

Môn: Toán 12

Thời gian làm bài: 90 **phút** (không kể thời gian giao đề)

(Đề có 22 câu hỏi)

Mã đề ...

Họ và tên:..... Số báo danh:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	2	0	$+\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(1; 3)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$		1		5		$-\infty$

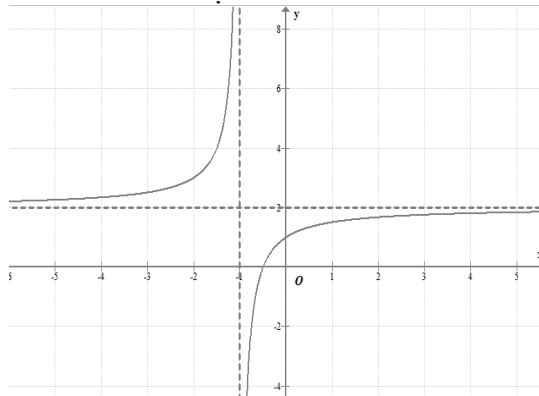
Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 5 B. 2 C. 0 D. 1

Câu 3: Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$?

- A. $x = 2$. B. $x = -2$. C. $y = 1$. D. $y = -1$.

Câu 4: Đồ thị trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

C. $y = \frac{2x-3}{x+1}$.

D. $y = \frac{2x+5}{x+1}$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{OM} = 2\vec{j} + \vec{k}$. Tọa độ của điểm M là

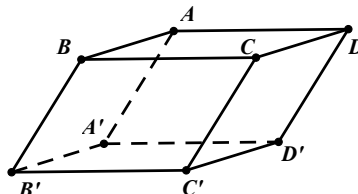
A. $(2;1;0)$.

B. $(0;2;1)$.

C. $(1;2;0)$.

D. $(2;0;1)$.

Câu 6: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ dưới). Khẳng định nào dưới đây sai?



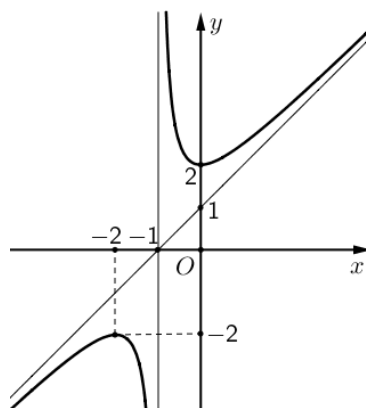
A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} - \overrightarrow{BA}$.

B. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD}$.

C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'} - \overrightarrow{DA}$.

D. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Tọa độ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là

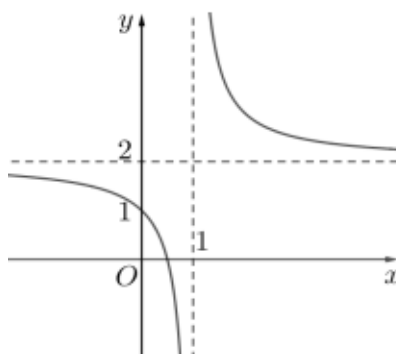
A. 0.

B. $(-2; -2)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(2; 0)$.

Câu 8: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

B. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

C. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

D. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc tơ $\vec{u} = (3; 2; -1)$, $\vec{v} = (1; 0; m)$. Giá trị dương của tham số m để góc giữa $\vec{u}$, $\vec{v}$ bằng 45° bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

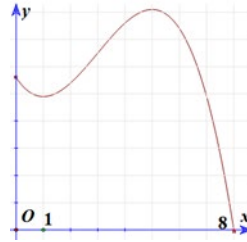
A. 3,26.

B. 0,25.

C. -1,26.

D. 0,26.

Câu 10: Một hồ nước nhân tạo được xây dựng trong một công viên giải trí. Trong mô hình minh họa (tham khảo hình vẽ), hồ nước được giới hạn bởi các trục tọa độ và đồ thị (C) của hàm số $y = f(x) = \frac{1}{10}(-x^3 + 9x^2 - 15x + 56)$. Đơn vị đo độ dài trên mỗi trục tọa độ là 100m.

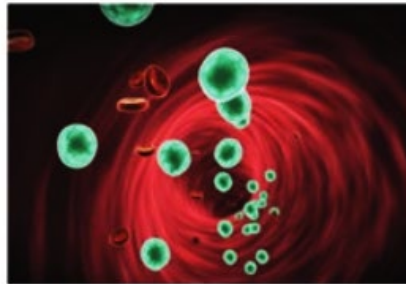


Ông An đi dọc bờ hồ trên đường cong (C), khoảng cách từ vị trí ông An đến bờ hồ đối diện (trục Ox) là d . Giá trị lớn nhất của d bằng

- A. 810m. B. 560m. C. 910m. D. 490m.

Câu 11: Khi loại thuốc A được tiêm vào bệnh nhân, nồng độ mg/L của thuốc trong máu sau x phút (kể từ khi bắt đầu tiêm) được xác định bởi công thức: $C(x) = \frac{30x}{x^2 + 2}$.

(Nguồn: James Stewart, J. (2015). Calculus. Cengage Learning)



Để đưa ra những lời khuyên và cách xử lý phù hợp cho bệnh nhân, ta cần tìm khoảng thời gian mà nồng độ của thuốc trong máu đang tăng. Trong khoảng thời gian 6 phút sau khi tiêm, hàm nồng độ thuốc trong máu $C(x)$ đạt giá trị lớn nhất là bao nhiêu mg/L (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

Câu 12: Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 + 3x + m}{x - m}$ không có tiệm cận đứng?

- A. 1. B. Vô số. C. 2. D. 0.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.

Câu 13: Một kỹ sư nông nghiệp vừa ra trường, bắt đầu khởi nghiệp bằng trồng một trang trại nấm tại quê nhà. Ước lượng số lượng nấm thu hoạch được (tính theo đơn vị kg) được tính theo công thức: $K(t) = \frac{100t - 400}{t + 1}$, trong đó t là thời gian tính theo ngày kể từ khi bắt đầu trồng. $0 \leq t \leq 720$, Biết 1kg nấm giá 50.000 đồng.

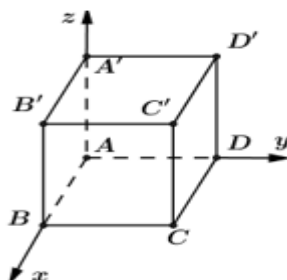
- a) Sản lượng nấm thu hoạch được ở ngày thứ 10 là 50kg.
b) Số tiền ngày thứ 15 thu được sau khi bán nấm là 3.437.500 đ.
c) Sản lượng nấm thu được luôn tăng dần kể từ ngày thứ 5.
d) Ngày thu hoạch cao nhất có thể trên 100kg.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{mx^2 + nx + p}{qx + r}$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$	-2			1	2			$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$		
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$			2	$\nearrow$			$+\infty$	
						$-\infty$	$\nearrow$			
							-1	$\searrow$		
								$-\infty$		

- a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$.
- b) Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $(1; +\infty)$ bằng -1 .
- c) Phương trình $f(x) + 2 = 0$ có đúng một nghiệm duy nhất.
- d) Gọi d đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và điểm $O(0; 0)$ là điểm gốc tọa độ. Hai điểm A, B lần lượt là giao điểm của đường thẳng d với trục hoành và trục tung. Khi đó diện tích tam giác OAB bằng $\frac{1}{6}$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(3; 0; 0)$, $D(0; 3; 0)$, $D'(0; 3; 3)$. Gọi M là giao điểm của hai đường thẳng $C'D$ và CD' . Đường thẳng AC' cắt mặt phẳng $(A'BD)$ tại điểm N .



Xác định tính đúng sai của các khẳng định sau đây?

- a) $\overrightarrow{AB} = 3\vec{i} + \vec{j}$.
- b) $A'(0; 0; 3)$.
- c) $M\left(\frac{3}{2}; 3; \frac{3}{2}\right)$.
- d) $N(1; 1; 1)$.

Câu 16: Cho hình tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD , I là trung điểm của đoạn MN . Khẳng định sau đây là đúng hay sai?

- a) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.
- b) $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$.
- c) $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB})$.

d) $\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC} + \overrightarrow{KD} = 4\overrightarrow{KI}$ với mọi điểm K trong không gian.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 1970 được ước tính theo công thức $f(t) = \frac{26t+10}{t+5}$ (nghìn người). Biết đạo hàm của hàm số $f(t) = \frac{26t+10}{t+5}$ biểu thị tốc độ tăng dân số của thị trấn (tính bằng nghìn người/năm). Gọi k là tốc độ tăng dân số của thị trấn đó vào năm 2024. Giá trị của biểu thức $1000k$ bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?

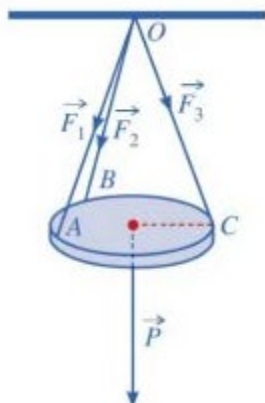
Câu 18: Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 3x - 1}{x + 1}$ có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = ax + b$. Giá trị của biểu thức $a + b$ bằng bao nhiêu?

Câu 19: Trong không gian Oxy , cho tam giác ABC , biết $A(2;0;0), B(0;3;1), C(-3;6;4)$. Gọi M là điểm trên cạnh BC sao cho $MC = 2MB$. Khi đó độ dài của đoạn thẳng AM bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Câu 20: Một sợi dây kim loại dài 120cm . Người ta cắt đoạn dây đó thành hai đoạn, đoạn có độ dài x (cm) được uốn thành đường tròn và đoạn còn lại được uốn thành hình vuông ($0 < x < 120$). Để hình vuông và hình tròn tương ứng có tổng diện tích nhỏ nhất thì độ dài x bằng bao nhiêu cm (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?

Câu 21: Để thiết kế một chiếc bể cá hình hộp chữ nhật có chiều cao là 60cm , thể tích 96000cm^3 , người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành 700000 đồng/ m^2 và loại kính để làm mặt đáy có giá thành 1000000 đồng/ m^2 . Gọi x, y (m) ($x > 0, y > 0$) là chiều dài và chiều rộng của đáy bể. Chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá bằng bao nhiêu nghìn đồng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Câu 22: Một tấm sắt tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không giãn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên tấm sắt tròn sao cho các lực căng $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$ lần lượt trên mỗi dây OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và có độ lớn bằng nhau $|\overrightarrow{F_1}| = |\overrightarrow{F_2}| = |\overrightarrow{F_3}|$. Biết trọng lượng P của tấm sắt tròn đó bằng $2025\sqrt{3}$ (N) (tham khảo hình vẽ).



Cường độ của lực căng dây treo tấm sắt tròn đó bằng bao nhiêu Niuton?

---- Hết ----

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	2	0	$+\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; +\infty)$. **B.** $(3; +\infty)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(1; 3)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
y'		-	0	+	0	-
y	$+\infty$					

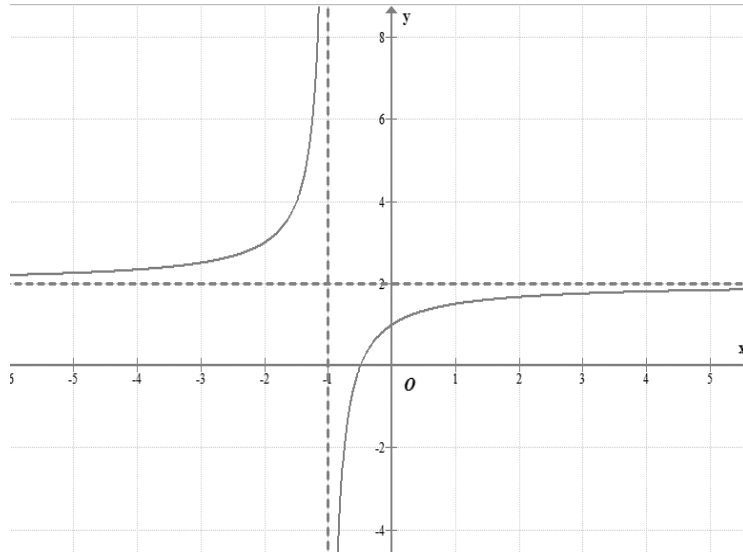
Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A.** 5 B. 2 C. 0 D. 1

Câu 3: Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$?

- A. $x = 2$. B. $x = -2$. **C.** $y = 1$. D. $y = -1$.

Câu 4: Đồ thị trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = \frac{x-1}{x+1}$. **B.** $y = \frac{2x+1}{x+1}$. C. $y = \frac{2x-3}{x+1}$. D. $y = \frac{2x+5}{x+1}$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{OM} = 2\vec{j} + \vec{k}$. Tọa độ của điểm M là

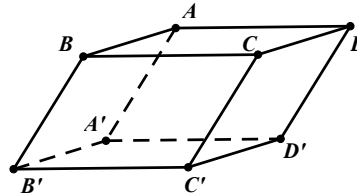
- A. $(2;1;0)$. **B.** $(0;2;1)$. C. $(1;2;0)$. D. $(2;0;1)$.

Lời giải

Chọn B

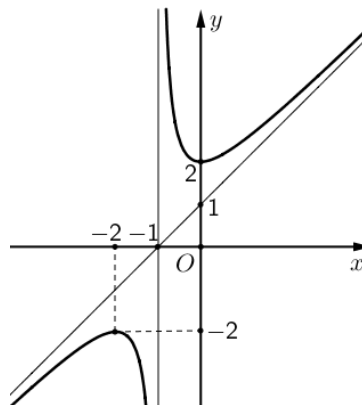
Theo đề ta có $\overrightarrow{OM} = (0;2;1)$ suy ra tọa độ điểm M là $M(0;2;1)$.

Câu 6: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ dưới). Khẳng định nào dưới đây sai?



- A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} - \overrightarrow{BA}$. **B.** $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD}$.
C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'} - \overrightarrow{DA}$. D. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.

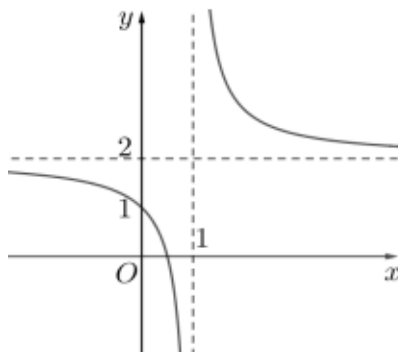
Câu 7: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Tọa độ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 0. **B.** $(-2;-2)$. **C.** $(0;2)$. D. $(2;0)$.

Câu 8: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. **B.** $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$. **C.** $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. **D.** $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc tơ $\vec{u} = (3; 2; -1)$, $\vec{v} = (1; 0; m)$. Giá trị dương của tham số m để góc giữa $\vec{u}$, $\vec{v}$ bằng 45° bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?
A. 3,26. **B.** 0,25. **C.** -1,26. **D.** 0,26.

Lời giải

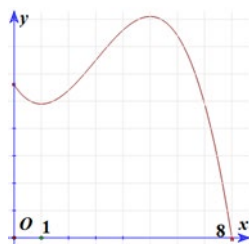
$$\text{Ta có: } (\vec{u}, \vec{v}) = 45^\circ \Leftrightarrow \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{3-m}{\sqrt{14} \cdot \sqrt{1+m^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{7} \sqrt{m^2 + 1} = 3 - m \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - m \geq 0 \\ 7m^2 + 7 = 9 - 6m + m^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 3 \\ 3m^2 + 3m - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{-3 + \sqrt{21}}{6} \\ m = \frac{-3 - \sqrt{21}}{6} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } m = \frac{-3 + \sqrt{21}}{6} \approx 0,26 \text{ là thỏa mãn.}$$

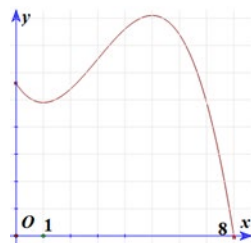
Câu 10: Một hồ nước nhân tạo được xây dựng trong một công viên giải trí. Trong mô hình minh họa (tham khảo hình vẽ), hồ nước được giới hạn bởi các trục tọa độ và đồ thị (C) của hàm số $y = f(x) = \frac{1}{10}(-x^3 + 9x^2 - 15x + 56)$. Đơn vị đo độ dài trên mỗi trục tọa độ là 100m.



Ông An đi dọc bờ hồ trên đường cong (C), khoảng cách từ vị trí ông An đến bờ hồ đối diện (trục Ox) là d . Giá trị lớn nhất của d bằng

- A.** 810m. **B.** 560m. **C.** 910m. **D.** 490m.

Lời giải



Ta khảo sát hàm số: $f(x) = \frac{1}{10}(-x^3 + 9x^2 - 15x + 56)$ với $0 \leq x \leq 8$.

$$f'(x) = \frac{1}{10}(-3x^2 + 18x - 15).$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 6x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 5. \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

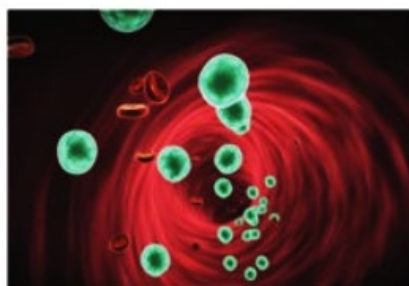
x	0	1	5	8	
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	5,6		8,1		0

Dựa vào bảng biến thiên, ta có: $\max_{[0;8]} f(x) = f(5) = 8,1$ tại $x = 5$.

Vậy khoảng cách lớn nhất là: $100 \cdot 8,1 = 810(m)$.

Câu 11: Khi loại thuốc A được tiêm vào bệnh nhân, nồng độ mg/L của thuốc trong máu sau x phút (kể từ khi bắt đầu tiêm) được xác định bởi công thức: $C(x) = \frac{30x}{x^2 + 2}$.

(Nguồn: James Stewart, J. (2015). Calculus. Cengage Learning)



Để đưa ra những lời khuyên và cách xử lý phù hợp cho bệnh nhân, ta cần tìm khoảng thời gian mà nồng độ của thuốc trong máu đang tăng. Trong khoảng thời gian 6 phút sau khi tiêm, hàm nồng độ thuốc trong máu $C(x)$ đạt giá trị lớn nhất là bao nhiêu mg/L (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

A. 10,6 mg/L .

B. 10,5 mg/L .

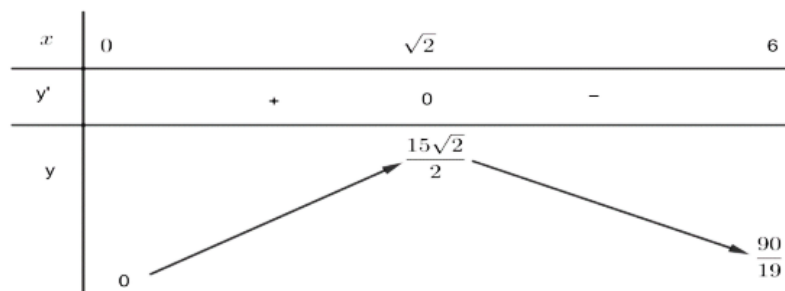
C. 10 mg/L .

D. 11 mg/L .

Lời giải

Cách 1: Ta có $C'(x) = \frac{-30x^2 + 60}{(x^2 + 2)^2}$. $C'(x) = 0 \Rightarrow x = \sqrt{2} \in (0; 6)$.

Bảng biến thiên



Vậy nồng độ thuốc trong máu lớn nhất là $\frac{15\sqrt{2}}{2} \approx 10,6 \text{ mg/L}$.

Cách 2: $C(x) = \frac{30x}{x^2 + 2} \leq \frac{30x}{2x\sqrt{2}} = \frac{15}{\sqrt{2}}$. Dấu bằng khi $x = \sqrt{2}$ (thỏa mãn)

Câu 12: Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 + 3x + m}{x - m}$ không có tiệm cận đứng?

A. 1.

B. Vô số.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

TXĐ $\mathbb{R} \setminus \{m\}$.

$$\text{Có } \lim_{x \rightarrow m} \frac{2x^2 - 3x + m}{x - m} = \lim_{x \rightarrow m} \left(2x + 2m - 3 + \frac{2m^2 - 2m}{x - m} \right).$$

Để đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng thì phải tồn tại $\lim_{x \rightarrow m} \frac{2x^2 - 3x + m}{x - m}$,

$$\Rightarrow 2m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.

Câu 13: Một kỹ sư nông nghiệp vừa ra trường, bắt đầu khởi nghiệp bằng trồng một trang trại nấm tại quê nhà. Ước lượng số lượng nấm thu hoạch được (tính theo đơn vị kg) được tính theo công thức: $K(t) = \frac{100t - 400}{t + 1}$, trong đó t là thời gian tính theo ngày kể từ khi bắt đầu trồng. $0 \leq t \leq 720$, Biết 1kg nấm giá 50.000 đồng.

a) Sản lượng nấm thu hoạch được ở ngày thứ 10 là 50kg.

b) Số tiền ngày thứ 15 thu được sau khi bán nấm là 3.437.500 đ.

c) Sản lượng nấm thu được luôn tăng dần kể từ ngày thứ 5.

d) Ngày thu hoạch cao nhất có thể trên 100kg.

Lời giải

$$\text{a) } K(t) = \frac{100t - 400}{t + 1} \Rightarrow K(9) = \frac{100 \cdot 9 - 400}{9 + 1} = 50; \text{ a) đúng}$$

$$\text{b) } K(t) = \frac{100t - 400}{t + 1} \Rightarrow K(15) = \frac{100 \cdot 15 - 400}{15 + 1} = 68,75$$

Số tiền ngày thứ 15 thu được sau khi bán nấm là $68,75 \cdot 50000 = 3.437.500$ đ

vậy b) đúng

$$\text{c) } K(t) = \frac{100t - 400}{t + 1} \Rightarrow K'(t) = \frac{500}{(t + 1)^2} > 0, \forall t \geq 0$$

Hàm số luôn đồng biến

Do đó sản lượng năm thu được luôn tăng dần kể từ ngày thứ 5.

Vậy c) đúng

$$d) \lim_{t \rightarrow +\infty} K(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{100t - 400}{t + 1} = 100$$

Mà hàm số luôn đồng biến

Do đó ngày thu hoạch cao nhất luôn dưới 100kg.

d) Vậy Sai

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{mx^2 + nx + p}{qx + r}$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$	-2		1		2	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$		2		$+\infty$		-1	$-\infty$

a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$.

b) Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $(1; +\infty)$ bằng -1 .

c) Phương trình $f(x) + 2 = 0$ có đúng một nghiệm duy nhất.

d) Gọi d đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và điểm $O(0;0)$ là điểm gốc tọa độ. Hai điểm A, B lần lượt là giao điểm của đường thẳng d với trục hoành và trục tung. Khi đó diện tích tam giác OAB bằng $\frac{1}{6}$.

Lời giải

a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$: a) đúng.

b) Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $(1; +\infty)$ bằng -1 : b) đúng.

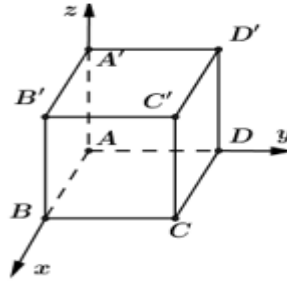
c) Phương trình $f(x) + 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -2$ có hai nghiệm: c) sai.

d) Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là $d: y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$

$A\left(\frac{2}{3}; 0\right), B\left(0; \frac{1}{2}\right)$ lần lượt là giao điểm của đường thẳng d với trục hoành và trục tung. Khi

đó diện tích tam giác OAB bằng $\frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$. d) đúng

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(3; 0; 0)$, $D(0; 3; 0)$, $D'(0; 3; 3)$. Gọi M là giao điểm của hai đường thẳng $C'D$ và CD' . Đường thẳng AC' cắt mặt phẳng $(A'BD)$ tại điểm N .



Xác định tính đúng sai của các khẳng định sau đây?

a) $\overrightarrow{AB} = 3\vec{i} + \vec{j}$.

b) $A'(0;0;3)$.

c) $M\left(\frac{3}{2}; 3; \frac{3}{2}\right)$.

d) $N(1;1;1)$.

Lời giải

a) $B(3; 0; 0) \Rightarrow \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AB} = 3\vec{i}$. a) sai

b) Điểm $D'(0; 3; 3)$ có hình chiếu lên trục Oz là $A'(0;0;3)$. b) đúng

c) Ta có $A(0; 0; 0) \equiv O$.

$$D(0; 3; 0) \Rightarrow \overrightarrow{AD} = 3\vec{j};$$

$$D'(0; 3; 3) \Rightarrow \overrightarrow{AD'} = 3\vec{j} + 3\vec{k}.$$

Khi đó $B(3; 0; 0) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} = 3\vec{i}$; $D(0; 3; 0) \Rightarrow \overrightarrow{AD} = 3\vec{j}$; $A'(0;0;3) \Rightarrow \overrightarrow{AA'} = 3\vec{k}$.

Nên $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = 3\vec{i} + 3\vec{j} + 3\vec{k}$. Vậy $C'(3; 3; 3)$.

Mà M là trung điểm $C'D$ suy ra $M\left(\frac{3}{2}; 3; \frac{3}{2}\right)$ c) đúng

d) Ta chứng minh $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC'} = (1;1;1)$. Vậy $N(1;1;1)$ d) đúng

Câu 16: Cho hình tứ diện $ABCD$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AB và CD , I là trung điểm của đoạn MN . Khẳng định sau đây là đúng hay sai?

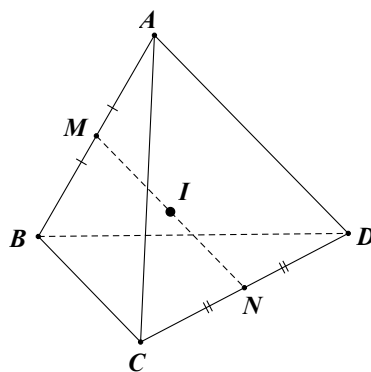
a) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

b) $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$.

c) $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB})$.

d) $\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC} + \overrightarrow{KD} = 4\overrightarrow{KI}$ với mọi điểm K trong không gian.

Lời giải



- a) M là trung điểm của AB nên $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ a) đúng
- b) N là trung điểm của CD nên $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AN} \Leftrightarrow \overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$. b) đúng
- c) $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DN}$
 $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CN}$
 $\Rightarrow 2\overrightarrow{MN} = (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) + (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{DN} + \overrightarrow{CN}) = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$
 $\Rightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}) \neq \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB})$. c) sai
- d) $(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}) + (\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID}) = 2\overrightarrow{IM} + 2\overrightarrow{IN} = 2(\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IN}) = \vec{0}$
 $\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC} + \overrightarrow{KD} = 4\overrightarrow{KI} + (\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}) + (\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID}) = 4\overrightarrow{KI}$. d) đúng

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 1970 được ước tính theo công thức $f(t) = \frac{26t+10}{t+5}$ (nghìn người). Biết đạo hàm của hàm số $f(t) = \frac{26t+10}{t+5}$ biểu thị tốc độ tăng dân số của thị trấn (tính bằng nghìn người/năm). Gọi k là tốc độ tăng dân số của thị trấn đó vào năm 2024. Giá trị của biểu thức $1000k$ bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?

Lời giải

Trả lời: 34,5

Tính đến năm 2024 là 54 năm. Ta có: $f'(t) = \frac{120}{(t+5)^2}$. Vậy tốc độ tăng dân số của thị trấn đó

vào năm 2024 là: $k = f'(54) = \frac{120}{(54+5)^2} = \frac{120}{3481} \Rightarrow 1000k = \frac{120000}{3481} \approx 34,5$.

Câu 18: Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+3x-1}{x+1}$ có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = ax + b$. Giá trị của biểu thức $a + b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

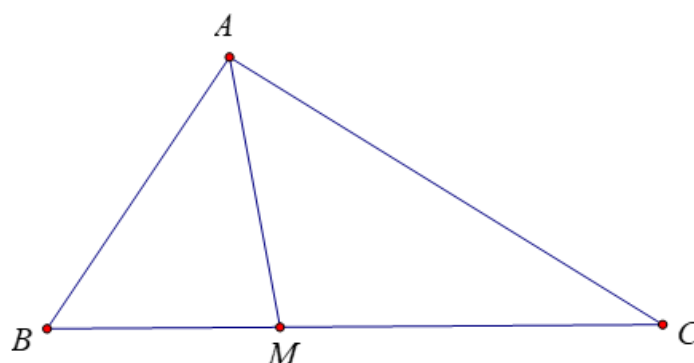
Trả lời: 3

Ta có: $y = \frac{x^2+3x-1}{x+1} = x+2 - \frac{3}{x+1}$. Vậy tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x+2$. Vậy $a+b=3$

Câu 19: Trong không gian Oxy , cho tam giác ABC , biết $A(2;0;0), B(0;3;1), C(-3;6;4)$. Gọi M là điểm trên cạnh BC sao cho $MC = 2MB$. Khi đó độ dài của đoạn thẳng AM bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Trả lời: 5,39



Gọi $M(x; y; z)$

$$\overrightarrow{CM} = (-3 - x; 6 - y; 4 - x)$$

$$\overrightarrow{MB} = (x; y - 3; z - 1)$$

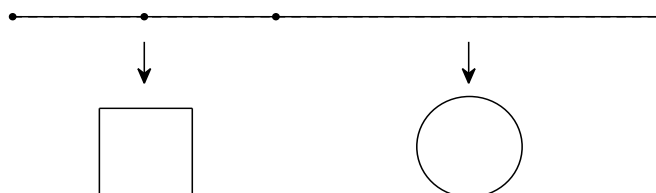
$$\text{Theo đề ta có, } \overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 - x = 2x \\ 6 - y = 2(y - 3) \\ 4 - z = 2(z - 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 4 \\ z = 2 \end{cases} \Rightarrow M(-1; 4; 2)$$

$$AM = \sqrt{(-1 - 2)^2 + 4^2 + 2^2} = \sqrt{29} \approx 5,39$$

Câu 20: Một sợi dây kim loại dài 120cm . Người ta cắt đoạn dây đó thành hai đoạn, đoạn có độ dài x (cm) được uốn thành đường tròn và đoạn còn lại được uốn thành hình vuông ($0 < x < 120$). Để hình vuông và hình tròn tương ứng có tổng diện tích nhỏ nhất thì độ dài x bằng bao nhiêu cm (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?

Lời giải

Trả lời: 52,8



Do x là độ dài của đoạn dây cuộn thành hình tròn ($0 < x < 120$).

Suy ra chiều dài đoạn còn lại là $120 - x$.

$$\text{Chu vi đường tròn: } 2\pi r = x \Rightarrow r = \frac{x}{2\pi}.$$

$$\text{Diện tích hình tròn: } S_1 = \pi \cdot r^2 = \frac{x^2}{4\pi}.$$

$$\text{Diện tích hình vuông: } S_2 = \left(\frac{120 - x}{4}\right)^2.$$

$$\text{Tổng diện tích hai hình: } S = \frac{x^2}{4\pi} + \left(\frac{120 - x}{4}\right)^2 = \frac{(4 + \pi) \cdot x^2 - 240\pi x + \pi 120^2}{16\pi}.$$

$$\text{Đạo hàm: } S' = \frac{(4 + \pi) \cdot x - 120\pi}{8\pi}; S' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{120\pi}{4 + \pi}.$$

$$\text{Lập bbt suy ra hàm đạt giá trị nhỏ nhất tại } x = \frac{120\pi}{4 + \pi} \approx 52,8\text{cm}.$$

Câu 21: Để thiết kế một chiếc bể cá hình hộp chữ nhật có chiều cao là 60cm , thể tích 96000cm^3 , người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành 700000 đồng/ m^2 và loại kính để làm mặt đáy có giá thành 1000000 đồng/ m^2 . Gọi $x, y(\text{m})$ ($x > 0, y > 0$) là chiều dài và chiều rộng của đáy bể. Chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá bằng bao nhiêu nghìn đồng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Lời giải

Theo đề ta có: $0,6xy = 0,096 \Leftrightarrow y = \frac{0,16}{x}$.

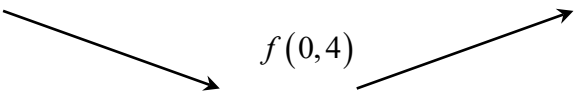
Giá thành của bể cá được xác định theo hàm số sau:

$$f(x) = 2.0,6 \left(x + \frac{0,16}{x} \right) \cdot 700000 + 1000000x \frac{0,16}{x}$$

$$\Leftrightarrow f(x) = 840000 \left(x + \frac{0,16}{x} \right) + 160000 \text{ (VNĐ)}$$

$$f'(x) = 840000 \left(1 - \frac{0,16}{x^2} \right), f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0,4$$

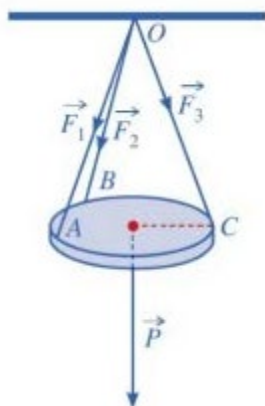
Ta có bảng biến thiên sau:

x	0	0,4	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$			

Dựa vào bảng biến thiên suy ra chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá là

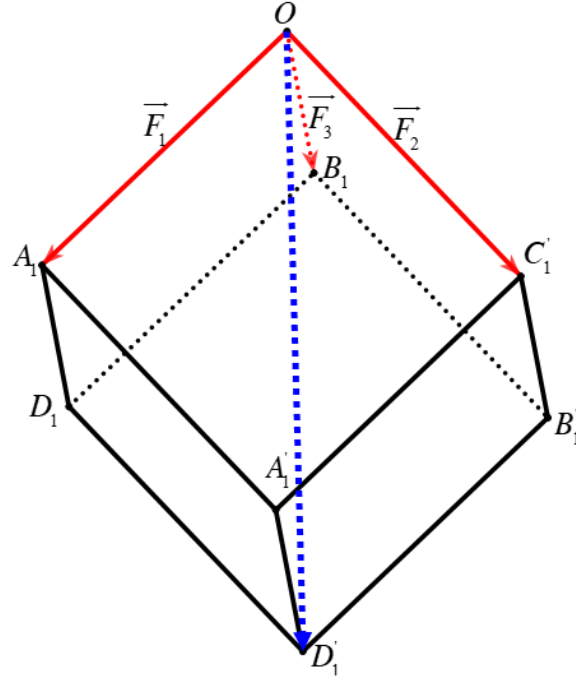
$$f(0,4) = 832000 \text{ đ} = 832 \text{ nghìn đồng}$$

Câu 22: Một tấm sắt tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không giãn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên tấm sắt tròn sao cho các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt trên mỗi dây OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và có độ lớn bằng nhau $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3|$. Biết trọng lượng P của tấm sắt tròn đó bằng $2025\sqrt{3}(\text{N})$ (tham khảo hình vẽ).



Cường độ của lực căng dây treo tấm sắt tròn đó bằng bao nhiêu Niuton?

Lời giải



Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là các điểm sao cho $\overrightarrow{OA_1} = \overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{OB_1} = \overrightarrow{F_2}$, $\overrightarrow{OC_1} = \overrightarrow{F_3}$

Lấy các điểm D_1, A_1', B_1', D_1' sao cho $OA_1D_1B_1.C_1A_1'D_1B_1'$ là hình hộp.

Theo quy tắc hình hộp ta có: $\overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OC_1} = \overrightarrow{OD_1}$

Do các lực căng $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$ đôi một vuông góc với nhau và có độ lớn: $|\overrightarrow{F_1}| = |\overrightarrow{F_2}| = |\overrightarrow{F_3}|$ nên hình hộp

$OA_1D_1B_1.C_1A_1'D_1B_1'$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và bằng nhau.

Vì thế $OA_1D_1B_1.C_1A_1'D_1B_1'$ là hình lập phương có độ dài cạnh bằng $|\overrightarrow{F_1}| = |\overrightarrow{F_2}| = |\overrightarrow{F_3}| = x$,

suy ra độ dài đường chéo bằng $\sqrt{3}x$

Vì tâm gỗ tròn ở vị trí cân bằng nên: $\vec{P} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3}$

Ta có: $|\vec{P}| = |\overrightarrow{OD_1}| \Leftrightarrow 2025\sqrt{3} = \sqrt{3}x \Leftrightarrow x = 2025(N)$

Xem thêm: ĐỀ THI GIỮA HK1 TOÁN 12
<https://toanmath.com/de-thi-giua-hk1-toan-12>