



CUNG THẾ ANH (CHỦ BIÊN) – NGUYỄN THỊ HƯỜNG
BÙI KIM MY – NGUYỄN THỊ NGÂN – NGUYỄN VĂN THÀNH
NGUYỄN XUÂN TÚ – TRẦN QUỐC TUẤN

KẾ HOẠCH BÀI DẠY

Chuyên đề học tập Toán 12

(HỖ TRỢ GIÁO VIÊN THIẾT KẾ KẾ HOẠCH BÀI DẠY
THEO SÁCH GIÁO KHOA TOÁN 12
BỘ SÁCH KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG)



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

CUNG THỂ ANH (Chủ biên)
NGUYỄN THỊ HƯỜNG – BÙI KIM MY – NGUYỄN THỊ NGÂN
NGUYỄN VĂN THÀNH – NGUYỄN XUÂN TÚ – TRẦN QUỐC TUẤN

KẾ HOẠCH BÀI DẠY

CHUYÊN ĐỀ HỌC TẬP

TOÁN 12

(HỖ TRỢ GIÁO VIÊN THIẾT KẾ KẾ HOẠCH BÀI DẠY
THEO SÁCH GIÁO KHOA TOÁN 12
BỘ SÁCH KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

QUY ƯỚC CÁC TỪ VIẾT TẮT DÙNG TRONG SÁCH

ĐA	Đáp án
GV	Giáo viên
HD	Hướng dẫn
HĐ	Hoạt động
HS	Học sinh
SGK	Sách chuyên đề học tập Toán 12
SGV	Sách giáo viên Chuyên đề học tập Toán 12
VD	Ví dụ

LỜI NÓI ĐẦU

Toán học ngày càng có nhiều ứng dụng trong cuộc sống, những kiến thức và kỹ năng toán học cơ bản đã giúp con người giải quyết các vấn đề trong thực tế cuộc sống một cách có hệ thống và chính xác, góp phần thúc đẩy xã hội phát triển. Môn Toán ở trường phổ thông góp phần hình thành và phát triển các phẩm chất chủ yếu, năng lực chung và năng lực toán học cho học sinh; phát triển kiến thức, kỹ năng then chốt và tạo cơ hội để học sinh được trải nghiệm, vận dụng toán học vào thực tiễn; tạo lập sự kết nối giữa các ý tưởng toán học, giữa Toán học với thực tiễn, giữa Toán học với các môn học và hoạt động giáo dục khác, đặc biệt với các môn Khoa học, Khoa học tự nhiên, Vật lý, Hoá học, Sinh học, Công nghệ, Tin học để thực hiện giáo dục STEM.

Một trong những mục tiêu chủ yếu của Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán năm 2018 (gọi tắt là Chương trình) là *hình thành và phát triển năng lực toán học* bao gồm các thành tố cốt lõi sau: năng lực tư duy và lập luận toán học; năng lực mô hình hoá toán học; năng lực giải quyết vấn đề toán học; năng lực giao tiếp toán học; năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán. Để đảm bảo mục tiêu của Chương trình, cần làm thế nào để dạy học toán tập trung vào hình thành và phát triển năng lực. Tuy nhiên, năng lực chỉ có thể được hình thành, phát triển và biểu hiện trong hoạt động và bằng hoạt động. Do đó, dạy học trong hoạt động và bằng hoạt động là chìa khoá để thực hiện dạy học tập trung vào phát triển năng lực. Việc đổi mới phương pháp dạy học cần được thực hiện theo định hướng hoạt động, tức là tổ chức cho học sinh học tập trong hoạt động và bằng hoạt động tích cực, tự giác, chủ động và sáng tạo của chính học sinh. Vì vậy, ngoài các phương pháp dạy học truyền thống, bên cạnh xu hướng sử dụng công nghệ thông tin và truyền thông như công cụ dạy học, giáo viên cần lưu ý tích cực sử dụng những phương pháp dạy học không truyền thống như dạy học tìm tòi khám phá, dạy học phát hiện và giải quyết vấn đề, dạy học dự án, ...

Nhằm hỗ trợ và giảm bớt gánh nặng về chuyên môn cho giáo viên giảng dạy các môn học ở lớp cuối cấp, Nhà xuất bản giáo dục Việt Nam tổ chức biên soạn bộ học liệu *Kế hoạch bài dạy* cho các môn học của lớp 5, lớp 9 và lớp 12. Cuốn *Kế hoạch bài dạy Chuyên đề học tập Toán 12* nằm trong bộ học liệu hỗ trợ thiết yếu này. Cuốn sách được biên soạn chi tiết theo từng bài học trong sách *Chuyên đề học tập Toán 12*, bộ sách Kết nối tri thức với cuộc sống. Kế hoạch bài dạy cho mỗi bài học được biên soạn bám sát cấu trúc, nội dung và yêu cầu cần đạt của bài học, làm nổi rõ phương pháp dạy học và cách thức tổ chức các hoạt động dạy học chính trong từng bài học ở sách *Chuyên đề học tập Toán 12*.

Các tác giả được mời biên soạn bao gồm một số tác giả sách giáo khoa, giảng viên bộ môn Toán ở các trường đại học sư phạm và một số giáo viên giỏi, có nhiều kinh nghiệm ở phổ thông. Do đó, cuốn sách đảm bảo được tính khoa học, tính sư phạm, tính thiết thực, cũng như đáp ứng đầy đủ các mục tiêu và yêu cầu cần đạt mà Chương trình quy định và phản ánh được thực tiễn giảng dạy phong phú ở các trường phổ thông hiện nay.

Mỗi kế hoạch bài dạy trong sách bao gồm ba phần chính:

– Phần **Mục tiêu**: Nêu rõ yêu cầu cần đạt về kiến thức, kĩ năng, năng lực và phẩm chất của bài học, theo quy định của Chương trình và đã được cụ thể hoá trong sách chuyên đề học tập.

– Phần **Thiết bị dạy học và học liệu**: Liệt kê những chuẩn bị cần thiết về kiến thức, kĩ năng và học liệu, thiết bị, dụng cụ giảng dạy, học tập của giáo viên và học sinh, cần dùng cho bài học.

– Phần **Tiến trình dạy học**: Được xây dựng chi tiết đến từng tiết học, bám sát cấu trúc và nội dung tương ứng của sách chuyên đề học tập, đảm bảo đầy đủ bốn bước lên lớp: Khởi động, Hình thành kiến thức, Luyện tập, Vận dụng và theo đúng các yêu cầu, chỉ đạo chuyên môn của Bộ Giáo dục và Đào tạo. Đây là phần trọng tâm của mỗi kế hoạch bài dạy.

Ngoài ra, phần **Phụ lục** ở cuối mỗi kế hoạch bài dạy cung cấp các Phiếu học tập tham khảo dùng trong giảng dạy nội dung của bài học và Lời giải/Hướng dẫn/Đáp số cho các bài tập cuối bài học trong sách chuyên đề học tập.

Chúng tôi hi vọng cuốn sách *Kế hoạch bài dạy Chuyên đề học tập Toán 12* sẽ là tài liệu bổ trợ hữu ích, thiết thực cho các giáo viên giảng dạy *Chuyên đề học tập Toán 12*, hỗ trợ tốt và giảm bớt gánh nặng về mặt chuyên môn cho các thầy cô trong việc chuẩn bị bài dạy của mình; cuốn sách cũng là tài liệu tham khảo hữu ích cho các cán bộ quản lí giáo dục trong các hoạt động chỉ đạo chuyên môn của mình.

Mặc dù đã có nhiều cố gắng song cuốn sách khó tránh khỏi thiếu sót. Các tác giả xin chân thành cảm ơn các thầy cô giáo đã sử dụng cuốn sách này và mong nhận được những góp ý để cuốn sách hoàn thiện hơn.

Mọi góp ý xin gửi về: Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam, số 81 Trần Hưng Đạo, Hoàn Kiếm, Hà Nội.

Các tác giả

MỤC LỤC

Trang

LỜI NÓI ĐẦU.....	3
Chuyên đề 1. BIẾN NGẪU NHIÊN RỜI RẠC. CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG CỦA BIẾN NGẪU NHIÊN RỜI RẠC	6
Bài 1. BIẾN NGẪU NHIÊN RỜI RẠC VÀ CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG	6
BÀI 2. BIẾN NGẪU NHIÊN CÓ PHÂN BỐ NHỊ THỨC VÀ ÁP DỤNG.....	25
BÀI TẬP CUỐI CHUYÊN ĐỀ 1.....	42
Chuyên đề 2. ỨNG DỤNG TOÁN HỌC ĐỂ GIẢI QUYẾT MỘT SỐ BÀI TOÁN TỐI ƯU	53
Bài 3. VẬN DỤNG HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN ĐỂ GIẢI QUYẾT MỘT SỐ BÀI TOÁN QUY HOẠCH TUYẾN TÍNH	53
Bài 4. VẬN DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ GIẢI QUYẾT MỘT SỐ BÀI TOÁN TỐI ƯU	68
BÀI TẬP CUỐI CHUYÊN ĐỀ 2.....	86
Chuyên đề 3. ỨNG DỤNG TOÁN HỌC TRONG MỘT SỐ VẤN ĐỀ LIÊN QUAN ĐẾN TÀI CHÍNH.....	96
Bài 5. TIỀN TỆ. LÃI SUẤT	96
Bài 6. TÍN DỤNG. VAY NỢ	109
Bài 7. ĐẦU TƯ TÀI CHÍNH. LẬP KẾ HOẠCH TÀI CHÍNH CÁ NHÂN.....	122
BÀI TẬP CUỐI CHUYÊN ĐỀ 3.....	134

Chuyên đề 1. BIẾN NGẪU NHIÊN RỜI RẠC. CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG CỦA BIẾN NGẪU NHIÊN RỜI RẠC

Bài 1. BIẾN NGẪU NHIÊN RỜI RẠC VÀ CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG

Thời gian thực hiện: 5 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kỹ năng

- Nhận biết khái niệm biến ngẫu nhiên rời rạc.
- Biết lập bảng phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc.
- Biết tính kì vọng, phương sai và độ lệch chuẩn của biến ngẫu nhiên rời rạc và giải thích ý nghĩa.

2. Về năng lực

- Rèn luyện và phát triển năng lực toán học, đặc biệt là năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học.
- Góp phần phát triển các năng lực chung như năng lực giao tiếp và hợp tác (qua việc thực hiện hoạt động nhóm,...), năng lực thuyết trình, báo cáo (khi trình bày kết quả của nhóm), năng lực tự chủ và tự học (khi đọc phần Tìm tòi – Khám phá, làm bài tập ở nhà),...

3. Về phẩm chất

- Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):
- + Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các hoạt động nhóm;
 - + Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

– Giáo viên:

Giáo án, bảng phụ, máy chiếu (nếu có), phiếu học tập...

– Học sinh:

SGK, vở ghi, dụng cụ học tập, thước đo góc.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này dạy trong 5 tiết:

- + Tiết 1: Biến ngẫu nhiên rời rạc và bảng phân phối xác suất của nó.
- + Tiết 2: Luyện tập về biến ngẫu nhiên rời rạc và bảng phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc.

- + Tiết 3: Kì vọng của biến ngẫu nhiên rời rạc.
- + Tiết 4: Phương sai và độ lệch chuẩn của biến ngẫu nhiên rời rạc.
- + Tiết 5: Luyện tập.

TIẾT 1. BIẾN NGẪU NHIÊN RỜI RẠC VÀ BẢNG PHÂN PHỐI XÁC SUẤT CỦA BIẾN NGẪU NHIÊN RỜI RẠC

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập cho học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: Gợi động cơ cho HS tìm hiểu về biến ngẫu nhiên rời rạc. Nội dung: HS đọc tình huống mở đầu, từ đó làm nảy sinh nhu cầu tìm hiểu về biến ngẫu nhiên rời rạc và các tính chất của biến ngẫu nhiên rời rạc. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức hoạt động: HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Tình huống mở đầu (3 phút) – GV sử dụng bảng phụ hoặc trình chiếu tình huống mở đầu trong SGK. – Đặt vấn đề: GV có thể gợi vấn đề như sau: Để tư vấn bạn Minh nên chọn câu hỏi loại I hay câu hỏi loại II, ta sẽ cùng tìm hiểu bài hôm nay về biến ngẫu nhiên rời rạc và xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc.	– HS đọc và suy nghĩ về tình huống.	+ Mục đích của hoạt động này là nảy sinh nhu cầu tìm hiểu về biến ngẫu nhiên rời rạc ở HS. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC Mục tiêu: HS nhận biết được khái niệm biến ngẫu nhiên rời rạc; lập được bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc. Nội dung: HS thực hiện HĐ1 & 2 và VD1, 2, 3 & 4 trong SGK. Sản phẩm: Lời giải cho các yêu cầu cho các HĐ và VD. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		

HĐ1. Hình thành khái niệm biến ngẫu nhiên rời rạc (5 phút) – GV sử dụng bảng phụ hoặc trình chiếu nội dung HĐ1 trong SGK. + Với mỗi câu hỏi GV mời một HS trả lời. Sau đó, GV chốt lại câu trả lời đúng. – GV sử dụng bảng phụ hoặc trình chiếu Khung kiến thức trong SGK.	– HS suy nghĩ trả lời các câu hỏi trong HĐ1. – HS theo dõi, đọc nội dung Khung kiến thức và ghi nhớ. HD.a) Các giá trị có thể của X là một số thuộc tập $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. b) Trước khi thực hiện việc gieo liên tiếp 6 lần đó, ta không nói trước được X sẽ nhận giá trị nào.	+ Mục đích của hoạt động này là hình thành khái niệm biến ngẫu nhiên rời rạc cho HS. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.										
Bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc (8 phút) – GV sử dụng bảng phụ hoặc trình chiếu nội dung VD1 trong SGK. + GV yêu cầu HS thực hiện cá nhân VD1 và GV mời 1 HS lên bảng thực hiện VD1. – GV sử dụng bảng phụ hoặc trình chiếu phần Khung kiến thức tiếp theo trong SGK.	– HS thực hiện VD1 trong SGK. – HS đọc nội dung phần Khung kiến thức và ghi bài.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS hình thành khái niệm bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.										
HĐ2. Củng cố khái niệm bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc (5 phút) – GV sử dụng bảng phụ hoặc trình chiếu nội dung HĐ2 trong SGK. + GV yêu cầu HS thực hiện cá nhân HĐ2 trong SGK. + GV đặt câu hỏi dẫn dắt: Tổng xác suất của các giá trị của biến ngẫu nhiên rời rạc X là bao nhiêu? – GV sử dụng bảng phụ hoặc trình chiếu Khung kiến thức trong SGK.	– HS thực hiện HĐ2 và trả lời câu hỏi của GV. – HS đọc nội dung Khung kiến thức trong SGK và ghi bài. HD. <table><tr><td>X</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>P</td><td>$\frac{1}{8}$</td><td>$\frac{3}{8}$</td><td>$\frac{3}{8}$</td><td>$\frac{1}{8}$</td></tr></table>	X	0	1	2	3	P	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS hình dung được mối liên hệ giữa xác suất của các giá trị của biến ngẫu nhiên rời rạc. Từ đó, củng cố khái niệm bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
X	0	1	2	3								
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$								

Ví dụ 2 (3 phút) – GV sử dụng bảng phụ hoặc trình chiếu nội dung VD2 trong SGK. GV yêu cầu HS thực hiện cá nhân VD2, sau đó GV chốt lại đáp án đúng của VD2.	– HS đọc nội dung và thực hiện VD2.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS vận dụng được kiến thức để hoàn thành bài toán liên quan. + Góp phần củng cố năng lực tư duy và lập luận toán học.
---	--	--

HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

Mục tiêu: Củng cố khái niệm biến ngẫu nhiên rời rạc và sử dụng bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc để tính xác suất.

Nội dung: HS thực hiện VD3, VD4 trong SGK.

Sản phẩm: Lời giải của HS.

Tổ chức thực hiện: HS thực hiện cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.

Ví dụ 3 (10 phút) – GV sử dụng bảng phụ hoặc trình chiếu nội dung VD3 trong SGK. + GV yêu cầu HS thực hiện VD3 trong 7 phút và mời 1 HS lên bảng thực hiện VD3, các HS khác nhận xét, GV tổng kết cách làm.	– HS thực hiện VD3 dưới sự hướng dẫn của GV.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS củng cố kỹ năng vận dụng bảng phân bố xác suất để giải quyết các bài toán liên quan. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Ví dụ 4 (10 phút) – GV sử dụng bảng phụ hoặc trình chiếu nội dung VD4 trong SGK. + GV yêu cầu HS thực hiện VD3 trong 7 phút và mời 1 HS lên bảng thực hiện VD3, các HS khác nhận xét, GV tổng kết cách làm.	– HS thực hiện VD4 dưới sự hướng dẫn của GV.	+ Mục đích của hoạt động này là củng cố kỹ năng lập bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (1 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học.
- Nhắc HS về nhà ôn tập các nội dung đã học.

TIẾT 2. LUYỆN TẬP VỀ BIẾN NGẪU NHIÊN RỜI RẠC

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập cho học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: củng cố lại khái niệm biến ngẫu nhiên rời rạc và kỹ năng lập bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc. Nội dung: HS thực hiện Phiếu củng cố kiến thức 1. Sản phẩm: Bài làm của HS. Tổ chức hoạt động: HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Hoạt động mở đầu (3 phút) – GV tổ chức cho HS làm Phiếu củng cố kiến thức 1 ở phần Phụ lục trong vòng 2 phút. – Sau khi HS làm phiếu học tập, GV đọc hoặc trình chiếu kết quả; HS đối chiếu với bài làm của mình.	– HS thực hiện Phiếu củng cố 1 dưới sự hướng dẫn của GV.	+ Mục đích của hoạt động này là gợi nhớ kiến thức về biến ngẫu nhiên rời rạc và bảng phân bố xác suất của nó. + Góp phần củng cố năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: Củng cố kỹ năng nhận biết biến ngẫu nhiên rời rạc và lập bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc. Nội dung: HS thực hiện các yêu cầu trong Luyện tập 1 và các bài tập cuối bài học. Sản phẩm: Lời giải của HS. Tổ chức thực hiện: HS thực hiện cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Luyện tập 1 (12 phút) – GV sử dụng bảng phụ hoặc trình chiếu nội dung Luyện tập 1 trong SGK. + GV yêu cầu HS tự thực hiện Luyện tập 1 vào vở trong 9 phút.	– HS thực hiện Luyện tập 1. – HS chữa bài tập dưới sự hướng dẫn của GV.	+ Mục đích của hoạt động này là củng cố kỹ năng lập bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc.

+ GV mời một HS lên bảng làm bài. GV chữa bài tập và chốt đáp án đúng cho HS.		+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Bài tập 1.1 (ý a và b) (15 phút) – GV sử dụng bảng phụ hoặc trình chiếu nội dung bài tập 1.1 ý a, b trong SGK. + GV yêu cầu HS thực hiện bài tập 1.1 ý a, b trong 10 phút. + Với mỗi ý, GV mời một HS lên bảng thực hiện, các HS khác quan sát và nhận xét, GV tổng kết.	– HS thực hiện bài tập 1.1 ý a, b. – HS chữa bài tập dưới sự hướng dẫn của GV.	+ Mục đích của hoạt động này là củng cố kỹ năng dùng bảng phân bố xác suất để giải quyết bài toán xác suất liên quan. + Góp phần củng cố năng lực tư duy và lập luận toán học.

HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG

Mục tiêu: HS vận dụng được kiến thức đã học để giải quyết tình huống thực tiễn.

Nội dung: HS thực hiện Vận dụng 1 trong SGK.

Sản phẩm: Lời giải của HS.

Tổ chức thực hiện: HS thực hiện cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.

Vận dụng 1 (12 phút) – GV sử dụng bảng phụ hoặc trình chiếu nội dung Vận dụng 1 trong SGK. + GV yêu cầu HS thực hiện Vận dụng 1 trong 10 phút, GV mời hai HS lên bảng làm bài. Sau đó, GV chữa bài tập cho HS.	– HS thực hiện Vận dụng 1. – HS chữa bài tập dưới sự hướng dẫn của GV.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS vận dụng kiến thức biến ngẫu nhiên rời rạc để giải quyết tình huống thực tiễn. + Góp phần củng cố năng lực tư duy và lập luận toán học.
---	---	--

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (3 phút)

– GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học.

– Nhắc HS về nhà ôn tập các nội dung đã học.

TIẾT 3. KÌ VỌNG CỦA BIẾN NGẪU NHIÊN RỜI RẠC

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập cho học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG		

Mục tiêu: Gợi động cơ cho HS tìm hiểu về kì vọng của biến ngẫu nhiên rời rạc. Nội dung: HS theo dõi GV dẫn dắt. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức hoạt động: HS làm việc cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.		
Tình huống mở đầu (1 phút) – GV sử dụng bảng phụ hoặc trình chiếu tình huống mở đầu (HD3) trong SGK. – GV dẫn dắt rằng tình huống có thể được giải quyết bằng tính kì vọng của biến ngẫu nhiên rời rạc.	– HS đọc và suy nghĩ về tình huống.	+ Mục đích của hoạt động này là nảy sinh nhu cầu tìm hiểu về biến ngẫu nhiên rời rạc ở HS. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC Mục tiêu: HS tính được kì vọng của biến ngẫu nhiên rời rạc. Nội dung: HS thực hiện HD3 và VD5 trong SGK. Sản phẩm: Lời giải cho các yêu cầu cho các HD và VD. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.		
HD3. Hình thành khái niệm kì vọng (10 phút) – GV sử dụng bảng phụ hoặc trình chiếu nội dung HD3 trong SGK. – GV dùng bảng phụ hoặc trình chiếu Khung kiến thức kì vọng trong SGK. – GV yêu cầu HS lập bảng phân bố xác suất cho biến ngẫu nhiên rời rạc nhận giá trị là số vụ vi phạm trong một tối thứ Bảy. Sau đó, GV yêu cầu HS thực hiện phép toán $x_1p_1 + \dots + x_n p_n$ cho bảng phân bố vừa lập để tìm số vụ vi phạm trung bình trong 98 tối thứ Bảy. – GV dùng bảng phụ hoặc trình chiếu phần Nhận xét trong SGK.	– HS thực hiện HD3 và yêu cầu của GV. – HS đọc nội dung Khung kiến thức trong SGK, phần Nhận xét và ghi bài.	+ Mục đích của hoạt động này là hình thành khái niệm kì vọng ở HS; giúp HS nhận ra ý nghĩa của kì vọng chính là giá trị trung bình của biến ngẫu nhiên rời rạc. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.

Ví dụ 5 (3 phút) – GV sử dụng bảng phụ hoặc trình chiếu nội dung VD5 trong SGK. GV yêu cầu HS thực hiện cá nhân VD5, sau đó GV chốt lại đáp án đúng của VD5.	– HS tự đọc nội dung và thực hiện VD5.	+ Mục đích của hoạt động này là củng cố kiến thức kì vọng vừa học. + Góp phần củng cố năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: Củng cố kĩ năng tính kì vọng của biến ngẫu nhiên rời rạc từ bảng phân bố xác suất. Nội dung: HS thực hiện luyện tập 2 trong SGK. Sản phẩm: Lời giải của HS. Tổ chức thực hiện: HS tự thực hiện cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Luyện tập 2 (8 phút) – GV sử dụng bảng phụ hoặc trình chiếu nội dung Luyện tập 2 trong SGK. + GV yêu cầu HS hoàn thành cá nhân Luyện tập 2 trong 5 phút. Sau đó, GV mời một HS lên bảng làm bài. Cuối cùng, GV chữa bài của HS và chốt lại đáp án đúng.	– HS thực hiện Luyện tập 2. – HS chữa bài tập dưới sự hướng dẫn của GV.	+ Mục đích của hoạt động này là củng cố kĩ năng tính kì vọng của biến ngẫu nhiên rời rạc từ bảng phân bố xác suất. + Góp phần củng cố năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG Mục tiêu: Giúp HS giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với kì vọng của biến ngẫu nhiên. Nội dung: HS vận dụng kiến thức đã học để giải quyết VD6 và Vận dụng 2. Sản phẩm: Lời giải của HS. Tổ chức thực hiện: HS thực hiện cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV		
Ví dụ 6 (10 phút) – GV sử dụng bảng phụ hoặc trình chiếu nội dung VD6 trong SGK. GV yêu cầu HS thực hiện cá nhân VD6, sau đó GV chốt lại đáp án đúng của VD6.	– HS đọc nội dung và thực hiện VD6.	+ Mục đích của hoạt động này là củng cố kĩ năng tính kì vọng của biến ngẫu nhiên rời rạc từ bảng phân bố xác suất.

		+ Góp phần củng cố năng lực tư duy và lập luận toán học.
Vận dụng 2 (10 phút) – GV sử dụng bảng phụ hoặc trình chiếu nội dung phần Vận dụng 2 trong SGK. + GV yêu cầu HS thực hiện cá nhân Vận dụng 2 trong SGK trong 8 phút. + GV mời một HS lên bảng làm bài. Sau đó, GV chữa bài cho HS.	– HS thực hiện Vận dụng 2 trong SGK. – HS chữa bài dưới sự hướng dẫn của GV.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS củng cố kỹ năng tính kì vọng của biến ngẫu nhiên rời rạc. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ <i>GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (3 phút)</i> – GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học. – Nhắc HS về nhà ôn tập các nội dung đã học.		

TIẾT 4. PHƯƠNG SAI VÀ ĐỘ LỆCH CHUẨN CỦA BIẾN NGẪU NHIÊN RỜI RẠC

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập cho học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: Gợi nhắc lại kiến thức về kì vọng cho HS. Nội dung: HS thực hiện bài tập 1.1c. Sản phẩm: Bài làm của HS. Tổ chức hoạt động: HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Hoạt động mở đầu (3 phút) – GV sử dụng bảng phụ hoặc trình chiếu bài tập 1.1 trong SGK. + GV yêu cầu HS thực hiện yêu cầu c (chỉ tính kì vọng) của bài	– HS tự thực hiện bài tập 1.1c trong SGK dưới sự hướng dẫn của GV.	+ Mục đích của hoạt động này là gợi nhắc kiến thức về kì vọng và gợi mở vào bài học. + Góp phần phát triển năng lực tư

tập 1.1 trong SGK. GV chữa bài cho HS. – GV dẫn dắt, gợi mở vào bài học.		duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC Mục tiêu: HS tính được phương sai và độ lệch chuẩn của biến ngẫu nhiên rời rạc. Nội dung: HS thực hiện HĐ4, mục Câu hỏi và VD7 trong SGK. Sản phẩm: Lời giải cho các yêu cầu cho các HĐ và VD. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.		
HĐ4. Hình thành khái niệm phương sai và độ lệch chuẩn (8 phút) – GV sử dụng bảng phụ hoặc trình chiếu nội dung HĐ4 trong SGK. + GV yêu cầu HS thực hiện HĐ4 trong 4 phút, GV mời một số HS trả lời. – GV dẫn dắt và trình chiếu Khung kiến thức trong SGK.	– HS thực hiện HĐ4 trong SGK dưới sự hướng dẫn của GV. HD. a) Gọi X và Y tương ứng là doanh thu theo phương án 1 và phương án 2. $E(X) = 8 \cdot \frac{1}{3} + 2 \cdot \frac{2}{3} = 4.$ $E(Y) = 3 \cdot \frac{1}{2} + 5 \cdot \frac{1}{2} = 4.$ Doanh thu trung bình hai phương án là như nhau. b) Nhà đầu tư ưa mạo hiểm sẽ chọn phương án 1. Nhà đầu tư muốn sự an toàn sẽ chọn phương án 2.	+ Mục đích của hoạt động này là hình thành kiến thức phương sai và độ lệch chuẩn cho HS. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Câu hỏi (5 phút) – GV yêu cầu HS thực hiện mục Câu hỏi trong SGK. Sau đó, GV chốt lại đáp án đúng cho HS. – GV sử dụng bảng phụ hoặc trình chiếu phần Nhận xét trong SGK.	– HS thực hiện phần Câu hỏi trong SGK. – HS đọc mục Nhận xét trong SGK và ghi bài.	+ Mục đích của hoạt động này là củng cố kỹ năng tính phương sai và độ lệch chuẩn. + Góp phần củng cố năng lực tư duy và lập luận toán học.

Ví dụ 7 (5 phút) – GV sử dụng bảng phụ hoặc trình chiếu nội dung VD7 trong SGK. GV yêu cầu HS thực hiện VD7 trong 4 phút, sau đó GV chốt lại đáp án đúng của VD7.	– HS đọc nội dung và thực hiện VD7.	+ Mục đích của hoạt động này là củng cố kỹ năng tính phương sai, độ lệch chuẩn của biến ngẫu nhiên rời rạc. + Góp phần củng cố năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: HS luyện tập tính phương sai và độ lệch chuẩn của biến ngẫu nhiên rời rạc. Nội dung: HS thực hiện VD3 và VD4 trong SGK. Sản phẩm: Lời giải của HS. Tổ chức thực hiện: HS thực hiện cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Luyện tập 3 (7 phút) – GV sử dụng bảng phụ hoặc trình chiếu nội dung Luyện tập 3 trong SGK. + GV yêu cầu HS thực hiện Luyện tập 3 trong SGK trong 5 phút. Sau đó, GV gọi 1 HS lên bảng làm bài. Cuối cùng, GV chữa bài cho HS.	– HS thực hiện Luyện tập 3 trong SGK. – HS chữa bài tập dưới sự hướng dẫn của GV.	+ Mục đích của hoạt động này là củng cố kỹ năng tính phương sai, độ lệch chuẩn của biến ngẫu nhiên rời rạc. + Góp phần củng cố năng lực tư duy và lập luận toán học.
Bài 1.1 ý c (7 phút) – GV sử dụng bảng phụ hoặc trình chiếu nội dung bài tập 1.1c trong SGK. + GV yêu cầu HS thực hiện bài tập 1.1c (phần tính phương sai và độ lệch chuẩn) trong SGK. Sau đó, GV gọi HS lên bảng làm bài, GV chữa bài cho HS.	– HS thực hiện bài tập 1.1c trong SGK. – HS chữa bài tập dưới sự hướng dẫn của GV.	+ Mục đích của hoạt động này là củng cố kỹ năng tính phương sai, độ lệch chuẩn của biến ngẫu nhiên rời rạc. + Góp phần củng cố năng lực tư duy và lập luận toán học.

Bài tập 1.2c (8 phút) – GV sử dụng bảng phụ hoặc trình chiếu bài tập 1.2 trong SGK. + GV yêu cầu HS làm bài tập 1.2c trong 5 phút. Sau đó, GV mời HS lên bảng làm bài, GV chữa bài cho HS.	– HS thực hiện bài tập 1.2c trong SGK. – HS chữa bài tập dưới sự hướng dẫn của GV.	+ Mục đích của hoạt động này là củng cố kỹ năng tính kì vọng, phương sai, độ lệch chuẩn của biến ngẫu nhiên rời rạc. + Góp phần củng cố năng lực tư duy và lập luận toán học.
--	--	---

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học.
- Nhắc HS về nhà ôn tập các nội dung đã học.

TIẾT 5. LUYỆN TẬP

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập cho học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: Gợi nhắc lại kiến thức về biến ngẫu nhiên rời rạc; bảng phân phối xác suất và các số đặc trưng của biến ngẫu nhiên rời rạc. Nội dung: HS thực hiện Phiếu củng cố kiến thức 2. Sản phẩm: Bài làm của HS. Tổ chức hoạt động: HS làm việc cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.		
Hoạt động mở đầu (3 phút) – GV tổ chức cho HS làm Phiếu củng cố kiến thức 2 ở phần Phụ lục trong vòng 2 phút. – Sau khi HS làm phiếu học tập, GV đọc hoặc trình chiếu kết quả; HS đối chiếu với bài làm của mình.	– HS thực hiện Phiếu củng cố 2 dưới sự hướng dẫn của GV.	+ Mục đích của hoạt động này là củng cố kiến thức về biến ngẫu nhiên rời rạc; bảng phân phối xác suất và các số đặc trưng của biến ngẫu nhiên rời rạc.

		+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: <i>Củng cố kỹ năng nhận biết biến ngẫu nhiên rời rạc; lập bảng phân phối xác suất và tính các số đặc trưng của biến ngẫu nhiên rời rạc.</i> Nội dung: HS thực hiện các bài tập cuối bài. Sản phẩm: Lời giải của HS. Tổ chức thực hiện: HS thực hiện cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.		
Bài tập 1.3 (12 phút) – GV sử dụng bảng phụ hoặc trình chiếu bài tập 1.3 SGK. + GV yêu cầu HS thực hiện bài tập 1.3 trong SGK trong 10 phút. Sau đó, GV gọi HS lên bảng chữa bài, GV nhận xét và tổng kết.	– HS thực hiện bài tập 1.3 dưới sự hướng dẫn của GV.	+ Mục đích của hoạt động này là củng cố kỹ năng lập bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc; tính kì vọng và giải quyết các bài toán liên quan. + Góp phần củng cố năng lực tư duy và lập luận toán học.
Bài tập 1.4. (12 phút) – GV sử dụng bảng phụ hoặc trình chiếu bài tập 1.4 SGK. + GV yêu cầu HS thực hiện bài tập 1.4 trong SGK trong 10 phút. Sau đó, GV gọi HS lên bảng chữa bài, GV nhận xét và tổng kết.	– HS thực hiện bài tập 1.4 dưới sự hướng dẫn của GV.	+ Mục đích của hoạt động này là củng cố kỹ năng lập bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc; Tính các số đặc trưng. + Góp phần củng cố năng lực tư duy và lập luận toán học.
Bài tập 1.5. (15 phút) – GV sử dụng bảng phụ hoặc trình chiếu bài tập 1.5 SGK.		+ Mục đích của hoạt động này là củng cố kỹ năng lập bảng phân bố xác

+ GV yêu cầu HS thực hiện bài tập 1.3 trong SGK trong 12 phút. Sau đó, GV gọi HS lên bảng chữa bài, GV nhận xét và tổng kết.	– HS thực hiện bài tập 1.5 dưới sự hướng dẫn của GV.	suất của biến ngẫu nhiên rời rạc. + Góp phần củng cố năng lực tư duy và lập luận toán học.
--	--	---

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (3 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học.
- Nhắc HS về nhà ôn tập các nội dung đã học.

PHỤ LỤC. Phiếu củng cố kiến thức 1

Câu 1. Đây là biến ngẫu nhiên rời rạc trong các tình huống sau đây:

- Một người gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất vô hạn lần. Gọi X là số lần xúc xắc xuất hiện mặt 6 chấm trong vô hạn lần gieo liên tiếp đó.
- Một người bốc ngẫu nhiên 5 lá bất kì từ một bộ bài tây. Gọi Y là số lá bài đồng chất cơ trong 5 lá bài được bốc.
- Một người chọn ngẫu nhiên 5 số tự nhiên trong khoảng từ 1 đến 10. Gọi Z là số số tự nhiên trong 5 số được chọn lớn hơn 0.

Câu 2. Một HS lập bảng phân bố xác suất cho một biến ngẫu nhiên rời rạc là số lần xúc xắc hiện mặt 6 trong 4 lần gieo liên tiếp được bảng như sau:

X	0	1	2	3	4
P	$\frac{625}{1296}$	$\frac{125}{1296}$	$\frac{25}{1296}$	$\frac{5}{1296}$	$\frac{1}{1296}$

Không cần lập lại bảng phân bố xác suất, hãy kiểm tra xem bạn HS kia đã lập bảng phân bố xác suất chính xác hay chưa?

HD. 1. b và c là biến ngẫu nhiên rời rạc.

2. HS kiểm tra tổng các p_i có bằng 1 hay không để kết luận.

PHỤ LỤC. Phiếu củng cố kiến thức 2

Cho biến ngẫu nhiên rời rạc có bảng phân bố xác suất:

X	x_1	x_2	...	x_{n-1}	x_n
P	p_1	p_2	...	p_{n-1}	p_n

Nói những ô sau theo cách phù hợp.

Độ lệch
chuẩn

$$V(X)$$

$$x_1 p_1 + \dots + x_n p_n$$

Phương sai

$$E(X)$$

$$\sqrt{(x_1 - E^2(X))^2 \cdot p_1 + \dots + (x_n - E^2(X))^2 \cdot p_n}$$

Kì vọng

$$\sigma(X)$$

$$x_1^2 p_1 + \dots + x_n^2 p_n - E^2(X)$$

LỜI GIẢI/ HƯỚNG DẪN GIẢI LUYỆN TẬP, VẬN DỤNG, BÀI TẬP

Luyện tập 1. Các giá trị có thể của X thuộc tập $\{0; 1; 2; 3\}$.

Tiếp theo ta cần tính $P(X=0)$, $P(X=1)$, $P(X=2)$ và $P(X=3)$.

Số kết quả có thể là $C_{16}^3 = 560$.

+ Biến cố $\{X=0\}$ là biến cố “chọn được 3 em nữ”.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố $\{X=0\}$ là $C_6^3 = 20$.

$$\text{Vậy } P(X=0) = \frac{20}{560} = \frac{2}{56}.$$

+ Biến cố $\{X=1\}$ là biến cố “chọn được 1 em nam và 2 em nữ”. Có $C_{10}^1 = 10$ cách chọn 1 em nam trong 10 em nam và $C_6^2 = 15$ cách chọn 2 em nữ trong 6 em nữ. Theo quy tắc nhân ta có: $10 \cdot 15 = 150$ cách chọn 1 em nam và 2 em nữ.

Vậy số kết quả thuận lợi cho biến cố $\{X=1\}$ là 150.

$$\text{Do đó } P(X=1) = \frac{150}{560} = \frac{15}{56}.$$

+ Biến cố $\{X=2\}$ là biến cố “chọn được 2 em nam và 1 em nữ”. Có $C_{10}^2 = 45$ cách chọn 2 em nam trong 10 em nam và $C_6^1 = 6$ cách chọn 1 em nữ trong 6 em nữ. Theo quy tắc nhân ta có $45 \cdot 6 = 270$ cách “chọn 2 em nam và 1 em nữ”.

Vậy số kết quả thuận lợi cho biến cố $\{X=2\}$ là 270.

$$\text{Do đó } P(X=2) = \frac{270}{560} = \frac{27}{56}.$$

+ Biến cố $\{X = 3\}$ là biến cố "chọn được 3 em nam. Số kết quả thuận lợi cho biến cố $\{X = 3\}$ là $C_{10}^3 = 120$. Do đó $P(X = 3) = \frac{120}{560} = \frac{12}{56}$.

Vậy bảng phân bố xác suất của X là:

X	0	1	2	3
P	$\frac{2}{56}$	$\frac{15}{56}$	$\frac{27}{56}$	$\frac{12}{56}$

Vận dụng 1. a) $X = \{3; 4; \dots, 20\}$. Tiếp theo ta cần tính $P(X = i)$, với $i \in X = \{3; 4; \dots, 20\}$.

Số kết quả có thể là $C_{20}^3 = 1140$.

Biến cố $\{X = k\}$ là biến cố "Trong 3 quả cầu lấy ra có một quả cầu đánh số k và 2 quả cầu đánh số nhỏ hơn k".

Có 1 cách chọn quả cầu mang số k và có C_{k-1}^2 cách chọn 2 quả cầu trong tập $\{1, 2, \dots, k-1\}$.

Theo quy tắc nhân ta có số kết quả thuận lợi cho biến cố $\{X = k\}$ là $1 \cdot C_{k-1}^2 = C_{k-1}^2$.

$$\text{Vậy } P(X = k) = \frac{C_{k-1}^2}{C_{20}^3} = \frac{(k-1)(k-2)}{2 \cdot 1140} = \frac{(k-1)(k-2)}{2280}.$$

Bảng phân bố xác suất của X là

X	3	...	k	...	20
P	$\frac{1}{1140}$		$\frac{(k-1)(k-2)}{2280}$		$\frac{19 \cdot 18}{2280}$

b) Biến cố "Người chơi thắng" là biến cố hợp của hai biến cố $A = \{X = 19\}$ và $B = \{X = 20\}$

Theo công thức cộng hai biến cố xung khắc ta có xác suất thắng của người chơi là

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = P(X = 19) + P(X = 20) \approx 0,134 + 0,15 = 0,284.$$

Luyện tập 2. Gọi X là số vụ vi phạm luật giao thông trên đoạn đường AB vào tối thứ Bảy. Khi đó X là biến ngẫu nhiên rời rạc có bảng phân bố xác suất như sau

X	0	1	2	3	4	5
P	0,1	0,2	0,25	0,25	0,15	0,05

Ta có $E(X) = 0 \cdot 0,1 + 1 \cdot 0,2 + 2 \cdot 0,25 + 3 \cdot 0,25 + 4 \cdot 0,15 + 5 \cdot 0,05 = 2,3$.

Vậy trên đoạn đường AB vào tối thứ Bảy có trung bình 2,3 vụ vi phạm luật.

Vận dụng 2. Giả sử ở vòng 1 Minh chọn câu hỏi loại II. Gọi Y là số điểm Minh nhận được. Ta lập bảng phân bố xác suất của Y .

Gọi A là biến cố “Minh trả lời đúng câu hỏi loại I”. B là biến cố “Minh trả lời đúng câu hỏi loại II”. Khi đó, $P(A) = 0,8; P(B) = 0,6$.

+ Nếu trả lời sai: Minh được 0 điểm. Cuộc chơi kết thúc tại đây.

Vậy $P(Y = 0) = P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,6 = 0,4$.

+ Nếu trả lời đúng Minh nhận 80 điểm và Minh sẽ bước vào vòng 2 .bốc ngẫu nhiên một câu hỏi loại I. Nếu trả lời sai , Minh không có điểm và phải dừng cuộc chơi với số điểm với số điểm nhận được là $80 + 0 = 80$ điểm. Theo giả thiết A và B là hai biến cố độc lập. Theo công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập ta có

$$P(Y = 80) = P(B\bar{A}) = P(B)P(\bar{A}) = 0,6.(1 - 0,8) = 0,12.$$

Nếu trả lời đúng Minh nhận 80 điểm. Cuộc thi kết thúc tại đây và Minh được $20 + 80 = 100$ điểm. Theo công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập ta có:

$$P(Y = 100) = P(BA) = P(B)P(A) = 0,6 .0,8 = 0,48.$$

Bảng phân bố xác suất của Y là

Y	0	80	100
P	0,4	0,12	0,48

Từ đó, $E(Y) = 0 .0,4 + 80 .0,12 + 100 .0,48 = 57,6$. Về trung bình Minh được 57,6 điểm.

Theo VD6 ta có $E(X) = 54,4$. Vì $E(Y) > E(X)$ nên nếu ở vòng 1 Minh chọn câu hỏi loại II thì về trung bình, Minh được nhiều điểm hơn. Vậy ở vòng 1, Minh nên chọn câu hỏi loại II.

Luyện tập 3. $E(X) = 0.0,16 + 1 .0,18 + 2 .0,25 + 3 .0,28 + 4 .0,13 = 2,04$.

a) Từ định nghĩa ta có

$$\begin{aligned} V(X) &= (0 - 2,04)^2 .0,16 + (1 - 2,04)^2 .0,18 + (2 - 2,04)^2 .0,25 + (3 - 2,04)^2 .0,28 \\ &\quad + (4 - 2,04)^2 .0,13 \\ &= 1,6184 \end{aligned}$$

Từ đó, $\sigma(X) = \sqrt{1,6184} \approx 1,2721$.

b) Theo công thức (1) ta có:

$$V(X) = 0^2.0,16 + 1^2.0,18 + 2^2.0,25 + 3^2.0,28 + 4^2.0,13 - 2,04^2 = 1,6184.$$

Bài 1.1. a) Gọi E là biến cố “ít nhất một ca cấp cứu vào tối thứ Bảy” . Biến cố đối $\bar{E}$ là biến cố “Không có một ca cấp cứu vào tối thứ Bảy”. Vậy $\bar{E} = \{X = 0\}$, suy ra

$$P(E) = 1 - P(\bar{E}) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0,12 = 0,88.$$

b) Gọi F là biến cố “có ít nhất 3 ca cấp cứu vào tối thứ Bảy”. Lập luận tương tự như ví dụ 1, ta có $P(B) = P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) = 0,19 + 0,08 + 0,02 = 0,29$.

c) $E(X) = 1,89; V(X) = 1,4379; \sigma(X) \approx 1,199$.

Bài 1.2. a) Gọi E là biến cố “Xảy ra ít nhất 2 cuộc gọi”, biến cố đối $\bar{E}$ “Xảy ra nhiều nhất 1 cuộc gọi” là hợp của hai biến cố xung khắc là biến cố $\{X=0\}$ và biến cố $\{X=1\}$. Theo quy tắc cộng xác suất ta có $P(\bar{E}) = P(X=0) + P(X=1) = 0,25 + 0,2 = 0,45$. Vậy $P(E) = 1 - P(\bar{E}) = 1 - 0,45 = 0,55$.

b) Gọi F là biến cố “Xảy ra nhiều nhất 3 cuộc gọi”. F là hợp của hai biến cố xung khắc: biến cố G “Không xảy ra hoặc xảy ra 1 cuộc gọi” và biến cố H : “Xảy ra 2 hoặc 3 cuộc gọi”. Theo quy tắc cộng xác suất $P(F) = P(G) + P(H)$.

Biến cố G là hợp của hai biến cố xung khắc là biến cố $\{X=0\}$ và biến cố $\{X=1\}$. Theo quy tắc cộng xác suất $P(G) = P(X=0) + P(X=1) = 0,25 + 0,2 = 0,45$.

Biến cố H là hợp của hai biến cố xung khắc là biến cố $\{X=2\}$ và biến cố $\{X=3\}$. Theo quy tắc cộng xác suất $P(H) = P(X=2) + P(X=3) = 0,15 + 0,15 = 0,3$.

Vậy $P(F) = P(G) + P(H) = 0,45 + 0,3 = 0,75$.

c) $E(X) = 0 \cdot 0,25 + 1 \cdot 0,2 + 2 \cdot 0,15 + 3 \cdot 0,15 + 4 \cdot 0,13 + 5 \cdot 0,12 = 2,07$.

$V(X) = 0 \cdot 0,25 + 1 \cdot 0,2 + 4 \cdot 0,15 + 9 \cdot 0,15 + 16 \cdot 0,13 + 25 \cdot 0,12 - 2,07^2 = 2,9451$.

$\sigma(X) \approx 1,7161$.

Bài 1.3. Gọi X là số thẻ đỏ trong ba thẻ rút ra.

$$\text{a) } P(X=0) = \frac{C_6^3}{C_{16}^3} = \frac{2}{56}; P(X=1) = \frac{C_{10}^1 C_6^2}{C_{16}^3} = \frac{15}{56};$$

$$P(X=2) = \frac{C_{10}^2 C_6^1}{C_{16}^3} = \frac{27}{56}; P(X=3) = \frac{C_{10}^3}{C_{16}^3} = \frac{12}{56}.$$

Vậy bảng phân bố xác suất của X là

X	0	1	2	3
P	$\frac{2}{56}$	$\frac{15}{56}$	$\frac{27}{56}$	$\frac{12}{56}$

$$E(X) = \frac{1 \cdot 15 + 2 \cdot 27 + 3 \cdot 12}{56} = \frac{105}{56}.$$

b) Từ bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên X ta có bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên Y là

Y	15	18	21	24
P	$\frac{12}{56}$	$\frac{27}{56}$	$\frac{15}{56}$	$\frac{2}{56}$

Bài 1.4. a) Ta có

$$P(X=0)=0,6.0,6=0,36; P(X=1)=0,4.0,6+0,6.0,4=0,4;$$

$$P(X=2)=0,4.0,4=0,16.$$

$$P(Y=0)=0,5.0,5=0,25; P(Y=1)=0,5.0,5+0,5.0,5=0,5;$$

$$P(Y=2)=0,5.0,5=0,25.$$

Bảng phân bố xác suất của X là

X	0	1	2
P	0,36	0,48	0,16

Bảng phân bố xác suất của Y là

Y	0	1	2
P	0,25	0,5	0,25

$$b) E(X)=1.0,48+2.0,16=0,8. \quad V(X)=1.0,48+4.0,16-0,64=0,48.$$

$$E(Y)=1.0,5+2.0,25=1. \quad V(Y)=1.0,5+4.0,25-1=0,5.$$

Bài 1.5. Kí hiệu A_{ij} là biến cố: “Chọn được quả cầu ghi số i và quả cầu ghi số j ”

$$P(X=2)=P(A_{11})=\frac{C_4^2}{C_{10}^2}=\frac{6}{45}; P(X=3)=P(A_{12})=\frac{C_4^1 C_3^1}{C_{10}^2}=\frac{12}{45};$$

$$P(X=4)=P(A_{13})+P(A_{22})=\frac{C_4^1 C_2^1}{C_{10}^2}+\frac{C_3^2}{C_{10}^2}=\frac{11}{45};$$

$$P(X=5)=P(A_{14})+P(A_{23})=\frac{C_4^1 C_1^1}{C_{10}^2}+\frac{C_3^1 C_2^1}{C_{10}^2}=\frac{10}{45};$$

$$P(X=6)=P(A_{33})+P(A_{24})=\frac{C_2^2}{C_{10}^2}+\frac{C_3^1 C_1^1}{C_{10}^2}=\frac{4}{45}; P(X=7)=P(A_{34})=\frac{C_2^1 C_1^1}{C_{10}^2}=\frac{2}{45}.$$

Vậy bảng phân bố xác suất của X là

X	2	3	4	5	6	7
P	$\frac{6}{45}$	$\frac{12}{45}$	$\frac{11}{45}$	$\frac{10}{45}$	$\frac{4}{45}$	$\frac{2}{45}$

BÀI 2. BIẾN NGẪU NHIÊN CÓ PHÂN BỐ NHỊ THỨC VÀ ÁP DỤNG

Thời gian thực hiện: 5 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kỹ năng

- Nhận biết khái niệm phép thử lặp.
- Nhận biết công thức Bernoulli.
- Vận dụng công thức Bernoulli trong một số tình huống đơn giản.
- Nhận biết khái niệm biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức với tham số (n, p) .
- Vận dụng phân bố nhị thức để giải quyết một số bài toán có nội dung thực tiễn.

2. Về năng lực

- Rèn luyện các năng lực toán học, nói riêng là năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

3. Về phẩm chất

- Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):
- + Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các hoạt động nhóm;
 - + Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

– Giáo viên:

Giáo án, bảng phụ, máy chiếu (nếu có), phiếu học tập, ...

– Học sinh:

SGK, vở ghi, dụng cụ học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này dạy trong 05 tiết:

Bài học này dạy trong 05 tiết:

- + Tiết 1: Mục 1. Phép thử lặp và công thức Bernoulli.
- + Tiết 2: Luyện tập phép thử lặp và công thức Bernoulli.
- + Tiết 3: Mục 2. Biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức và áp dụng.
- + Tiết 4: Biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức và áp dụng (tiếp theo).
- + Tiết 5: Luyện tập.

Tiết 1. PHÉP THỬ LẬP VÀ CÔNG THỨC BERNOULLI

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG		
Mục tiêu: Gợi động cơ, tạo tình huống có vấn đề để HS tiếp cận khái niệm phép thử lập và công thức Bernoulli. Nội dung: HS đọc tình huống mở đầu, từ đó làm nảy sinh nhu cầu tìm hiểu về xác suất thành công k lần trong n lần thử. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức hoạt động: HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Tình huống mở đầu (7 phút) – GV sử dụng bảng phụ hoặc trình chiếu tình huống mở đầu trong SGK. – Đặt vấn đề: GV có thể gợi vấn đề như sau: Muốn biết phương án nào có xác suất chiến thắng cao hơn, ta sẽ tìm hiểu bài học hôm nay về phép thử lập.	– HS đọc nội dung bài toán mở đầu, suy nghĩ và dự đoán câu trả lời.	+ Mục tiêu của phần này là tạo tình huống có vấn đề, gợi động cơ để HS có nhu cầu tìm hiểu về phép thử lập và xác suất thành công k lần trong n phép thử (công thức Bernoulli). + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC		
Mục tiêu: HS hình thành kiến thức về phép thử lập và công thức Bernoulli. Nội dung: HS thực hiện HĐ1 trong SGK, qua đó nhận biết khái niệm phép thử lập và công thức Bernoulli. Sản phẩm: Kiến thức về khái niệm phép thử lập và công thức Bernoulli. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động nhóm dưới sự hướng dẫn của GV.		
Hình thành khái niệm phép thử lập và công thức Bernoulli (20 phút) – GV cho HS hoạt động nhóm từ 4 -5 HS, đọc và thực hiện HD.	– HS hoạt động nhóm và thực hiện yêu cầu của GV.	+ Mục đích của phần này là giúp HS hình thành được khái niệm phép thử lập và công thức Bernoulli.

<i>yêu cầu ở HD1 trong SGK và trả lời các câu hỏi phụ sau.</i> Câu hỏi phụ: c) Ở phương án 1, xác suất để mặt 6 chấm xuất hiện ở lần thứ nhất và thứ hai mà không xuất hiện ở bất cứ lần tung nào khác là bao nhiêu? Từ đó hãy tính xác suất xuất hiện mặt 6 chấm 2 lần trong 12 lần tung. d) Ở phương án 2, xác suất xuất hiện mặt 6 chấm 1 lần trong 6 lần tung là bao nhiêu? – GV trình chiếu hoặc viết bảng nội dung Khung kiến thức.	a) Phép thử T lặp lại 12 lần, người chơi thắng khi biến cố E xuất hiện 2 lần. b) Phép thử T lặp lại 6 lần, người chơi thắng khi biến cố E xuất hiện 1 lần. c) Xác suất để mặt 6 chấm xuất hiện ở lần thứ nhất và lần thứ hai mà không xuất hiện ở bất cứ lần nào khác là $\left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^{10}$. Chọn hai lần bất kì từ 12 lần, có C_{12}^2 cách chọn, như vậy xác suất để mặt 6 chấm xuất hiện hai lần bất kì trong 12 lần tung là $C_{12}^2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^{10}$. d) Xác suất xuất hiện mặt 6 chấm một lần trong 6 lần tung là $C_6^1 \left(\frac{1}{6}\right)^1 \left(\frac{5}{6}\right)^5$. – HS đọc thông tin và ghi nội dung bài học vào vở.	+ Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
--	---	---

HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

Mục tiêu: củng cố khả năng vận dụng công thức Bernoulli để tính xác suất.

Nội dung: HS thực hiện các yêu cầu trong VD2, Luyện tập 2.

Sản phẩm: Lời giải của HS.

Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân và hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.

Ví dụ 2 (8 phút) – GV dùng bảng phụ hoặc trình chiếu nội dung VD2. – GV gọi HS nhắc lại công thức tính xác suất biến cố đối và công thức cộng xác suất.	– HS thực hiện VD2 và trả lời câu hỏi của GV. <i>HD.</i> <i>Công thức xác suất biến cố đối:</i> $P(\bar{B}) = 1 - P(B)$ Công thức cộng xác suất: $\bar{B} = E_0 \cup E_1$ và $E_0 \cap E_1 = \emptyset$ thì $P(\bar{B}) = P(E_0) + P(E_1).$	+ Mục đích của hoạt động này nhằm giúp HS rèn luyện kỹ năng vận dụng công thức Bernoulli, kết hợp với các công thức xác suất đã biết để giải quyết vấn đề nêu ra ở đầu bài. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
---	---	---

Luyện tập 2 (8 phút) – GV cho HS hoạt động nhóm đôi thực hiện yêu cầu <i>Luyện tập 2</i> trong 5 phút, sau đó GV gọi đại diện 2 nhóm trả lời ý a và b, các nhóm còn lại nhận xét, GV tổng kết.	– HS thực hiện Luyện tập 2. HD. Gọi T là phép thử “Gieo một con xúc xắc cân đối”. E là biến cố: “Xuất hiện mặt 6 chấm”. Xét phép thử lặp T với $n = 6$ và $p = P(E) = \frac{1}{6}$. Gọi A là biến cố: “Người chơi thắng”. A là biến cố “Trong phép thử lặp này biến cố Xuất hiện ít nhất một lần” Xét biến cố đối $\bar{A}$ “ trong phép thử lặp T này biến cố E không xuất hiện lần nào” Ta có $\bar{A} = E_0$. Theo công thức Bernoulli $P(E_0) = C_6^0 p^0 \left(1 - \frac{1}{6}\right)^6 = \left(\frac{5}{6}\right)^6$ Vậy $P(A) = 1 - P(E_0)$ $= 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^6 \approx 0,665102.$ Vậy xác suất thắng của người chơi khi chơi theo phương án 2 là 0,665102. b) Theo VD2, xác suất thắng của người chơi khi chơi theo phương án 1 là 0,618667..... Vậy xác suất thắng của người chơi khi chơi theo phương án 1 nhỏ hơn xác suất thắng của người chơi khi chơi theo phương án 2. Vậy người chơi nên chọn phương án 2.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS áp dụng được các tính chất của + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giao tiếp toán học.
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút) – GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Khái niệm biến cố lặp và công thức Bernoulli. – Giao cho HS làm các bài tập sau trong SGK: Bài 1.6.		

Tiết 2. LUYỆN TẬP PHÉP THỬ LẬP VÀ CÔNG THỨC BERNOULLI

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG		
Mục tiêu: Giúp HS củng cố lại công thức Bernoulli. Nội dung: HS hoàn thành nội dung phiếu học tập số 1. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức hoạt động: HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Hoạt động khởi động (10 phút) – GV tổ chức cho HS làm Phiếu học tập số 1 ở phần Phụ lục trong vòng 8 phút. – Sau khi HS làm phiếu học tập, GV đọc hoặc trình chiếu kết quả; HS đối chiếu với bài làm của mình.	– HS thực hiện cá nhân phiếu học tập.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS củng cố lại kiến thức về phép thử lập và công thức Bernoulli. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP		
Mục tiêu: Củng cố kỹ năng vận dụng công thức Bernoulli vào giải các bài toán xác suất. Nội dung: HS thực hiện các yêu cầu trong VD1, Luyện tập 1. Sản phẩm: Lời giải của HS. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân và hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Ví dụ 1 (10 phút) GV dùng bảng phụ hoặc trình chiếu nội dung VD1 trong SGK. GV cho HS thực hiện yêu cầu VD1 trong 8 phút và gọi 1 HS trình bày cách làm.	– HS làm việc cá nhân thực hiện yêu cầu của VD1.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS vận dụng được công thức Bernoulli, công thức xác suất biến cố đối và công thức cộng xác suất vào giải các bài toán. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giao tiếp toán học.

Luyện tập 1 (10 phút) – GV yêu cầu HS làm nhóm đôi thực hiện yêu cầu phần Luyện tập 1 trong 8 phút. Sau đó, GV gọi HS lên bảng trình bày lời giải.	– HS thảo luận nhóm đôi thực hiện yêu cầu Luyện tập 1. HD. Để thắng trận đầu đó, An cần thắng ít nhất hai trận. Xác suất để An thắng là $C_3^2 0,4^2 0,6 + 0,4^3 = 0,352.$	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS vận dụng được công thức Bernoulli vào giải các bài toán. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
---	---	--

HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG

Mục tiêu: Giúp HS vận dụng được công thức Bernoulli vào giải các bài toán xác suất.

Nội dung: HS thực hiện các yêu cầu trong Bài tập 1.7.

Sản phẩm: Lời giải của HS.

Tổ chức thực hiện: HS hoạt động nhóm dưới sự hướng dẫn của GV.

Bài tập 1.7 (12 phút) – GV yêu cầu HS làm nhóm đôi thực hiện yêu cầu phần Luyện tập 1 trong 10 phút. Sau đó, GV gọi hai nhóm lên bảng trình bày lời giải.	– HS làm việc theo nhóm dưới sự hướng dẫn của GV. HD. a) Gọi x, y là số câu trả lời đúng, số câu trả lời sai để thí sinh được 15 điểm thì $\begin{cases} 4x - y = 15 \\ x + y = 10 \end{cases} \text{ nên}$ $x = 5, y = 5.$ Xác suất để thí sinh đó được 15 điểm là $C_{10}^5 \left(\frac{1}{4}\right)^5 \left(\frac{3}{4}\right)^5 \approx 0,058.$ b) Nếu thí sinh trả lời đúng ít nhất hai câu thì sẽ không bị âm điểm, do đó để bị âm điểm thì thí sinh chỉ trả lời đúng nhiều nhất một câu. Xác suất để thí sinh đó bị âm điểm là $C_{10}^1 \left(\frac{1}{4}\right)^1 \left(\frac{3}{4}\right)^9 + \left(\frac{3}{4}\right)^{10} \approx 0,244.$	+ Mục tiêu của hoạt động này là giúp HS rèn luyện, củng cố kỹ năng sử dụng công thức Bernoulli. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
--	--	---

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (3 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: biến cố lập và công thức Bernoulli.
- Giao cho HS làm các bài tập sau trong SGK: Bài 1.8.

Tiết 3. BIẾN NGẪU NHIÊN CÓ PHÂN BỐ NHỊ THỨC VÀ ÁP DỤNG

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: Gợi động cơ, tạo tình huống có vấn đề để HS tiếp cận khái niệm biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức và biến ngẫu nhiên có phân bố Bernoulli. Nội dung: HS đọc tình huống mở đầu, từ đó làm nảy sinh nhu cầu tìm hiểu các tính chất của biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức và biến ngẫu nhiên có phân bố Bernoulli. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức hoạt động: HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Tình huống mở đầu (7 phút) – GV tổ chức cho HS đọc hoạt động mở đầu trong SGK. – Đặt vấn đề: GV có thể gợi vấn đề như sau: Để tính được số điểm trung bình của bạn An và xác suất để An vượt qua bài thi đó một cách nhanh chóng, ta sẽ tìm hiểu về biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức và các yếu tố liên quan.	– HS đọc nội dung bài toán mở đầu và suy nghĩ câu trả lời.	+ Mục tiêu của phần này là đưa ra một ví dụ về biến ngẫu nhiên có phân phối nhị thức để HS nhận biết đối tượng này. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC Mục tiêu: HS hình thành kiến thức về biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức và phân bố Bernoulli. Nội dung: HS thực hiện HĐ2 trong SGK, qua đó nhận biết khái niệm về biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức và biến ngẫu nhiên có phân bố Bernoulli. Sản phẩm: Kiến thức về khái niệm biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức và biến ngẫu nhiên có phân bố Bernoulli. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Hình thành khái niệm biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức (15 phút)	– HS hoạt động nhóm và thực hiện yêu cầu của GV. HD. Theo công thức Bernoulli, ta có	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS nhận biết khái niệm biến ngẫu nhiên có

– GV cho HS hoạt động nhóm đôi, đọc và thực hiện yêu cầu ở HĐ2 trong SGK. – GV cho HS đọc và ghi chép nội dung khung kiến thức, GV nhấn mạnh ý sau: Cho T là một phép thử và E là một biến cố liên quan tới phép thử T. Ta thực hiện phép thử T lặp lại n lần một cách độc lập. Ở mỗi lần thực hiện phép thử T, biến cố E có xác suất xuất hiện bằng p, $P(E) = p$. Gọi X là số lần xuất hiện biến cố E trong n lần thực hiện lặp lại phép thử T. Khi đó $X \sim B(n, p)$.	$P(X = k) = C_n^k p^k (1 - p)^{n-k}$. – HS đọc thông tin và ghi nội dung bài học vào vở.	phân bố nhị thức và phân bố Bernoulli. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.						
Câu hỏi (6 phút) – GV cho HS hoạt động cá nhân thực hiện nội dung phần Câu hỏi trong SGK, GV chữa câu trả lời của HS và giải thích cách lập bảng.	– HS thực hiện yêu cầu của phần Câu hỏi HD. <table border="1" data-bbox="582 1124 989 1211"> <tr> <td>X</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr> <td>P</td><td>$1 - p$</td><td>p</td></tr> </table>	X	0	1	P	$1 - p$	p	+ Mục đích của hoạt động này giúp HS viết được bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên có phân bố Bernoulli. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
X	0	1						
P	$1 - p$	p						
Chú ý về phân bố nhị thức (5 phút) – GV cho HS đọc nội dung phần chú ý trong SGK và gọi HS giải thích nội dung phần Chú ý.	– HS đọc nội dung phần chú ý trong SGK.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS tính được các xác suất $P(X \leq k)$ và $P(X \geq k)$ nếu X có phân bố Bernoulli. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học cho HS.						
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP								

Mục tiêu: <i>Củng cố cách vận dụng biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức để tính xác suất.</i> Nội dung: HS thực hiện các yêu cầu trong VD3. Sản phẩm: Lời giải của HS. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.

Ví dụ 3 (10 phút) – GV dùng bảng phụ hoặc trình chiếu nội dung VD3. GV cho HS thực hiện cá nhân trong 8 phút, sau đó gọi 1 HS chữa bài, các HS khác nhận xét, GV tổng kết.	– HS đọc thông tin, thảo luận và ghi nội dung bài học vào vở. HD. – X là biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức với $n = 8, p = \frac{1}{2}$. – $P(X \geq 6) = 0,1445$.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS củng cố khái niệm phân bố nhị thức và công thức tính xác suất $P(X \geq k)$. + Phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giao tiếp toán học cho HS.
---	---	--

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút) – GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Tính chất của phân bố nhị thức, cách tính xác suất $P(X \geq k), P(X \leq k)$. – GV giao cho HS đọc trước các nội dung phần Luyện tập 3 và VD4.

TIẾT 4. BIẾN NGẪU NHIÊN CÓ PHÂN BỐ NHỊ THỨC VÀ ÁP DỤNG

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: Củng cố khái niệm biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức, biến ngẫu nhiên có phân bố Bernoulli và các tính chất liên quan. Nội dung: HS thực hiện phiếu học tập số 2. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức hoạt động: HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Hoạt động khởi động (10 phút) – GV tổ chức cho HS làm Phiếu học tập số 2 ở phần Phụ lục trong vòng 8 phút.	– HS trả lời các câu hỏi trong phiếu học tập.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS ôn tập, củng cố lại khái niệm biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức, phân bố

– Sau khi HS làm phiếu học tập, GV đọc hoặc trình chiếu kết quả; HS đối chiếu với bài làm của mình.		Bernoulli và các tính chất liên quan. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
---	--	---

HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

Mục tiêu: Củng cố, rèn luyện khả năng vận dụng các tính chất của biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức và phân bố Bernoulli vào giải các bài toán.

Nội dung: HS thực hiện các yêu cầu trong Luyện tập 3 và VD4.

Sản phẩm: Lời giải của HS.

Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân và hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.

Luyện tập 3 (10 phút)

– GV yêu cầu HS làm nhóm đôi thực hiện yêu cầu phần Luyện tập 3 trong 8 phút. Sau đó, GV gọi hai nhóm lên bảng trình bày lời giải, các HS khác nhận xét, GV tổng kết.

– HS thực hiện nội dung phần Luyện tập 3 theo nhóm đôi.

HD. Người chơi được ít nhất 30 điểm khi con xúc xắc có ít nhất có 3 lần mà số chấm xuất hiện lớn hơn 4. Phép thử T là gieo con xúc xắc, E là biến cố: “con xúc xắc có số chấm xuất hiện lớn hơn 4”. Ta có $P(E) = \frac{1}{3}$.

T được lặp lại 5 lần một cách độc lập. X là biến ngẫu nhiên chỉ số lần con xúc xắc có số chấm xuất hiện lớn hơn 4. Ta có

$X \sim B\left(5; \frac{1}{3}\right)$. Người chơi được

ít nhất 30 điểm khi $X \geq 3$. Theo chú ý về phân bố nhị thức ta có

$$\begin{aligned} P(X \geq 3) &= C_5^3 \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right)^2 + C_5^4 \left(\frac{1}{3}\right)^4 \left(\frac{2}{3}\right) \\ &\quad + C_5^5 \left(\frac{1}{3}\right)^5 \approx 0,21 \end{aligned}$$

+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS vận dụng được tính chất của phân bố nhị thức vào giải các bài tập.

+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giao tiếp toán học.

Ví dụ 4 (10 phút) – GV dùng bảng phụ hoặc trình chiếu nội dung phần Chú ý trong SGK. – GV cho HS đọc nội dung VD4 theo cá nhân trong 6 phút, sau đó gọi HS lên trình bày và nhận xét phần trình bày của HS.	– HS đọc nội dung phần chú ý trong SGK và ghi chép vào vở. – HS làm việc cá nhân, đọc và ghi chép vào vở nội dung VD4.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS nắm được kì vọng, phương sai, độ lệch chuẩn và các tính chất của biến ngẫu nhiên X có phân bố nhị thức. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Bài 1.11 (12 phút) – GV yêu cầu HS thực hiện cá nhân yêu cầu Bài 1.11 trong 10 phút. Sau đó, GV gọi hai HS lên bảng trình bày lời giải, các HS khác nhận xét, GV tổng kết.	– HS thực hiện yêu cầu Bài 1.11. HD. a) X là biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức với $n=5$; $p = \frac{1}{4}.$ b) Biến cố “ Sơn thắng Tùng trong trận đấu” là biến cố $\{X \geq 3\}$. Vậy xác suất để Sơn thắng Tùng trong trận đấu là $P(X \geq 3)$. Theo chú ý về phân bố nhị thức ta có $P(X \geq 3) = C_5^3 \left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right)^2 + C_5^4 \left(\frac{1}{4}\right)^4 \left(\frac{3}{4}\right) + C_5^5 \left(\frac{1}{4}\right)^5$ $\approx 0,1035.$	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS vận dụng khái niệm và tính chất của biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức vào giải các bài toán. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (3 phút) – GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức và các tính chất. – Giao cho HS làm các bài tập sau trong SGK: Bài 1.12		

Tiết 5. LUYỆN TẬP

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: Củng cố khái niệm biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức, biến ngẫu nhiên có phân bố Bernoulli và các tính chất liên quan. Nội dung: HS thực hiện Phiếu học tập số 3. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức hoạt động: HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Hoạt động khởi động (7 phút) - GV tổ chức cho HS làm Phiếu học tập số 3 ở phần Phụ lục trong vòng 5 phút. - Sau khi HS làm phiếu học tập, GV đọc hoặc trình chiếu kết quả; HS đối chiếu với bài làm của mình.	HS thực hiện Phiếu học tập số 3.	+ Mục đích của hoạt động này là ôn tập lại khái niệm biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức, biến ngẫu nhiên có phân bố Bernoulli và các tính chất liên quan. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG Mục tiêu: Giúp HS vận dụng được kiến thức đã học về biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức vào giải các bài toán xác suất. Nội dung: HS thực hiện các yêu cầu trong phần Vận dụng, bài 1.19 và bài 1.10. Sản phẩm: Lời giải của HS. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Vận dụng (12 phút) GV yêu cầu HS làm nhóm đôi thực hiện yêu cầu phần Luyện tập 3 trong 8 phút. Sau đó, GV gọi hai nhóm lên bảng trình bày lời giải, các HS khác nhận xét, GV tổng kết.	HS làm nội dung phần Vận dụng trong SGK theo nhóm đôi.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS phát triển kỹ năng giải quyết vấn đề toán học dựa vào các kiến thức đã học được về biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức.

		+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.												
Bài 1.9 (12 phút) – GV yêu cầu HS thực hiện cá nhân yêu cầu Bài 1.19 trong 10 phút. Sau đó, GV gọi hai HS lên bảng trình bày lời giải, các HS khác nhận xét, GV tổng kết.	– HS làm bài 1.9 trong SGK. HD. Phép thử T là lai hai cây đậu Hà lan. Có 4 kết quả có thể đồng khả năng về kiểu gene của cây con là $\{AA, Aa, aA, aa\}$, trong đó 3 kiểu gene $\{AA, Aa, aA\}$ có kiểu hình là hạt màu vàng. Ta có phép thử lặp với $n = 4, p = \frac{3}{4}$. Vậy $X \sim B\left(4; \frac{3}{4}\right)$. $P(X = 0) = C_4^0 \left(\frac{3}{4}\right)^0 \left(\frac{1}{4}\right)^4 = \frac{1}{256};$ $P(X = 1) = C_4^1 \left(\frac{3}{4}\right)^1 \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{12}{256};$ $P(X = 2) = C_4^2 \left(\frac{3}{4}\right)^2 \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{54}{256};$ $P(X = 3) = C_4^3 \left(\frac{3}{4}\right)^3 \left(\frac{1}{4}\right)^1 = \frac{108}{256};$ $P(X = 4) = C_4^4 \left(\frac{3}{4}\right)^4 \left(\frac{1}{4}\right)^0 = \frac{81}{256}.$ a) Do đó bảng phân bố xác suất của X là <table><tr><td>X</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>P</td><td>$\frac{1}{256}$</td><td>$\frac{12}{256}$</td><td>$\frac{54}{256}$</td><td>$\frac{108}{256}$</td><td>$\frac{81}{256}$</td></tr></table> b) Ta có $E(X) = np = 3$. Trung bình có 3 cây con có hạt màu vàng. Do đó trung bình có $4 - 3 = 1$ cây con có hạt màu xanh.	X	0	1	2	3	4	P	$\frac{1}{256}$	$\frac{12}{256}$	$\frac{54}{256}$	$\frac{108}{256}$	$\frac{81}{256}$	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS vận dụng được khái niệm biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức và các tính chất liên quan vào giải các bài toán. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
X	0	1	2	3	4									
P	$\frac{1}{256}$	$\frac{12}{256}$	$\frac{54}{256}$	$\frac{108}{256}$	$\frac{81}{256}$									
Bài 1.10 (12 phút)	– HS làm bài 1.10 trong SGK.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS												

– GV yêu cầu HS thực hiện cá nhân yêu cầu Bài 1.10 trong 10 phút. Sau đó, GV gọi hai HS lên bảng trình bày lời giải, các HS khác nhận xét, GV tổng kết.	HD. a) X là biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức với tham số $n = 6; p = 0,25$. b) Lớp học đủ ánh sáng khi và chỉ khi $X \geq 4$. Theo chú ý về phân bố nhị thức ta có $P(X \geq 4) = P(X = 4) + P(X = 5) + P(X = 6)$ $= C_6^4 (0,75)^4 (0,25)^2 + C_6^5 (0,75)^5 (0,25) + (0,75)^6$ $\approx 0,8306.$ Vậy xác suất để lớp học đủ ánh sáng là 0,8306. c) $E(X) = np = 6 \cdot (0,25) = 1,5$, $V(X) = np(1-p) = 6 \cdot (0,25) \cdot (0,75) = 1,125,$ $\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{1,125} \approx 1,06.$	vận dụng được khái niệm biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức và các tính chất liên quan vào giải các bài toán. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
--	--	---

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)

– GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức, biến ngẫu nhiên có phân bố Bernoulli và các tính chất liên quan.

– Giao cho HS đọc trước phần bài tập cuối chuyên đề.

PHỤ LỤC. PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

Câu 1. Tung một xúc xắc đồng chất 5 lần, xác suất tung được mặt 3 chấm 2 lần là

A. $C_5^2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^3$. B. $C_3^2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^3$. C. $C_5^3 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^3$. D. $C_5^2 \left(\frac{1}{6}\right)^3 \left(\frac{5}{6}\right)^2$.

Câu 2. Tung một đồng xu đồng chất 7 lần, xác suất tung được mặt sấp 5 lần là

A. $C_7^5 \left(\frac{1}{2}\right)^5 \left(\frac{1}{2}\right)^2$. B. $C_7^2 \left(\frac{1}{2}\right)^5 \left(\frac{1}{2}\right)^2$. C. $C_5^2 \left(\frac{1}{2}\right)^5 \left(\frac{1}{2}\right)^7$. D. $C_7^3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^2$.

Câu 3. Bạn An làm 10 câu trắc nghiệm, mỗi câu gồm 4 lựa chọn và một đáp án chính xác, xác suất bạn An làm đúng 7 câu là

A. $C_{10}^3 \left(\frac{1}{4}\right)^7 \left(\frac{3}{4}\right)^3$. B. $C_{10}^7 \left(\frac{1}{4}\right)^7 \left(\frac{3}{4}\right)^3$. C. $C_{10}^7 \left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right)^7$. D. $C_7^3 \left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right)^7$.

Câu 4. Một nhà khoa học gieo 20 hạt giống một giống lúa với xác suất nảy mầm của mỗi hạt là 0,4. Xác suất có ít nhất 18 hạt nảy mầm là

- A. $C_{20}^{18} (0,4)^{18} (0,6)^2 + C_{20}^{19} (0,4)^{19} (0,6)$.
 B. $C_{20}^{18} (0,4)^2 (0,6)^3$.
C. $C_{20}^{18} (0,4)^{18} (0,6)^2 + C_{20}^{19} (0,4)^{19} (0,6) + (0,4)^{20}$.
 D. $C_{20}^{19} (0,4)^{19} (0,6) + (0,4)^{20}$.

Câu 5. Một vận động viên bắn cung thực hiện 9 lần bắn, biết xác suất bắn trúng bia mỗi lần bắn là 0,9. Xác suất để vận động viên đó bắn trúng bia ít nhất 8 lần là

- A. $C_5^2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^3 + C_5^2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^3$ B. $C_3^2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^3$
 C. $C_5^3 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^3$ D. $C_5^2 \left(\frac{1}{6}\right)^3 \left(\frac{5}{6}\right)^2 + C_5^2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^3$.

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2

A. Điền các từ còn thiếu vào chỗ trống.

Biến ngẫu nhiên X có phân bố nhị thức với tham số $\left(5, \frac{1}{4}\right)$, kí hiệu là $X \sim \dots\dots$

ĐA: $X \sim B\left(5, \frac{1}{4}\right)$.

Biến ngẫu nhiên Y có phân bố Bernoulli với tham số $\left(1, \frac{1}{2}\right)$, kí hiệu là $Y \sim \dots\dots$

ĐA: $Y \sim B\left(1, \frac{1}{2}\right)$.

Bảng phân bố xác suất của X (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 4):

X	0	1	2	3	4	5
P						

ĐA.

X	0	1	2	3	4	5
P	0,2373	0,0791	0,0263	0,0088	0,0029	0,0009

Bảng phân bố xác suất của Y (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 4):

X	0	1
P		

ĐA:

X	0	1
P	0,5	0,5

B. Nối các ô ở cột trái với các ô ở cột phải để được một phát biểu đúng.

Số lần xuất hiện mặt ngửa của đồng xu sau khi tung 1 lần.

là biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức $B(n, 0,5)$.

Số lần xuất hiện mặt ngửa của đồng xu sau khi tung n lần.

là biến ngẫu nhiên có phân bố Bernoulli $B(1, 0,5)$.

Nếu X là biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức $B(n, p)$ thì $P(X \leq k)$ bằng

$$C_n^0 (1-p)^n + C_n^1 p (1-p)^{n-1} + \dots + C_n^k p^k (1-p)^{n-k}.$$

Nếu X là biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức $B(n, p)$ thì $P(X \leq k)$ bằng

$$C_n^k p^k (1-p)^{n-k} + C_n^{k+1} p^{k+1} (1-p)^{n-k-1} + \dots + C_n^n p^n.$$

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 3

Câu 1. Biến ngẫu nhiên X có phân bố nhị thức $B(n, p)$. Khi đó $P(X = k)$ bằng

A. $C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$. **B.** $C_n^k p^{n-k} (1-p)^k$. **C.** $C_n^{n-k} p^k (1-p)^{n-k}$. **D.** $C_n^{n-k} p^{n-k} (1-p)^k$.

Câu 2. Biến ngẫu nhiên X có phân bố Bernoulli $B(1, p)$. Khi đó $P(X = 1)$ bằng

A. $p(1-p)$. **B.** p^2 . **C.** $(1-p)^2$. **D.** $1-p(1-p)$.

Câu 3. Biến ngẫu nhiên X có phân bố nhị thức $B(n, p)$. Kỳ vọng của X là

A. $E(X) = n.p$. **B.** $E(X) = n.p.(1-p)$. **C.** $E(X) = \sqrt{n.p.(1-p)}$. **D.** $E(X) = p$.

Câu 4. Biến ngẫu nhiên X có phân bố nhị thức $B(n, p)$. Phương sai của X là

A. $V(X) = n.p$. **B.** $V(X) = n.p.(1-p)$. **C.** $V(X) = \sqrt{n.p.(1-p)}$. **D.** $V(X) = p$.

Câu 5. Biến ngẫu nhiên X có phân bố nhị thức $B(n, p)$. Độ lệch chuẩn của X là

A. $\sigma(X) = n.p$. **B.** $\sigma(X) = n.p.(1-p)$. **C.** $\sigma(X) = \sqrt{n.p.(1-p)}$. **D.** $\sigma(X) = p$.

GỢI Ý GIẢI CÁC BÀI TẬP TRONG SGK

1.6. Gọi A là biến cố “Hộp không bị loại khi kiểm tra”. Ta có phép thử lặp với $n = 10$ và $p = 0,01$. Do $A = E_0 \cup E_1$ nên

$$P(A) = P(E_0 \cup E_1) = P(E_0) + P(E_1) = C_{10}^0 (0,01)^0 (0,99)^{10} + C_{10}^1 (0,01)^1 (0,99)^9.$$

Vậy tỉ lệ những hộp những hộp linh kiện điện tử loại I là 99,6%

1.8. Đầu tiên tính xác suất để người chơi thắng trong một ván. Phép thử T là gieo con xúc xắc cân đối, E là biến cố "Xuất hiện mặt 6 chấm". Ta có một phép thử lặp với $n = 3$ và $p = \frac{1}{6}$.

Gọi A là biến cố "người chơi thắng trong một ván". Ta có $A = E_2 \cup E_3$. Vậy

$$P(A) = P(E_2 \cup E_3) = P(E_2) + P(E_3) = C_3^2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right) + C_3^3 \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{16}{216} = \frac{2}{27}$$

Xét phép thử H là "Chơi một ván". F là biến cố "Thắng ván chơi". Gọi B là biến cố "Bác Hưng thắng trong 3 ván chơi". Ta có một phép thử lặp với $n = 3$ và $p = \frac{2}{27}$. Ta có

$B = F_2 \cup F_3$. Vậy

$$X \sim P(B) = P(F_2 \cup F_3) = P(F_2) + P(F_3) = C_3^2 \left(\frac{2}{27}\right)^2 \left(\frac{25}{27}\right) + C_3^3 \left(\frac{2}{27}\right)^3 = \frac{308}{19683} \approx 0,016.$$

1.12 Gọi X là số quả cam không đạt chất lượng trong 20 lần chọn đó.

X là biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức với $n = 20, p = 0,03$.

b) Gọi A là biến cố "Thùng cam được xếp loại I".

$$P(A) = P(X = 0) = C_{20}^0 (0,03)^0 (0,97)^{20} = (0,97)^{20} \approx 0,5438.$$

Gọi B là biến cố "Thùng cam được xếp loại II". Ta có $B = \{X = 1\} \cup \{X = 2\}$,

$$\begin{aligned} P(B) &= P(X = 1) + P(X = 2) = C_{20}^1 (0,03)^1 (0,97)^{19} + C_{20}^2 (0,03)^2 (0,97)^{18} \\ &= 20(0,03)(0,97)^{19} + 190(0,03)^2 (0,97)^{18} \approx 0,4352. \end{aligned}$$

Gọi C là biến cố "Thùng cam được xếp loại III". C là biến cố có ít nhất ba quả cam không đạt chất lượng. Ta có $C = \{X \geq 3\}$. Xét biến cố đối $\bar{C} = \{X \leq 2\}$. Theo chú ý về phân bố nhị thức ta có $P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)$,

$$P(C) = 1 - P(\bar{C}) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) - P(X = 2).$$

Theo trên ta có $P(X = 0) = P(A)$, $P(X = 1) + P(X = 2) = P(B)$. Vậy

$$P(C) = 1 - P(A) - P(B) = 1 - 0,5438 - 0,4352 = 0,021.$$

Vậy tỷ lệ các thùng cam được xếp loại I, II, III tương ứng là 54,38%; 43,52% và 2,1%.

BÀI TẬP CUỐI CHUYÊN ĐỀ 1

Thời gian thực hiện: 2 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kỹ năng

- Ôn tập kỹ năng vận dụng các kiến thức về biến ngẫu nhiên rời rạc, các số đặc trưng để giải quyết các bài toán thực tế.
- Ôn tập kỹ năng vận dụng các kiến thức về công thức Bernoulli, biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức, biến ngẫu nhiên có phân bố Bernoulli để giải quyết các bài toán trong thực tế.

2. Về năng lực

- Rèn luyện các năng lực toán học, nói riêng là năng lực mô hình hoá toán học và năng lực tư duy và lập luận toán học.
- Góp phần phát triển các năng lực chung như năng lực giao tiếp và hợp tác (qua việc thực hiện hoạt động nhóm, ...), năng lực thuyết trình, báo cáo (khi trình bày kết quả của nhóm), năng lực tự chủ và tự học (khi đọc phần Tìm tòi – Khám phá, làm bài tập ở nhà), ...

3. Về phẩm chất

- Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):
- + Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các hoạt động nhóm;
 - + Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

– Giáo viên:

Giáo án, bảng phụ, máy chiếu (nếu có), phiếu học tập,...

– Học sinh:

- + SGK, vở ghi, dụng cụ học tập, máy tính cầm tay.
- + Ôn lại các kiến thức trong Chuyên đề 1.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này dạy trong 02 tiết:

- + Tiết 1. Luyện tập Chuyên đề 1.
- + Tiết 2. Luyện tập Chuyên đề 1 (tiếp theo).

TIẾT 1. LUYỆN TẬP CHUYÊN ĐỀ 1

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: Củng cố lại khái niệm biến ngẫu nhiên rời rạc, các số đặc trưng của biến ngẫu nhiên, công thức Bernoulli và biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức. Nội dung: HS làm nội dung trong phiếu học tập số 1. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức hoạt động: HS làm việc nhóm dưới sự hướng dẫn của GV.		
Hoạt động khởi động (20 phút) – HS làm theo nhóm bốn vào phiếu học tập, sau 15 phút GV gọi đại diện các nhóm trình bày câu trả lời, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết. <i>Nếu nhà trường có điều kiện thuận lợi như có máy tính, máy chiếu và Internet trong lớp học, GV có thể thiết kế một số hình thức ôn tập khác như phiếu học tập trên Kahoot, hoặc các trò chơi như Ai là triệu phú, Ô số bí mật,...</i>	– HS thực hiện nội dung phiếu học tập số 1 theo nhóm.	+ Mục đích của hoạt động này là ôn tập lại khái niệm biến ngẫu nhiên rời rạc, biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức, biến ngẫu nhiên có phân bố Bernoulli và các tính chất liên quan. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: Củng cố khả năng vận dụng các kiến thức về biến ngẫu nhiên rời rạc, các số đặc trưng, công thức Bernoulli và biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức để giải các bài toán. Nội dung: HS thực hiện giải các bài tập 1.13 và 1.14. Sản phẩm: Lời giải của HS. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Bài 1.13 (10 phút) – GV tổ chức cho HS làm Bài 1.13. + GV cho HS hoạt cá nhân trong 8 phút, sau đó GV gọi 1 HS lên bảng trình bày bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS làm bài 1.13 và ghi bài.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS vận dụng được khái niệm biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức và các tính chất liên quan vào giải các bài toán. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.

Bài 1.14. (12 phút) – GV tổ chức cho HS làm Bài 1.14. + GV cho HS hoạt động theo nhóm đôi trong 10 phút, sau đó GV gọi 1 HS lên bảng trình bày bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS làm bài 1.14 và ghi bài.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS vận dụng được khái niệm biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức và các tính chất liên quan vào giải các bài toán. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
--	-------------------------------	--

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (3 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: biến ngẫu nhiên rời rạc, các số đặc trưng, công thức Bernoulli, biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức.
- Giao cho HS đọc trước các bài tập từ 1.15 đến 1.17.

TIẾT 2. LUYỆN TẬP CHUYÊN ĐỀ 1 (tiếp theo)

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
--	--	------------------

HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG

Mục tiêu: Cùng cố lại khái niệm biến ngẫu nhiên rời rạc, các số đặc trưng của biến ngẫu nhiên, công thức Bernoulli và biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức.

Nội dung: HS làm nội dung trong phiếu học tập số 2.

Sản phẩm: Câu trả lời của HS.

Tổ chức hoạt động: HS làm việc cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.

Hoạt động khởi động (7 phút) – HS thực hiện cá nhân phiếu học tập số 2, sau 5 phút GV gọi đại diện một số HS trình bày câu trả lời, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện phiếu học tập số 1.	+ Mục đích của hoạt động này là ôn tập lại các số đặc trưng của biến ngẫu nhiên rời rạc và biến ngẫu nhiên rời rạc có phân bố nhị thức. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
---	------------------------------------	---

HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

Mục tiêu: Luyện tập sử dụng các kiến thức về biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức để giải các bài toán xác suất.

Nội dung: HS thực hiện giải các bài tập 1.15, 1.16 và 1.17.

Sản phẩm: Lời giải của HS. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Bài 1.15 (12 phút) – GV tổ chức cho HS làm Bài 1.15 SGK. + GV cho HS hoạt động theo nhóm đôi trong 10 phút, sau đó GV gọi 2 nhóm HS lên bảng trình bày bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS làm bài 1.15 và ghi bài.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS vận dụng được khái niệm biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức và các tính chất liên quan vào giải các bài toán. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Bài 1.16 (12 phút) – GV tổ chức cho HS làm Bài 1.16 SGK. + GV cho HS hoạt động cá nhân trong 10 phút, sau đó GV gọi 1 HS lên bảng trình bày bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện Bài 1.16 và ghi bài.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS vận dụng được khái niệm biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức và các tính chất liên quan vào giải các bài toán. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Bài 1.17 (12 phút) – GV tổ chức cho HS làm Bài 1.17 SGK. + GV cho HS hoạt động cá nhân trong 10 phút, sau đó GV gọi 1 HS lên bảng trình bày bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện Bài 1.17 và ghi bài.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS vận dụng được các công thức tính xác suất của biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức vào giải các bài toán. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giao tiếp toán học.
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ <i>GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)</i> – GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: biến ngẫu nhiên rời rạc, các số đặc trưng, công thức Bernoulli, biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức. – Giao cho HS làm các bài tập sau trong SGK: Bài 1.18.		

PHỤ LỤC. PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

A. Trắc nghiệm

Câu 1. Đại lượng nào sau đây là biến ngẫu nhiên rời rạc?

- A. Chiều cao của cây xanh. **B.** Số vụ tai nạn giao thông trong một ngày.
C. Cân nặng một người. D. Nồng độ oxi trong bầu khí quyển.

Câu 2. Kỳ vọng của biến ngẫu nhiên rời rạc X biểu thị số chấm xuất hiện khi tung một xúc xắc đồng chất là

- A. $E(X) = 3,5$. **B.** $E(X) = 4$. C. $E(X) = 3$. D. $E(X) = 4,5$.

Câu 3. Tính phương sai của biến ngẫu nhiên X biểu thị số trận thắng xảy ra ở một quốc gia trong một năm với bảng phân bố xác suất như sau

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

- A. $\frac{153}{140}$ B. $\frac{162}{143}$ **C.** $\frac{155}{144}$ D. $\frac{155}{133}$

Câu 4. Tính độ lệch chuẩn của biến ngẫu nhiên X biểu thị số trận thua của một đội bóng trong một tháng với bảng phân bố xác suất như sau

X	0	1	2	3	4
P	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$

- A.** 1,0235. B. 1,0897. C. 1,8854. D. 1,0328.

Câu 5. Tung một xúc xắc đồng chất 6 lần, xác suất tung được mặt 2 chấm 2 lần là

- A.** $C_6^2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^4$. B. $C_4^2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^4$. C. $C_6^4 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^4$. D. $C_6^2 \left(\frac{1}{6}\right)^4 \left(\frac{5}{6}\right)^2$.

Câu 6. Bạn An làm 10 câu trắc nghiệm, mỗi câu gồm 4 lựa chọn và một đáp án chính xác, xác suất bạn An làm đúng 7 câu là

- A. $C_{10}^3 \left(\frac{1}{4}\right)^7 \left(\frac{3}{4}\right)^3$. **B.** $C_{10}^7 \left(\frac{1}{4}\right)^7 \left(\frac{3}{4}\right)^3$. C. $C_{10}^7 \left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right)^7$. D. $C_7^3 \left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right)^7$.

Câu 7. Một nhà khoa học gieo 20 hạt giống một giống lúa với xác suất nảy mầm của mỗi hạt là 0,4. Xác suất có ít nhất 18 hạt nảy mầm là

- A. $C_{20}^{18} (0,4)^{18} (0,6)^2 + C_{20}^{19} (0,4)^{19} (0,6)$. B. $C_{20}^{18} (0,4)^2 (0,6)^3$.
C. $C_{20}^{18} (0,4)^{18} (0,6)^2 + C_{20}^{19} (0,4)^{19} (0,6) + (0,4)^{20}$. D. $C_{20}^{19} (0,4)^{19} (0,6) + (0,4)^{20}$.

Câu 8. Một vận động viên bắn cung thực hiện 9 lần bắn, biết xác suất bắn trúng bia mỗi lần bắn là 0,9. Xác suất để vận động viên đó bắn trúng bia ít nhất 8 lần là

- A. $C_5^2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^3 + C_5^2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^3$ B. $C_3^2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^3$
 C. $C_5^3 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^3$ D. $C_5^3 \left(\frac{1}{6}\right)^3 \left(\frac{5}{6}\right)^2 + C_5^2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^3$.

Câu 9. Xác suất một người mắc bệnh A là 40%. Khám 4 người bất kì, xác suất để có nhiều nhất 3 người mắc bệnh là

- A. 0,9744. B. 0,0256. C. 0,1536. D. 0,8464.

Câu 10. Trong một chiếc hộp có 5 quả bóng gồm 3 quả màu đỏ và 2 quả màu xanh, một người bốc ra một quả bóng và đặt lại vào hộp, sau đó bốc tiếp quả bóng khác. Xác suất người đó bốc được ít nhất một quả bóng màu đỏ là

- A. 0,94. B. 0,84. C. 0,72. D. 0,64.

B. Nối các ô ở cột trái với các ô ở cột phải để được một mệnh đề đúng.

Cho biến ngẫu nhiên X có bảng phân bố xác suất như sau, đặt $\mu = E(X)$.

X	x_1	x_2		x_k
P	p_1	p_2		p_k

Khi đó, $E[X], V[X], \sigma[X]$ được tính như thế nào?

$E[X] =$	$p_1 x_1 + p_2 x_2 + \dots + p_k x_k$
$V[X] =$	$(x_1 - \mu)^2 p_1 + (x_2 - \mu)^2 p_2 + \dots + (x_k - \mu)^2 p_k$
$\sigma[X] =$	$\sqrt{(x_1 - \mu)^2 p_1 + (x_2 - \mu)^2 p_2 + \dots + (x_k - \mu)^2 p_k}$

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2

Điền từ còn thiếu vào chỗ trống.

A. Biến ngẫu nhiên rời rạc

Cho biến ngẫu nhiên rời rạc X có bảng phân bố xác suất như sau:

X	1	2	3	4	5	6	7
P	$\frac{1}{35}$	$\frac{3}{35}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{10}{35}$	$\frac{12}{35}$		$\frac{1}{35}$

$$ĐA: \frac{1}{35}$$

$$\text{Kì vọng } E(X) = \dots\dots\dots (ĐA: \frac{141}{35})$$

$$\text{Phương sai } V(X) = \dots\dots\dots (ĐA: 1,7183)$$

$$\text{Độ lệch chuẩn } \sigma(X) = \dots\dots\dots (ĐA: 1,3109)$$

B. Biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức

Cho T là một phép thử và E là một biến cố liên quan tới phép thử T .

Ta thực hiện phép thử T lặp lại n lần một cách độc lập. Ở mỗi lần thực hiện phép thử T , biến cố E có xác suất xuất hiện bằng p , $P(E) = p$. Gọi X là số lần xuất hiện biến cố E trong n lần thực hiện lặp lại phép thử T . Khi đó $X \sim \dots\dots\dots (ĐA: B(n, p))$.

Kì vọng của biến ngẫu nhiên X là $\dots\dots\dots (ĐA: np)$.

Phương sai của biến ngẫu nhiên X là $\dots\dots\dots (ĐA: np(1-p))$.

Độ lệch chuẩn của biến ngẫu nhiên X là $\dots\dots\dots (ĐA: \sqrt{np(1-p)})$.

HƯỚNG DẪN GIẢI CÁC BÀI TẬP TRONG SGK

Bài 1.13. X nhận các giá trị $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Kết quả của ba lần rút thẻ là (a, b, c) trong đó $a, b, c \in \{0, 1, 2\}$. Vậy số kết quả có thể của ba lần rút thẻ là 27.

+ Kết quả thuận lợi cho biến cố $(X = 0)$ là $(0, 0, 0)$. Do đó $P(X = 0) = \frac{1}{27}$.

+ Kết quả thuận lợi cho biến cố $(X = 1)$ là $(0, 0, 1); (1, 0, 0)$ và $(0, 1, 0)$. Vậy $P(X = 1) = \frac{3}{27}$.

+ Kết quả thuận lợi cho biến cố $(X = 2)$ là $(0, 0, 2), (0, 2, 0), (2, 0, 0), (1, 1, 0), (1, 0, 1), (0, 1, 1)$. Vậy $P(X = 2) = \frac{6}{27}$.

+ Kết quả thuận lợi cho biến cố $(X = 3)$ là $(0, 1, 2); (0, 2, 1), (1, 0, 2), (1, 2, 0), (2, 0, 1), (2, 1, 0)$ và $(1, 1, 1)$. Vậy $P(X = 3) = \frac{7}{27}$.

+ Kết quả thuận lợi cho biến cố $(X = 4)$ là $(2, 2, 0); (0, 2, 2); (2, 0, 2); (1, 1, 2); (1, 2, 1)$ và $(2, 1, 1)$. Vậy $P(X = 4) = \frac{6}{27}$.

+ Kết quả thuận lợi cho biến cố ($X = 5$) là (2, 2, 1); (1, 2, 2) và (2, 1, 2). Vậy $P(X = 5) = \frac{3}{27}$.

+ Kết quả thuận lợi cho biến cố ($X = 6$) là (2, 2, 2). Do đó $P(X = 6) = \frac{1}{27}$.

Bảng phân bố xác suất của X là

X	0	1	2	3	4	5	6
P	$\frac{1}{27}$	$\frac{3}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{7}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{3}{27}$	$\frac{1}{27}$

Bài 1.14. – Gọi U là số bi trắng Minh rút được từ túi I. U có phân bố Bernoulli, $U \sim \text{Ber}(0, 5)$.

Bảng phân bố xác suất của U là

U	0	1
P	0,5	0,5

Ta có $P(U = 1) = 0,5$, $P(U = 0) = 0,5$.

Gọi V là số bi trắng Minh rút được từ túi II và túi III. Vì túi II và III mỗi túi có chứa số viên bi trắng và số viên bi đen như nhau nên Minh đã thực hiện phép thử lặp với $n = 2$,

$p = \frac{2}{10} = 0,2$. Vậy $V \sim B(2; 0,2)$. Từ đó ta có bảng phân bố xác suất của V là

V	0	1	2
P	0,64	0,32	0,04

Ta có $X = U + V$, sử dụng công thức cộng và công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập ta có:

$$P(X = 0) = P(U = 0, V = 0) = P(U = 0)P(V = 0) = (0,5)(0,64) = 0,32.$$

$$P(X = 1) = P(U = 0, V = 1) + P(U = 1, V = 0) = P(U = 0)P(V = 1) + P(U = 1)P(V = 0)$$

$$= (0,5)(0,32) + (0,5)(0,64) = 0,48.$$

$$P(X = 2) = P(U = 0, V = 2) + P(U = 1, V = 1) + P(U = 2, V = 0)$$

$$= P(U = 0)P(V = 2) + P(U = 1)P(V = 1) + P(U = 2)P(V = 0)$$

$$= (0,5)(0,04) + (0,5)(0,32) + (0,5)(0,64) = 0,18.$$

$$P(X = 3) = P(U = 1, V = 2) + P(U = 2, V = 1) = P(U = 1)P(V = 2) + P(U = 2)P(V = 1)$$

$$= (0,5)(0,04) + (0,5)(0,32) = 0,18.$$

Vậy bảng phân bố xác suất của X là

X	0	1	2	3
---	---	---	---	---

P	0,32	0,48	0,18	0,02
-----	------	------	------	------

b) Phản chứng: Giả sử $X \sim B(n; p)$. Khi đó $n = 3$. Ta có $P(X = 3) = p^3 = 0,02$. (1)

$$P(X = 2) = C_3^2 p^2 (1 - p) = 3p^2 - 3p^3 = 0,18$$

$$\Rightarrow 3p^2 = 3p^3 + 0,18 = 3(0,02) + 0,18 = 0,24 \Rightarrow p^2 = 0,08. (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $p = \frac{0,02}{0,08} = 0,25 \Rightarrow p^2 = 0,0625$. Mâu thuẫn với (2).

Vậy X không phải là biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức.

Bài 1.15. a) Nếu ở vòng 1 An bốc ngẫu nhiên câu hỏi loại 1.

i) Nếu trả lời sai An được 0 điểm. Cuộc thi kết thúc tại đây. Vậy $P(X_1 = 0) = P(\overline{E_1}) = 1 - p_1$.

ii) Nếu trả lời đúng An nhận V_1 điểm và An được đi tiếp vòng 2 bốc ngẫu nhiên một câu hỏi loại 2.

Gọi E_1 là biến cố “Trả lời đúng câu hỏi loại 1”. E_2 là biến cố “Trả lời đúng câu hỏi loại 2”.

Nếu trả lời sai câu hỏi loại 2 này, An nhận 0 điểm. Cuộc thi kết thúc tại đây và An được $V_1 + 0 = V_1$ điểm.

Theo giả thiết $E_1, \overline{E_2}$ là hai biến cố độc lập. Theo công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập ta có $P(X_1 = V_1)$.

Nếu trả lời đúng câu hỏi loại 2 này Minh nhận V_2 điểm. Cuộc thi kết thúc tại đây và Minh được $V_1 + V_2$ điểm.

Theo giả thiết E_1, E_2 là hai biến cố độc lập. Theo công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập ta có: $P(X_1 = V_1) = P(E_1 \overline{E_2}) = P(E_1)P(\overline{E_2}) = p_1(1 - p_2)$.

Theo giả thiết E_1, E_2 là hai biến cố độc lập. Theo công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập ta có $P(X_1 = V_1 + V_2) = P(E_1 E_2) = P(E_1)P(E_2) = p_1 p_2$.

Vậy bảng phân bố xác suất của X_1 là:

X_1	0	V_1	$V_1 + V_2$
P	$1 - p_1$	$p_1(1 - p_2)$	$p_1 p_2$

$$E(X_1) = V_1 p_1 (1 - p_2) + (V_1 + V_2) p_1 p_2.$$

b) Nếu An bốc ngẫu nhiên câu hỏi loại 2 trước.

Lập luận tương tự như trên ta có bảng phân bố xác suất của X_2 là

X_1	0	V_2	$V_1 + V_2$
-------	---	-------	-------------

P	$1-p_2$	$p_2(1-p_1)$	p_1p_2
-----	---------	--------------	----------

$$E(X_2) = V_2p_2(1-p_1) + (V_1+V_2)p_1p_2.$$

Ở vòng 1, An nên chọn câu hỏi loại 1 trước nếu

$$E(X_1) > E(X_2) \Leftrightarrow V_1p_1(1-p_2) > V_2p_2(1-p_1) \text{ tức là } \frac{V_1p_1}{1-p_1} > \frac{V_2p_2}{1-p_2}$$

và nên chọn câu hỏi loại 2 trước nếu $E(X_1) < E(X_2) \Leftrightarrow V_1p_1(1-p_2) < V_2p_2(1-p_1)$ tức là nếu $\frac{V_1p_1}{1-p_1} < \frac{V_2p_2}{1-p_2}$.

$$\text{c) Ta có } \frac{V_1p_1}{1-p_1} = \frac{20 \cdot (0,6)}{1-0,6} = 30 < \frac{V_2p_2}{1-p_2} = \frac{10 \cdot (0,8)}{1-0,8} = 40.$$

Vậy ở vòng 1 An nên chọn câu hỏi loại 2 trước.

Bài 1.16. Gọi X là số ván thắng của Trường. Biến cố “Trường thắng cuộc” là biến cố $\{X \geq 4\}$.

Theo chú ý về phân bố nhị thức, ta có

$$P(X \geq 4) = C_7^4 (0,4)^4 (0,6)^3 + C_7^5 (0,4)^5 (0,6)^2 + C_7^6 (0,4)^6 (0,6) + (0,4)^7 \approx 0,29.$$

Bài 1.17. – Với hệ 5 thành phần : Gọi X là số thành phần hoạt động. Ta có $X \sim B(5, p)$. Hệ hoạt động nếu $X \geq 3$. Theo chú ý về phân bố nhị thức, xác suất để hệ thống hoạt động là

$$P(X \geq 3) = P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) = C_5^3 p^3 (1-p)^2 + C_5^4 p^4 (1-p) + p^5.$$

Với hệ 3 thành phần: Gọi Y là số thành phần hoạt động. Ta có $Y \sim B(3, p)$. Hệ hoạt động nếu $Y \geq 2$. Theo chú ý về phân bố nhị thức, xác suất để hệ thống hoạt động là

$$P(Y \geq 2) = P(Y=2) + P(Y=3) = C_3^2 p^2 (1-p) + p^3.$$

Hệ 5 thành phần tốt hơn hệ 3 thành phần khi và chỉ khi

$$C_5^3 p^3 (1-p)^2 + C_5^4 p^4 (1-p) + p^5 > C_3^2 p^2 (1-p) + p^3.$$

Do đó, $2p^2 - 3p + 1 < 0$, nên $p > \frac{1}{2}$.

Bài 1.18. a) Lấy đơn vị là triệu đồng. Mỗi ngày của hàng phải bỏ ra chi phí là $3a$.

Cửa hàng không có ai thuê với xác suất là $0,0608$. Khi đó cửa hàng phải trả $3a$

Vậy $P(Y = -3a) = 0,0608$.

Cửa hàng có một người thuê với xác suất là $0,1703$

Khi đó cửa hàng thu được $1-3a$. Vậy $P(Y = 1-3a) = 0,1703$.

Cửa hàng có hai người thuê với xác suất là $0,2384$. Khi đó cửa hàng thu được $2-3a$.

Cửa hàng có từ ba hoặc bốn người đến thuê với xác suất là

$$0,2225 + 0,308 = 0,5305$$

Tuy nhiên cửa hàng chỉ có ba chiếc cho thuê. Cửa hàng thu được $3-3a$.

Vậy bảng phân bố của Y là

Y	$-3a$	$1-3a$	$2-3a$	$3-3a$
P	0,0608	0,1703	0,2384	0,5305

Số tiền trung bình cửa hàng thu được là $EY = 2,2386 - 3a$.

b) Mỗi ngày cửa hàng phải bỏ ra chi phí là $4a$.

Cửa hàng không có ai thuê với xác suất là 0,0608. Khi đó cửa hàng phải trả $-4a$.

Vậy $P(Z = -4a) = 0,0608$.

Cửa hàng có một người thuê với xác suất là 0,1703.

Khi đó cửa hàng thu được $1-4a$. Vậy $P(Z = 1-4a) = 0,1703$.

Cửa hàng có hai người thuê với xác suất là 0,2384. Khi đó cửa hàng thu được $2-4a$.

Vậy $P(Z = 2-4a) = 0,2384$.

Cửa hàng có ba người thuê với xác suất là 0,2225.

Khi đó cửa hàng thu được $3-4a$. Vậy $P(Z = 3-4a) = 0,2225$.

Cửa hàng có bốn người đến thuê với xác suất là 0,308. Khi đó cửa hàng thu được $4-4a$.

Vậy $P(Z = 4-4a) = 0,308$.

Vậy bảng phân bố của Z là

Z	$-4a$	$1-4a$	$2-4a$	$3-4a$	$4-4a$
P	0,0608	0,1703	0,2384	0,2225	0,308

Số tiền trung bình cửa hàng thu được là

$$\begin{aligned} EZ &= (0,0608)(-4a) + (0,1703)(1-4a) + 0,2384(2-4a) + 0,2225(3-4a) + 0,308(4-4a) \\ &= -4a + (0,1703) + 2(0,2384) + 3(0,2225) + 4(0,308) \\ &= -4a + 2,5466 = 2,5466 - 4a \end{aligned}$$

c) Cửa hàng chỉ nên duy trì 3 xe nếu $EY > EZ$

$$\Rightarrow 2,2386 - 3a > 2,5466 - 4a \Rightarrow 2,2386 - 2,5466 + 4a > 3a \Rightarrow 0,308 > a$$

Chuyên đề 2. ỨNG DỤNG TOÁN HỌC ĐỂ GIẢI QUYẾT MỘT SỐ BÀI TOÁN TỐI ƯU

Bài 3. VẬN DỤNG HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN ĐỂ GIẢI QUYẾT MỘT SỐ BÀI TOÁN QUY HOẠCH TUYẾN TÍNH

Thời gian thực hiện: 5 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kỹ năng

- Phát biểu được bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến. Nhận biết được các khái niệm liên quan đến bài toán quy hoạch tuyến tính và các bước giải bài toán quy hoạch tuyến tính.
- Vận dụng các kiến thức về hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn để giải quyết một số bài toán quy hoạch tuyến tính.

2. Về năng lực

- Rèn luyện năng lực tư duy và lập luận toán học thể hiện qua việc nhận biết miền nghiệm của của bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.
- Rèn luyện năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giao tiếp toán học thông qua việc giải quyết một số bài toán thực tiễn, bài toán quy hoạch tuyến tính.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

3. Về phẩm chất

- Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):
- + Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các hoạt động nhóm;
 - + Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

– Giáo viên:

Giáo án, bảng phụ, máy chiếu (nếu có), phiếu học tập, ...

– Học sinh:

SGK, vở ghi, dụng cụ học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này dạy trong 05 tiết:

- + Tiết 1: Mục 1. Giới thiệu bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến.
- + Tiết 2: Mục 2. Bài toán quy hoạch tuyến tính với miền chấp nhận được là miền đa giác.

+ Tiết 3: Mục 3. Bài toán quy hoạch tuyến tính với miền chấp nhận được không là miền đa giác.

+ Tiết 4, 5: Luyện tập.

Tiết 1. GIỚI THIỆU BÀI TOÁN QUY HOẠCH TUYẾN TÍNH HAI BIẾN

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG		
Mục tiêu: Giúp HS có hứng thú và gợi động cơ tìm hiểu ứng dụng của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn trong các bài toán tối ưu. Nội dung: HS đọc tình huống mở đầu, từ đó làm nảy sinh nhu cầu tìm hiểu về ứng dụng của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn trong các bài toán tối ưu. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức hoạt động: HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Tình huống mở đầu (3 phút) – GV tổ chức cho HS đọc tình huống mở đầu, sau đó yêu cầu HS xác định mục tiêu tình huống đặt ra, và các ràng buộc đối với khối lượng sản phẩm loại I và loại II trong tình huống. – <i>Đặt vấn đề:</i> GV có thể gợi vấn đề như sau: Những bài toán tương tự với tình huống mở đầu có thể được giải quyết bằng những kiến thức HS đã được học, cụ thể là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn. Trong bài học này, ta sẽ tìm cách giải các bài toán đó.	– HS đọc và suy nghĩ về tình huống.	+ Mục đích của phần này là giúp HS có hứng thú, động lực tìm hiểu bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến và ứng dụng của bài toán này trong thực tiễn. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC		
Mục tiêu: Giúp HS hình thành khái niệm bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến và nhận biết các khái niệm liên quan. Nội dung: HS thực hiện HĐ1, VD1 và VD2, từ đó nhận biết được khái niệm bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến Sản phẩm: Lời giải của các câu hỏi trong hoạt động và ví dụ.		

Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân và hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Hoạt động 1 (8 phút) – GV cho HS đọc yêu cầu và thực hiện HĐ1 trong 4 phút. Sau đó GV gọi một HS lên bảng chữa câu a và b, một HS khác lên bảng chữa câu c và d. – Sau khi HS thực hiện xong HĐ1, GV trình chiếu hoặc viết bảng nội dung của Khung kiến thức, đồng thời giới thiệu cho HS khái niệm bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến.	– HS thực hiện HĐ1 và ghi bài. <i>HD.</i> a) $F(x, y) = 40x + 30y;$ $b) \begin{cases} 2x + 4y \leq 200 \\ 30x + 15y \leq 1200 \\ x \geq 0, y \geq 0. \end{cases}$ c) Tọa độ các đỉnh $O(0,0), A(40,0), B(0,50), C(20,40).$ d) $F(0,0) = 0,$ $F(40,0) = 1600,$ $F(0,50) = 1500,$ $F(20,40) = 2000.$	+ Mục đích của phần này là giúp HS nhận biết được khái niệm bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực mô hình hoá toán học.
Ví dụ 1 (8 phút) – GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 5 – 6 phút, sau đó gọi hai HS lên bảng trình bày VD1, các HS khác theo dõi và nhận xét. – GV nhận xét và chốt cách làm.	– HS thực hiện VD1 và ghi bài.	+ Mục đích của phần này là giúp HS làm quen với bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến và nhận biết các khái niệm trong bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
Ví dụ 2 (7 phút) – GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi hai HS lên bảng trình bày VD1, các HS khác theo dõi và nhận xét. – GV nhận xét và chốt kiến thức; sau đó GV trình chiếu hoặc viết bảng nội dung của phần Chú ý.	– HS thực hiện VD2 và ghi bài.	+ Mục đích của phần này là giúp HS làm quen với bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến và nhận biết các khái niệm trong bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.

HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

Mục tiêu: củng cố khái niệm bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến.

Nội dung: HS thực hiện Luyện tập 1.

Sản phẩm: Lời giải của HS bài luyện tập.

Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.

Luyện tập 1 (8 phút)

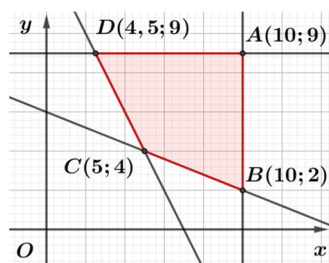
– GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 5 phút. GV gọi đại diện HS trình bày kết quả, các bạn khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết, góp ý.

– HS thực hiện Luyện tập 1 và ghi bài.

HD. Gọi x và y lần lượt là số tấn nguyên liệu loại I và II. Ta có hệ bất phương trình

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 10, 0 \leq y \leq 9 \\ 20x + 10y \geq 140 \\ 0,6x + 1,5y \geq 9 \end{cases}.$$

Miền nghiệm của hệ bất phương trình trên là miền tứ giác $ABCD$ trong hình dưới đây:



Các điểm cực biên A , B , C và D được biểu diễn trên hình vẽ.

Chi phí mua nguyên liệu là $F(x, y) = 4x + 3y$ triệu đồng.

+ Mục đích của phần này là giúp HS củng cố khái niệm bài toán quy hoạch tuyến tính.

+ Góp phần phát triển năng lực mô hình hoá toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.

Phiếu học tập (10 phút)

– GV tổ chức cho HS làm phiếu học tập số 1 ở phần Phụ lục theo nhóm đôi trong vòng 8 phút.

– Sau khi HS làm phiếu học tập, GV đọc hoặc trình chiếu kết quả;

– HS thực hiện Phiếu học tập số 1.

HD.

Câu 1: (1) – (b); (2) – (e); (3) – (d); (4) – (c); (5) – (a).

Câu 2:

+ Mục đích của phần này là giúp HS củng cố khái niệm bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến.

+ Góp phần phát triển năng lực mô hình hoá toán học, năng lực giao tiếp toán học.

HS đối chiếu với bài làm của mình.	$F(x, y) = 4x + 7y \rightarrow \max$ Với các ràng buộc $\begin{cases} 4x + 6y \leq 100000 \\ 4x + 2y \leq 80000 \\ x \geq 0, y \geq 0. \end{cases}$	
------------------------------------	--	--

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (1 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Khái niệm bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến; hàm mục tiêu; điểm cực biên, phương án cực biên.
- GV giao HS đọc trước Mục 2. Bài toán quy hoạch tuyến tính với miền chấp nhận được là miền đa giác.

Tiết 2. BÀI TOÁN QUY HOẠCH TUYẾN TÍNH VỚI MIỀN CHẤP NHẬN ĐƯỢC LÀ MIỀN ĐA GIÁC

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
--	--	------------------

HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC

Mục tiêu: HS biết cách giải quyết bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến trong trường hợp miền chấp nhận được là miền đa giác.

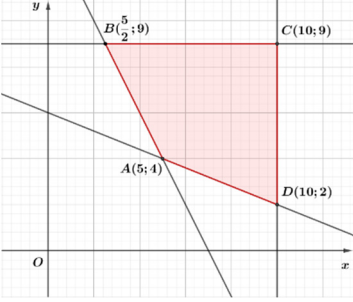
Nội dung: HS thực hiện HĐ2, VD3 và VD4.

Sản phẩm: Câu trả lời của HS cho các HĐ và VD.

Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.

Hoạt động 2 (12 phút) – GV cho HS thực hiện theo cặp trong 6 phút sau đó gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét. – Sau khi HS trả lời, GV trình chiếu hoặc viết bảng nội dung phần Nhận xét, đồng thời tổng kết các nội dung chính của phần Nhận xét, đặc biệt là phân tích các bước giải bài toán quy hoạch tuyến tính trong trường	– HS thực hiện HĐ2 và ghi bài. <i>HD.</i> a) Tập hợp các điểm $M(x, y)$ thoả mãn $F(x, y) = 1200$ là đường thẳng $(d): 4x + 3y - 120 = 0$. b) $0 \leq m \leq 2000$. c) $\max_s F(x, y) = 2000$, suy ra giá trị tối ưu của bài toán là 2000, đạt khi $(x, y) = (20, 40)$.	+ Mục đích của HĐ2 là giới thiệu cho HS các bước giải bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến trong trường hợp miền chấp nhận được là miền đa giác. + Góp phần phát triển năng lực mô hình hoá toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
---	---	---

hợp miền chấp nhận được là miền đa giác.		
Ví dụ 3 (10 phút) – GV cho HS thực hiện cá nhân VD3 trong 8 phút, sau đó gọi 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án.	– HS thực hiện VD3 và ghi bài.	+ Mục đích của VD3 là giúp HS làm quen với các bước giải bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến trong trường hợp miền chấp nhận được là miền đa giác. + Góp phần phát triển năng lực mô hình hoá toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Ví dụ 4 (10 phút) – GV cho HS thực hiện cá nhân trong 8 phút sau đó gọi 2 HS lên bảng vẽ miền nghiệm của hệ bất phương trình, các HS khác theo dõi và nhận xét.	– HS thực hiện VD4 và ghi bài.	+ Mục đích của VD4 là giúp HS làm quen với các bước giải bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến trong trường hợp miền chấp nhận được là miền đa giác. + Góp phần phát triển năng lực mô hình hoá toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: củng cố kĩ năng giải bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến trong trường hợp miền chấp nhận được là miền đa giác. Nội dung: HS thực hiện các yêu cầu trong Luyện tập 2. Sản phẩm: Lời giải của HS. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Luyện tập 2 (10 phút) – GV cho HS thực hiện cá nhân trong 8 phút, sau đó gọi đại diện 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.	– HS đọc nội dung và thực hiện Luyện tập 2. <i>HD.</i> Gọi x và y lần lượt là số xe loại A và B cần thuê. Hệ bất phương trình ràng buộc giữa x và y là	+ Mục đích của phần này là giúp HS luyện tập các bước giải bài toán quy hoạch tuyến tính trong trường hợp

	$\begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 20x + 10y \geq 140 \\ 0,6x + 1,5y \geq 9 \end{cases}$ Miền nghiệm của hệ bất phương trình này là miền tứ giác $ABCD$ trong hình dưới đây:  Chi phí thuê xe là $F(x, y) = 4x + 3y$ triệu đồng. Tính giá trị của biểu thức $F(x, y) = 4x + 3y$ tại các đỉnh $ABCD$ ta được giá trị nhỏ nhất là $F(A) = 32$. Vậy chi phí thuê xe thấp nhất là 32 triệu đồng khi thuê 5 xe loại A và 4 xe loại B.	miền chấp nhận được là miền đa giác. + Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học.
--	---	---

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (3 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Các bước giải bài toán quy hoạch tuyến tính trong trường hợp miền chấp nhận được là miền đa giác.
- Giao cho HS chuẩn bị trước nội dung tiết tiếp theo: Bài toán quy hoạch tuyến tính với miền chấp nhận được không là miền đa giác.

Tiết 3. BÀI TOÁN QUY HOẠCH TUYẾN TÍNH VỚI MIỀN CHẤP NHẬN ĐƯỢC KHÔNG LÀ MIỀN ĐA GIÁC

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC		

Mục tiêu: HS khám phá được cách giải bài toán quy hoạch tuyến tính trong trường hợp miền chấp nhận được không là miền đa giác. Nội dung: HS thực hiện HĐ3, VD5 và VD6. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Hoạt động 3 (10 phút) – GV tổ chức cho HS thực hiện cá nhân HĐ3 trong vòng 6 – 7 phút; sau đó GV gọi 2 HS lên bảng chữa ý a, b và c, d của HĐ3; các HS khác quan sát, nhận xét; GV nhận xét rồi kết luận. – GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong phần Nhận xét.	– HS thực hiện HĐ3 và ghi bài vào vở. <i>HD.</i> b) $(d): 3x + 4y - 12 = 0.$ c) $m \geq 10.$ d) Từ c) ta có $F(x, y) \geq 10$ với mọi $(x, y) \in S$, dấu bằng đạt khi và chỉ khi $(x, y) = (2, 1).$	+ Mục đích của phần này là giúp HS hình thành cách giải bài toán quy hoạch tuyến tính trong trường hợp miền chấp nhận được không là miền đa giác. + Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Ví dụ 5 (7 phút) – GV tổ chức cho HS thực hiện cá nhân VD5 trong vòng 5 phút; sau đó GV gọi 1 HS lên bảng chữa VD5; các HS khác quan sát, nhận xét; GV phân tích lại cách giải theo các bước làm và kết luận.	– HS thực hiện VD5 và ghi bài.	+ Mục đích của VD5 là giúp HS nhận biết các bước giải bài toán quy hoạch tuyến tính trong trường hợp miền chấp nhận được không là miền đa giác. + Góp phần phát triển năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Ví dụ 6 (10 phút) – GV tổ chức cho HS thực hiện cá nhân VD6 trong vòng 8 phút; sau đó GV gọi 2 HS lên bảng lần lượt chữa câu a, b và câu c; các HS khác quan sát, nhận xét; GV nhận xét rồi kết luận.	– HS thực hiện VD6 và ghi bài.	+ Mục đích của VD6 là giúp HS nhận biết các bước giải bài toán quy hoạch tuyến tính trong trường hợp miền chấp nhận được không là miền đa giác. + Góp phần phát triển năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học.

HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

Mục tiêu: củng cố kỹ năng giải bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến trong trường hợp miền chấp nhận được không là miền đa giác.

Nội dung: HS thực hiện các yêu cầu trong Luyện tập 5.

Sản phẩm: Lời giải của HS.

Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.

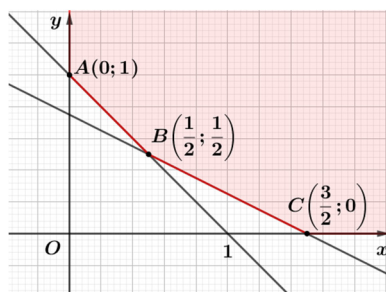
Luyện tập 5 (8 phút)

– GV cho HS thực hiện cá nhân trong 6 phút, sau đó gọi đại diện 1 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét; GV nhận xét, kết luận và chốt đáp án.

– HS đọc nội dung và thực hiện Luyện tập 5.

HD.

Miền chấp nhận được là miền không bị chặn được tô đậm trong hình dưới đây (góc phần tư thứ nhất trừ đi miền tứ giác $OABC$).



Bài toán có vô hạn phương án tối ưu là $y = \frac{3}{4} - \frac{1}{2}x$ với mọi $x \in \left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2} \right]$.

+ Mục đích của phần này là giúp HS củng cố kỹ năng giải bài toán quy hoạch tuyến tính trong trường hợp miền chấp nhận được không là miền đa giác.

+ Góp phần phát triển năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học.

HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG

Mục tiêu: HS vận dụng kiến thức về giải bài toán quy hoạch tuyến tính đã học vào một tình huống thực tiễn.

Nội dung: HS thực hiện phần Vận dụng

Sản phẩm: Lời giải của HS.

Tổ chức thực hiện: HS hoạt động theo nhóm đôi, dưới sự hướng dẫn của GV.

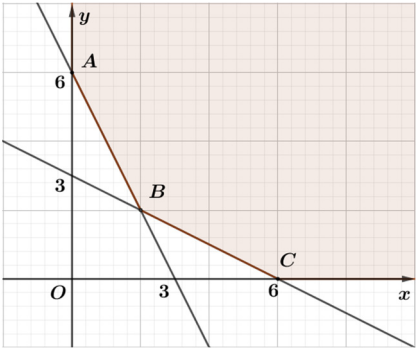
Vận dụng (8 phút)

– GV tổ chức cho HS hoạt động theo nhóm đôi trong vòng 4 phút, sau đó mời đại

– HS thực hiện phần Vận dụng và ghi bài.

HD.

+ Mục đích của phần Vận dụng là giúp HS ứng dụng bài toán quy hoạch tuyến

diện một nhóm lên bảng trình bày lời giải; Các nhóm khác quan sát, nhận xét; GV nhận xét bài làm của HS, chốt lại đáp án.	Gọi x, y lần lượt là số tạ phân bón X, tạ phân bón Y cần mua. Ta có hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn: $\begin{cases} 0 \leq x, y \\ 3x + 6y \geq 18 \\ 2x + y \geq 6 \end{cases}$ Miền nghiệm của hệ trên là miền đa giác vô hạn giới hạn bởi hai trục Ox, Oy và ba điểm $A(0;6)$ $B(2;2)$ và $C(6;0)$.  Hàm chi phí là $C(x, y) = 1,7x + 1,2y$ triệu đồng. Chi phí đạt giá trị nhỏ nhất bằng 5,8 triệu đồng tại $B(2;2)$.	tính hai biến vào tình huống thực tiễn. + Góp phần phát triển năng lực mô hình hoá toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
--	--	---

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến; Các bước giải bài toán quy hoạch tuyến tính.
- Giao cho HS làm các bài tập trong SGK.

Tiết 4. LUYỆN TẬP

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: củng cố kỹ năng giải bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến trong trường hợp miền chấp nhận được là miền đa giác.		

Nội dung: HS thực hiện các bài tập trong SGK. Sản phẩm: Lời giải của HS. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.		
Bài 2.1 (15 phút) – GV cho HS thực hiện cá nhân trong 10 phút, sau đó gọi đại diện 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét; GV nhận xét, chốt lại đáp án.	– HS thực hiện Bài 2.1 và ghi bài.	+ Mục đích của Bài 2.1 là củng cố kỹ năng giải bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến trong trường hợp miền chấp nhận được là miền đa giác. + Góp phần phát triển năng lực mô hình hoá toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Bài 2.2 (12 phút) – GV cho HS thực hiện cá nhân trong 8 phút, sau đó gọi đại diện 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét; GV nhận xét, chốt lại đáp án.	– HS thực hiện Bài 2.2 và ghi bài.	+ Mục đích của Bài 2.2 là củng cố kỹ năng giải bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến trong trường hợp miền chấp nhận được là miền đa giác. + Góp phần phát triển năng lực mô hình hoá toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Bài 2.3 (15 phút) – GV cho HS thực hiện cá nhân trong 10 phút, sau đó gọi đại diện 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét; GV nhận xét, chốt lại đáp án.	– HS thực hiện Bài 2.3 và ghi bài.	+ Mục đích của Bài 2.3 là củng cố kỹ năng giải bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến trong trường hợp miền chấp nhận được là miền đa giác. + Góp phần phát triển năng lực mô hình hoá toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ <i>GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (3 phút)</i> – Tổng kết nội dung bài học: Ôn tập lại các bước giải bài toán quy hoạch tuyến tính trong trường hợp miền chấp nhận được là miền đa giác. – Giao cho HS làm các bài tập 2.4 và 2.5 trong SGK.		

Tiết 5. LUYỆN TẬP (tiếp theo)

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: Củng cố kỹ năng giải bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến trong trường hợp miền chấp nhận được không là miền đa giác. Nội dung: HS thực hiện các bài tập cuối bài trong SGK. Sản phẩm: Lời giải của các bài tập cuối bài. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Bài 2.4 (15 phút) – GV cho HS thực hiện cá nhân trong 10 phút, sau đó gọi đại diện 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét; GV nhận xét, chốt lại đáp án.	– HS thực hiện Bài 2.4 và ghi bài.	+ Mục đích của Bài 2.4 là củng cố kỹ năng giải bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến trong trường hợp miền chấp nhận được không là miền đa giác.. + Góp phần phát triển năng lực mô hình hoá toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Bài 2.5 (15 phút) – GV cho HS thực hiện cá nhân trong 10 phút, sau đó gọi đại diện 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét; GV nhận xét, chốt lại đáp án.	– HS thực hiện Bài 2.5 và ghi bài.	+ Mục đích của Bài 2.5 là củng cố kỹ năng giải bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến trong trường hợp miền chấp nhận được không là miền đa giác.. + Góp phần phát triển năng lực mô hình hoá toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG Mục tiêu: HS vận dụng bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến để giải quyết một số vấn đề liên quan đến thực tiễn. Nội dung: HS thực hiện các yêu cầu trong Phiếu học tập số 2. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		

Phiếu học tập (12 phút) – GV tổ chức cho HS làm phiếu học tập số 2 ở phần Phụ lục trong vòng 10 phút. – Sau khi HS làm phiếu học tập, GV đọc hoặc trình chiếu kết quả; HS đối chiếu với bài làm của mình.	– HS thực hiện Phiếu học tập số 2. <i>HD.</i> Câu 1: B Câu 2: A Câu 3: D Câu 4: C Câu 5: Giá trị lớn nhất của $F(x, y) = 39200$ đạt tại $(x_0, y_0) = (2000, 2400)$.	+ Mục đích của phần này là giúp HS củng cố khái niệm bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến và cách giải bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
--	--	--

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (3 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học.
- Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.

PHỤ LỤC. PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

Câu 1: Cho bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến: $F(x, y) = ax + by \rightarrow \max$,

$$\text{với các ràng buộc (1)} \begin{cases} a_1x + b_1y \leq c_1; \\ a_2x + b_2y \leq c_2; \\ \dots \\ a_nx + b_ny \leq c_n. \end{cases}$$

Giả sử giá trị lớn nhất của $F(x, y)$ trên S đạt tại (x_0, y_0) . Nối khái niệm ở cột A với cột B cho phù hợp:

Cột A	Đáp án	Cột B
(1) Hàm mục tiêu		(a) $F(x_0, y_0)$
(2) Ràng buộc		(b) $F(x, y)$
(3) Tập các phương án chấp nhận được		(c) (x_0, y_0)
(4) Phương án tối ưu		(d) Tập nghiệm của hệ (1)
(5) Giá trị tối ưu		(e) Các bất phương trình trong hệ (1)
		(g) Các số $c_1, \dots, c_n$

Câu 2: Cho bài toán sau: Một công ti ô tô nhận sản xuất hai loại ô tô là ô tô con và ô tô tải. Công ti đó có thể sản xuất tất cả các linh kiện của hai loại ô tô, trừ bánh xe và ghế. Ô tô con có 4 bánh và 4 ghế, còn ô tô tải có 6 bánh và hai ghế, coi bánh xe và ghế của ô tô con và ô tô tải là giống nhau. Mỗi ngày, nhà máy sản xuất bánh xe có thể sản xuất được 100 000 bánh xe. Mặt khác, mỗi ngày, nhà máy sản xuất ghế ô tô có thể sản xuất tối đa 80 000 chiếc ghế. Lợi nhuận do một chiếc ô tô con mang lại là 400 triệu đồng; lợi nhuận do một chiếc ô tô tải mang lại là 700 triệu đồng. Hỏi mỗi ngày công ti sản xuất ô tô nên sản xuất mỗi loại ô tô bao nhiêu chiếc để thu được lợi nhuận tối đa?

Hãy mô hình hoá bài toán dưới dạng một bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến.

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2

Cho bài toán sau: Một nhà máy sản xuất đồ chơi thực hiện sản xuất hai mẫu mô hình lắp ráp là mẫu A và mẫu B. Mỗi mẫu mô hình được lắp ráp từ hai loại linh kiện là linh kiện loại I và linh kiện loại II. Một sản phẩm mẫu A được lắp ráp từ 70 linh kiện loại I và 60 linh kiện loại II; một sản phẩm mẫu B được lắp ráp từ 75 linh kiện loại I và 40 linh kiện loại 2. Mỗi ngày, nhà máy đó có thể sản xuất được tối đa 320 000 linh kiện loại I và 216 000 linh kiện loại 2. Mặt khác, lợi nhuận do một mẫu mô hình A mang lại là 1 000 000 đồng; lợi nhuận do một mẫu mô hình B mang lại là 800 000 đồng. Hỏi mỗi ngày nhà máy đó nên sản xuất mỗi loại mô hình bao nhiêu chiếc để thu được lợi nhuận tối đa?

Mô hình hoá bài toán trên dưới dạng một bài toán quy hoạch tuyến tính hai biến và trả lời các câu hỏi sau:

Câu 1: Gọi x và y lần lượt là số mô hình A và B mà nhà máy đó sản xuất trong một ngày. Hàm mục tiêu của bài toán là:

A. $F(x, y) = 70x + 60y$.

B. $F(x, y) = 10x + 8y$.

C. $F(x, y) = 75x + 40y$.

D. $F(x, y) = 8x + 10y$.

Câu 2: Các ràng buộc của bài toán là:

A.
$$\begin{cases} 70x + 75y \leq 320000; \\ 60x + 40y \leq 216000; \\ x \geq 0, y \geq 0. \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} 70x + 60y \leq 320000; \\ 75x + 40y \leq 216000; \\ x \geq 0, y \geq 0. \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} 75x + 70y \leq 320000; \\ 40x + 60y \leq 216000; \\ x \geq 0, y \geq 0. \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} 70x + 75y \leq 216000; \\ 60x + 40y \leq 320000; \\ x \geq 0, y \geq 0. \end{cases}$$

Câu 3: Phương án nào dưới đây là phương án chấp nhận được của bài toán?

A. (400, 4000).

B. (1250, 4200).

C. (3500, 500).

D. (3125, 400).

Câu 4: Phương án nào dưới đây là phương án cực biên của bài toán?

A. (0, 4000).

B. (5000, 0).

C. (2000, 2400).

D. (2000, 3000).

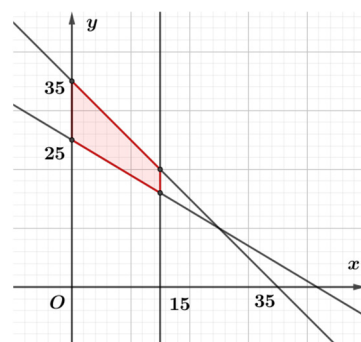
Câu 5: Hãy giải bài toán quy hoạch tuyến tính mô hình hoá từ bài toán thực tế trên.

BÀI TẬP CUỐI BÀI TRONG SGK VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

2.1. Gọi x, y lần lượt là số bàn hình chữ nhật và số bàn tròn mà anh Nam cần thuê.

Ta có hệ:
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 15; y \geq 0 \\ x + y \leq 35 \\ 6x + 10y \geq 250 \end{cases}.$$

Miền nghiệm của hệ trên là miền tứ giác $ABCD$ với $A(0; 25)$, $B(0; 35)$, $C(15; 20)$, $D(15; 16)$. Chi phí thuê phòng là $F(x; y) = 200x + 300y$ nghìn đồng. Chi phí đạt giá trị nhỏ nhất bằng 7,5 triệu đồng tại $A(0; 25)$.

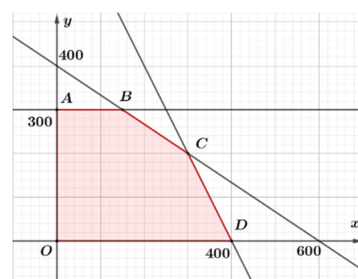


2.2. Gọi x, y lần lượt là số đơn vị sữa X, số đơn vị sữa Y cần sản xuất.

Ta có hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn:

$$\begin{cases} 0 \leq x, y \\ 2x + 3y \leq 1200 \\ 2x + y \leq 800 \\ y \leq 300 \end{cases}.$$

Miền nghiệm của hệ trên là miền ngũ giác $OABCD$ với $A(0; 300)$, $B(150; 300)$, $C(300; 200)$ và $D(400; 0)$.

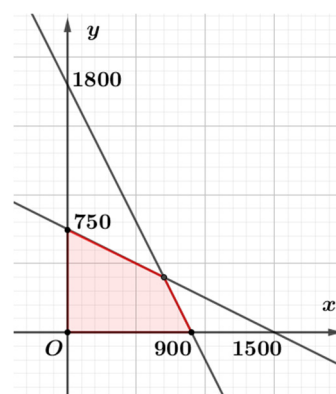


Lợi nhuận thu được là $F(x; y) = 0,8x + 1,2y$ triệu đồng. Lợi nhuận lớn nhất bằng 480 triệu đồng tại mọi điểm thuộc đoạn BC .

2.3. Gọi x, y lần lượt là số đơn vị hợp chất X và Y mà nhà máy cần sản xuất mỗi tuần. Ta có hệ:

$$\begin{cases} 0 \leq x, y \\ 2x + 4y \leq 3000 \\ 6x + 3y \leq 5400 \end{cases}.$$

Miền nghiệm của hệ trên là miền tứ giác tô đậm trong hình bên. Các điểm cực biên $O(0; 0)$, $A(0; 750)$, $B(700; 400)$ và $C(900; 0)$.

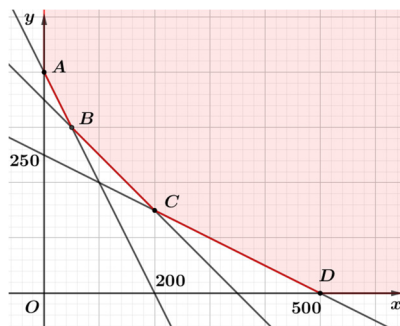


Lợi nhuận của nhà máy theo tuần là $F(x; y) = 36x + 24y$ nghìn đồng. Lợi nhuận đạt giá trị lớn nhất bằng 34800000 đồng tại $B(700; 400)$.

2.5. Gọi x, y lần lượt là số đơn vị thức ăn F_1 và F_2 của một người mỗi ngày. Ta có hệ:

$$\begin{cases} 0 \leq x, y \\ 2x + y \geq 400 \\ x + 2y \geq 500 \\ 4x + 4y \geq 1400 \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ trên là miền không bị chặn tô đậm trong hình bên, tức là góc phần tư thứ nhất trừ đi ngũ giác $OABCD$. Các điểm cực biên $A(0;400)$, $B(50;300)$, $C(200;150)$, $D(500;0)$.



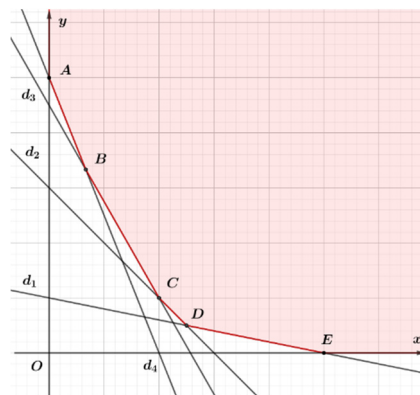
Chi phí mua thức ăn là $F(x; y) = 1200x + 720y$ đồng. Chi phí đạt giá trị nhỏ nhất bằng 276000 đồng tại $B(50;300)$.

2.6. Gọi x, y lần lượt là số gam thức ăn loại S_1 và S_2 mỗi loại cần thêm vào 100 gam thức ăn cho gà. Ta có hệ:

$$\begin{cases} 0 \leq x, y \\ 5x + 25y \geq 50 \\ 25x + 10y \geq 100 \\ 10x + 10y \geq 60 \\ 35x + 20y \geq 180 \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ trên là miền không bị chặn tô đậm trong hình bên. Các điểm cực biên là $A(0;10)$,

$B\left(\frac{4}{3}; \frac{20}{3}\right)$, $C(4;2)$, $D(5;1)$ và $E(10;0)$.



Chi phí mua thức ăn là $F(x; y) = 720x + 960y$ đồng. Chi phí đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4560 đồng tại $D(5;1)$.

Bài 4. VẬN DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ GIẢI QUYẾT MỘT SỐ BÀI TOÁN TỐI ƯU

Thời gian thực hiện: 5 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kỹ năng

- Vận dụng được các kiến thức về đạo hàm để giải quyết một số bài toán tối ưu xuất hiện trong thực tiễn.
- Vận dụng được các kiến thức về đạo hàm để giải quyết một số bài toán tối ưu trong kinh tế.

2. Về năng lực

- Rèn luyện năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học thể hiện qua việc vận dụng đạo hàm để giải quyết một số bài toán tối ưu.
- Rèn luyện năng lực mô hình hoá toán học thông qua việc giải quyết một số bài toán thực tiễn gắn liền với giải quyết một số bài toán tối ưu, bài toán kinh tế.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

3. Về phẩm chất

Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):

- + Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các hoạt động nhóm;
- + Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

– Giáo viên:

- + Giáo án, bảng phụ, máy chiếu (nếu có), phiếu học tập, ...
- + GV chuẩn bị thông tin về một số mô hình thực tế liên quan đến ứng dụng của đạo hàm trong thực tiễn và kinh tế.

– Học sinh:

- + SGK, vở ghi, dụng cụ học tập.
- + Ôn lại kiến thức và kỹ năng tính đạo hàm của hàm số. Xem lại các khái niệm vận tốc, điện lượng, phương trình chuyển động của vật rơi tự do đã được học trong Vật lí.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này dạy trong 05 tiết:

- + Tiết 1: Vận dụng đạo hàm để giải quyết một số bài toán tối ưu trong thực tiễn.
- + Tiết 2: Vận dụng đạo hàm để giải quyết một số bài toán tối ưu trong thực tiễn (tiếp theo).
- + Tiết 3: Vận dụng đạo hàm để giải quyết một số bài toán tối ưu trong kinh tế.
- + Tiết 4: Vận dụng đạo hàm để giải quyết một số bài toán tối ưu trong kinh tế (tiếp theo).
- + Tiết 5: Luyện tập.

Tiết 1. VẬN DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ GIẢI QUYẾT MỘT SỐ BÀI TOÁN TRONG THỰC TIỄN

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG		

Mục tiêu: Gợi động cơ, tạo tình huống để HS tiếp cận với việc vận dụng đạo hàm để giải quyết một số bài toán trong thực tiễn. Nội dung: HS đọc tình huống mở đầu, từ đó làm nảy sinh nhu cầu tìm hiểu về cách giải quyết bài toán tối ưu trong thực tiễn. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức hoạt động: HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Tình huống mở đầu (3 phút) – GV tổ chức cho HS đọc bài toán và suy nghĩ bài toán. – <i>Đặt vấn đề:</i> GV có thể gợi vấn đề như trong SGK: Nguyên lý Fermat và ứng dụng của nó trong Vật lý là một ví dụ điển hình mô tả rõ tầm quan trọng của bài toán tối ưu trong khoa học, kỹ thuật. Trong thực tiễn cuộc sống, cũng có rất nhiều tình huống xuất hiện các bài toán tối ưu. VD như: một doanh nhân muốn giảm thiểu chi phí và tối đa hoá lợi nhuận kinh doanh; một du khách muốn giảm thiểu thời gian di chuyển,... Trong bài này, chúng ta sẽ vận dụng các kiến thức về đạo hàm của hàm số để giải một số bài toán tối ưu trong thực tiễn, đặc biệt là các bài toán tối ưu trong kinh tế.	– HS đọc và suy nghĩ về tình huống.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS có hứng thú và gợi động cơ với nội dung bài học, không yêu cầu giải quyết được ngay tình huống này. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC Mục tiêu: Giúp HS hình thành các bước giải bài toán tối ưu bằng cách sử dụng đạo hàm. Nội dung: HS thực hiện Phiếu học tập số 1, HĐ1, VD1, từ đó hình thành các bước giải bài toán tối ưu bằng cách sử dụng đạo hàm. Sản phẩm: Lời giải của các câu hỏi trong Phiếu học tập số 1, hoạt động và ví dụ. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân và nhóm dưới sự hướng dẫn của GV.		
1. Vận dụng đạo hàm để giải quyết một số bài toán trong thực tiễn	– HS thực hiện hoạt động dưới sự hướng dẫn của GV. HD.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS tiếp cận với bài toán

Nhắc lại kiến thức (4 phút) – GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 3 phút thực hiện Phiếu học tập số 1 về bảng đạo hàm cơ bản, sau đó gọi một số HS đại diện trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. HD1 (14 phút) – Sau khi thực hiện xong Phiếu học tập số 1, GV chia lớp thành các nhóm theo bàn, cho HS thực hiện nhóm HD1 trong 8 phút rồi gọi đại diện 4 nhóm trả lời câu hỏi, các nhóm theo dõi và nhận xét bài làm của các nhóm còn lại. GV tổng kết rồi chốt đáp án. – Sau khi HS thực hiện xong HD1, GV sẽ giới thiệu cho HS các bước giải bài toán tối ưu bằng cách sử dụng đạo hàm. GV có thể sử dụng HD1 để minh hoạ cho 5 bước. GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức.	a) Kí hiệu S_1 là quãng đường người đánh cá chèo thuyền, v_1 là vận tốc chèo thuyền. Kí hiệu S_2 là quãng đường người đánh cá đi bộ dọc bờ biển và v_2 là vận tốc đi bộ. Ta có $v_1 = 3$ km/h, $v_2 = 5$ km/h. Kí hiệu $PQ = x$ (km), $x \in [0; 6]$. b) Ta có $S_2 = BQ = 6 - x$ (km). Vì tam giác APQ vuông tại P nên $S_1 = AQ = \sqrt{AP^2 + PQ^2}$ $= \sqrt{2^2 + x^2} = \sqrt{4 + x^2}.$ c) $S_1 = AP = 2, S_2 = BP = 6$. $t_1 = \frac{S_1}{v_1} = \frac{2}{3}, t_2 = \frac{S_2}{v_2} = \frac{6}{5}.$ Do đó $t = t_1 + t_2 = \frac{28}{15}$ (giờ). d) $S_1 = AQ = \sqrt{4 + x^2}$, $S_2 = BQ = 6 - x.$ $t_1 = \frac{S_1}{v_1} = \frac{\sqrt{4 + x^2}}{3}, t_2 = \frac{S_2}{v_2} = \frac{6 - x}{5}.$ Do đó $t = t_1 + t_2 = \frac{\sqrt{4 + x^2}}{3} + \frac{6 - x}{5} \text{ (giờ)}.$ – HS ghi nội dung cần ghi nhớ.	tối ưu trong chuyển động. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học.
Ví dụ 1 (12 phút) – GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 8 phút, sau đó gọi một HS lên bảng thực hiện VD1, các HS khác theo dõi và nhận xét. – GV nhận xét và chốt kiến thức, lưu ý hướng dẫn chi tiết VD1	– HS thực hiện VD1 và ghi bài.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS luyện tập các thao tác ứng dụng đạo hàm để giải bài toán tối ưu. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận

theo các bước trong Khung kiến thức.		toán học, năng lực mô hình hoá toán học.
--------------------------------------	--	--

HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

Mục tiêu: củng cố kĩ năng vận dụng đạo hàm để giải quyết một số bài toán trong thực tiễn.

Nội dung: HS thực hiện Luyện tập 1.

Sản phẩm: Lời giải của HS bài luyện tập.

Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.

Luyện tập 1 (10 phút) – GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 8 phút, sau đó gọi một HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. – GV nhận xét và chốt kiến thức.	– HS thực hiện Luyện tập 1. <i>HD.</i> a) Quỹ đạo chuyển động $y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} \cdot x^2 + x \tan \alpha \quad (1)$ Hàm số (1) có dạng của hàm số bậc hai biến x với hệ số cao nhất âm, do đó đồ thị hàm số là một đường parabol có đỉnh ở trên. Độ cao nhất của vật trên quỹ đạo ứng với đỉnh của parabol. Khi đó $x_p = \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \frac{v_0^2}{g}; y_p$ $= \sin^2 \alpha \frac{v_0^2}{2g}.$ Với $v_0 = 9 \text{ (m/s)}, g = 9,8 \text{ (m/s}^2\text{)}$ ta có độ cao lớn nhất của vật là $y_p = \sin^2 \alpha \frac{405}{98}.$ b) Tầm ném xa trong chuyển động ném xiên là $L = 2x_p = \sin 2\alpha \cdot \frac{v_0^2}{g}$ $= \frac{810}{98} \sin 2\alpha \leq \frac{405}{49}.$ Tầm ném xa đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{405}{49}$ khi $\sin 2\alpha = 1 \text{ hay } \alpha = \frac{\pi}{4}.$	+ Mục đích của hoạt động này là cung cấp cho HS một tình huống ứng dụng đạo hàm trong Vật lí. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
---	---	---

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Vận dụng đạo hàm để giải quyết một số bài toán trong thực tiễn (các bước giải bài toán tối ưu bằng cách sử dụng đạo hàm).
- Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.

Tiết 2. VẬN DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ GIẢI QUYẾT MỘT SỐ BÀI TOÁN TRONG THỰC TIỄN (tiếp theo)

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP		
Mục tiêu: Củng cố kỹ năng vận dụng đạo hàm để giải quyết một số bài toán trong thực tiễn. Nội dung: HS thực hiện các yêu cầu trong VD2, Luyện tập 2, phiếu học tập số 2. Sản phẩm: Lời giải của HS trong bài. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Ví dụ 2 (10 phút) – GV cho HS thực hiện cá nhân trong 8 phút, sau đó gọi đại diện HS trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án. – GV giới thiệu Định luật phản xạ ánh sáng trong vật lí.	– HS thực hiện VD2 và ghi bài.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS luyện tập các kỹ năng giải bài toán thực tế qua ứng dụng đạo hàm. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học.
Luyện tập 2 (12 phút) – GV cho HS thực hiện cá nhân trong 8 phút, sau đó gọi đại diện 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án. – GV giới thiệu Định luật khúc xạ ánh sáng trong vật lí.	– HS đọc nội dung và thực hiện Luyện tập 2. <i>HD.</i> Kí hiệu tổng thời gian di chuyển từ A đến B của tia sáng là T. Ta có: $T(x) = \frac{AP}{v_{kk}} + \frac{PB}{v_n}$ $0 \leq x \leq c.$	+ Mục đích của hoạt động này là rèn luyện kỹ năng ứng dụng đạo hàm trong một tình huống của khoa học kĩ thuật. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học.

	$= \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{v_{kk}} + \frac{\sqrt{b^2 + (c-x)^2}}{v_n},$ Lấy đạo hàm của hàm số $T(x)$ ta có $T'(x) = \frac{x}{v_{kk} \cdot \sqrt{a^2 + x^2}} - \frac{c-x}{v_n \sqrt{b^2 + (c-x)^2}}$ Xét phương trình $T'(x) = 0$, ta có $\frac{x}{v_{kk} \sqrt{a^2 + x^2}} = \frac{c-x}{v_n \sqrt{b^2 + (c-x)^2}}.$ Từ hình vẽ ta có $\sin i = \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}}; \sin r = \frac{c-x}{\sqrt{b^2 + (c-x)^2}}$ Do đó $\frac{\sin i}{v_{kk}} = \frac{\sin r}{v_n}$ hay $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_{kk}}{v_n}$.	
Phiếu học tập số 2 (20 phút) – GV cho HS hoạt động cá nhân hoàn thành phiếu học tập số 2 trong 15 phút, sau đó gọi HS trả lời, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện phiếu học tập số 2.	+ Cung cấp các tình huống để HS củng cố kiến thức về kỹ năng giải bài toán tối ưu trong thực tiễn và kinh tế bằng cách sử dụng đạo hàm. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ <i>GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (3 phút)</i> – GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Vận dụng đạo hàm để giải quyết một số bài toán trong thực tiễn		

TIẾT 3. VẬN DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ GIẢI QUYẾT MỘT SỐ BÀI TOÁN TRONG KINH TẾ

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC Mục tiêu: Giúp HS vận dụng đạo hàm để giải một số bài toán trong kinh tế. Nội dung: HS đọc phần Đọc hiểu – Nghe hiểu và thực hiện VD3, 4. Sản phẩm: Lời giải của VD3, 4. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Đọc hiểu – Nghe hiểu (4 phút) – GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân đọc hiểu một số hàm số trong kinh tế học. GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung Nhận xét và giải thích cho HS. <i>Nếu lớp học có điều kiện, GV có thể tổ chức cho HS tìm hiểu phần Đọc hiểu – Nghe hiểu thông qua hoạt động HS thuyết trình ngắn.</i>	– HS thực hiện các yêu cầu của hoạt động dưới sự hướng dẫn của GV.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS tiếp cận với các hàm số trong kinh tế học. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
Ví dụ 3 (12 phút) – GV cho HS thực hiện cá nhân VD3 trong 8 phút rồi gọi 2 HS lên bảng thực hiện ý a và b, các HS khác theo dõi và nhận xét bài làm. GV tổng kết rồi chốt cách làm bài.	– HS thực hiện VD3 và ghi bài.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS luyện tập nhận biết các hàm số kinh tế học, và làm quen bài toán tối đa hoá doanh thu. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học.
Ví dụ 4 (12 phút) – GV cho HS thực hiện cá nhân trong 8 phút, sau đó gọi đại diện 1 HS lên bảng thực hiện	– HS thực hiện VD4 và ghi bài.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS luyện tập nhận biết các hàm số trong

VD4, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.		kinh tế học thông qua mô hình hoá bài toán thực tiễn, giải bài toán tối đa hoá lợi nhuận. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học.
---	--	--

HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

Mục tiêu: củng cố kỹ năng vận dụng đạo hàm để giải quyết một số bài toán trong kinh tế.

Nội dung: HS thực hiện Luyện tập 3.

Sản phẩm: Lời giải của HS bài luyện tập.

Tổ chức thực hiện: HS hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.

Luyện tập 3 (12 phút) – GV tổ chức cho HS làm việc theo nhóm đôi trong 8 phút, sau đó gọi đại diện một nhóm trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. – GV nhận xét và chốt kiến thức.	– HS thảo luận thực hiện Luyện tập 3. <i>HD.</i> Gọi x (đơn vị triệu đồng) là số giảm giá cho mỗi chiếc xe máy, $x \geq 0$. Khi đó số tiền thu được khi bán một chiếc xe máy là $31 - x - 27 = 4 - x$ (triệu đồng). Số lượng xe máy bán ra là: $600 + 200x$. Hàm chi phí cho $600 + 200x$ xe máy là $(600 + 200x) \cdot 27$ (triệu đồng). Hàm doanh thu cho $600 + 200x$ xe máy là $(600 + 200x) \cdot (31 - x)$ (triệu đồng). Khi đó lợi nhuận thu được là $P(x) = (31 - x)(600 + 200x) - 27 \cdot (600 + 200x)$	+ Mục đích của hoạt động này là cung cấp cho HS một tình huống thực tế để củng cố năng lực mô hình hoá toán học, giải bài toán tối ưu tối đa hoá lợi nhuận. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
---	---	---

	$= (4 - x)(600 + 200x)$ $= 2400 + 200x - 200x^2$ (triệu đồng). Để tối đa hoá lợi nhuận, thì ta phải tìm giá trị lớn nhất của hàm $P(x)$ với $x \geq 0$. Ta có $P'(x) = 200 - 400x = 0$ khi $x = \frac{1}{2}$. Sử dụng quy tắc xét dấu đạo hàm bậc nhất của hàm số, ta thấy $P\left(\frac{1}{2}\right) = 2450$ (triệu đồng) là giá trị lớn nhất của hàm lợi nhuận, đạt được khi $x = 0,5$. Tức là mỗi chiếc xe máy nên giảm giá 500 nghìn đồng. Vậy giá bán mới nên là 30,5 triệu đồng thì doanh nghiệp sẽ thu được nhiều lợi nhuận nhất.	
Đọc hiểu – Nghe hiểu (3 phút) – GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân đọc hiểu phần Nhận xét và yêu cầu HS nhắc lại hàm chi phí biên, hàm doanh thu biên và hàm lợi nhuận biên. – GV viết bảng hoặc trình chiếu nội nhận xét và giải thích cho HS.	– HS thực hiện các yêu cầu của hoạt động dưới sự hướng dẫn của GV.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS nhận biết khái niệm chi phí biên, doanh thu biên và lợi nhuận biên trong kinh tế học. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ <i>GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)</i> – GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Vận dụng đạo hàm để giải quyết một số bài toán trong kinh tế. – Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.		

Tiết 4. VẬN DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ GIẢI QUYẾT MỘT SỐ BÀI TOÁN TRONG KINH TẾ (tiếp theo)

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: củng cố kỹ năng giải bài toán tối ưu trong kinh tế bằng cách sử dụng đạo hàm. Nội dung: HS thực hiện các yêu cầu trong VD5, Luyện tập 4, phiếu học tập số 3. Sản phẩm: Lời giải của HS trong bài. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Ví dụ 5 (10 phút) – GV chia lớp thành các nhóm theo tổ, cho HS thực hiện nhóm trong 7 phút rồi trình bày kết quả ra bảng phụ rồi dán lên bảng, các nhóm theo dõi và nhận xét bài làm của các nhóm còn lại. GV tổng kết rồi chốt đáp án.	– HS thực hiện VD5 và ghi bài.	+ Mục đích của hoạt động này là cho HS thực hành xác định giá trị và công thức các hàm số trong kinh tế học: chi phí, chi phí trung bình, chi phí biên; làm quen bài toán cực tiểu hoá chi phí trung bình. + Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Luyện tập 4 (8 phút) – GV cho HS thực hiện cá nhân trong 6 phút, sau đó gọi đại diện 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.	– HS đọc nội dung và thực hiện Luyện tập 4. <i>HD.</i> $C'(x) = 1,2 - 0,0002x.$ Xét $C'(x) = 0.$ Ta có $x = \frac{1,2}{0,0002} = 6000.$ Do vậy nhà máy nên sản xuất 6000 sản phẩm mỗi ngày để tối đa chi phí sản xuất.	+ Mục đích của hoạt động này là cung cấp một tình huống để HS củng cố kiến thức về cực tiểu hoá chi phí sản xuất. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.

Phiếu học tập số 3 (25 phút) – GV cho HS hoạt động cá nhân hoàn thành phiếu học tập số 3 trong 18 – 20 phút, sau đó gọi HS trả lời, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện phiếu học tập số 3.	+ Mục đích của hoạt động này là cung cấp các tình huống để HS củng cố kỹ năng giải bài toán tối ưu trong thực tiễn và kinh tế bằng cách sử dụng đạo hàm. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
---	------------------------------------	--

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Vận dụng đạo hàm để giải quyết một số bài toán trong kinh tế.
- Giao cho HS làm một số bài tập trong SGK để chuẩn bị cho tiết học sau.

Tiết 5. LUYỆN TẬP

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: Nhớ lại cách vận dụng đạo hàm để giải quyết một số bài toán trong thực tiễn và kinh tế. Nội dung: HS thực hiện Phiếu học tập số 4. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức thực hiện: HĐ nhóm dưới sự hướng dẫn của GV.		
Hoạt động khởi động (8 phút) – GV phát phiếu học tập số 4 cho HS hoàn thiện theo nhóm đôi. Sau đó gọi đại diện HS trả lời, các bạn khác theo dõi và nhận xét. GV chốt đáp án.	– HS thực hiện phiếu học tập số 4.	+ Mục đích của hoạt động này là để HS nhớ lại các bước giải bài toán tối ưu bằng cách sử dụng đạo hàm và các hàm số trong kinh tế.

GV có thể tổ chức cho HS hoàn thiện phiếu học tập số 2 thông qua trò chơi trình chiếu trên máy chiếu.		+ Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: Củng cố cho HS kỹ năng giải bài toán tối ưu trong thực tiễn và kinh tế bằng cách sử dụng đạo hàm. Nội dung: HS thực hiện các bài tập cuối bài trong SGK. Sản phẩm: Lời giải của các bài tập cuối bài. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Bài 2.6 (10 phút) – GV cho HS thực hiện cá nhân trong 8 phút, sau đó gọi đại diện 1 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.	– HS đọc nội dung và thực hiện Bài 2.6.	+ Mục đích của hoạt động này là rèn luyện kỹ năng ứng dụng đạo hàm trong một số tình huống thực tiễn. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học, năng lực mô hình hoá toán học.
Bài 2.7 (10 phút) – GV cho HS thực hiện cá nhân trong 8 phút, sau đó gọi đại diện 1 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.	– HS đọc nội dung và thực hiện Bài 2.7.	+ Mục đích của hoạt động này là rèn luyện kỹ năng ứng dụng đạo hàm trong một số tình huống thực tiễn. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học, năng lực mô hình hoá toán học.
Bài 2.8 (8 phút) – GV cho HS thực hiện cá nhân trong 6 phút, sau đó gọi đại diện 1 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.	– HS đọc nội dung và thực hiện Bài 2.8.	+ Mục đích của hoạt động này là cung cấp một tình huống để HS rèn luyện kỹ năng ứng dụng đạo hàm giải quyết bài toán trong kinh tế. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Bài 2.9 (8 phút) – GV cho HS thực hiện cá nhân trong 6 phút, sau đó gọi đại diện 1 HS lên bảng trình bày, các HS	– HS đọc nội dung và thực hiện Bài 2.9.	+ Mục đích của hoạt động này là cung cấp một tình huống để HS rèn luyện kỹ năng ứng dụng

khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.		đạo hàm giải quyết bài toán trong kinh tế. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
---	--	--

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (1 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học.
- Nhắc HS ôn tập các nội dung đã học: Vận dụng đạo hàm để giải quyết một số bài toán trong thực tiễn và kinh tế.
- Giao cho HS làm Bài 2.10 SGK.

PHỤ LỤC. PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

Hãy hoàn thành các công thức đạo hàm các hàm số đa thức, hàm số lượng giác, hàm số mũ và hàm số logarit của một hàm số đa thức $u = f(x)$ dưới đây

$$(u^n)' = \quad (n \in \mathbb{N}^*) \quad (\sqrt{u})' =$$

$$(\sin u)' = \quad (\cos u)' =$$

$$(\tan u)' = \quad (\cot u)' =$$

$$(\log_a u)' = \quad (\ln u)' =$$

$$(\alpha^u)' = \quad (e^u)' =$$

HD.

$$(u^n)' = n \cdot u' \cdot u^{n-1} \quad (n \in \mathbb{N}^*); \quad (\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}.$$

$$(\sin u)' = u' \cdot \cos u; \quad (\cos u)' = -u' \cdot \sin u.$$

$$(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}; \quad (\cot u)' = \frac{-u'}{\sin^2 u}.$$

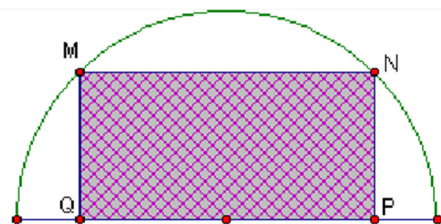
$$(\log_a u)' = \frac{u'}{u \cdot \ln a}; \quad (\ln u)' = \frac{u'}{u}.$$

$$(\alpha^u)' = u' \cdot \alpha^u \cdot \ln \alpha; \quad (e^u)' = u' \cdot e^u.$$

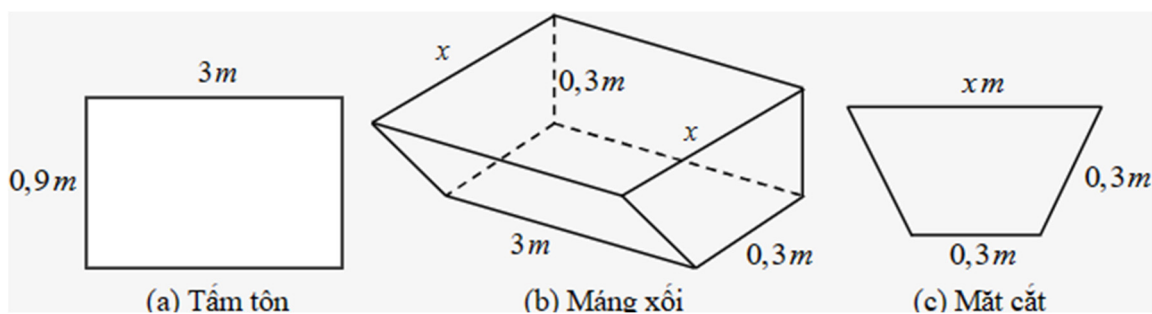
PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2

Câu 1. Từ một miếng tôn hình bán nguyệt có bán kính $R = 3$, người ta muốn cắt ra một hình chữ nhật (xem hình) có diện tích lớn nhất. Diện tích lớn nhất có thể có của miếng tôn hình chữ nhật là:

- A. $6\sqrt{3}$. B. $6\sqrt{2}$.
C. 7. D. 9.

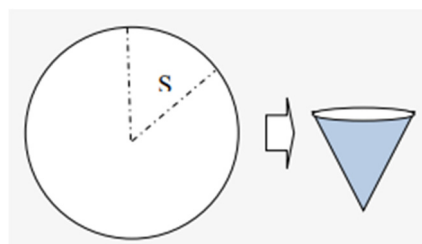


Câu 2. Để làm một máng xối nước, từ một tấm tôn kích thước $0,9m \times 3m$ người ta gấp tấm tôn đó như hình vẽ dưới biết mặt cắt của máng xối (bởi mặt phẳng song song với hai mặt đáy) là một hình thang cân và máng xối là một hình lăng trụ có chiều cao bằng chiều dài của tấm tôn. Hỏi $x(m)$ bằng bao nhiêu thì thể tích máng xối lớn nhất?



- A. $x = 0,5m$. B. $x = 0,65m$.
C. $x = 0,4m$. D. $x = 0,6m$.

Câu 3. Từ một tấm tôn hình tròn có đường kính bằng $60cm$. Người ta cắt bỏ đi một hình quạt S của tấm tôn đó, rồi gán các mép vừa cắt lại với nhau để được một cái nón không có nắp (như hình vẽ). Hỏi bằng cách làm đó người ta có thể tạo ra cái nón có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu?



- A. $1800\sqrt{3}\pi (cm^3)$. B. $2480\sqrt{3}\pi (cm^3)$.
C. $2000\sqrt{3}\pi (cm^3)$. D. $1125\sqrt{3}\pi (cm^3)$.

Đáp án: 1. D. 2. D 3. C.

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 3

Câu 1. Chi phí nhiên liệu của một chiếc tàu chạy trên sông được chia làm hai phần. Phần thứ nhất không phụ thuộc vào vận tốc và bằng 480 nghìn đồng trên 1 giờ. Phần thứ hai tỉ lệ thuận với lập phương của vận tốc, khi $v = 10 (km/h)$ thì phần thứ hai bằng 30 nghìn đồng trên 1

giờ. Hãy xác định vận tốc của tàu để tổng chi phí nguyên liệu trên 1 km đường sông là nhỏ nhất (kết quả làm tròn đến số nguyên).

- A. 10 km/h . B. 25 km/h . C. 15 km/h . D. 20 km/h .

Câu 2. Ông An muốn xây một cái bể chứa nước lớn dạng một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng 288cm^3 . Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, giá thuê nhân công để xây bể là $500\,000$ đồng/ m^2 . Nếu ông An biết xác định các kích thước của bể hợp lí thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất. Hỏi ông An trả chi phí thấp nhất để xây dựng bể đó là bao nhiêu?

- A. 108 triệu đồng. B. 54 triệu đồng. C. 168 triệu đồng. D. 90 triệu đồng.

Câu 3. Thầy Hồng dự định xây một bồn hoa có bề mặt là hình tròn có đường kính $AB = 10\text{ m}$, để cho ấn tượng thầy Hồng thiết kế có hai hình tròn nhỏ trong hình tròn lớn bằng cách lấy điểm M giữa A và B rồi dựng các đường tròn đường kính MA và MB . Trong hai đường tròn nhỏ thầy định trồng loại hoa hồng đỏ, còn phần còn lại thầy trồng hoa hồng trắng. Biết giá hoa hồng đỏ là 5000 đồng, hoa hồng trắng là 4000 đồng và ít nhất 0.5 m^2 mới trồng được một bông hoa. Hỏi chi phí thấp nhất để trồng hoa của thầy là bao nhiêu?

- A. $752\,000$ đồng. B. $706\,858$ đồng. C. $702\,000$ đồng. D. $622\,000$ đồng.

Đáp án: 1. D 2. A 3. C

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 4

Câu 1. Hãy sắp xếp các ý sau để hoàn thành các bước giải bài toán tối ưu bằng cách sử dụng đạo hàm

(1). Tìm mối quan hệ giữa các biến: Thể hiện các thông tin của bài toán dưới dạng các biến số (chọn trong các kí hiệu từ Bước 2). Sử dụng thông tin đã cho để tìm mối quan hệ (ở dạng phương trình) giữa các biến này. Sau đó, sẽ biểu thị mối quan hệ đó dưới dạng một hàm số, chẳng hạn như $L = f(x)$. Tìm miền xác định của hàm số này.

(2). Giải quyết vấn đề: Sử dụng các phương pháp tìm giá trị lớn nhất hoặc giá trị nhỏ nhất của hàm số để giải bài toán tối ưu này (ví dụ sử dụng các kiến thức về đạo hàm của hàm số). Thể hiện lời giải trong ngữ cảnh của bài toán thực tiễn.

(3). Hiểu vấn đề: Cần xác định rõ: Điều chưa biết là gì? Các đại lượng đã cho là gì? Các điều kiện đã cho là gì?

(4). Phát biểu bài toán: Phát biểu lại bài toán dưới dạng bài toán tối ưu của hàm số (một biến số).

(5). Giới thiệu kí hiệu: Gán một kí hiệu cho đại lượng sẽ được cực đại hoá hoặc cực tiểu hoá (ví dụ: $L, S, P, Q, \dots$). Đồng thời chọn các kí hiệu cho các đại lượng chưa biết khác (ví dụ $x, t, a, b, c, \dots$).

Câu 2. Cho tên các hàm như sau: **hàm lợi nhuận, hàm chi phí, hàm doanh thu, hàm cầu, hàm giá**. Hãy điền các từ ở trên vào đoạn dưới đây để hoàn thành khái niệm các hàm trong kinh tế học.

Nếu $C(x)$ là tổng chi phí mà công ty (doanh nghiệp) phải trả để sản xuất x đơn vị hàng hoá thì $C(x)$ được gọi là.....

Gọi $p(x)$ là giá bán mỗi đơn vị hàng hoá khi giao dịch x đơn vị hàng hoá. Khi đó $p(x)$ được gọi là.....(hay.....) và hàm số này được kì vọng là hàm giảm theo biến x .

Nếu x đơn vị hàng hoá được bán với giá mỗi đơn vị $p(x)$, thì....., kí hiệu là $R(x)$, được tính bởi công thức $R(x) = x.p(x)$.

Nếu x đơn vị hàng hoá được bán với giá mỗi đơn vị là $p(x)$, thì....., kí hiệu là $P(x)$, được tính bởi công thức $P(x) = R(x) - C(x) = x.p(x) - C(x)$.

HD. Câu 1. (3) – (5) – (1) – (4) – (2). Câu 2. Trang 35, 39 (SGK).

BÀI TẬP CUỐI BÀI TRONG SGK VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

2.6. Kí hiệu $2x$ là kích thước chiều rộng hình chữ nhật, y là kích thước chiều dài hình chữ nhật (đơn vị mét). Khi đó chu vi của cửa sổ là $C = 2x + 2y + \pi x$ (m).

Từ giả thiết ta có phương trình: $2x + 2y + \pi x = 10$.

Diện tích của cửa sổ được tính bởi công thức $S = 2xy + \frac{\pi x^2}{2}$.

Từ giả thiết ta suy ra $2y = 10 - 2x - \pi x$, thay vào công thức của S ta được

$$S = 10x - \frac{\pi + 4}{2}x^2.$$

Vì diện tích là hàm bậc hai theo biến x , diện tích sẽ đạt giá trị lớn nhất tại $x = \frac{10}{\pi + 4}$. Khi

$$\text{đó } y = \frac{1}{2}(10 - 2x - \pi x) = \frac{10}{\pi + 4}.$$

Diện tích sẽ đạt giá trị lớn nhất khi hình chữ nhật có kích thước chiều dài chiều rộng bằng nhau và bằng $\frac{10}{\pi + 4}$.

2.7. Đặt $BS = x(m)$ ($0 < x < 4$). Ta có: $\begin{cases} CS = \sqrt{1+x^2} \\ SA = 4-x \end{cases}$

Khi đó, chi phí cần bỏ ra là: $f(x) = 5000\sqrt{1+x^2} + 3000(4-x)$.

Bài toán trở thành: "Tìm GTNN của $f(x)$ trên $(0;4)$ "

Xét hàm số $f(x)$ trên $(0;4)$, ta có: $f'(x) = \frac{5000x}{\sqrt{1+x^2}} - 3000$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1000(5x - 3\sqrt{1+x^2})}{\sqrt{1+x^2}} = 0$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{1+x^2} = 5x \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 4 \\ 9(1+x^2) = 25x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}.$$

Lập bảng biến thiên ta có $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 16000 tại $x = \frac{3}{4}$.

Vậy điểm S trên bờ cần tìm cách A một khoảng $4 - \frac{3}{4} = \frac{13}{4}$.

2.8. Doanh thu $R(x) = 50000x\left(3 - \frac{x}{40}\right)^2$ đồng. Xe thu được doanh thu cao nhất khi chở 40 hành khách và lợi nhuận đó bằng 8000000 đồng.

2.9. Giả sử thùng sơn có bán kính R và chiều cao h. Khi đó, ta có:

$$V = \pi R^2 h = 5 \cdot 10^{-3} \text{ (m}^3\text{)} \Rightarrow h = \frac{5 \cdot 10^{-3}}{\pi R^2}.$$

Ta cần tìm số tiền tối thiểu để sản xuất một thùng sơn. Gọi số tiền sản xuất 1 thùng sơn là T, T_1, T_2 lần lượt là số tiền sản xuất mặt xung quanh và mặt đáy.

$$T_1 = 10^5 \cdot 2\pi R h = \frac{10^3}{R}; T_2 = 12 \cdot 10^4 \cdot \pi R^2 \Rightarrow T = T_1 + 2T_2 = \frac{10^3}{R} + 24 \cdot 10^4 \cdot \pi R^2$$

Ta đi tìm giá trị nhỏ nhất của T,

$$\min T = T\left(\sqrt[3]{\frac{1}{480\pi}}\right) \approx 17201 \Rightarrow n = \frac{10^9}{T} \approx 58135,9 \text{ (thùng)}.$$

Vậy có thể sản xuất được tối đa 58135 thùng.

2.10. a) Giả sử chi phí trung bình $c(x) = \frac{C(x)}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại x_0 thì $c'(x_0) = 0$.

$$\text{Ta có } c'(x) = \frac{C'(x)x - C(x)}{x^2}. \text{ Từ } c'(x_0) = \frac{C'(x_0)x_0 - C(x_0)}{x_0^2} = 0.$$

Do đó $C'(x_0) = \frac{C(x_0)}{x_0}$ hay $C'(x_0) = c(x_0)$, tức là chi phí biên bằng chi phí trung bình.

b) Giả sử hàm lợi nhuận $P(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại x_1 thì $P'(x_1) = 0$.

Vì $P(x) = R(x) - C(x)$ nên $P'(x) = R'(x) - C'(x)$. Từ đó suy ra tại x_1 ta có $P'(x_1) = R'(x_1) - C'(x_1) = 0$, hay $R'(x_1) = C'(x_1)$. Khi đó doanh thu biên bằng chi phí biên.

BÀI TẬP CUỐI CHUYÊN ĐỀ 2

Thời gian thực hiện: 2 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kỹ năng

- Ôn tập kỹ năng vận dụng các kiến thức về hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn để giải quyết một số bài toán quy hoạch tuyến tính trong thực tiễn.
- Ôn tập kỹ năng vận dụng các kiến thức về đạo hàm để giải quyết một số bài toán tối ưu xuất hiện trong thực tiễn và trong kinh tế.

2. Về năng lực

- Rèn luyện các năng lực toán học, nói riêng là năng lực mô hình hoá toán học và năng lực tư duy và lập luận toán học.
- Rèn luyện năng lực mô hình hoá toán học thông qua việc giải quyết một số bài toán thực tiễn.
- Góp phần phát triển các năng lực chung như năng lực giao tiếp và hợp tác (qua việc thực hiện hoạt động nhóm, ...), năng lực thuyết trình, báo cáo (khi trình bày kết quả của nhóm), năng lực tự chủ và tự học (khi đọc phần Tìm tòi – Khám phá, làm bài tập ở nhà), ...

3. Về phẩm chất

- Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):
- + Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các hoạt động nhóm;
 - + Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

– Giáo viên:

- + Giáo án, bảng phụ, máy chiếu (nếu có), phiếu học tập, ...

– Học sinh:

- + SGK, vở ghi, dụng cụ học tập, máy tính cầm tay.
- + Ôn lại các kiến thức trong Chuyên đề 2.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này dạy trong 02 tiết:

- + Tiết 1. Luyện tập Chuyên đề 2.
- + Tiết 2. Luyện tập Chuyên đề 2 (tiếp theo).

Tiết 1. LUYỆN TẬP CHUYÊN ĐỀ 2

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: HS củng cố lại được các kiến thức cơ bản trong bài vận dụng hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn để giải quyết một số bài toán quy hoạch tuyến tính. Nội dung: HS thực hiện phiếu học tập số 1. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động nhóm dưới sự hướng dẫn của GV.		
GV tổ chức cho HS làm phiếu học tập số 1 như trong Phụ lục (7 phút) – HS làm theo nhóm đôi vào phiếu học tập, sau 5 phút GV gọi đại diện một số nhóm trình bày câu trả lời, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết. <i>Nếu nhà trường có điều kiện thuận lợi như có máy tính, máy chiếu và Internet trong lớp học, GV có thể thiết kế một số hình thức ôn tập khác như phiếu học tập trên Kahoot, hoặc các trò chơi như Ai là triệu phú, Ô số bí mật,...</i>	– HS thực hiện phiếu học tập số 1.	+ Mục đích của phần này là để HS nhớ lại được các kiến thức cơ bản Chuyên đề 2: Các kiến thức về hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn để giải quyết một số bài toán quy hoạch tuyến tính trong thực tiễn. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: Củng cố các kiến thức về hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn để giải quyết một số bài toán quy hoạch tuyến tính trong thực tiễn. Nội dung: Thực hiện phần ví dụ và giải một số bài tập tự luận trong SGK. Sản phẩm: Lời giải các bài tập của HS. Tổ chức thực hiện: Gọi một số HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi lời giải và nhận xét (các bài tập do GV lựa chọn). Sau đó GV nhận xét bài làm, tổng kết phương pháp giải, lưu ý sai lầm thường mắc, ...		
Bài 2.11 SGK (12 phút) – GV tổ chức cho HS làm Bài 2.11 SGK.		+ Mục đích của phần này là cung cấp một tình huống để HS rèn luyện kỹ năng ứng dụng các kiến

+ GV cho HS hoạt động cá nhân trong 9 phút, sau đó gọi hai HS lên bảng trình bày bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện Bài 2.11 và ghi bài.	thức về hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn để giải quyết một số bài toán quy hoạch tuyến tính trong thực tiễn. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học.
Bài 2.12 SGK (12 phút) – GV tổ chức cho HS làm Bài 2.12 SGK. + GV cho HS hoạt động cá nhân trong 8 phút, sau đó GV gọi hai HS trả lời từng câu hỏi, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện Bài 2.12 và ghi bài.	+ Mục đích của phần này là cung cấp một tình huống để HS rèn luyện kỹ năng ứng dụng các kiến thức về hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn để giải quyết một số bài toán quy hoạch tuyến tính trong thực tiễn. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học.
Bài 2.13 SGK (12 phút) – GV tổ chức cho HS làm Bài 2.13 SGK. + GV cho HS hoạt động cá nhân trong 8 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện Bài 2.13 và ghi bài.	+ Mục đích của phần này là cung cấp một tình huống để HS rèn luyện kỹ năng ứng dụng các kiến thức về hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn để giải quyết một số bài toán quy hoạch tuyến tính trong thực tiễn. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học.
+ Tùy tình hình lớp học, GV có thể lựa chọn thêm một số bài tập còn lại trong SGK, SBT hoặc bài tập nâng cao để giao cho những HS đã hoàn thành bài tập trên (Dạy học phân hoá trong tiết chữa bài tập).		
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ <i>GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)</i> – GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Vận dụng hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn để giải quyết một số bài toán quy hoạch tuyến tính. – Giao cho HS làm một số bài tập trong SGK.		

Tiết 2. LUYỆN TẬP CHUYÊN ĐỀ 2 (tiếp theo)

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG		
Mục tiêu: HS củng cố lại được các kiến thức cơ bản trong bài vận dụng được các kiến thức về đạo hàm để giải quyết một số bài toán tối ưu xuất hiện trong thực tiễn và trong kinh tế. Nội dung: HS thực hiện phiếu học tập số 2. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động nhóm dưới sự hướng dẫn của GV.		
GV tổ chức cho HS làm phiếu học tập số 1 như trong Phụ lục (7 phút) – HS làm theo nhóm đôi vào phiếu học tập, sau 5 phút GV gọi đại diện một số nhóm trình bày câu trả lời, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết. <i>Nếu nhà trường có điều kiện thuận lợi như có máy tính, máy chiếu và Internet trong lớp học, GV có thể thiết kế một số hình thức ôn tập khác như phiếu học tập trên Kahoot, hoặc các trò chơi như Ai là triệu phú, Ô số bí mật,...</i>	– HS thực hiện phiếu học tập số 2.	+ Mục đích của phần này là để HS nhớ và hệ thống lại được các kiến thức cơ bản Chuyên đề 2: Các kiến thức về đạo hàm để giải quyết một số bài toán tối ưu xuất hiện trong thực tiễn và trong kinh tế. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP		
Mục tiêu: Củng cố các kiến thức về đạo hàm để giải quyết một số bài toán tối ưu xuất hiện trong thực tiễn và trong kinh tế. Nội dung: Thực hiện phần ví dụ và giải một số bài tập tự luận trong SGK. Sản phẩm: Lời giải các bài tập của HS. Tổ chức thực hiện: Gọi một số HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi lời giải và nhận xét (các bài tập do GV lựa chọn). Sau đó GV nhận xét bài làm, tổng kết phương pháp giải, lưu ý sai lầm thường mắc, ...		
Bài 2.14 SGK (8 phút) – GV tổ chức cho HS làm Bài 2.14 SGK. + GV cho HS hoạt động cá nhân trong 6 phút, sau đó GV gọi 1 HS	– HS thực hiện Bài 2.14 và ghi bài.	+ Mục đích của phần này là cung cấp một tình huống để HS rèn luyện kỹ năng ứng dụng các kiến thức về đạo hàm để giải quyết một số

lên bảng trình bày bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.		bài toán tối ưu xuất hiện trong thực tiễn và trong kinh tế. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học.
Bài 2.15 SGK (10 phút) – GV tổ chức cho HS làm Bài 2.15 SGK. + GV cho HS hoạt động cá nhân trong 8 phút, sau đó GV gọi 1 HS lên bảng trình bày bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện Bài 2.15 và ghi bài.	+ Mục đích của phần này là cung cấp một tình huống để HS rèn luyện kỹ năng ứng dụng các kiến thức về đạo hàm để giải quyết một số bài toán tối ưu xuất hiện trong thực tiễn và trong kinh tế. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học.
Bài 2.16 SGK (10 phút) – GV tổ chức cho HS làm Bài 2.16 SGK. + GV cho HS hoạt động theo nhóm đôi trong 8 phút, sau đó GV gọi 1 HS lên bảng trình bày bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện Bài 2.16 và ghi bài.	+ Mục đích của phần này là cung cấp một tình huống để HS rèn luyện kỹ năng ứng dụng các kiến thức về đạo hàm để giải quyết một số bài toán tối ưu xuất hiện trong thực tiễn và trong kinh tế. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học.
Bài 2.17 SGK (8 phút) – GV tổ chức cho HS làm Bài 2.17 SGK. + GV cho HS hoạt động cá nhân trong 6 phút, sau đó GV gọi 2 HS lên bảng trình bày bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện Bài 2.17 và ghi bài.	+ Mục đích của phần này là cung cấp một tình huống để HS rèn luyện kỹ năng ứng dụng các kiến thức về đạo hàm để giải quyết một số bài toán tối ưu xuất hiện trong thực tiễn và trong kinh tế.

		+ Góp phần phát triển năng lực mô hình hoá toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
--	--	--

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)

– GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Vận dụng đạo hàm để giải quyết một số bài toán tối ưu.

PHỤ LỤC. PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

Câu 1. Cho các khái niệm sau: **miền chấp nhận được, phương án chấp nhận được, một phương án tối ưu, hàm mục tiêu, giá trị tối ưu, quy hoạch tuyến tính hai biến, phương án khả thi.** Hãy điền các khái niệm ở trên vào đoạn dưới đây để hoàn thành đoạn sau.

Tìm giá trị lớn nhất (tương ứng, giá trị nhỏ nhất) của biểu thức $F(x; y) = Ax + By$ trên miền nghiệm S của một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn:

$$S : \begin{cases} a_1x + b_1y \leq c_1 \\ a_2x + b_2y \leq c_2 \\ \dots \\ a_nx + b_ny \leq c_n \end{cases} \quad (1)$$

ở đó A, B là hai số thực cho trước, không đồng thời bằng 0.

Các bài toán như vậy gọi là bài toán..... Biểu thức $F(x; y)$ ở trên gọi là.....

Mỗi bất phương trình trong hệ (1) gọi là một ràng buộc. Nếu $(x_0; y_0)$ là một nghiệm của hệ (1) thì ta nói $(x_0; y_0)$ là một..... hoặc của bài toán. Tập các phương án chấp nhận được còn gọi là..... Nếu $F(x; y)$ đạt giá trị lớn nhất (tương ứng, giá trị nhỏ nhất) trên miền nghiệm S tại $(x_0; y_0)$ thì cặp $(x_0; y_0)$ gọi là..... của bài toán và giá trị $F(x_0; y_0)$ gọi là

Câu 2. Hãy sắp xếp các ý sau để hoàn thành các bước giải bài toán tối ưu bằng cách sử dụng đạo hàm

- (1). Xác định hệ bất phương trình bậc nhất gồm tất cả các ràng buộc của bài toán.
- (2). Tính giá trị của hàm mục tiêu tại các điểm cực biên, từ đó suy ra giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm mục tiêu rồi kết luận.
- (3). Đặt biến.

(4). Biểu diễn tập các phương án chấp nhận được. Tìm các phương án cực biên.

(5). Xác định hàm mục tiêu.

HD.

Câu 1. Trang 24, 27 (SGK).

Câu 2. (3) – (5) – (1) – (4) – (2).

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2

Câu 1. Cho các khái niệm sau: **miền chấp nhận được, phương án chấp nhận được, một phương án tối ưu, hàm mục tiêu, giá trị tối ưu, quy hoạch tuyến tính hai biến, phương án khả thi.** Hãy điền các khái niệm ở trên vào đoạn dưới đây để hoàn thành đoạn sau.

Tìm giá trị lớn nhất (tương ứng, giá trị nhỏ nhất) của biểu thức $F(x; y) = Ax + By$ trên miền nghiệm S của một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn:

$$S : \begin{cases} a_1x + b_1y \leq c_1 \\ a_2x + b_2y \leq c_2 \\ \dots \\ a_nx + b_ny \leq c_n \end{cases} \quad (1)$$

ở đó A, B là hai số thực cho trước, không đồng thời bằng 0.

Các bài toán như vậy gọi là bài toán..... Biểu thức $F(x; y)$ ở trên gọi là.....

Mỗi bất phương trình trong hệ (1) gọi là một ràng buộc. Nếu $(x_0; y_0)$ là một nghiệm của hệ (1) thì ta nói $(x_0; y_0)$ là một..... hoặc của bài toán. Tập các phương án chấp nhận được còn gọi là..... Nếu $F(x; y)$ đạt giá trị lớn nhất (tương ứng, giá trị nhỏ nhất) trên miền nghiệm S tại $(x_0; y_0)$ thì cặp $(x_0; y_0)$ gọi là..... của bài toán và giá trị $F(x_0; y_0)$ gọi là

Câu 2. Cho các cụm từ sau: **hàm doanh thu biên, chi phí biên, hàm lợi nhuận biên.** Hãy điền các từ ở trên vào đoạn dưới đây để hoàn thành khái niệm trong kinh tế học.

.....là tốc độ thay đổi của hàm chi phí $C(x)$ đối với x , tức là đạo hàm $C'(x)$.

Đạo hàm $R'(x)$ của hàm doanh thu $R(x)$ được gọi là.....và là tốc độ thay đổi của doanh thu đối với số lượng đơn vị sản phẩm bán ra.

.....là đạo hàm $P'(x)$ của hàm lợi nhuận.

TRẢ LỜI/HƯỚNG DẪN/GIẢI MỘT SỐ BÀI TẬP TRONG SGK

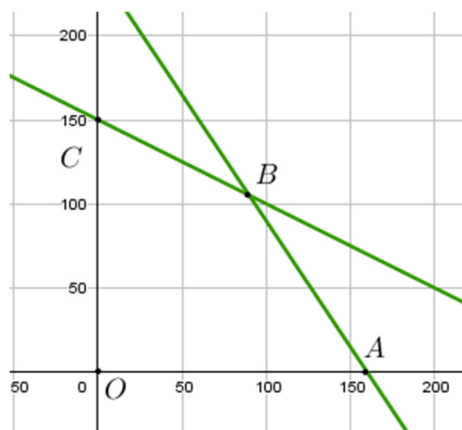
2.11. a) Theo đề bài, ta có hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x, y \geq 0 \\ 250x + 500y \leq 75000 \\ 750x + 500y \leq 120000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x, y \geq 0 \\ x + 2y \leq 300 \\ 3x + 2y \leq 480. \end{cases}$$

b) Miền nghiệm của hệ bất phương trình này là miền tứ giác OABC trong hình bên với

$$O(0;0), A(160;0), B(90;105), C(0;150).$$

c) Lợi nhuận thu được là $F(x; y) = 30x + 40y$ (nghìn đồng).



Tính giá trị của biểu thức $F(x; y)$ tại các đỉnh của tứ giác, ta được:

$$F(0;0) = 0, F(160;0) = 4800, F(90;105) = 6900, F(0;150) = 6000.$$

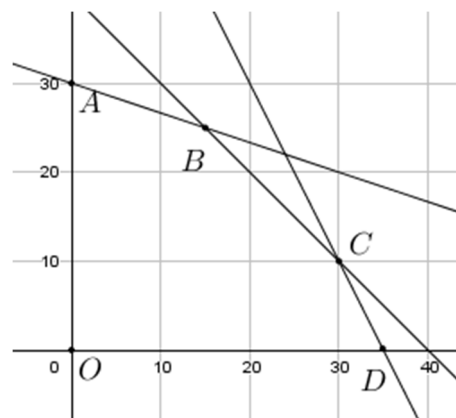
Vậy lợi nhuận thu được lớn nhất là 6900 nghìn đồng khi $x=90$ và $y=105$, tức là cần chuẩn bị 90 gói cà phê tiêu chuẩn và 105 gói cà phê cao cấp.

2.12. Gọi x, y lần lượt là số sản phẩm thứ nhất và sản phẩm thứ hai của nhà máy.

Theo đề bài, ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} x, y \geq 0 \\ 2x + y \leq 70 \\ x + y \leq 40 \\ x + 3y \leq 90. \end{cases}$$

Miền nghiệm của bất phương trình này là miền ngũ giác OABCD như hình bên với $O(0; 0)$, $A(0; 30)$, $B(15; 25)$, $C(30; 10)$ và $D(35; 0)$.



Lợi nhuận thu được là $F(x; y) = 400x + 600y$ (nghìn đồng).

Tính giá trị của biểu thức $F(x; y)$ tại các đỉnh của ngũ giác, ta được:

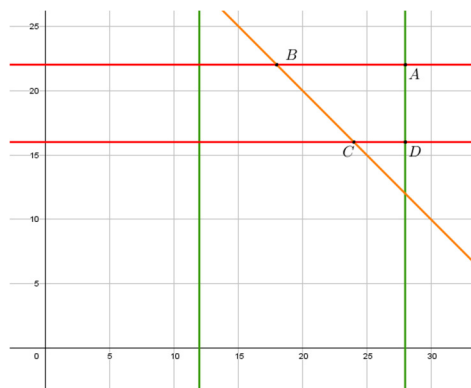
$$F(0;0) = 0, F(0;30) = 18000, F(15;25) = 21000, F(30;10) = 18000, F(35;0) = 14000.$$

Vậy lợi nhuận thu được lớn nhất là 21000 nghìn đồng khi $x=15$ và $y=25$, tức là cần sản xuất 15 sản phẩm thứ nhất và 25 sản phẩm thứ hai.

2.13. Gọi x, y lần lượt là số đại diện bán hàng ở Hà Nội và Thành phố Hồ Chí Minh sẽ tham dự cuộc họp.

Theo đề bài, ta có hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 12 \leq x \leq 28 \\ 16 \leq y \leq 22 \\ x + y \geq 40. \end{cases}$$

Miền nghiệm của bất phương trình này là miền tứ giác ABCD như hình bên với $A(28; 22)$, $B(18; 22)$, $C(24; 16)$ và $D(28; 16)$.



Tổng chi phí vé máy bay là $F(x; y) = 2x + 2,4y$

(triệu đồng). Tính giá trị của biểu thức $F(x; y)$ tại các đỉnh của ngũ giác, ta được:

$$F(28; 22) = 108,8; F(18; 22) = 88,8; F(24; 16) = 86,4; F(28; 16) = 94,4.$$

Vậy tổng chi phí vé máy bay nhỏ nhất là 86,4 triệu đồng khi $x=24$ và $y=16$, tức là cần cử 24 đại diện bán hàng ở Hà Nội và 16 đại diện bán hàng ở Thành phố Hồ Chí Minh đến dự cuộc họp.

2.14. Ta có: $0 \leq \theta < 90^\circ$. Ta có:

$$F'(\theta) = \frac{-cmg(c \cos \theta - \sin \theta)}{(c \sin \theta + \cos \theta)^2}; F'(\theta) = 0 \Leftrightarrow c \cos \theta - \sin \theta = 0 \Leftrightarrow \tan \theta = c.$$

Giả sử $\theta = \theta_0$ thỏa mãn $\tan \theta_0 = c$.

Khi $0 \leq \theta < \theta_0$ thì $F'(\theta) < 0$, khi $\theta_0 < \theta < 90^\circ$ thì $F'(\theta) > 0$. Do đó lực kéo F nhỏ nhất tại $\theta = \theta_0$ tức là khi $\tan \theta = c$.

2.15. Đặt $BD = x$, ta có $AC = \sqrt{x^2 + 9}$. Khi đó: $\sin D = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 49}}$.

Xét tam giác ACD, ta có

$$\frac{AC}{\sin D} = \frac{CD}{\sin DAC} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x^2 + 9}}{\frac{x}{\sqrt{x^2 + 49}}} = \frac{4}{\sin DAC} \Leftrightarrow \sin DAC = \frac{4x}{\sqrt{x^2 + 9} \cdot \sqrt{x^2 + 49}}.$$

Để có được tầm nhìn thuận lợi thì góc nhìn θ phải lớn nhất.

$$\text{Xét hàm số } y = \frac{4x}{\sqrt{x^2 + 9} \cdot \sqrt{x^2 + 49}} = \frac{4x}{\sqrt{(x^2 + 9)(x^2 + 49)}} = \frac{4x}{\sqrt{x^4 + 58x^2 + 441}}, x > 0.$$

$$\text{Ta có } y' = \frac{-4x^4 + 1764}{(x^4 + 58x^2 + 441)\sqrt{x^4 + 58x^2 + 441}} = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{21} \approx 4,58.$$

Vậy người đó phải đứng cách tường khoảng 4,58m thì tầm nhìn là thuận lợi nhất.

2.16. Gọi chiều cao cột đèn là h (mét) ($h > 0$).

Ta có:

$$I = \frac{\sin \theta}{s} = \frac{h}{s^2} = \frac{h}{h^2 + 400}, h > 0;$$

$$I' = \frac{h^2 + 400 - 2h^2}{(h^2 + 400)^2} = \frac{400 - h^2}{(h^2 + 400)^2}; I' = 0 \Leftrightarrow h = 20 \text{ (do } h > 0 \text{)}.$$

Khi đó tại $h = 20$ thì hàm số $I = \frac{h}{h^2 + 400}$ đạt giá trị lớn nhất.

Vậy khi chiều cao của cột đèn là 20m thì sẽ chiếu sáng mạnh nhất cho lối đi bộ.

2.17. a) Hàm lợi nhuận là

$$P(x) = R(x) - C(x) = x(100 - 0,5x) - 40x - 37,5 = -0,5x^2 + 60x - 37,5.$$

Ta có $P'(x) = -x + 60$; $P'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 60$. Để thấy hàm lợi nhuận $P(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = 60$.

Khi đó $p = 100 - 0,5 \cdot 60 = 70$ (nghìn đồng).

Vậy nếu bán mỗi đơn vị hàng hoá với giá 70 nghìn đồng thì lợi nhuận thu được là lớn nhất.

b) Chi phí trung bình cho mỗi đơn vị sản phẩm là $c(x) = \frac{C(x)}{x} = \frac{40x + 37,5}{x}$.

Khi lợi nhuận là lớn nhất thì chi phí trung bình cho mỗi đơn vị sản phẩm là $c(60) = 40,625$ (nghìn đồng).

Chuyên đề 3. ỨNG DỤNG TOÁN HỌC TRONG MỘT SỐ VẤN ĐỀ LIÊN QUAN ĐẾN TÀI CHÍNH

Bài 5. TIỀN TỆ. LÃI SUẤT

Thời gian thực hiện: 03 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kỹ năng

- Nhận biết một số vấn đề về tiền tệ.
- Nhận biết một số vấn đề về lãi suất của các tổ chức tín dụng.
- Tính lãi suất được hưởng qua tiền tiết kiệm và các giá trị thực chất có tính đến lạm phát.
- Vận dụng được kiến thức toán học trong việc giải quyết một số vấn đề về lãi suất của các tổ chức tín dụng.

2. Về năng lực

- Rèn luyện năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua việc mô hình hoá và giải quyết những vấn đề thực tiễn liên quan đến lãi suất của các tổ chức tín dụng, vấn đề lạm phát và các giá trị thực chất có tính đến lạm phát.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

3. Về phẩm chất

- Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):
- + Tích cực tự thực hành và tham gia các hoạt động nhóm;
 - + Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

– Giáo viên:

- + Giáo án, phiếu học tập, máy tính, máy chiếu, giấy A3,..
- + GV tìm hiểu trước về lịch sử ra đời tiền tệ, một số đơn vị tiền tệ chính, thông dụng trên thế giới; tìm hiểu về tỉ lệ lạm phát thực tế, chỉ số giá tiêu dùng CPI, chỉ số giảm phát GDP.

– Học sinh:

- SGK, dụng cụ học tập, máy tính cầm tay.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này được dạy trong 03 tiết:

- Tiết 1. Mục 1. Khái niệm tiền tệ.
 Tiết 2. Mục 2. Lãi suất và cách tính lãi suất.
 Tiết 3. Mục 3. Lạm phát.

Tiết 1. KHÁI NIỆM TIỀN TỆ

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: Gợi nhu cầu thực tế cần giải quyết bài toán liên quan đến tài chính, cụ thể là lãi suất. Nội dung: HS tìm hiểu tình huống mở đầu của bài học. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức hoạt động: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Tình huống mở đầu (5 phút) - GV trình chiếu nội dung tình huống mở đầu trên máy chiếu hoặc dùng bảng phụ. - GV gợi ý về nhu cầu thực tế cần xét những bài toán tài chính như vậy và gợi động cơ cho nội dung bài học.	HS đọc và suy nghĩ về tình huống.	+ Mục đích của phần này là giúp HS có hứng thú và gợi động cơ với nội dung bài học. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học và năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC Mục tiêu: Giúp HS hiểu được khái niệm, chức năng, tính chất của tiền tệ và nguyên tắc tổng tiền bằng. Nội dung: HS đọc nội dung trong SGK, từ đó tìm hiểu khái niệm, chức năng, tính chất của tiền tệ và nguyên tắc tổng tiền bằng 0. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức thực hiện: HS thực hiện hoạt động nhóm đôi và cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Khái niệm tiền tệ (5 phút) - GV giải thích và phân biệt cho HS các khái niệm: tiền tệ, đơn vị tiền tệ. - GV yêu cầu HS kể tên các đơn vị tiền tệ thường gặp mà em biết (VD: đô la Mỹ,	HS thực hiện trao đổi, thảo luận và trả lời câu hỏi của GV.	+ Mục đích của phần này là giới thiệu khái niệm tiền tệ. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.

Euro, ...) và tỉ giá hối đoái tại thời điểm hiện tại so với tờ Việt Nam đồng. Chú ý rằng: tỉ giá hối đoái là tỉ giá mà tại đó một đồng tiền này sẽ được trao đổi cho một đồng tiền khác. – GV yêu cầu HS thảo luận và trả lời phần Câu hỏi.		
Chức năng của tiền tệ (5 phút) – GV yêu cầu HS trao đổi và thảo luận theo nhóm bốn với nội dung: Liệt kê các chức năng của tiền tệ. GV yêu cầu các nhóm vẽ sơ đồ và tóm tắt nội dung chính vào giấy A3. – Sau 3 phút, GV mời 2 nhóm đại diện thuyết trình và tổng kết một cách hệ thống lại các chức năng của tiền tệ.	– HS hoạt động nhóm dưới sự hướng dẫn của GV.	+ Mục đích của phần này là giới thiệu các chức năng của tiền tệ. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
Tính chất của tiền tệ (5 phút) – GV yêu cầu HS tiếp tục trao đổi và thảo luận theo nhóm bốn với nội dung: Trình bày các tính chất của tiền tệ. GV yêu cầu các nhóm bổ sung sơ đồ và tóm tắt nội dung chính vào giấy A3 đã sử dụng ở HĐ trước. – Sau 3 phút, GV mời 2 nhóm đại diện thuyết trình và tổng kết lại một cách hệ thống các tính chất của tiền tệ.	– HS hoạt động nhóm dưới sự hướng dẫn của GV.	+ Mục đích của phần này là giới thiệu các tính chất của tiền tệ. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
Nguyên tắc tổng tiền bằng 0 (5 phút) – GV trình chiếu hoặc viết bảng nội dung nguyên tắc tổng tiền bằng 0. – GV giải thích cho HS và nhấn mạnh ý: Tự bản thân tiền pháp định là không có giá trị, mà giá trị của tiền là do giá trị của các tài sản (ngoài tiền) mà nó làm đại diện quyết định.	– HS lắng nghe, quan sát và ghi chép bài vào vở.	+ Mục đích của phần này là giới thiệu nguyên tắc tổng tiền bằng 0. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: củng cố hiểu biết của HS về tiền tệ. Nội dung: Tìm hiểu và thuyết minh về lịch sử và sự ra đời của các loại tiền tệ. Sản phẩm: Bài thuyết trình của HS.		

Tổ chức thực hiện: HS thực hiện thảo luận theo nhóm dưới sự hướng dẫn của GV.		
Các hình thức của tiền tệ (8 phút) – GV chia lớp thành 6 nhóm. – GV yêu cầu HS thực hiện trao đổi theo nhóm đã chia với nội dung khác nhau, cụ thể: – Trình bày nguồn gốc, lịch sử, những ưu điểm và nhược điểm của tiền kim loại (nhóm 1, 2). – Trình bày nguồn gốc, lịch sử, những ưu điểm và nhược điểm của tiền mã hoá (nhóm 3, 4). – Trình bày nguồn gốc, lịch sử, những ưu điểm và nhược điểm của tiền ngân hàng (nhóm 5, 6). – Sau 5 phút. GV mời 3 nhóm đại diện trình bày trong khoảng 1 phút về sản phẩm của nhóm mình và tổng kết lại nội dung.	– HS thực hiện theo nhóm dưới sự hướng dẫn của GV.	+ Mục đích của phần này là giúp HS có thể hiểu sâu hơn về nguồn gốc, lịch sử của tiền. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
Phiếu học tập (5 phút) – HS làm theo nhóm đôi vào Phiếu học tập số 1 như trong Phụ lục, sau 3 phút GV gọi đại diện một số nhóm trình bày câu trả lời, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện theo nhóm dưới sự hướng dẫn của GV. HD. Tóm tắt kiến thức từ SGK để hoàn thiện sơ đồ tư duy.	+ Mục đích của phần này là giúp HS tổng hợp và hệ thống lại kiến thức về tiền tệ đã được học trong bài. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ <i>GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)</i> – GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: tổng kết lại nội dung về khái niệm, chức năng, tính chất của tiền tệ và nguyên tắc tổng tiền bằng 0.		

Tiết 2. LÃI SUẤT VÀ CÁCH TÍNH LÃI SUẤT

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG		

Mục tiêu: Giới thiệu các khái niệm quan trọng: tiền vốn, lãi suất, tiền lãi và những lưu ý quan trọng đối với một khoản vay. Nội dung: HS đọc đoạn dẫn mở đầu, từ đó nhận biết được các khái niệm quan trọng liên quan đến lãi suất. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức hoạt động: HS hoạt động cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.		
Mở đầu (5 phút) – GV yêu cầu HS đọc SGK và phát biểu những hiểu biết của HS về: tiền vốn, lãi suất, tiền lãi và những lưu ý quan trọng đối với một khoản vay. – GV giải thích lại và tổng kết cho HS những khái niệm quan trọng trên.	– HS làm việc cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.	+ Mục đích của phần này là giúp cho HS nhận biết được các khái niệm quan trọng liên quan đến lãi suất. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC Mục tiêu: Giúp cho HS làm quen với công thức lãi đơn, lãi kép. Nội dung: HS thực hiện HĐ 1, HĐ 2, VD1, VD2 trong SGK. Sản phẩm: Bài làm của HS. Tổ chức thực hiện: HS thực hiện hoạt động theo nhóm đôi dưới sự hướng dẫn của GV.		
a) Lãi đơn Hoạt động 1 (8 phút) – GV trình chiếu hoặc viết bảng nội dung HĐ1. – GV giải thích cho HS khái niệm lãi đơn. – HS thực hiện lần lượt các yêu cầu trong HĐ1. – GV ghi bảng hoặc trình chiếu nội dung trong khung kiến thức và lưu ý nội dung của Chú ý.	– HS thực hiện và ghi bài vào vở.	+ Mục đích của phần này là giúp cho HS làm quen với việc xây dựng công thức lãi đơn. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Ví dụ 1 (5 phút) – GV trình chiếu nội dung của VD1, yêu cầu HS làm việc cá nhân.	– HS thực hiện và ghi bài vào vở.	+ Mục đích của phần này là rèn luyện kỹ năng áp dụng công thức lãi đơn.

– Sau 3 phút, GV mời 1 HS lên bảng thực hiện. Các HS còn lại quan sát và nhận xét. Sau đó GV tổng kết lại phương pháp giải.		+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
b) Lãi kép Hoạt động 2 (10 phút) – GV trình chiếu hoặc viết bảng nội dung HĐ2. – GV giải thích cho HS khái niệm lãi kép. – HS thực hiện lần lượt các yêu cầu trong HĐ2. – GV ghi bảng hoặc trình chiếu nội dung trong khung kiến thức và lưu ý nội dung của Chú ý.	– HS thực hiện HĐ2 và ghi bài vào vở.	+ Mục đích của phần này là giúp cho HS làm quen với việc xây dựng công thức lãi kép. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Ví dụ 2 (5 phút) – GV trình chiếu nội dung của VD2, yêu cầu HS làm việc cá nhân. – Sau 3 phút GV mời 1 HS lên bảng thực hiện. Các HS còn lại quan sát và cho nhận xét. Sau đó GV tổng kết lại phương pháp giải.	– HS thực hiện VD2 và ghi bài vào vở.	+ Mục đích của phần này là rèn luyện kỹ năng áp dụng công thức lãi kép. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: Củng cố kỹ năng áp dụng công thức lãi đơn và lãi kép. Nội dung: HS thực hiện Luyện tập 1 và Luyện tập 2. Sản phẩm: Bài làm của HS. Tổ chức thực hiện: HS thực hiện hoạt động cá nhân, dưới sự chỉ dẫn của GV.		
Luyện tập 1 (5 phút) – GV trình chiếu hoặc viết bảng nội dung Luyện tập 1 và yêu cầu HS thực hiện. – GV cho HS hoạt động cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi	– HS thực hiện và ghi bài vào vở. <i>HD.</i> Ta có: $P = 50$ triệu đồng; $t = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \text{ năm};$	+ Mục đích của phần này là giúp HS củng cố kỹ năng áp dụng công thức lãi đơn.

HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	$A = 52$ triệu đồng. Lãi suất năm của khoản cho vay này là $r = \frac{A - P}{Pt} = \frac{52 - 50}{50 \cdot \frac{1}{2}} = 0,08 = 8\% .$	+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Luyện tập 2 (5 phút) – GV trình chiếu hoặc viết bảng nội dung Luyện tập 2 và yêu cầu HS thực hiện. – GV cho HS hoạt động cá nhân trong 3 phút, sau đó mời HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện và ghi bài vào vở. <i>HD.</i> Ta có: $P = 100$ (triệu đồng); $t = 3$ năm; $n = 365$; $r = 9\% = 0,09$. Sau 3 năm, số tiền nhận được là $A = P \left(1 + \frac{r}{365} \right)^{365t}$ $= 100 \cdot \left(1 + \frac{0,09}{365} \right)^{1095} \approx 130,992$ (triệu đồng). Số tiền lãi là: $130,992 - 100 = 30,992$ (triệu đồng).	+ Mục đích của phần này là giúp HS củng cố kỹ năng áp dụng công thức lãi kép. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG Mục tiêu: Vận dụng tổng hợp kiến thức, kỹ năng trong bài vào giải quyết tình huống thực tế đặt ra ở đầu bài học. Nội dung: HS thực hiện phần vận dụng. Sản phẩm: Câu trả lời và bài làm của HS. Tổ chức thực hiện: HS thực hiện hoạt động theo nhóm đôi, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Vận dụng (5 phút) – GV yêu cầu HS thực hiện yêu cầu của phần Vận dụng theo nhóm đôi. – Sau 3 phút, GV gọi 2 nhóm HS báo cáo kết quả, so sánh và nhận xét. GV tổng kết lại phương pháp giải.	– HS thực hiện theo nhóm đôi. <i>HD.</i> Ta tính số tiền lãi mà bác An được hưởng khi gửi theo từng phương án. – Phương án 1: Số tiền lãi mà bác An nhận được vào cuối kì là $500 \cdot 0,061 \cdot \frac{3}{4} = 22,875$ (triệu đồng).	+ Mục đích của phần này là giúp HS rèn luyện kỹ năng vận dụng tổng hợp kiến thức, kỹ năng trong bài vào giải quyết tình huống thực tế đặt ra ở mở đầu bài học. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học,

	– Phương án 2: Tổng số tiền mà bác An nhận được vào cuối kì gửi là $A = 500 \cdot \left(1 + \frac{0,06}{12}\right)^9 \approx 522,955$ (triệu đồng). Số tiền lãi bác An nhận được là $522,955 - 500 = 22,955 \quad (\text{triệu đồng}). Vậy, bác An nên chọn Phương án 2 thì có lợi hơn (số tiền lãi nhận được cao hơn). $	năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn.
--	--	--

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: công thức lãi đơn và lãi kép.
- GV giao HS thực hiện các bài tập sau: Bài 3.1, 3.3 và 3.4.

Tiết 3. LẠM PHÁT

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: Giới thiệu các khái niệm lạm phát và tỉ lệ lạm phát. Nội dung: GV giải thích cho HS khái niệm lạm phát, tỉ lệ lạm phát và ý nghĩa của tỉ lệ lạm phát. Sản phẩm: Câu trả lời của HS Tổ chức hoạt động: HS hoạt động cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.		
a) Khái niệm lạm phát, tỉ lệ lạm phát Giới thiệu các khái niệm (5 phút) – GV yêu cầu HS đọc SGK tìm hiểu các khái niệm: lạm phát và tỉ lệ lạm phát, ý nghĩa của tỉ lệ lạm phát. – HS thực hiện cá nhân Phiếu học tập số 2 như trong Phụ lục, sau 2 phút GV gọi đại diện một số HS trình bày câu trả lời, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý;	– HS lắng nghe, quan sát và ghi bài vào vở.	+ Mục đích của phần này là giới thiệu các khái niệm lạm phát, tỉ lệ lạm phát. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.

GV tổng kết, giải thích các khái niệm. <i>Nếu nhà trường có điều kiện thuận lợi như có máy tính, máy chiếu và Internet trong lớp học, GV có thể cung cấp số liệu về tỉ lệ lạm phát trong vài năm gần đây của Việt Nam và một vài nước để HS có thể hình dung phần nào. Hoặc GV có thể sử dụng máy chiếu để trình chiếu về một bản tin ngắn tóm tắt tình hình kinh tế trong đó có đưa tin về tỉ lệ lạm phát trong vài năm gần đây của Việt Nam.</i>		
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC Mục tiêu: HS làm quen với cách xây dựng công thức tính lãi suất thực và công thức tính sức mua theo tỉ lệ lạm phát. Nội dung: HS thực hiện VD3, VD4. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.		
Ví dụ 3 (5 phút) – GV trình chiếu nội dung của VD3, yêu cầu HS làm việc cá nhân. – GV hướng dẫn HS xác định giá trị của các thành phần A (sức mua), P (tiền vốn) và n (thời gian). Từ đó thay vào công thức. – Sau 3 phút GV mời 1 HS lên bảng thực hiện. Các HS còn lại quan sát và cho nhận xét. Sau đó GV tổng kết lại phương pháp giải.	– HS thực hiện và ghi bài vào vở.	+ Mục đích của phần này là rèn luyện kỹ năng áp dụng công thức tính sức mua theo tỉ lệ lạm phát. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn.
b) Các giá trị thực chất có tính đến lạm phát Lãi suất thực (5 phút) – GV sử dụng bảng phụ hoặc máy chiếu để giới thiệu công thức tính lãi suất thực.	– HS lắng nghe và ghi chép bài vào vở.	+ Mục đích của phần này là giúp cho HS làm quen với cách xây dựng công thức tính lãi suất thực.

GV lưu ý cho HS là lãi suất mà các tổ chức tín dụng công bố thường gọi là lãi suất danh nghĩa hoặc lãi suất niêm yết; các lãi suất này thì luôn dương. Nhưng lãi suất thực (sau khi đã tính đến yếu tố lạm phát) thì có thể dương hoặc cũng có thể âm, tùy theo tỉ lệ lạm phát.		+ Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
Ví dụ 4 (7 phút) – GV trình chiếu nội dung của VD4, yêu cầu HS làm việc cá nhân. – Sau 5 phút GV chỉ định 1 HS lên bảng thực hiện. Các HS còn lại quan sát và cho nhận xét. Sau đó GV tổng kết lại phương pháp giải.	– HS thực hiện và ghi bài vào vở.	+ Mục đích của phần này là rèn luyện kĩ năng áp dụng công thức tính sức mua theo tỉ lệ lạm phát. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: Giúp HS củng cố kĩ năng áp dụng công thức tính sức mua theo tỉ lệ lạm phát và công thức tính lãi suất thực, thu nhập thực tế. Nội dung: HS thực hiện Luyện tập 3 và Luyện tập 4. Sản phẩm: Câu trả lời và bài làm của HS. Tổ chức thực hiện: HS thực hiện cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Luyện tập 3 (8 phút) – GV trình chiếu hoặc viết bảng nội dung Luyện tập 3 yêu cầu HS thực hiện. – GV cho HS hoạt động cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết. GV nhắc lại công thức tính sức mua theo tỉ lệ lạm phát đã giới thiệu ở VD4: $A = P(1 - g)^n$. Trong đó: A:	– HS thực hiện và ghi bài vào vở. <i>HD.</i> Gọi P là số tiền ban đầu. Ta có: $A = \frac{P}{2}$; $g = 4\% = 0,04$. Do đó, ta có: $\frac{P}{2} = P(1 - g)^n$. Thay số, ta được: $\frac{1}{2} = (1 - 0,04)^n = 0,96^n$	+ Mục đích của phần này là giúp HS củng cố kĩ năng áp dụng công thức tính sức mua theo tỉ lệ lạm phát. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học.

sức mua; P: tiền vốn; g: tỉ lệ lạm phát.	Suy ra $n = \log_{0,96} \frac{1}{2} \approx 17$. Vậy sau khoảng 17 năm, sức mua sẽ giảm xuống chỉ còn một nửa.	
Luyện tập 4 (10 phút) – GV trình chiếu hoặc viết bảng nội dung Luyện tập 4 yêu cầu HS thực hiện. – GV cho HS hoạt động cá nhân trong 8 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện và ghi bài vào vở. <i>HD.</i> Ta có: $P = 500$ (triệu đồng); $r = 9\% = 0,09$; $g = 7\% = 0,07$. a) Lãi suất thực cho khoản đầu tư của anh Nam là $r_{\text{thực}}$ $= \frac{r - g}{1 + g} = \frac{0,09 - 0,07}{1 + 0,07} \approx 0,019.$ Vậy thu nhập thực của anh Nam là $500 \cdot 0,019 = 9,5$ (triệu đồng). b) Lãi suất thực sau thuế khi chưa tính lạm phát là $r_{\text{sau thuế}}$ $= 9\%(100 - 10\%) = 0,081.$ Do đó thu nhập thực sau khi tính thuế là $500 \cdot \frac{0,081 - 0,07}{1 + 0,07} \approx 5,14$ (triệu đồng).	+ Mục đích của phần này là giúp HS củng cố kĩ năng áp dụng công thức tính lãi suất thực và hiểu thu nhập thực, sau khi đã tính đến lạm phát. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học.

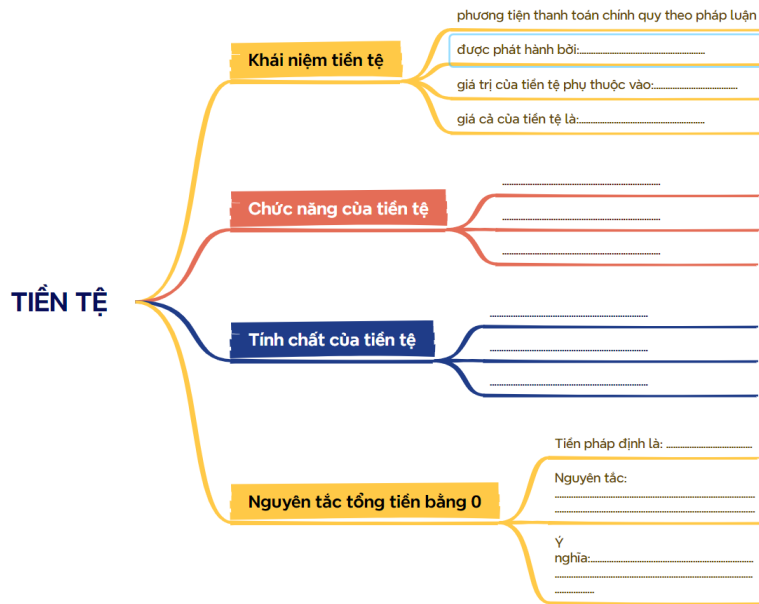
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: công thức tính sức mua theo tỉ lệ lạm phát và công thức tính lãi suất thực và hiểu thu nhập thực, sau khi đã tính đến lạm phát.
- GV giao HS thực hiện các bài tập sau: Bài 3.5 và 3.6.

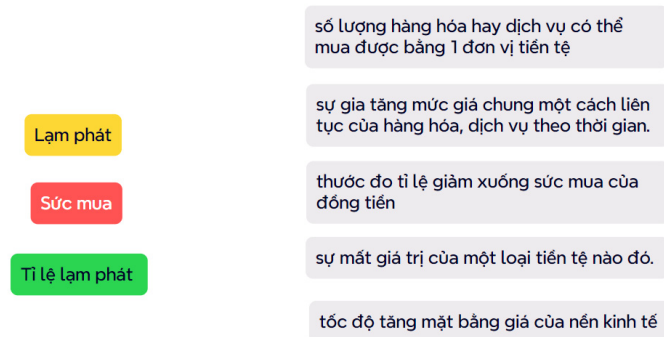
PHỤ LỤC. PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

Điền vào chỗ trống nội dung thích hợp để hoàn thiện sơ đồ tư duy sau.

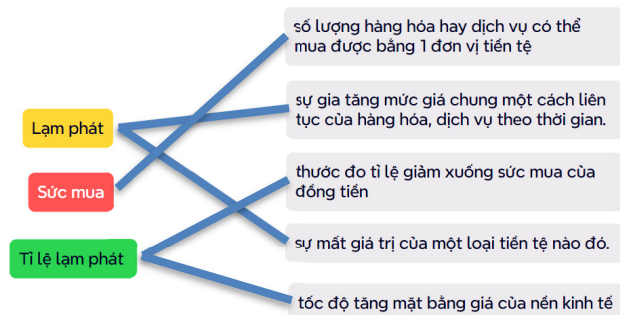


PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2

Nối ô bên trái với ô bên phải tương ứng. Trong đó 1 ô có thể nối với 2 ô có nội dung tương thích.



HD.



ĐÁP ÁN/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI MỘT SỐ BÀI TẬP TRONG SGK

3.1. Ta có: $P = 900$ (triệu đồng), $t = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ (năm), $I = 54$ (triệu đồng). Do đó lãi suất đơn của

$$\text{khoản vay là } r = \frac{I}{Pt} = \frac{54}{900 \cdot \frac{1}{2}} = 0,12 = 12\%.$$

3.2. Ta có: $I = 105 - 100 = 5$ (triệu đồng), $P = 100$ (triệu đồng), $r = 11\% = 0,11$. Do đó
 $t = \frac{I \cdot 360}{Pr} = \frac{5 \cdot 360}{100 \cdot 0,11} \approx 163,6$ (ngày). Vậy sau 164 ngày gửi thì 100 triệu đồng sẽ tích lũy được thành 105 triệu đồng.

3.3. Ta có: $A = 100$ (tỉ đồng); $P = 96$ (tỉ đồng); $t = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ (năm)

$$\text{Lãi suất đơn mà ngân hàng } A \text{ được hưởng là } r = \frac{A - P}{Pt} = \frac{100 - 96}{96 \cdot \frac{3}{4}} \approx 0,056 = 5,6\%.$$

3.4. Ta có: $P = 200$ (triệu đồng), $t = 5$ (năm), $r = 9\% = 0,09$.

a) Khi tính lãi kép hằng năm thì $n = 1$. Do đó số tiền thu được là

$$A = P \left(1 + \frac{r}{n} \right)^{nt} = 200 \left(1 + \frac{0,09}{1} \right)^5 \approx 307,725 \text{ (triệu đồng)}.$$

Số tiền lãi nhận được là $307,725 - 200 = 107,725$ (triệu đồng).

b) Khi tính lãi kép hằng quý thì $n = 4$. Do đó số tiền thu được là

$$A = P \left(1 + \frac{r}{n} \right)^{nt} = 200 \left(1 + \frac{0,09}{4} \right)^{20} \approx 312,102 \text{ (triệu đồng)}.$$

Số tiền lãi nhận được là $312,102 - 200 = 112,102$ (triệu đồng).

3.5. a) Ta có: $P = 10$ (triệu đồng), $g = 3,5\% = 0,035$, $n = 1$ (năm).

$$\text{Khi đó } A = P(1 - g)^n = 10(1 - 0,035)^1 = 9,65 \text{ (triệu đồng)}.$$

Vậy sau 1 năm thì sức mua của 10 triệu đồng sẽ chỉ còn 9,65 triệu đồng.

$$\text{b) Lãi suất thực của khoản gửi tiết kiệm đó là } r_{\text{thực}} = \frac{r - g}{1 + g} = \frac{0,08 - 0,035}{1 + 0,035} \approx 0,043.$$

Vậy thu nhập thực (tức là tiền lãi đã tính đến yếu tố lạm phát) của khoản gửi tiết kiệm đó là

$$I = 600 \cdot (1 + r_{\text{thực}}) - 600 = 600 \cdot r_{\text{thực}} = 600 \cdot 0,043 = 25,8 \text{ (triệu đồng)}.$$

3.6. a) Ta có $CPI_0 = 100$, $CPI = 118,09$, $n = 6$. Khi đó

$$g = \sqrt[n]{\frac{CPI}{CPI_0}} - 1 = \sqrt[6]{\frac{118,09}{100}} - 1 \approx 0,028 = 2,8\%.$$

Vậy tỉ lệ lạm phát trung bình hằng năm trong giai đoạn này là 2,8%.

b) Ta có $CPI_0 = 100, CPI = 115$. Khi đó $n = \log_{1+g} \frac{CPI}{CPI_0} = \log_{1,028} \frac{115}{100} \approx 5$ (năm).

Vậy vào năm 2019 thì CPI đạt 115.

c) Ta có $CPI_0 = 118,09, g = 0,0321$, khi đó CPI vào tháng 1 năm 2030 ($n = 10$) là

$$CPI = CPI_0 (1 + g)^n = 118,09 (1 + 0,0321)^{10} \approx 161,97.$$

d) Ta có $g = 0,03, CPI = 2CPI_0$, khi đó $n = \log_{1+g} \frac{CPI}{CPI_0} = \log_{1,03} 2 \approx 23,45$.

Vậy sau khoảng 24 năm thì chỉ số CPI tăng gấp đôi.

Bài 6. TÍN DỤNG. VAY NỢ

Thời gian thực hiện: 03 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kỹ năng

- Tính lãi suất được hưởng hoặc lãi suất cần trả cho thẻ tín dụng, phí sử dụng thẻ (bao gồm các giao dịch).
- Nhận biết được kết quả của việc trả các khoản nợ đúng thời hạn, bao gồm hồ sơ tín dụng và giá trị tín dụng.
- Vận dụng kiến thức toán học trong việc giải quyết một số vấn đề vay nợ của các tổ chức tín dụng.

2. Về năng lực

- Rèn luyện năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua việc mô hình hoá và giải quyết những vấn đề thực tiễn liên quan đến thẻ tín dụng và vay nợ.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

3. Về phẩm chất

Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):

- + Tích cực tự thực hành và tham gia các hoạt động nhóm;
- + Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

– **Giáo viên:**

- + Giáo án, phiếu học tập, máy tính, máy chiếu,...
- + GV tìm hiểu về thẻ tín dụng, cách tính và các loại lãi suất của thẻ tín dụng, các hình thức phổ biến và lãi suất cho vay của các ngân hàng lớn tại thời điểm thực hiện bài dạy.

– **Học sinh:**

- + SGK, dụng cụ học tập.
- + Máy tính cầm tay.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này được dạy trong 03 tiết:

Tiết 1. Mục 1. Thẻ tín dụng và phí sử dụng thẻ.

Tiết 2. Mục 2. Vay nợ của các tổ chức tín dụng.

Tiết 3. Vay nợ của các tổ chức tín dụng (tiếp theo). Luyện tập.

Tiết 1. THẺ TÍN DỤNG VÀ PHÍ SỬ DỤNG THẺ

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG		
Mục tiêu: Giúp HS có hứng thú và gợi động cơ tìm hiểu về thẻ tín dụng. Nội dung: HS đọc tình huống mở đầu trong SGK. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức hoạt động: HS hoạt động cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.		
Tình huống mở đầu (5 phút) – GV trình chiếu nội dung tình huống mở đầu trên máy chiếu hoặc dùng bảng phụ. – GV gợi ý về nhu cầu thực tế cần xét những bài toán tài chính như vậy và gợi động cơ cho nội dung bài học.	– HS đọc và suy nghĩ về tình huống.	+ Mục đích của phần này là giúp HS có hứng thú và gợi động cơ với nội dung bài học. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học và năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC		

Mục tiêu: Giới thiệu về thẻ tín dụng, chức năng của thẻ tín dụng và cách tính phí sử dụng thẻ. Nội dung: HS đọc nội dung trong SGK và thực hiện VD1, từ đó tìm hiểu về thẻ tín dụng và tính phí sử dụng thẻ. Sản phẩm: Bài làm của HS. Tổ chức thực hiện: HS thực hiện cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
a) Thẻ tín dụng và chức năng của thẻ tín dụng (5 phút) – GV trình chiếu hình ảnh các loại thẻ tín dụng phổ biến trên thị trường của một số ngân hàng ở Việt Nam. – GV giải thích cho HS khái niệm thẻ tín dụng, các cách phân loại thẻ tín dụng và các chức năng của thẻ tín dụng.	– HS lắng nghe, quan sát và ghi bài vào vở.	+ Mục đích của phần này là giới thiệu khái niệm thẻ tín dụng và các chức năng của thẻ tín dụng. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
Phí sử dụng thẻ tín dụng (8 phút) – GV trình chiếu nội dung về các loại phí phát hành thẻ và các loại lãi suất của thẻ tín dụng. – GV giải thích cho HS các khái niệm liên quan đến thẻ tín dụng: thời hạn thanh toán, thời gian miễn lãi, các loại lãi suất của thẻ tín dụng. – GV có thể lấy ví dụ về biểu phí sử dụng thẻ tín dụng của một ngân hàng bất kì và hướng dẫn HS cách đọc thông tin. – GV nhấn mạnh những lưu ý khi sử dụng thẻ tín dụng để tránh bị tính lãi suất cao.	– HS lắng nghe, quan sát và ghi bài vào vở.	+ Mục đích của phần này là giới thiệu cách tính phí sử dụng thẻ tín dụng. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
Ví dụ 1 (10 phút)	– HS thực hiện và ghi bài vào vở.	+ Mục đích của phần này là giúp HS làm quen với việc tính lãi

– GV trình chiếu nội dung của VD1, yêu cầu HS làm việc cá nhân. – GV hướng dẫn HS phân loại và tính dư nợ theo từng mốc thời gian: ngày 8/6 đến ngày 14/6, ngày 15/6 đến ngày 29/6, ngày 1/7 đến ngày 15/7, sau đó tính số tiền lại của từng mốc dư nợ. – Sau 8 phút GV mời 1 HS lên bảng thực hiện. Các HS còn lại quan sát và cho nhận xét. Sau đó GV tổng kết lại phương pháp giải.		suất của thẻ tín dụng khi giao dịch thanh toán hàng hoá, dịch vụ. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn.
--	--	---

HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

Mục tiêu: Giúp HS củng cố kỹ năng tính lãi suất của thẻ tín dụng khi giao dịch thanh toán hàng hoá, dịch vụ.

Nội dung: HS thực hiện Luyện tập 1.

Sản phẩm: Bài làm của HS.

Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.

Luyện tập 1 (10 phút) – GV trình chiếu hoặc viết bảng nội dung Luyện tập 1 và yêu cầu HS thực hiện. – GV cho HS hoạt động cá nhân trong 8 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện dưới sự hướng dẫn của GV. HD. Ta có: Dư nợ 1 (từ ngày 8/6 đến ngày 14/6) là 5 triệu đồng; Dư nợ 2 (từ ngày 15/6 đến ngày 29/6) là 7 triệu đồng; Dư nợ 3 (từ ngày 1/7 đến ngày 15/7) là 6 triệu đồng. Chị Hương đã thanh toán đủ số dư nợ tối thiểu và dư nợ tại thời điểm ngày 15/7 vẫn còn 6 triệu đồng. Do đó số tiền lãi sẽ bị tính bao gồm: – Với Dư nợ 1, số tiền lãi là: $\frac{5000000 \cdot 20\%}{365} \cdot 7 = 19178 \text{ (đồng)}.$	+ Mục đích của phần này là giúp HS củng cố kỹ năng tính lãi suất của thẻ tín dụng khi giao dịch thanh toán hàng hoá, dịch vụ. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn.
--	--	---

	– Với Dư nợ 2, số tiền lãi là: $\frac{7000000 \cdot 20\%}{365} \cdot 15 = 57\,534 \text{ (đồng)}.$ – Với Dư nợ 3, số tiền lãi là: $\frac{6000000 \cdot 20\%}{365} \cdot 15 \approx 49\,315 \text{ (đồng)}.$ Vậy tổng số tiền lãi mà chị Hương cần phải thanh toán khi đến hạn 15/7 là: $19179 + 57\,536 + 49\,315 = 126\,027$ (đồng). Ngoài ra, số tiền 6 triệu đồng vẫn bị tính tiếp lãi cho tới thời điểm chị Hương thanh toán trả ngân hàng.	
Phiếu ôn tập về thẻ tín dụng (5 phút) – HS làm theo nhóm bốn vào Phiếu học tập số 1 như trong Phụ lục được, sau 3 phút GV gọi đại diện một số nhóm trình bày câu trả lời, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện dưới sự hướng dẫn của GV.	+ Mục đích của phần này là giúp HS hệ thống lại kiến thức về thẻ tín dụng đã được học trong bài. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ <i>GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)</i> – GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: khái niệm thẻ tín dụng, các chức năng của thẻ tín dụng và cách tính phí thẻ tín dụng. – GV giao HS thực hiện các bài tập sau: Bài 3.7.		

Tiết 2. VAY NỢ CỦA CÁC TỔ CHỨC TÍN DỤNG

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: Ôn tập lại cho HS các công thức cần thiết liên quan đến lãi đơn và lãi kép.		

Nội dung: HS thực hiện Phiếu học tập số 2. Sản phẩm: Bài làm của HS. Tổ chức hoạt động: HS hoạt động nhóm đôi, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Hoạt động khởi động (5 phút) – HS làm theo nhóm đôi vào Phiếu học tập số 2 như trong Phụ lục, sau 3 phút GV gọi đại diện một số nhóm trình bày câu trả lời, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện theo nhóm đôi dưới sự hướng dẫn của GV.	+ Mục đích của phần này là củng cố lại công thức lãi đơn, lãi kép đã học ở bài 5. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC Mục tiêu: Rèn luyện cho HS kỹ năng áp dụng công thức tính lãi đơn và lãi kép. Nội dung: HS thực hiện VD2 và VD3. Sản phẩm: Bài làm của HS. Tổ chức thực hiện: HS thực hiện cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.		
a) Vay theo hình thức lãi đơn Ví dụ 2 (8 phút) – GV cho HS nhắc lại các công thức cần thiết liên quan đến lãi đơn và lưu ý cho HS là lãi đơn thường được dùng cho các khoản vay ngắn hạn. – GV trình chiếu nội dung của VD2, yêu cầu HS làm việc cá nhân. – Sau 4 phút GV mời 1 HS lên bảng thực hiện. Các HS còn lại quan sát và cho nhận xét. Sau đó GV tổng kết lại phương pháp giải.	– HS thực hiện và ghi chép bài vào vở.	+ Mục đích của phần này là rèn luyện kỹ năng vận dụng công thức lãi đơn để tính số tiền lãi và số tiền phải trả của một khoản vay theo hình thức lãi đơn. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
b) Vay theo hình thức lãi kép Ví dụ 3 (10 phút)	– HS thực hiện và ghi chép bài vào vở.	+ Mục đích của phần này là rèn luyện kỹ năng vận dụng công thức lãi

– GV yêu cầu HS nhắc lại các công thức cần thiết liên quan đến lãi kép và lưu ý cho HS là lãi kép thường được dùng cho các khoản vay trung và dài hạn. – GV trình chiếu nội dung của VD3, yêu cầu HS làm việc cá nhân. – Sau 5 phút GV mời 1 HS lên bảng thực hiện. Các HS còn lại quan sát và cho nhận xét. Sau đó GV tổng kết lại phương pháp giải.		kép để tính số tiền lãi và số tiền phải trả của một khoản vay theo hình thức lãi kép. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
---	--	---

HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

Mục tiêu: Củng cố kỹ năng áp dụng công thức tính lãi đơn và lãi kép để tính số tiền phải trả của một khoản vay với hình thức tương ứng.

Nội dung: HS thực hiện Luyện tập 2 và Luyện tập 3.

Sản phẩm: Bài làm của HS.

Tổ chức thực hiện: HS thực hiện cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.

Luyện tập 2 (10 phút) – GV trình chiếu hoặc viết bảng nội dung Luyện tập 1 và yêu cầu HS thực hiện. – GV cho HS hoạt động cá nhân trong 6 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện và trình bày vào vở. <i>HD.</i> Ta có: $P = 1$ (tỉ đồng); $t = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \text{ (năm); } r = 9\% = 0,09.$ Số tiền mà công ty phải trả cho ngân hàng là $A = 1 \cdot \left(1 + 0,09 \cdot \frac{1}{3} \right) = 1,03 \text{ (tỉ đồng)}.$	+ Mục đích của phần này là củng cố kỹ năng vận dụng công thức lãi đơn để tính số tiền lãi và số tiền phải trả của một khoản vay theo hình thức lãi đơn. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Luyện tập 3 (10 phút) – GV trình chiếu hoặc viết bảng nội dung Luyện tập 3 và yêu cầu HS thực hiện.	– HS thực hiện và trình bày vào vở. <i>HD.</i> Ta có: $P = 100$ (triệu đồng); $r = 0,12; t = 2 \text{ (năm)}.$	+ Mục đích của phần này là củng cố kỹ năng vận dụng công thức lãi kép để tính số tiền lãi và số tiền phải

– GV cho HS hoạt động cá nhân trong 6 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	a) Ở đây $n = 4$. Do đó tổng số tiền phải trả là $A = 100 \cdot \left(1 + \frac{0,12}{4}\right)^8 \approx 126,677$ (triệu đồng). Số tiền lãi tương ứng là $126,677 - 100 = 26,677$ (triệu đồng). b) Ở đây $n = 12$. Do đó tổng số tiền phải trả là $A = 100 \cdot \left(1 + \frac{0,12}{12}\right)^{24} \approx 126,973$ (triệu đồng). Số tiền lãi tương ứng là $126,973 - 100 = 26,973$ (triệu đồng).	trả của một khoản vay theo hình thức lãi kép. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
--	--	---

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: công thức tính lãi đơn và lãi kép để tính số tiền lãi và số tiền phải trả của một khoản vay theo hình thức lãi đơn.
- GV giao HS thực hiện các bài tập sau: Bài 3.9

Tiết 3. VAY NỢ CỦA CÁC TỔ CHỨC TÍN DỤNG (tiếp theo). LUYỆN TẬP

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC Mục tiêu: Giới thiệu khái niệm vay trả góp và công thức tính khoản thanh toán trả góp. Nội dung: HS thực hiện VD4, từ đó hình thành khái niệm vay trả góp và công thức tính khoản thanh toán vay trả góp. Sản phẩm: Bài làm của HS. Tổ chức thực hiện: HS thực hiện cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.		
Vay trả góp (10 phút) – GV giải thích cho HS các khái niệm: trả góp, khoản thanh toán. – GV nhắc lại công thức mua trả góp ở trang 127	– HS trả lời câu hỏi và ghi chép vào vở. HD. Công thức mua trả góp đã được học: $R = \frac{iA_p}{1 - (1+i)^{-n}}$.	+ Mục đích của phần này là giới thiệu khái niệm vay trả góp và công thức tính khoản thanh toán của mỗi kì trả góp.

SGK Toán 11 cho HS. Từ đó yêu cầu HS suy ra công thức tính khoản thanh toán của mỗi kì trả góp.	Trong đó: R: khoản thanh toán trong mỗi khoảng thời gian. A_p : khoản vay. n: số lần thanh toán. i: lãi suất.	+ Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
Ví dụ 4 (8 phút) – GV trình chiếu nội dung của VD2, yêu cầu HS làm việc cá nhân. – Sau 6 phút GV chỉ định 2 HS lên bảng thực hiện yêu cầu a và b của VD2. Các HS còn lại quan sát và cho nhận xét. Sau đó GV tổng kết lại phương pháp giải.	– HS thực hiện và ghi bài vào vở.	+ Mục đích của phần này là rèn luyện kỹ năng áp dụng công thức trả góp. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: củng cố kỹ năng áp dụng công thức trả góp và các công thức liên quan đến vay nợ. Nội dung: HS thực hiện luyện tập 4 và Phiếu ôn tập chung. Sản phẩm: Bài làm của HS. Tổ chức thực hiện: HS thực hiện cá nhân và theo nhóm dưới sự hướng dẫn của GV.		
Luyện tập 4 (10 phút) – GV trình chiếu hoặc viết bảng nội dung Luyện tập 4 và yêu cầu HS thực hiện. – GV cho HS hoạt động cá nhân trong 7 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện và ghi bài vào vở. <i>HD.</i> Ta có: $V = 2400$ (triệu đồng); $i = \frac{0,06}{12} = 0,005;$ $n = 30 \cdot 12 = 360.$ a) Khoản thanh toán hằng tháng là $P = \frac{2400 \cdot 0,005}{1 - (1 + 0,005)^{-360}} \approx 14,389$ (triệu đồng). b) Tổng số tiền mà vợ chồng anh Tùng phải trả là $14,389 \cdot 360 = 5180,04 \quad (\text{triệu đồng}).$	+ Mục đích của phần này là củng cố kỹ năng áp dụng công thức trả góp. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn.

	Vậy tổng số tiền trả lãi của họ là $5180,04 - 2400 = 2780,04$ (triệu đồng). c) Sau 20 năm (tức là 240 kì trả góp), vốn chủ sở hữu căn nhà của họ là $600 + 14,389 \cdot 240 = 4053,36$ (triệu đồng).	
Phiếu ôn tập về vay nợ (5 phút) – HS làm theo nhóm bốn vào Phiếu học tập số 2 như trong Phụ lục, sau 3 phút GV gọi đại diện một số nhóm trình bày câu trả lời, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện theo nhóm dưới sự hướng dẫn của GV.	+ Mục đích của phần này là giúp HS hệ thống lại các công thức tính khoản tiền vay nợ đã được học trong bài. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG Mục tiêu: Giúp HS củng cố kĩ năng áp dụng các công thức trả góp để giải quyết bài toán tài chính. Nội dung: Thực hiện giải quyết tình huống mở đầu. Sản phẩm: Bài làm của HS. Tổ chức thực hiện: HS thực hiện cá nhân.		
Vận dụng (10 phút) – GV trình chiếu lại bài toán mở đầu và yêu cầu HS sử dụng công thức trả góp đã học để giải quyết tình huống mở đầu. – Sau 7 phút, GV yêu cầu 3 HS lên bảng chữa các câu hỏi a, b, c tương ứng, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	+ HS thực hiện và ghi bài vào vở. <i>HD.</i> Ta có: $V = 500$ triệu đồng; $i = \frac{7,4\%}{12} \approx 0,00617; n = 60.$ a) Khoản thanh toán hằng tháng là $P = V \cdot \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}$ $= 500 \cdot \frac{0,00617}{1 - (1 + 0,00617)^{-60}} \approx 9,996$ (triệu đồng).	+ Mục đích của phần này là củng cố kĩ năng áp dụng công thức trả góp. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn.

	b) Tổng số tiền mà anh Hùng phải trả là $9,996 \cdot 60 = 599,76$ (triệu đồng). c) Vậy số tiền trả lãi là: $599,76 - 500 = 99,76$ (triệu đồng).	
--	--	--

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

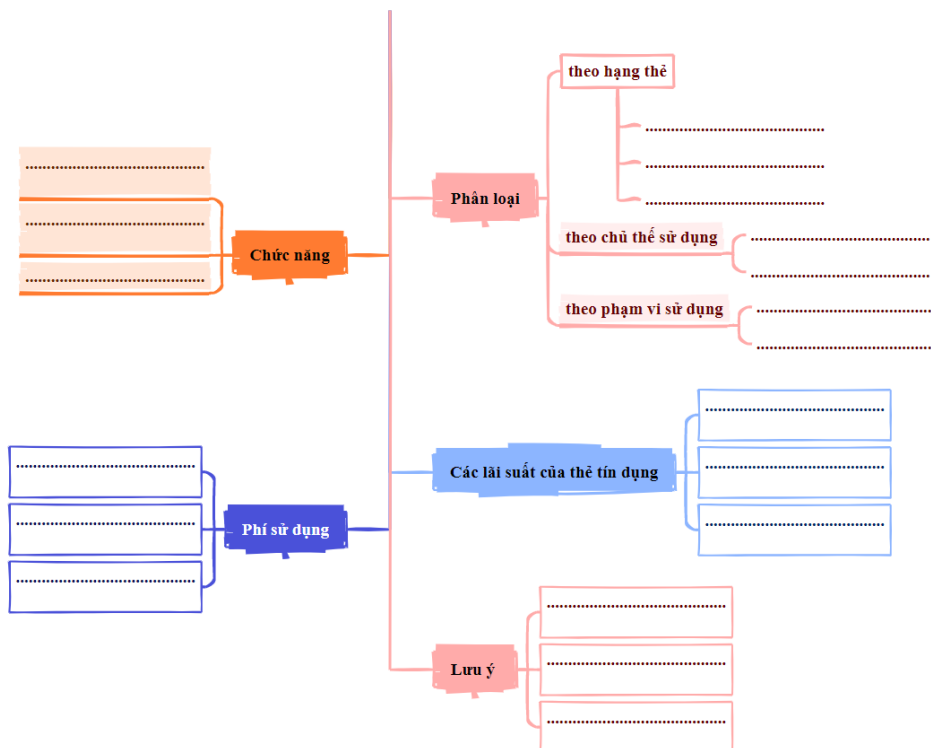
GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: công thức tính khoản thanh toán của mỗi kì trả góp.
- GV giao HS thực hiện các bài tập sau: Bài 3.10 và 3.11.

PHỤ LỤC. PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

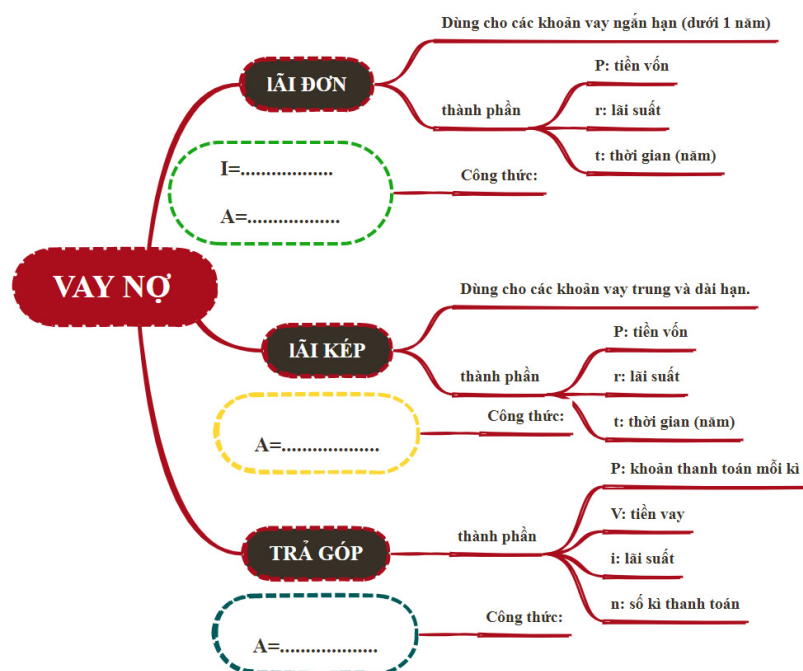
Điền vào chỗ trống để hoàn thành sơ đồ sau.

Thẻ tín dụng



PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2

Điền công thức vào chỗ trống để hoàn thành sơ đồ sau.



ĐÁP ÁN/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI CÁC BÀI TẬP TRONG SGK

3.7. a) Các khoản phí mà chị Hương phải trả:

– Phí rút tiền mặt: $5000000 \cdot 3\% = 150000$ (đồng).

– Lãi suất từ ngày 1/6 đến ngày 20/7 là

$$5000000 \cdot 20\% / 365 \cdot 50 = 136986 \text{ (đồng)}.$$

Vậy tổng chi phí mà chị Hương phải trả khi rút tiền mặt tại cây ATM là:

$$150000 + 136986 = 286986 \text{ (đồng)}.$$

b) Lãi suất đơn của khoản vay đó là: $r = \frac{I \cdot 365}{Pt} = \frac{286986 \cdot 365}{5000000 \cdot 50} \approx 0,419 = 41,9\%.$

3.9. Ta có: $P = 100$ (triệu đồng); $r = 9\% = 0,09$; $t = \frac{6}{12} = 0,5$ (năm).

a) Khi việc tính lãi diễn ra theo thể thức lãi đơn thì tổng số tiền chị Dung cần trả là

$$A = P(1 + rt) = 100 \cdot (1 + 0,09 \cdot 0,5) = 104,5 \text{ (triệu đồng)}.$$

Số tiền lãi chị Dung cần trả là: $104,5 - 100 = 4,5$ (triệu đồng).

b) Khi việc tính lãi diễn ra theo thể thức lãi kép hằng tháng thì $n = 12$. Do đó tổng số tiền chị

Dung cần trả là $A = P \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt} = 100 \cdot \left(1 + \frac{0,09}{12}\right)^{12 \cdot 0,5} \approx 104,585$ (triệu đồng).

Số tiền lãi chị Dung cần trả là: $104,585 - 100 = 4,585$ (triệu đồng).

3.10. Ta tính số tiền lãi phải trả theo từng phương án:

– Với khoản vay lãi kép kì hạn 3 tháng với lãi suất 8% một năm, ta có:

$$P = 500 \text{ triệu đồng}; r = 8\% = 0,08; t = \frac{9}{12} = 0,75; n = 4.$$

Do đó tổng số tiền phải trả là

$$A = P \left(1 + \frac{r}{n} \right)^{nt} = 500 \left(1 + \frac{0,08}{4} \right)^{4 \cdot 0,75} = 530,604 \text{ (triệu đồng)}.$$

Khi đó số tiền lãi cần trả là: $530,604 - 500 = 30,604$ (triệu đồng).

– Với khoản vay lãi đơn 8,5% một năm, ta có:

$$P = 500; r = 8,5\% = 0,085; t = \frac{9}{12} = 0,75.$$

Do đó số tiền lãi cần trả là $I = Prt = 500 \cdot 0,085 \cdot 0,75 = 31,875$ (triệu đồng).

Vậy để trả lãi ngân hàng ít hơn, anh Hải nên chọn khoản vay lãi kép kì hạn 3 tháng với lãi suất 8% một năm.

3.11. Ta có $P = 800$ (triệu đồng), $t = 5$ (năm).

a) Với $r = 0,06$ và tính lãi đơn hằng năm thì tổng số tiền cần trả là

$$A = P(1 + rt) = 800(1 + 0,06 \cdot 5) = 1040 \text{ (triệu đồng)}.$$

Khi đó số tiền lãi phải trả là: $1040 - 800 = 240$ (triệu đồng).

b) Với $r = 0,055$ và tính lãi kép hằng tháng ($n = 12$) thì tổng số tiền cần trả là

$$A = P \left(1 + \frac{r}{n} \right)^{nt} = 800 \left(1 + \frac{0,055}{12} \right)^{60} \approx 1052,563 \text{ (triệu đồng)}.$$

Khi đó số tiền lãi phải trả là: $1052,563 - 800 = 252,563$ (triệu đồng).

Vậy anh Tùng nên chọn khoản vay với lãi suất 6% mỗi năm, tính lãi đơn hằng năm để số tiền lãi phải trả là ít hơn.

3.12. a) Ta có $V = 600$ (triệu đồng), $n = 72$, $i = \frac{0,069}{12} = 0,00575$.

Do đó khoản thanh toán hằng tháng của chị Dung là

$$P = V \cdot \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}} = 600 \cdot \frac{0,00575}{1 - (1 + 0,00575)^{-72}} \approx 10,2 \text{ (triệu đồng)}.$$

b) Tổng số tiền chị Dung phải trả là $10,2 \cdot 72 = 734,4$ (triệu đồng).

c) Số tiền lãi chị Dung phải trả là $734,4 - 600 = 134,4$ (triệu đồng).

Bài 7. ĐẦU TƯ TÀI CHÍNH.

LẬP KẾ HOẠCH TÀI CHÍNH CÁ NHÂN

Thời gian thực hiện: 03 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kỹ năng

- Thiết lập kế hoạch tài chính cá nhân cho các nhu cầu dài hạn như giáo dục hoặc sống tự lập.
- Vận dụng được kiến thức toán học trong việc giải quyết một số vấn đề về đầu tư.

2. Về năng lực

- Rèn luyện năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua việc mô hình hoá những vấn đề thực tiễn liên quan đến thiết lập kế hoạch tài chính cá nhân hay đầu tư.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

3. Về phẩm chất

- Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):
- + Tích cực tự thực hành và tham gia các hoạt động nhóm;
 - + Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

– Giáo viên:

- + Giáo án, phiếu học tập, máy tính, máy chiếu,...
- + Chia trước lớp thành 6 nhóm.
- + GV chuẩn bị một số tình huống trong thực tế liên quan đến đầu tư, niên kim; tìm hiểu lãi suất thực tế của hình thức gửi tiết kiệm tích lũy của một số ngân hàng lớn tại thời điểm thực hiện bài dạy.

– Học sinh:

- + SGK, dụng cụ học tập.
- + Máy tính cầm tay hoặc máy tính có cài phần mềm Exce.
- + Tự đọc trước phần *Em có biết?* ở cuối bài để tìm hiểu cách dùng máy tính cầm tay hoặc Excel tính số hạng nào đó của một dãy số cho bởi hệ thức truy hồi.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này được dạy trong 03 tiết:

Tiết 1. Mục 1. Một số vấn đề về đầu tư.

Tiết 2. Mục 2. Lập kế hoạch tài chính cá nhân.
Tiết 3. Lập kế hoạch tài chính cá nhân (tiếp theo). Luyện tập.

Tiết 1. MỘT SỐ VẤN ĐỀ VỀ ĐẦU TƯ

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: Giúp HS có hứng thú và gợi động cơ với vấn đề đầu tư tài chính. Nội dung: HS đọc phần tình huống mở đầu và nội dung Một số vấn đề về đầu tư trong SGK. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức hoạt động: HS hoạt động nhóm đôi dưới sự hướng dẫn của GV.		
Tình huống mở đầu (5 phút) – GV trình chiếu nội dung tình huống mở đầu trên máy chiếu hoặc dùng bảng phụ. GV giới thiệu cho HS khái niệm đầu tư và yêu cầu HS thảo luận theo nhóm đôi: <i>Hãy tư vấn cho anh Nam những kênh đầu tư sinh lợi nhuận.</i> – Sau 3 phút, GV gọi đại diện 2 nhóm HS phát biểu. – GV tổng kết, gợi mở về nhu cầu thực tế cần xét những bài toán liên quan đến đầu tư sinh lời và gợi động cơ cho nội dung bài học.	– HS thực hiện thảo luận theo nhóm dưới sự hướng dẫn của GV. <i>HD.</i> Những kênh đầu tư phổ biến mà anh Nam có thể tham khảo: – Gửi tiết kiệm ngân hàng. – Tích trữ vàng và ngoại tệ. – Đầu tư bất động sản. – Đầu tư chứng khoán.	+ Mục đích của phần này là giúp HS thêm hiểu biết về khái niệm đầu tư và những hình thức đầu tư phổ biến, có hứng thú và gợi động cơ với vấn đề về đầu tư. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học và năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC Mục tiêu: Giúp HS làm quen với các công thức xác định lãi suất, thời gian và giá trị hiện tại của một khoản đầu tư. Nội dung: HS thực hiện VD1, VD2 và VD4, từ đó Sản phẩm: Bài làm của HS. Tổ chức thực hiện: HS thực hiện theo cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Xác định lãi suất và thời gian cho một khoản đầu tư (8 phút)	– HS làm việc dưới sự hướng dẫn của GV và ghi chép công thức vào vở.	+ Mục đích của phần này là giúp HS tự xây dựng được công

– GV yêu cầu HS nhắc lại công thức tính số tiền A thu được sau t năm do một khoản vốn P được đầu tư theo thể thức lãi kép với lãi suất hằng năm r và lãi n kì mỗi năm. – Từ đó, GV yêu cầu HS thảo luận theo nhóm đôi, xây dựng công thức tính lãi suất r và công thức tính thời gian cho một khoản đầu tư được rút ra từ công thức lãi kép. – Sau 5 phút, GV yêu cầu 2 nhóm đại diện trình bày công thức thu được, các nhóm HS còn lại nhận xét. – GV tổng kết, ghi bảng hoặc trình chiếu công thức trong Khung kiến thức.		thức tính lãi suất r và thời gian cho một khoản đầu tư. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
Ví dụ 1 (5 phút) – GV trình chiếu hoặc viết bảng nội dung của VD1, yêu cầu HS làm việc cá nhân. – Sau 3 phút GV mời 1 HS lên bảng thực hiện. Các HS còn lại quan sát và cho nhận xét. Sau đó GV tổng kết lại phương pháp giải.	– HS thực hiện và ghi bài vào vở.	+ Mục đích của phần này là rèn luyện kỹ năng áp dụng công thức lãi suất r. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Ví dụ 2 (5 phút) – GV trình chiếu hoặc viết bảng nội dung của VD2, yêu cầu HS làm việc cá nhân. – Sau 3 phút GV mời 1 HS lên bảng thực hiện. Các HS còn lại quan sát và cho nhận xét. Sau đó GV tổng kết lại phương pháp giải.	– HS thực hiện và ghi bài vào vở.	+ Mục đích của phần này là rèn luyện kỹ năng áp dụng công thức tính thời gian cho một khoản đầu tư. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Xác định giá trị hiện tại của một khoản tiền (5 phút)	– HS thực hiện và ghi bài vào vở.	+ Mục đích của phần này là xây dựng công

– GV giải thích cho HS khái niệm giá trị hiện tại của một khoản tiền. – GV lưu ý cho HS: giá trị hiện tại của số tiền nhận được trong tương lai luôn nhỏ hơn số tiền sẽ nhận được. – GV yêu cầu HS thảo luận theo nhóm đôi, thực hiện HĐ1 để xây dựng công thức tính giá trị hiện tại của một khoản tiền được đầu tư theo thể thức lãi kép theo định kì. – Sau đó, GV tổng kết, ghi bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức.		thức tính giá trị hiện tại của một khoản tiền được đầu tư theo thể thức lãi kép theo định kì. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Ví dụ 4 (5 phút) – GV trình chiếu hoặc viết bảng nội dung của VD4, yêu cầu HS làm việc cá nhân. – Sau 3 phút GV chỉ định 1 HS lên bảng thực hiện. Các HS còn lại quan sát và cho nhận xét. Sau đó GV tổng kết lại phương pháp giải.	– HS thực hiện và ghi bài vào vở.	+ Mục đích của phần này là rèn luyện kỹ năng áp dụng công thức tính xác định giá trị hiện tại của một khoản đầu tư. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: Rèn luyện và củng cố kỹ năng quy đổi lãi suất đang hưởng về lãi suất đơn năm để so sánh các khoản đầu tư, tính thời gian cần thiết để từ số tiền ban đầu đạt số tiền mong muốn và tính giá trị hiện tại của một khoản tiền. Nội dung: HS thực hiện VD3, Luyện tập 4. Sản phẩm: Bài làm của HS. Tổ chức thực hiện: HS thực hiện cá nhân.		
Ví dụ 3 (5 phút) – GV trình chiếu hoặc viết bảng nội dung của VD4, yêu cầu HS làm việc cá nhân. – Sau 3 phút GV chỉ định 1 HS lên bảng thực hiện. Các HS còn	+ HS thực hiện và ghi bài vào vở.	+ Mục đích của phần này là rèn luyện kỹ năng quy đổi lãi suất đang hưởng về lãi suất đơn năm để so sánh các khoản đầu

lại quan sát và cho nhận xét. Sau đó GV tổng kết lại phương pháp giải.		tư và tính thời gian cần thiết để từ số tiền ban đầu đạt số tiền mong muốn. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua việc mô hình hoá những vấn đề thực tiễn.
Luyện tập 4 (6 phút) – GV trình chiếu hoặc viết bảng nội dung Luyện tập 4 và yêu cầu HS thực hiện. – GV cho HS hoạt động cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	+ HS thực hiện và ghi bài vào vở. <i>HD.</i> Ta có: $A = 100$ (triệu đồng); $t = 10$ (năm); $r = 6\% = 0,06; n = 12$. Do đó số tiền cần bỏ ra để mua bây giờ là $P = 100 \cdot \left(1 + \frac{0,06}{12}\right)^{-120} \approx 54,963$ (triệu đồng).	+ Mục đích của phần này là rèn luyện kỹ năng tính giá trị hiện tại của một khoản tiền. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua việc mô hình hoá những vấn đề thực tiễn.

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (1 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Khái niệm về đầu tư và các kênh đầu tư phổ biến; một số công thức xác định lãi suất, thời gian và giá trị hiện tại của một khoản đầu tư.
- GV giao HS thực hiện các bài tập sau: Luyện tập 1, Luyện tập 2, Luyện tập 3 và Bài 3.13.

Tiết 2. LẬP KẾ HOẠCH TÀI CHÍNH CÁ NHÂN

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: Giới thiệu khái niệm, vai trò và các bước lập kế hoạch tài chính cá nhân.		

Nội dung: HS đọc SGK và thuyết trình theo nhóm. Sản phẩm: Bài làm của HS. Tổ chức hoạt động: HS hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Hoạt động khởi động (5 phút) – GV yêu cầu HS trao đổi và thảo luận theo nhóm bốn với nội dung: <i>Ưu điểm của việc lập và thực hiện kế hoạch tài chính cá nhân; Các bước lập kế hoạch tài chính cá nhân.</i> GV yêu cầu các nhóm bổ sung sơ đồ và tóm tắt nội dung chính vào giấy A3. – Sau 3 phút, GV mời 2 nhóm đại diện thuyết trình và tổng kết.	+ HS thực hiện dưới sự hướng dẫn của GV.	+ Mục đích của phần này giới thiệu khái niệm, vai trò và các bước lập kế hoạch tài chính cá nhân. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC Mục tiêu: Giới thiệu khái niệm và công thức liên quan đến niên kim, các bước lập kế hoạch tài chính cá nhân. Nội dung: HS thực hiện VD5, VD6 và VD7. Sản phẩm: Bài làm của HS. Tổ chức thực hiện: HS thực hiện cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.		
Ví dụ 5 (10 phút) – GV trình chiếu hoặc viết bảng nội dung của VD5, yêu cầu HS làm việc cá nhân. – Sau 8 phút GV gọi 1 HS lên bảng thực hiện. Các HS còn lại quan sát và cho nhận xét. Sau đó GV tổng kết lại phương pháp giải.	– HS thực hiện dưới sự hướng dẫn của GV.	+ Mục đích của phần này là làm quen với việc lập kế hoạch tài chính cá nhân, qua một tình huống cụ thể. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
Các công thức toán học liên quan đến niên kim (8 phút) – GV trình chiếu hoặc viết bảng và giải thích cho HS các khái niệm: niên kim, số tiền của niên kim, giá trị hiện tại của niên kim. – GV sử dụng bảng phụ hoặc ghi bảng các công thức cần thiết.	– HS quan sát, lắng nghe và ghi bài vào vở.	+ Mục đích của phần này là giúp HS gợi nhớ lại khái niệm niên kim và các công thức liên quan đến niên kim đã học.

		+ Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
Ví dụ 6 (5 phút) – GV trình chiếu hoặc viết bảng nội dung của VD5, yêu cầu HS làm việc cá nhân. – Sau 3 phút GV gọi 1 HS lên bảng thực hiện. Các HS còn lại quan sát và cho nhận xét. Sau đó GV tổng kết lại phương pháp giải.	– HS thực hiện dưới sự hướng dẫn của GV.	+ Mục đích của phần này là giúp HS rèn luyện kỹ năng áp dụng công thức tính số tiền của một niên kim. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
Ví dụ 7 (5 phút) – GV trình chiếu hoặc viết bảng nội dung của VD7, yêu cầu HS làm việc cá nhân. – Sau 3 phút GV gọi 1 HS lên bảng thực hiện. Các HS còn lại quan sát và cho nhận xét. Sau đó GV tổng kết lại phương pháp giải.	– HS thực hiện dưới sự hướng dẫn của GV.	+ Mục đích của phần này là giúp HS rèn luyện kỹ năng áp dụng công thức tính giá trị hiện tại của niên kim. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: Củng cố kỹ năng áp dụng công thức tính số tiền và giá trị hiện tại của niên kim. Nội dung: HS thực hiện Luyện tập 5 và Luyện tập 6. Sản phẩm: Bài làm của HS. Tổ chức thực hiện: HS thực hiện cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.		
Luyện tập 5 (5 phút) – GV trình chiếu hoặc viết bảng nội dung Luyện tập 5 và yêu cầu HS thực hiện. – GV cho HS hoạt động cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện và ghi bài vào vở. <i>HD.</i> Ta có: $P = 36$ (triệu đồng); $n = 30$; $i = 6\% = 0,06$. Vậy giá trị của tài khoản khi anh Nam gửi tiền lần thứ 30 là $A = 36 \cdot \frac{(1 + 0,06)^{30} - 1}{0,06}$ $\approx 2846,095$ (triệu đồng).	+ Mục đích của phần này là củng cố kỹ năng áp dụng công thức tính số tiền của một niên kim. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua việc mô hình hoá những vấn đề thực tiễn.

Luyện tập 6 (5 phút) – GV trình chiếu hoặc viết bảng nội dung Luyện tập 6 và yêu cầu HS thực hiện. – GV cho HS hoạt động cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện và ghi bài vào vở. <i>HD.</i> Ta có: $P = 500$ (triệu đồng); $n = 10$; $i = 10\% = 0,1$. Vậy giá trị hiện tại của số tiền trúng thưởng (5 tỉ đồng) chỉ là $V = 500 \cdot \frac{1 - (1 + 0,1)^{-10}}{0,1}$ $\approx 3072,284$ (triệu đồng).	+ Mục đích của phần này là củng cố kỹ năng áp dụng công thức tính giá trị hiện tại của niên kim để giải quyết bài toán ở tình huống mở đầu. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua việc mô hình hoá những vấn đề thực tiễn.
--	--	--

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Các bước lập kế hoạch tài chính cá nhân, nhắc lại kiến thức về niên kim, công thức tính số tiền của niên kim và công thức tính giá trị hiện tại của niên kim.
- GV giao HS thực hiện các bài tập sau: Bài 3.14 và 3.16.

Tiết 3. LẬP KẾ HOẠCH TÀI CHÍNH CÁ NHÂN (tiếp theo). LUYỆN TẬP

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: Giúp HS rèn luyện kỹ năng áp dụng công thức niên kim để tính số kì gửi cần thiết của một hình thức tiết kiệm tích lũy và kỹ năng áp dụng công thức truy hồi niên kim để đạt tổng số tiền tích lũy mong muốn. Nội dung: HS thực hiện VD8, VD9, Luyện tập 7 và Phiếu học tập. Sản phẩm: Bài làm của HS. Tổ chức thực hiện: HS thực hiện cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.		
Ví dụ 8 (5 phút) – GV trình chiếu hoặc viết bảng nội dung của VD8, yêu cầu HS làm việc cá nhân.	– HS thực hiện dưới sự hướng dẫn của GV.	+ Mục đích của phần này là củng cố kỹ năng để tính số kì gửi cần thiết của một

– Sau 3 phút GV gọi 1 HS lên bảng thực hiện. Các HS còn lại quan sát và cho nhận xét. Sau đó GV tổng kết lại phương pháp giải.		hình thức tiết kiệm tích lũy. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua việc mô hình hoá những vấn đề thực tiễn.
Ví dụ 9 (10 phút) – GV trình chiếu hoặc viết bảng nội dung của VD9, yêu cầu HS làm việc cá nhân. – Sau 8 phút GV gọi 1 HS lên bảng thực hiện ý a, b, c và 1 HS thực hiện ý d. Các HS còn lại quan sát và cho nhận xét. Sau đó GV tổng kết lại phương pháp giải.	– HS thực hiện dưới sự hướng dẫn của GV.	+ Mục đích của phần này là củng cố kỹ năng áp dụng công thức truy hồi niên kim để đạt tổng số tiền tích lũy mong muốn. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua việc mô hình hoá những vấn đề thực tiễn.
Luyện tập 7 (10 phút) – GV trình chiếu hoặc viết bảng nội dung Luyện tập 7 và yêu cầu HS thực hiện. – GV cho HS hoạt động cá nhân trong 8 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện dưới sự hướng dẫn của GV. HD. Ta có: $P = 6$ (triệu đồng); $r = 8\% = 0,08$. a) Gọi A_n là số tiền (triệu đồng) trong tài khoản của bác Hùng sau n quý, ta có $A_1 = 6; A_n = \left(1 + \frac{0,08}{4}\right) A_{n-1} + 6$ $= 1,02 A_{n-1} + 6 \quad (n \geq 2).$ b) Sử dụng máy tính bỏ túi, ta tính được:	+ Mục đích của phần này là củng cố kỹ năng áp dụng công thức truy hồi niên kim và công thức truy hồi niên kim. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua việc mô hình hoá những vấn đề thực tiễn.

	$A_{49} \approx 491,644$ (triệu đồng), $A_{50} \approx 507,476$ (triệu đồng). Như vậy, sẽ mất 49 quý trước khi giá trị của tài khoản vượt quá 500 triệu đồng. c) Ta có $n = 100$, khi đó giá trị của tài khoản là $A_{100} \approx 1873,39$ (triệu đồng).	
Phiếu ôn tập công thức (8 phút) – HS thực hiện cá nhân Phiếu ôn tập công thức như trong Phụ lục, sau 5 phút GV gọi đại diện một số HS trình bày câu trả lời, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện dưới sự hướng dẫn của GV.	+ Mục đích của phần này là giúp HS hệ thống lại các công thức đã học về công thức lãi kép, công thức tính niên kim, công thức tính giá trị hiện tại của một niên kim. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG Mục tiêu: Giúp HS vận dụng các công thức đã học để lập kế hoạch tích lũy số tiền cần thiết. Nội dung: HS thực hiện bài 3.17. Sản phẩm: Câu trả lời và bài làm của HS. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV		
Bài 3.17 (10 phút) – GV trình chiếu hoặc viết bảng nội dung bài 3.17 và yêu cầu HS thực hiện. – GV cho HS hoạt động cá nhân trong 8 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện dưới sự hướng dẫn của GV. <i>HD.</i> a) Ta có: $P = 1,5$ (triệu đồng), $i = 0,004$, $n = 12$. Tổng số tiền anh Dương có sau 12 tuần là $A = P \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$ $= 1,5 \cdot \frac{(1+0,004)^{12} - 1}{0,004} \approx 18,401$ (triệu đồng).	+ Mục đích của phần này là giúp HS vận dụng các công thức đã học vào một tình huống cụ thể. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua việc mô hình hoá những vấn đề thực tiễn.

	b) Ta có: $V = 18,401$ (triệu đồng), $n = 36$ (tuần), $i = 0,004$. Do đó số tiền anh Dương có thể rút mỗi tuần là $P = V \cdot \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}$ $= 18,401 \cdot \frac{0,004}{1 - (1 + 0,004)^{-36}} \approx 0,55$ (triệu đồng) = 550 (nghìn đồng).	
--	--	--

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Ôn tập công thức liên quan đến niên kim.
- GV giao HS thực hiện các bài tập sau: Bài 3.18.

PHỤ LỤC. PHIẾU ÔN TẬP CÔNG THỨC

Nối nội dung cột bên trái với công thức tương ứng bên cột phải.

Công thức xác định lãi suất của một khoản đầu tư

$$V = P \cdot \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$

Công thức xác định thời gian cho một khoản đầu tư

$$P = A \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{-nt}$$

Công thức xác định giá trị hiện tại của một khoản tiền

$$A = P \cdot \frac{(1 + n)^n - 1}{i}$$

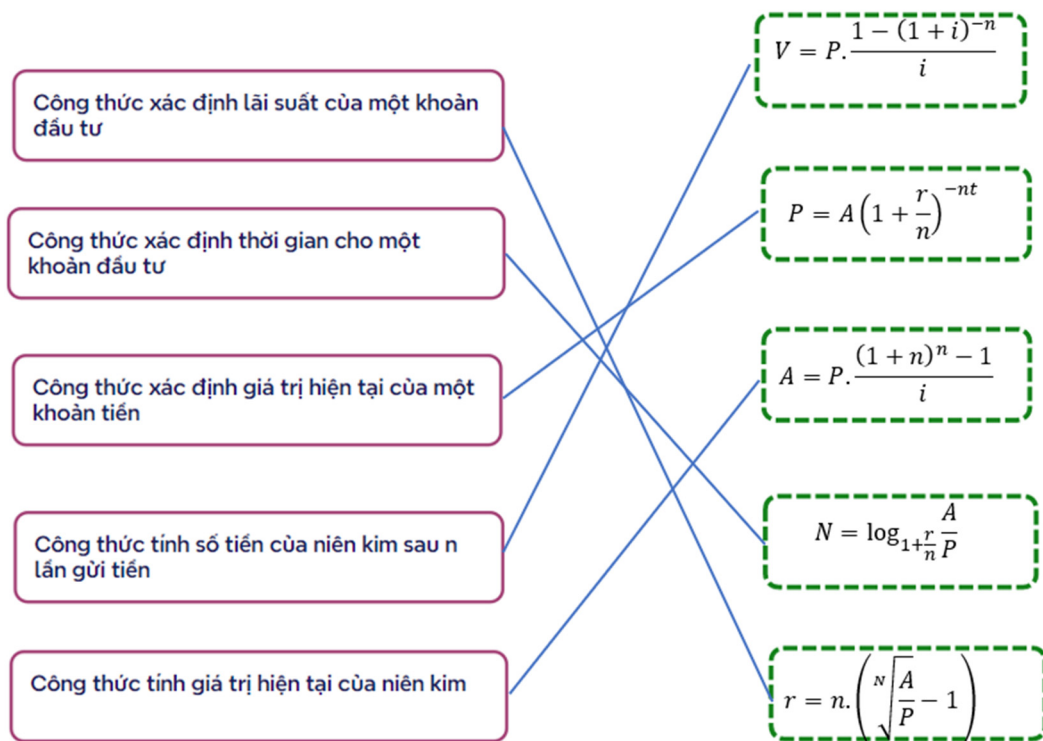
Công thức tính số tiền của niên kim sau n lần gửi tiền

$$N = \log_{1 + \frac{r}{n}} \frac{A}{P}$$

Công thức tính giá trị hiện tại của niên kim

$$r = n \cdot \left(\sqrt[n]{\frac{A}{P}} - 1 \right)$$

HD.



ĐÁP ÁN/ HƯỚNG DẪN/ LỜI GIẢI CÁC PHẦN LUYỆN TẬP VÀ BÀI TẬP

3.13. Ta có: $A = 100$ (triệu đồng); $t = 5$ (năm); $r = 1\% \cdot 12 = 12\% = 0,12$, $n = 12$.

Khi đó số tiền để mua trái phiếu là $P = A \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{-nt} \approx 55,045$ (triệu đồng).

3.14. Ta có: $P = 50$ (triệu đồng), $n = 15$, $i = 5\% = 0,05$.

Số tiền của niên kim sau 15 lần gửi là

$$A = P \cdot \frac{(1 + i)^n - 1}{i} = 50 \cdot \frac{(1 + 0,05)^{15} - 1}{0,05} \approx 1078,928 \text{ (triệu đồng)}.$$

3.15. Ta có: $P = 1$ (triệu đồng), $i = \frac{0,06}{12} = 0,005$, $A = 100$ (triệu đồng).

Ta có $A = P \cdot \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$ nên $n = \log_{1+i} \left(\frac{Ai}{P} + 1 \right) \approx 81,3$.

Vậy sau khoảng 6 năm 10 tháng sẽ tiết kiệm được 100 triệu đồng.

3.16. Ta có: $P = 5$ (triệu đồng), $n = 48$, $i = \frac{0,06}{12} = 0,005$.

Khi đó giá trị hiện tại của niên kim là

$$V = P \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} = 5 \cdot \frac{1 - (1+0,005)^{-48}}{0,005} \approx 212,9 \text{ (triệu đồng)}.$$

3.18. Ta có: $A = 2\,000$ (triệu đồng), $n = 4$, $r = 2\% \cdot 4 = 8\% = 0,08$, $t = 4$.

$$\text{Khi đó } P = A \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{-nt} = 2000 \left(1 + \frac{0,08}{4}\right)^{-16} \approx 1457 \text{ (triệu đồng)}.$$

Vậy anh Nam và chị Hương cần gửi tiết kiệm 1 457 triệu đồng.

BÀI TẬP CUỐI CHUYÊN ĐỀ 3

Thời gian thực hiện: 02 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kỹ năng

- Ôn tập các vấn đề về tiền tệ, lãi suất của các tổ chức tín dụng, thẻ tín dụng và cách thiết lập được kế hoạch tài chính cá nhân cho các nhu cầu dài hạn như giáo dục hoặc sống tự lập.
- Ôn tập sử dụng công thức lãi suất, niên kim... để giải quyết một số vấn đề về đầu tư.

2. Về năng lực

- Rèn luyện năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua việc mô hình hoá những vấn đề thực tiễn liên quan đến thiết lập kế hoạch tài chính cá nhân hay đầu tư.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

3. Về phẩm chất

Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):

- + Tích cực tự thực hành và tham gia các hoạt động nhóm;
- + Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

– Giáo viên:

- + Giáo án, phiếu học tập, máy tính, máy chiếu, giấy A0,..
- + GV chuẩn bị slide tổng kết kiến thức dạng sơ đồ hoá, hệ thống các dạng toán cơ bản.

– Học sinh:

- + SGK, dụng cụ học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này được dạy trong 02 tiết:

Tiết 1. Hệ thống hoá kiến thức chuyên đề.

Tiết 2. Luyện tập.

Tiết 1. HỆ THỐNG HÓA KIẾN THỨC CHUYÊN ĐỀ

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG		
Mục tiêu: Giúp HS hệ thống hoá kiến thức lí thuyết của chuyên đề, các dạng toán cơ bản và phương pháp giải. Nội dung: HS thực hiện hệ thống hoá lí thuyết và các công thức của chuyên đề. Sản phẩm: Sơ đồ tư duy của HS. Tổ chức hoạt động: HS hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Hệ thống hoá kiến thức lí thuyết (20 phút) – HS hoạt động nhóm theo tổ, vẽ sơ đồ tư duy trên giấy A0 tổng hợp lại toàn bộ lí thuyết và các công thức của chuyên đề 3, bao gồm: Tiền tệ, lãi suất, lạm phát, tín dụng và vay nợ, đầu tư tài chính và lập kế hoạch tài chính cá nhân. GV lưu ý HS trình bày lí thuyết và các công thức liên quan. – Sau 15 phút, các nhóm sẽ trình bày sản phẩm của nhóm mình trên bảng, đại diện 1 nhóm thuyết trình về sơ đồ của nhóm mình, các nhóm khác theo dõi, nhận xét; GV tổng kết.	– HS thực hiện theo nhóm dưới sự hướng dẫn của GV.	+ Mục đích của phần này là giúp HS tự hệ thống hoá lại kiến thức lí thuyết đã học về tài chính. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP		
Mục tiêu: củng cố kĩ năng áp dụng công thức lãi đơn, lãi kép để giải quyết bài toán tài chính. Nội dung: HS thực hiện bài tập cuối chuyên đề. Sản phẩm: Bài làm của HS.		

Tổ chức thực hiện: HS thực hiện cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Bài 3.19 (10 phút) – GV trình chiếu hoặc viết bảng nội dung Bài 3.19 và yêu cầu HS thực hiện. – GV cho HS hoạt động cá nhân trong 8 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện bài tập. <i>HD.</i> Ta có: $P = 50$ (triệu đồng); $t = \frac{6}{12} = 0,5$; $r = 0,09$; $n = 4$. Do đó nếu chọn khoản vay lãi kép kì hạn 3 tháng với lãi suất 9% một năm thì số tiền anh Nam cần trả là $A = P \left(1 + \frac{r}{n} \right)^{nt}$ $= 50 \left(1 + \frac{0,09}{4} \right)^{4 \cdot 0,5} \approx 52,275$ (triệu đồng). + Ta có: $P = 50$ (triệu đồng); $t = 0,5$ (năm); $r = 0,1$. Do đó nếu chọn khoản vay lãi suất đơn thì số tiền anh Nam cần trả là $A = P + Prt$ $= 50 + 50 \cdot 0,1 \cdot 0,5 = 52,5$ (triệu đồng). Vậy anh Nam nên chọn khoản vay lãi kép kì hạn 3 tháng với lãi suất 9% một năm để trả ít tiền lãi hơn.	+ Mục đích của phần này là giúp HS củng cố kĩ năng áp dụng công thức tính lãi kép. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học.
Bài 3.20 (10 phút) – GV trình chiếu hoặc viết bảng nội dung Bài 3.20 và yêu cầu HS thực hiện. – GV cho HS hoạt động cá nhân trong 8 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện bài tập. <i>HD.</i> Gọi số tiền ban đầu gửi vào là P. Số tiền nhận được của ngân hàng A sau t năm là $A_1 = P \left(1 + \frac{0,06}{365} \right)^{365t} \approx 1,0618^t P.$ Số tiền nhận được của ngân hàng B sau t năm là $A_2 = P \left(1 + \frac{0,0602}{4} \right)^{4t} \approx 1,0616^t P.$	+ Mục đích của phần này là giúp HS củng cố kĩ năng áp dụng công thức tính lãi kép trong việc so sánh và đánh giá dịch vụ của hai ngân hàng. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học.

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (5 phút)

– GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: hệ thống hoá lại kiến thức lí thuyết và các công thức liên quan đến tài chính.

Tiết 2. LUYỆN TẬP

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP		
Mục tiêu: củng cố kĩ năng áp dụng công thức xác định thời gian cho khoản đầu tư, giá trị hiện tại của khoản tiền, các công thức liên quan đến niên kim. Nội dung: HS thực hiện các bài tập cuối chuyên đề. Sản phẩm: Bài làm của HS. Tổ chức thực hiện: HS thực hiện cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Bài 3.21 (10 phút) – GV trình chiếu hoặc viết bảng nội dung Bài 3.21 và yêu cầu HS thực hiện. – GV cho HS hoạt động cá nhân trong 8 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện bài tập. <i>HD.</i> Ta có: $A = 2P$; $r = 0,08$. a) Số kì gửi để giá trị một khoản đầu tư tăng gấp đôi khi tính lãi kép hằng tháng ($n = 12$) là $N = \log_{1+\frac{r}{n}} \frac{A}{P} = \log_{1+\frac{0,08}{12}} 2 \approx 104,32.$ Vậy sau 105 tháng (8 năm 9 tháng) thì giá trị của khoản đầu tư tăng gấp đôi. b) Số kì gửi để giá trị một khoản đầu tư tăng gấp đôi khi tính lãi kép hằng quý ($n = 4$) là $N = \log_{1+\frac{r}{n}} \frac{A}{P} = \log_{1+\frac{0,08}{4}} 2 \approx 35,003.$ Vậy sau 36 kì gửi, tức là $36 \cdot 4 = 144$ tháng hay 12 năm, thì giá trị của khoản đầu tư tăng gấp đôi.	+ Mục đích của phần này là giúp HS củng cố kĩ năng áp dụng công thức xác định thời gian cho khoản đầu tư. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn.
Bài 3.22 (10 phút) – GV trình chiếu hoặc viết bảng nội dung Bài 3.22 và yêu cầu HS thực hiện.	– HS thực hiện bài tập. <i>HD.</i> a) Ta có: $P = 18$ (triệu đồng); $r = 0,08$; $n = 1$.	+ Mục đích của phần này là giúp HS củng cố kĩ năng áp dụng công thức tính lãi

– GV cho HS hoạt động cá nhân trong 8 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	Học phí trung bình của trường trong năm học 2029 – 2030 ($t = 8$ năm) là $A = P \left(1 + \frac{r}{n} \right)^{nt}$ $= 18 \cdot (1 + 0,08)^8 \approx 33,317$ (triệu đồng). b) Ta có: $A = 33,317$ (triệu đồng); $r = 0,06$; $n = 1$; $t = 8$ (năm). Khi đó số tiền cần gửi vào đầu tháng 9 năm 2021 là $P = A \left(1 + \frac{r}{n} \right)^{-nt}$ $= 33,317 \cdot (1 + 0,06)^{-8} \approx 20,903$ (triệu đồng).	kép và tính giá trị hiện tại của khoản tiền. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn.
Bài 3.23 (10 phút) – GV trình chiếu hoặc viết bảng nội dung Bài 3.23 yêu cầu HS thực hiện. – GV cho HS hoạt động cá nhân trong 8 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện bài tập. <i>HD.</i> Ta có: $A = 200$ (triệu đồng); $i = \frac{0,1}{4} = 0,025$; $n = 8$. Ta có $A = P \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$ nên $P = \frac{Ai}{(1+i)^n - 1}$ $= \frac{200 \cdot 0,025}{(1 + 0,025)^8 - 1} \approx 22,9$ (triệu đồng). Vậy cần đầu tư mỗi quý 22,9 triệu đồng để sau hai năm có 200 triệu đồng.	+ Mục đích của phần này là giúp HS củng cố kỹ năng áp dụng công thức tính giá trị hiện tại của niên kim. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn.
Bài 3.24 (12 phút) – GV trình chiếu hoặc viết bảng nội dung Bài 3.24 và yêu cầu HS thực hiện. – GV cho HS hoạt động cá nhân trong 8 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS	– HS thực hiện bài tập. <i>HD.</i> a) Ta có: $V = 2\,000$ (triệu đồng); $n = 240$; $i = \frac{0,09}{12} = 0,0075$. Số tiền họ phải trả mỗi tháng là	+ Mục đích của phần này là giúp HS củng cố kỹ năng áp dụng công thức tính số tiền của niên kim sau n lần gửi tiền.

khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	$P = V \cdot \frac{i}{1 - (1+i)^{-n}}$ $= 2000 \cdot \frac{0,0075}{1 - (1+0,0075)^{-240}} \approx 18$ (triệu đồng). b) Tổng số tiền họ trả trong 20 năm là $18 \cdot 240 = 4320$ (triệu đồng). c) Ta có: $P = 18$; $n = 240$; $i = \frac{0,09}{12} = 0,0075$. Khi đó, số tiền mà cặp vợ chồng nhận được sau 20 năm là $A = P \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} = 18 \cdot \frac{(1+0,0075)^{240} - 1}{0,0075}$ $\approx 12\,021,964 \text{ (triệu đồng).}$	+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn.
--	--	--

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (3 phút)

– GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học:

Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam xin trân trọng cảm ơn
các tác giả có tác phẩm, tư liệu được sử dụng, trích dẫn trong cuốn sách này.

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Tổng Giám đốc HOÀNG LÊ BÁCH

Chịu trách nhiệm nội dung:

Tổng biên tập PHẠM VĨNH THÁI

Biên tập nội dung: LƯU THẾ SƠN

Thiết kế sách: LƯU THẾ SƠN

Trình bày bìa: PHẠM VIỆT QUANG

Sửa bản in: BAN BIÊN TẬP SÁCH TOÁN-TIN

Chế bản: CÔNG TY CP DVXB GIÁO DỤC HÀ NỘI

Bản quyền thuộc Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam.

Tất cả các phần của nội dung cuốn sách này đều không được sao chép, lưu trữ,
chuyển thể dưới bất kì hình thức nào khi chưa có sự cho phép bằng văn bản
của Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam.

KẾ HOẠCH BÀI DẠY CHUYÊN ĐỀ HỌC TẬP TOÁN 12

(HỖ TRỢ GIÁO VIÊN THIẾT KẾ KẾ HOẠCH BÀI DẠY THEO SÁCH GIÁO KHOA TOÁN 12

BỘ SÁCH KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG)

Mã số:

In cuốn (QĐ), khổ 19 x 26,5cm.

In tại Công ty cổ phần in

Số ĐKXB:/CXBIPH/...../GD

Số QĐXB: / QĐ-GD ngày ... tháng ... năm

In xong và nộp lưu chiểu tháng năm

Mã số ISBN: 978-604-0-.....