BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020 MÔN TOÁN - ĐỢT 2

Bài thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

MÃ ĐỀ THI: 102

★★★★★

Câu 1: Nghiệm của phương trình $\log_2(x+9)=5$ là

A. $x=41$. **B.** $x=23$. **C.** $x=1$. **D.** $x=16$.

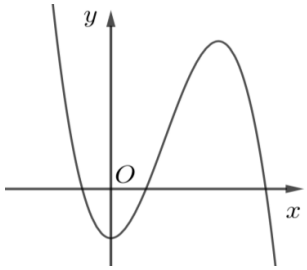
Câu 2: Tập xác định của hàm số $y=5^x$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **D.** $[0;+\infty)$.

Câu 3: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5(5a)$ bằng

A. $5+\log_5 a$. **B.** $5-\log_5 a$. **C.** $1+\log_5 a$. **D.** $1-\log_5 a$.

Câu 4: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^4+2x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=x^3-3x^2-1$. **D.** $y=-x^3+3x^2-1$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-4}{2}=\dfrac{y-2}{-5}=\dfrac{z+1}{1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $N(4;2;-1)$. **B.** $Q(2;5;1)$. **C.** $M(4;2;1)$. **D.** $P(2;-5;1)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-2;-4;6)$. **B.** $(2;4;-6)$. **C.** $(-1;-2;3)$. **D.** $(1;2;-3)$.

Câu 7: Cho khối chóp có diện tích đáy $B=6a^2$ và chiều cao $h=2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $2a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** $12a^3$.

Câu 8: Cho khối trụ có bán kính đáy $r=5$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 5π. **B.** 30π. **C.** 25π. **D.** 75π.

Câu 9: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $z=1-2i$?

A. $Q(1;2)$. **B.** $M(2;1)$. **C.** $P(-2;1)$. **D.** $N(1;-2)$.

Câu 10: Cho hai số phức $z_1=1+2i$ và $z_2=4-i$. Số phức z_1-z_2 bằng

A. $3+3i$. **B.** $-3-3i$. **C.** $-3+3i$. **D.** $3-3i$.

Câu 11: Cho mặt cầu có bán kính $r=5$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

A. 25π. **B.** $\dfrac{500\pi}{3}$. **C.** 100π. **D.** $\dfrac{100\pi}{3}$.

Câu 12: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x-3}$ là

A. $x=-3$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=3$.

NHÓM TOÁN VD – VDC

NHÓM TOÁN VD – VDC

Câu 13: Cho hình nón có bán kính đáy $r=7$ và độ dài đường sinh $l=2$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 28π. **B.** 14π. **C.** $\frac{14\pi}{3}$. **D.** $\frac{98\pi}{3}$.

Câu 14: $\int 6x^5 dx$ bằng

A. $6x^6+C$. **B.** x^6+C. **C.** $\frac{1}{6}x^6+C$. **D.** $30x^4+C$.

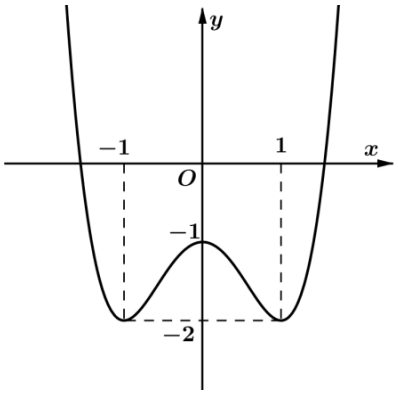
Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x-3y+4z-1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (α)?

A. $\vec{n_3}=(2;-3;4)$. **B.** $\vec{n_2}=(2;3;-4)$. **C.** $\vec{n_1}=(2;3;4)$. **D.** $\vec{n_4}=(-2;3;4)$.

Câu 16: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=9$ và công sai $d=2$. Giá trị của u_2 bằng

A. 11. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** 18. **D.** 7.

Câu 17: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=-\frac{3}{2}$ là



A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 18: Phần thực của số phức $z=3-4i$ bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** −3. **D.** −4.

Câu 19: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=3$ và chiều cao $h=2$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 6.

Câu 20: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x=3$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-2$.

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

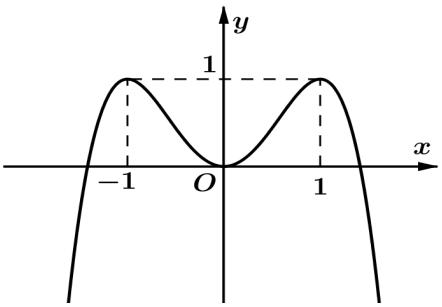
Câu 21: Biết $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int_2^3 g(x)\mathrm{d}x=1$. Khi đó $\int_2^3 \left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** -2. **D.** 3.

Câu 22: Có bao nhiêu cách chọn một học sinh từ một nhóm gồm 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ?

A. 9. **B.** 54. **C.** 15. **D.** 6.

Câu 23: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 24: Nghiệm của phương trình $2^{2x-4}=2^x$ là

A. $x=16$. **B.** $x=-16$. **C.** $x=-4$. **D.** $x=4$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oxy)?

A. $Q(1;0;3)$. **B.** $P(1;2;0)$. **C.** $M(0;0;3)$. **D.** $N(0;2;3)$.

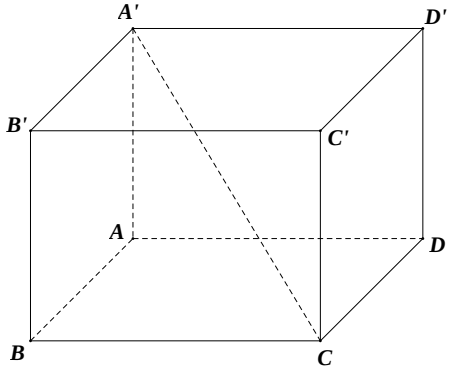
Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+4)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 27: Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_3 a-2\log_9 b=2$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a=9b^4$. **B.** $a=9b$. **C.** $a=6b$. **D.** $a=9b^2$.

Câu 28: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a, AD=2\sqrt{2}a$, $AA'=\sqrt{3}a$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

A. $45°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $30°$.

Câu 29: Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng đi qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 1. Diện tích xung quanh của (T) bằng

A. π. **B.** $\frac{\pi}{2}$. **C.** 2π. **D.** $\frac{\pi}{4}$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-2)$ và mặt phẳng (P): $3x-2y+z+1=0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

A. $2x+y-2z+9=0$. **B.** $2x+y-2z-9=0$.

C. $3x-2y+z+2=0$. **D.** $3x-2y+z-2=0$.

Câu 31: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2-z+3=0$. Khi đó $|z_1|+|z_2|$ bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 32: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-12x^2-4$ trên đoạn $[0;9]$ bằng

A. -39. **B.** -40. **C.** -36. **D.** -4.

Câu 33: Cho số phức $z=2-i$, số phức $(2-3i)\overline{z}$ bằng

A. $-1+8i$. **B.** $-7+4i$. **C.** $7-4i$. **D.** $1+8i$.

Câu 34: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=e^{4x}$, $y=0$, $x=0$ và $x=1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\int_0^1 e^{4x}\mathrm{d}x$. **B.** $\pi\int_0^1 e^{8x}\mathrm{d}x$. **C.** $\pi\int_0^1 e^{4x}\mathrm{d}x$. **D.** $\int_0^1 e^{8x}\mathrm{d}x$.

Câu 35: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-x^3+7x$ với trục hoành là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 36: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(13-x^2)\geq 2$ là

A. $(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2]$. **C.** $(0;2]$. **D.** $[-2;2]$.

Câu 37: Biết $\int_0^1\left[f(x)+2x\right]\mathrm{d}x=3$. Khi đó, $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-3)$ và mặt phẳng (P): $2x-y+3z-1=0$. Phương trình của đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với (P) là

A. $\begin{cases}x=2+t\\y=-1+2t\\z=3-3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-2-t\\z=3+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=2-t\\z=-3+3t\end{cases}$. **D** $\begin{cases}x=1-2t\\y=2-t\\z=-3-3t\end{cases}$.

Câu 39: Năm 2020, một hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là 750.000.000 đồng và dự định trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm giảm 2% giá bán so với giá bán của năm liền trước. Theo dự định đó, năm 2025 hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng nghìn)?

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

A. 677.941.000 đồng.. **B.** 675.000.000 đồng. **C.** 664.382.000 đồng. **D.** 691.776.000 đồng .

Câu 40: Biết $F(x)=e^x-2x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Khi đó $\int f(2x)dx$ bằng

A. $2e^x-4x^2+C$. **B.** $\frac{1}{2}e^{2x}-4x^2+C$. **C.** $e^{2x}-8x^2+C$. **D.** $\frac{1}{2}e^{2x}-2x^2+C$.

Câu 41: Cho hình nón (N) có đỉnh S, bán kính đáy bằng $\sqrt{3}a$ và độ dài đường sinh bằng $4a$. Gọi (T) là mặt cầu đi qua S và đường tròn đáy của (N). Bán kính của (T) bằng

A. $\frac{2\sqrt{10}a}{3}$. **B.** $\frac{16\sqrt{13}a}{13}$. **C.** $\frac{8\sqrt{13}a}{13}$. **D.** $\sqrt{13}a$.

Câu 42: Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+(5-m)x$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ là

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-\infty;5)$. **C.** $(-\infty;5]$. **D.** $(-\infty;2]$.

Câu 43: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó có hai chữ số tận cùng có cùng tính chẵn lẻ bằng

A. $\frac{4}{9}$. **B.** $\frac{2}{9}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

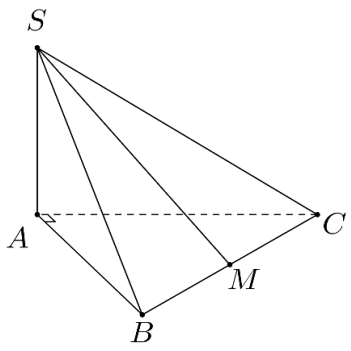
Câu 44: Xét các số thực x,y thỏa mãn $2^{x^2+y^2+1}\le(x^2+y^2-2x+2)4^x$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\frac{8x+4}{2x-y+1}$ **gần nhất** với số nào dưới đây?

A. 9. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

Câu 45: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $4a$, cạnh bên bằng $2\sqrt{3}a$ và O là tâm của đáy. Gọi M,N,P và Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của O lên các mặt phẳng (SAB), (SBC), (SCD) và (SDA). Thể tích khối chóp $O.MNPQ$ bằng

A. $\frac{4a^3}{3}$. **B.** $\frac{64a^3}{81}$. **C.** $\frac{128a^3}{81}$. **D.** $\frac{2a^3}{3}$.

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$. Gọi M là trung điểm của BC (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SM bằng



A. $\frac{a}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. **C.** $\frac{2\sqrt{17}a}{17}$. **D.** $\frac{2a}{3}$.

Câu 47: Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\,(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

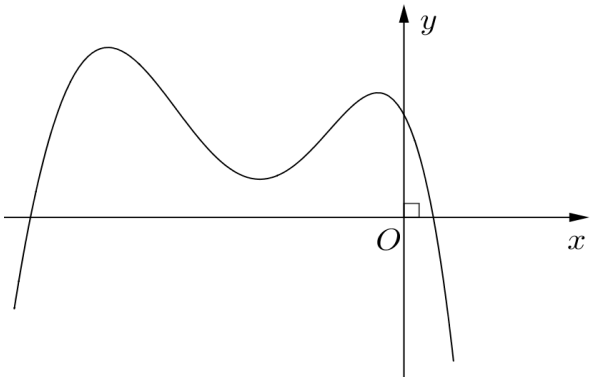
NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	1	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số a,b,c,d ?

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ có $f(0)=0$. Biết $y=f'(x)$ là hàm số bậc bốn và có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left|f\left(x^3\right)+x\right|$ là



A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 49: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương (m,n) sao cho $m+n\le 16$ và ứng với mỗi cặp (m,n) tồn tại đúng ba số thực $a\in(-1;1)$ thỏa mãn $2a^m=n\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)$?

A. 16. **B.** 14. **C.** 15. **D.** 13.

Câu 50: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	2	↘	-3	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $6f\left(x^2-4x\right)=m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$?

A. 25. **B.** 30. **C.** 29. **D.** 24.

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	A	C	D	A	C	B	D	D	C	C	D	B	B	A	A	A	A	D	C	A	C	A	D	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	B	D	A	D	B	B	C	B	B	D	D	C	A	B	C	C	A	C	D	C	D	B	D	B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Nghiệm của phương trình $\log_2(x+9)=5$ là

A. $x=41$. **B.** $x=23$. **C.** $x=1$. **D.** $x=16$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\log_2(x+9)=5 \Leftrightarrow \begin{cases} x+9>0 \\ x+9=2^5 \end{cases} \Leftrightarrow x=23$.

Câu 2: Tập xác định của hàm số $y=5^x$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **D.** $[0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A.

Tập xác định của hàm số $y=5^x$ là $\mathbb{R}$.

Câu 3: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5(5a)$ bằng

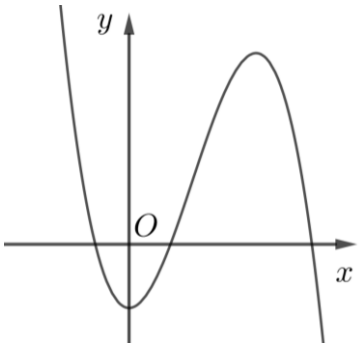
A. $5+\log_5 a$. **B.** $5-\log_5 a$. **C.** $1+\log_5 a$. **D.** $1-\log_5 a$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\log_5(5a)=\log_5 5+\log_5 a=1+\log_5 a$.

Câu 4: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^4+2x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=x^3-3x^2-1$. **D.** $y=-x^3+3x^2-1$.

Lời giải

Chọn D.

Đường cong trong hình là đồ thị hàm bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có $a<0$ do $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-4}{2}=\dfrac{y-2}{-5}=\dfrac{z+1}{1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $N(4;2;-1)$. **B.** $Q(2;5;1)$. **C.** $M(4;2;1)$. **D.** $P(2;-5;1)$.

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

Lời giải

Chọn A.

Ta có $N(4;2;-1)\in d$ do $\frac{4-4}{2}=\frac{2-2}{-5}=\frac{(-1)+1}{1}=0$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-2;-4;6)$. **B.** $(2;4;-6)$. **C.** $(-1;-2;3)$. **D.** $(1;2;-3)$.

Lời giải

Chọn C.

Tâm của mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$ là $(-1;-2;3)$.

Câu 7: Cho khối chóp có diện tích đáy $B=6a^2$ và chiều cao $h=2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $2a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** $12a^3$.

Lời giải

Chọn B.

Thể tích của khối chóp đã cho là $V=\frac{1}{3}Bh=\frac{1}{3}.6a^2.2a=4a^3$.

Câu 8: Cho khối trụ có bán kính đáy $r=5$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 5π. **B.** 30π. **C.** 25π. **D.** 75π.

Lời giải

Chọn D.

Thể tích của khối trụ đã cho là $V=\pi r^2h=\pi.5^2.3=75\pi$.

Câu 9: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $z=1-2i$?

A. $Q(1;2)$. **B.** $M(2;1)$. **C.** $P(-2;1)$. **D.** $N(1;-2)$.

Lời giải

Chọn D.

Điểm biểu diễn số phức $z=1-2i$ là $N(1;-2)$.

Câu 10: Cho hai số phức $z_1=1+2i$ và $z_2=4-i$. Số phức z_1-z_2 bằng

A. $3+3i$. **B.** $-3-3i$. **C.** $-3+3i$. **D.** $3-3i$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $z_1-z_2=1+2i-(4-i)=-3+3i$.

Câu 11: Cho mặt cầu có bán kính $r=5$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

A. 25π. **B.** $\frac{500\pi}{3}$. **C.** 100π. **D.** $\frac{100\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn C.

Diện tích của mặt cầu đã cho là $S=4\pi r^2=4\pi.5^2=100\pi$.

Câu 12: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{x-3}$ là

A. $x=-3$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=3$.

Lời giải

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

Chọn D.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

Ta có $\begin{cases}\lim\limits_{x\to3^+} y=\lim\limits_{x\to3^+}\dfrac{x-1}{x-3}=+\infty\\ \lim\limits_{x\to3^-} y=\lim\limits_{x\to3^-}\dfrac{x-1}{x-3}=-\infty\end{cases}\Rightarrow x=3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 13: Cho hình nón có bán kính đáy $r=7$ và độ dài đường sinh $l=2$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 28π. **B.** 14π. **C.** $\dfrac{14\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{98\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B.

Diện tích xung quanh của hình nón đã cho là $S_{xq}=\pi rl=\pi.7.2=14\pi$.

Nhận xét : Không tồn tại hình nón do $l=2<r=7$ nên đường sinh nhỏ hơn bán kính đáy.

Câu 14: $\int 6x^5\mathrm{d}x$ bằng

A. $6x^6+C$. **B.** x^6+C. **C.** $\dfrac{1}{6}x^6+C$. **D.** $30x^4+C$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\int 6x^5\mathrm{d}x=x^6+C$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):2x-3y+4z-1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (α)?

A. $\overrightarrow{n_3}=(2;-3;4)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(2;3;-4)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}=(2;3;4)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(-2;3;4)$.

Lời giải

Chọn A.

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha):2x-3y+4z-1=0$ là $\overrightarrow{n_3}=(2;-3;4)$.

Câu 16: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=9$ và công sai $d=2$. Giá trị của u_2 bằng

A. 11. **B.** $\dfrac{9}{2}$. **C.** 18. **D.** 7.

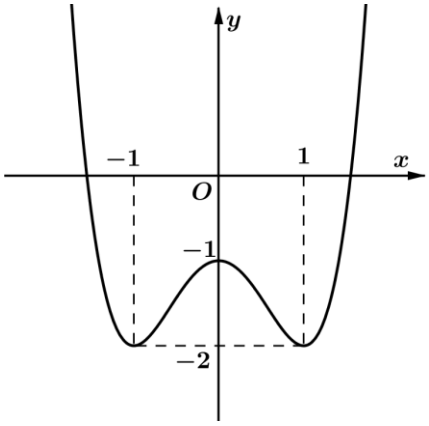
Lời giải

Chọn A.

Ta có: $u_2=u_1+d=9+2=11$.

Câu 17: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=-\dfrac{3}{2}$ là

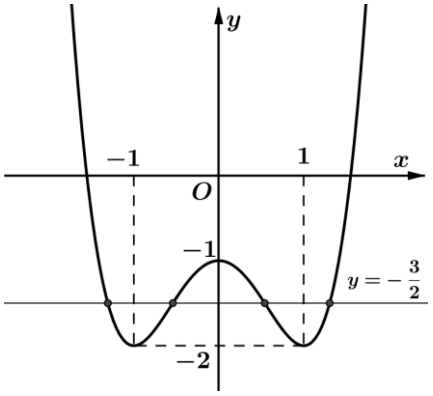
NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC



A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A.



Đường thẳng $y=-\frac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 4 điểm phân biệt, suy ra phương trình $f(x)=-\frac{3}{2}$ có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 18: Phần thực của số phức $z=3-4i$ bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** –3. **D.** –4.

Lời giải

Chọn A.

Câu 19: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=3$ và chiều cao $h=2$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D.

Thể tích khối lăng trụ đã cho là $V=B.h=3.2=6$.

Câu 20: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x=3$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 21: Biết $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int_2^3 g(x)\mathrm{d}x=1$. Khi đó $\int_2^3\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** -2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\int_2^3\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x=\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x+\int_2^3 g(x)\mathrm{d}x=3+1=4$.

Câu 22: Có bao nhiêu cách chọn một học sinh từ một nhóm gồm 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ?

A. 9. **B.** 54. **C.** 15. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C.

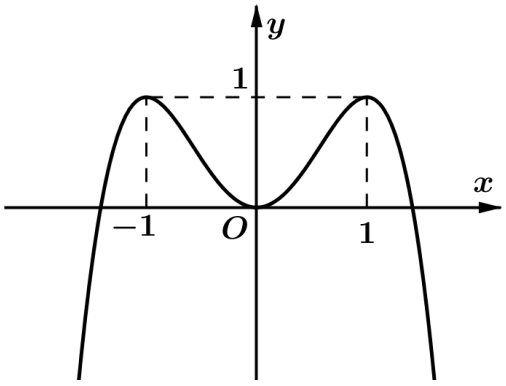
Để chọn một học sinh từ nhóm học sinh đã cho ta có 2 khả năng thực hiện:

+) Khả năng 1: Chọn một học sinh nam từ 6 học sinh nam, có 6 cách chọn.

+) Khả năng 2: Chọn một học sinh nữ từ 9 học sinh nữ, có 9 cách chọn.

Theo quy tắc cộng ta có: $6+9=15$ cách chọn.

Câu 23: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A.

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

Câu 24: Nghiệm của phương trình $2^{2x-4}=2^x$ là

A. $x=16$. **B.** $x=-16$. **C.** $x=-4$. **D.** $x=4$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $2^{2x-4}=2^x \Leftrightarrow 2x-4=x \Leftrightarrow x=4$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oxy)?

A. $Q(1;0;3)$. **B.** $P(1;2;0)$. **C.** $M(0;0;3)$. **D.** $N(0;2;3)$.

Lời giải

Chọn B.

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(a;b;c)$ lên mặt phẳng (Oxy) là điểm $A'(a;b;0)$.

$\Rightarrow$ Hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ lên mặt phẳng (Oxy) là điểm $P(1;2;0)$.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+4)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-4		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

$\Rightarrow$ Hàm số đã cho có 2 điểm cực tiểu.

Câu 27: Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_3 a-2\log_9 b=2$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a=9b^4$. **B.** $a=9b$. **C.** $a=6b$. **D.** $a=9b^2$.

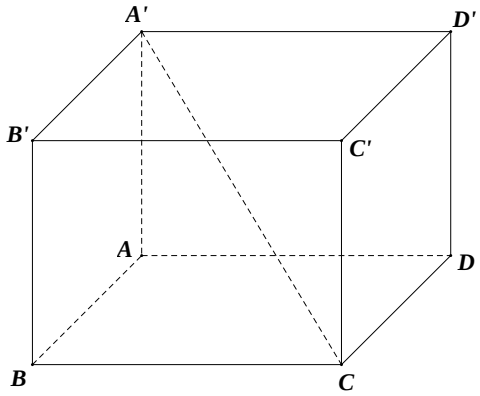
Lời giải

Chọn B.

Với a, $b>0$ ta có: $\log_3 a-2\log_9 b=2 \Leftrightarrow \log_3 a-\log_3 b=2 \Leftrightarrow \log_3 \frac{a}{b}=2 \Leftrightarrow \frac{a}{b}=9 \Leftrightarrow a=9b$.

Câu 28: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, $AD=2\sqrt{2}a$, $AA'=\sqrt{3}a$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

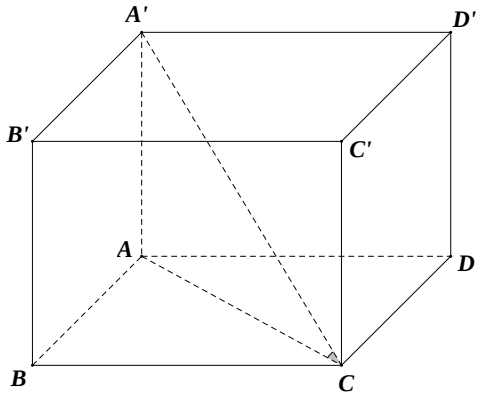
NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC



A. $45°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $30°$.

Lời giải

Chọn D.



+) Ta có: $\left(A'C,(ABCD)\right)=\left(A'C,AC\right)=ACA'$.

+) Trong tam giác ABC vuông tại A, có: $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{a^2+8a^2}=3a$.

+) Trong tam giác ACA' vuông tại A, có: $\tan ACA'=\dfrac{AA'}{AC}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\Rightarrow ACA'=30°$.

Vậy $\left(A'C,(ABCD)\right)=30°$.

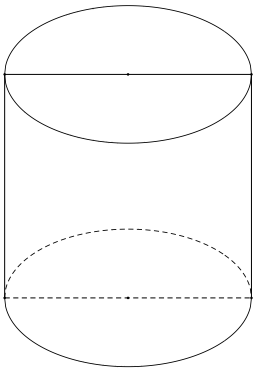
Câu 29: Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng đi qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 1. Diện tích xung quanh của (T) bằng

A. π. **B.** $\dfrac{\pi}{2}$. **C.** 2π. **D.** $\dfrac{\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn A.

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC



Gọi r, h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của hình trụ.

Do thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông cạnh bằng 1 nên ta có: $\begin{cases} 2r=1 \\ h=1 \end{cases}$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq}=2\pi rh=\pi$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-2)$ và mặt phẳng (P): $3x-2y+z+1=0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

A. $2x+y-2z+9=0$. **B.** $2x+y-2z-9=0$.

C. $3x-2y+z+2=0$. **D.** $3x-2y+z-2=0$.

Lời giải

Chọn D.

Mặt phẳng (Q) song song với (P) có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}_Q=\vec{n}_P=(3;-2;1)$.

Mặt phẳng (Q) cần tìm có phương trình là $3(x-2)-2(y-1)+1(z+2)=0$

$\Leftrightarrow 3x-2y+z-2=0$.

Câu 31: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2-z+3=0$. Khi đó $|z_1|+|z_2|$ bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z^2-z+3=0\Leftrightarrow z=\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{11}}{2}i$. Suy ra $z_1=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{11}}{2}i$ và $z_2=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{11}}{2}i$

Do đó, $|z_1|+|z_2|=2\sqrt{3}$.

Câu 32: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-12x^2-4$ trên đoạn $[0;9]$ bằng

A. -39. **B.** -40. **C.** -36. **D.** -4.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $f(x)=x^4-12x^2-4$ trên đoạn $[0;9]$, ta có

$$f'(x)=4x^3-24x=4x(x^2-6);\ f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=0\in[0;9] \\ x=\sqrt{6}\in[0;9] \\ x=-\sqrt{6}\notin[0;9] \end{array}\right.$$

NHÓM TOÁN VD – VDC

NHÓM TOÁN VD – VDC

Và $f(0)=-4;\ f\left(\sqrt{6}\right)=-40;\ f(9)=5585$.

Vậy $\min\limits_{[0;9]} f(x)=f\left(\sqrt{6}\right)=-40$.

Câu 33: Cho số phức $z=2-i$, số phức $(2-3i)\overline{z}$ bằng

A. $-1+8i$. **B.** $-7+4i$. **C.** $7-4i$. **D.** $1+8i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(2-3i)\overline{z}=(2-3i)(2+i)=7-4i$.

Câu 34: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=e^{4x}$, $y=0$, $x=0$ và $x=1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\int\limits_0^1 e^{4x}\mathrm{d}x$. **B.** $\pi\int\limits_0^1 e^{8x}\mathrm{d}x$. **C.** $\pi\int\limits_0^1 e^{4x}\mathrm{d}x$. **D.** $\int\limits_0^1 e^{8x}\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox là

$V=\pi\int\limits_0^1\left(e^{4x}\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int\limits_0^1 e^{8x}\mathrm{d}x$.

Câu 35: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-x^3+7x$ với trục hoành là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2 . **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $-x^3+7x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{7}\end{array}\right.$

Do đó, số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-x^3+7x$ với trục hoành là 3.

Câu 36: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(13-x^2\right)\geq 2$ là

A. $(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2]$. **C.** $(0;2]$. **D.** $[-2;2]$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_3\left(13-x^2\right)\geq 2\Leftrightarrow\begin{cases}13-x^2>0\\13-x^2\geq 3^2\end{cases}\Leftrightarrow x^2-4\leq 0\Leftrightarrow -2\leq x\leq 2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(13-x^2\right)\geq 2$ là $[-2;2]$.

Câu 37: Biết $\int\limits_0^1\left[f(x)+2x\right]\mathrm{d}x=3$. Khi đó, $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 1 . **B.** 5 . **C.** 3 . **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

Ta có $\int_0^1 \left[f(x)+2x \right] \mathrm{d}x = 3 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 3 - \int_0^1 2x\mathrm{d}x \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 3-1 = 2$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+3z-1=0$. Phương trình của đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với (P) là

A. $\begin{cases} x = 2+t \\ y = -1+2t \\ z = 3-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = -2-t \\ z = 3+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2-t \\ z = -3+3t \end{cases}$. **D** $\begin{cases} x = 1-2t \\ y = 2-t \\ z = -3-3t \end{cases}$..

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và vuông góc với (P) nên có một véctơ chỉ phương là $\vec{u} = \vec{n}_{(P)} = (2;-1;3)$.

Do đó, phương trình tham số là $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2-t \\ z = -3+3t \end{cases}$.

Câu 39: Năm 2020, một hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là 750.000.000 đồng và dự định trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm giảm 2% giá bán so với giá bán của năm liền trước. Theo dự định đó, năm 2025 hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng nghìn)?

A. 677.941.000 đồng.. **B.** 675.000.000 đồng. **C.** 664.382.000 đồng. **D.** 691.776.000 đồng .

Lời giải

Chọn A

Đặt $A = 750.000.000$ đồng là giá niêm yết loại xe X năm 2020.

Năm 2021, hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là $A_1 = A - A.\dfrac{2}{100} = A(1-0,02)$;

Năm 2022, hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là $A_2 = A_1(1-0,02) = A(1-0,02)^2$;

…

Vậy đến năm 2025, hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là

$A_5 = A(1-0,02)^5 \approx 677.941.000$ đồng.

Câu 40: Biết $F(x) = e^x - 2x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Khi đó $\int f(2x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $2e^x - 4x^2 + C$. **B.** $\dfrac{1}{2}e^{2x} - 4x^2 + C$. **C.** $e^{2x} - 8x^2 + C$. **D.** $\dfrac{1}{2}e^{2x} - 2x^2 + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x = F(x) + C = e^x - 2x^2 + C$.

Do đó, $\int f(2x)\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}F(2x) + C = \dfrac{1}{2}\left[e^{2x} - 2(2x)^2 \right] + C = \dfrac{1}{2}e^{2x} - 4x^2 + C$.

Câu 41: Cho hình nón (N) có đỉnh S, bán kính đáy bằng $\sqrt{3}a$ và độ dài đường sinh bằng $4a$. Gọi (T) là mặt cầu đi qua S và đường tròn đáy của (N). Bán kính của (T) bằng

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

A. $\frac{2\sqrt{10}a}{3}$. **B.** $\frac{16\sqrt{13}a}{13}$. **C.** $\frac{8\sqrt{13}a}{13}$. **D.** $\sqrt{13}a$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (T) là mặt cầu ngoại tiếp hình nón (N)

Diện tích thiết diện qua trục $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}=\sqrt{39}a^2$

Bán kính của mặt cầu (T) cũng là bán kính đường tròn ngoại tiếp của thiết diện qua trục.

Khi đó $R_{mc}=\frac{abc}{4S}=\frac{4a.4a.2\sqrt{3}a}{4\sqrt{39}a^2}=\frac{8\sqrt{13}}{13}a$

Câu 42: Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+(5-m)x$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ là

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-\infty;5)$. **C.** $(-\infty;5]$. **D.** $(-\infty;2]$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=3x^2-6x+5-m$

Hàm số đồng biến trên $(2;+\infty)$ $\Leftrightarrow y'\geq 0,\forall x\in(2;+\infty)$

$\Leftrightarrow 3x^2-6x+5-m\geq 0,\forall x\in(2;+\infty)\Leftrightarrow 3x^2-6x+5\geq m,\forall x\in(2;+\infty)$

Xét hàm số $g(x)=3x^2-6x+5,\forall x\in(2;+\infty)$

Đạo hàm $g'(x)=6x-6;g'(x)=0\Leftrightarrow 6x-6=0\Leftrightarrow x=1$(loại)

Nhận thấy $g'(x)>0,\forall x\in(2;+\infty)$ nên $g(x)$ đồng biến trên $(2;+\infty)$

Suy ra $m\leq g(2)=5$. Vậy $m\in(-\infty;5]$

Câu 43: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó có hai chữ số tận cùng có cùng tính chẵn lẻ bằng

A. $\frac{4}{9}$. **B.** $\frac{2}{9}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Số các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau là $A_{10}^6-A_9^5=136080$ suy ra $n(\Omega)=136080$.

Nếu hai chữ số tận cùng là hai chữ số lẻ như vậy số cách chọn các số có dạng trên là :
$A_5^2\left(A_8^4-A_7^3\right)=29400$

Nếu hai chữ số tận cùng là hai chữ số chẵn trong đó có một chữ số là 0 thì số cách chọn là $1.4.2.A_8^4=13440$.

Nếu hai chữ số tận cùng là hai chữ số chẵn và không có chữ số 0 thì số cách chọn là $A_4^2\left(A_8^4-A_7^3\right)=17640$.

Như vậy số các số thỏa mãn yêu cầu bài toán là $29400+13440+17640=60480$ số

Xác suất để chọn được số thỏa mãn bài toán là $P=\frac{60480}{136080}=\frac{4}{9}$.

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

Câu 44: Xét các số thực x, y thỏa mãn $2^{x^2+y^2+1} \le \left(x^2+y^2-2x+2\right)4^x$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\dfrac{8x+4}{2x-y+1}$ **gần nhất** với số nào dưới đây?

A. 9. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Nhận xét: $x^2+y^2-2x+2>0 \forall x, y$

$\text{Bpt} \Leftrightarrow 2^{x^2+y^2-2x+1} \le x^2+y^2-2x+2$

$t=x^2+y^2-2x+1 \Rightarrow \text{Bpt}: 2^t \le t+1 \Leftrightarrow 2^t-t-1 \le 0$

$f(t)=2^t-t-1$

$f'(t)=0 \Leftrightarrow 2^t \ln 2-1=0 \Leftrightarrow t=\log_2(\log_2 e)$

BBT:

t	$-\infty$		0		$\log_2(\log_2 e)$		1		$+\infty$
f'			$\|$	$-$	0	$+$	$\|$		
$f(t)$		$\searrow$	0			$\nearrow$	0	$\nearrow$	

Suy ra ta có $0 \le t \le 1 \Rightarrow (x-1)^2-y^2 \le 1$

$P=\dfrac{8x+4}{2x-y+1}$

$\Leftrightarrow P-4=(8-2P)x+Py$

$\Leftrightarrow 3P-12=(8-2P)(x-1)+Py$

$\Leftrightarrow (3P-12)^2 \le \left[(8-2P)^2+P^2\right]\left[(x-1)^2+y^2\right]$

$\Rightarrow (3P-12)^2 \le (8-2P)^2+P^2$

$\Leftrightarrow 4P^2-40P+80 \le 0$

$\Leftrightarrow 5-\sqrt{5} \le P \le 5+\sqrt{5} \approx 7,23$

Dấu "=" $\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{8-2P}{P}=\dfrac{x-1}{y}=\dfrac{-2}{\sqrt{5}} \\ (x-1)^2+y^2=1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=\dfrac{-2}{\sqrt{5}}y \\ \dfrac{9}{5}y^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \mp \dfrac{2}{3} \\ y=\pm\dfrac{\sqrt{5}}{3} \end{cases}$

$\Rightarrow \max P=5+\sqrt{5}$

NHÓM TOÁN VD – VDC

NHÓM TOÁN VD – VDC

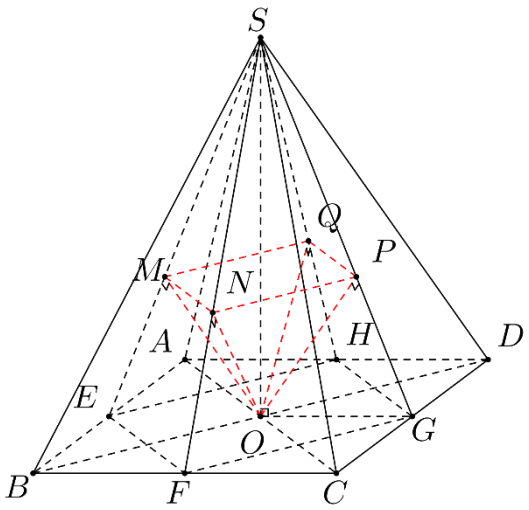
Đạt được khi $x=\frac{1}{3};y=\frac{\sqrt{5}}{3}$

Câu 45: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $4a$, cạnh bên bằng $2\sqrt{3}a$ và O là tâm của đáy. Gọi M,N,P và Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của O lên các mặt phẳng (SAB), (SBC), (SCD) và (SDA). Thể tích khối chóp $O.MNPQ$ bằng

A. $\frac{4a^3}{3}$. **B.** $\frac{64a^3}{81}$. **C.** $\frac{128a^3}{81}$. **D.** $\frac{2a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi E là trung điểm của AB, vẽ $OM\perp SE$ suy ra $OM\perp(SAB)$

$SO=\sqrt{SB^2-OB^2}=\sqrt{12a^2-8a^2}=2a$ và $SM.SE=SO^2$

Suy ra $\frac{SM}{SE}=\frac{SO^2}{SE^2}=\frac{4a^2}{8a^2}=\frac{1}{2}$ suy ra M là trung điểm của SE.

Chứng minh tương tự đối với N,P,Q.

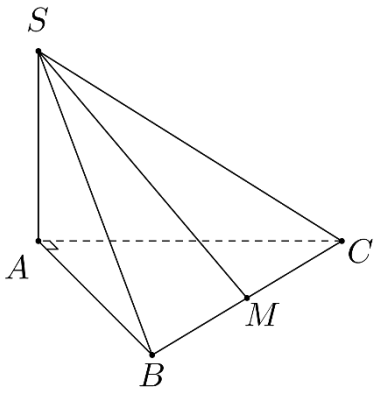
Suy ra $MNPQ$ là hình vuông cạnh $\frac{AC}{4}=\sqrt{2}a$

$d\left(O,(MNPQ)\right)=d\left(S,(MNPQ)\right)=\frac{SO}{2}=a$

$\Rightarrow V_{O.MNPQ}=\frac{1}{3}a.2a^2=\frac{2a^3}{3}$

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$. Gọi M là trung điểm của BC (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SM bằng

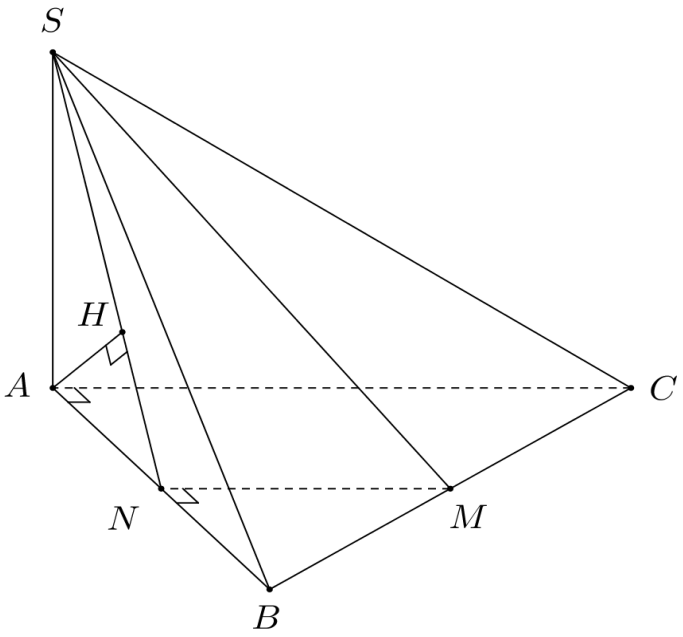
NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC



A. $\frac{a}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. **C.** $\frac{2\sqrt{17}a}{17}$. **D.** $\frac{2a}{3}$.

Lời giải

Chọn C .



Gọi N là trung điểm $AB \Rightarrow AC//NM$

$\Rightarrow AC//(SNM)$

$\Rightarrow d(AC,SM)=d(AC,(SNM))=d(A,(SNM))$

Kẻ $AH \perp SN(1)$

Do $MN//AC \Rightarrow MN \perp AB$ Mà $MN \perp SA$

$\Rightarrow MN \perp (SAB) \Rightarrow MN \perp AH(2)$

Từ $(1),(2) \Rightarrow AH \perp (SMN)$

$\Rightarrow d(A,(SMN))=AH$

Xét ΔSAN vuông tại A có $AH=\frac{SA.AN}{SN}=\frac{SA.AN}{\sqrt{SA^2+AN^2}}=\frac{2a.\frac{a}{2}}{\sqrt{4a^2+\frac{a^2}{4}}}=\frac{2a\sqrt{17}}{17}$

$\Rightarrow d(AC,SM)=AH=\frac{2a\sqrt{17}}{17}$

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

Câu 47: Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\,(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	1	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số a,b,c,d ?

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D .

Dựa vào BBT ta thấy $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty\Rightarrow a>0$

$f(0)=1\Rightarrow d=1>0$

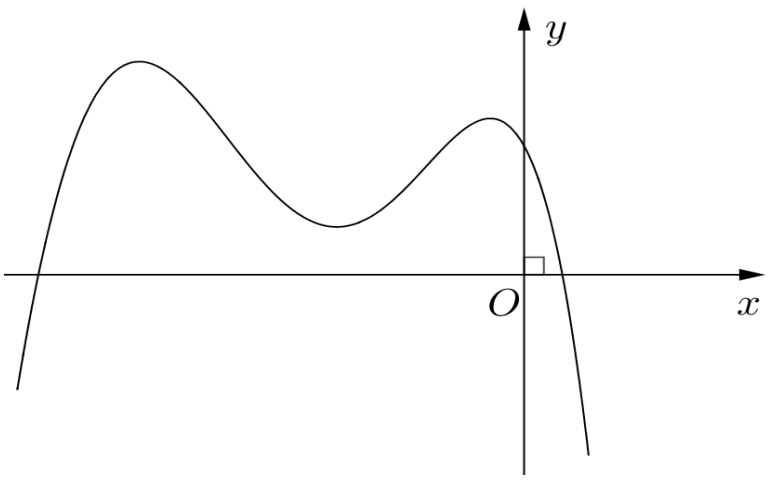
Ta có: $y'=3ax^2+2bx+c$, hàm số có 2 điểm cực trị.

$x_1=0, x_2=-2\Rightarrow y'(0)=0\Rightarrow c=0$

$x_1+x_2=\dfrac{-2b}{3a}<0$. Mà $a>0\Rightarrow b>0$

Vậy có 3 số dương là a,b,d

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ có $f(0)=0$. Biết $y=f'(x)$ là hàm số bậc bốn và có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left|f(x^3)+x\right|$ là

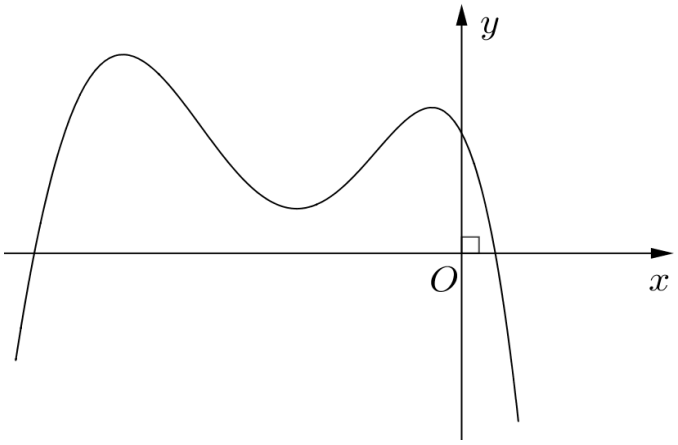


A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B .

NHÓM TOÁN VD – VDC



$h(x)=f\left(x^3\right)+x; h'(x)=3x^2 f'\left(x^3\right)+1$ $\quad f(x)=ax^5+bx^4+cx^3+dx^2+ex+f$

$h'(x)=0 \Leftrightarrow f'\left(x^3\right)=-\dfrac{1}{3x^2}$ $\quad f'(x)=5ax^4+....$

Đặt $x^3=t \Rightarrow x=\sqrt[3]{t}$ $\quad$ khi $x\to+\infty \Rightarrow f'(x)\to-\infty$

$\Rightarrow f'(t)=-\dfrac{1}{3\sqrt[3]{t^2}}$ $\quad \Rightarrow a<0$

Xét: $h(t)=-\dfrac{1}{3\sqrt[3]{t^2}}=\dfrac{-1}{3}t^{\frac{-2}{3}}; h'(t)=\dfrac{-1}{3}.\left(-\dfrac{2}{3}\right)t^{-\frac{5}{3}}=\dfrac{2}{9}\dfrac{1}{\sqrt[3]{t^5}}$

t	$-\infty$		0		$+\infty$
h'		$-$		$+$	
$h(t)$	0	$\searrow$	$-\infty$	$\nearrow$	0

$\Rightarrow$ pt $h(t)=0$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu.

x	$-\infty$		x_1		0		x_2		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$+$		$+$	0	$-$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	0	$\nearrow$		$\searrow$	$-\infty$
$y=\lvert h(x)\rvert$		$\searrow$	0	$\nearrow$		$\nearrow$	0	$\searrow$	0

Vậy có 5 cực trị.

Câu 49: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương (m,n) sao cho $m+n\le 16$ và ứng với mỗi cặp (m,n) tồn tại đúng ba số thực $a\in(-1;1)$ thỏa mãn $2a^m=n\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)$?

A. 16. **B.** 14. **C.** 15. **D.** 13.

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC

Lời giải

Chọn D .

Xét $f(x)=\frac{2}{n}.x^m-\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$ trên $(-1;1)$

Đạo hàm $f'(x)=\frac{2m}{n}x^{m-1}-\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}=0$

Theo đề bài $f(x)=0$ có ba nghiệm nên $\frac{2m}{n}x^{m-1}=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ có ít nhất hai nghiệm

Xét đồ thị của hàm $y=x^{m-1};y=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$, suy ra $m-1$ chẵn và $m-1>0$

Suy ra $m=\{3;...;15\}$. Khi đó $f'(x)=0$ có nghiệm $\begin{cases}x_1<0\\x_2>0\end{cases}$

Bảng biến thiên

Phương trình có 3 nghiệm $\Leftrightarrow\begin{cases}f(1)>0\\f(-1)<0\end{cases}$

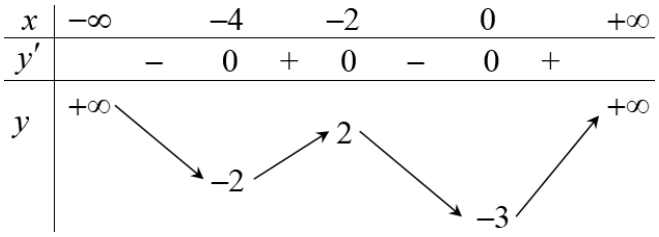
$\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{2}{n}>\ln\left(\sqrt{2}+1\right)\\-\frac{2}{n}<\ln\left(\sqrt{2}-1\right)\end{cases}\Leftrightarrow n\le 2\Rightarrow n=\{1;2\}$

Với $n=3\to 13$ có 12 cặp thỏa mãn

Với $n=15\Rightarrow m=1$ có 1 cặp thỏa mãn.

Vậy tổng cộng có 13 cặp số thỏa mãn .

Câu 50: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $6f\left(x^2-4x\right)=m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$?

A. 25 . **B.** 30 . **C.** 29 . **D.** 24 .

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=x^2-4x$. Ta có $t'=2x-4=0\Rightarrow x=2$.

Bảng biến thiên trên $(0;+\infty)$

NHÓM TOÁN VD – VDC

x	0		2		$+\infty$
t'		$-$	0	$+$	
t	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Cách 1:

Với $t\in[0;+\infty)\cup\{-4\}$ thì 1 giá trị của t cho 1 nghiệm $x>0$;

Với $t\in(-4;0)$ thì 1 giá trị của t cho 2 nghiệm $x>0$;

Phương trình trở thành $f(t)=\dfrac{m}{6}$. Để phương trình có ít nhất 3 nghiệm dương phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$ thì điều kiện cần là phương trình $f(t)=\dfrac{m}{6}$ có ít nhất hai nghiệm t thuộc nửa khoảng $[-4;+\infty)\Rightarrow -3<\dfrac{m}{6}\le 2$.

Với $-3<\dfrac{m}{6}<-2$ thì phương trình $f(t)=\dfrac{m}{6}$ có hai nghiệm $t_1;t_2$ với $t_1\in(-2;0)$ và $t_2\in(0;+\infty)$ nên phương trình $6f\left(x^2-4x\right)=m$ có 3 nghiệm $x>0$ phân biệt (thỏa mãn).

Với $\dfrac{m}{6}=-2$ thì phương trình $f(t)=\dfrac{m}{6}$ có 3 nghiệm $t_1;t_2;t_3$ với $t_3=-4$; $t_1\in(-2;0)$ và $t_2\in(0;+\infty)$ nên phương trình $6f\left(x^2-4x\right)=m$ có 4 nghiệm $x>0$ phân biệt (thỏa mãn).

Với $-2<\dfrac{m}{6}<2$ thì phương trình $f(t)=\dfrac{m}{6}$ có 3 nghiệm $t_1;t_2;t_3$ trong đó $t_1;t_2\in(-4;0)$ và t_3 thuộc khoảng $(0;+\infty)$. Khi đó phương trình có 5 nghiệm $x>0$ phân biệt (thỏa mãn).

Với $\dfrac{m}{6}=2$ thì phương trình $f(t)=\dfrac{m}{6}$ có 2 nghiệm $t_1;t_2$ với $t_1=-2$; và .$t_2\in(0;+\infty)$. nên phương trình $6f\left(x^2-4x\right)=m$ có 3 nghiệm x (thỏa mãn).

Vậy $-3<\dfrac{m}{6}\le 2\Leftrightarrow -18<m\le 12$. Vì m nguyên nên $m\in\{-17;-16;....;12\}$. Do đó có 30 giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài.

Cách 2:

Đặt $t=x^2-4x$.

x	0		2		$+\infty$
t	0	$\searrow$ -2 $\searrow$	-4	$\nearrow$ -2 $\nearrow$	0 $\nearrow$ $+\infty$
$f(t)$	-3	$\nearrow$ 2 $\searrow$	-2	$\nearrow$ 2 $\searrow$	-3 $\nearrow$ $+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $-3<\dfrac{m}{6}\le 2\Leftrightarrow -18<m\le 12$. Vì m nguyên nên $m\in\{-17;-16;....;12\}$. Do đó có 30 giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài.

NHÓM TOÁN VD – VDC
NHÓM TOÁN VD – VDC