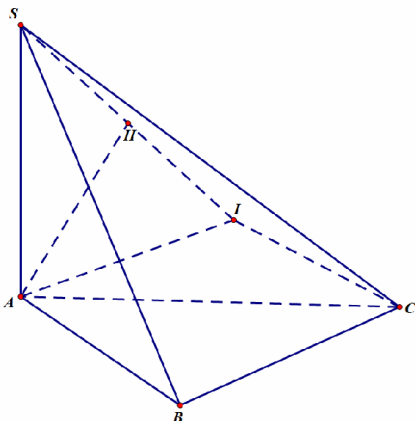
Chữ ký của giám thị 1:

Chữ ký của giám thị 2:

Câu	Nội dung	Điểm												
1a (1,0)	Hàm số: $y = \frac{3 - 2x}{x - 1} = \frac{-2x + 3}{x - 1}$. • Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ • Đạo hàm: $y' = \frac{-1}{(x - 1)^2} < 0, \forall x \in D$ • Hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$ và không đạt cực trị.	0,25												
	• Giới hạn và tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -2$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -2 \Rightarrow y = -2$ là tiệm cận ngang. $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty \Rightarrow x = 1$ là tiệm cận đứng.	0,25												
	• Bảng biến thiên <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td colspan="2">—</td><td>—</td></tr><tr><td>y</td><td>$-2 \swarrow$ $-\infty$</td><td></td><td>$+\infty \searrow$ -2</td></tr></table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	y'	—		—	y	$-2 \swarrow$ $-\infty$		$+\infty \searrow$ -2	0,25
	x	$-\infty$	1	$+\infty$										
y'	—		—											
y	$-2 \swarrow$ $-\infty$		$+\infty \searrow$ -2											
• Giao điểm với trục hoành: $y = 0 \Leftrightarrow -2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$ Giao điểm với trục tung: cho $x = 0 \Rightarrow y = -3$ • Bảng giá trị: <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>1/2</td><td>1</td><td>3/2</td><td>2</td></tr><tr><td>y</td><td>-3</td><td>-4</td><td> </td><td>0</td><td>-1</td></tr></table>	x	0	1/2	1	3/2	2	y	-3	-4		0	-1		
x	0	1/2	1	3/2	2									
y	-3	-4		0	-1									
	Đồ thị hàm số như hình vẽ bên đây: 	0,25												
1b (1,0)	$(C) : y = \frac{-2x + 3}{x - 1}$ Gọi $M(x_0; y_0) \in (C)$ là tiếp điểm, phương trình tiếp tuyến tại M có dạng	0,25												

	$y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$ Vì Tiếp tuyến song song với đường thẳng $\Delta : y = -x + 1$ nên có hệ số góc $f'(x_0) = -1$	
	$\Leftrightarrow \frac{-1}{(x_0 - 1)^2} = -1 \Leftrightarrow (x_0 - 1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 - 1 = 1 \\ x_0 - 1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ x_0 = 0 \end{cases}$	0,25
	• Với $x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = -1$. pttt là: $y + 1 = -1(x - 2) \Leftrightarrow y = -x + 1$ (loại)	0,25
	• Với $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = -3$. pttt là: $y + 3 = -1(x - 0) \Leftrightarrow y = -x - 3$	0,25
2a (0,5)	Ta có: $(\sin x + \cos x)^2 = 1 + \cos x \Leftrightarrow 1 + 2 \sin x \cos x = 1 + \cos x$ $\Leftrightarrow \cos x(2 \sin x - 1) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$	0,25
	Vậy phương trình có 3 họ nghiệm.	
2b (0,5)	Gọi số phức $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$. Ta có : $3z + 9 = 2i\bar{z} + 11i \Leftrightarrow 3(a + bi) + 9 = 2i(a - bi) + 11i$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a + 9 = 2b \\ 3b = 2a + 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 2b = -9 \\ -2a + 3b = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \end{cases}$	0,25
	Ta có $z = -1 + 3i \Rightarrow \bar{z} = -1 - 3i$	
3 (0,5)	$\log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 5) + 2\log_2(x + 5) = 0$ (*) • Điều kiện: $\begin{cases} x^2 + 5 > 0 \\ x + 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x + 5 > 0 \Leftrightarrow x > -5$	
	• Khi đó, $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 5) + 2\log_2(x + 5) = 0 \Leftrightarrow \log_{2^{-1}}(x^2 + 5) + 2\log_2(x + 5) = 0$ $\Leftrightarrow -\log_2(x^2 + 5) + \log_2(x + 5)^2 = 0 \Leftrightarrow \log_2(x + 5)^2 = \log_2(x^2 + 5)$	0,25
	$\Leftrightarrow (x + 5)^2 = x^2 + 5 \Leftrightarrow x^2 + 10x + 25 = x^2 + 5 \Leftrightarrow 10x = -20 \Leftrightarrow x = -2$ (nhận)	
	Vậy, phương trình có nghiệm duy nhất: $x = -2$	0,25
4 (0,5)	Một tổ gồm 9 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Cần chia tổ đó thành 3 nhóm, mỗi nhóm 4 học sinh để đi làm 3 công việc trực nhật khác nhau. Tính xác suất để khi chia ngẫu nhiên ta được mỗi nhóm có đúng 1 nữ.	

	Tính số cách chọn 3 nhóm, mỗi nhóm 4 người: B1) 12 người chọn 4: C_{12}^4 B2) 8 người còn lại chọn 4: C_8^4 B3) 4 người còn lại chọn 4: 1 Số cách chọn là: $C_{12}^4 C_8^4 \Rightarrow n(\Omega) = C_{12}^4 C_8^4$	0.25
	Gọi A là biến cố “Chọn 3 nhóm, mỗi nhóm 4 người trong đó có đúng 1 nữ”. Tính n(A): B1) Chọn 1 trong 3 nữ: 3 cách, rồi chọn 3 trong 9 nam: $C_9^3 \Rightarrow 3.C_9^3$ cách B2) còn lại 8 người (6 nam và 2 nữ): Chọn 1 trong 2 nữ: 2 cách, rồi chọn 3 trong 6 nam: $C_6^3 \Rightarrow 2.C_6^3$ cách B3) còn lại 4 người (3 nam và 1 nữ): có 1 cách Số cách chọn là: $3C_9^3 2C_6^3 \Rightarrow n(A) = 3C_9^3 2C_6^3$ $\Rightarrow P(A) = \frac{6C_9^3 C_6^3}{C_{12}^4 C_8^4} = \frac{16}{55}$	0.25
5 (1,0)	$I = \int_0^1 x(x + e^{x^2})dx = \int_0^1 x^2 dx + \int_0^1 xe^{x^2} dx = A + B$	0,25
	$A = \frac{x^3}{3} \Big _0^1 = \frac{1}{3}$	0,25
	$B = \int_0^1 xe^{x^2} dx$ • Đặt $t = x^2 \Rightarrow dt = 2x \cdot dx \Rightarrow xdx = \frac{dt}{2}$ • Đổi cận: $\begin{array}{c c c} x & 0 & 1 \\ \hline t & 0 & 1 \end{array}$	0,25
	• Vậy, $I = \frac{1}{3} + \int_0^1 e^t \cdot \frac{dt}{2} = \frac{1}{3} + \frac{e^t}{2} \Big _0^1 = \frac{1}{3} + \frac{e}{2} - \frac{1}{2} = \frac{e}{2} - \frac{1}{6}$	0,25

6 (1,0)	$\begin{cases} SA \perp (ABC) \\ AB \subset (ABC) \end{cases} \Rightarrow SA \perp AB \Rightarrow AB$ là hình chiếu của SB lên (ABC) do đó $\widehat{SBA} = 30^0$ - Tam giác SAB vuông tại A nên $\cot \widehat{SBA} = \frac{AB}{SA}$$\Rightarrow BC = AB = SA \cdot \cot \widehat{SBA}$$= a \cdot \cot 30^0 = a\sqrt{3}$		0,25
	$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{3} = \frac{3a^2}{2}$ - Vậy, thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{3a^2}{2} = \frac{a^3}{2}$ (đvtt)		0,25
	Trong mp(ABC) Kẻ AI//BC và kẻ CI //AB suy ra ABCI là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$ Trong mp(SAI) kẻ AH vuông góc với SI Ta có $\begin{cases} AH \perp SI \\ AH \perp CI(CI \perp (SAI)) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SIC)$ Nên $d(AB, SC) = d(A; (SIC)) = AH$		0,25
	Tam giác SAI vuông tại A nên $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AI^2} \Rightarrow AH = \frac{AI \cdot SA}{\sqrt{AI^2 + SA^2}} = \frac{a \cdot a\sqrt{3}}{\sqrt{a^2 + 3a^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ Vậy khoảng cách của AB và SC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ Học sinh có thể sử dụng phương pháp tọa độ để tìm khoảng cách		0,25
7 (1,0)	Gọi I(a;b;c) là tâm của mặt cầu (S) . Vì (S) đi qua các điểm A, B, C và cắt hai mặt phẳng $(\alpha): x + y + z + 2 = 0$ và $(\beta): x - y - z - 4 = 0$ theo hai giao tuyến là hai đường tròn có bán kính bằng nhau nên ta có hệ :		0,25
	$\begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \\ d(I, (\alpha)) = d(I, (\beta)) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 7b + 4c = 15 \\ 3a - 2b + 2c = 9 \\ a + b + c + 2 = a - b - c - 4 \end{cases}$		0,25

Giải hệ ta được : $\begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = 3 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a = 19/7 \\ b = -12/7 \\ c = -9/7 \end{cases}$

Với $\begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = 3 \end{cases}$, viết được phương trình mặt cầu : $(x-1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 25$.

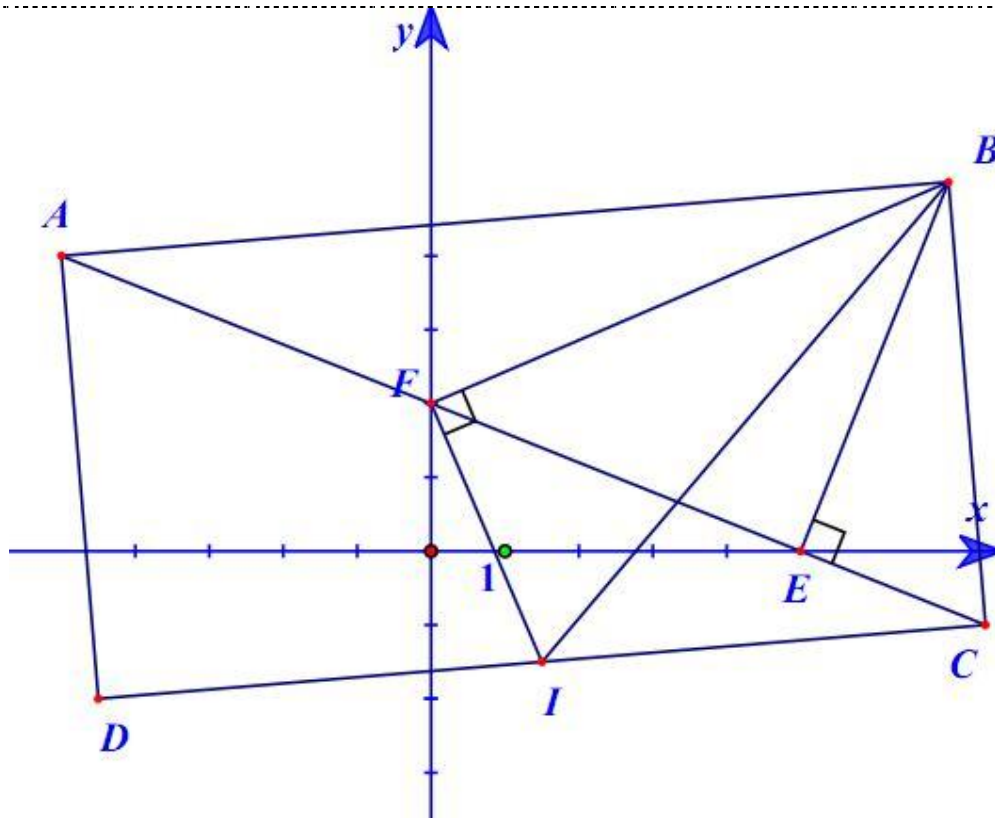
Với $\begin{cases} a = 19/7 \\ b = -12/7 \\ c = -9/7 \end{cases}$

Vậy mặt cầu có phương trình : $\left(x - \frac{19}{7}\right)^2 + \left(y + \frac{12}{7}\right)^2 + \left(z + \frac{9}{7}\right)^2 = \frac{1237}{49}$

0,25

0,25

8
(1,0)



Tọa độ đỉnh $A(-5;4)$

Phương trình đường thẳng (AC): $2x + 5y - 10 = 0$

0,25

Ta đi chứng minh: $BF \perp IF$. Thật vậy ta có:

$\overrightarrow{BF} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BE}); \overrightarrow{FI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{FD} + \overrightarrow{FC}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{EC})$. Suy ra

0,25

	$4\overrightarrow{BF}.\overrightarrow{FI} = (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BE})(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{EC}) = \overrightarrow{BA}.\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA}.\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{BE}.\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE}.\overrightarrow{EC}$ $= \overrightarrow{BA}.\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{BE}.\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{EA}.\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{BE}.\overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{BE}^2 + \overrightarrow{BE}.\overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{BE}^2 + \overrightarrow{BE}^2 = 0$	
	BF vuông góc với IF nên có phương trình: $7x + 3y - 6 = 0$ BE đi qua E và vuông góc EF nên có phương trình: $5x - 2y - 25 = 0$ Do đó $B(7;5)$	0,5
	Từ đây tìm được phương trình: $(CD): 2x - 24y - 39 = 0$	0,25
9 (1,0)	Giải bất phương trình: $\left(2 - \frac{3}{x}\right)(2\sqrt{x-1} - 1) \geq \frac{4-8x+9x^2}{3x+2\sqrt{2x-1}}$	
	Đk: $x \geq 1$. Bất phương trình đã cho tương đương với: $\Leftrightarrow \frac{(2x-3)(2\sqrt{x-1}-1)}{x} \geq \frac{9x^2-4(2x-1)}{3x+2\sqrt{2x-1}} \Leftrightarrow \frac{(2x-3)(2\sqrt{x-1}-1)}{x} \geq 3x-2\sqrt{2x-1}$	0,25
	Do $x \geq 1$ nên BPT $\Leftrightarrow (2x-3)(2\sqrt{x-1}-1) \geq 3x^2 - 2x\sqrt{2x-1}$ $\Leftrightarrow 2(x-1-\sqrt{x-1})^2 + (x-\sqrt{2x-1})^2 + 2(\sqrt{x-1}+x-1) \leq 0 (*)$	0.25
	Ta có nhận xét sau: $\begin{cases} (x-1-\sqrt{x-1})^2 \geq 0 \\ (x-\sqrt{2x-1})^2 \geq 0 \\ 2(\sqrt{x-1}+x-1) \geq 0 \text{ (do } x \geq 1) \end{cases} \Rightarrow VT_{(*)} \geq 0$	0.25
	Vậy để BPT xảy ra thì $\Leftrightarrow VT = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = \sqrt{x-1} \\ x = \sqrt{2x-1} \\ x-1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$	0,25
10 (1,0)	Cho $a, b, c > 0$ và thỏa mãn: $c = \min\{a, b, c\}$. Tìm Giá trị nhỏ nhất của biểu thức:	
	$P = \sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{c+a}} + \frac{2\ln\left(\frac{6(a+b)+4c}{a+b}\right)}{\sqrt[4]{\frac{8c}{a+b}}}$	
	Ta đi Cm BĐT phụ sau: $\sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{c+a}} \geq 2\sqrt{\frac{a+b}{a+b+2c}}$ (*). Thật vậy ta có:	0,25

$$\sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{c+a}} = \frac{a^2}{a\sqrt{a(b+c)}} + \frac{b^2}{b\sqrt{b(c+a)}} \geq \frac{(a+b)^2}{a\sqrt{a(b+c)} + b\sqrt{b(c+a)}} \geq \frac{(a+b)^2}{\sqrt{(a+b)[a^2(b+c) + b^2(c+a)]}} \quad (1)$$

Mặt khác ta có: Vì $c = \min\{a, b, c\} \Rightarrow a + b - 2c \geq 0$. Nên ta có:

$$\begin{aligned} a^2(b+c) + b^2(c+a) &= ab(a+b-2c) + c(a+b)^2 \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 (a+b-2c) + c(a+b)^2 \\ &= \frac{(a+b)^3 + 2c(a+b)^2}{4} \quad (2) \end{aligned}$$

Từ (1) và (2) Dễ dàng suy ra ĐPCM.

Ta lại có:

$$\begin{aligned} \ln\left(\frac{6(a+b)+4c}{a+b}\right) &= \ln\left(2\left(\frac{a+b+2c}{a+b} + 2\right)\right) \geq \ln\left(\left(\sqrt{1+\frac{2c}{a+b}} + \sqrt{2}\right)^2\right) \\ &= 2\ln\left(\sqrt{1+\frac{2c}{a+b}} + \sqrt{2}\right) \quad (4) \end{aligned}$$

Mặt khác : Vì $c = \min\{a, b, c\} \Rightarrow 2c \leq a+b$. Nên ta có:

$$\sqrt[4]{\frac{8c}{a+b}} \leq \sqrt[4]{2\left(\frac{a+b+2c}{a+b}\right)} \leq \frac{1}{2}\left(\sqrt{1+\frac{2c}{a+b}} + \sqrt{2}\right) \quad (5)$$

Từ (3),(4),(5) ta được:

$$P \geq \frac{2}{\sqrt{1+\frac{2c}{a+b}}} + \frac{8\ln\left(\sqrt{1+\frac{2c}{a+b}} + \sqrt{2}\right)}{\sqrt{1+\frac{2c}{a+b}} + \sqrt{2}}$$

Đặt $t = \sqrt{1+\frac{2c}{a+b}}$, Mà do $c = \min\{a, b, c\} \Rightarrow \frac{2c}{a+b} \leq 1 \Rightarrow t \leq \sqrt{2}$

Xét hàm: $f_{(t)} = \frac{2}{t} + \frac{8\ln(t+\sqrt{2})}{t+\sqrt{2}}$. trên $t \in (0; \sqrt{2}]$

Ta có:

$$f_{(t)}' = \frac{-2}{t^2} + \frac{8}{(t+\sqrt{2})^2} - \frac{8\ln(t+\sqrt{2})}{(t+\sqrt{2})^2} = \frac{(t-\sqrt{2})(3t+\sqrt{2})}{t^2(t+\sqrt{2})^2} - \frac{8\ln(t+\sqrt{2})}{(t+\sqrt{2})^2} < 0, \forall t \in (0; \sqrt{2}]$$

0,25

0,25

	Suy ra: $f_{(t)} \geq f_{(\sqrt{2})} = \sqrt{2}(1 + \ln 8)$.	
	Ta có: $f'_{(t)} = \frac{-2}{t^2} + \frac{8}{(t + \sqrt{2})^2} - \frac{8 \ln(t + \sqrt{2})}{(t + \sqrt{2})^2} = \frac{(t - \sqrt{2})(3t + \sqrt{2})}{t^2(t + \sqrt{2})^2} - \frac{8 \ln(t + \sqrt{2})}{(t + \sqrt{2})^2} < 0, \forall t \in (0; \sqrt{2}]$ Suy ra: $f_{(t)} \geq f_{(\sqrt{2})} = \sqrt{2}(1 + \ln 8)$. Dấu "=" khi và chỉ khi $a = b = c$	0,25

***Lưu ý**

+ Ở câu 10, BĐT (*) có thể chứng minh bằng BĐT Holder nhưng BĐT này không có trong chương trình THPT vì vậy, nếu học sinh nào dùng Holder để chứng minh, BTC sẽ trừ 0.25 đ cho câu này.

+ Học sinh có lời giải khác với đáp án chấm thi nếu có lập luận đúng dựa vào SGK hiện hành và có kết quả chính xác đến ý nào thì cho điểm tối đa ở ý đó; chỉ cho điểm đến phần học sinh làm đúng từ trên xuống dưới và **phần làm bài sau không cho điểm**. Điểm toàn bài làm tròn số.