SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **HẢI PHÒNG** **ĐỀ CHÍNH THỨC** *(Đề thi có 01 trang, gồm 05 bài)*	**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI THÀNH PHỐ BẢNG A** **VÀ CHỌN ĐỘI TUYỂN DỰ THI HỌC SINH GIỎI QUỐC GIA** **NĂM HỌC 2022 - 2023** **ĐỀ THI MÔN: TOÁN** ***Ngày thi: 20/9/2022*** *(Thời gian làm bài 180 phút, không kể thời gian giao đề)*

Bài 1: (4.0 điểm) Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_0 \in (0;1)$, $u_{n+1} = \dfrac{u_n^2}{2-u_n^2}$ $\forall n \in \mathbb{N}$. Chứng minh rằng dãy trên có giới hạn hữu hạn và tìm giới hạn đó.

Bài 2: (4.0 điểm) Cho đa thức $P(x)$ có bậc không quá 2022 thỏa mãn $P(k^2) = k$ $\forall k = \overline{0,2022}$. Chứng minh rằng $P(2023^2) = 2023 - C_{4044}^{2022}$.

Bài 3: (4.0 điểm) Cho tam giác ABC nhọn, $AB < BC < CA$, trọng tâm G, các đường cao AD, BE, CF đồng quy tại H (D, E, F lần lượt nằm trên BC, CA, AB).

a) Đường tròn (BHC) cắt đường tròn đường kính AH tại T khác H. Chứng minh rằng A, T, G thẳng hàng.

b) Các điểm I, J, K lần lượt trên các đường thẳng BC, CA, AB sao cho HI, HJ, HK tương ứng vuông góc với AG, BG, CG. Chứng minh rằng các đường tròn $(AGD), (BGE), (CGF)$ cùng đi qua một điểm L khác G và I, J, K, L thẳng hàng.

Bài 4: (4.0 điểm) Chứng minh rằng phương trình $(x^2+2y^2)^2 - 2(z^2+2t^2)^2 = 1$ có vô hạn nghiệm tự nhiên.

Bài 5: (4.0 điểm) Xâu tam phân độ dài n có dạng $X = a_1a_2...a_n$ với $a_k \in \{0;1;2\}$ $\forall k = \overline{1,n}$. Một xâu con liên tiếp bằng nhau cực đại của X có dạng $Y = a_ia_{i+1}...a_j$ với $1 \le i \le j \le n$ mà $a_i = a_{i+1} = ... = a_j$, ngoài ra $a_{i-1} \ne a_i$ (nếu $i \ge 2$) và $a_j \ne a_{j+1}$ (nếu $j \le n-1$). Ví dụ xâu 1000211 có các xâu con liên tiếp bằng nhau cực đại là 1, 000, 2 và 11.

a) Gọi A_n là tập tất cả các xâu tam phân độ dài n mà các xâu con liên tiếp bằng nhau cực đại đều có độ dài lẻ. Chứng minh rằng $|A_{2023}| = 2|A_{2022}| + |A_{2021}|$.

b) Gọi B_n là tập tất cả các xâu tam phân độ dài n mà 0 và 2 không bao giờ đứng cạnh nhau. Chứng minh rằng $|B_{2023}| = |A_{2023}| + \dfrac{|A_{2022}|}{3}$.

——— HẾT ———

(Thí sinh không sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Họ và tên thí sinh:..Số báo danh:..

Cán bộ coi thi số 1: ....Cán bộ coi thi số 2: ....