

ĐỀ CHÍNH THỨC

**Bài 1 :** (2,0 điểm) Tính các giới hạn sau:

a.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x^2 - 4x + 3}$

b.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} - x)$

**Bài 2:** (1,0 điểm) Tìm m để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x^2 + x - 2}}{x - 1}; & x > 1 \\ mx - \frac{5}{4} & ; x \leq 1 \end{cases}$  liên tục tại  $x_0 = 1$ .

**Bài 3:** (1,0 điểm) Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a.  $y = \frac{x^2 + 2x - 1}{x + 1}$

b.  $y = (3x - 2)\sqrt{1 + x^2}$

**Bài 4:** (1,0 điểm) Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{3x + 1}{-x + 1}$  có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng:  $d : x - 4y - 21 = 0$ .

**Bài 5 :** (4,0 điểm) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, biết  $AB = 2a$ ,  $AD = a$ ,  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = a\sqrt{3}$ .

a) Chứng minh:  $BC \perp (SAB)$ ,  $DC \perp (SAD)$

b) Tính góc giữa SC và mặt phẳng (ABCD).

c) Gọi H là hình chiếu của A trên BD, K là hình chiếu của A trên SH.

Chứng minh:  $(ABK) \perp (SBD)$ .

d) Tính góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

**Bài 6:** (1,0 điểm) Tính giới hạn sau:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 2x} - 2\sqrt{x^2 + x} + x)$

HẾT

**ĐÁP ÁN MÔN TOÁN K11 – HỌC KỲ 2 – 2019-2020**

<b>Bài 1: 2 điểm</b>	<b>Điểm</b>
<p>a. <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x^2 - 4x + 3} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2 - 2x - 2)}{(x-1)(x-3)}</math></p> <p><math>= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x - 2}{x-3} = \frac{3}{2}</math></p>	<p>0.25+</p> <p>0.25</p> <p>0.25+</p> <p>0.25</p>
<p>b. <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x + 1}{\sqrt{x^2 - x + 1} + x}</math></p> <p><math>= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1 + \frac{1}{x}}{\sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + 1} = \frac{-1}{2}</math></p>	<p>0.5</p> <p>0.25+</p> <p>0.25</p>
<b>Bài 2: 1 điểm</b>	
<p><math>f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = m - \frac{11}{4}</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{3x^2 + x} - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x^2 + x - 4}{(x-1)(\sqrt{3x^2 + x} + 2)}</math></p> <p><math>= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x + 4}{\sqrt{3x^2 + x} + 2} = \frac{7}{4}</math></p> <p>Hàm số liên tục tại <math>x_0 = 1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) \Leftrightarrow m - \frac{5}{4} = \frac{7}{4} \Leftrightarrow m = 3</math></p>	<p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>
<b>Bài 3: 1 điểm</b>	
<p>a. <math>y = \frac{x^2 + 2x - 1}{x + 1} \Rightarrow y' = \frac{x^2 + 2x + 3}{(x + 1)^2}</math></p>	<p>0.5</p>
<p>b. <math>y = (3x - 2)\sqrt{1 + x^2} \Rightarrow y' = (3x - 2)' \cdot \sqrt{1 + x^2} + (3x - 2) \cdot (\sqrt{1 + x^2})'</math></p> <p><math>= 3\sqrt{1 + x^2} + (3x - 2) \cdot \frac{x}{\sqrt{1 + x^2}} = \frac{6x^2 - 2x + 3}{\sqrt{1 + x^2}}</math></p>	<p>0.25</p> <p>0.25</p>
<b>Bài 4: 1 điểm</b>	
<p>TXĐ: <math>D = \mathbb{R} \setminus \{1\}</math>, <math>f'(x) = \frac{4}{(1-x)^2}</math></p> <p>Gọi <math>M_0(x_0; y_0)</math> là tiếp điểm của (C) và tiếp tuyến</p>	

Tiếp tuyến song song với đường thẳng  $d : y = \frac{1}{4}x - \frac{21}{4}$  nên  $f'(x_0) = \frac{1}{4}$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{(1-x_0)^2} = \frac{1}{4}$$

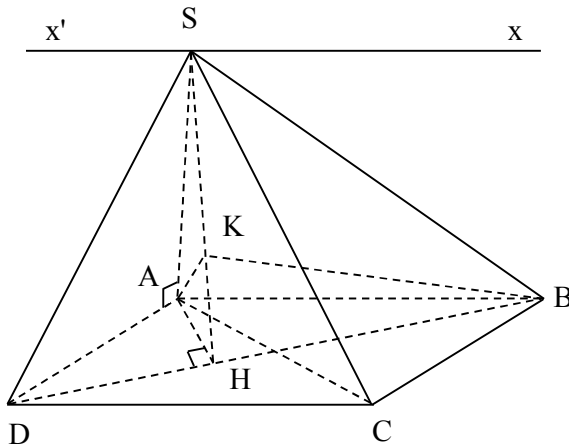
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 5 \\ x_0 = -3 \end{cases}$$

$$x_0 = 5 \Rightarrow y_0 = -4 \Rightarrow pttt : y = \frac{1}{4}x - \frac{21}{4} \text{ (loại)}$$

$$x_0 = -3 \Rightarrow y_0 = -2 \Rightarrow pttt : y = \frac{1}{4}x - \frac{5}{4} \text{ (nhận)}$$

Hs quên loại thì trừ 0,25

**Bài 5:** 4 điểm



**a. Chứng minh:**  $BC \perp (SAB), DC \perp (SAD)$

- $BC \perp AB$  (do ABCD là hình chữ nhật)

- $BC \perp SA$  (do  $SA \perp (ABCD)$ )

$$\Rightarrow BC \perp (SAB)$$

- $DC \perp AD$  (do ABCD là hình chữ nhật)

- $DC \perp SA$  (do  $SA \perp (ABCD)$ )

$$\Rightarrow DC \perp (SAD)$$

**b. Tính góc giữa SC và mặt phẳng (ABCD).**

- $SA \perp (ABCD)$  tại A  $\Rightarrow AC$  là hình chiếu của SC lên (ABCD)

$$\Rightarrow \widehat{(SC, (ABCD))} = \widehat{(SC, AC)}$$

- $\Delta SAC$  vuông tại A nên  $\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$

<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\Rightarrow \widehat{SCA} = \arctan \frac{\sqrt{15}}{5} \simeq 37,8^{\circ}</math>. Vậy <math>(\widehat{SC, (ABCD)}) = \arctan \frac{\sqrt{15}}{5}</math></li> </ul>	0.25
<p><b>c. Chứng minh: <math>(ABK) \perp (SBD)</math></b></p> $\left. \begin{array}{l} AH \perp BD \\ SA \perp BD \text{ (} SA \perp (ABCD) \text{)} \end{array} \right\} \Rightarrow BD \perp (SAH)$ $AK \perp BD \text{ (} BD \perp (SAH), AK \subset (SAH) \text{)}$ $AK \perp SH, SH \subset (SBD), SH \cap BD = H$ $\Rightarrow AK \perp (SBD)$ $\Rightarrow (ABK) \perp (SBD)$	0.25 0.25 0.25 0.25
<p><b>d. Góc giữa <math>(SAB)</math> và <math>(SCD)</math></b></p> $(SAB) \cap (SCD) = x'Sx, (Sx // AB // CD)$ <p>Trong <math>(SCD)</math> có <math>\begin{cases} CD \perp SD \text{ (do } CD \perp (SAD)) \\ Sx // CD \end{cases} \Rightarrow SD \perp Sx</math></p> <p>Trong <math>(SAB)</math> có <math>\begin{cases} SA \perp AB \\ AB // Sx \end{cases} \Rightarrow SA \perp Sx</math></p> <p>Vậy <math>(\widehat{(SAB), (SCD)}) = (\widehat{SA, SD})</math></p> $\tan \widehat{ASD} = \frac{AD}{SA} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{ASD} = 30^{\circ}. \text{ Vậy } (\widehat{(SAB), (SCD)}) = 30^{\circ}$	0.25 0.25 0.25 0.25
<b>Bài 6: 1điểm</b>	
$\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 2x} + x - 2\sqrt{x^2 + x}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2(\sqrt{x^2 + 2x} - x - 1)}{(\sqrt{x^2 + 2x} + x + 2\sqrt{x^2 + x})}$ $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2(-1)}{(\sqrt{x^2 + 2x} + x + 2\sqrt{x^2 + x})(\sqrt{x^2 + 2x} + x + 1)}$ $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2}{\left(\sqrt{1 + \frac{2}{x}} + 1 + 2\sqrt{1 + \frac{1}{x}}\right)\left(\sqrt{1 + \frac{2}{x}} + 1 + \frac{1}{x}\right)} = -\frac{1}{4}$	0.25 0.25 0.25+
	0.25