

TÍNH XÁC SUẤT THEO ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂN

BÀI 26-27: BIẾN CỐ VÀ ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂN CỦA XÁC SUẤT



I LÝ THUYẾT.

I. BIẾN CỐ

1. Phép thử ngẫu nhiên (gọi tắt là phép thử) là một phép thử mà ta không đoán trước được kết quả của nó, mặc dù đã biết tập hợp tất cả các kết quả có thể có của phép thử đó.

2. Không gian mẫu

Tập hợp các kết quả có thể xảy ra của một phép thử được gọi là không gian mẫu của phép thử đó và ký hiệu là Ω .

Ví dụ: Khi ta tung một đồng xu có 2 mặt, ta hoàn toàn không biết trước được kết quả của nó, tuy nhiên ta lại biết chắc chắn rằng đồng xu rơi xuống sẽ ở một trong 2 trạng thái: sấp (S) hoặc ngửa (N).

Không gian mẫu của phép thử là $\Omega = \{S; N\}$

3. Một biến cố A (còn gọi là sự kiện A) liên quan tới phép thử T là biến cố mà việc xảy ra hay không xảy ra của nó còn tùy thuộc vào kết quả của T .

Mỗi kết quả của phép thử T làm cho biến cố A xảy ra được gọi là một kết quả thuận lợi cho A .

4. Tập hợp các kết quả thuận lợi cho A được kí hiệu bởi $n(A)$ hoặc Ω_A . Để đơn giản, ta có thể dùng chính chữ A để kí hiệu tập hợp các kết quả thuận lợi cho A .

Khi đó ta cũng nói biến cố A được mô tả bởi tập A .

5. Biến cố chắc chắn là biến cố luôn xảy ra khi thực hiện phép thử T . Biến cố chắc chắn được mô tả bởi tập Ω và được ký hiệu là Ω .

6. Biến cố không thể là biến cố không bao giờ xảy ra khi thực hiện phép thử T . Biến cố không thể được mô tả bởi tập \emptyset .

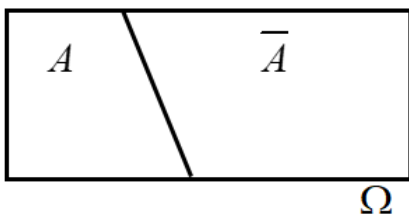
7. Các phép toán trên biến cố

* Tập $\Omega \setminus A$ được gọi là biến cố đối của biến cố A , kí hiệu là \bar{A} . Giả sử A và B là hai biến cố liên quan đến một phép thử. Ta có:

* Tập $A \cup B$ được gọi là hợp của các biến cố A và B .

* Tập $A \cap B$ được gọi là giao của các biến cố A và B .

* Nếu $A \cap B = \emptyset$ thì ta nói A và B xung khắc.



8. Bảng đọc ngôn ngữ biến cố.

Kí hiệu	Ngôn ngữ biến cố
$A \in \Omega$	A là biến cố
$A = \emptyset$	A là biến cố không
$A = \Omega$	A là biến cố chắc chắn
$C = A \cup B$	C là biến cố “ A hoặc B ”
$C = A \cap B$	C là biến cố “ A và B ”
$A \cap B = \emptyset$	A và B xung khắc
$B = \bar{A}$	A và B đối nhau

II. ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂN CỦA XÁC SUẤT

1. Định nghĩa cổ điển của xác suất:

Cho T là một phép thử ngẫu nhiên với không gian mẫu Ω là một tập hữu hạn. Giả sử A là một biến cố được mô tả bằng $\Omega_A \subset \Omega$. Xác suất của biến cố A , kí hiệu bởi $P(A)$, được cho bởi công thức

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{\text{Số kết quả thuận lợi cho A}}{\text{Số kết quả có thể xảy ra}}$$

Chú ý:

- $0 \leq P(A) \leq 1$.
- $P(\Omega) = 1, P(\emptyset) = 0$.

2. Định nghĩa thống kê của xác suất

Xét phép thử ngẫu nhiên T và một biến cố A liên quan tới phép thử đó. Nếu tiến hành lặp đi lặp lại N lần phép thử T và thống kê số lần xuất hiện của A là n .

Khi đó xác suất của biến cố A được định nghĩa như sau:

$$P(A) = \frac{n}{N}$$

III. CÁC QUY TẮC TÍNH XÁC SUẤT

1. Quy tắc cộng

a) Quy tắc cộng xác suất

* Nếu hai biến cố A, B xung khắc nhau thì

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

* Nếu các biến cố $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$ xung khắc nhau thì

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_k) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_k)$$

b) Công thức tính xác suất biến cố đối

Xác suất của biến cố \bar{A} của biến cố A là

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

2. Quy tắc nhân xác suất

Biến cố giao	Biến cố độc lập
Cho biến cố A và B . Biến cố “ cả A và B đều xảy ra” kí hiệu là AB gọi là giao của hai biến cố A và B .	Hai biến cố gọi là độc lập nếu việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố này không ảnh hưởng tới xác suất xảy ra biến cố kia.
Một cách tổng quát, cho k biến cố $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$. Biến cố: “Tất cả k biến cố $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$ đều xảy ra”, kí hiệu là $A_1 A_2 A_3 \dots A_k$ được gọi là giao của k biến cố đó.	Một cách tổng quát, cho k biến cố $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$. Chúng được gọi là độc lập với nhau nếu việc xảy ra hay không xảy ra của một nhóm bất kì trong các biến cố trên không làm ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của các biến cố còn lại.

Quy tắc nhân xác suất

Nếu A và B là hai biến cố độc lập thì

$$P(AB) = P(A).P(B)$$

Một cách tổng quát, nếu k biến cố $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$ là độc lập thì

$$P(A_1, A_2, A_3, \dots, A_k) = P(A_1).P(A_2) \dots P(A_k)$$

Chú ý:

* Nếu A và B độc lập thì A và \bar{B} độc lập, B và \bar{A} độc lập, \bar{B} và \bar{A} độc lập. Do đó Nếu A và B độc lập thì ta còn có các đẳng thức

$$P(A\bar{B}) = P(A).P(\bar{B})$$

$$P(\bar{A}B) = P(\bar{A}).P(B)$$

$$P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A}).P(\bar{B})$$

* Nếu một trong các đẳng thức trên bị vi phạm thì hai biến cố A và B không độc lập với nhau

II HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

DẠNG 1 : MÔ TẢ BIẾN CỐ, KHÔNG GIAN MẪU

BÀI TẬP.

- Câu 1 :** Hãy mô tả không gian mẫu Ω của phép thử : « Gieo một con súc sắc ». Hãy mô tả biến cố A : « Số chấm trên mặt xuất hiện là số lẻ »
- Câu 2 :** Hãy mô tả không gian mẫu Ω khi tung ba đồng xu
- Câu 3 :** Hãy mô tả không gian mẫu khi thực hiện phép thử : Lấy ngẫu nhiên từng quả cầu đánh số 1 ;2 ;3 ra và xếp thành một hàng ngang để được một số có ba chữ số.
- Câu 4 :** Một hộp đựng 10 thẻ, đánh số từ 1 đến 10. Chọn ngẫu nhiên 3 thẻ. Gọi A là biến cố để tổng số của 3 thẻ được chọn không vượt quá 8. Tính số phần tử của biến cố A
- Câu 5 :** Gieo con súc sắc hai lần. Biến cố A là biến cố để sau hai lần gieo có ít nhất một mặt 6 chấm .
Mô tả biến cố A
 $A = \{(6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5)\}$.
- Câu 6.** Gieo 2 con súc sắc và gọi kết quả xảy ra là tích số hai nút ở mặt trên. Số phần tử của không gian mẫu là:
- Câu 7.** Một hộp đựng 10 thẻ, đánh số từ 1 đến 10. Chọn ngẫu nhiên 3 thẻ. Gọi A là biến cố để tổng số của 3 thẻ được chọn không vượt quá 8. Số phần tử của biến cố A là:
- Câu 8.** Gieo một đồng tiền và một con súc sắc. Số phần tử của không gian mẫu là
- Câu 9.** Gieo ngẫu nhiên 2 đồng tiền thì không gian mẫu của phép thử có bao nhiêu phần tử?
- Câu 10.** Gieo một đồng tiền liên tiếp 2 lần. Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)$ là?
- Câu 11.** Gieo một con súc sắc 2 lần. Số phần tử của không gian mẫu là?
- Câu 12.** Gieo một đồng tiền liên tiếp 3 lần thì $n(\Omega)$ là bao nhiêu?

DẠNG 2: MỐI LIÊN HỆ GIỮA CÁC BIẾN CỐ

BÀI TẬP.

- Câu 1 :** Một lớp có 15 học sinh nam và 17 học sinh nữ. Gọi A là biến cố : “lập một đội văn nghệ của lớp gồm 7 học sinh trong đó nhất thiết phải có học sinh nữ”. Hãy mô tả biến cố đối của biến cố A (Giả thiết rằng học sinh nào cũng có khả năng văn nghệ)
- Câu 2 :** Một xạ thủ bắn hai phát độc lập với nhau. Gọi A_1, A_2 lần lượt là biến cố lần thứ nhất và lần thứ 2 bắn trúng hồng tâm. Hãy biểu diễn các biến cố sau thông qua các biến cố A_1, A_2
- Cả hai lần đều bắn trúng hồng tâm
 - Cả hai lần không bắn trúng hồng tâm
 - Ít nhất một lần bắn trúng hồng tâm

DẠNG 3: XÁC ĐỊNH KHÔNG GIAN MẪU VÀ BIẾN CỐ



PHƯƠNG PHÁP.

Phương pháp 1: Liệt kê các phần tử của không gian mẫu và biến cố rồi đếm.

Phương pháp 2: Sử dụng các quy tắc đếm, các kiến thức về hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp để xác định số phần tử của không gian mẫu và biến cố.



BÀI TẬP.

Câu 1. Gieo một đồng xu cân đối và đồng chất liên tiếp cho đến khi lần đầu tiên xuất hiện mặt sấp hoặc cả năm lần ngửa thì dừng lại.

1. Mô tả không gian mẫu.

2. Xác định các biến cố:

A : “Số lần gieo không vượt quá ba”

B : “Có ít nhất 2 lần gieo xuất hiện mặt ngửa”

Câu 2. Trong một chiếc hộp đựng 6 viên bi đỏ, 8 viên bi xanh, 10 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi. Tính số phần tử của

1. Không gian mẫu

2. Các biến cố:

a) A : “ 4 viên bi lấy ra có đúng hai viên bi màu trắng”.

b) B : “ 4 viên bi lấy ra có ít nhất một viên bi màu đỏ”.

c) C : “ 4 viên bi lấy ra có đủ 3 màu”.

Câu 3. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau. Tính số phần tử của

1. Không gian mẫu.

2. Các biến cố

a) A : “Số được chọn chia hết cho 5”

b) B : “Số được chọn có đúng 2 chữ số lẻ và hai chữ số lẻ không đứng kề nhau”

Câu 4. Một xạ thủ bắn liên tục 4 phát đạn vào bia. Gọi A_k là các biến cố “ xạ thủ bắn trúng lần thứ k ” với $k = 1, 2, 3, 4$. Hãy biểu diễn các biến cố sau qua các biến cố A_1, A_2, A_3, A_4 .

A : “Lần thứ tư mới bắn trúng bia”.

B : “Bắn trúng bia ít nhất một lần”.

C : "Bắn trúng bia đúng ba lần".

Câu 5. Có 100 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 100. Lấy ngẫu nhiên 5 thẻ. Tính số phần tử của

1. Không gian mẫu

2. Các biến cố:

a) A : "Số ghi trên các tấm thẻ được chọn đều là số chẵn".

b) B : "Có ít nhất một số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3".

DẠNG 4: TÍNH XÁC SUẤT THEO ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂN



1 PHƯƠNG PHÁP.

- Tính xác suất theo thống kê ta sử dụng công thức:

$$P(A) = \frac{n}{N}.$$

- Tính xác suất của biến cố theo định nghĩa cổ điển ta sử dụng công thức:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}.$$



2 BÀI TẬP.

Câu 1. Bộ bài tú - lơ khơ có 52 quân bài. Rút ngẫu nhiên ra 4 quân bài. Tính xác suất của các biến cố

a) A : "Rút ra được tứ quý K"

b) B : "4 quân bài rút ra có ít nhất một con Át"

c) C : "4 quân bài lấy ra có ít nhất hai quân bích"

Câu 2. Trong một chiếc hộp có 20 viên bi, trong đó có 8 viên bi màu đỏ, 7 viên bi màu xanh và 5 viên bi màu vàng. Lấy ngẫu nhiên ra 3 viên bi. Tìm xác suất để:

a) 3 viên bi lấy ra đều màu đỏ.

b) 3 viên bi lấy ra có không quá hai màu.

Câu 3. Chọn ngẫu nhiên 3 số trong 80 số tự nhiên $1, 2, 3, \dots, 80$. Tính xác suất của các biến cố:

1. A : "Trong 3 số đó có đúng 2 số là bội số của 5".

2. B : "Trong 3 số đó có ít nhất một số chính phương".

Câu 4. Xếp 5 học sinh nam và 3 học sinh nữ vào một bàn dài có 8 ghế. Tính xác suất sao cho:

a) Các học sinh nam luôn ngồi cạnh nhau.

b) Không có hai học sinh nữ nào ngồi cạnh nhau.

- Câu 5.** Xếp ngẫu nhiên 8 chữ cái trong cụm từ “THANH HOA” thành một hàng ngang. Tính xác suất để có ít nhất hai chữ cái H đứng cạnh nhau.
- Câu 6.** Một tổ học sinh có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho 2 người được chọn đều là nữ.
- Câu 7.** Trong trò chơi “Chiếc nón kì diệu” chiếc kim của bánh xe có thể dừng lại ở một trong 7 vị trí với khả năng như nhau. Tính xác suất để trong ba lần quay, chiếc kim của bánh xe đó lần lượt dừng lại ở ba vị trí khác nhau.
- Câu 8.** Một túi đựng 6 bi xanh và 4 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 2 bi. Xác suất để cả hai bi đều đỏ là.
- Câu 9.** Có 7 tấm bìa ghi 7 chữ “HOC”, “TAP”, “VI”, “NGAY”, “MAI”, “LAP”, “NGHIEP”. Một người xếp ngẫu nhiên 7 tấm bìa cạnh nhau. Tính xác suất để khi xếp các tấm bìa được dòng chữ “HOC TAP VI NGÀY MAI LAP NGHIEP”.
- Câu 10.** Một tổ học sinh có 6 nam và 4 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho hai người được chọn đều là nữ.
- Câu 11.** Gieo một con xúc sắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để xuất hiện mặt có số chấm chia hết cho 3.
- Câu 12.** Một lô hàng có 20 sản phẩm, trong đó 4 phế phẩm. Lấy tùy ý 6 sản phẩm từ lô hàng đó. Hãy tính xác suất để trong 6 sản phẩm lấy ra có không quá 1 phế phẩm.
- Câu 13.** Có 7 tấm bìa ghi 7 chữ “HIEN”, “TAI”, “LA”, “NGUYEN”, “KHI”, “QUOC”, “GIA”. Một người xếp ngẫu nhiên 7 tấm bìa cạnh nhau. Tính xác suất để khi xếp các tấm bìa được dòng chữ “HIEN TAI LA NGUYEN KHI QUOC GIA”.
- Câu 14.** Trên giá sách có 4 quyển sách toán, 3 quyển sách lý, 2 quyển sách hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất để trong ba quyển sách lấy ra có ít nhất một quyển là toán.
- Câu 15.** Gieo ngẫu nhiên 2 con xúc sắc cân đối đồng chất. Tìm xác suất của biến cố: “Hiệu số chấm xuất hiện trên 2 con xúc sắc bằng 1”.
- Câu 16.** Có 10 tấm bìa ghi 10 chữ “NOI”, “NAO”, “CO”, “Y”, “CHI”, “NOI”, “DO”, “CO”, “CON”, “DUONG”. Một người xếp ngẫu nhiên 10 tấm bìa cạnh nhau. Tính xác suất để xếp các tấm bìa được dòng chữ “NOI NAO CO Y CHI NOI DO CO CON DUONG”.
- Câu 17.** Một lô hàng gồm 30 sản phẩm tốt và 10 sản phẩm xấu. Lấy ngẫu nhiên 3 sản phẩm. Tính xác suất để 3 sản phẩm lấy ra có ít nhất một sản phẩm tốt.
- Câu 18.** Trong trò chơi “Chiếc nón kỳ diệu” chiếc kim của bánh xe có thể dừng lại ở một trong 6 vị trí với khả năng như nhau. Tính xác suất để trong ba lần quay, chiếc kim của bánh xe đó lần lượt dừng lại ở ba vị trí khác nhau.
- Câu 19.** Lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ một thùng gồm 4 bi xanh, 5 bi đỏ và 6 bi vàng. Tính xác suất để lấy được hai viên bi khác màu?
- Câu 20.** Thầy giáo có 10 câu hỏi trắc nghiệm, trong đó có 6 câu đại số và 4 câu hình học. Thầy gọi bạn Nam lên trả bài bằng cách chọn lấy ngẫu nhiên 3 câu hỏi trong 10 câu hỏi trên để trả lời. Hỏi xác suất bạn Nam chọn ít nhất có một câu hình học là bằng bao nhiêu?
- Câu 21.** Để chào mừng ngày nhà giáo Việt Nam 20–11 Đoàn trường THPT Hai Bà Trưng đã phân công ba khối: khối 10, khối 11 và khối 12 mỗi khối chuẩn bị ba tiết mục gồm: một tiết mục múa, một tiết mục kịch và một tiết mục hát tốp ca. Đến ngày tổ chức ban tổ chức chọn ngẫu nhiên ba tiết mục. Tính xác suất để ba tiết mục được chọn có đủ ba khối và có đủ ba nội dung?
- Câu 22.** Thầy X có 15 cuốn sách gồm 4 cuốn sách toán, 5 cuốn sách lý và 6 cuốn sách hóa. Các cuốn sách đôi một khác nhau. Thầy X chọn ngẫu nhiên 8 cuốn sách để làm phần thưởng cho một học sinh. Tính xác suất để số cuốn sách còn lại của thầy X có đủ 3 môn.
- Câu 23.** Một tổ có 9 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Chia tổ thành 3 nhóm, mỗi nhóm 4 người để làm 3 nhiệm vụ khác nhau. Tính xác suất khi chia ngẫu nhiên nhóm nào cũng có nữ.

- Câu 24.** Một nhóm 10 học sinh gồm 6 nam trong đó có Quang, và 4 nữ trong đó có Huyền được xếp ngẫu nhiên vào 10 ghế trên một hàng ngang để dự lễ sơ kết năm học. Xác suất để xếp được giữa 2 bạn nữ gần nhau có đúng 2 bạn nam, đồng thời Quang không ngồi cạnh Huyền là

DẠNG 5: QUY TẮC TÍNH XÁC SUẤT



BÀI TẬP.

- Câu 1.** Cho hai biến cố A và B với $P(A)=0,3; P(B)=0,4$ và $P(AB)=0,2$. Hỏi hai biến cố A và B có:
- a) Xung khắc không?
 - b) Độc lập với nhau không?
- Câu 2.** Một hộp đựng 15 viên bi, trong đó có 7 viên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi (không kể thứ tự ra khỏi hộp). Tính xác suất để trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất một viên bi đỏ.
- Câu 3.** Gieo hai đồng xu A và B một cách độc lập. Đồng xu A chế tạo cân đối. Đồng xu B chế tạo không cân đối nên xác suất xuất hiện mặt sấp gấp 3 lần xác suất xuất hiện mặt ngửa. Tính xác suất để :
- a). Khi gieo 2 đồng xu một lần thì cả hai đều ngửa.
 - b). Khi gieo 2 lần thì 2 lần cả hai đồng xu đều lật ngửa.
- Câu 4.** Gieo đồng thời 2 con súc sắc cân đối đồng chất, một con màu đỏ và một con màu xanh. Tính xác suất của các biến cố sau:
- a). Biến cố A "Con đỏ xuất hiện mặt 6 chấm".
 - b). Biến cố B "Con xanh xuất hiện mặt 6 chấm".
 - c). Biến cố C "Ít nhất một con xuất hiện mặt 6 chấm".
 - d). Biến cố D "Không có con nào xuất hiện mặt 6 chấm".
 - e). Biến cố E "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con bằng 8".
 - f). Biến cố F " Số chấm xuất hiện trên hai con súc sắc hơn kém nhau 2".
- Câu 5.** An và Bình học ở hai nơi khác nhau. Xác suất để An và Bình đạt điểm giỏi về môn toán trong kỳ thi cuối năm tương ứng là 0,92 và 0,88.
- a) Tính xác suất để cả An và Bình đều đạt điểm giỏi.
 - b) Tính xác suất để cả An và Bình đều không đạt điểm giỏi.
 - c) Tính xác suất để có ít nhất một trong hai bạn An và Bình đạt điểm giỏi.
- Câu 6.** Cho A và B là hai biến cố độc lập với nhau. $P(A)=0,4, P(B)=0,3$. Khi đó $P(AB)$ bằng
- Câu 7.** Một lớp có 20 nam sinh và 15 nữ sinh. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ.
- Câu 8.** Một cái hộp chứa 6 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Lấy lần lượt 2 viên bi từ cái hộp đó. Tính xác suất để viên bi được lấy lần thứ 2 là bi xanh.
- Câu 9.** Có 9 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 9, người ta rút ngẫu nhiên hai thẻ khác nhau. Xác suất để rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn bằng
- Câu 10.** Có 9 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 9, người ta rút ngẫu nhiên hai thẻ khác nhau. Xác suất để rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn bằng

- Câu 11.** Một lớp có 35 đoàn viên trong đó có 15 nam và 20 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 đoàn viên trong lớp để tham dự hội trại 26 tháng 3. Tính xác suất để trong 3 đoàn viên được chọn có cả nam và nữ.
- Câu 12.** Trong tủ đồ chơi của bạn An có 5 con thú bông gồm: vịt, chó, mèo, gấu, voi. Bạn An muốn lấy ra một số thú bông. Xác suất để trong những con thú bông An lấy ra không có con vịt.
- Câu 13.** Việt và Nam chơi cờ. Trong một ván cờ, xác suất Việt thắng Nam là 0,3 và Nam thắng Việt là 0,4. Hai bạn dừng chơi khi có người thắng, người thua. Tính xác suất để hai bạn dừng chơi sau hai ván cờ.
- Câu 14.** Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ S , tính xác suất để các chữ số của số đó đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 0 và 1.
- Câu 15.** Kết quả (b, c) của việc gieo một con súc sắc cân đối hai lần liên tiếp, trong đó b là số chấm xuất hiện lần gieo thứ nhất, c là số chấm xuất hiện lần gieo thứ hai được thay vào phương trình bậc hai $x^2 + bx + c = 0$. Tính xác suất để phương trình bậc hai đó vô nghiệm:
- Câu 16.** Thầy Bình đặt lên bàn 30 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Bạn An chọn ngẫu nhiên 10 tấm thẻ. Tính xác suất để trong 10 tấm thẻ lấy ra có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm mang số chẵn trong đó chỉ có một tấm thẻ mang số chia hết cho 10.
- Câu 17.** Một đề thi trắc nghiệm gồm 50 câu, mỗi câu có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có 1 phương án đúng, mỗi câu trả lời đúng được 0,2 điểm. Một thí sinh làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên 1 trong 4 phương án ở mỗi câu. Tính xác suất để thí sinh đó được 6 điểm.
- Câu 18.** An và Bình cùng tham gia kì thi THPTQG năm 2018, ngoài thi ba môn Toán, Văn, Tiếng Anh bắt buộc thì An và Bình đều đăng kí thi thêm đúng hai môn tự chọn khác trong ba môn Vật lí, Hóa học và Sinh học dưới hình thức thi trắc nghiệm để xét tuyển Đại học. Mỗi môn tự chọn trắc nghiệm có 8 mã đề thi khác nhau, mã đề thi của các môn khác nhau là khác nhau. Tính xác suất để An và Bình có chung đúng một môn thi tự chọn và chung một mã đề.
- Câu 19.** Hai xạ thủ cùng bắn, mỗi người một viên đạn vào bia một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng bia của hai xạ thủ lần lượt là $\frac{1}{2}$ và $\frac{1}{3}$. Tính xác suất của biến cố có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia.

TÍNH XÁC SUẤT THEO ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂN

BÀI 26-27: BIẾN CỐ VÀ ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂN CỦA XÁC SUẤT



I LÝ THUYẾT.

I. BIẾN CỐ

1. Phép thử ngẫu nhiên (gọi tắt là phép thử) là một phép thử mà ta không đoán trước được kết quả của nó, mặc dù đã biết tập hợp tất cả các kết quả có thể có của phép thử đó.

2. Không gian mẫu

Tập hợp các kết quả có thể xảy ra của một phép thử được gọi là không gian mẫu của phép thử đó và ký hiệu là Ω .

Ví dụ: Khi ta tung một đồng xu có 2 mặt, ta hoàn toàn không biết trước được kết quả của nó, tuy nhiên ta lại biết chắc chắn rằng đồng xu rơi xuống sẽ ở một trong 2 trạng thái: sấp (S) hoặc ngửa (N).

Không gian mẫu của phép thử là $\Omega = \{S; N\}$

3. Một biến cố A (còn gọi là sự kiện A) liên quan tới phép thử T là biến cố mà việc xảy ra hay không xảy ra của nó còn tùy thuộc vào kết quả của T .

Mỗi kết quả của phép thử T làm cho biến cố A xảy ra được gọi là một kết quả thuận lợi cho A .

4. Tập hợp các kết quả thuận lợi cho A được ký hiệu bởi $n(A)$ hoặc Ω_A . Để đơn giản, ta có thể dùng chính chữ A để ký hiệu tập hợp các kết quả thuận lợi cho A .

Khi đó ta cũng nói biến cố A được mô tả bởi tập A .

5. Biến cố chắc chắn là biến cố luôn xảy ra khi thực hiện phép thử T . Biến cố chắc chắn được mô tả bởi tập Ω và được ký hiệu là Ω .

6. Biến cố không thể là biến cố không bao giờ xảy ra khi thực hiện phép thử T . Biến cố không thể được mô tả bởi tập \emptyset .

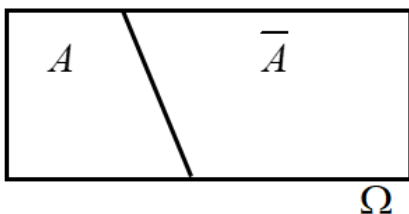
7. Các phép toán trên biến cố

* Tập $\Omega \setminus A$ được gọi là biến cố đối của biến cố A , ký hiệu là \bar{A} . Giả sử A và B là hai biến cố liên quan đến một phép thử. Ta có:

* Tập $A \cup B$ được gọi là hợp của các biến cố A và B .

* Tập $A \cap B$ được gọi là giao của các biến cố A và B .

* Nếu $A \cap B = \emptyset$ thì ta nói A và B xung khắc.



8. Bảng đọc ngôn ngữ biến cố.

Kí hiệu	Ngôn ngữ biến cố
$A \in \Omega$	A là biến cố
$A = \emptyset$	A là biến cố không
$A = \Omega$	A là biến cố chắc chắn
$C = A \cup B$	C là biến cố “ A hoặc B ”
$C = A \cap B$	C là biến cố “ A và B ”
$A \cap B = \emptyset$	A và B xung khắc
$B = \bar{A}$	A và B đối nhau

II. ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂN CỦA XÁC SUẤT

1. Định nghĩa cổ điển của xác suất:

Cho T là một phép thử ngẫu nhiên với không gian mẫu Ω là một tập hữu hạn. Giả sử A là một biến cố được mô tả bằng $\Omega_A \subset \Omega$. Xác suất của biến cố A , kí hiệu bởi $P(A)$, được cho bởi công thức

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{\text{Số kết quả thuận lợi cho A}}{\text{Số kết quả có thể xảy ra}}$$

Chú ý:

- $0 \leq P(A) \leq 1$.
- $P(\Omega) = 1, P(\emptyset) = 0$.

2. Định nghĩa thống kê của xác suất

Xét phép thử ngẫu nhiên T và một biến cố A liên quan tới phép thử đó. Nếu tiến hành lặp đi lặp lại N lần phép thử T và thống kê số lần xuất hiện của A là n .

Khi đó xác suất của biến cố A được định nghĩa như sau:

$$P(A) = \frac{n}{N}$$

III. CÁC QUY TẮC TÍNH XÁC SUẤT

1. Quy tắc cộng

a) Quy tắc cộng xác suất

* Nếu hai biến cố A, B xung khắc nhau thì

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

* Nếu các biến cố $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$ xung khắc nhau thì

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_k) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_k)$$

b) Công thức tính xác suất biến cố đối

Xác suất của biến cố \bar{A} của biến cố A là

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

2. Quy tắc nhân xác suất

Biến cố giao	Biến cố độc lập
Cho biến cố A và B . Biến cố “cả A và B đều xảy ra” kí hiệu là AB gọi là giao của hai biến cố A và B .	Hai biến cố gọi là độc lập nếu việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố này không ảnh hưởng tới xác suất xảy ra biến cố kia.
Một cách tổng quát, cho k biến cố $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$. Biến cố: “Tất cả k biến cố $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$ đều xảy ra”, kí hiệu là $A_1 A_2 A_3 \dots A_k$ được gọi là giao của k biến cố đó.	Một cách tổng quát, cho k biến cố $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$. Chúng được gọi là độc lập với nhau nếu việc xảy ra hay không xảy ra của một nhóm bất kì trong các biến cố trên không làm ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của các biến cố còn lại.

Quy tắc nhân xác suất

Nếu A và B là hai biến cố độc lập thì

$$P(AB) = P(A).P(B)$$

Một cách tổng quát, nếu k biến cố $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$ là độc lập thì

$$P(A_1, A_2, A_3, \dots, A_k) = P(A_1).P(A_2) \dots P(A_k)$$

Chú ý:

* Nếu A và B độc lập thì A và \bar{B} độc lập, B và \bar{A} độc lập, \bar{B} và \bar{A} độc lập. Do đó Nếu A và B độc lập thì ta còn có các đẳng thức

$$P(A\bar{B}) = P(A).P(\bar{B})$$

$$P(\bar{A}B) = P(\bar{A}).P(B)$$

$$P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A}).P(\bar{B})$$

* Nếu một trong các đẳng thức trên bị vi phạm thì hai biến cố A và B không độc lập với nhau



HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

DẠNG 1 : MÔ TẢ BIẾN CỐ, KHÔNG GIAN MẪU



BÀI TẬP.

Câu 1 : Hãy mô tả không gian mẫu Ω của phép thử : « Gieo một con súc sắc ». Hãy mô tả biến cố A : « Số chấm trên mặt xuất hiện là số lẻ »

Lời giải

không gian mẫu Ω của phép thử : « Gieo một con súc sắc » là tập hợp $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

Biến cố A : « Số chấm trên mặt xuất hiện là số lẻ » được mô tả bởi tập hợp $A = \{1; 3; 5\}$

Câu 2 : Hãy mô tả không gian mẫu Ω khi tung ba đồng xu

Lời giải

Ta thấy mỗi đồng xu có hai khả năng Sấp (S) hoặc ngửa (N). Vậy tung ba đồng xu có $2.2.2 = 8$ khả năng.

Cụ thể là $\Omega = \{SSS; SNS; SSN; SNN; NNN; NNS; NSN; NSS\}$

Câu 3 : Hãy mô tả không gian mẫu khi thực hiện phép thử : Lấy ngẫu nhiên từng quả cầu đánh số 1 ; 2 ; 3 ra và xếp thành một hàng ngang để được một số có ba chữ số.

Lời giải:

Không gian mẫu được mô tả như sau: $\Omega = \{123; 132; 213; 231; 312; 321\}$

Câu 4 : Một hộp đựng 10 thẻ, đánh số từ 1 đến 10. Chọn ngẫu nhiên 3 thẻ. Gọi A là biến cố để tổng số của 3 thẻ được chọn không vượt quá 8. Tính số phần tử của biến cố A

Lời giải

Liệt kê ta có: $A = \{(1; 2; 3); (1; 2; 4); (1; 2; 5); (1; 3; 4)\}$

Vậy số phần tử biến cố A là 4

Câu 5 : Gieo con súc sắc hai lần. Biến cố A là biến cố để sau hai lần gieo có ít nhất một mặt 6 chấm .
Mô tả biến cố A

$A = \{(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5)\}$.

Lời giải

Liệt kê ta có: $A = \{(1, 6), (2, 6), (3, 6), (4, 6), (5, 6), (6, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5)\}$

Câu 6. Gieo 2 con súc sắc và gọi kết quả xảy ra là tích số hai nút ở mặt trên. Số phần tử của không gian mẫu là:

Lời giải

Mô tả không gian mẫu ta có: $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 8; 9; 10; 12; 15; 16; 18; 20; 24; 25; 30; 36\}$.

Câu 7. Một hộp đựng 10 thẻ, đánh số từ 1 đến 10. Chọn ngẫu nhiên 3 thẻ. Gọi A là biến cố để tổng số của 3 thẻ được chọn không vượt quá 8. Số phần tử của biến cố A là:

Lời giải

Liệt kê ta có: $A = \{(1; 2; 3); (1; 2; 4); (1; 2; 5); (1; 3; 4)\}$.

Câu 8. Gieo một đồng tiền và một con súc sắc. Số phần tử của không gian mẫu là

Lời giải

Mô tả không gian mẫu ta có: $\Omega = \{S1; S2; S3; S4; S5; S6; N1; N2; N3; N4; N5; N6\}$.

Câu 9. Gieo ngẫu nhiên 2 đồng tiền thì không gian mẫu của phép thử có bao nhiêu phần tử?

Lời giải

Mô tả không gian mẫu ta có: $\Omega = \{SS; SN; NS; NN\}$

Câu 10. Gieo một đồng tiền liên tiếp 2 lần. Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)$ là?

Hướng dẫn giải:

$$n(\Omega) = 2.2 = 4.$$

(lần 1 có 2 khả năng xảy ra- lần 2 có 2 khả năng xảy ra).

Câu 11. Gieo một con súc sắc 2 lần. Số phần tử của không gian mẫu là?

Lời giải

$$n(\Omega) = 6.6 = 36.$$

(lần 1 có 6 khả năng xảy ra- lần 2 có 6 khả năng xảy ra).

Câu 12. Gieo một đồng tiền liên tiếp 3 lần thì $n(\Omega)$ là bao nhiêu?

Lời giải

$$n(\Omega) = 2.2.2 = 8.$$

(lần 1 có 2 khả năng xảy ra- lần 2 có 2 khả năng xảy ra – lần 3 có 2 khả năng xảy ra).

DẠNG 2: MỐI LIÊN HỆ GIỮA CÁC BIẾN CỐ



BÀI TẬP.

Câu 1: Một lớp có 15 học sinh nam và 17 học sinh nữ. Gọi A là biến cố : “lập một đội văn nghệ của lớp gồm 7 học sinh trong đó nhất thiết phải có học sinh nữ”. Hãy mô tả biến cố đối của biến cố A (Giả thiết rằng học sinh nào cũng có khả năng văn nghệ)

Lời giải

Biến cố đối của biến cố A : “7 học sinh trong đội văn nghệ đều là nam”

Câu 2: Một xạ thủ bắn hai phát độc lập với nhau. Gọi A_1, A_2 lần lượt là biến cố lần thứ nhất và lần thứ 2 bắn trúng hồng tâm. Hãy biểu diễn các biến cố sau thông qua các biến cố A_1, A_2

- Cả hai lần đều bắn trúng hồng tâm
- Cả hai lần không bắn trúng hồng tâm

c. Ít nhất một lần bắn trúng hồng tâm

Lời giải

Gọi A là biến cố cả hai lần đều bắn trúng hồng tâm

Ta có $A = A_1 \cap A_2$

Gọi B là biến cố: Cả hai lần không bắn trúng hồng tâm

Ta có $B = \overline{A_1} \cap \overline{A_2}$

Gọi C là biến cố: Ít nhất một lần bắn trúng hồng tâm

Ta có $C = (A_1 \cap \overline{A_2}) \cup (\overline{A_1} \cap A_2) \cup (A_1 \cap A_2)$

Ta thấy $C = \overline{B}$.

DẠNG 3: XÁC ĐỊNH KHÔNG GIAN MẪU VÀ BIẾN CỐ



PHƯƠNG PHÁP.

Phương pháp 1: Liệt kê các phần tử của không gian mẫu và biến cố rồi đếm.

Phương pháp 2: Sử dụng các quy tắc đếm, các kiến thức về hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp để xác định số phần tử của không gian mẫu và biến cố.



BÀI TẬP.

Câu 1. Gieo một đồng xu cân đối và đồng chất liên tiếp cho đến khi lần đầu tiên xuất hiện mặt sấp hoặc cả năm lần ngửa thì dừng lại.

1. Mô tả không gian mẫu.

2. Xác định các biến cố:

A : “Số lần gieo không vượt quá ba”

B : “Có ít nhất 2 lần gieo xuất hiện mặt ngửa”

Lời giải

Kí hiệu mặt sấp là S , mặt ngửa là N .

1. Ta có $\Omega = \{S; NS; NNS; NNNS; NNNNS; NNNNN\} \Rightarrow |\Omega| = 6$.

2. $A = \{S; NS; NNS\} \Rightarrow |\Omega_A| = 3$.

$B = \{NNS; NNNS; NNNNS; NNNNN\} \Rightarrow |\Omega_B| = 4$.

Câu 2. Trong một chiếc hộp đựng 6 viên bi đỏ, 8 viên bi xanh, 10 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi. Tính số phần tử của

1. Không gian mẫu

2. Các biến cố:

a) A : “ 4 viên bi lấy ra có đúng hai viên bi màu trắng”.

b) B : “ 4 viên bi lấy ra có ít nhất một viên bi màu đỏ”.

c) C : “ 4 viên bi lấy ra có đủ 3 màu”.

Lời giải

1. Ta có: $|\Omega| = C_{24}^4 = 10626$.

2. a) Số cách chọn 4 viên bi trong đó có đúng hai viên bi màu trắng là: $C_{10}^2 \cdot C_{14}^2 = 4095$.

Suy ra $|\Omega_A| = 4095$.

b) Số cách lấy 4 viên bi mà không có viên bi màu đỏ được chọn là C_{18}^4 .

Suy ra $|\Omega_B| = C_{24}^4 - C_{18}^4 = 7566$.

c) Số cách lấy 4 viên bi chỉ có một màu là: $C_6^4 + C_8^4 + C_{10}^4$

Số cách lấy 4 viên bi có đúng hai màu là:

$$C_{14}^4 + C_{16}^4 + C_{18}^4 - 2(C_6^4 + C_8^4 + C_{10}^4)$$

Số cách lấy 4 viên bi có đủ ba màu là:

$$C_{24}^4 - (C_{14}^4 + C_{16}^4 + C_{18}^4) + (C_6^4 + C_8^4 + C_{10}^4) = 5040$$

Suy ra $|\Omega_C| = 5859$.

Cách 2: $|\Omega_C| = C_6^1 \cdot C_8^1 \cdot C_{10}^2 + C_6^1 \cdot C_8^2 \cdot C_{10}^1 + C_6^2 \cdot C_8^1 \cdot C_{10}^1 = 5040$.

Câu 3. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau. Tính số phân tử của

1. Không gian mẫu.

2. Các biến cố

a) A : “Số được chọn chia hết cho 5”

b) B : “Số được chọn có đúng 2 chữ số lẻ và hai chữ số lẻ không đứng kề nhau”

Lời giải

1. Số các số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau là $9 \cdot A_9^3 = 4536$.

Suy ra $|\Omega| = 4536$.

2. Gọi \overline{abcd} là số có bốn chữ số đôi một khác nhau và thỏa yêu cầu bài toán ($a \neq 0$).

a) TH1: $d = 5$: Có $8.A_8^2 = 448$ (số)

TH2: $d = 0$: Có $A_9^3 = 504$ (số)

Suy ra $|\Omega_A| = 952$.

b) **Cách 1.**

TH1: Chỉ có chữ số a, c lẻ: Có $A_5^2.A_5^2 = 400$ (số)

TH2: Chỉ có chữ số a, d lẻ: Có $A_5^2.A_5^2 = 400$ (số)

TH1: Chỉ có chữ số b, d lẻ: Có $A_5^2.4.4 = 320$ (số)

Suy ra $|\Omega_B| = 1120$.

Cách 2.

Chọn từ 5 chữ số lẻ ra 2 chữ số lẻ và sắp theo thứ tự trên hàng ngang, có $A_5^2 = 20$ cách.

Với mỗi cách xếp trên ta xem như có 3 khoảng trống được tạo ra (một khoảng trống ở giữa và hai khoảng trống ở hai đầu).

Chọn ra 2 trong 5 chữ số chẵn và xếp vào 2 trong 4 ô trống đó (mỗi ô 1 chữ số) để được số thỏa yêu cầu đề bài, có $C_5^2.A_3^2 - C_4^1 = 56$ cách.

Suy ra $|\Omega_B| = 20.56 = 1120$.

Câu 4. Một xạ thủ bắn liên tục 4 phát đạn vào bia. Gọi A_k là các biến cố “xạ thủ bắn trúng lần thứ k ” với $k = 1, 2, 3, 4$. Hãy biểu diễn các biến cố sau qua các biến cố A_1, A_2, A_3, A_4 .

A : "Lần thứ tư mới bắn trúng bia".

B : "Bắn trúng bia ít nhất một lần".

C : "Bắn trúng bia đúng ba lần".

Lời giải

Ta có $\overline{A_k}$ là biến cố "Lần thứ k ($k = 1, 2, 3, 4$) xạ thủ bắn không trúng bia".

Do đó

$$A = \overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3} \cap A_4$$

$$B = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4$$

$$C = A_1 A_2 A_3 \overline{A_4} \cup A_1 A_2 \overline{A_3} A_4 \cup A_1 \overline{A_2} A_3 A_4 \cup \overline{A_1} A_2 A_3 A_4.$$

Câu 5. Có 100 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 100. Lấy ngẫu nhiên 5 thẻ. Tính số phần tử của

1. Không gian mẫu
2. Các biến cố:
 - a) A : “Số ghi trên các tấm thẻ được chọn đều là số chẵn”.
 - b) B : “Có ít nhất một số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3”.

Lời giải

1. Số phần tử của không gian mẫu $|\Omega| = C_{100}^5$.
2. a) Từ 1 đến 100 có 50 số chẵn, suy ra $|\Omega_A| = C_{50}^5$.
 b) Từ 1 đến 100 có 33 số chia hết cho 3, 67 số không chia hết cho 3.
 Ta có \bar{B} : “Cả 5 số trên 5 thẻ được chọn đều không chia hết cho 3”.
 Suy ra $|\Omega_{\bar{B}}| = C_{67}^5$, do đó $|\Omega_B| = C_{100}^5 - C_{67}^5$.

DẠNG 4: TÍNH XÁC SUẤT THEO ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂN



1 PHƯƠNG PHÁP.

- Tính xác suất theo thống kê ta sử dụng công thức:

$$P(A) = \frac{n}{N}.$$

- Tính xác suất của biến cố theo định nghĩa cổ điển ta sử dụng công thức:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}.$$



2 BÀI TẬP.

Câu 1. Bộ bài tú - lơ khơ có 52 quân bài. Rút ngẫu nhiên ra 4 quân bài. Tính xác suất của các biến cố

- a) A : “Rút ra được tứ quý K”
- b) B : “4 quân bài rút ra có ít nhất một con Át”
- c) C : “4 quân bài lấy ra có ít nhất hai quân bích”

Lời giải

- a) Ta có số cách chọn ngẫu nhiên 4 quân bài là: $C_{52}^4 = 270725$;

Suy ra $|\Omega| = 270725$

Vì bộ bài chỉ có 1 tứ quý K nên ta có $|\Omega_A| = 1$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{1}{270725}.$$

b) Ta có số cách rút 4 quân bài mà không có con Át nào là C_{48}^4 , suy ra $|\Omega_B| = C_{52}^4 - C_{48}^4$.

$$\Rightarrow P(B) = \frac{15229}{54145}.$$

c) Vì trong bộ bài có 13 quân bích, số cách rút ra bốn quân bài mà trong đó có ít nhất hai quân bích là: $C_{13}^2 \cdot C_{39}^2 + C_{13}^3 \cdot C_{39}^1 + C_{13}^4 \cdot C_{39}^0 = 69667$

$$\text{Suy ra } |\Omega_C| = 69667 \Rightarrow P(C) = \frac{5359}{20825}.$$

Câu 2. Trong một chiếc hộp có 20 viên bi, trong đó có 8 viên bi màu đỏ, 7 viên bi màu xanh và 5 viên bi màu vàng. Lấy ngẫu nhiên ra 3 viên bi. Tìm xác suất để:

- 3 viên bi lấy ra đều màu đỏ.
- 3 viên bi lấy ra có không quá hai màu.

Lời giải

Gọi các biến cố A : “3 viên bi lấy ra đều màu đỏ”

B : “3 viên bi lấy ra có đúng hai màu”

Số cách lấy 3 viên bi từ 20 viên bi là C_{20}^3 nên ta có $|\Omega| = C_{20}^3 = 1140$.

a. Số cách lấy 3 viên bi màu đỏ là $C_8^3 = 56$ nên $|\Omega_A| = 56$.

$$\text{Do đó: } P(A) = \frac{56}{1140} = \frac{14}{285}.$$

b. Ta có:

Số cách lấy 3 viên bi có đúng hai màu

$$\text{Đỏ và xanh: } C_{15}^3 - (C_8^3 + C_7^3)$$

$$\text{Đỏ và vàng: } C_{13}^3 - (C_8^3 + C_5^3)$$

$$\text{Vàng và xanh: } C_{12}^3 - (C_5^3 + C_7^3)$$

Nên số cách lấy 3 viên bi có đúng hai màu:

$$C_{15}^3 + C_{13}^3 + C_{12}^3 - 2(C_8^3 + C_7^3 + C_5^3) = 759$$

Do đó: $|\Omega_B| = 759$. Vậy $P(B) = \frac{253}{380}$.

Câu 3. Chọn ngẫu nhiên 3 số trong 80 số tự nhiên $1, 2, 3, \dots, 80$. Tính xác suất của các biến cố:

1. A : “Trong 3 số đó có đúng 2 số là bội số của 5”.

2. B : “Trong 3 số đó có ít nhất một số chính phương”.

Lời giải

Số cách chọn 3 số từ 80 số là $|\Omega| = C_{80}^3 = 82160$

1. Từ 1 đến 80 có $\left[\frac{80}{5} \right] = 16$ số chia hết cho 5 và có $80 - 16 = 64$ số không chia hết cho 5.

Do đó $|\Omega_A| = C_{64}^1 \cdot C_{16}^2 \Rightarrow P(A) = \frac{C_{64}^1 \cdot C_{16}^2}{C_{80}^3} = \frac{96}{1027}$.

2. Từ 1 đến 80 có 8 số chính phương là: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64.

Số cách chọn 3 số không có số chính phương nào được chọn là C_{72}^3 .

Suy ra $|\Omega_B| = C_{80}^3 - C_{72}^3 \Rightarrow P(B) = \frac{C_{80}^3 - C_{72}^3}{C_{80}^3} = \frac{563}{2054}$.

Câu 4. Xếp 5 học sinh nam và 3 học sinh nữ vào một bàn dài có 8 ghế. Tính xác suất sao cho:

a) Các học sinh nam luôn ngồi cạnh nhau.

b) Không có hai học sinh nữ nào ngồi cạnh nhau.

Lời giải

Ta có $|\Omega| = 8! = 40320$.

Gọi các biến cố

A : “Các học sinh nam luôn ngồi cạnh nhau”

B : “ Không có hai học sinh nữ nào ngồi cạnh nhau”

a) Số cách xếp 5 học sinh nam thành hàng ngang là $5! = 120$. Ứng với mỗi cách sắp xếp này, ta có $4! = 24$ cách sắp xếp thêm 3 bạn nữ vào sao cho thỏa yêu cầu bài toán.

Suy ra $|\Omega_A| = 120 \cdot 24 = 2880$. Do đó $P(A) = \frac{2880}{40320} = \frac{1}{14}$.

b) Số cách xếp 5 học sinh nam thành hàng ngang là $5! = 120$.

Ứng với mỗi cách sắp xếp này, ta có 6 khoảng trống (2 khoảng trống ở hai đầu và 4 khoảng trống ở giữa). Xếp 3 học sinh nữ vào các khoảng trống đó, có $A_6^3 = 120$ cách.

$$\text{Suy ra } |\Omega_B| = 120 \cdot 120 = 14400. \text{ Do đó } P(B) = \frac{14400}{40320} = \frac{5}{14}.$$

Câu 5. Xếp ngẫu nhiên 8 chữ cái trong cụm từ “THANH HOA” thành một hàng ngang. Tính xác suất để có ít nhất hai chữ cái H đứng cạnh nhau.

Lời giải

Cách 1:

Xét trường hợp các chữ cái được xếp bất kì, khi đó ta xếp các chữ cái lần lượt như sau

- Có C_8^3 cách chọn vị trí và xếp có 3 chữ cái H.
- Có C_5^2 cách chọn vị trí và xếp có 2 chữ cái A.
- Có $3!$ cách xếp 3 chữ cái T, O, N.
- Do đó số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_8^3 \cdot C_5^2 \cdot 3! = 3360$.

Gọi A là biến cố đã cho.

- Nếu có 3 chữ H đứng cạnh nhau thì ta có 6 cách xếp 3 chữ H.
- Nếu có đúng 2 chữ H đứng cạnh nhau: Khi 2 chữ H ở 2 vị trí đầu (hoặc cuối) thì có 5 cách xếp chữ cái H còn lại, còn khi 2 chữ H đứng ở các vị trí giữa thì có 4 cách xếp chữ cái H còn lại. Do đó có $2 \cdot 5 + 5 \cdot 4 = 30$ cách xếp 3 chữ H sao cho có đúng 2 chữ H đứng cạnh nhau

Như vậy có $30 + 6 = 36$ cách xếp 3 chữ H, ứng với cách xếp trên ta có C_5^2 cách chọn vị trí và xếp 2 chữ cái A và $3!$ cách xếp 3 chữ cái T, O, N.

$$\text{Suy ra } n(A) = 36 \cdot C_5^2 \cdot 3! = 2160. \text{ Vậy xác suất cần tìm là } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2160}{3360} = \frac{9}{14}.$$

Cách 2:

$$\text{Số phần tử của không gian mẫu là } n(\Omega) = \frac{8!}{2!3!} = 3360.$$

Gọi A là biến cố đã cho, ta sẽ tìm số phần tử của \bar{A} .

$$\text{Đầu tiên ta xếp 2 chữ cái A và 3 chữ cái T, O, N, có } \frac{5!}{2!} = 60 \text{ cách xếp.}$$

Tiếp theo ta có 6 vị trí (xen giữa và ở hai đầu) để xếp 3 chữ cái H, có C_6^3 cách xếp

$$\text{Do đó } n(\bar{A}) = 60 \cdot C_6^3 = 1200, \text{ suy ra } n(A) = n(\Omega) - n(\bar{A}) = 3360 - 1200 = 2160$$

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2160}{3360} = \frac{9}{14}.$$

Câu 6. Một tổ học sinh có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho 2 người được chọn đều là nữ.

Lời giải

$$\text{Xác suất 2 người được chọn đều là nữ là } \frac{C_3^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{15}.$$

- Câu 7.** Trong trò chơi “Chiếc nón kì diệu” chiếc kim của bánh xe có thể dừng lại ở một trong 7 vị trí với khả năng như nhau. Tính xác suất để trong ba lần quay, chiếc kim của bánh xe đó lần lượt dừng lại ở ba vị trí khác nhau.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = 7^3$.

Gọi A : “Trong ba lần quay, chiếc kim của bánh xe dừng lại ở 3 vị trí khác nhau”.

Suy ra $n(A) = 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$. Vậy $P(A) = \frac{210}{7^3} = \frac{30}{49}$.

- Câu 8.** Một túi đựng 6 bi xanh và 4 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 2 bi. Xác suất để cả hai bi đều đỏ là.

Lời giải

Ta có số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{10}^2 = 45$.

Gọi A : “Hai bi lấy ra đều là bi đỏ”.

Khi đó $n(A) = C_4^2 = 6$.

Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2}{15}$.

- Câu 9.** Có 7 tấm bìa ghi 7 chữ “HỌC”, “TẬP”, “VÌ”, “NGÀY”, “MAI”, “LẬP”, “NGHIỆP”. Một người xếp ngẫu nhiên 7 tấm bìa cạnh nhau. Tính xác suất để khi xếp các tấm bìa được dòng chữ “HỌC TẬP VÌ NGÀY MAI LẬP NGHIỆP”.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $7! = 5040$.

Xác suất để khi xếp các tấm bìa được dòng chữ “HỌC TẬP VÌ NGÀY MAI LẬP NGHIỆP” là $\frac{1}{5040}$.

- Câu 10.** Một tổ học sinh có 6 nam và 4 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho hai người được chọn đều là nữ.

Lời giải

Chọn ngẫu nhiên 2 người trong 10 người có C_{10}^2 cách chọn.

Hai người được chọn đều là nữ có C_4^2 cách.

Xác suất để hai người được chọn đều là nữ là: $\frac{C_4^2}{C_{10}^2} = \frac{2}{15}$.

- Câu 11.** Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để xuất hiện mặt có số chấm chia hết cho 3.

Lời giải

Ta có $n(\Omega) = 6$ và $n(A) = 2$. Vậy $P(A) = \frac{1}{3}$.

- Câu 12.** Một lô hàng có 20 sản phẩm, trong đó 4 phế phẩm. Lấy tùy ý 6 sản phẩm từ lô hàng đó. Hãy tính xác suất để trong 6 sản phẩm lấy ra có không quá 1 phế phẩm.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = 38760$.

Kết quả trong 6 sản phẩm lấy ra có không quá 1 phế phẩm là $n(A) = C_{16}^5 \cdot C_4^1 + C_{16}^6 = 25480$.

Xác suất cần tìm là: $P = \frac{25480}{38760} = \frac{637}{969}$.

- Câu 13.** Có 7 tấm bìa ghi 7 chữ “HIỀN”, “TÀI”, “LÀ”, “NGUYÊN”, “KHÍ”, “QUỐC”, “GIA”. Một người xếp ngẫu nhiên 7 tấm bìa cạnh nhau. Tính xác suất để khi xếp các tấm bìa được dòng chữ “HIỀN TÀI LÀ NGUYÊN KHÍ QUỐC GIA”.

Lời giải

Xếp ngẫu nhiên 7 tấm bìa có $7! = 5040$ (cách xếp) $\Rightarrow n(\Omega) = 5040$.

Đặt A là biến cố “xếp được chữ HIỀN TÀI LÀ NGUYÊN KHÍ QUỐC GIA”. Ta có $n(A) = 1$.

Vậy $P(A) = \frac{1}{5040}$.

- Câu 14.** Trên giá sách có 4 quyển sách toán, 3 quyển sách lý, 2 quyển sách hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất để trong ba quyển sách lấy ra có ít nhất một quyển là toán.

Lời giải

Số kết quả có thể khi chọn bất kì 3 quyển sách trong 9 quyển sách là $C_9^3 = 84$.

Gọi A là biến cố ‘Lấy được ít nhất 1 sách toán trong 3 quyển sách.’

\bar{A} là biến cố ‘Không lấy được sách toán trong 3 quyển sách.’

Ta có xác suất để xảy ra A là $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{C_5^3}{84} = \frac{37}{42}$.

- Câu 15.** Gieo ngẫu nhiên 2 con xúc sắc cân đối đồng chất. Tìm xác suất của biến cố: “Hiệu số chấm xuất hiện trên 2 con xúc sắc bằng 1”.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = 6 \cdot 6 = 36$.

Gọi A là biến cố thỏa mãn yêu cầu bài toán:

$A = \{(1; 2), (2; 1), (3; 2), (2; 3), (3; 4), (4; 3), (4; 5), (5; 4), (5; 6), (6; 5)\}$ nên $n(A) = 10$.

Vậy $P(A) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$.

- Câu 16.** Có 10 tấm bìa ghi 10 chữ “NƠI”, “NÀO”, “CÓ”, “Ý”, “CHÍ”, “NƠI”, “ĐÓ”, “CÓ”, “CON”, “ĐƯỜNG”. Một người xếp ngẫu nhiên 10 tấm bìa cạnh nhau. Tính xác suất để xếp các tấm bìa được dòng chữ “NƠI NÀO CÓ Ý CHÍ NƠI ĐÓ CÓ CON ĐƯỜNG”.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 10!$

Gọi A là biến cố xếp các tấm bìa được dòng chữ “NƠI NÀO CÓ Ý CHÍ NƠI ĐÓ CÓ CON ĐƯỜNG”.

Chú ý rằng có hai chữ “NỘI” và hai chữ “CÓ”, nên để tính $n(A)$, ta làm như sau:

- Có C_2^1 cách chọn một chữ “NỘI” và đặt vào đầu câu
- Có C_2^1 cách chọn một chữ “CÓ” và đặt vào vị trí thứ ba
- Các vị trí còn lại chỉ có một cách đặt chữ

$$\text{Vậy } n(A) = C_2^1 \cdot C_2^1 \cdot 1 = 4, \text{ nên } P(A) = \frac{4}{10!} = \frac{4}{3628800} = \frac{1}{907200}.$$

Câu 17. Một lô hàng gồm 30 sản phẩm tốt và 10 sản phẩm xấu. Lấy ngẫu nhiên 3 sản phẩm. Tính xác suất để 3 sản phẩm lấy ra có ít nhất một sản phẩm tốt.

Lời giải

Chọn ra ba sản phẩm tùy ý có $C_{40}^3 = 9880$ cách chọn.

Do đó $n(\Omega) = 9880$.

Gọi A là biến cố có ít nhất 1 sản phẩm tốt. Khi đó \bar{A} là biến cố 3 sản phẩm không có sản phẩm tốt.

$$n(\bar{A}) = C_{10}^3 = 120.$$

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là } \mathbb{P}(A) = 1 - \mathbb{P}(\bar{A}) = 1 - \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = 1 - \frac{120}{9880} = \frac{244}{247}.$$

Câu 18. Trong trò chơi “Chiếc nón kỳ diệu” chiếc kim của bánh xe có thể dừng lại ở một trong 6 vị trí với khả năng như nhau. Tính xác suất để trong ba lần quay, chiếc kim của bánh xe đó lần lượt dừng lại ở ba vị trí khác nhau.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_6^1 C_6^1 C_6^1 = 6^3$

Gọi A là biến cố “trong ba lần quay, chiếc kim của bánh xe dừng lại ở ba vị trí khác nhau”

Số phần tử thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = C_6^1 C_5^1 C_4^1$

$$\text{Vậy xác suất của biến cố } A \text{ là } \mathbb{P}(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_6^1 C_5^1 C_4^1}{C_6^1 C_6^1 C_6^1} = \frac{5}{9}.$$

Câu 19. Lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ một thùng gồm 4 bi xanh, 5 bi đỏ và 6 bi vàng. Tính xác suất để lấy được hai viên bi khác màu?

Lời giải

Tổng số bi trong thùng là $4 + 5 + 6 = 15$ (bi).

Số kết quả có thể khi lấy ra 2 viên bi bất kì từ 15 viên bi là $C_{15}^2 = 105$.

Số kết quả thuận lợi khi lấy ra hai bi khác màu là $C_4^1 C_5^1 + C_5^1 C_6^1 + C_4^1 C_6^1 = 74$.

Gọi A là biến cố lấy ra hai viên bi khác màu. Xác suất xảy ra A là $P(A) = \frac{74}{105} \approx 70,5\%.$

- Câu 20.** Thầy giáo có 10 câu hỏi trắc nghiệm, trong đó có 6 câu đại số và 4 câu hình học. Thầy gọi bạn Nam lên trả bài bằng cách chọn lấy ngẫu nhiên 3 câu hỏi trong 10 câu hỏi trên để trả lời. Hỏi xác suất bạn Nam chọn ít nhất có một câu hình học là bằng bao nhiêu?

Lời giải

Chọn ngẫu nhiên 3 câu hỏi trong 10 câu hỏi thì số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{10}^3.$

Gọi A : “chọn ít nhất có một câu hình học”, suy ra \bar{A} : “không chọn được câu hình”.

Có $n(\bar{A}) = C_6^3$ suy ra $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{C_6^3}{C_{10}^3} = \frac{5}{6}.$

- Câu 21.** Để chào mừng ngày nhà giáo Việt Nam 20–11 Đoàn trường THPT Hai Bà Trưng đã phân công ba khối: khối 10, khối 11 và khối 12 mỗi khối chuN bị ba tiết mục gồm: một tiết mục múa, một tiết mục kịch và một tiết mục hát tập ca. Đến ngày tổ chức ban tổ chức chọn ngẫu nhiên ba tiết mục. Tính xác suất để ba tiết mục được chọn có đủ ba khối và có đủ ba nội dung?

Lời giải

Chọn ba tiết mục trong chín tiết mục có $n(\Omega) = C_9^3$ cách chọn.

Gọi A là biến cố: ba tiết mục được chọn có đủ ba khối và có đủ ba nội dung.

Chọn tiết mục khối 10 có 3 cách chọn

Chọn tiết mục ở khối 11 có 2 cách

Và tiết mục ở khối 12 có 1 cách.

Nên có $n(A) = 3.2.1 = 6$ cách chọn

Xác suất của biến cố A : $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{14}.$

- Câu 22.** Thầy X có 15 cuốn sách gồm 4 cuốn sách toán, 5 cuốn sách lí và 6 cuốn sách hóa. Các cuốn sách đôi một khác nhau. Thầy X chọn ngẫu nhiên 8 cuốn sách để làm phần thưởng cho một học sinh. Tính xác suất để số cuốn sách còn lại của thầy X có đủ 3 môn.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Số cuốn sách còn lại của thầy X có đủ 3 môn”, suy ra \bar{A} là biến cố “Số cuốn sách còn lại của thầy X không có đủ 3 môn”= “Thầy X đã lấy hết số sách của một môn học”.

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{15}^8 = 6435$

$n(\bar{A}) = C_4^4.C_{11}^4 + C_5^5.C_{10}^3 + C_6^6.C_9^2 = 486 \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{54}{715} \Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = \frac{661}{715}.$

- Câu 23.** Một tổ có 9 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Chia tổ thành 3 nhóm, mỗi nhóm 4 người để làm 3 nhiệm vụ khác nhau. Tính xác suất khi chia ngẫu nhiên nhóm nào cũng có nữ.

Lời giải

Không gian mẫu $C_{12}^4.C_8^4.1 = 34650.$

Gọi A là biến cố “Chia mỗi nhóm có đúng một nữ và ba nam”

Số cách phân chia cho nhóm 1 là $C_3^1 C_9^3 = 252$ (cách).

Khi đó còn lại 2nữ 6nam nên số cách phân chia cho nhóm 2 có $C_2^1 C_6^3 = 40$ (cách).

Cuối cùng còn lại bốn người thuộc về nhóm 3 nên có 1 cách chọn.

Theo quy tắc nhân ta có số kết quả thuận lợi $n(A) = 252.40.1 = 10080$ (cách).

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{10080}{34650} = \frac{16}{55}$.

Câu 24. Một nhóm 10 học sinh gồm 6 nam trong đó có Quang, và 4 nữ trong đó có Huyền được xếp ngẫu nhiên vào 10 ghế trên một hàng ngang để dự lễ sơ kết năm học. Xác suất để xếp được giữa 2 bạn nữ gần nhau có đúng 2 bạn nam, đồng thời Quang không ngồi cạnh Huyền là

Lời giải

Ta có: $n(\Omega) = 10!$.

Giả sử các ghế được đánh số từ 1 đến 10.

Để có cách xếp sao cho giữa 2 bạn nữ có đúng 2 bạn nam thì các bạn nữ phải ngồi ở các ghế đánh số 1, 4, 7, 10. Có tất cả số cách xếp chỗ ngồi loại này là $6!.4!$ cách.

Ta tính số cách sắp xếp chỗ ngồi sao cho Huyền và Quang ngồi cạnh nhau

Nếu Huyền ngồi ở ghế 1 hoặc 10 thì có 1 cách xếp chỗ ngồi cho Quang. Nếu Huyền ngồi ở ghế 4 hoặc 7 thì có 2 cách xếp chỗ ngồi cho Quang.

Do đó, số cách xếp chỗ ngồi cho Quang và Huyền ngồi liền nhau là $2 + 2.2 = 6$.

Suy ra, số cách xếp chỗ ngồi cho 10 người sao cho Quang và Huyền ngồi liền nhau là

$6.3!.5!$.

Gọi A : “Giữa 2 bạn nữ gần nhau có đúng 2 bạn nam, đồng thời Quang không ngồi cạnh Huyền”.

$$n(A) = 4!.6! - 6.3!.5! = 12960 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{12960}{10!} = \frac{1}{280}.$$

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{1}{280}$.

DẠNG 5: QUY TẮC TÍNH XÁC SUẤT



BÀI TẬP.

Câu 1. Cho hai biến cố A và B với $P(A) = 0,3; P(B) = 0,4$ và $P(AB) = 0,2$. Hỏi hai biến cố A và B có:

a) Xung khắc không?

b) Độc lập với nhau không?

Lời giải

a) Vì $P(AB) = 0,2 \neq 0$ nên hai biến cố A và B không xung khắc.

b) Ta có $P(A).P(B) = 0,12 \neq 0,2 = P(AB)$ nên hai biến cố A và B không độc lập với nhau.

Câu 2. Một hộp đựng 15 viên bi, trong đó có 7 viên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi (không kể thứ tự ra khỏi hộp). Tính xác suất để trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất một viên bi đỏ.

Lời giải

Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi trong 15 viên bi, số cách chọn $n(\Omega) = C_{15}^3 = 455$.

Gọi A là biến cố " trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất một viên bi đỏ". Các trường hợp thuận lợi cho biến cố A:

Trường hợp 1: Lấy được 1 bi đỏ và 2 bi xanh, số cách lấy $C_8^1 C_7^2$

Trường hợp 2: Lấy được 2 bi đỏ và 1 bi xanh, số cách lấy $C_8^2 C_7^1$

Trường hợp 3: Lấy được 3 bi đều đỏ, số cách lấy C_8^3

Số trường hợp thuận lợi cho A, $n(A) = C_8^1 C_7^2 + C_8^2 C_7^1 + C_8^3 = 420$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{420}{455} = \frac{12}{13}.$$

Cách 2: Gọi biến cố \bar{A} "Cả 3 bi lấy ra đều không có đỏ", nghĩa là ba bi lấy ra đều bi xanh

$$n(\bar{A}) = C_7^3 = 35. \text{ Suy ra } P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{35}{455} = \frac{12}{13}$$

Câu 3. Gieo hai đồng xu A và B một cách độc lập. Đồng xu A chế tạo cân đối. Đồng xu B chế tạo không cân đối nên xác suất xuất hiện mặt sấp gấp 3 lần xác suất xuất hiện mặt ngửa. Tính xác suất để :

a). Khi gieo 2 đồng xu một lần thì cả hai đều ngửa.

b). Khi gieo 2 lần thì 2 lần cả hai đồng xu đều lật ngửa.

Lời giải

a). Gọi X là biến cố " Đồng xu A xuất hiện mặt ngửa ".

Gọi Y là biến cố " Đồng xu B xuất hiện mặt ngửa ".

$$\text{Vì đồng xu A chế tạo cân đối nên } P(X) = \frac{1}{2}.$$

Theo giả thuyết thì xác suất xuất hiện mặt sấp của đồng xu B gấp 3 lần xác suất xuất hiện mặt ngửa do đó $P(Y) = \frac{1}{4}$.

Biến cố cần tính cả hai đồng xu đều xuất hiện mặt ngửa là XY. Vì X, Y là hai biến cố độc lập nên $P(XY) = P(X).P(Y) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$.

- b). Xác suất để trong một lần gieo cả hai đồng xu đều ngửa là $\frac{1}{8}$. Suy ra xác suất khi gieo hai lần thì cả hai lần hai đồng xu đều ngửa là $\left(\frac{1}{8}\right)^2 = \frac{1}{64}$.

Câu 4. Gieo đồng thời 2 con súc sắc cân đối đồng chất, một con màu đỏ và một con màu xanh. Tính xác suất của các biến cố sau:

- Biến cố A "Con đỏ xuất hiện mặt 6 chấm".
- Biến cố B "Con xanh xuất hiện mặt 6 chấm".
- Biến cố C "Ít nhất một con xuất hiện mặt 6 chấm".
- Biến cố D "Không có con nào xuất hiện mặt 6 chấm".
- Biến cố E "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con bằng 8".
- Biến cố F "Số chấm xuất hiện trên hai con súc sắc hơn kém nhau 2".

Lời giải

Không gian mẫu $\Omega = \{(a; b) : 1 \leq a, b \leq 6\}$. Trong đó a là số chấm trên con đỏ, b là số chấm trên con xanh. Như vậy không gian mẫu Ω có 36 phần tử $\Rightarrow n(\Omega) = 36$.

a). Ta có $A = \{(6, b) : 1 \leq b \leq 6\} \Rightarrow n(A) = 6$. Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

b). Hoàn toàn tương tự câu a) có $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

c). Ta có $A \cap B = \{6, 6\} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{36}$.

Do đó: $P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{36} = \frac{11}{36}$

d). Dễ thấy D chính là biến cố đối của C nên $P(D) = 1 - P(C) = 1 - \frac{11}{36} = \frac{25}{36}$.

e). Các trường hợp thuận lợi của biến cố E :

$\{(2, 6), (6, 2), (3, 5), (5, 3), (4, 4)\} \Rightarrow n(E) = 5$. Vậy $P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{5}{36}$.

f). Ta có

$F = \{(a, b) : 1 \leq a, b \leq 6, |a - b| = 2\} = \{(1, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 6), (6, 4), (5, 3), (4, 2), (3, 1)\}$

Vậy $n(F) = 8 \Rightarrow P(F) = \frac{n(F)}{n(\Omega)} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$.

Câu 5. An và Bình học ở hai nơi khác nhau. Xác suất để An và Bình đạt điểm giỏi về môn toán trong kỳ thi cuối năm tương ứng là 0,92 và 0,88.

- a) Tính xác suất để cả An và Bình đều đạt điểm giỏi.
 b) Tính xác suất để cả An và Bình đều không đạt điểm giỏi.
 c) Tính xác suất để có ít nhất một trong hai bạn An và Bình đạt điểm giỏi.

Lời giải

- a) Gọi A là biến cố “An đạt điểm giỏi về môn toán”
 Gọi B là biến cố “Bình đạt điểm giỏi về môn toán”

Vì hai biến cố độc lập nhau nên $P(AB) = 0,92 \cdot 0,88 = 0,8096$

- b) Xác suất để cả An và Bình đều không đạt điểm giỏi: $P(\overline{AB}) = 0,08 \cdot 0,12 = 0,0096$.
 c) Xác suất để có ít nhất một trong hai bạn An và Bình đạt điểm giỏi.
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,92 + 0,88 - 0,8096 = 0,9904$

Câu 6. Cho A và B là hai biến cố độc lập với nhau. $P(A) = 0,4$, $P(B) = 0,3$. Khi đó $P(AB)$ bằng

Lời giải

Do A và B là hai biến cố độc lập với nhau nên $P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 0,4 \cdot 0,3 = 0,12$.

Câu 7. Một lớp có 20 nam sinh và 15 nữ sinh. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ.

Lời giải

Số cách chọn 4 học sinh lên bảng: $n(\Omega) = C_{35}^4$.

Số cách chọn 4 học sinh chỉ có nam hoặc chỉ có nữ: $C_{20}^4 + C_{15}^4$.

Xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ: $1 - \frac{C_{20}^4 + C_{15}^4}{C_{35}^4} = \frac{4615}{5236}$.

Câu 8. Một cái hộp chứa 6 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Lấy lần lượt 2 viên bi từ cái hộp đó. Tính xác suất để viên bi được lấy lần thứ 2 là bi xanh.

Lời giải

Ta có: Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{10}^1 \cdot C_9^1$.

Gọi A là biến cố: “Viên bi được lấy lần thứ 2 là bi xanh”.

- Trường hợp 1: Lần 1 lấy viên đỏ, lần 2 lấy viên xanh: Có $C_6^1 \cdot C_4^1$ cách chọn
 - Trường hợp 2: Lần 1 lấy viên xanh, lần 2 lấy viên xanh: Có $C_4^1 \cdot C_3^1$ cách chọn
- $$n(A) = C_6^1 \cdot C_4^1 + C_4^1 \cdot C_3^1$$

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{24 + 12}{10 \cdot 9} = \frac{2}{5}$.

Câu 9. Có 9 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 9, người ta rút ngẫu nhiên hai thẻ khác nhau. Xác suất để rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn bằng

Lời giải

Cách 1. Rút ra hai thẻ tùy ý từ 9 thẻ nên có $n(\Omega) = C_9^2 = 36$.

Gọi A là biến cố: “rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn”

Suy ra $n(A) = C_9^2 - C_5^2 = 26$.

Xác suất của A là $P(A) = \frac{26}{36} = \frac{13}{18}$.

Cách 2. Rút ra hai thẻ tùy ý từ 9 thẻ nên có $n(\Omega) = C_9^2 = 36$.

Gọi A là biến cố: “rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn”

TH1: 1 thẻ đánh số lẻ, 1 thẻ đánh số chẵn có $C_4^1.C_5^1 = 20$.

TH2: 2 thẻ đánh số chẵn có $C_4^2 = 6$.

Suy ra $n(A) = 26$.

Xác suất của A là $P(A) = \frac{26}{36} = \frac{13}{18}$.

Câu 10. Có 9 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 9, người ta rút ngẫu nhiên hai thẻ khác nhau. Xác suất để rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn bằng

Lời giải

Cách 1. Rút ra hai thẻ tùy ý từ 9 thẻ nên có $n(\Omega) = C_9^2 = 36$.

Gọi A là biến cố: “rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn”

Suy ra $n(A) = C_9^2 - C_5^2 = 26$.

Xác suất của A là $P(A) = \frac{26}{36} = \frac{13}{18}$.

Cách 2. Rút ra hai thẻ tùy ý từ 9 thẻ nên có $n(\Omega) = C_9^2 = 36$.

Gọi A là biến cố: “rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn”

TH1: 1 thẻ đánh số lẻ, 1 thẻ đánh số chẵn có $C_4^1.C_5^1 = 20$.

TH2: 2 thẻ đánh số chẵn có $C_4^2 = 6$.

Suy ra $n(A) = 26$.

Xác suất của A là $P(A) = \frac{26}{36} = \frac{13}{18}$.

Câu 11. Một lớp có 35 đoàn viên trong đó có 15 nam và 20 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 đoàn viên trong lớp để tham dự hội trại 26 tháng 3. Tính xác suất để trong 3 đoàn viên được chọn có cả nam và nữ.

Lời giải

Số kết quả có thể xảy ra $|\Omega| = C_{35}^3$.

Gọi A là biến cố “trong 3 đoàn viên được chọn có cả nam và nữ”.

Ta có: $|\Omega_A| = C_{15}^2 C_{20}^1 + C_{15}^1 C_{20}^2$. Vậy: $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{90}{119}$.

Câu 12. Trong tủ đồ chơi của bạn An có 5 con thú bông gồm: vịt, chó, mèo, gấu, voi. Bạn An muốn lấy ra một số thú bông. Xác suất để trong những con thú bông An lấy ra không có con vịt.

Lời giải

Trường hợp 1: Bạn An chỉ lấy 1 con thú bông \Rightarrow có 5 cách.

Trường hợp 2: Bạn An lấy 2 con thú bông \Rightarrow có C_5^2 cách.

Trường hợp 3: Bạn An lấy 3 con thú bông \Rightarrow có C_5^3 cách.

Trường hợp 4: Bạn An lấy 4 con thú bông \Rightarrow có C_5^4 cách.

Trường hợp 5: Bạn An lấy cả 5 con thú bông \Rightarrow có C_5^5 cách.

Do đó, số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 5 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 = 31$.

Gọi A là biến cố: “trong những con thú bông An lấy ra không có con vịt”

Do đó, số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 4 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4 = 15$

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{15}{31}$.

Câu 13. Việt và Nam chơi cờ. Trong một ván cờ, xác suất Việt thắng Nam là 0,3 và Nam thắng Việt là 0,4. Hai bạn dừng chơi khi có người thắng, người thua. Tính xác suất để hai bạn dừng chơi sau hai ván cờ.

Lời giải

Ván 1: Xác suất Việt và Nam hòa là $1 - (0,3 + 0,4) = 0,3$.

Ván 2: Xác suất Việt thắng hoặc thắng là $0,3 + 0,4 = 0,7$.

Xác suất để hai bạn dừng chơi sau hai ván cờ là: $P = 0,3 \cdot 0,7 = 0,21$.

Câu 14. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ S , tính xác suất để các chữ số của số đó đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 0 và 1.

Lời giải

Số phần tử của S bằng $9 \cdot 10^5$.

Xét phép thử chọn ngẫu nhiên một số từ S , ta được $n(\Omega) = 9 \cdot 10^5$.

Gọi A là biến cố “Chọn được số có các chữ số đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 0 và 1”. Ta có các trường hợp sau.

Giả sử số chọn được có dạng: $\overline{a_1 a_2 \dots a_6}$

Trường hợp 1: $a_1 = 1$.

Số cách chọn vị trí cho số 0 là 5 cách.

Số cách chọn 4 chữ số còn lại là A_8^4 cách.

Vậy trường hợp này có $1.5.A_8^4$ số.

Trường hợp 2: $a_1 \neq 1 \Rightarrow a_1$ có 8 cách chọn.

Số cách chọn vị trí cho hai chữ số 0;1 là A_5^2 .

Số cách chọn ba số còn lại là A_7^3 .

Vậy trường hợp này có $8.A_5^2.A_7^3$ số.

$$\text{Suy ra } P_A = \frac{5.A_8^4 + 8.A_5^2.A_7^3}{9.10^5} = \frac{7}{150}.$$

Câu 15. Kết quả (b, c) của việc gieo một con súc sắc cân đối hai lần liên tiếp, trong đó b là số chấm xuất hiện lần gieo thứ nhất, c là số chấm xuất hiện lần gieo thứ hai được thay vào phương trình bậc hai $x^2 + bx + c = 0$. Tính xác suất để phương trình bậc hai đó vô nghiệm:

Lời giải

Gieo một con súc sắc cân đối hai lần liên tiếp, số phần tử không gian mẫu là 36.

Ta có: b là số chấm xuất hiện lần gieo thứ nhất, c là số chấm xuất hiện lần gieo thứ hai nên $b \in [1;6]$ và $c \in [1;6]$ với $b, c \in \mathbb{Z}$.

Phương trình $x^2 + bx + c = 0$ vô nghiệm khi $\Delta < 0 \Leftrightarrow b^2 - 4c < 0 \Leftrightarrow b^2 < 4c$.

Với $b = 1$ có 6 trường hợp xảy ra.

Với $b = 2$ có 5 trường hợp xảy ra (trừ trường hợp $c = 1$).

Với $b = 3$ có 4 trường hợp xảy ra (trừ trường hợp $c \leq 2$).

Với $b = 4$ có 2 trường hợp xảy ra (trừ trường hợp $c \leq 4$)

Do đó có tổng cộng 17 khả năng có thể xảy ra để phương trình vô nghiệm.

$$\text{Vậy xác suất để phương trình vô nghiệm là: } P = \frac{17}{36}.$$

Câu 16. Thầy Bình đặt lên bàn 30 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Bạn An chọn ngẫu nhiên 10 tấm thẻ. Tính xác suất để trong 10 tấm thẻ lấy ra có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm mang số chẵn trong đó chỉ có một tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{30}^{10}$.

Gọi A là biến cố thỏa mãn bài toán.

Lấy 5 tấm thẻ mang số lẻ, có C_{15}^5 cách.

Lấy 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10, có C_3^1 cách.

Lấy 4 tấm thẻ mang số chẵn không chia hết cho 10, có C_{12}^4 .

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{C_{15}^5 \cdot C_3^1 \cdot C_{12}^4}{C_{30}^{10}} = \frac{99}{667}.$$

- Câu 17.** Một đề thi trắc nghiệm gồm 50 câu, mỗi câu có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có 1 phương án đúng, mỗi câu trả lời đúng được 0,2 điểm. Một thí sinh làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên 1 trong 4 phương án ở mỗi câu. Tính xác suất để thí sinh đó được 6 điểm.

Lời giải

Vì mỗi câu trả lời đúng được 0,2 điểm nên để đạt được 6 điểm cần trả lời đúng 30 câu.

Do mỗi câu có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có 1 phương án đúng nên xác suất trả lời đúng một câu hỏi là $\frac{1}{4}$ và xác suất trả lời sai một câu hỏi là $\frac{3}{4}$.

Vậy xác suất thí sinh đạt được 6 điểm là $0,25^{30} \cdot 0,75^{20} C_{50}^{20}$.

- Câu 18.** An và Bình cùng tham gia kì thi THPTQG năm 2018, ngoài thi ba môn Toán, Văn, Tiếng Anh bắt buộc thì An và Bình đều đăng kí thi thêm đúng hai môn tự chọn khác trong ba môn Vật lí, Hóa học và Sinh học dưới hình thức thi trắc nghiệm để xét tuyển Đại học. Mỗi môn tự chọn trắc nghiệm có 8 mã đề thi khác nhau, mã đề thi của các môn khác nhau là khác nhau. Tính xác suất để An và Bình có chung đúng một môn thi tự chọn và chung một mã đề.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “An và Bình có chung đúng một môn thi tự chọn và chung một mã đề”.

Số khả năng An chọn 2 môn thi tự chọn và mã đề của 2 môn thi là $C_3^2 \cdot 8^2$.

Số khả năng Bình chọn 2 môn thi tự chọn và mã đề của 2 môn thi là $C_3^2 \cdot 8^2$.

Do đó, số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_3^2 \cdot 8^2 \cdot C_3^2 \cdot 8^2$.

Bây giờ ta đếm số khả năng để An và Bình có chung đúng một môn thi tự chọn và chung một mã đề:

Số khả năng An chọn 2 môn thi tự chọn và mã đề của 2 môn thi là $C_3^2 \cdot 8^2$.

Sau khi An chọn thì Bình có 2 cách chọn 2 môn thi tự chọn để có đúng một môn thi tự chọn với An, để chung mã đề với An thì số cách chọn mã đề 2 môn thi của Bình là $1 \cdot 8 = 8$ cách. Như vậy, số cách chọn môn thi và mã đề thi của Bình là $2 \cdot 8$.

Do đó: $n(A) = C_3^2 \cdot 8^2 \cdot 2 \cdot 8$.

$$\text{Bởi vậy: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_3^2 \cdot 8^2 \cdot 2 \cdot 8}{C_3^2 \cdot 8^2 \cdot C_3^2 \cdot 8^2} = \frac{1}{12}.$$

- Câu 19.** Hai xạ thủ cùng bắn, mỗi người một viên đạn vào bia một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng bia của hai xạ thủ lần lượt là $\frac{1}{2}$ và $\frac{1}{3}$. Tính xác suất của biến cố có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia.

Lời giải

Xác suất bắn trúng bia của xạ thủ A và B lần lượt là $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{3}$.

Suy ra xác suất bắn trượt bia của xạ thủ A và B lần lượt là $P(\bar{A}) = \frac{1}{2}$, $P(\bar{B}) = \frac{2}{3}$.

Gọi H là biến cố “có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia”.

Khi đó $P(H) = P(\bar{A}B \cup A\bar{B} \cup \bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A}) \cdot P(B) + P(A) \cdot P(\bar{B}) + P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) = \frac{5}{6}$.

TÍNH XÁC SUẤT THEO ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂN

BÀI 26-27: BIẾN CỐ VÀ ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂN CỦA XÁC SUẤT



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

- Câu 1:** Gieo một đồng tiền liên tiếp 3 lần thì $n(\Omega)$ là bao nhiêu?
 A. 4. B. 6. C. 8. D. 16.
- Câu 2:** Gieo đồng tiền hai lần. Số phần tử của biến cố để mặt ngửa xuất hiện đúng 1 lần là:
 A. 2. B. 4. C. 5. D. 6.
- Câu 3:** Gieo ngẫu nhiên 2 đồng tiền thì không gian mẫu của phép thử có bao nhiêu biến cố:
 A. 4. B. 8. C. 12. D. 16.
- Câu 4:** Gieo một con súc sắc. Xác suất để mặt chấm chẵn xuất hiện là:
 A. 0, 2 . B. 0, 3 . C. 0, 4 . D. 0, 5 .
- Câu 5:** Rút ra một lá bài từ bộ bài 52 lá. Xác suất để được lá bích là:
 A. $\frac{1}{13}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{12}{13}$. D. $\frac{3}{4}$.
- Câu 6:** Rút ra một lá bài từ bộ bài 52 lá. Xác suất để được lá là:
 A. $\frac{2}{13}$. B. $\frac{1}{169}$. C. $\frac{1}{13}$. D. $\frac{3}{4}$.
- Câu 7:** Rút ra một lá bài từ bộ bài 52 lá. Xác suất để được lá ách hay lá rô là:
 A. $\frac{1}{52}$. B. $\frac{2}{13}$. C. $\frac{4}{13}$. D. $\frac{17}{52}$.
- Câu 8:** Rút ra một lá bài từ bộ bài 52 lá. Xác suất để được lá ách hay lá già hay lá đầm là:
 A. $\frac{1}{2197}$. B. $\frac{1}{64}$. C. $\frac{1}{13}$. D. $\frac{3}{13}$.
- Câu 9:** Gieo hai con súc sắc. Xác suất để tổng số chấm trên hai mặt bằng 11 là:
 A. $\frac{1}{18}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{2}{25}$.
- Câu 10:** Từ các chữ số 1, 2, 4, 6, 8, 9 lấy ngẫu nhiên một số. Xác suất để lấy được một số nguyên tố là:
 A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{6}$.
- Câu 11:** Gieo một đồng tiền liên tiếp 2 lần. Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)$ là?

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 8.
- Câu 12:** Gieo một con súc sắc 2 lần. Số phần tử của không gian mẫu là?
A. 6. **B.** 12. **C.** 18. **D.** 36.
- Câu 13:** Rút một lá bài từ bộ bài gồm 52 lá. Xác suất để được lá bích là
A. $\frac{1}{13}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{12}{13}$. **D.** $\frac{3}{4}$.
- Câu 14:** Một lô hàng gồm 1000 sản phẩm, trong đó có 50 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên từ lô hàng đó 1 sản phẩm. Xác suất để lấy được sản phẩm tốt là:
A. 0,94. **B.** 0,96. **C.** 0,95. **D.** 0,97.
- Câu 15:** Cho A và \bar{A} là hai biến cố đối nhau. Chọn câu đúng.
A. $P(A) = 1 + P(\bar{A})$. **B.** $P(A) = P(\bar{A})$. **C.** $P(A) = 1 - P(\bar{A})$. **D.** $P(A) + P(\bar{A}) = 0$.
- Câu 16:** Gieo một đồng tiền liên tiếp 3 lần. Gọi A là biến cố “có ít nhất một lần xuất hiện mặt sấp”. Xác suất của biến cố A là
A. $P(A) = \frac{1}{2}$. **B.** $P(A) = \frac{3}{8}$. **C.** $P(A) = \frac{7}{8}$. **D.** $P(A) = \frac{1}{4}$.
- Câu 17:** Trên giá sách có 4 quyển sách Toán, 3 quyển sách Vật lý, 2 quyển sách Hoá học. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách trên kệ sách ấy. Tính xác suất để 3 quyển được lấy ra đều là sách Toán.
A. $\frac{2}{7}$. **B.** $\frac{1}{21}$. **C.** $\frac{37}{42}$. **D.** $\frac{5}{42}$.
- Câu 18:** Gieo một con súc sắc ba lần. Xác suất để được mặt số hai xuất hiện cả ba lần là
A. $\frac{1}{172}$. **B.** $\frac{1}{18}$. **C.** $\frac{1}{20}$. **D.** $\frac{1}{216}$.
- Câu 19:** Một lớp có 20 học sinh nam và 18 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Tính xác suất chọn được một học sinh nữ.
A. $\frac{1}{38}$. **B.** $\frac{10}{19}$. **C.** $\frac{9}{19}$. **D.** $\frac{19}{9}$.
- Câu 20:** Một tổ học sinh có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho 2 người được chọn có đúng một người nữ.
A. $\frac{1}{15}$. **B.** $\frac{7}{15}$. **C.** $\frac{8}{15}$. **D.** $\frac{1}{5}$.
- Câu 21:** Gieo 3 đồng tiền là một phép thử ngẫu nhiên có không gian mẫu là:
A. $\{NN, NS, SN, SS\}$
B. $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS\}$.
C. $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS, NSS, SNN\}$.
D. $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSS, SNN\}$.
- Câu 22:** Gieo một đồng tiền và một con súc sắc. Số phần tử của không gian mẫu là:
A. 24. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 8.

- Câu 23:** Gieo đồng tiền hai lần. Số phân tử của biến cố để mặt ngửa xuất hiện đúng 1 lần là:
A. 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.
- Câu 24:** Gieo một con súc sắc. Xác suất để mặt chấm chẵn xuất hiện là:
A. 0,2. **B.** 0,3. **C.** 0,4. **D.** 0,5.
- Câu 25:** Rút ra một lá bài từ bộ bài 52 lá. Xác suất để được lá J là:
A. $\frac{1}{52}$. **B.** $\frac{1}{169}$. **C.** $\frac{1}{13}$. **D.** $\frac{3}{4}$.
- Câu 26:** Gieo một con súc sắc 3 lần. Xác suất để được mặt số sáu xuất hiện cả 3 lần là:
A. $\frac{1}{172}$. **B.** $\frac{1}{18}$. **C.** $\frac{1}{20}$. **D.** $\frac{1}{216}$.
- Câu 27:** Gieo hai con súc sắc. Xác suất để tổng số chấm trên hai mặt bằng 10 là:
A. $\frac{1}{12}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $\frac{2}{25}$.
- Câu 28:** Gieo hai con súc sắc. Xác suất để tổng số chấm trên hai mặt bằng 7 là:
A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{7}{12}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{3}$.
- Câu 29:** Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc. Xác suất để mặt 1 chấm xuất hiện:
A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{5}{6}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{3}$.
- Câu 30:** Gieo ngẫu nhiên hai con súc sắc cân đối và đồng chất. Xác suất để sau hai lần gieo kết quả như nhau là:
A. $\frac{5}{36}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 1.
- Câu 31:** Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 6. Chọn ngẫu nhiên một số từ S , tính xác suất để số được chọn chia hết cho 3.
A. $\frac{1}{10}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{1}{15}$.
- Câu 32:** Một trường THPT có 10 lớp 12, mỗi lớp cử 3 học sinh tham gia vẽ tranh cổ động. Các lớp tiến hành bắt tay giao lưu với nhau. Tính số lần bắt tay của các học sinh với nhau, biết rằng hai học sinh khác nhau ở hai lớp khác nhau chỉ bắt tay đúng 1 lần.
A. 405. **B.** 435. **C.** 30. **D.** 45.
- Câu 33:** Có 3 bì thư giống nhau lần lượt được đánh số thứ tự từ 1 đến 3 và 3 con tem giống nhau lần lượt đánh số thứ tự từ 1 đến 3. Dán 3 con tem đó vào 3 bì thư sao cho không có bì thư nào không có tem. Tính xác suất để lấy ra được 2 bì thư trong 3 bì thư trên sao cho mỗi bì thư đều có số thứ tự giống với số thứ tự con tem đã dán vào nó.
A. $\frac{5}{6}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.
- Câu 34:** Gieo một đồng tiền cân đối và đồng chất bốn lần. Xác suất để cả bốn lần xuất hiện mặt sấp là?
A. $\frac{4}{16}$. **B.** $\frac{2}{16}$. **C.** $\frac{1}{16}$. **D.** $\frac{6}{16}$.
- Câu 35:** Gieo một con súc sắc hai lần. Xác suất để ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm là?

- A. $\frac{12}{36}$. B. $\frac{11}{36}$. C. $\frac{6}{36}$. D. $\frac{8}{36}$.

Câu 36: Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 2 lần. Tính xác suất để biên cố có tổng hai mặt bằng 8.

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{5}{36}$. C. $\frac{1}{9}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 37: Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 2 lần, tính xác suất để biên cố có tích 2 lần số chấm khi gieo xúc xắc là một số chẵn.

- A. 0,25. B. 0,5. C. 0,75. D. 0,85.

Câu 38: Gieo ba con súc sắc. Xác suất để số chấm xuất hiện trên ba con súc sắc như nhau là?

- A. $\frac{12}{216}$. B. $\frac{1}{216}$. C. $\frac{6}{216}$. D. $\frac{3}{216}$.

Câu 39: Một đội gồm 5 nam và 8 nữ. Lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca, tính xác suất để trong 4 người được chọn có ít nhất 3 nữ.

- A. $\frac{70}{143}$. B. $\frac{73}{143}$. C. $\frac{56}{143}$. D. $\frac{87}{143}$.

Câu 40: Một hộp đựng 10 chiếc thẻ được đánh số từ 0 đến 9. Lấy ngẫu nhiên ra 3 chiếc thẻ, tính xác suất để 3 chữ số trên 3 chiếc thẻ được lấy ra có thể ghép thành một số chia hết cho 5.

- A. $\frac{8}{15}$. B. $\frac{7}{15}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{3}{5}$.

Câu 41: Có 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Chọn ngẫu nhiên ra 8 tấm thẻ, tính xác suất để có 3 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

- A. $\frac{560}{4199}$. B. $\frac{4}{15}$. C. $\frac{11}{15}$. D. $\frac{3639}{4199}$.

Câu 42: Một hộp có 5 viên bi xanh, 6 viên bi đỏ và 7 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi trong hộp, tính xác suất để 5 viên bi được chọn có đủ màu và số bi đỏ bằng số bi vàng.

- A. $\frac{313}{408}$. B. $\frac{95}{408}$. C. $\frac{5}{102}$. D. $\frac{25}{136}$.

Câu 43: Một nhóm gồm 8 nam và 7 nữ. Chọn ngẫu nhiên 5 bạn. Xác suất để trong 5 bạn được chọn có cả nam lẫn nữ mà nam nhiều hơn nữ là:

- A. $\frac{60}{143}$. B. $\frac{238}{429}$. C. $\frac{210}{429}$. D. $\frac{82}{143}$.

Câu 44: Một đoàn đại biểu gồm 5 người được chọn ra từ một tổ gồm 8 nam và 7 nữ để tham dự hội nghị. Xác suất để chọn được đoàn đại biểu có đúng 2 người nữ là

- A. $\frac{56}{143}$. B. $\frac{140}{429}$. C. $\frac{1}{143}$. D. $\frac{28}{715}$.

Câu 45: Một lô hàng gồm 1000 sản phẩm, trong đó có 50 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên từ lô hàng đó 1 sản phẩm. Xác suất để lấy được sản phẩm tốt là:

- A. 0,94. B. 0,96. C. 0,95. D. 0,97.

Câu 46: Một hộp có 5 viên bi đỏ và 9 viên bi xanh. Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi. Xác suất để chọn được 2 viên bi khác màu là:

A. $\frac{14}{45}$. B. $\frac{45}{91}$. C. $\frac{46}{91}$. D. $\frac{15}{22}$.

Câu 47: Gieo ngẫu nhiên một đồng tiền cân đối và đồng chất bốn lần. Xác suất để cả bốn lần gieo đều xuất hiện mặt sấp là

A. $\frac{4}{16}$. B. $\frac{2}{16}$. C. $\frac{1}{16}$. D. $\frac{6}{16}$.

Câu 48: Gieo ngẫu nhiên hai con súc sắc cân đối, đồng chất. Xác suất của biến cố “Tổng số chấm của hai con súc sắc bằng 6” là

A. $\frac{5}{6}$. B. $\frac{7}{36}$. C. $\frac{11}{36}$. D. $\frac{5}{36}$.

Câu 49: Có bốn tấm bìa được đánh số từ 1 đến 4. Rút ngẫu nhiên ba tấm. Xác suất của biến cố “Tổng các số trên ba tấm bìa bằng 8” là

A. 1. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 50: Một người chọn ngẫu nhiên hai chiếc giày từ bốn đôi giày cỡ khác nhau. Xác suất để hai chiếc chọn được tạo thành một đôi là

A. $\frac{4}{7}$. B. $\frac{3}{14}$. C. $\frac{2}{7}$. D. $\frac{5}{28}$.

Câu 51: Một hộp chứa ba quả cầu trắng và hai quả cầu đen. Lấy ngẫu nhiên đồng thời hai quả. Xác suất để lấy được cả hai quả trắng là

A. $\frac{2}{10}$. B. $\frac{3}{10}$. C. $\frac{4}{10}$. D. $\frac{5}{10}$.

Câu 52: Một hộp chứa sáu quả cầu trắng và bốn quả cầu đen. Lấy ngẫu nhiên đồng thời bốn quả. Tính xác suất sao cho có ít nhất một quả màu trắng.

A. $\frac{1}{21}$. B. $\frac{1}{210}$. C. $\frac{209}{210}$. D. $\frac{8}{105}$.

Câu 53: Một hộp có 5 viên bi đỏ, 3 viên bi vàng và 4 viên bi xanh. Chọn ngẫu nhiên từ hộp 4 viên bi, tính xác suất để 4 viên bi được chọn có số bi đỏ lớn hơn số bi vàng và nhất thiết phải có mặt bi xanh.

A. $\frac{1}{12}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{16}{33}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 54: Có 3 bó hoa. Bó thứ nhất có 8 hoa hồng, bó thứ hai có 7 bông hoa ly, bó thứ ba có 6 bông hoa huệ. Chọn ngẫu nhiên 7 hoa từ ba bó hoa trên để cắm vào lọ hoa, tính xác suất để trong 7 hoa được chọn có số hoa hồng bằng số hoa ly.

A. $\frac{3851}{4845}$. B. $\frac{1}{71}$. C. $\frac{36}{71}$. D. $\frac{994}{4845}$.

Câu 55: Có 13 học sinh của một trường THPT đạt danh hiệu học sinh xuất sắc trong đó khối 12 có 8 học sinh nam và 3 học sinh nữ, khối 11 có 2 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh bất kỳ để trao thưởng, tính xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ đồng thời có cả khối 11 và khối 12.

A. $\frac{57}{286}$. B. $\frac{24}{143}$. C. $\frac{27}{143}$. D. $\frac{229}{286}$.

- Câu 56:** Một chiếc hộp đựng 7 viên bi màu xanh, 6 viên bi màu đen, 5 viên bi màu đỏ, 4 viên bi màu trắng. Chọn ngẫu nhiên ra 4 viên bi, tính xác suất để lấy được ít nhất 2 viên bi cùng màu.
- A. $\frac{2808}{7315}$. B. $\frac{185}{209}$. C. $\frac{24}{209}$. D. $\frac{4507}{7315}$.
- Câu 57:** Một hộp đựng 8 quả cầu trắng, 12 quả cầu đen. Lần thứ nhất lấy ngẫu nhiên 1 quả cầu trong hộp, lần thứ hai lấy ngẫu nhiên 1 quả cầu trong các quả cầu còn lại. Tính xác suất để kết quả của hai lần lấy được 2 quả cầu cùng màu.
- A. $\frac{14}{95}$. B. $\frac{48}{95}$. C. $\frac{47}{95}$. D. $\frac{81}{95}$.
- Câu 58:** Một hộp chứa 12 viên bi kích thước như nhau, trong đó có 5 viên bi màu xanh được đánh số từ 1 đến 5; có 4 viên bi màu đỏ được đánh số từ 1 đến 4 và 3 viên bi màu vàng được đánh số từ 1 đến 3. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp, tính xác suất để 2 viên bi được lấy vừa khác màu vừa khác số.
- A. $\frac{8}{33}$. B. $\frac{14}{33}$. C. $\frac{29}{66}$. D. $\frac{37}{66}$.
- Câu 59:** Rút một lá bài từ bộ bài gồm 52 lá. Xác suất để được lá át (A) hay lá già (K) hay lá đâm (Q) là
- A. $\frac{1}{2197}$. B. $\frac{1}{64}$. C. $\frac{1}{13}$. D. $\frac{3}{13}$.
- Câu 60:** Rút một lá bài từ bộ bài gồm 52 lá. Xác suất để được lá bời (J) màu đỏ hay lá 5 là
- A. $\frac{1}{13}$. B. $\frac{3}{26}$. C. $\frac{3}{13}$. D. $\frac{1}{238}$.
- Câu 61:** Một hộp chứa 3 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 6 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên 6 viên bi từ hộp, tính xác suất để 6 viên bi được lấy ra có đủ cả ba màu.
- A. $\frac{810}{1001}$. B. $\frac{191}{1001}$. C. $\frac{4}{21}$. D. $\frac{17}{21}$.
- Câu 62:** Trong một hộp có 50 viên bi được đánh số từ 1 đến 50. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi trong hộp, tính xác suất để tổng ba số trên 3 viên bi được chọn là một số chia hết cho 3.
- A. $\frac{816}{1225}$. B. $\frac{409}{1225}$. C. $\frac{289}{1225}$. D. $\frac{936}{1225}$.
- Câu 63:** Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Gọi S là tập hợp các số có 3 chữ số khác nhau được lập thành từ các chữ số của tập A . Chọn ngẫu nhiên một số từ S , tính xác suất để số được chọn có chữ số cuối gấp đôi chữ số đầu.
- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{23}{25}$. C. $\frac{2}{25}$. D. $\frac{4}{5}$.
- Câu 64:** Cho tập hợp $A = \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số của tập A . Chọn ngẫu nhiên một số từ S , tính xác suất để số được chọn mà trong mỗi số luôn luôn có mặt hai chữ số chẵn và hai chữ số lẻ.
- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{3}{35}$. C. $\frac{17}{35}$. D. $\frac{18}{35}$.
- Câu 65:** Một tổ có 9 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Chia tổ thành 3 nhóm mỗi nhóm 4 người để làm 3 nhiệm vụ khác nhau. Tính xác suất để khi chia ngẫu nhiên nhóm nào cũng có nữ.

- A. $\frac{16}{55}$. B. $\frac{8}{55}$. C. $\frac{292}{1080}$. D. $\frac{292}{34650}$.

Câu 66: Chi đoàn lớp 12A có 20 đoàn viên trong đó có 12 đoàn viên nam và 8 đoàn viên nữ. Tính xác suất khi chọn 3 đoàn viên có ít nhất 1 đoàn viên nữ.

- A. $\frac{11}{7}$. B. $\frac{110}{570}$. C. $\frac{46}{57}$. D. $\frac{251}{285}$.

Câu 67: Một tổ gồm 9 học sinh gồm 4 học sinh nữ và 5 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên từ tổ đó ra 3 học sinh. Xác suất để trong 3 học sinh chọn ra có số học sinh nam nhiều hơn số học sinh nữ bằng:

- A. $\frac{17}{42}$. B. $\frac{5}{42}$. C. $\frac{25}{42}$. D. $\frac{10}{21}$.

Câu 68: Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất, xác suất để mặt có số chấm chẵn xuất hiện là

- A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

Câu 69: Trong một hộp có 10 viên bi đánh số từ 1 đến 10, lấy ngẫu nhiên ra hai bi. Tính xác suất để hai bi lấy ra có tích hai số trên chúng là một số lẻ.

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{4}{9}$ C. $\frac{1}{9}$ D. $\frac{2}{9}$

Câu 70: Lớp 11B có 25 đoàn viên, trong đó có 10 nam và 15 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 đoàn viên trong lớp để tham dự hội trại ngày 26 tháng 3. Tính xác suất để 3 đoàn viên được chọn có 2 nam và 1 nữ.

- A. $\frac{7}{920}$. B. $\frac{27}{92}$. C. $\frac{3}{115}$. D. $\frac{9}{92}$.

Câu 71: Hai xạ thủ cùng bắn mỗi người một viên đạn vào bia một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng bia của hai xạ thủ lần lượt là $\frac{1}{2}$ và $\frac{1}{3}$. Tính xác suất của biến cố có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 72: Một hộp có 5 bi đen, 4 bi trắng. Chọn ngẫu nhiên 2 bi. Xác suất 2 bi được chọn có đủ hai màu là

- A. $\frac{5}{324}$. B. $\frac{5}{9}$. C. $\frac{2}{9}$. D. $\frac{1}{18}$.

Câu 73: Một tổ có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho 2 người được chọn không có nữ nào cả.

- A. $\frac{1}{15}$. B. $\frac{2}{15}$. C. $\frac{7}{15}$. D. $\frac{8}{15}$.

Câu 74: Một tổ có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho 2 người được chọn có đúng một người nữ.

- A. $\frac{1}{15}$. B. $\frac{2}{15}$. C. $\frac{7}{15}$. D. $\frac{8}{15}$.

Câu 75: Một bình chứa 16 viên bi với 7 viên bi trắng, 6 viên bi đen và 3 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi. Tính xác suất lấy được cả 3 viên bi không đỏ.

A. $\frac{1}{560}$. B. $\frac{9}{40}$. C. $\frac{1}{28}$. D. $\frac{143}{280}$.

Câu 76: Gieo hai con súc xắc cân đối và đồng chất. Xác suất để tổng số chấm trên mặt xuất hiện của hai con súc xắc bằng 7 là:

A. $\frac{2}{9}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{7}{36}$. D. $\frac{5}{36}$.

Câu 77: Gieo một con súc xắc cân đối và đồng chất hai lần. Xác suất để ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm là:

A. $\frac{12}{36}$. B. $\frac{11}{36}$. C. $\frac{6}{36}$. D. $\frac{8}{36}$.

Câu 78: Từ một hộp chứa ba quả cầu trắng và hai quả cầu đen lấy ngẫu nhiên hai quả. Xác suất để lấy được cả hai quả trắng là:

A. $\frac{9}{30}$. B. $\frac{12}{30}$. C. $\frac{10}{30}$. D. $\frac{6}{30}$.

Câu 79: Rút một lá bài từ bộ bài gồm 52 lá. Xác suất để được lá 10 hay lá át là

A. $\frac{2}{13}$. B. $\frac{1}{169}$. C. $\frac{4}{13}$. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 80: Rút một lá bài từ bộ bài gồm 52 lá. Xác suất để được lá át hay lá rô là

A. $\frac{1}{52}$. B. $\frac{2}{13}$. C. $\frac{4}{13}$. D. $\frac{17}{52}$.

Câu 81: Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có ít nhất 3 chữ số, các chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số thuộc tập A . Chọn ngẫu nhiên một số từ S , tính xác suất để số được chọn có tổng các chữ số bằng 10.

A. $\frac{1}{30}$. B. $\frac{3}{25}$. C. $\frac{22}{25}$. D. $\frac{2}{25}$.

Câu 82: Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có hai chữ số. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp S . Tính xác suất để hai số được chọn có chữ số hàng đơn vị giống nhau.

A. $\frac{8}{89}$. B. $\frac{81}{89}$. C. $\frac{36}{89}$. D. $\frac{53}{89}$.

Câu 83: Gọi S là tập hợp các số tự nhiên gồm 9 chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ S , tính xác suất để chọn được một số gồm 4 chữ số lẻ và chữ số 0 luôn đứng giữa hai chữ số lẻ.

A. $\frac{49}{54}$. B. $\frac{5}{54}$. C. $\frac{1}{7776}$. D. $\frac{45}{54}$.

Câu 84: Giải bóng chuyền **VTV Cup** gồm 9 đội bóng tham dự, trong đó có 6 đội nước ngoài và 3 đội của Việt Nam. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng A, B, C và mỗi bảng có 3 đội. Tính xác suất để 3 đội bóng của Việt Nam ở 3 bảng khác nhau.

A. $\frac{3}{56}$. B. $\frac{19}{28}$. C. $\frac{9}{28}$. D. $\frac{53}{56}$.

Câu 85: Trong giải cầu lông kỷ niệm ngày truyền thống học sinh sinh viên có 8 người tham gia trong đó có hai bạn Việt và Nam. Các vận động viên được chia làm hai bảng A và B , mỗi bảng gồm

4 người. Giả sử việc chia bảng thực hiện bằng cách bốc thăm ngẫu nhiên, tính xác suất để cả 2 bạn Việt và Nam nằm chung 1 bảng đấu.

- A. $\frac{6}{7}$. B. $\frac{5}{7}$. C. $\frac{4}{7}$. D. $\frac{3}{7}$.

Câu 86: Một bộ đề thi toán học sinh giỏi lớp 12 mà mỗi đề gồm 5 câu được chọn từ 15 câu dễ, 10 câu trung bình và 5 câu khó. Một đề thi được gọi là "Tốt" nếu trong đề thi có cả ba câu dễ, trung bình và khó, đồng thời số câu dễ không ít hơn 2. Lấy ngẫu nhiên một đề thi trong bộ đề trên. Tìm xác suất để đề thi lấy ra là một đề thi "Tốt".

- A. $\frac{941}{1566}$. B. $\frac{2}{5}$. C. $\frac{4}{5}$. D. $\frac{625}{1566}$.

Câu 87: Trong một kỳ thi vấn đáp thí sinh A phải đứng trước ban giám khảo chọn ngẫu nhiên 3 phiếu câu hỏi từ một thùng phiếu gồm 50 phiếu câu hỏi, trong đó có 4 cặp phiếu câu hỏi mà mỗi cặp phiếu có nội dung khác nhau từng đôi một và trong mỗi một cặp phiếu có nội dung giống nhau. Tính xác suất để thí sinh A chọn được 3 phiếu câu hỏi có nội dung khác nhau.

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{12}{1225}$. C. $\frac{4}{7}$. D. $\frac{1213}{1225}$.

Câu 88: Có 6 học sinh lớp 11 và 3 học sinh lớp 12 được xếp ngẫu nhiên vào 9 ghế thành một dãy. Tính xác suất để xếp được 3 học sinh lớp 12 xen kẽ giữa 6 học sinh lớp 11.

- A. $\frac{5}{12}$. B. $\frac{7}{12}$. C. $\frac{1}{1728}$. D. $\frac{5}{72}$.

Câu 89: Đội tuyển học sinh giỏi của một trường THPT có 8 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Trong buổi lễ trao phần thưởng, các học sinh trên được xếp thành một hàng ngang. Tính xác suất để khi xếp sao cho 2 học sinh nữ không đứng cạnh nhau.

- A. $\frac{653}{660}$. B. $\frac{7}{660}$. C. $\frac{41}{55}$. D. $\frac{14}{55}$.

Câu 90: Xếp 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ vào một bàn tròn 10 ghế. Tính xác suất để không có hai học sinh nữ ngồi cạnh nhau.

- A. $\frac{37}{42}$. B. $\frac{5}{42}$. C. $\frac{5}{1008}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 91: Có 4 hành khách bước lên một đoàn tàu gồm 4 toa. Mỗi hành khách độc lập với nhau và chọn ngẫu nhiên một toa. Tính xác suất để 1 toa có 3 người, 1 toa có 1 người, 2 toa còn lại không có ai.

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{3}{16}$. C. $\frac{13}{16}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 92: Có 8 người khách bước ngẫu nhiên vào một cửa hàng có 3 quầy. Tính xác suất để 3 người cùng đến quầy thứ nhất.

- A. $\frac{10}{13}$. B. $\frac{3}{13}$. C. $\frac{4769}{6561}$. D. $\frac{1792}{6561}$.

Câu 93: Trong một buổi liên hoan có 10 cặp nam nữ, trong đó có 4 cặp vợ chồng. Chọn ngẫu nhiên 3 người để biểu diễn một tiết mục văn nghệ. Tính xác suất để 3 người được chọn không có cặp vợ chồng nào.

- A. $\frac{94}{95}$. B. $\frac{1}{95}$. C. $\frac{6}{95}$. D. $\frac{89}{95}$.

- Câu 94:** Một lớp học có 40 học sinh trong đó có 4 cặp anh em sinh đôi. Trong buổi họp đầu năm thầy giáo chủ nhiệm lớp muốn chọn ra 3 học sinh để làm cán sự lớp gồm lớp trưởng, lớp phó và bí thư. Tính xác suất để chọn ra 3 học sinh làm cán sự lớp mà không có cặp anh em sinh đôi nào.
- A. $\frac{64}{65}$. B. $\frac{1}{65}$. C. $\frac{1}{256}$. D. $\frac{255}{256}$.
- Câu 95:** Một người có 10 đôi giày khác nhau và trong lúc đi du lịch vội vã lấy ngẫu nhiên 4 chiếc. Tính xác suất để trong 4 chiếc giày lấy ra có ít nhất một đôi.
- A. $\frac{3}{7}$. B. $\frac{13}{64}$. C. $\frac{99}{323}$. D. $\frac{224}{323}$.
- Câu 96:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Ở góc phần tư thứ nhất ta lấy 2 điểm phân biệt; cứ thế ở các góc phần tư thứ hai, thứ ba, thứ tư ta lần lượt lấy 3, 4, 5 điểm phân biệt. Trong 14 điểm đó ta lấy 2 điểm bất kỳ. Tính xác suất để đoạn thẳng nối hai điểm đó cắt hai trục tọa độ.
- A. $\frac{68}{91}$. B. $\frac{23}{91}$. C. $\frac{8}{91}$. D. $\frac{83}{91}$.
- Câu 97:** Một lớp học có 30 học sinh gồm có cả nam và nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để tham gia hoạt động của Đoàn trường. Xác suất chọn được 2 nam và 1 nữ là $\frac{12}{29}$. Tính số học sinh nữ của lớp.
- A. 16. B. 14. C. 13. D. 17.
- Câu 98:** Một hộp có 10 phiếu, trong đó có 2 phiếu trúng thưởng. Có 10 người lần lượt lấy ngẫu nhiên mỗi người 1 phiếu. Tính xác suất người thứ ba lấy được phiếu trúng thưởng.
- A. $\frac{4}{5}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{2}{5}$.
- Câu 99:** Một nhóm gồm 8 nam và 7 nữ. Chọn ngẫu nhiên 5 bạn. Xác suất để trong 5 bạn được chọn có cả nam lẫn nữ mà nam nhiều hơn nữ là
- A. $\frac{60}{143}$. B. $\frac{238}{429}$. C. $\frac{210}{429}$. D. $\frac{82}{143}$.
- Câu 100:** Trong kỳ thi THPT Quốc Gia, mỗi lớp thi gồm 24 thí sinh được sắp xếp vào 24 bàn khác nhau. Bạn Nam là một thí sinh dự thi, bạn đăng ký 4 môn thi và cả 4 lần thi đều thi tại một phòng duy nhất. Giả sử giám thị xếp thí sinh vào vị trí một cách ngẫu nhiên, tính xác suất để trong 4 lần thi thì bạn Nam có đúng 2 lần ngồi cùng vào một vị trí.
- A. $\frac{253}{1152}$. B. $\frac{899}{1152}$. C. $\frac{4}{7}$. D. $\frac{26}{35}$.
- Câu 101:** Trong kỳ thi THPT Quốc Gia năm 2016 có môn thi bắt buộc là môn Tiếng Anh. Môn thi này thi dưới hình thức trắc nghiệm với 4 phương án trả lời A, B, C, D. Mỗi câu trả lời đúng được cộng 0,2 điểm và mỗi câu trả lời sai bị trừ đi 0,1 điểm. Bạn Hoa vì học rất kém môn Tiếng Anh nên chọn ngẫu nhiên cả 50 câu trả lời. Tính xác suất để bạn Hoa đạt được 4 điểm môn Tiếng Anh trong kỳ thi trên.
- A. $\frac{C_{50}^{30} \cdot (3)^{20}}{4^{50}}$. B. $\frac{A_{50}^{30} \cdot (3)^{20}}{4^{50}}$. C. $\frac{C_{50}^{30} \cdot (3)^{20}}{50}$. D. $\frac{A_{50}^{30} \cdot (3)^{20}}{50}$.
- Câu 102:** Một chi đoàn có 3 đoàn viên nữ và một số đoàn viên nam. Cần lập một đội thanh niên tình nguyện gồm 4 người. Biết xác suất để trong 4 người được chọn có 3 nữ bằng $\frac{2}{5}$ lần xác suất 4 người được chọn toàn nam. Hỏi chi đoàn đó có bao nhiêu đoàn viên.

A. 9. **B. 10.** **C. 11.** **D. 12.**

Câu 103: Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 6 tấm thẻ. Gọi P là xác suất để tổng số ghi trên 6 tấm thẻ ấy là một số lẻ. Khi đó P bằng:

A. $\frac{100}{231}$. **B.** $\frac{115}{231}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{118}{231}$.

Câu 104: Một nhóm 10 học sinh gồm 6 nam trong đó có Quang, và 4 nữ trong đó có Huyền được xếp ngẫu nhiên vào 10 ghế trên một hàng ngang để dự lễ sơ kết năm học. Xác suất để xếp được giữa 2 bạn nữ gần nhau có đúng 2 bạn nam, đồng thời Quang không ngồi cạnh Huyền là:

A. $\frac{109}{30240}$. **B.** $\frac{1}{280}$. **C.** $\frac{1}{5040}$. **D.** $\frac{109}{60480}$.

Câu 105: Ba bạn A, B, C viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1;14]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{457}{1372}$ **B.** $\frac{307}{1372}$ **C.** $\frac{207}{1372}$ **D.** $\frac{31}{91}$

Câu 106: Từ 12 học sinh gồm 5 học sinh giỏi, 4 học sinh khá, 3 học sinh trung bình, giáo viên muốn thành lập 4 nhóm làm 4 bài tập lớn khác nhau, mỗi nhóm 3 học sinh. Tính xác suất để nhóm nào cũng có học sinh giỏi và học sinh khá.

A. $\frac{36}{385}$ **B.** $\frac{18}{385}$ **C.** $\frac{72}{385}$ **D.** $\frac{144}{385}$

Câu 107: Có 8 bạn cùng ngồi xung quanh một cái bàn tròn, mỗi bạn cầm một đồng xu như nhau. Tất cả 8 bạn cùng tung đồng xu của mình, bạn có đồng xu ngửa thì đứng, bạn có đồng xu sấp thì ngồi. Xác suất để không có hai bạn liền kề cùng đứng là

A. $\frac{47}{256}$ **B.** $\frac{49}{256}$ **C.** $\frac{51}{256}$ **D.** $\frac{3}{16}$

Câu 108: Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; \dots; 100\}$. Gọi S là tập hợp gồm tất cả các tập con của A , mỗi tập con này gồm 3 phần tử của A và có tổng bằng 91. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của S . Xác suất chọn được phần tử có ba số lập thành một cấp số nhân bằng

A. $\frac{4}{645}$ **B.** $\frac{3}{645}$ **C.** $\frac{2}{1395}$ **D.** $\frac{1}{930}$

Câu 109: Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 5 học sinh lớp 12C thành một hàng ngang. Xác suất để 10 học sinh trên không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau bằng

A. $\frac{11}{630}$ **B.** $\frac{1}{126}$ **C.** $\frac{1}{105}$ **D.** $\frac{1}{42}$

Câu 110: Cho một đa giác đều n đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh của đa giác đều đó. Gọi P là xác suất sao cho 3 đỉnh đó tạo thành một tam giác tù. Biết $P = \frac{45}{62}$. Số các ước nguyên dương của n là

A. 3 **B. 4** **C. 6** **D. 5**

Câu 111: Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1;17]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{1728}{4913}$ B. $\frac{1079}{4913}$ C. $\frac{23}{68}$ D. $\frac{1637}{4913}$

Câu 112: Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1;19]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{1027}{6859}$ B. $\frac{2539}{6859}$ C. $\frac{2287}{6859}$ D. $\frac{109}{323}$

Câu 113: Lớp 11A có 40 học sinh trong đó có 12 học sinh đạt điểm tổng kết môn Hóa học loại giỏi và 13 học sinh đạt điểm tổng kết môn Vật lý loại giỏi. Biết rằng khi chọn một học sinh của lớp đạt điểm tổng kết môn Hóa học hoặc Vật lý loại giỏi có xác suất là 0,5. Số học sinh đạt điểm tổng kết giỏi cả hai môn Hóa học và Vật lý là

A. 6 B. 5 C. 4 D. 7

Câu 114: Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số được lập từ tập $A = \{0;1;2;3;\dots;9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất để chọn được số tự nhiên có tích các chữ số bằng 7875.

A. $\frac{1}{5000}$ B. $\frac{1}{15000}$ C. $\frac{18}{5^{10}}$ D. $\frac{4}{3 \cdot 10^4}$

Câu 115: Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập A . Tính xác suất để chọn được số chia hết cho 11 và chữ số hàng đơn vị là số nguyên tố

A. $\frac{2045}{13608}$ B. $\frac{409}{90000}$ C. $\frac{409}{3402}$ D. $\frac{409}{11250}$

Câu 116: Gọi S là tập hợp các số tự nhiên nhỏ hơn 10^6 được thành lập từ hai chữ số 0 và 1. Lấy ngẫu nhiên hai số trong S . Xác suất để lấy được ít nhất một số chia hết cho 3 bằng.

A. $\frac{4473}{8128}$ B. $\frac{2279}{4064}$ C. $\frac{55}{96}$ D. $\frac{53}{96}$

Câu 117: Người ta dùng 18 cuốn sách gồm 7 cuốn sách Toán, 6 cuốn sách Lý và 5 cuốn sách Hóa để làm phần thưởng cho 9 học sinh $A, B, C, D, E, F, G, H, I$, mỗi học sinh nhận được 2 cuốn sách khác thể loại. Tính xác suất để 2 học sinh A, B nhận được phần thưởng giống nhau.

A. $\frac{5}{9}$ B. $\frac{7}{9}$ C. $\frac{5}{18}$ D. $\frac{7}{18}$

Câu 118: Gọi S là tập hợp tất cả các số có 5 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Chọn ngẫu nhiên một số từ S . Tính xác suất để số chọn được chia hết cho 5, luôn có mặt các chữ số 2, 3, 4 và chúng đứng cạnh nhau.

A. $\frac{1}{140}$ B. $\frac{1}{392}$ C. $\frac{4}{245}$ D. $\frac{3}{196}$

Câu 119: Trong thư viện có 3 quyển sách toán, 3 quyển sách lý, 3 quyển sách hóa, 3 quyển sách sinh. Biết các quyển sách cùng môn giống nhau, xếp 12 quyển sách trên lên giá thành một hàng sao cho không có 3 quyển nào cùng môn đứng cạnh nhau. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách xếp?

A. 308664 B. 16800 C. 369600 D. 295176

Câu 120: Một nhóm gồm 5 bạn nam, 4 bạn nữ và cầu thủ Neymar đứng thành 2 hàng, mỗi hàng 5 người để chụp ảnh kỉ niệm. Xác suất để khi đứng, Neymar xen giữa hai bạn nam đồng thời các bạn nữ không đứng cạnh nhau trong cùng một hàng bằng

A. $\frac{1}{35}$.

B. $\frac{1}{105}$.

C. $\frac{1}{70}$.

D. $\frac{2}{105}$.

TÍNH XÁC SUẤT THEO ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂN

BÀI 26-27: BIẾN CỐ VÀ ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂN CỦA XÁC SUẤT



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Gieo một đồng tiền liên tiếp 3 lần thì $n(\Omega)$ là bao nhiêu?

- A. 4. B. 6. C. 8. D. 16.

Lời giải

$$n(\Omega) = 2.2.2 = 8.$$

Câu 2: Gieo đồng tiền hai lần. Số phần tử của biến cố để mặt ngửa xuất hiện đúng 1 lần là:

- A. 2. B. 4. C. 5. D. 6.

Lời giải

Liệt kê ta có: $A = \{NS, SN\}$

Câu 3: Gieo ngẫu nhiên 2 đồng tiền thì không gian mẫu của phép thử có bao nhiêu biến cố:

- A. 4. B. 8. C. 12. D. 16.

Lời giải

Mô tả không gian mẫu ta có: $\Omega = \{SS; SN; NS; NN\}$

Câu 4: Gieo một con súc sắc. Xác suất để mặt chấm chẵn xuất hiện là:

- A. 0, 2. B. 0, 3. C. 0, 4. D. 0, 5.

Lời giải

Không gian mẫu: $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

Biến cố xuất hiện mặt chẵn: $A = \{2; 4; 6\}$

Suy ra $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{2}$.

Câu 5: Rút ra một lá bài từ bộ bài 52 lá. Xác suất để được lá bích là:

- A. $\frac{1}{13}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{12}{13}$. D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = 52$

Số phần tử của biến cố xuất hiện lá bích: $n(A) = 13$

$$\text{Suy ra } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}.$$

Câu 6: Rút ra một lá bài từ bộ bài 52 lá. Xác suất để được lá là:

- A.** $\frac{2}{13}$. **B.** $\frac{1}{169}$. **C.** $\frac{1}{13}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = 52$

Số phần tử của biến cố xuất hiện lá QUY: $n(A) = 4$

$$\text{Suy ra } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}.$$

Câu 7: Rút ra một lá bài từ bộ bài 52 lá. Xác suất để được lá ách hay lá rô là:

- A.** $\frac{1}{52}$. **B.** $\frac{2}{13}$. **C.** $\frac{4}{13}$. **D.** $\frac{17}{52}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = 52$

Số phần tử của biến cố xuất hiện lá ách hay lá rô: $n(A) = 4 + 12 = 16$

$$\text{Suy ra } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{16}{52} = \frac{4}{13}.$$

Câu 8: Rút ra một lá bài từ bộ bài 52 lá. Xác suất để được lá ách hay lá già hay lá đầm là:

- A.** $\frac{1}{2197}$. **B.** $\frac{1}{64}$. **C.** $\frac{1}{13}$. **D.** $\frac{3}{13}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = 52$

Số phần tử của biến cố xuất hiện lá ách hay lá già hay lá đầm: $n(A) = 4 + 4 + 4 = 12$

$$\text{Suy ra } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}.$$

Câu 9: Gieo hai con súc sắc. Xác suất để tổng số chấm trên hai mặt bằng 11 là:

- A.** $\frac{1}{18}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $\frac{2}{25}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = 6.6 = 36$

Biến cố tổng hai mặt là 11: $A = \{(5;6);(6;5)\}$ nên $n(A) = 2$.

$$\text{Suy ra } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}.$$

Câu 10: Từ các chữ số 1, 2, 4, 6, 8, 9 lấy ngẫu nhiên một số. Xác suất để lấy được một số nguyên tố là:

- A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = 6$

Biến cố số lấy được là số nguyên tố là: $A = \{2\}$ nên $n(A) = 1$.

$$\text{Suy ra } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{6}.$$

Câu 11: Gieo một đồng tiền liên tiếp 2 lần. Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)$ là?

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 8.

Lời giải

$$n(\Omega) = 2.2 = 4.$$

Câu 12: Gieo một con súc sắc 2 lần. Số phần tử của không gian mẫu là?

- A.** 6. **B.** 12. **C.** 18. **D.** 36.

Lời giải

$$n(\Omega) = 6.6 = 36.$$

Câu 13: Rút một lá bài từ bộ bài gồm 52 lá. Xác suất để được lá bích là

- A.** $\frac{1}{13}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{12}{13}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Bộ bài gồm có 13 lá bài bích. Vậy xác suất để lấy được lá bích là

$$P = \frac{C_{13}^1}{C_{52}^1} = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}.$$

Câu 14: Một lô hàng gồm 1000 sản phẩm, trong đó có 50 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên từ lô hàng đó 1 sản phẩm. Xác suất để lấy được sản phẩm tốt là:

- A.** 0,94. **B.** 0,96. **C.** 0,95. **D.** 0,97.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “lấy được 1 sản phẩm tốt.”

- Không gian mẫu: $|\Omega| = C_{1000}^1 = 1000$.

- $n(A) = C_{950}^1 = 950$.

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{|\Omega|} = \frac{950}{1000} = 0,95.$$

Câu 15: Cho A và \bar{A} là hai biến cố đối nhau. Chọn câu đúng.

A. $P(A) = 1 + P(\bar{A})$. **B.** $P(A) = P(\bar{A})$.

C. $P(A) = 1 - P(\bar{A})$. **D.** $P(A) + P(\bar{A}) = 0$.

Lời giải

Theo tính chất xác suất ta có $P(A) = 1 - P(\bar{A})$

Câu 16: Gieo một đồng tiền liên tiếp 3 lần. Gọi A là biến cố “có ít nhất một lần xuất hiện mặt sấp”. Xác suất của biến cố A là

A. $P(A) = \frac{1}{2}$.

B. $P(A) = \frac{3}{8}$.

C. $P(A) = \frac{7}{8}$.

D. $P(A) = \frac{1}{4}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = 2^3 = 8$.

Số phần tử của không gian thuận lợi là: $|\Omega_A| = 2^3 - 1 = 7$

Xác suất biến cố A là: $P(A) = \frac{7}{8}$.

Câu 17: Trên giá sách có 4 quyển sách Toán, 3 quyển sách Vật lý, 2 quyển sách Hoá học. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách trên kệ sách ấy. Tính xác suất để 3 quyển được lấy ra đều là sách Toán.

A. $\frac{2}{7}$.

B. $\frac{1}{21}$.

C. $\frac{37}{42}$.

D. $\frac{5}{42}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = C_9^3 = 84$.

Số phần tử của không gian thuận lợi là: $|\Omega_A| = C_4^3 = 4$

Xác suất biến cố A là: $P(A) = \frac{1}{21}$.

Câu 18: Gieo một con súc sắc ba lần. Xác suất để được mặt số hai xuất hiện cả ba lần là

A. $\frac{1}{172}$.

B. $\frac{1}{18}$.

C. $\frac{1}{20}$.

D. $\frac{1}{216}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = 6^3 = 216$.

Số phần tử của không gian thuận lợi là: $|\Omega_A| = 1$.

Xác suất biến cố A là: $P(A) = \frac{1}{216}$.

Câu 19: Một lớp có 20 học sinh nam và 18 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Tính xác suất chọn được một học sinh nữ.

- A. $\frac{1}{38}$. B. $\frac{10}{19}$. C. $\frac{9}{19}$. D. $\frac{19}{9}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố: “chọn được một học sinh nữ.”

-Không gian mẫu: $|\Omega| = C_{38}^1 = 38$.

- $n(A) = C_{18}^1 = 18$.

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{|\Omega|} = \frac{18}{38} = \frac{9}{19}.$$

Câu 20: Một tổ học sinh có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho 2 người được chọn có đúng một người nữ.

- A. $\frac{1}{15}$. B. $\frac{7}{15}$. C. $\frac{8}{15}$. D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố: “2 người được chọn có đúng một người nữ.”

-Không gian mẫu: $|\Omega| = C_{10}^2 = 45$.

- $n(A) = C_3^1 \cdot C_7^1 = 21$.

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{|\Omega|} = \frac{21}{45} = \frac{7}{15}.$$

Câu 21: Gieo 3 đồng tiền là một phép thử ngẫu nhiên có không gian mẫu là:

- A. $\{NN, NS, SN, SS\}$
 B. $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS\}$.
 C. $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS, NSS, SNN\}$.
 D. $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSS, SNN\}$.

Lời giải

Liệt kê các phần tử.

Câu 22: Gieo một đồng tiền và một con súc sắc. Số phần tử của không gian mẫu là:

- A. 24. B. 12. C. 6. D. 8.

Lời giải

Mô tả không gian mẫu ta có: $\Omega = \{S1; S2; S3; S4; S5; S6; N1; N2; N3; N4; N5; N6\}$.

- Câu 23:** Gieo đồng tiền hai lần. Số phần tử của biến cố để mặt ngửa xuất hiện đúng 1 lần là:
A. 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Liệt kê ta có: $A = \{NS; SN\}$

- Câu 24:** Gieo một con súc sắc. Xác suất để mặt chấm chẵn xuất hiện là:
A. 0,2. **B.** 0,3. **C.** 0,4. **D.** 0,5.

Lời giải

Không gian mẫu: $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

Biến cố xuất hiện mặt chẵn: $A = \{2; 4; 6\}$

Suy ra $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{2}$.

- Câu 25:** Rút ra một lá bài từ bộ bài 52 lá. Xác suất để được lá J là:

- A.** $\frac{1}{52}$. **B.** $\frac{1}{169}$. **C.** $\frac{1}{13}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = 52$

Số phần tử của biến cố xuất hiện lá J: $n(A) = 4$

Suy ra $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$.

- Câu 26:** Gieo một con súc sắc 3 lần. Xác suất để được mặt số sáu xuất hiện cả 3 lần là:

- A.** $\frac{1}{172}$. **B.** $\frac{1}{18}$. **C.** $\frac{1}{20}$. **D.** $\frac{1}{216}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = 6.6.6 = 216$

Số phần tử của biến cố xuất hiện mặt số sáu ba lần: $n(A) = 1$

Suy ra $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{216}$.

- Câu 27:** Gieo hai con súc sắc. Xác suất để tổng số chấm trên hai mặt bằng 10 là:

- A.** $\frac{1}{12}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $\frac{2}{25}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = 6.6 = 36$

Biến cố tổng hai mặt là 11: $A = \{(4;6);(6;4);(5;5)\}$ nên $n(A) = 3$.

$$\text{Suy ra } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}.$$

Câu 28: Gieo hai con súc sắc. Xác suất để tổng số chấm trên hai mặt bằng 7 là:

- A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{7}{12}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = 6.6 = 36$

Biến cố tổng hai mặt là 7: $A = \{(1;6);(2;5);(3;4);(4;3);(5;2);(6;1)\}$ nên $n(A) = 6$.

$$\text{Suy ra } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}.$$

Câu 29: Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc. Xác suất để mặt 1 chấm xuất hiện:

- A.** $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{5}{6}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Không gian mẫu: $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

Biến cố xuất hiện: $A = \{1\}$

$$\text{Suy ra } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{6}.$$

Câu 30: Gieo ngẫu nhiên hai con súc sắc cân đối và đồng chất. Xác suất để sau hai lần gieo kết quả như nhau là:

- A.** $\frac{5}{36}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 1.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = 6.6 = 36$

Biến cố xuất hiện hai lần như nhau: $A = \{(1;1);(2;2);(3;3);(4;4);(5;5);(6;6)\}$

$$\text{Suy ra } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}.$$

Câu 31: Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 6. Chọn ngẫu nhiên một số từ S , tính xác suất để số được chọn chia hết cho 3.

- A.** $\frac{1}{10}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{1}{15}$.

Lời giải.

Số phần tử của S là $A_5^3 = 60$.

Không gian mẫu là chọn ngẫu nhiên 1 số từ tập S .

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{60}^1 = 60$.

Gọi A là biến cố "Số được chọn chia hết cho 3". Từ 5 chữ số đã cho ta có 4 bộ gồm ba chữ số có tổng chia hết cho 3 là (1; 2; 3), (1; 2; 6), (2; 3; 4) và (2; 4; 6). Mỗi bộ ba chữ số này ta lập được $3! = 6$ số thuộc tập hợp S .

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = 6.4 = 24$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{24}{60} = \frac{2}{5}$$

Câu 32: Một trường THPT có 10 lớp 12, mỗi lớp cử 3 học sinh tham gia vẽ tranh cổ động. Các lớp tiến hành bắt tay giao lưu với nhau. Tính số lần bắt tay của các học sinh với nhau, biết rằng hai học sinh khác nhau ở hai lớp khác nhau chỉ bắt tay đúng 1 lần.

- A.** 405. **B.** 435. **C.** 30. **D.** 45.

Lời giải.

Mỗi lớp cử ra 3 học sinh nên 10 lớp cử ra 30 học sinh.

Suy ra số lần bắt tay là C_{30}^2 .

Số lần bắt tay của các học sinh học cùng một lớp là $10.C_3^2$.

Vậy số lần bắt tay của các học sinh với nhau là $C_{30}^2 - 10.C_3^2 = 405$.

Câu 33: Có 3 bì thư giống nhau lần lượt được đánh số thứ tự từ 1 đến 3 và 3 con tem giống nhau lần lượt đánh số thứ tự từ 1 đến 3. Dán 3 con tem đó vào 3 bì thư sao cho không có bì thư nào không có tem. Tính xác suất để lấy ra được 2 bì thư trong 3 bì thư trên sao cho mỗi bì thư đều có số thứ tự giống với số thứ tự con tem đã dán vào nó.

- A.** $\frac{5}{6}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách dán 3 con tem trên 3 bì thư, tức là hoán vị của 3 con tem trên 3 bì thư. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 3! = 6$.

Gọi A là biến cố "2 bì thư lấy ra có số thứ tự giống với số thứ tự con tem đã dán vào nó". Thế thì bì thư còn lại cũng có số thứ tự giống với số thứ tự con tem đã dán vào nó. Trường hợp này có 1 cách duy nhất.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = 1$.

$$\text{Vậy xác suất cần tính } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{6}$$

Câu 34: Gieo một đồng tiền cân đối và đồng chất bốn lần. Xác suất để cả bốn lần xuất hiện mặt sấp là?

- A.** $\frac{4}{16}$. **B.** $\frac{2}{16}$. **C.** $\frac{1}{16}$. **D.** $\frac{6}{16}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 2.2.2.2 = 16$.

Gọi A là biến cố "Cả bốn lần gieo xuất hiện mặt sấp" $\longrightarrow n(A) = 1$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{1}{16}$.

Câu 35: Gieo một con súc sắc hai lần. Xác suất để ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm là?

- A. $\frac{12}{36}$. B. $\frac{11}{36}$. C. $\frac{6}{36}$. D. $\frac{8}{36}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 6.6 = 36$.

Gọi A là biến cố "Ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm". Để tìm số phần tử của biến cố A , ta đi tìm số phần tử của biến cố đối \bar{A} là "Không xuất hiện mặt sáu chấm" $\longrightarrow n(\bar{A}) = 5.5 = 25 \longrightarrow n(A) = 36 - 25 = 11$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{11}{36}$.

Câu 36: Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 2 lần. Tính xác suất để biến cố có tổng hai mặt bằng 8.

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{5}{36}$. C. $\frac{1}{9}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 6.6 = 36$.

Gọi A là biến cố "Số chấm trên mặt hai lần gieo có tổng bằng 8".

Gọi số chấm trên mặt khi gieo lần một là x , số chấm trên mặt khi gieo lần hai là y .

$$\text{Theo bài ra, ta có } \begin{cases} 1 \leq x \leq 6 \\ 1 \leq y \leq 6 \\ x + y = 8 \end{cases} \Rightarrow (x; y) = \{(2; 6), (3; 5), (4; 4), (6; 2), (5; 3), (4; 4)\}.$$

Khi đó số kết quả thuận lợi của biến cố là $n(A) = 6$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

Câu 37: Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 2 lần, tính xác suất để biến cố có tích 2 lần số chấm khi gieo xúc xắc là một số chẵn.

- A. 0,25. B. 0,5. C. 0,75. D. 0,85.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 6.6 = 36$.

Gọi A là biến cố "Tích hai lần số chấm khi gieo xúc xắc là một số chẵn". Ta xét các trường hợp:

TH1. Gieo lần một, số chấm xuất hiện trên mặt là số lẻ thì khi gieo lần hai, số chấm xuất hiện phải là số chẵn. Khi đó có $3 \cdot 3 = 9$ cách gieo.

TH2. Gieo lần một, số chấm xuất hiện trên mặt là số chẵn thì có hai trường hợp xảy ra là số chấm xuất hiện trên mặt khi gieo lần hai là số lẻ hoặc số chẵn. Khi đó có $3 \cdot 3 + 3 \cdot 3 = 18$ cách gieo.

Suy ra số kết quả thuận lợi cho biến cố là $n(A) = 9 + 18 = 27$.

Vậy xác suất cần tìm tính $P(A) = \frac{27}{36} = 0,75$.

Câu 38: Gieo ba con súc sắc. Xác suất để số chấm xuất hiện trên ba con súc sắc như nhau là?

- A.** $\frac{12}{216}$. **B.** $\frac{1}{216}$. **C.** $\frac{6}{216}$. **D.** $\frac{3}{216}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 36$.

Gọi A là biến cố "Số chấm xuất hiện trên ba con súc sắc như nhau". Ta có các trường hợp thuận lợi cho biến cố A là $(1;1;1)$, $(2;2;2)$, $(3;3;3)$, \dots , $(6;6;6)$.

Suy ra $n(A) = 6$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{6}{216}$.

Câu 39: Một đội gồm 5 nam và 8 nữ. Lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca, tính xác suất để trong 4 người được chọn có ít nhất 3 nữ.

- A.** $\frac{70}{143}$. **B.** $\frac{73}{143}$. **C.** $\frac{56}{143}$. **D.** $\frac{87}{143}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là chọn tùy ý 4 người từ 13 người.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{13}^4 = 715$.

Gọi A là biến cố "4 người được chọn có ít nhất 3 nữ". Ta có hai trường hợp thuận lợi cho biến cố A như sau:

- **TH1:** Chọn 3 nữ và 1 nam, có $C_8^3 C_5^1$ cách.
- **TH2:** Chọn cả 4 nữ, có C_8^4 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_8^3 C_5^1 + C_8^4 = 350$.

$$\text{Vậy xác suất cần tính } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{350}{715} = \frac{70}{143}.$$

Câu 40: Một hộp đựng 10 chiếc thẻ được đánh số từ 0 đến 9. Lấy ngẫu nhiên ra 3 chiếc thẻ, tính xác suất để 3 chữ số trên 3 chiếc thẻ được lấy ra có thể ghép thành một số chia hết cho 5.

A. $\frac{8}{15}$. **B.** $\frac{7}{15}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách lấy ngẫu nhiên 3 chiếc thẻ từ 10 chiếc thẻ.

$$\text{Suy ra số phần tử của không gian mẫu là } n(\Omega) = C_{10}^3.$$

Gọi A là biến cố " 3 chữ số trên 3 chiếc thẻ được lấy ra có thể ghép thành một số chia hết cho 5". Để cho biến cố A xảy ra thì trong 3 thẻ lấy được phải có thẻ mang chữ số 0 hoặc chữ số 5. Ta đi tìm số phần tử của biến cố \bar{A} , tức 3 thẻ lấy ra không có thẻ mang chữ số 0 và cũng không có thẻ mang chữ số 5 là C_8^3 cách.

$$\text{Suy ra số phần tử của biến cố } A \text{ là } n(A) = C_{10}^3 - C_8^3.$$

$$\text{Vậy xác suất cần tính } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{10}^3 - C_8^3}{C_{10}^3} = \frac{8}{15}.$$

Câu 41: Có 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Chọn ngẫu nhiên ra 8 tấm thẻ, tính xác suất để có 3 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

A. $\frac{560}{4199}$. **B.** $\frac{4}{15}$. **C.** $\frac{11}{15}$. **D.** $\frac{3639}{4199}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là cách chọn 8 tấm thẻ trong 20 tấm thẻ.

$$\text{Suy ra số phần tử của không mẫu là } n(\Omega) = C_{20}^8.$$

Gọi A là biến cố " 3 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10 ". Để tìm số phần tử của A ta làm như sau:

- Đầu tiên chọn 3 tấm thẻ trong 10 tấm thẻ mang số lẻ, có C_{10}^3 cách.
- Tiếp theo chọn 4 tấm thẻ trong 8 tấm thẻ mang số chẵn, có C_8^4 cách.
- Sau cùng ta chọn 1 trong 2 tấm thẻ mang số chia hết cho 10, có C_2^1 cách.

$$\text{Suy ra số phần tử của biến cố } A \text{ là } n(A) = C_{10}^3 \cdot C_8^4 \cdot C_2^1.$$

$$\text{Vậy xác suất cần tính } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{10}^3 \cdot C_8^4 \cdot C_2^1}{C_{20}^8} = \frac{560}{4199}.$$

Câu 42: Một hộp có 5 viên bi xanh, 6 viên bi đỏ và 7 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi trong hộp, tính xác suất để 5 viên bi được chọn có đủ màu và số bi đỏ bằng số bi vàng.

- A. $\frac{313}{408}$. B. $\frac{95}{408}$. C. $\frac{5}{102}$. D. $\frac{25}{136}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 5 viên bi từ hộp chứa 18 viên bi. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{18}^5 = 8568$.

Gọi A là biến cố "5 viên bi được chọn có đủ màu và số bi đỏ bằng số bi vàng". Ta có các trường hợp thuận lợi cho biến cố A là:

• **TH1:** Chọn 1 bi đỏ, 1 bi vàng và 3 bi xanh nên có $C_6^1 \cdot C_7^1 \cdot C_5^3$ cách.

• **TH2:** Chọn 2 bi đỏ, 2 bi vàng và 1 bi xanh nên có $C_6^2 \cdot C_7^2 \cdot C_5^1$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_6^1 \cdot C_7^1 \cdot C_5^3 + C_6^2 \cdot C_7^2 \cdot C_5^1 = 1995$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1995}{8568} = \frac{95}{408}$.

Câu 43: Một nhóm gồm 8 nam và 7 nữ. Chọn ngẫu nhiên 5 bạn. Xác suất để trong 5 bạn được chọn có cả nam lẫn nữ mà nam nhiều hơn nữ là:

- A. $\frac{60}{143}$. B. $\frac{238}{429}$. C. $\frac{210}{429}$. D. $\frac{82}{143}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: "5 bạn được chọn có cả nam lẫn nữ mà nam nhiều hơn nữ"

-Không gian mẫu: $|\Omega| = C_{15}^5$.

-Số cách chọn 5 bạn trong đó có 4 nam, 1 nữ là: $C_8^4 \cdot C_7^1$.

- Số cách chọn 5 bạn trong đó có 3 nam, 2 nữ là: $C_8^3 \cdot C_7^2$.

$\Rightarrow n(A) = C_8^4 \cdot C_7^1 + C_8^3 \cdot C_7^2 = 1666$

$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{|\Omega|} = \frac{1666}{C_{15}^5} = \frac{238}{429}$.

Câu 44: Một đoàn đại biểu gồm 5 người được chọn ra từ một tổ gồm 8 nam và 7 nữ để tham dự hội nghị. Xác suất để chọn được đoàn đại biểu có đúng 2 người nữ là

- A. $\frac{56}{143}$. B. $\frac{140}{429}$. C. $\frac{1}{143}$. D. $\frac{28}{715}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{15}^5$.

Gọi biến cố A : "Chọn được đoàn đại biểu có đúng 2 người nữ"

$\Rightarrow n(A) = C_7^2 \cdot C_8^3$.

Vậy xác suất cần tìm là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{56}{143}$.

Câu 45: Một lô hàng gồm 1000 sản phẩm, trong đó có 50 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên từ lô hàng đó 1 sản phẩm. Xác suất để lấy được sản phẩm tốt là:

- A. 0,94. B. 0,96. C. 0,95. D. 0,97.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “lấy được 1 sản phẩm tốt.”

- Không gian mẫu: $|\Omega| = C_{1000}^1 = 1000$.

- $n(A) = C_{950}^1 = 950$.

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{|\Omega|} = \frac{950}{1000} = 0,95.$$

Câu 46: Một hộp có 5 viên bi đỏ và 9 viên bi xanh. Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi. Xác suất để chọn được 2 viên bi khác màu là:

- A. $\frac{14}{45}$. B. $\frac{45}{91}$. C. $\frac{46}{91}$. D. $\frac{15}{22}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “chọn được 2 viên bi khác màu.”

- Không gian mẫu: $|\Omega| = C_{14}^2 = 91$.

- $n(A) = C_5^1 \cdot C_9^1 = 45$.

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{|\Omega|} = \frac{45}{91}.$$

Câu 47: Gieo ngẫu nhiên một đồng tiền cân đối và đồng chất bốn lần. Xác suất để cả bốn lần gieo đều xuất hiện mặt sấp là

- A. $\frac{4}{16}$. B. $\frac{2}{16}$. C. $\frac{1}{16}$. D. $\frac{6}{16}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “cả bốn lần gieo đều xuất hiện mặt sấp.”

- Không gian mẫu: $2^4 = 16$.

- $n(A) = 1.1.1.1 = 1$.

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{|\Omega|} = \frac{1}{16}.$$

Câu 48: Gieo ngẫu nhiên hai con súc sắc cân đối, đồng chất. Xác suất của biến cố “Tổng số chấm của hai con súc sắc bằng 6” là

- A. $\frac{5}{6}$. B. $\frac{7}{36}$. C. $\frac{11}{36}$. D. $\frac{5}{36}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Tổng số chấm của hai con súc sắc bằng 6.”

- Không gian mẫu: $6^2 = 36$.

- Ta có $1+5=6$, $2+4=6$, $3+3=6$, $4+2=6$, $5+1=6$.

$$\Rightarrow n(A) = 5.$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{|\Omega|} = \frac{5}{36}.$$

Câu 49: Có bốn tấm bìa được đánh số từ 1 đến 4. Rút ngẫu nhiên ba tấm. Xác suất của biến cố “Tổng các số trên ba tấm bìa bằng 8” là

- A. 1. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Tổng số trên tấm bìa bằng 8.”

-Không gian mẫu: $C_4^3 = 4$.

-Ta có $1+3+4=8$.

$$\Rightarrow n(A) = 1.$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{|\Omega|} = \frac{1}{4}.$$

Câu 50: Một người chọn ngẫu nhiên hai chiếc giày từ bốn đôi giày cỡ khác nhau. Xác suất để hai chiếc chọn được tạo thành một đôi là

- A. $\frac{4}{7}$. B. $\frac{3}{14}$. C. $\frac{2}{7}$. D. $\frac{5}{28}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “hai chiếc chọn được tạo thành một đôi.”

-Không gian mẫu: $C_8^2 = 28$.

-Ta có chiếc giày thứ nhất có 8 cách chọn, chiếc giày thứ 2 có 1 cách chọn để cùng đôi với chiếc giày thứ nhất.

$$\Rightarrow n(A) = 8.1 = 8.$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{|\Omega|} = \frac{8}{28} = \frac{2}{7}.$$

Câu 51: Một hộp chứa ba quả cầu trắng và hai quả cầu đen. Lấy ngẫu nhiên đồng thời hai quả. Xác suất để lấy được cả hai quả trắng là

- A. $\frac{2}{10}$. B. $\frac{3}{10}$. C. $\frac{4}{10}$. D. $\frac{5}{10}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “lấy được cả hai quả trắng.”

- Không gian mẫu: $C_5^2 = 10$.

- $n(A) = C_3^2 = 3$.

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{|\Omega|} = \frac{3}{10}.$$

Câu 52: Một hộp chứa sáu quả cầu trắng và bốn quả cầu đen. Lấy ngẫu nhiên đồng thời bốn quả. Tính xác suất sao cho có ít nhất một quả màu trắng.

- A. $\frac{1}{21}$. B. $\frac{1}{210}$. C. $\frac{209}{210}$. D. $\frac{8}{105}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “trong bốn quả được chọn có ít nhất 1 quả trắng.”

- Không gian mẫu: $C_{10}^4 = 210$.

- \bar{A} là biến cố: “trong bốn quả được chọn không có 1 quả trắng nào.”

$$\Rightarrow n(\bar{A}) = C_4^4 = 1.$$

$$\Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{|\Omega|} = \frac{1}{210}.$$

$$\Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{1}{210} = \frac{209}{210}.$$

Câu 53: Một hộp có 5 viên bi đỏ, 3 viên bi vàng và 4 viên bi xanh. Chọn ngẫu nhiên từ hộp 4 viên bi, tính xác suất để 4 viên bi được chọn có số bi đỏ lớn hơn số bi vàng và nhất thiết phải có mặt bi xanh.

- A. $\frac{1}{12}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{16}{33}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ hộp chứa 12 viên bi. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{12}^4 = 495$.

Gọi A là biến cố " 4 viên bi được chọn có số bi đỏ lớn hơn số bi vàng và nhất thiết phải có mặt bi xanh ". Ta có các trường hợp thuận lợi cho biến cố A là:

- **TH1:** Chọn 1 bi đỏ và 3 bi xanh nên có $C_5^1 \cdot C_4^3$ cách.
- **TH2:** Chọn 2 bi đỏ và 2 bi xanh nên có $C_5^2 \cdot C_4^2$ cách.
- **TH3:** Chọn 3 bi đỏ và 1 bi xanh nên có $C_5^3 \cdot C_4^1$ cách.
- **TH4:** Chọn 2 bi đỏ, 1 bi vàng và 1 bi xanh nên có $C_5^2 \cdot C_3^1 \cdot C_4^1$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_5^1 \cdot C_4^3 + C_5^2 \cdot C_4^2 + C_5^3 \cdot C_4^1 + C_5^2 \cdot C_3^1 \cdot C_4^1 = 240$.

$$\text{Vậy xác suất cần tính } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{240}{495} = \frac{16}{33}.$$

Câu 54: Có 3 bó hoa. Bó thứ nhất có 8 hoa hồng, bó thứ hai có 7 bông hoa ly, bó thứ ba có 6 bông hoa huệ. Chọn ngẫu nhiên 7 hoa từ ba bó hoa trên để cắm vào lọ hoa, tính xác suất để trong 7 hoa được chọn có số hoa hồng bằng số hoa ly.

- A. $\frac{3851}{4845}$. B. $\frac{1}{71}$. C. $\frac{36}{71}$. D. $\frac{994}{4845}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 7 hoa từ ba bó hoa gồm 21 hoa.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{21}^7 = 116280$.

Gọi A là biến cố "7 hoa được chọn có số hoa hồng bằng số hoa ly". Ta có các trường hợp thuận lợi cho biến cố A là:

- **TH1:** Chọn 1 hoa hồng, 1 hoa ly và 5 hoa huệ nên có $C_8^1 \cdot C_7^1 \cdot C_6^5$ cách.
- **TH2:** Chọn 2 hoa hồng, 2 hoa ly và 2 hoa huệ nên có $C_8^2 \cdot C_7^2 \cdot C_6^3$ cách.
- **TH3:** Chọn 3 hoa hồng, 3 hoa ly và 1 hoa huệ nên có $C_8^3 \cdot C_7^3 \cdot C_6^1$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_8^1 \cdot C_7^1 \cdot C_6^5 + C_8^2 \cdot C_7^2 \cdot C_6^3 + C_8^3 \cdot C_7^3 \cdot C_6^1 = 23856$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{23856}{116280} = \frac{994}{4845}$.

Câu 55: Có 13 học sinh của một trường THPT đạt danh hiệu học sinh xuất sắc trong đó khối 12 có 8 học sinh nam và 3 học sinh nữ, khối 11 có 2 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh bất kỳ để trao thưởng, tính xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ đồng thời có cả khối 11 và khối 12.

- A.** $\frac{57}{286}$ **B.** $\frac{24}{143}$ **C.** $\frac{27}{143}$ **D.** $\frac{229}{286}$

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ 13 học sinh.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{13}^3 = 286$.

Gọi A là biến cố "3 học sinh được chọn có cả nam và nữ đồng thời có cả khối 11 và khối 12". Ta có các trường hợp thuận lợi cho biến cố A là:

- **TH1:** Chọn 1 học sinh khối 11; 1 học sinh nam khối 12 và 1 học sinh nữ khối 12 nên có $C_2^1 C_8^1 C_3^1 = 48$ cách.
- **TH2:** Chọn 1 học sinh khối 11; 2 học sinh nữ khối 12 có $C_2^1 C_3^2 = 6$ cách.
- **TH3:** Chọn 2 học sinh khối 11; 1 học sinh nữ khối 12 có $C_2^2 C_3^1 = 3$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = 48 + 6 + 3 = 57$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{57}{286}$.

Câu 56: Một chiếc hộp đựng 7 viên bi màu xanh, 6 viên bi màu đen, 5 viên bi màu đỏ, 4 viên bi màu trắng. Chọn ngẫu nhiên ra 4 viên bi, tính xác suất để lấy được ít nhất 2 viên bi cùng màu.

- A.** $\frac{2808}{7315}$ **B.** $\frac{185}{209}$ **C.** $\frac{24}{209}$ **D.** $\frac{4507}{7315}$

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ 22 viên bi đã cho.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{22}^4 = 7315$.

Gọi A là biến cố "Lấy được 4 viên bi trong đó có ít nhất hai viên bi cùng màu". Để tìm số phần tử của A , ta đi tìm số phần tử của biến cố \bar{A} , với biến cố \bar{A} là lấy được 4 viên bi trong đó không có hai viên bi nào cùng màu.

Suy ra số phần tử của biến cố \bar{A} là $n(\bar{A}) = C_7^1 C_6^1 C_5^1 C_4^1 = 840$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = n(\Omega) - n(\bar{A}) = 6475$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6475}{7315} = \frac{185}{209}$.

Câu 57: Một hộp đựng 8 quả cầu trắng, 12 quả cầu đen. Lần thứ nhất lấy ngẫu nhiên 1 quả cầu trong hộp, lần thứ hai lấy ngẫu nhiên 1 quả cầu trong các quả cầu còn lại. Tính xác suất để kết quả của hai lần lấy được 2 quả cầu cùng màu.

A. $\frac{14}{95}$.

B. $\frac{48}{95}$.

C. $\frac{47}{95}$.

D. $\frac{81}{95}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là lấy 2 quả cầu trong hộp một cách lần lượt ngẫu nhiên.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{20}^1 \cdot C_{19}^1$.

Gọi A biến cố "2 quả cầu được lấy cùng màu". Ta có các trường hợp thuận lợi cho biến cố A như sau:

- **TH1:** Lần thứ nhất lấy quả màu trắng và lần thứ hai cũng màu trắng.

Do đó trường hợp này có $C_8^1 \cdot C_7^1$ cách.

- **TH2:** Lần thứ nhất lấy quả màu đen và lần thứ hai cũng màu đen.

Do đó trường hợp này có $C_{12}^1 \cdot C_{11}^1$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_8^1 \cdot C_7^1 + C_{12}^1 \cdot C_{11}^1$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_8^1 \cdot C_7^1 + C_{12}^1 \cdot C_{11}^1}{C_{20}^1 \cdot C_{19}^1} = \frac{47}{95}$.

Câu 58: Một hộp chứa 12 viên bi kích thước như nhau, trong đó có 5 viên bi màu xanh được đánh số từ 1 đến 5; có 4 viên bi màu đỏ được đánh số từ 1 đến 4 và 3 viên bi màu vàng được đánh số từ 1 đến 3. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp, tính xác suất để 2 viên bi được lấy vừa khác màu vừa khác số.

A. $\frac{8}{33}$.

B. $\frac{14}{33}$.

C. $\frac{29}{66}$.

D. $\frac{37}{66}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số sách lấy tùy ý 2 viên từ hộp chứa 12 viên bi.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{12}^2 = 66$.

Gọi A là biến cố " 2 viên bi được lấy vừa khác màu vừa khác số".

- Số cách lấy 2 viên bi gồm: 1 bi xanh và 1 bi đỏ là $4.4 = 16$ cách.
- Số cách lấy 2 viên bi gồm: 1 bi xanh và 1 bi vàng là $3.4 = 12$ cách.
- Số cách lấy 2 viên bi gồm: 1 bi đỏ và 1 bi vàng là $3.3 = 9$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = 16 + 12 + 9 = 37$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{37}{66}$.

Câu 59: Rút một lá bài từ bộ bài gồm 52 lá. Xác suất để được lá át (A) hay lá già (K) hay lá đâm (Q) là

- A. $\frac{1}{2197}$. B. $\frac{1}{64}$. C. $\frac{1}{13}$. D. $\frac{3}{13}$.

Lời giải

Trong bộ bài có bốn lá át (A), bốn lá già (K) và bốn lá đâm (Q) nên xác suất để lấy được lá át (A) hay lá già (K) hay lá đâm (Q) là

$$P = \frac{C_{12}^1}{C_{52}^1} = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}.$$

Câu 60: Rút một lá bài từ bộ bài gồm 52 lá. Xác suất để được lá bời (J) màu đỏ hay lá 5 là

- A. $\frac{1}{13}$. B. $\frac{3}{26}$. C. $\frac{3}{13}$. D. $\frac{1}{238}$.

Lời giải

Trong bộ bài có hai lá bời (J) màu đỏ và bốn lá 5 nên xác suất để lấy được lá bời (J) màu

đỏ hay lá 5 là $P = \frac{C_6^1}{C_{52}^1} = \frac{6}{52} = \frac{3}{26}$.

Câu 61: Một hộp chứa 3 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 6 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên 6 viên bi từ hộp, tính xác suất để 6 viên bi được lấy ra có đủ cả ba màu.

- A. $\frac{810}{1001}$. B. $\frac{191}{1001}$. C. $\frac{4}{21}$. D. $\frac{17}{21}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 6 viên bi từ hộp chứa 14 viên bi. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{14}^6 = 3003$.

Gọi A là biến cố " 6 viên bi được lấy ra có đủ cả ba màu". Để tìm số phần tử của biến cố A ta đi tìm số phần tử của biến cố \bar{A} tức là 6 viên bi lấy ra không có đủ ba màu như sau:

- **TH1:** Chọn 6 viên bi chỉ có một màu.

Do đó trường hợp này có $C_6^6 = 1$ cách.

- **TH2:** Chọn 6 viên bi có đúng hai màu xanh và đỏ, có C_8^6 cách.

Chọn 6 viên bi có đúng hai màu đỏ và vàng, có $C_{11}^6 - C_6^6$ cách.

Chọn 6 viên bi có đúng hai màu xanh và vàng, có $C_9^6 - C_6^6$ cách.

Do đó trường hợp này có $C_8^6 + (C_{11}^6 - C_6^6) + (C_9^6 - C_6^6) = 572$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố \bar{A} là $n(\bar{A}) = 1 + 572 = 573$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = n(\Omega) - n(\bar{A}) = 3003 - 573 = 2430$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2430}{3003} = \frac{810}{1001}$.

Câu 62: Trong một hộp có 50 viên bi được đánh số từ 1 đến 50. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi trong hộp, tính xác suất để tổng ba số trên 3 viên bi được chọn là một số chia hết cho 3.

- A.** $\frac{816}{1225}$. **B.** $\frac{409}{1225}$. **C.** $\frac{289}{1225}$. **D.** $\frac{936}{1225}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp chứa 50 viên bi. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{50}^3 = 19600$.

Gọi A là biến cố "3 viên bi được chọn là một số chia hết cho 3". Trong 50 viên bi được chia thành ba loại gồm: 16 viên bi có số chia hết cho 3; 17 viên bi có số chia cho 3 dư 1 và 17 viên bi còn lại có số chia cho 3 dư 2. Để tìm số kết quả thuận lợi cho biến cố A , ta xét các trường hợp

- **TH1:** 3 viên bi được chọn cùng một loại, có $(C_{16}^3 + C_{17}^3 + C_{17}^3)$ cách.

- **TH2:** 3 viên bi được chọn có mỗi viên mỗi loại, có $C_{16}^1 \cdot C_{17}^1 \cdot C_{17}^1$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = (C_{16}^3 + C_{17}^3 + C_{17}^3) + C_{16}^1 \cdot C_{17}^1 \cdot C_{17}^1 = 6544$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6544}{19600} = \frac{409}{1225}$.

Câu 63: Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Gọi S là tập hợp các số có 3 chữ số khác nhau được lập thành từ các chữ số của tập A . Chọn ngẫu nhiên một số từ S , tính xác suất để số được chọn có chữ số cuối gấp đôi chữ số đầu.

- A.** $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{23}{25}$. **C.** $\frac{2}{25}$. **D.** $\frac{4}{5}$.

Lời giải.

Gọi số cần tìm của tập S có dạng \overline{abc} . Trong đó
$$\begin{cases} a, b, c \in A \\ a \neq 0 \\ a \neq b; b \neq c; c \neq a \end{cases}$$
.

Khi đó

- Số cách chọn chữ số a có 5 cách chọn vì $a \neq 0$.
- Số cách chọn chữ số b có 5 cách chọn vì $b \neq a$.
- Số cách chọn chữ số c có 4 cách chọn vì $c \neq a$ và $c \neq b$.

Do đó tập S có $5.5.4 = 100$ phần tử.

Không gian mẫu là chọn ngẫu nhiên 1 số từ tập S .

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{100}^1 = 100$.

Gọi X là biến cố "Số được chọn có chữ số cuối gấp đôi chữ số đầu". Khi đó ta có các bộ số là $\overline{1b2}$ hoặc $\overline{2b4}$ thỏa mãn biến cố X và cứ mỗi bộ thì b có 4 cách chọn nên có tất cả 8 số thỏa yêu cầu.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $n(X) = 8$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \frac{n(X)}{n(\Omega)} = \frac{8}{100} = \frac{2}{25}$.

Câu 64: Cho tập hợp $A = \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số của tập A . Chọn ngẫu nhiên một số từ S , tính xác suất để số được chọn mà trong mỗi số luôn luôn có mặt hai chữ số chẵn và hai chữ số lẻ.

A. $\frac{1}{5}$.

B. $\frac{3}{35}$.

C. $\frac{17}{35}$.

D. $\frac{18}{35}$.

Lời giải.

Số phần tử của tập S là $A_7^4 = 840$.

Không gian mẫu là chọn ngẫu nhiên 1 số từ tập S .

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{840}^1 = 840$.

Gọi X là biến cố "Số được chọn luôn luôn có mặt hai chữ số chẵn và hai chữ số lẻ".

- Số cách chọn hai chữ số chẵn từ bốn chữ số 2; 4; 6; 8 là $C_4^2 = 6$ cách.
- Số cách chọn hai chữ số lẻ từ ba chữ số 3; 5; 7 là $C_3^2 = 3$ cách.
- Từ bốn chữ số được chọn ta lập số có bốn chữ số khác nhau, số cách lập tương ứng với một hoán vị của 4 phần tử nên có $4!$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $n(X) = C_4^2 \cdot C_3^2 \cdot 4! = 432$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \frac{n(X)}{n(\Omega)} = \frac{432}{840} = \frac{18}{35}$.

Câu 65: Một tổ có 9 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Chia tổ thành 3 nhóm mỗi nhóm 4 người để làm 3 nhiệm vụ khác nhau. Tính xác suất để khi chia ngẫu nhiên nhóm nào cũng có nữ.

A. $\frac{16}{55}$. **B.** $\frac{8}{55}$. **C.** $\frac{292}{1080}$. **D.** $\frac{292}{34650}$.

Lời giải

Không gian mẫu $C_{12}^4 \cdot C_8^4 \cdot 1 = 34650$.

Chỉ có 3 nữ và chia mỗi nhóm có đúng 1 nữ và 3 nam. Nhóm 1 có $C_3^1 \cdot C_9^3 = 252$ cách.

Lúc đó còn lại 2 nữ, 6 nam, nhóm thứ 2 có $C_2^1 \cdot C_6^3 = 40$ cách chọn. Cuối cùng còn 4 người là một nhóm: có 1 cách.

Theo quy tắc nhân thì có: $252 \cdot 40 \cdot 1 = 10080$ cách. Vậy xác suất cần tìm là $P = \frac{10080}{34650} = \frac{16}{55}$.

Câu 66: Chi đoàn lớp 12A có 20 đoàn viên trong đó có 12 đoàn viên nam và 8 đoàn viên nữ. Tính xác suất khi chọn 3 đoàn viên có ít nhất 1 đoàn viên nữ.

A. $\frac{11}{7}$. **B.** $\frac{110}{570}$. **C.** $\frac{46}{57}$. **D.** $\frac{251}{285}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu: $C_{20}^3 = 1140$.

Gọi A là biến cố “chọn 3 đoàn viên có ít nhất 1 đoàn viên nữ”

Vậy \bar{A} là biến cố chọn được 3 đoàn viên đều là nam: $C_{12}^3 = 220$.

Xác suất của biến cố \bar{A} là: $P(\bar{A}) = \frac{220}{1140} = \frac{11}{57}$.

Vậy xác suất cần tìm là: $P(A) = 1 - \frac{11}{57} = \frac{46}{57}$.

Câu 67: Một tổ gồm 9 học sinh gồm 4 học sinh nữ và 5 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên từ tổ đó ra 3 học sinh. Xác suất để trong 3 học sinh chọn ra có số học sinh nam nhiều hơn số học sinh nữ bằng:

A. $\frac{17}{42}$. **B.** $\frac{5}{42}$. **C.** $\frac{25}{42}$. **D.** $\frac{10}{21}$.

Lời giải

Có $C_9^3 = 84$ cách chọn 3 học sinh bất kì.

Chọn 3 học sinh mà số học sinh nam nhiều hơn số học sinh nữ có các trường hợp

+ Có 3 học sinh nam: Có $C_5^3 = 10$ cách chọn

+ Có 2 học sinh nam, 1 học sinh nữ: Có $C_5^2 \cdot C_4^1 = 40$ cách chọn

Xác suất cần tìm là $P = \frac{10+40}{84} = \frac{25}{42}$.

Câu 68: Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất, xác suất để mặt có số chấm chẵn xuất hiện là

- A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

Lời giải

Ta có: Không gian mẫu $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ suy ra $n(\Omega) = 6$

Gọi biến cố A : “Con súc sắc có số chấm chẵn xuất hiện” hay $A = \{2; 4; 6\}$ suy ra $n(A) = 3$

Từ đó suy ra $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Vậy xác suất để mặt có số chấm chẵn xuất hiện là $\frac{1}{2}$.

Câu 69: Trong một hộp có 10 viên bi đánh số từ 1 đến 10, lấy ngẫu nhiên ra hai bi. Tính xác suất để hai bi lấy ra có tích hai số trên chúng là một số lẻ.

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{4}{9}$ C. $\frac{1}{9}$ D. $\frac{2}{9}$

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{10}^2$.

Gọi biến cố A : “Hai bi lấy ra có tích hai số trên chúng là một số lẻ”.

$n(A) = C_5^2$.

Vậy $P(A) = \frac{C_5^2}{C_{10}^2} = \frac{2}{9}$.

Câu 70: Lớp 11B có 25 đoàn viên, trong đó có 10 nam và 15 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 đoàn viên trong lớp để tham dự hội trại ngày 26 tháng 3. Tính xác suất để 3 đoàn viên được chọn có 2 nam và 1 nữ.

- A. $\frac{7}{920}$ B. $\frac{27}{92}$ C. $\frac{3}{115}$ D. $\frac{9}{92}$

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{25}^3$.

Gọi A là biến cố “3 đoàn viên được chọn có 2 nam và 1 nữ”.

Số phần tử của A là $n(A) = C_{10}^2 \cdot C_{15}^1$.

Vậy xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{10}^2 \cdot C_{15}^1}{C_{25}^3} = \frac{27}{92}$.

Câu 71: Hai xạ thủ cùng bắn mỗi người một viên đạn vào bia một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng bia của hai xạ thủ lần lượt là $\frac{1}{2}$ và $\frac{1}{3}$. Tính xác suất của biến cố có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia.

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{5}{6}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

Lời giải

Gọi A là biến cố: “ có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia ”.

Khi đó \overline{A} là biến cố: “ cả hai xạ thủ đều bắn trúng bia ”.

$$P(\overline{A}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}.$$

Câu 72: Một hộp có 5 bi đen, 4 bi trắng. Chọn ngẫu nhiên 2 bi. Xác suất 2 bi được chọn có đủ hai màu là

- A. $\frac{5}{324}$. B. $\frac{5}{9}$. C. $\frac{2}{9}$. D. $\frac{1}{18}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = C_9^2 = 36$.

Gọi A : “hai bi được chọn có đủ hai màu”. Ta có: $n(A) = C_5^1 \cdot C_4^1 = 20$.

Khi đó: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$.

Câu 73: Một tổ có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho 2 người được chọn không có nữ nào cả.

- A. $\frac{1}{15}$. B. $\frac{2}{15}$. C. $\frac{7}{15}$. D. $\frac{8}{15}$.

Lời giải

$$n(\Omega) = C_{10}^2 = 45.$$

Gọi A : “2 người được chọn không có nữ” $\Leftrightarrow A$: “2 người được chọn đều là nam”.

Ta có $n(A) = C_7^2 = 21$. Vậy $P(A) = \frac{21}{45} = \frac{7}{15}$.

Câu 74: Một tổ có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho 2 người được chọn có đúng một người nữ.

- A. $\frac{1}{15}$. B. $\frac{2}{15}$. C. $\frac{7}{15}$. D. $\frac{8}{15}$.

Lời giải

$$n(\Omega) = C_{10}^2 = 45. \text{ Gọi } A: \text{ “2 người được chọn có đúng 1 nữ”}.$$

Chọn 1 nữ có 3 cách, chọn 1 nam có 7 cách suy ra $n(A) = 7 \cdot 3 = 21$. Do đó $P(A) = \frac{21}{45} = \frac{7}{15}$.

Câu 75: [1D2-4.3-2] Một bình chứa 16 viên bi với 7 viên bi trắng, 6 viên bi đen và 3 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi. Tính xác suất lấy được cả 3 viên bi không đỏ.

- A. $\frac{1}{560}$. B. $\frac{9}{40}$. C. $\frac{1}{28}$. D. $\frac{143}{280}$.

Lời giải

$$n(\Omega) = C_{16}^3 = 560.$$

Gọi A : “lấy được 3 viên bi không đỏ” $\Leftrightarrow A$: “lấy được 3 viên bi trắng hoặc đen”

Có $7 + 6 = 13$ viên bi trắng hoặc đen. Ta có $n(A) = C_{13}^3 = 286$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{286}{560} = \frac{143}{280}.$$

Câu 76: Gieo hai con súc xắc cân đối và đồng chất. Xác suất để tổng số chấm trên mặt xuất hiện của hai con súc xắc bằng 7 là:

- A. $\frac{2}{9}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{7}{36}$. D. $\frac{5}{36}$.

Lời giải

$n(\Omega) = 6.6 = 36$. Gọi A : “tổng số chấm trên mặt xuất hiện của hai con súc xắc bằng 7”.

$$A = \{(1;6);(2;5);(3;4);(4;3);(5;2);(6;1)\}.$$

$$\text{Do đó } n(A) = 6. \text{ Vậy } P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}.$$

Câu 77: [1D2-4.3-2] Gieo một con súc xắc cân đối và đồng chất hai lần. Xác suất để ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm là:

- A. $\frac{12}{36}$. B. $\frac{11}{36}$. C. $\frac{6}{36}$. D. $\frac{8}{36}$.

Lời giải

$n(\Omega) = 6.6 = 36$. Gọi A : “ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm”.

Khi đó \bar{A} : “không có lần nào xuất hiện mặt sáu chấm”.

$$\text{Ta có } n(\bar{A}) = 5.5 = 25. \text{ Vậy } P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36}.$$

Câu 78: [1D2-4.3-2] Từ một hộp chứa ba quả cầu trắng và hai quả cầu đen lấy ngẫu nhiên hai quả. Xác suất để lấy được cả hai quả trắng là:

- A. $\frac{9}{30}$. B. $\frac{12}{30}$. C. $\frac{10}{30}$. D. $\frac{6}{30}$.

Lời giải

$n(\Omega) = C_5^2 = 10$. Gọi A : “Lấy được hai quả màu trắng”.

$$\text{Ta có } n(A) = C_3^2 = 3. \text{ Vậy } P(A) = \frac{3}{10} = \frac{9}{30}.$$

Câu 79: [1D2-4.3-2] Rút một lá bài từ bộ bài gồm 52 lá. Xác suất để được lá 10 hay lá át là

- A. $\frac{2}{13}$. B. $\frac{1}{169}$. C. $\frac{4}{13}$. D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Trong bộ bài có bốn lá 10 và bốn lá át nên xác suất để lấy được lá 10 hay lá át là

$$P = \frac{C_8^1}{C_{52}^1} = \frac{8}{52} = \frac{2}{13}.$$

Câu 80: [1D2-4.3-2] Rút một lá bài từ bộ bài gồm 52 lá. Xác suất để được lá át hay lá rô là

- A. $\frac{1}{52}$. B. $\frac{2}{13}$. C. $\frac{4}{13}$. D. $\frac{17}{52}$.

Lời giải

Trong bộ bài có ba lá át và 13 lá rô nên xác suất để lấy được lá át hay lá rô là

$$P = \frac{C_{16}^1}{C_{52}^1} = \frac{16}{52} = \frac{4}{13}.$$

Câu 81: [1D2-4.3-3] Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có ít nhất 3 chữ số, các chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số thuộc tập A . Chọn ngẫu nhiên một số từ S , tính xác suất để số được chọn có tổng các chữ số bằng 10.

- A. $\frac{1}{30}$. B. $\frac{3}{25}$. C. $\frac{22}{25}$. D. $\frac{2}{25}$.

Lời giải.

Ta tính số phần tử thuộc tập S như sau:

- Số các số thuộc S có 3 chữ số là A_5^3 .
- Số các số thuộc S có 4 chữ số là A_5^4 .
- Số các số thuộc S có 5 chữ số là A_5^5 .

Suy ra số phần tử của tập S là $A_5^3 + A_5^4 + A_5^5 = 300$.

Không gian mẫu là chọn ngẫu nhiên 1 số từ tập S .

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{300}^1 = 300$.

Gọi X là biến cố "Số được chọn có tổng các chữ số bằng 10". Các tập con của A có tổng số phần tử bằng 10 là $A_1 = \{1; 2; 3; 4\}$, $A_2 = \{2; 3; 5\}$, $A_3 = \{1; 4; 5\}$.

- Từ A_1 lập được các số thuộc S là 4!
- Từ A_2 lập được các số thuộc S là 3!
- Từ A_3 lập được các số thuộc S là 3!

Suy ra số phần tử của biến cố X là $n(X) = 4! + 3! + 3! = 36$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \frac{n(X)}{n(\Omega)} = \frac{36}{300} = \frac{3}{25}$.

Câu 82: [1D2-4.3-3] Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có hai chữ số. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp S . Tính xác suất để hai số được chọn có chữ số hàng đơn vị giống nhau.

A. $\frac{8}{89}$.

B. $\frac{81}{89}$.

C. $\frac{36}{89}$.

D. $\frac{53}{89}$.

Lời giải.

Số phần tử của tập S là $9 \cdot 10 = 90$.

Không gian mẫu là chọn ngẫu nhiên 2 số từ tập S .

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{90}^2 = 4005$.

Gọi X là biến cố "Số được chọn có chữ số hàng đơn vị giống nhau". Ta mô tả không gian của biến cố X như sau:

- Có 10 cách chọn chữ số hàng đơn vị.
- Có C_9^2 cách chọn hai chữ số hàng chục.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $n(X) = 10 \cdot C_9^2 = 360$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \frac{n(X)}{n(\Omega)} = \frac{360}{4005} = \frac{8}{89}$.

Câu 83: [1D2-4.3-3] Gọi S là tập hợp các số tự nhiên gồm 9 chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ S , tính xác suất để chọn được một số gồm 4 chữ số lẻ và chữ số 0 luôn đứng giữa hai chữ số lẻ.

A. $\frac{49}{54}$.

B. $\frac{5}{54}$.

C. $\frac{1}{7776}$.

D. $\frac{45}{54}$.

Lời giải.

Số phần tử của tập S là $9 \cdot A_9^8$.

Không gian mẫu là chọn ngẫu nhiên 1 số từ tập S .

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 9 \cdot A_9^8$.

Gọi X là biến cố "Số được chọn gồm 4 chữ số lẻ và chữ số 0 luôn đứng giữa hai chữ số lẻ". Do số 0 luôn đứng giữa 2 số lẻ nên số 0 không đứng ở vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng. Ta có các khả năng

- Chọn 1 trong 7 vị trí để xếp số 0, có C_7^1 cách.
- Chọn 2 trong 5 số lẻ và xếp vào 2 vị trí cạnh số 0 vừa xếp, có A_5^2 cách.
- Chọn 2 số lẻ trong 3 số lẻ còn lại và chọn 4 số chẵn từ $\{2; 4; 6; 8\}$ sau đó xếp 6 số này vào 6 vị trí trống còn lại có $C_3^2 \cdot C_4^4 \cdot 6!$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $n(X) = C_7^1 \cdot A_5^2 \cdot C_3^2 \cdot C_4^4 \cdot 6!$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \frac{n(X)}{n(\Omega)} = \frac{C_7^1 \cdot A_5^2 \cdot C_3^2 \cdot C_4^4 \cdot 6!}{9 \cdot A_9^8} = \frac{5}{54}$.

Câu 84: [1D2-4.3-2] Giải bóng chuyên VTV Cup gồm 9 đội bóng tham dự, trong đó có 6 đội nước ngoài và 3 đội của Việt Nam. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng A, B, C và mỗi bảng có 3 đội. Tính xác suất để 3 đội bóng của Việt Nam ở 3 bảng khác nhau.

- A. $\frac{3}{56}$. B. $\frac{19}{28}$. C. $\frac{9}{28}$. D. $\frac{53}{56}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách chia tùy ý 9 đội thành 3 bảng.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3$.

Gọi X là biến cố "3 đội bóng của Việt Nam ở 3 bảng khác nhau".

- Bước 1. Xếp 3 đội Việt Nam ở 3 bảng khác nhau nên có 3! cách.
- Bước 2. Xếp 6 đội còn lại vào 3 bảng A, B, C này có $C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $n(X) = 3! \cdot C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \frac{n(X)}{n(\Omega)} = \frac{3! \cdot C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2}{C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3} = \frac{540}{1680} = \frac{9}{28}$.

Câu 85: [1D2-4.3-2] Trong giải cầu lông kỷ niệm ngày truyền thống học sinh sinh viên có 8 người tham gia trong đó có hai bạn Việt và Nam. Các vận động viên được chia làm hai bảng A và B, mỗi bảng gồm 4 người. Giả sử việc chia bảng thực hiện bằng cách bốc thăm ngẫu nhiên, tính xác suất để cả 2 bạn Việt và Nam nằm chung 1 bảng đấu.

- A. $\frac{6}{7}$. B. $\frac{5}{7}$. C. $\frac{4}{7}$. D. $\frac{3}{7}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách chia tùy ý 8 người thành 2 bảng.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_8^4 \cdot C_4^4$.

Gọi X là biến cố "2 bạn Việt và Nam nằm chung 1 bảng đấu".

- Bước 1. Xếp 2 bạn Việt và Nam nằm chung 1 bảng đấu nên có C_2^1 cách.
- Bước 2. Xếp 6 bạn còn lại vào 2 bảng A, B cho đủ mỗi bảng là 4 bạn thì có $C_6^2 \cdot C_4^4$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $n(X) = C_2^1 \cdot C_6^2 \cdot C_4^4$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \frac{n(X)}{n(\Omega)} = \frac{C_2^1 \cdot C_6^2 \cdot C_4^4}{C_8^4 \cdot C_4^4} = \frac{3}{7}$.

Câu 86: [1D2-4.3-3] Một bộ đề thi toán học sinh giỏi lớp 12 mà mỗi đề gồm 5 câu được chọn từ 15 câu dễ, 10 câu trung bình và 5 câu khó. Một đề thi được gọi là "Tốt" nếu trong đề thi có cả ba câu dễ, trung bình và khó, đồng thời số câu dễ không ít hơn 2. Lấy ngẫu nhiên một đề thi trong bộ đề trên. Tìm xác suất để đề thi lấy ra là một đề thi "Tốt".

A. $\frac{941}{1566}$.

B. $\frac{2}{5}$.

C. $\frac{4}{5}$.

D. $\frac{625}{1566}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{30}^5 = 142506$.

Gọi A là biến cố "Đề thi lấy ra là một đề thi "Tốt" ".

Vì trong một đề thi "Tốt" có cả ba câu dễ, trung bình và khó, đồng thời số câu dễ không ít hơn 2 nên ta có các trường hợp sau đây thuận lợi cho biến cố A .

- Đề thi gồm 3 câu dễ, 1 câu trung bình và 1 câu khó: có $C_{15}^3 C_{10}^1 C_5^1$ đề.
- Đề thi gồm 2 câu dễ, 2 câu trung bình và 1 câu khó: có $C_{15}^2 C_{10}^2 C_5^1$ đề.
- Đề thi gồm 2 câu dễ, 1 câu trung bình và 2 câu khó: có $C_{15}^2 C_{10}^1 C_5^2$ đề.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_{15}^3 C_{10}^1 C_5^1 + C_{15}^2 C_{10}^2 C_5^1 + C_{15}^2 C_{10}^1 C_5^2 = 56875$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{56875}{142506} = \frac{625}{1566}$.

Câu 87: [1D2-4.3-3] Trong một kỳ thi vấn đáp thí sinh A phải đứng trước ban giám khảo chọn ngẫu nhiên 3 phiếu câu hỏi từ một thùng phiếu gồm 50 phiếu câu hỏi, trong đó có 4 cặp phiếu câu hỏi mà mỗi cặp phiếu có nội dung khác nhau từng đôi một và trong mỗi một cặp phiếu có nội dung giống nhau. Tính xác suất để thí sinh A chọn được 3 phiếu câu hỏi có nội dung khác nhau.

A. $\frac{3}{4}$

B. $\frac{12}{1225}$.

C. $\frac{4}{7}$.

D. $\frac{1213}{1225}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách chọn tùy ý 3 phiếu câu hỏi từ 50 phiếu câu hỏi.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(A) = C_{50}^3$.

Gọi X là biến cố "Thí sinh A chọn được 3 phiếu câu hỏi khác nhau".

Để tìm số phần tử của X ta tìm số phần tử của biến cố \bar{X} , lúc này cần chọn được 1 cặp trong 4 cặp phiếu có câu hỏi giống nhau và chọn 1 phiếu trong 48 phiếu còn lại.

Suy ra số phần tử của biến cố \bar{X} là $n(\bar{X}) = C_4^1 \cdot C_{48}^1$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \frac{n(X)}{n(\Omega)} = \frac{n(\Omega) - n(\bar{X})}{n(\Omega)} = \frac{C_{50}^3 - C_4^1 \cdot C_{48}^1}{C_{50}^3} = \frac{1213}{1225}$.

Câu 88: [1D2-4.3-3] Có 6 học sinh lớp 11 và 3 học sinh lớp 12 được xếp ngẫu nhiên vào 9 ghế thành một dãy. Tính xác suất để xếp được 3 học sinh lớp 12 xen kẽ giữa 6 học sinh lớp 11.

A. $\frac{5}{12}$.

B. $\frac{7}{12}$.

C. $\frac{1}{1728}$.

D. $\frac{5}{72}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách sắp xếp tất cả 9 học sinh vào một ghế dài.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 9!$.

Gọi A là biến cố "Xếp 3 học sinh lớp 12 xen kẽ giữa 6 học sinh lớp 11". Ta mô tả khả năng thuận lợi của biến cố A như sau:

- Đầu tiên xếp 6 học sinh lớp 11 thành một dãy, có $6!$ cách.
- Sau đó xem 6 học sinh này như 6 vách ngăn nên có 7 vị trí để xếp 3 học sinh lớp 12. Do đó có A_7^3 cách xếp 3 học sinh lớp 12.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = 6! \cdot A_7^3$.

$$\text{Vậy xác suất cần tính } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6! \cdot A_7^3}{9!} = \frac{5}{12}.$$

Câu 89: [1D2-4.3-3] Đội tuyển học sinh giỏi của một trường THPT có 8 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Trong buổi lễ trao phần thưởng, các học sinh trên được xếp thành một hàng ngang. Tính xác suất để khi xếp sao cho 2 học sinh nữ không đứng cạnh nhau.

- A. $\frac{653}{660}$. B. $\frac{7}{660}$. C. $\frac{41}{55}$. D. $\frac{14}{55}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách sắp xếp tất cả 12 học sinh thành một hàng ngang. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 12!$.

Gọi A là biến cố "Xếp các học sinh trên thành một hàng ngang mà 2 học sinh nữ không đứng cạnh nhau". Ta mô tả khả năng thuận lợi của biến cố A như sau:

- Đầu tiên xếp 8 học sinh nam thành một hàng ngang, có $8!$ cách.
- Sau đó xem 8 học sinh này như 8 vách ngăn nên có 9 vị trí để xếp 4 học sinh nữ thỏa yêu cầu bài toán. Do đó có A_9^4 cách xếp 4 học sinh nữ.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = 8! \cdot A_9^4$.

$$\text{Vậy xác suất cần tính } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{8! \cdot A_9^4}{12!} = \frac{14}{55}.$$

Câu 90: [1D2-4.3-3] Xếp 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ vào một bàn tròn 10 ghế. Tính xác suất để không có hai học sinh nữ ngồi cạnh nhau.

- A. $\frac{37}{42}$. B. $\frac{5}{42}$. C. $\frac{5}{1008}$. D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải.

Cố định 1 vị trí cho một học sinh nam, đánh dấu các ghế còn lại từ 1 đến 9.

Không gian mẫu là hoán vị 9 học sinh trên 9 ghế đánh dấu.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 9!$.

Gọi A là biến cố "không có hai học sinh nữ ngồi cạnh nhau". Ta mô tả khả năng thuận lợi của biến cố A như sau:

- Đầu tiên ta cố định 1 học sinh nam, 5 học sinh nam còn lại có $5!$ cách xếp.
- Ta xem 6 học sinh nam như 6 vách ngăn trên vòng tròn, thế thì sẽ tạo ra 6 ô trống để ta xếp 4 học sinh nữ vào. Do đó có A_6^4 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = 5! \cdot A_6^4$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5! \cdot A_6^4}{9!} = \frac{5}{42}$.

Câu 91: [1D2-4.3-3] Có 4 hành khách bước lên một đoàn tàu gồm 4 toa. Mỗi hành khách độc lập với nhau và chọn ngẫu nhiên một toa. Tính xác suất để 1 toa có 3 người, 1 toa có 1 người, 2 toa còn lại không có ai.

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{3}{16}$. C. $\frac{13}{16}$. D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách sắp xếp 4 hành khách lên 4 toa tàu. Vì mỗi hành khách có 4 cách chọn toa nên có 4^4 cách xếp.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 4^4$.

Gọi A là biến cố "1 toa có 3 người, 1 toa có 1 người, 2 toa còn lại không có ai". Để tìm số phần tử của A , ta chia làm hai giai đoạn như sau:

- **Giai đoạn thứ nhất.** Chọn 3 hành khách trong 4 hành khách, chọn 1 toa trong 4 toa và xếp lên toa đó 3 hành khách vừa chọn. Suy ra có $C_4^3 \cdot C_4^1$ cách.
- **Giai đoạn thứ hai.** Chọn 1 toa trong 3 toa còn lại và xếp lên toa đó 1 một hành khách còn lại. Suy ra có C_3^1 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_4^3 \cdot C_4^1 \cdot C_3^1$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_4^3 \cdot C_4^1 \cdot C_3^1}{4^4} = \frac{48}{4^4} = \frac{3}{16}$.

Câu 92: [1D2-4.3-3] Có 8 người khách bước ngẫu nhiên vào một cửa hàng có 3 quầy. Tính xác suất để 3 người cùng đến quầy thứ nhất.

- A. $\frac{10}{13}$. B. $\frac{3}{13}$. C. $\frac{4769}{6561}$. D. $\frac{1792}{6561}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách sắp xếp 8 người khách vào 3 quầy. Vì mỗi người khách có 3 cách chọn quầy nên có 3^8 khả năng xảy ra.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 3^8$.

Gọi A là biến cố "Có 3 người cùng đến quầy thứ nhất, 5 người còn lại đến quầy thứ hai hoặc ba". Để tìm số phần tử của A , ta chia làm hai giai đoạn như sau:

- **Giai đoạn thứ nhất.** Chọn 3 người khách trong 8 người khách và cho đến quầy thứ nhất, có C_8^3 cách.

- **Giai đoạn thứ hai.** Còn lại 5 người khách xếp vào 2 quầy. Mỗi người khách có 2 cách chọn quầy. Suy ra có 2^5 cách xếp.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_8^3 \cdot 2^5$.

$$\text{Vậy xác suất cần tính } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_8^3 \cdot 2^5}{3^8} = \frac{1792}{6561}.$$

Câu 93: [1D2-4.3-3] Trong một buổi liên hoan có 10 cặp nam nữ, trong đó có 4 cặp vợ chồng. Chọn ngẫu nhiên 3 người để biểu diễn một tiết mục văn nghệ. Tính xác suất để 3 người được chọn không có cặp vợ chồng nào.

- A. $\frac{94}{95}$. B. $\frac{1}{95}$. C. $\frac{6}{95}$. D. $\frac{89}{95}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 3 người trong 20 người.

Suy ra số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{20}^3 = 1140$.

Gọi A là biến cố "3 người được chọn không có cặp vợ chồng nào". Để tìm số phần tử của A , ta đi tìm số phần tử của biến cố \bar{A} , với biến cố \bar{A} là 3 người được chọn luôn có 1 cặp vợ chồng.

- Chọn 1 cặp vợ chồng trong 4 cặp vợ chồng, có C_4^1 cách.
- Chọn thêm 1 người trong 18 người, có C_{18}^1 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố \bar{A} là $n(\bar{A}) = C_4^1 \cdot C_{18}^1 = 72$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = 1140 - 72 = 1068$.

$$\text{Vậy xác suất cần tính } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1068}{1140} = \frac{89}{95}.$$

Câu 94: [1D2-4.3-3] Một lớp học có 40 học sinh trong đó có 4 cặp anh em sinh đôi. Trong buổi họp đầu năm thầy giáo chủ nhiệm lớp muốn chọn ra 3 học sinh để làm cán sự lớp gồm lớp trưởng, lớp phó và bí thư. Tính xác suất để chọn ra 3 học sinh làm cán sự lớp mà không có cặp anh em sinh đôi nào.

- A. $\frac{64}{65}$. B. $\frac{1}{65}$. C. $\frac{1}{256}$. D. $\frac{255}{256}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 3 học sinh trong 40 học sinh.

Suy ra số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{40}^3 = 9880$.

Gọi A là biến cố " 3 học sinh được chọn không có cặp anh em sinh đôi nào ". Để tìm số phần tử của A , ta đi tìm số phần tử của biến cố \bar{A} , với biến cố \bar{A} là 3 học sinh được chọn luôn có 1 cặp anh em sinh đôi.

- Chọn 1 cặp em sinh đôi trong 4 cặp em sinh đôi, có C_4^1 cách.
- Chọn thêm 1 học sinh trong 38 học sinh, có C_{38}^1 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố \bar{A} là $n(\bar{A}) = C_4^1 \cdot C_{38}^1 = 152$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = 9880 - 152 = 9728$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{9728}{9880} = \frac{64}{65}$.

Câu 95: [1D2-4.3-3] Một người có 10 đôi giày khác nhau và trong lúc đi du lịch vội vã lấy ngẫu nhiên 4 chiếc. Tính xác suất để trong 4 chiếc giày lấy ra có ít nhất một đôi.

- A. $\frac{3}{7}$. B. $\frac{13}{64}$. C. $\frac{99}{323}$. D. $\frac{224}{323}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 4 chiếc giày từ 20 chiếc giày.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{20}^4 = 4845$.

Gọi A là biến cố " 4 chiếc giày lấy ra có ít nhất một đôi ". Để tìm số phần tử của biến cố A , ta đi tìm số phần tử của biến cố \bar{A} , với biến cố \bar{A} là 4 chiếc giày được chọn không có đôi nào.

- Số cách chọn 4 đôi giày từ 10 đôi giày là C_{10}^4 .
- Mỗi đôi chọn ra 1 chiếc, thế thì mỗi chiếc có C_2^1 cách chọn. Suy ra 4 chiếc có $(C_2^1)^4$ cách chọn.

Suy ra số phần tử của biến cố \bar{A} là $n(\bar{A}) = C_{10}^4 \cdot (C_2^1)^4 = 3360$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = 4845 - 3360 = 1485$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1485}{4845} = \frac{99}{323}$.

Câu 96: [1D2-4.3-3] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Ở góc phần tư thứ nhất ta lấy 2 điểm phân biệt; cứ thế ở các góc phần tư thứ hai, thứ ba, thứ tư ta lần lượt lấy 3, 4, 5 điểm phân biệt. Trong 14 điểm đó ta lấy 2 điểm bất kỳ. Tính xác suất để đoạn thẳng nối hai điểm đó cắt hai trục tọa độ.

- A. $\frac{68}{91}$. B. $\frac{23}{91}$. C. $\frac{8}{91}$. D. $\frac{83}{91}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách chọn 2 điểm bất kỳ trong 14 điểm đã cho.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{14}^2 = 91$.

Gọi A là biến cố "Đoạn thẳng nối 2 điểm được chọn cắt hai trục tọa độ". Để xảy ra biến cố A thì hai đầu đoạn thẳng đó phải ở góc phần tư thứ nhất và thứ ba hoặc phần tư thứ hai và thứ tư.

- Hai đầu đoạn thẳng ở góc phần tư thứ nhất và thứ ba, có $C_2^1 C_4^1$ cách.
- Hai đầu đoạn thẳng ở góc phần tư thứ hai và thứ tư, có $C_3^1 C_5^1$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_2^1 C_4^1 + C_3^1 C_5^1 = 23$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{23}{91}$.

Câu 97: [1D2-4.3-3] Một lớp học có 30 học sinh gồm có cả nam và nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để tham gia hoạt động của Đoàn trường. Xác suất chọn được 2 nam và 1 nữ là $\frac{12}{29}$. Tính số học sinh nữ của lớp.

A. 16.

B. 14.

C. 13.

D. 17.

Lời giải.

Gọi số học sinh nữ của lớp là n ($n \in \mathbb{N}^*, n \leq 28$).

Suy ra số học sinh nam là $30 - n$.

Không gian mẫu là chọn bất kì 3 học sinh từ 30 học sinh.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{30}^3$.

Gọi A là biến cố "Chọn được 2 học sinh nam và 1 học sinh nữ".

- Chọn 2 nam trong $30 - n$ nam, có C_{30-n}^2 cách.
- Chọn 1 nữ trong n nữ, có C_n^1 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_{30-n}^2 \cdot C_n^1$.

Do đó xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{30-n}^2 \cdot C_n^1}{C_{30}^3}$.

Theo giả thiết, ta có $P(A) = \frac{12}{29} \Leftrightarrow \frac{C_{30-n}^2 \cdot C_n^1}{C_{30}^3} = \frac{12}{29} \longrightarrow n = 14$.

Vậy số học sinh nữ của lớp là 14 học sinh.

Câu 98: [1D2-4.3-3] Một hộp có 10 phiếu, trong đó có 2 phiếu trúng thưởng. Có 10 người lần lượt lấy ngẫu nhiên mỗi người 1 phiếu. Tính xác suất người thứ ba lấy được phiếu trúng thưởng.

A. $\frac{4}{5}$.

B. $\frac{3}{5}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{2}{5}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là mỗi người lấy ngẫu nhiên 1 phiếu.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 10!$.

Gọi A là biến cố "Người thứ ba lấy được phiếu trúng thưởng". Ta mô tả khả năng thuận lợi của biến cố A như sau:

- Người thứ ba có $C_2^1 = 2$ khả năng lấy được phiếu trúng thưởng.
- 9 người còn lại có số cách lấy phiếu là $9!$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = 2 \cdot 9!$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2 \cdot 9!}{10!} = \frac{1}{5}$.

Câu 99: [1D2-4.3-3] Một nhóm gồm 8 nam và 7 nữ. Chọn ngẫu nhiên 5 bạn. Xác suất để trong 5 bạn được chọn có cả nam lẫn nữ mà nam nhiều hơn nữ là

A. $\frac{60}{143}$.

B. $\frac{238}{429}$.

C. $\frac{210}{429}$.

D. $\frac{82}{143}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = C_{15}^5$.

Số phần tử của không gian thuận lợi là: $|\Omega_A| = C_8^4 C_7^1 + C_8^3 C_7^2$

Xác suất biến cố A là: $P(A) = \frac{238}{429}$.

Câu 100: [1D2-4.3-4] Trong kỳ thi THPT Quốc Gia, mỗi lớp thi gồm 24 thí sinh được sắp xếp vào 24 bàn khác nhau. Bạn Nam là một thí sinh dự thi, bạn đăng ký 4 môn thi và cả 4 lần thi đều thi tại một phòng duy nhất. Giả sử giám thị xếp thí sinh vào vị trí một cách ngẫu nhiên, tính xác suất để trong 4 lần thi thì bạn Nam có đúng 2 lần ngồi cùng vào một vị trí.

A. $\frac{253}{1152}$.

B. $\frac{899}{1152}$.

C. $\frac{4}{7}$.

D. $\frac{26}{35}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách ngẫu nhiên chỗ ngồi trong 4 lần thi của Nam.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 24^4$.

Gọi A là biến cố "4 lần thi thì bạn Nam có đúng 2 lần ngồi cùng vào một vị trí". Ta mô tả không gian của biến cố A như sau:

- Trong 4 lần có 2 lần trùng vị trí, có C_4^2 cách.

- Giả sử lần thứ nhất có 24 cách chọn chỗ ngồi, lần thứ hai trùng với lần thứ nhất có 1 cách chọn chỗ ngồi. Hai lần còn lại thứ ba và thứ tư không trùng với các lần trước và cũng không trùng nhau nên có 23.22 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_4^2 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22$.

$$\text{Vậy xác suất cần tính } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_4^2 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22}{24^4} = \frac{C_4^2 \cdot 23 \cdot 22}{24^3} = \frac{253}{1152}.$$

Câu 101: [1D2-4.3-4] Trong kỳ thi THPT Quốc Gia năm 2016 có môn thi bắt buộc là môn Tiếng Anh. Môn thi này thi dưới hình thức trắc nghiệm với 4 phương án trả lời A, B, C, D. Mỗi câu trả lời đúng được cộng 0,2 điểm và mỗi câu trả lời sai bị trừ đi 0,1 điểm. Bạn Hoa vì học rất kém môn Tiếng Anh nên chọn ngẫu nhiên cả 50 câu trả lời. Tính xác suất để bạn Hoa đạt được 4 điểm môn Tiếng Anh trong kỳ thi trên.

A. $\frac{C_{50}^{30} \cdot (3)^{20}}{4^{50}}$. **B.** $\frac{A_{50}^{30} \cdot (3)^{20}}{4^{50}}$. **C.** $\frac{C_{50}^{30} \cdot (3)^{20}}{50}$. **D.** $\frac{A_{50}^{30} \cdot (3)^{20}}{50}$.

Lời giải.

Gọi x là số câu trả lời đúng, suy ra $50 - x$ là số câu trả lời sai.

$$\text{Ta có số điểm của Hoa là } 0,2 \cdot x - 0,1 \cdot (50 - x) = 4 \Leftrightarrow x = 30.$$

Do đó bạn Hoa trả lời đúng 30 câu và sai 20 câu.

Không gian mẫu là số phương án trả lời 50 câu hỏi mà bạn Hoa chọn ngẫu nhiên. Mỗi câu có 4 phương án trả lời nên có 4^{50} khả năng.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 4^{50}$.

Gọi X là biến cố "Bạn Hoa trả lời đúng 30 câu và sai 20 câu". Vì mỗi câu đúng có 1 phương án trả lời, mỗi câu sai có 3 phương án trả lời. Vì vậy có $C_{50}^{30} \cdot (3)^{20}$ khả năng thuận lợi cho biến cố X .

Suy ra số phần tử của biến cố X là $n(X) = C_{50}^{30} \cdot (3)^{20}$.

$$\text{Vậy xác suất cần tính } P(X) = \frac{n(X)}{n(\Omega)} = \frac{C_{50}^{30} \cdot (3)^{20}}{4^{50}}.$$

Câu 102: [1D2-4.3-4] Một chi đoàn có 3 đoàn viên nữ và một số đoàn viên nam. Cần lập một đội thanh niên tình nguyện gồm 4 người. Biết xác suất để trong 4 người được chọn có 3 nữ bằng $\frac{2}{5}$ lần xác suất 4 người được chọn toàn nam. Hỏi chi đoàn đó có bao nhiêu đoàn viên.

A. 9. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 12.

Lời giải.

Gọi số đoàn viên trong chi đoàn đó là n ($n \geq 7, n \in \mathbb{N}^*$).

Suy ra số đoàn viên nam trong chi đoàn là $n - 3$.

Xác suất để lập đội TNTN trong đó có 3 nữ là $\frac{C_3^3 \cdot C_{n-3}^1}{C_n^4}$.

Xác suất để lập đội TNTN có toàn nam là $\frac{C_{n-3}^4}{C_n^4}$.

Theo giả thiết, ta có $\frac{C_3^3 \cdot C_{n-3}^1}{C_n^4} = \frac{2}{5} \cdot \frac{C_{n-3}^4}{C_n^4} \Leftrightarrow C_{n-3}^1 = \frac{2}{5} \cdot C_{n-3}^4 \longrightarrow n = 9$.

Vậy cho đoàn có 9 đoàn viên.

Câu 103: [1D2-4.3-4] Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 6 tấm thẻ. Gọi P là xác suất để tổng số ghi trên 6 tấm thẻ ấy là một số lẻ. Khi đó P bằng:

- A. $\frac{100}{231}$. B. $\frac{115}{231}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{118}{231}$.

Lời giải

$n(\Omega) = C_{11}^6 = 462$. Gọi A : "tổng số ghi trên 6 tấm thẻ ấy là một số lẻ".

Từ 1 đến 11 có 6 số lẻ và 5 số chẵn. Để có tổng là một số lẻ ta có 3 trường hợp.

Trường hợp 1: Chọn được 1 thẻ mang số lẻ và 5 thẻ mang số chẵn có: $6 \cdot C_5^5 = 6$ cách.

Trường hợp 2: Chọn được 3 thẻ mang số lẻ và 3 thẻ mang số chẵn có: $C_6^3 \cdot C_5^3 = 200$ cách.

Trường hợp 2: Chọn được 5 thẻ mang số lẻ và 1 thẻ mang số chẵn có: $C_6^5 \cdot 5 = 30$ cách.

Do đó $n(A) = 6 + 200 + 30 = 236$. Vậy $P(A) = \frac{236}{462} = \frac{118}{231}$.

Câu 104: [1D2-4.3-4] Một nhóm 10 học sinh gồm 6 nam trong đó có Quang, và 4 nữ trong đó có Huyền được xếp ngẫu nhiên vào 10 ghế trên một hàng ngang để dự lễ sơ kết năm học. Xác suất để xếp được giữa 2 bạn nữ gần nhau có đúng 2 bạn nam, đồng thời Quang không ngồi cạnh Huyền là:

- A. $\frac{109}{30240}$. B. $\frac{1}{280}$. C. $\frac{1}{5040}$. D. $\frac{109}{60480}$.

Lời giải

Ta có: $n(\Omega) = 10!$.

Giả sử các ghế được đánh số từ 1 đến 10.

Để có cách xếp sao cho giữa 2 bạn nữ có đúng 2 bạn nam thì các bạn nữ phải ngồi ở các ghế đánh số 1, 4, 7, 10. Có tất cả số cách xếp chỗ ngồi loại này là: $6! \cdot 4!$ cách.

Ta tính số cách sắp xếp chỗ ngồi sao cho Huyền và Quang ngồi cạnh nhau

Nếu Huyền ngồi ở ghế 1 hoặc 10 thì có 1 cách xếp chỗ ngồi cho Quang. Nếu Huyền ngồi ở ghế 4 hoặc 7 thì có 2 cách xếp chỗ ngồi cho Quang.

Do đó, số cách xếp chỗ ngồi cho Quang và Huyền ngồi liền nhau là $2 + 2 \cdot 2 = 6$.

Suy ra, số cách xếp chỗ ngồi cho 10 người sao cho Quang và Huyền ngồi liền nhau là

$$6.3!.5!.$$

Gọi A: “Giữa 2 bạn nữ gần nhau có đúng 2 bạn nam, đồng thời Quang không ngồi cạnh Huyền”.

$$n(A) = 4!.6! - 6.3!.5! = 12960 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{12960}{10!} = \frac{1}{280}.$$

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{1}{280}$.

Câu 105: [1D2-5.3-4] Ba bạn A, B, C viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1;14]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{457}{1372}$

B. $\frac{307}{1372}$

C. $\frac{207}{1372}$

D. $\frac{31}{91}$

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = 14^3$.

Vì trong 14 số tự nhiên thuộc đoạn $[1;14]$ có: 5 số chia cho 3 dư 1; 5 số chia cho 3 dư 2; 4 số chia hết cho 3. Để tổng 3 số chia hết cho 3 ta có các trường hợp sau:

TH1: Cả 3 chữ số đều chia hết cho 3 có: 4^3

TH2: Cả 3 số chia cho 3 dư 1 có: 5^3

TH3: Cả 3 số chia cho 3 dư 2 có: 5^3

TH4: Trong 3 số có một số chia hết cho 3; một số chia cho 3 dư 1; một số chia 3 dư 2 được ba người viết lên bảng nên có: $4.5.5.3!$

Gọi biến cố E:” Tổng 3 số chia hết cho 3”

Ta có: $n(E) = 4^3 + 5^3 + 5^3 + 4.5.5.3! = 914$.

Vậy xác suất cần tính: $P(E) = \frac{914}{14^3} = \frac{457}{1372}$.

Câu 106: [1D2-5.3-4] Từ 12 học sinh gồm 5 học sinh giỏi, 4 học sinh khá, 3 học sinh trung bình, giáo viên muốn thành lập 4 nhóm làm 4 bài tập lớn khác nhau, mỗi nhóm 3 học sinh. Tính xác suất để nhóm nào cũng có học sinh giỏi và học sinh khá.

A. $\frac{36}{385}$

B. $\frac{18}{385}$

C. $\frac{72}{385}$

D. $\frac{144}{385}$

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{12}^3.C_9^3.C_6^3.C_3^3 = 369600$

Gọi A là biến cố: “nhóm nào cũng có học sinh giỏi và học sinh khá”

Bước 1: xếp vào mỗi nhóm một học sinh khá có $4!$ cách.

Bước 2: xếp 5 học sinh giỏi vào 4 nhóm thì có 1 nhóm có 2 học sinh giỏi.

+ Chọn 1 nhóm để xếp 2 học sinh giỏi có 4 cách

+ Chọn 2 học sinh giỏi có C_5^2 cách

+ Xếp 3 học sinh giỏi còn lại có 3! cách

Bước 3: Xếp 3 học sinh trung bình có 3! cách.

$$\Rightarrow n(A) = 4! \cdot 4 \cdot C_5^2 \cdot 3! \cdot 3! = 34560$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{34560}{369600} = \frac{36}{385}$$

Câu 107: [1D2-5.3-4] Có 8 bạn cùng ngồi xung quanh một cái bàn tròn, mỗi bạn cầm một đồng xu như nhau. Tất cả 8 bạn cùng tung đồng xu của mình, bạn có đồng xu ngửa thì đứng, bạn có đồng xu sấp thì ngồi. Xác suất để không có hai bạn liền kề cùng đứng là

A. $\frac{47}{256}$

B. $\frac{49}{256}$

C. $\frac{51}{256}$

D. $\frac{3}{16}$

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 2^8 = 256$.

Gọi A là biến cố không có hai người liền kề cùng đứng.

Rõ ràng nếu nhiều hơn 4 đồng xu ngửa thì biến cố A không xảy ra.

Để biến cố A xảy ra có các trường hợp sau:

TH1: Có nhiều nhất 1 đồng xu ngửa. Kết quả của trường hợp này là $1 + 8 = 9$.

TH2: Có 2 đồng xu ngửa.

Hai đồng xu ngửa kề nhau: có 8 khả năng.

Suy ra số kết quả của trường hợp này là $C_8^2 - 8 = 20$.

TH3: Có 3 đồng xu ngửa.

Cả 3 đồng xu ngửa kề nhau: có 8 kết quả.

Trong 3 đồng xu ngửa, có đúng một cặp kề nhau: có $8 \cdot 4 = 32$ kết quả.

Suy ra số kết quả của trường hợp này là $C_8^3 - 8 - 32 = 16$.

TH4: Có 4 đồng xu ngửa.

Trường hợp này có 2 kết quả thỏa mãn biến cố A xảy ra.

Như vậy $n(A) = 9 + 20 + 16 + 2 = 47$.

$$\text{Xác suất để không có hai bạn liền kề cùng đứng là } P = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{47}{256}$$

Câu 108: [1D2-5.3-4] Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; \dots; 100\}$. Gọi S là tập hợp gồm tất cả các tập con của A , mỗi tập con này gồm 3 phần tử của A và có tổng bằng 91. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của S . Xác suất chọn được phần tử có ba số lập thành một cấp số nhân bằng

A. $\frac{4}{645}$

B. $\frac{3}{645}$

C. $\frac{2}{1395}$

D. $\frac{1}{930}$

Lời giải

Cách 1:

Gọi ba số lấy ra là $\{a; b; c\}$ không xếp vị trí và phân biệt.

- Nếu a, b, c bất kì $\begin{cases} a+b+c=91 \\ a, b, c \in \mathbb{N}^* \end{cases}$, vậy có C_{90}^2 bộ nghiệm.

- Nếu a, b, c có hai số bằng nhau, giả sử $a = b$ nên ta có $2a + c = 91$. Vậy c phải là số lẻ suy ra có 45 số c nên có 45 bộ số có tổng bằng 91 và có 2 số bằng nhau.

Kết luận có $(C_{90}^2 - 3.45) : 6 = 645$. Vậy $n(\Omega) = 645$.

Từ $A = \{1; 2; 3; 4; \dots; 100\}$, ta có các bộ số sau $\{1; 9; 81\}$, $\{7; 21; 63\}$, $\{13; 26; 52\}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy xác suất cần tính là $\frac{3}{645}$.

Cách 2:

Tập con gồm 3 phần tử của S và có tổng bằng 91

+ Dạng $\{1; a; b\}$, $1 < a < b, a + b = 90$: có 43 tập.

+ Dạng $\{2; a; b\}$, $2 < a < b, a + b = 89$: có 42 tập.

+ ...

Do đó: $|\Omega| = |S| = (43 + 42) + (40 + 39) + (37 + 36) + \dots + (4 + 3) + 1 = 645$

Gọi N là biến cố "Chọn được phần tử có ba số lập thành một cấp số nhân"

Khi đó $\Omega_N = \{\{1; 9; 81\}; \{7; 21; 63\}; \{13; 26; 52\}\}$.

Vậy $P(T) = \frac{|\Omega_N|}{|\Omega|} = \frac{3}{645}$.

Câu 109: [1D2-5.4-4] Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 5 học sinh lớp 12C thành một hàng ngang. Xác suất để 10 học sinh trên không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau bằng

A. $\frac{11}{630}$

B. $\frac{1}{126}$

C. $\frac{1}{105}$

D. $\frac{1}{42}$

Lời giải

$n(\Omega) = 10!$

Gọi H là biến cố "không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau"

+ Đầu tiên xếp 5 học sinh lớp 12C thì có $5!$ cách xếp

+ Giữa 5 học sinh lớp C và ở hai đầu có 6 khoảng trống

TH1: Xếp 5 học sinh của hai lớp A và B vào 4 khoảng trống ở giữa và 1 khoảng trống ở 1 đầu thì có $2.5!$ cách xếp

TH2: Xếp 5 học sinh vào 4 khoảng trống giữa 5 học sinh lớp C sao cho có đúng một khoảng trống có 2 học sinh thuộc 2 lớp A, B thì có $2!.2.3.4!$ cách xếp.

$$\text{Suy ra, } n(H) = 5!(2.5! + 2!.2.3.4!) \Rightarrow p(H) = \frac{11}{630}.$$

Câu 110: [1D2-5.4-4] Cho một đa giác đều n đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh của đa giác đều đó. Gọi P là xác suất sao cho 3 đỉnh đó tạo thành một tam giác tù. Biết $P = \frac{45}{62}$. Số các ước nguyên dương của n là

A. 3

B. 4

C. 6

D. 5

Lời giải

Do n là số lẻ nên ta đặt $n = 2k + 1$ ($k \in \mathbb{N}$)

Số phần tử không gian mẫu: $n(A) = C_{2k+1}^3$

Gọi A : “3 đỉnh được chọn tạo thành tam giác tù”

Giả sử tam giác ABC có \widehat{A}, \widehat{B} nhọn và \widehat{C} tù

Chọn 1 đỉnh bất kì làm đỉnh A có $2k + 1$ cách

Khi đó còn lại $2k$ đỉnh, từ điểm được chọn ta chia làm 2, mỗi bên là k đỉnh

Để tạo thành tam giác tù thì 2 đỉnh còn lại phải được chọn từ k đỉnh cùng thuộc một phía so với điểm đã chọn do đó có $C_k^2 + C_k^2$ cách chọn

Nhưng với cách tính như vậy số tam giác được lặp lại 2 lần nên

$$n(A) = \frac{(C_k^2 + C_k^2)(2k + 1)}{2!} = C_k^2(2k + 1)$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{C_k^2(2k + 1)}{C_{2k+1}^3} = \frac{45}{62}$$

$$\Leftrightarrow 62 \frac{k!}{(k-2)! \cdot 2!} \cdot (2k + 1) = 45 \frac{(2k + 1)!}{(2k - 2)! \cdot 3!}$$

$$\Leftrightarrow 62 \cdot \frac{k(k-1)(2k+1)}{2} = 45 \cdot \frac{(2k+1)(2k)(2k-1)}{6}$$

$$\Leftrightarrow 62k^3 - 31k^2 - 31k = 60k^3 - 15k$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k = 16 \\ k = -\frac{1}{2}(L) \\ k = 0(L) \end{cases}$$

Vậy $n = 33$. Khi đó các ước nguyên dương của n là $1; 11; 3; 33$.

Câu 111: [1D2-5.6-4] Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1; 17]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{1728}{4913}$

B. $\frac{1079}{4913}$

C. $\frac{23}{68}$

D. $\frac{1637}{4913}$

Lời giải

Ta có $n(\Omega) = 17^3$.

Trong các số tự nhiên thuộc đoạn $[1;17]$ có 5 số chia hết cho 3 là $\{3;6;9;12;15\}$, có 6 số chia cho 3 dư 1 là $\{1;4;7;10;13;16\}$, có 6 số chia cho 3 dư 2 là $\{2;5;8;11;14;17\}$.

Để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 cần phải xảy ra các trường hợp sau:

TH1. Cả ba số viết ra đều chia hết cho 3. Trong trường hợp này có: 5^3 cách viết.

TH2. Cả ba số viết ra đều chia cho 3 dư 1. Trong trường hợp này có: 6^3 cách viết.

TH3. Cả ba số viết ra đều chia cho 3 dư 2. Trong trường hợp này có: 6^3 cách viết.

TH4. Trong ba số được viết ra có 1 số chia hết cho 3, có một số chia cho 3 dư 1, có một số chia cho 3 dư 2. Trong trường hợp này có: $5.6.6.3!$ cách viết.

Vậy xác suất cần tìm là:
$$p(A) = \frac{5^3 + 6^3 + 6^3 + 5.6.6.3!}{17^3} = \frac{1637}{4913}.$$

Câu 112: [1D2-5.6-4] Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1;19]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{1027}{6859}$

B. $\frac{2539}{6859}$

C. $\frac{2287}{6859}$

D. $\frac{109}{323}$

Lời giải

Ta có $n(\Omega) = 19^3$.

Trong các số tự nhiên thuộc đoạn $[1;19]$ có 6 số chia hết cho 3 là $\{3;6;9;12;15;18\}$, có 7 số chia cho 3 dư 1 là $\{1;4;7;10;13;16;19\}$, có 6 số chia cho 3 dư 2 là $\{2;5;8;11;14;17\}$.

Để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 cần phải xảy ra các trường hợp sau:

TH1. Cả ba số viết ra đều chia hết cho 3. Trong trường hợp này có: 6^3 cách viết.

TH2. Cả ba số viết ra đều chia cho 3 dư 1. Trong trường hợp này có: 7^3 cách viết.

TH3. Cả ba số viết ra đều chia cho 3 dư 2. Trong trường hợp này có: 6^3 cách viết.

TH4. Trong ba số được viết ra có 1 số chia hết cho 3, có một số chia cho 3 dư 1, có một số chia cho 3 dư 2. Trong trường hợp này có: $6.7.6.3!$ cách viết.

Vậy xác suất cần tìm là:
$$p(A) = \frac{6^3 + 7^3 + 6^3 + 6.7.6.3!}{19^3} = \frac{2287}{6859}.$$

Câu 113: [1D2-5.6-4] Lớp 11A có 40 học sinh trong đó có 12 học sinh đạt điểm tổng kết môn Hóa học loại giỏi và 13 học sinh đạt điểm tổng kết môn Vật lý loại giỏi. Biết rằng khi chọn một học sinh

của lớp đạt điểm tổng kết môn Hóa học hoặc Vật lí loại giỏi có xác suất là 0,5. Số học sinh đạt điểm tổng kết giỏi cả hai môn Hóa học và Vật lí là

A. 6

B. 5

C. 4

D. 7

Lời giải

Gọi A là biến cố “Học sinh được chọn đạt điểm tổng kết loại giỏi môn Hóa học”.

B là biến cố “Học sinh được chọn đạt điểm tổng kết loại giỏi môn Vật lí”.

$A \cup B$ là biến cố “Học sinh được chọn đạt điểm tổng kết môn Hóa học hoặc Vật lí loại giỏi”.

$A \cap B$ là biến cố “Học sinh được chọn đạt điểm tổng kết loại giỏi cả hai môn Hóa học và Vật lí”.

Ta có: $n(A \cup B) = 0,5 \cdot 40 = 20$.

Mặt khác: $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$\Rightarrow n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 12 + 13 - 20 = 5$.

Câu 114: [1D2-5.6-4] Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số được lập từ tập $A = \{0; 1; 2; 3; \dots; 9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất để chọn được số tự nhiên có tích các chữ số bằng 7875.

A. $\frac{1}{5000}$

B. $\frac{1}{15000}$

C. $\frac{18}{5^{10}}$

D. $\frac{4}{3 \cdot 10^4}$

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là số cách lập các số có 6 chữ số từ tập A , do đó $n_{\Omega} = 9 \cdot 10^5$.

Gọi B là biến cố chọn được số tự nhiên có tích các chữ số bằng $7875 = 3^2 \cdot 5^3 \cdot 7 = 9 \cdot 5^3 \cdot 7 \cdot 1$.

Số phần tử của B là $C_6^2 \cdot C_4^3 + C_6^1 \cdot C_5^3 \cdot C_2^1 = 60 + 120 = 180$.

Suy ra xác suất $P(B) = \frac{180}{9 \cdot 10^5} = \frac{1}{5000}$.

Câu 115: [1D2-5.3-4] Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập A . Tính xác suất để chọn được số chia hết cho 11 và chữ số hàng đơn vị là số nguyên tố

A. $\frac{2045}{13608}$

B. $\frac{409}{90000}$

C. $\frac{409}{3402}$

D. $\frac{409}{11250}$

Lời giải

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcde} = 11k$

Số cách chọn số có 5 chữ số từ tập số tự nhiên là $n(\Omega) = 9 \cdot 10^4$

Gọi A là biến cố: chọn được số chia hết cho 11 và chữ số hàng đơn vị là số nguyên tố.

Do số có tận cùng là số nguyên tố nên $e = \{2; 3; 5; 7\}$

Suy ra k có tận cùng là 2; 3; 5; 7.

Ta có số cần tìm có 5 chữ số nên $10010 \leq 11k \leq 99990 \Leftrightarrow 910 \leq 11k \leq 9090$.

Xét các bộ số (910;911,...919); (920;921;...929);(9080;9081...9089)

Số các bộ số là $\frac{9090-910}{10} = 818$ bộ.

mỗi bộ số sẽ có 4 số k thỏa mãn. Do đó $n_A = 818.4 = 3272$

Xác suất của biến cố là $P_A = \frac{3272}{9.10^4} = \frac{409}{11250}$.

Câu 116: [1D2-5.3-4] Gọi S là tập hợp các số tự nhiên nhỏ hơn 10^6 được thành lập từ hai chữ số 0 và 1. Lấy ngẫu nhiên hai số trong S . Xác suất để lấy được ít nhất một số chia hết cho 3 bằng.

A. $\frac{4473}{8128}$

B. $\frac{2279}{4064}$

C. $\frac{55}{96}$

D. $\frac{53}{96}$

Lời giải

Có: $a_1 \neq 0$; $a_1, \dots, a_6 \in \{0;1\}$.

Số phần tử của S là : $2+1.2+1.2.2+1.2.2.2+1.2.2.2.2+1.2.2.2.2.2 = 64$.

Lấy ngẫu nhiên hai số trong S , có : C_{64}^2 .

Gọi A là biến cố lấy được ít nhất một số chia hết cho 3.

$\Rightarrow \bar{A}$ là biến cố không lấy được số chia hết cho 3.

Ta xét xem trong 64 số của tập S có bao nhiêu số chia được cho 3 :

+ TH1: Số có 1 chữ số a_1 : có 2 số và hai số này đều không chia được cho 3.

+ TH1: Số có 2 chữ số $\overline{a_1a_2}$ với $a_1=1$: có 2 số và 2 số này đều không chia được cho 3.

+ TH2: Số có 3 chữ số $\overline{a_1a_2a_3}$ với $a_1=1$: có 4 số và trong đó có 1 số chia được cho 3.

+ TH3: Số có 4 chữ số $\overline{a_1a_2a_3a_4}$ với $a_1=1$: có 8 số và trong đó có 3 số chia được cho 3.

+ TH4: Số có 5 chữ số $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ với $a_1=1$: có 16 số và trong đó có 6 số chia được cho 3.

+ TH5: Số có 6 chữ số $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$ với $a_1=1$: có 32 số và trong đó có 11 số chia được cho 3.

Do đó có 21 số chia được cho 3 và có 43 số không chia được cho 3.

Do đó: $P(\bar{A}) = \frac{C_{43}^2}{C_{64}^2} = \frac{43}{96}$. Vậy $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = \frac{53}{96}$.

Câu 117: [1D2-5.3-4] Người ta dùng 18 cuốn sách gồm 7 cuốn sách Toán, 6 cuốn sách Lý và 5 cuốn sách Hóa để làm phần thưởng cho 9 học sinh $A, B, C, D, E, F, G, H, I$, mỗi học sinh nhận được 2 cuốn sách khác thể loại. Tính xác suất để 2 học sinh A, B nhận được phần thưởng giống nhau.

A. $\frac{5}{9}$.

B. $\frac{7}{9}$.

C. $\frac{5}{18}$.

D. $\frac{7}{18}$.

Lời giải

Chọn ra 7 học sinh nhận sách Toán. Có $C_9^7 = 36$ cách chọn. Hai bạn còn lại chắc chắn nhận được một cuốn sách Lý và một cuốn sách Hóa. Vậy còn 4 cuốn sách Lý và 3 cuốn sách Hóa.

Trong 7 bạn nhận sách Toán, chọn ra 4 bạn nhận sách Lý. Có $C_7^4 = 35$ cách chọn. Ba bạn còn lại chắc chắn nhận được 1 cuốn sách Toán và một cuốn sách Hóa. Như vậy có $36.35 = 1260$ cách chia 18 cuốn sách cho 9 bạn theo yêu cầu đề bài.

Qua lập luận trên ta thấy có 4 bạn nhận được hai cuốn Toán và Lý, có 3 bạn nhận được hai cuốn Toán và Hóa, có 2 bạn nhận được hai cuốn Lý và Hóa.

Để hai bạn A, B nhận được phần thưởng như nhau, có các trường hợp sau:

+ Hai bạn A, B cùng nhận được hai cuốn sách là Toán và Lý: Còn 2 bạn nhận sách Toán và Lý. Có C_7^2 cách chọn thêm 2 bạn nhận sách Toán và Lý. Sau đó chọn ra 3 bạn nhận sách Toán và Hóa. Có C_5^3 cách chọn. Hai bạn còn lại nhận sách Lý và Hóa. Trường hợp này có $C_7^2.C_5^3 = 210$ cách chọn.

+ Hai bạn A, B cùng nhận được hai cuốn sách là Toán và Hóa: Cần chọn ra 4 bạn nhận sách Toán và Lý và chọn ra 1 bạn nữa cùng với hai bạn A, B nhận sách Toán và Hóa, 2 bạn còn lại nhận sách Lý và Hóa. Có C_7^4 cách chọn 4 bạn nhận sách Toán và Lý, có C_3^1 cách chọn thêm 1 bạn ngoài hai bạn A, B nhận sách Toán và Hóa, Hai bạn còn lại nhận sách Lý và Hóa. Trường hợp này có $C_7^4.C_3^1 = 105$ cách chọn.

+ Hai bạn A, B cùng nhận được hai cuốn sách là Lý và Hóa: Cần chọn ra 4 bạn trong số 7 bạn và chọn ra 3 bạn trong số 3 bạn còn lại trừ hai bạn A, B nhận sách Lý và Hóa và 4 bạn nhận sách Toán và Lý). Trường hợp này có $C_7^4.C_3^3 = 35$ cách chọn.

Vậy có $210 + 105 + 35 = 350$ cách chia phần thưởng để hai bạn A, B có phần thưởng như nhau.

Suy ra xác suất là $\frac{350}{1260} = \frac{5}{18}$.

Cách 2:

- Giả sử chia thành x cặp Toán-Lý; y cặp Lý-Hóa; z cặp Toán-Hóa, ta được hệ

$$\begin{cases} x + y + z = 9 \\ x + y = 6 \\ y + z = 5 \\ x + z = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases}$$

- Số cách chia phần thưởng cho 9 học sinh là : $C_9^4.C_5^2.C_3^3 = 1260$ cách.

- Số cách chia đề 2 học sinh A, B nhận phần thưởng giống nhau là :

+ Hai bạn nhận cùng phần thưởng *Toán-Lý*: $1.C_7^2.C_5^2.C_3^3 = 210$ cách.

+ Hai bạn nhận cùng phần thưởng *Lý-Hóa*: $1.C_7^4.C_3^3 = 35$ cách.

+ Hai bạn nhận cùng phần thưởng *Toán-Hóa*: $1.C_7^1.C_6^4.C_2^2 = 105$ cách.

Vậy có $210 + 35 + 105 = 350$ cách để hai bạn A, B nhận phần thưởng giống nhau

Vậy xác suất cần tính là: $\frac{350}{1260} = \frac{5}{18}$.

Câu 118: [1D2-5.3-4] Gọi S là tập hợp tất cả các số có 5 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$. Chọn ngẫu nhiên một số từ S . Tính xác suất để số chọn được chia hết cho 5, luôn có mặt các chữ số 2, 3, 4 và chúng đứng cạnh nhau.

A. $\frac{1}{140}$.

B. $\frac{1}{392}$.

C. $\frac{4}{245}$.

D. $\frac{3}{196}$.

Lời giải

*)Ta có: $|S| = 7.A_7^4 = 5880 \Rightarrow |\Omega| = 5880$.

*) Ta tính số các số chia hết cho 5, luôn có mặt các chữ số 2, 3, 4 và chúng đứng cạnh nhau.

Xếp các chữ số 2, 3, 4 thành một nhóm, coi là một chữ số, có: $3! = 6$ cách.

Do đó: ta cần tính số các số có 3 chữ số đôi một khác nhau từ các chữ số $0, 1, (234), 5, 6, 7$ sao cho số đó chia hết cho 5, và luôn có mặt nhóm (234) .

+ Vì số đó chia hết cho 5 nên chữ số hàng đơn vị bằng 0 hoặc 5, có 2 cách chọn.

Chọn vị trí cho nhóm (234) , có 2 cách chọn.

Viết chữ số còn lại, có 4 cách chọn.

Suy ra: số các số cần tìm là: $2.2.4 = 16$ số.

+ Trong các số đó, có một số không thỏa mãn là $0(234)5$.

Do đó: các số các số có 3 chữ số đôi một khác nhau từ các chữ số $0, 1, (234), 5, 6, 7$ thỏa mãn yêu cầu là: $16 - 1 = 15$.

Vậy số các số có 5 chữ số thỏa mãn yêu cầu đề bài là: $6.15 = 90$ số.

$$\Rightarrow P = \frac{90}{5880} = \frac{3}{196}.$$

Câu 119: [1D2-5.3-4] Trong thư viện có 3 quyển sách toán, 3 quyển sách lý, 3 quyển sách hóa, 3 quyển sách sinh. Biết các quyển sách cùng môn giống nhau, xếp 12 quyển sách trên lên giá thành một hàng sao cho không có 3 quyển nào cùng môn đứng cạnh nhau. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách xếp?

A. 308664.

B. 16800.

C. 369600.

D. 295176.

Lời giải

Do các quyển sách cùng môn là giống nhau nên số cách xếp bất kỳ là $\frac{12!}{(3!)^4}$ cách.

TH1: Ba cuốn đứng cạnh nhau của một loại sách có $\frac{10!}{(3!)^3}$ cách xếp.

Khi đó, cả 4 loại sách sẽ có $\frac{4 \cdot 10!}{(3!)^3}$ cách xếp.

TH2: Ba cuốn đứng cạnh nhau của 2 loại sách có $\frac{8!}{(3!)^2}$ cách xếp.

Khi đó, cả 4 loại sách sẽ có $\frac{C_4^2 \cdot 8!}{(3!)^2}$ cách xếp.

TH3: Ba cuốn đứng cạnh nhau của 3 loại sách có $\frac{6!}{3!}$ cách xếp.

Khi đó, cả 4 loại sách sẽ có $\frac{C_4^3 \cdot 6!}{3!}$ cách xếp.

TH4: Ba cuốn đứng cạnh nhau của 4 loại sách có 4! cách xếp.

Xếp 12 quyển sách trên lên giá thành một hàng sao cho có 3 quyển cùng môn đứng cạnh nhau

có $\frac{4 \cdot 10!}{(3!)^3} - \frac{C_4^2 \cdot 8!}{(3!)^2} + \frac{C_4^1 \cdot 6!}{3!} - 4! = 60936$ cách xếp.

Vậy có $\frac{12!}{(3!)^4} - 60936 = 308664$ cách xếp thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 120: [1D2-5.3-4] Một nhóm gồm 5 bạn nam, 4 bạn nữ và cầu thủ Neymar đứng thành 2 hàng, mỗi hàng 5 người để chụp ảnh kỉ niệm. Xác suất để khi đứng, Neymar xen giữa hai bạn nam đồng thời các bạn nữ không đứng cạnh nhau trong cùng một hàng bằng

A. $\frac{1}{35}$.

B. $\frac{1}{105}$.

C. $\frac{1}{70}$.

D. $\frac{2}{105}$.

Lời giải

*) Ta có: $|\Omega| = 10!$.

*) Chọn hàng cho cầu thủ Neymar, có 2 cách chọn.

*) Đối với hàng có cầu thủ Neymar, có 2 cách xếp như sau:

+) TH1: Trong hàng cầu thủ Neymar có 2 nam, 2 nữ.

Vì Neymar xen giữa hai bạn nam nên xếp 2 bạn nam đứng hai bên Neymar, có: A_5^2 cách.

Vì các bạn nữ không đứng cạnh nhau trong cùng một hàng nên ta xếp hai bạn nữ đứng ở hai đầu hàng, có A_4^2 cách xếp.

Hàng còn lại gồm 3 bạn nam và 2 bạn nữ còn lại.

Ta xếp 3 bạn nam, có 3! cách, tạo ra 4 vị trí giữa các bạn.

Xếp 2 bạn nữ vào 2 trong 4 vị trí đó, có: A_4^2 cách xếp.

Do đó, trường hợp này có: $A_5^2 \cdot A_4^2 \cdot 3! \cdot A_4^2$ cách xếp.

+) TH2: Trong hàng cầu thủ Neymar có 3 nam, 1 nữ.

Xếp 1 bạn nam, 1 bạn nữ và cầu thủ Neymar thành một hàng, có $C_5^1.C_4^1.3!$.

Xếp hai bạn nam trong 4 bạn nam còn lại đứng hai bên của Neymar, có A_4^2 cách.

Hàng còn lại gồm 3 bạn nữ và 2 bạn nam còn lại.

Ta xếp 3 bạn nữ, có $3!$ cách, tạo ra 2 vị trí xen giữa các bạn.

Xếp 2 bạn nam vào 2 vị trí đó, có: $2!$ cách xếp.

Do đó, trường hợp này có: $C_5^1.C_4^1.3!.A_4^2.3!.2!$ cách xếp.

Vậy xác suất cần tính là:
$$\frac{2.(A_5^2.A_4^2.3!.A_4^2 + C_5^1.C_4^1.3!.A_4^2.3!.2!)}{10!} = \frac{2}{105}$$